Rzędne tej linji wpływowej mogą być odłożone od linji poziomej, jak pokazane jest na dolnym wykresie /rys.45/.

W przekrojach wsporników łuku wspornikowego funkcje sił zewnętrznych /t.j. siły poprzeczne i momenty zginające/ mają te same znaczenia, co i w przekrojach wsporników belki wspornikowej, a zatem odpowiednie linje wpływowe dla wsporników będą identyczne.

ROZDZIAŁ VI.

LINJE WPŁYWOWE REAKCJI W PRĘTACH KRATOWNIC PŁASKICH STATYCZNIE WYZNACZALNYCH.

§ 1. UWAGA OGÓLNA.

W tych kratownicach, w których węzły pasów górnego i dolnego nie leżą na jednej linji pionowej, należy przy wyznaczeniu linji wpływowych dla reakcji w prętach rozróżniać ściśle węzły, na które się przenosi obciążenie /od jezdni mostowej, lub od płatwi dachowych/, od węzłów nie przyjmujących obciążenia bezpośrednio.

Dla skrócenia wyrażeń pierwsze węzły będziemy nazywać węzłami o b c i ą ż o n e m i i o z n a c z a ć k r ą ż k i e m c z a r n y m , a drugie węzły będziemy nazywać węzłami w o l - n e m i i oznaczać krążkiem białym.

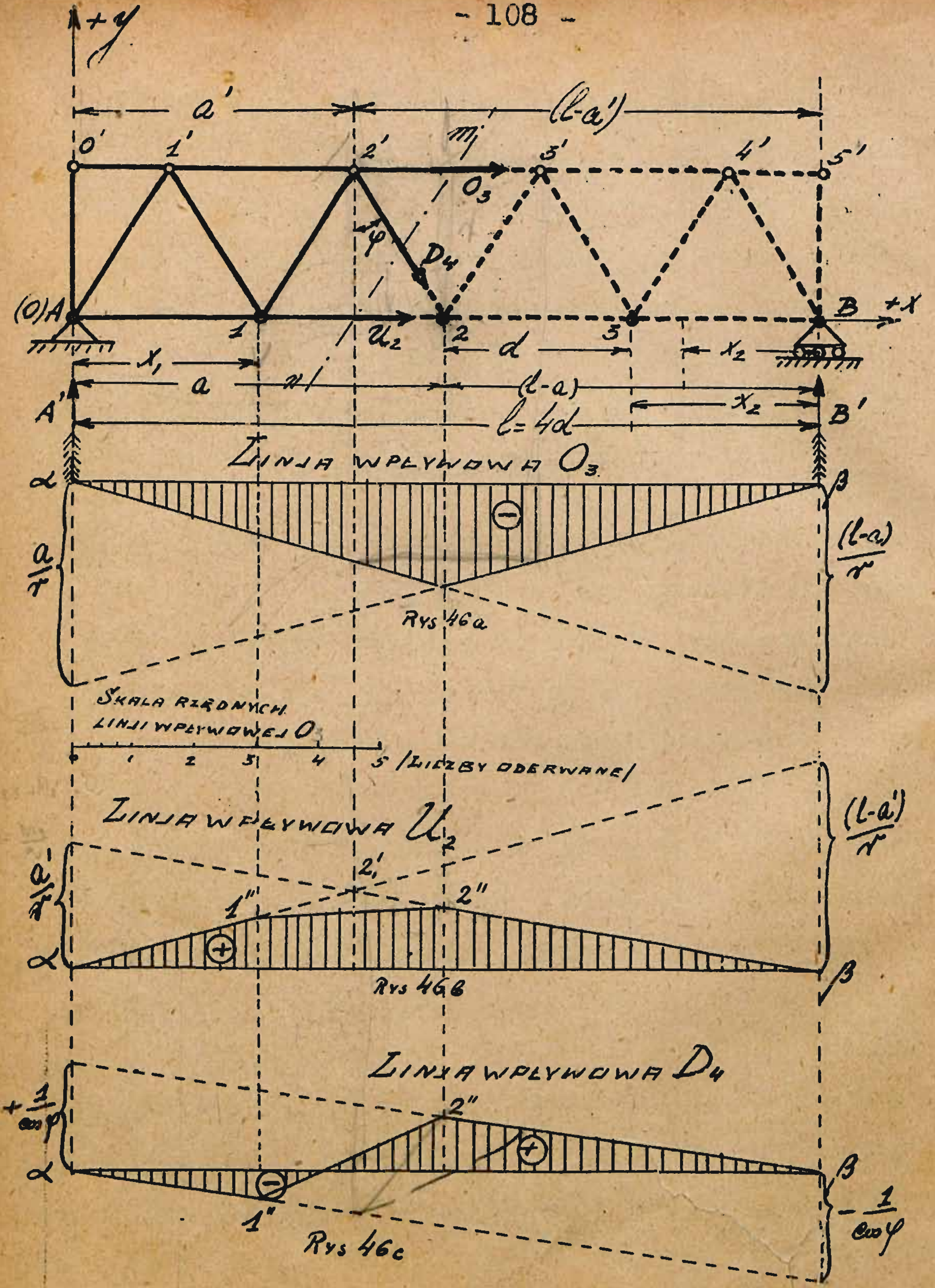
§ 2. LINJE WPŁYWOWE DLA REAKCJI W PRĘTACH DŹWIGARÓW Z RÓWNOLEGŁEMI PASAMI.

Korzystamy ze sposobu Ritter'a dla wyznaczenia reakcji w prętach.

Mamy dźwigar, podany na rys.46; obciążone węzły dolne; znaleźć linje wpływowe dla reakcji prętów, przeciętych przekrojem (m,n) a mianowicie O_3, D_4 i U_2.

Dla określenia reakcji w pręcie O_3 górnego pasa mamy punkt Ritter'a w węźle /2/ dolnego pasa, t.j. w punkcie przecięcia się dwóch pozostałych prętów D_4 i U_2, przeciętych tym samym przekrojem (m,n).

Jeśli rozpatrzymy równowagę lewej części dźwigara od podpory A do przekroju (m,n), odrzuciwszy myślowo prawą część dźwigara i zastąpiwszy jej działanie siłami O_3, D_4 i U_2 i oznaczymy moment sił zewnętrznych, działających na lewą część dźwigara,



Linja wpływowa O_3
Rys 46a
Skala rzędnych linji wpływowej O_3
/liczby oderwane/
Linja wpływowa U_2
Rys 46b
Linja wpływowa D_4
Rys 46c

rys. 46.

względem punktu /2/ przez M_2, to znajdziemy z równania momentów:

$$O_3 r + M_2 = 0$$

skąd

$$O_3 = -\frac{M_2}{r}$$

Przy napisaniu powyższego równania założyliśmy, jak ogólnie przyjęto w sposobie Ritter'a, że pręt O_3 jest rozciągany; otrzymaliśmy jednak z równania O_3 u j e m n e /gdyż M_2 dla belki prostej jest, jak wiadomo, dodatnie/, t.j. że górny pas jest ś c i s k a n y, jak należało oczekiwać.

Ponieważ z poprzedniego już umiemy wyznaczać linje wpływowe dla momentów zginających w przekrojach belki prostej, zatem łatwo wyznaczymy linję wpływową O_3, gdyż należy tylko rzędne linji wpływowej M_2 rozdzielić przez stałą wartość r - wysokość dźwigara i zmienić znak tych rzędnych na ujemny.

Rzędne linji wpływowej momentu M, jak wiadomo, mają na podporach wartości x i $(l-x)$, albo wprowadzając zamiast x oznaczenia a - odległość punktu Ritter'a /albo bieguna momentów/ od podpory A, otrzymamy rzędne na podporach dla linji wpływowej reakcji O_3 w prętach górnego pasa:

$$\frac{a}{r} \quad \text{i} \quad \frac{l-a}{r}.$$

Są to wartości oderwane i muszą być mierzone w odpowiedniej skali.

Zatem linja wpływowa O_3 będzie miała wykres wskazany na rys.46. *a*

W ten sam sposób, biorąc punkt Ritter'a /czyli biegun momentów/ w punkcie /2'/ górnego pasa, otrzymamy linję wpływową dla reakcji pręta U_2 dolnego pasa, ponieważ zaś węzły obciążone są w dolnym pasie, więc, na mocy ogólnych własności linji wpływowych, wierzchołek tej linji wpływowej między rzędnemi /1/ i /2/ będzie ścięty, jak pokazano na rys.46.

Mianowicie mamy:

$$-U_{(2)} \cdot r + M_{(2')} = 0$$

skąd

$$U_{(2)} = \frac{M_{(2')}}{r},$$

U_2 - otrzymało się ze znakiem $(+)$, czyli pas dolny, jak należało oczekiwać, jest rozciągany.

Linja wpływowa U_2 - znajdzie się z linji wpływowej $M_{(2')}$ przez rozdzielenie rzędnych tej ostatniej linji przez r.

Przechodząc do linji wpływowej D_4, t.j. reakcji w zastrzale, uważamy, że punkt /Ritter'a/, czyli punkt przecięcia się pasów górnego i dolnego leży w nieskończoności, ponieważ pasy te są równoległe. Wobec tego w danym wypadku dla wyznaczenia linji wpływowej D_4 nie możemy zastosować sposobu Ritter'a, a musimy uciec się do równania, że suma rzutów wszystkich sił, działających na dowolną część dźwigara, na oś prostopadłą do osi pasów musi być równą zeru w razie równowagi dźwigara:

$$\sum Y = 0$$

Jeśli oznaczyć siłę poprzeczną, działającą na dźwigar między obciążonemi węzłami /1/ i /2/ przez $V_{(1,2)}$ i przyjąć pod uwagę, że rzuty sił O_3 i U_2 na oś prostopadłą do nich są równe zeru i że kąt między osią pręta D_4 i linją prostopadłą do osi pasów jest (φ), to możemy napisać:

$$V_{(1,2)} - D_4 \cos\varphi = 0$$

skąd

$$D_4 = \frac{V_{(1,2)}}{\cos\varphi}$$

Ponieważ linję wpływową dla $V_{(1,2)}$ już umiemy wyznaczyć, to znajdziemy linję wpływową D_4 , dzieląc przez $\cos\varphi$ rzędne pierwszej z tych linji wpływowych, co uskuteczniono na rys.46.c

Dla łatwiejszego zorjentowania się co do znaków przy wyznaczeniu wspomnianej linji wpływowej, załóżmy, że siła równa jedności znajduje się w o b c i ą ż o n y m węźle /1/ bezpośrednio na lewo od skosa D_4 i określmy wartość $V'_{(1,2)}$ w tym wypadku

$$V'_{(1,2)} = +A' - 1$$

Nazywając odległość siły = 1 od lewej podpory przez x_1 mamy:

$$A' = \frac{1(l - x_1)}{l}$$

Zatem

$$V'_{(1,2)} = 1 - \frac{x_1}{l} - 1 = -\frac{x_1}{l}$$

Przy $x_1 = 0$; $V'_{(1,2)} = 0$

przy $x_1 = d$; $V'_{(1,2)} = -\frac{d}{l}$

Oczywiście, że $V'_{(1,2)}$ zmienia się tylko w granicach od 0 do $x_1 = d$, gdyż przy przejściu siły = 1 na prawo od węzła /2/ zmienia się postać funkcji V_2 , a mianowicie w tym razie mamy:

$$V''_{(1,2)} = +A' = 1 - \frac{x_2}{l}$$

$V''_{(1,2)}$ zmienia się w zależności od zmiany x_2 , które ma granice $x_2 = 0$ i $x_2 = l - 2d$

Lecz dla określenia punktów, należących do prostych, określonych równaniami:

$$y_1 = -\frac{x_1}{l} \quad \text{i} \quad y_2 = \frac{x_2}{l}$$

możemy wziąść po dwa punkty:

$$x_1' = 0 \; ; \; y_1' = 0$$

i

$$x_1'' = l \; ; \; y_1'' = -1$$

oraz

$$x_2' = 0 \; ; \; y_2' = 0$$

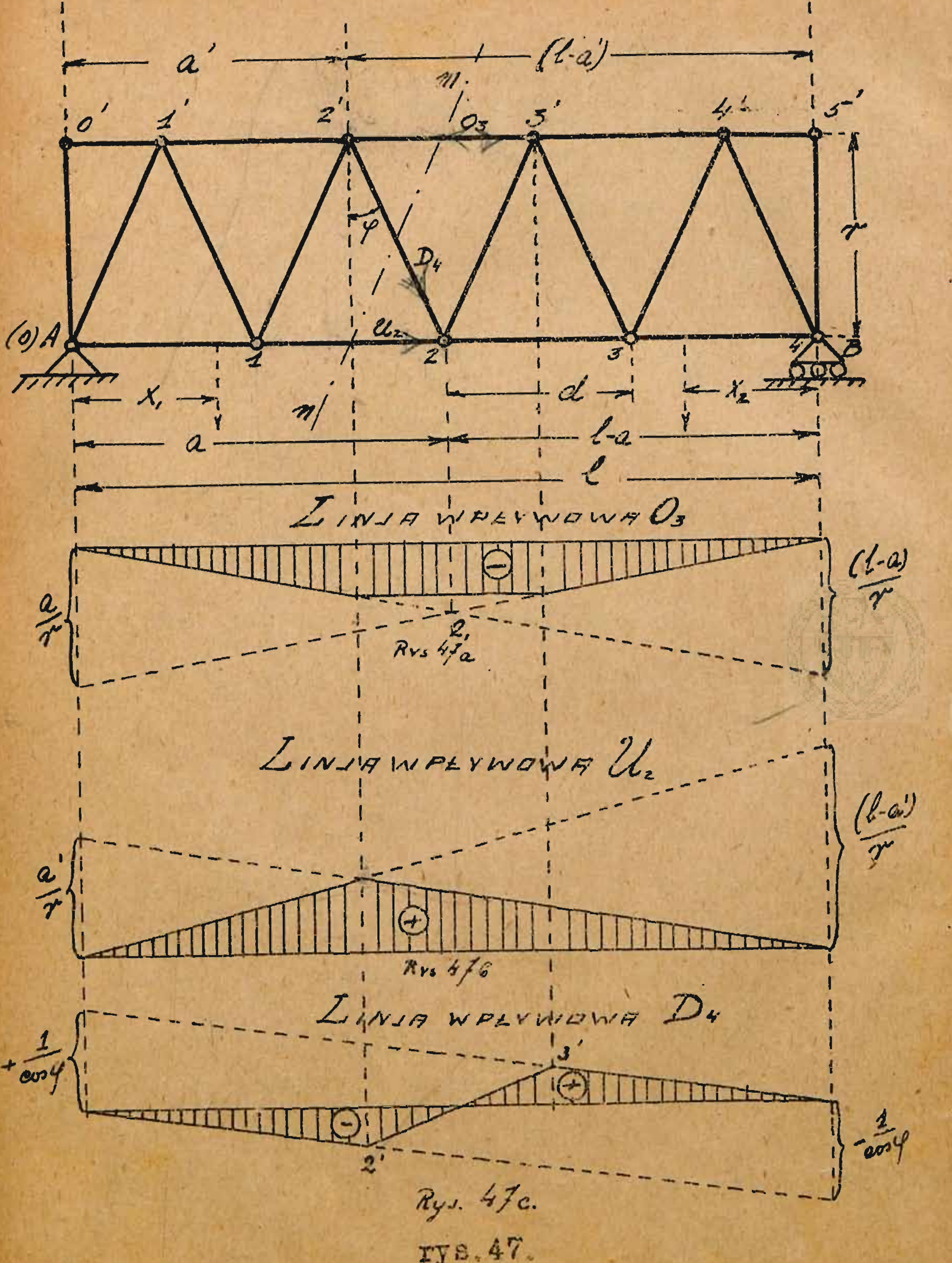
i

$$x_2'' = l \; ; \; y_2'' = +1$$

Dzieląc zaś odpowiednie rzędne przez $\cos\varphi$ otrzymamy wykres linji wpływowej D_4, pokazany na rys. 46 c.

Jeśli o b c i ą ż o n e m i w ę z ł a m i będą węzły g ó r n e g o p a s a, to linje wpływowe reakcji w prętach O_3 U_2 i D_4 zmienią się, jak pokazane jest na rys.47, a mianowicie wierzchołek linji wpływowej O_3 będzie ścięty, natomiast linja wpływowa U_2 będzie trójkątną, wierzchołki linji wpływowej D_4 przesuną się o pół przedziału w prawo.

Przejdźmy teraz do dźwigarów, w których od-



Rys. 47c.

rys. 47.

powiednie węzły górnego i dolnego pasów leżą na jednej linji pionowej. Dla przykładu weźmy dźwigar, pokazany na rys.48 z górnemi węzłami obciążonemi.

Przecinając dźwigar przekrojem (nn') znajdziemy reakcję w pręcie D_3.

Przy położeniu ciężaru $P=1$ z prawej strony przekroju, piszemy równanie równowagi lewej części dźwigaru:

$$\Sigma Y=0\,; \quad +A'-D_3\cos\varphi=0$$

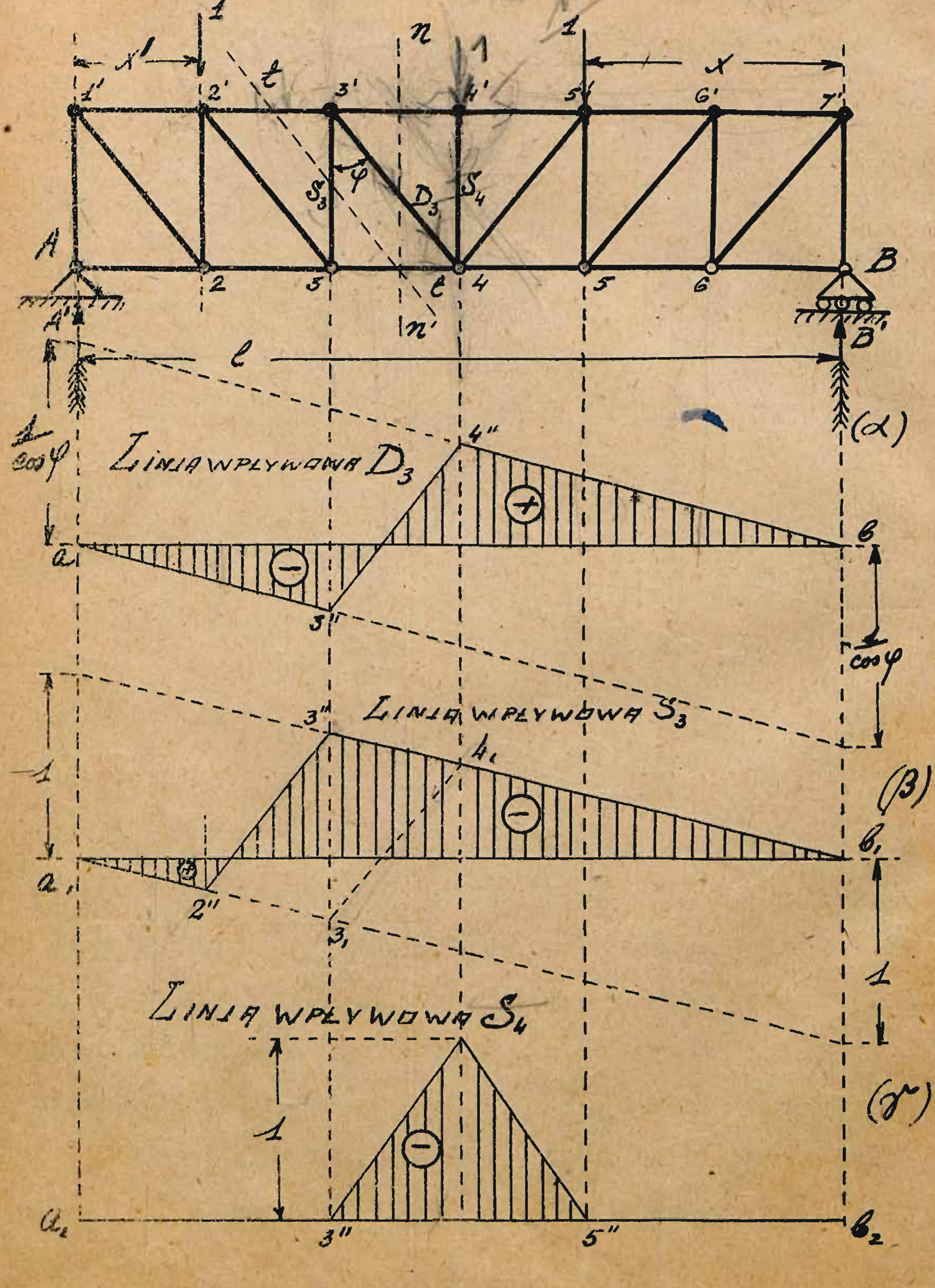
t.j.

$$-D_3\cos\varphi+\frac{1x}{l}=0$$

skąd

$$D_3=\frac{1x}{l}\,\frac{1}{\cos\varphi}$$

Ten wyraz ma znaczenie dla D_3, dopóki x jest w granicach od 0 do $(B\div 4')$ ale prosta linja, odpowiadająca temu wyrazowi, może być wyznaczona przy pomocy dwóch punktów, a mianowicie przy $x=0$, rzędna tej prostej $=0$, a przy $x=l$ rzędna prostej równa się: $\frac{1}{\cos\varphi}$. Stosownie do tego na rys. 48 α wyrysowana została odpowiednia część linji wpływowej D_3.



rys. 48.

W ten sam sposób przy położeniu ciężaru $P=1$ z lewej strony zastrzału D_3, otrzymamy z równania równowagi $\sum Y=0$, napisanego dla prawej części dźwigara odciętej przekrojem (n, n'):

$$+B'+D_3\cos\varphi=0$$

skąd

$$D_3=-B'\frac{1}{\cos\varphi}$$

t.j.

$$D_3=-\frac{1.x'}{l}\cdot\frac{1}{\cos\varphi}$$

albo

$$D_3=-\frac{1(l-x)}{l}\cdot\frac{1}{\cos\varphi}$$

Ponieważ w tym wypadku D_3 otrzymało się z ujemnym znakiem, więc drugą część linji wpływowej, narysowaną jak poprzednio, zbudujemy po drugiej stronie osi odciętych $(a)-(b)$. Między węzłowemi punktami /3'/ i /4'/ linja wpływowa jest prostą.

U W A G A. Przy węzłach górnego i dolnego pasów, znajdujących się na jednej pionowej linji, forma linji w p ł y w o w e j d l a z a s t r z a ł ó w n i e z a l e ż y o d p o ł o ż e n i a o b c i ą ż e n i a. Co innego dla słupków, dla których forma linji wpływowej zależy od tego, które węzły są obciążone: czy górne, czy dolne.

Na rysunku β pokazana jest linja wpływowa reakcji w słupku /3'/ /3/, przeciętym przekrojem $(\ell-\ell')$ Jeśliby obciążone były nie górne węzły, jak przyjęto na rys.48, a węzły dolne, to linja wpływowa reakcji w słupku /3'/ - /3/, zmieniłaby się, jak pokazano linją przerwaną na rys.48 β , t.j. skośna linja /2"/-/3"/ przesunęłaby się do linji $/3_{,}/-/4_{,}/$.

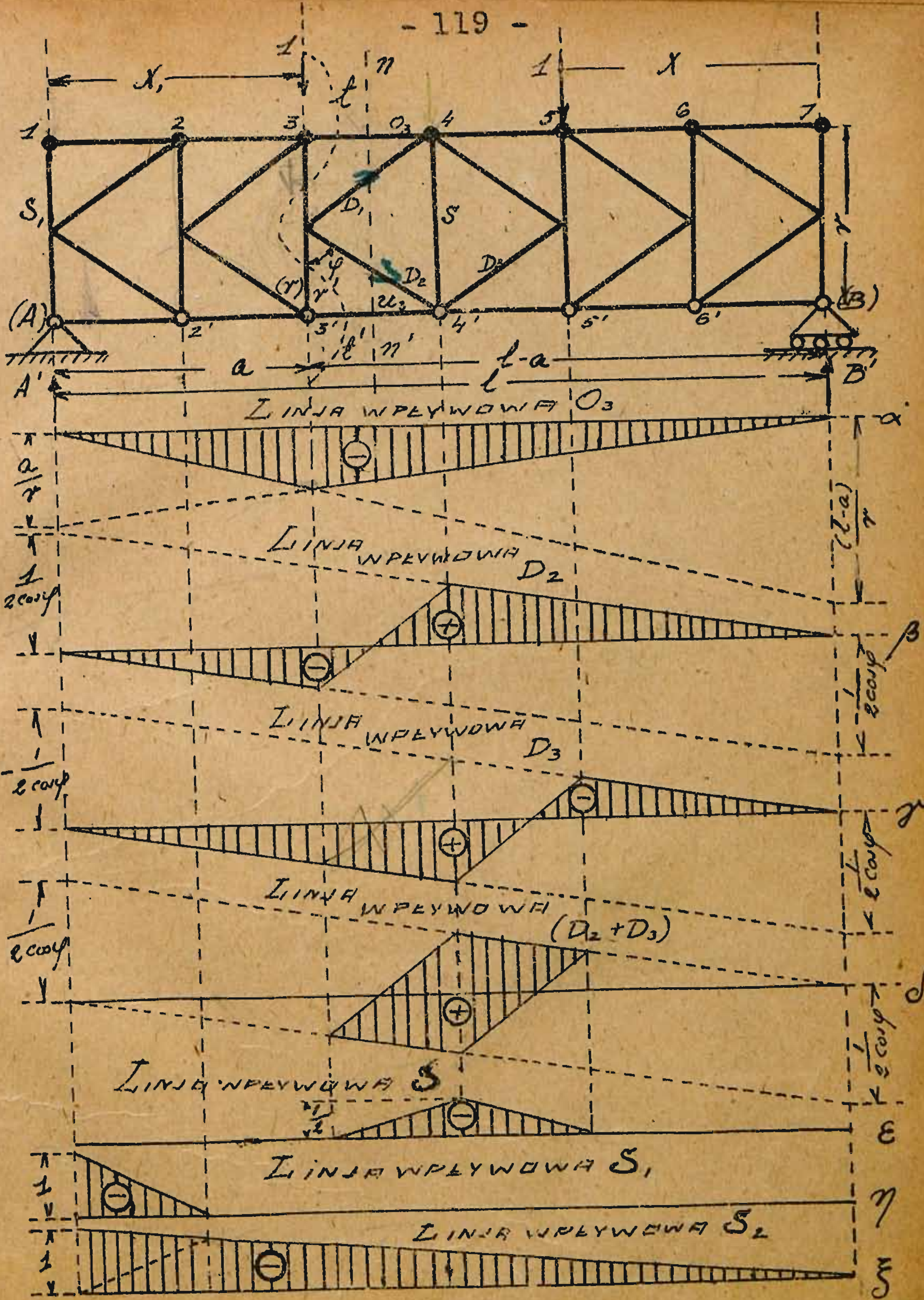
Co się tyczy słupka średniego /4'/-/4/, to linja wpływowa reakcji w tym słupku otrzymuje się łatwo z równowagi węzła /4'/ i pokazana jest na rys.48 γ.

Przy obciążeniu dolnych węzłów reakcja w środkowym słupku /przy dźwigarze rozpatrywanym jako nieważki/ równa się zeru.-

Linje wpływowe reakcji w prętach pasów dla dźwigara, pokazanego na rys.48, otrzymują się łatwo sposobem Ritter'a, jak dla innych, wyżej rozpatrzonych dźwigarów.

Na rys.49 pokazany jest dźwigar z równoległemi pasami z kratą w formie litery K . Linje wpływowe dla reakcji w prętach pasów tego dźwigara otrzymują się za pomocą przekroju $(\ell-\ell')$, przecinającego tylko pasy i słupek.

Dla reakcji pręta O_3 górnego pasa punktem


Linja wpływowa O_3
Linja wpływowa D_2
Linja wpływowa D_3
Linja wpływowa (D_2+D_3)
Linja wpływowa S
Linja wpływowa S_1
Linja wpływowa S_2

rys.49.

Ritter'a r jest punkt /3'/ dolnego pasa. Linja wpływowa dla reakcji w pręcie U_3 dolnego pasa jest jednakowa z linją wpływową O_3, tylko ma znak $(+)$

Dla wyznaczenia linji wpływowej reakcji w skosie D_2, przeciętym przekrojem (n,n), zauważmy, że z warunków równowagi węzła wewnętrznego, w którym schodzą się zastrzały D_1 i D_2 i słupki, możemy napisać, że suma rzutów na oś poziomą sił, schodzących się w tym węźle, musi być równa zeru:

$$\Sigma X = 0$$

Stąd mamy:

$$0 = +D_1 \cos(90-\varphi) + D_2 \cos(90-\varphi)$$

ponieważ kąty nachylenia prętów D_1 i D_2 do poziomu są jednakowe.

Skracając przez $\cos(90-\varphi) = \sin\varphi$, otrzymamy:

$$D_2 = -D_1$$

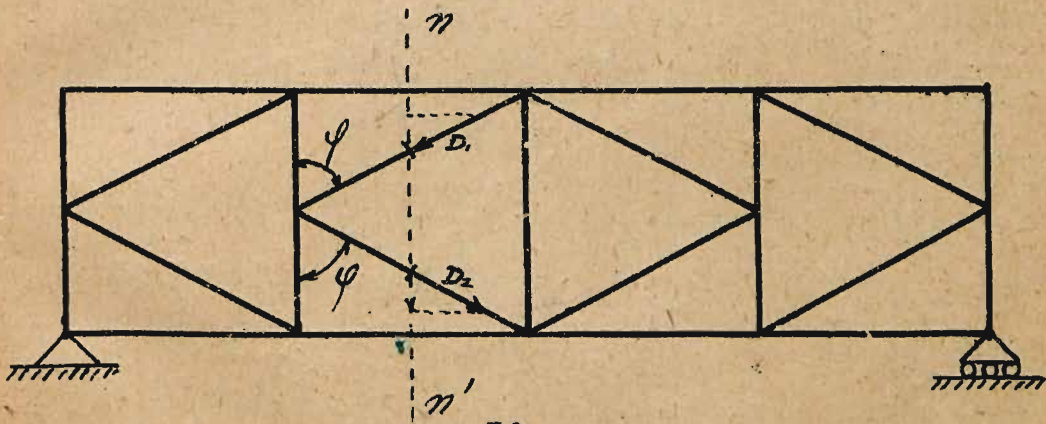
Widzimy zatem, że w jednem polu /przedziale/ dźwigara, reakcje w skosach są sobie równe, ale mają znaki odwrotne, t.j. jeden z tych skosów jest ściskany, a drugi rozciągany.

Przypuśćmy, /rys.50/, że w przekroju $(n\,n)$ działa poprzeczna siła $V_2 > 0$, t.j. skierowana do góry. Wtedy suma algebraiczna sił wewnętrznych, działających w tym przekroju, musi być < 0, t.j. musi być skierowana na dół dla zadośćuczynienia warunkowi równowagi

$$\sum Y = 0$$

Wskutek tego z rys.50-go, na którym uwzględnione już są różne znaki /strzałki/ sił D_1 i D_2, mamy:

$$V_2 - D_1 \cos\varphi - D_2 \cos\varphi = 0$$



rys.50

Podstawiając za D_1 jego wartość absolutną $= D_2$, mamy:

$$+ V_2 - 2 D_2 \cos\varphi = 0$$

albo

$$D_2 = V_2 \frac{1}{2 \cos\varphi}$$

Odwrotnie, jeśliby siła poprzeczna V_2' była ujemna, $V_2' < 0$, t.j. była skierowana na dół, to siły wewnętrzne w skosach musiałyby dawać rzuty skierowane do góry, dla zadośćuczynienia warunkowi równowagi:

$$\Sigma Y = 0$$

skąd znowu otrzymalibyśmy:

$$V_2' + D_1 \cos\varphi + D_2 \cos\varphi = 0$$

t.j.

$$D_2 = - V_2' \frac{1}{2\cos\varphi}$$

Z powyższego widać, że dla wyznaczenia linji wpływowej D_2 dosyć jest pomnożyć rzędne linji wpływowej V_2', t.j. siły poprzecznej dla belki prostej, przez $\frac{1}{2\cos\varphi}$, co zostało uskutecznione na rys.49/β/.

Wyznaczmy teraz linję wpływową dla środkowego słupka S. Najłatwiej to osiągnąć z równowagi dolnego węzła /4'/, przyrównując do zera sumę rzutów na oś pionową wszystkich sił schodzących się w tym węźle.

Mianowicie:

$$S + (D_2 + D_3)\cos\varphi = 0$$

skąd

$$S = -(D_2 + D_3)\cos\varphi$$

Zatem linję wpływową (S) otrzymamy przez dodanie do siebie rzędnych linji wpływowych D_2 i D_3, przez zmianę znaku tej sumy i przez pomnożenie jej przez $\cos\varphi$

Na rys.49 γ przedstawiona jest linja wpływowa D_3; na rys.49 δ pokazana jest linja wpływowa sumy $D_1 + D_2$. Na rys.49 ε pokazana jest linja wpływowa S .

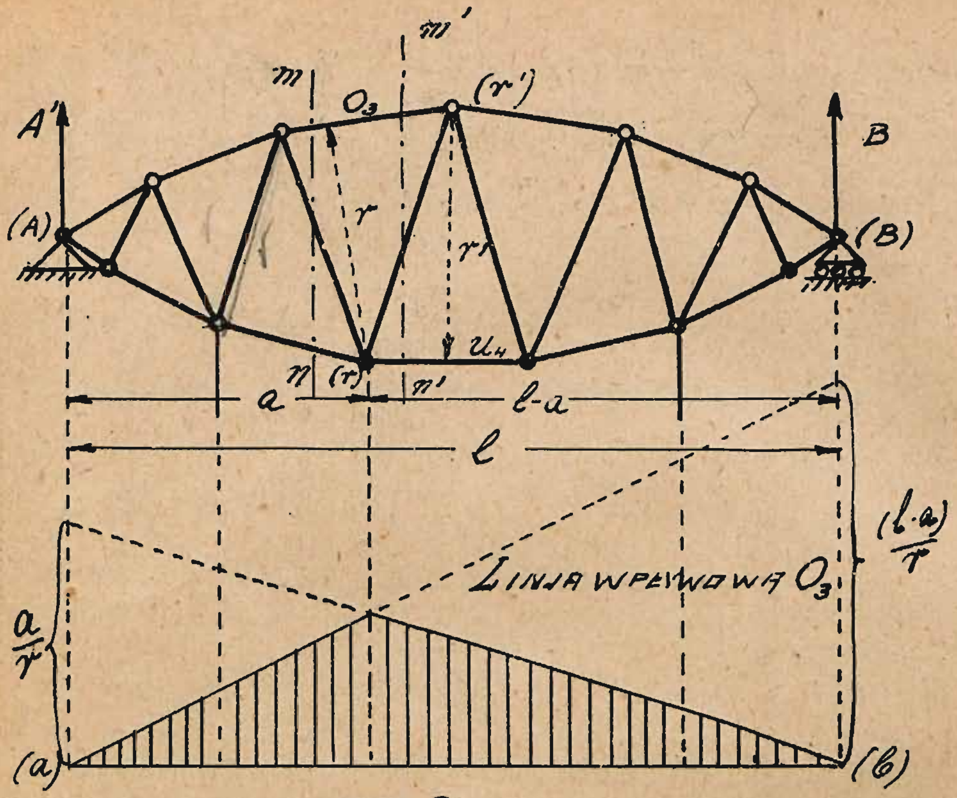
Rysunki /49η/ i /49ζ/ przedstawiają linje wpływowe: pierwszy dla słupka S_1 - krańcowego i drugi dla krańcowego słupka S_2 . W razie obciążenia węzłów d o l n y c h $S_1 = 0$, a linja wpływowa S_2 zmieniłaby się, jak pokazano na rys.49ζ linją przerwaną.

§ 3. LINJE WPŁYWOWE REAKCJI W PRĘTACH DŹWIGARÓW Z PASAMI ŁAMANEMI.

A/. Linje wpływowe reakcji w p r ę t a c h p a s ó w dźwigarów z pasami łamanemi.

Przetnijmy przekrojem $(m.n)$ pręt O_3 górnego pasa i dwa sąsiednie pręty dźwigara, pokazanego na rys.51 i określmy reakcję w tym pręcie sposobem Ritter'a. Biegun momentu, czyli punkt Ritter'a, trzeba w takim razie wziąść w punkcie r , t.j. w przeciwległym węźle dolnego pasa. Odległość osi pręta O_3 od punktu Ritter'a, czyli ramię momentu siły O_3 nazwijmy przez r .

Przy tych oznaczeniach możemy napisać, że



rys.51.

dla równowagi odciętej części dźwigara suma momentów wszystkich sił, działających na tą część dźwigara względem punktu (r), musi być równa zeru:

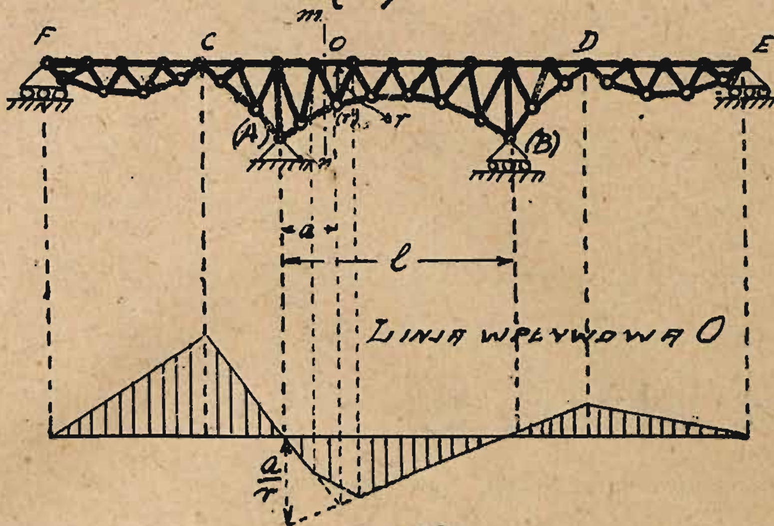
$$M_{(r)} + O_3 \cdot r = 0$$

skąd

$$O_3 = - \frac{M_{(r)}}{r}$$

t.j. pręt O_3 górnego pasa jest ściskany.

M_r jest to moment sił zewnętrznych, czyli moment zginający dźwigar względem bieguna momentu, czyli punktu (r) x/.



rys. 52.

Podobnież z przekroju $(m'n')$ znajdziemy:

$$U_4 = \frac{M_{(r')}}{r'}.$$

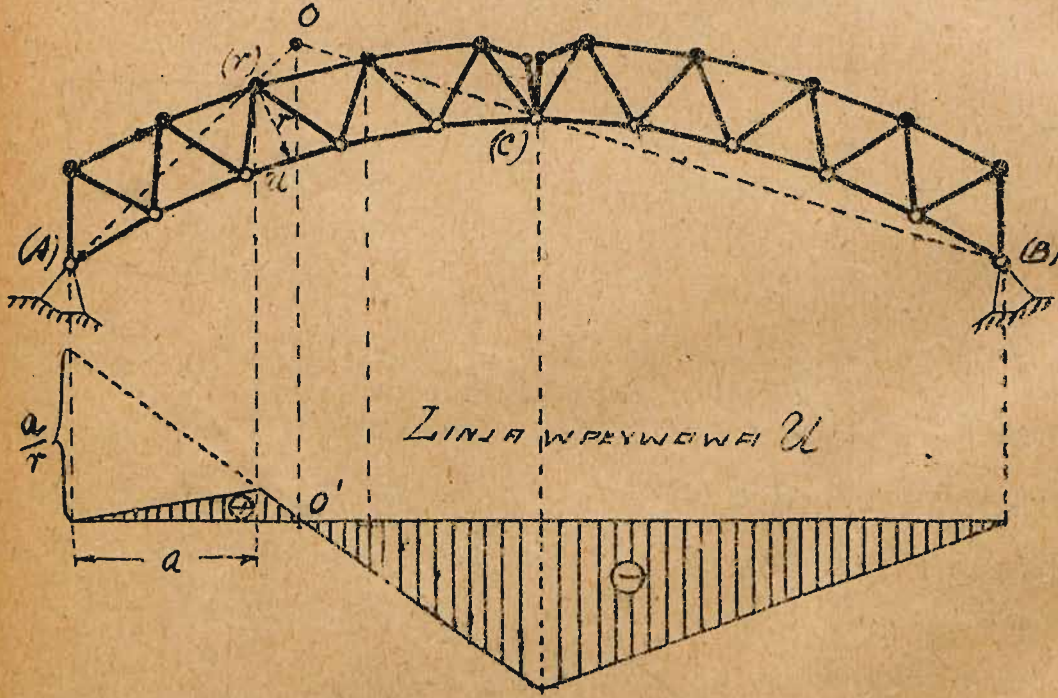
$M_{r'} - U_4 \cdot r' = 0$

---

x/ Dla ujednostajnienia oznaczeń zauważmy tu, że punkty będziemy oznaczać przez litery, postawione w nawiasie, np. (r) - znaczy punkt Ritter'a /czyli biegun momentów/; odległości tych punktów, czyli ramiena momentów, będziemy oznaczać tą samą literą, ale b e z n a w i a s u . Punkty podporowe oznaczamy przez $(A)(B)(C)$ i t.d.....
reakcje podpór przez $A'; B'; C';$ i t.d.....

t.j. pręt U_4 dolnego pasa będzie rozciągany.

Jasne, że linje wpływowe reakcji w prętach pasów wyznaczą się z linji wpływowych momentów zginających belkę względem odpowiednich biegunów czyli punktów Ritter'a, t.j. węzłów kratownicy, przez podzielenie rzędnych tych linji wpływowych przez wartość r, t.j. przez wielkość ramienia moemtu poszukiwanej reakcji.



rys. 53.

Ta zależność ma miejsce tak dla dźwigarów belkowych, swobodnie leżących na dwóch podporach, jak i dla dźwigarów wspornikowych belkowych i dla dźwigarów łukowych.

Rzędne linji wpływowych momentów M wyrażają się , jak wiadomo, w s k a l i d ł u g o ś c i i przedstawiają jakby długość ramienia, iloczyn którego i jednostki obciążenia daje wielkość momentu od tego obciążenia. Wskutek tego rzędne reakcji w prętach p a s ó w dźwigarów otrzymujemy jako i l o r a z z rzędnych η linji wpływowej momentu M i ramion r t.j. iloraz $\frac{\eta}{r}$ jako: wielkość oderwana, p r z e d s t a w i a j ą c a r z ę d n ą l i n j i w p ł y w o w e j r e a k c j i w p r ę c i e p a s a m o ż e b y ć o d ł o ż o n a w d o w o l n e j s k a l i .

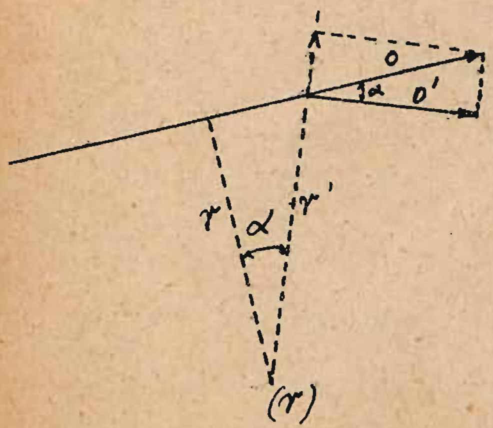
Z rys. 54 widać także, że $Or = O'r'$ t.j. że zamiast brać moment Or reakcji w pasie można wziąść równy jemu moment poziomej składowej reakcji w pasie względem tego samego punktu (r). W rzeczy samej:

$$O'r' = O\cos\alpha \cdot \frac{r}{\cos\alpha} = Or$$

Stąd widać, że stosunek:

$$\frac{M_{(r)}}{r'} = \frac{Or}{r'} = \frac{O'r'}{r'} = O'$$

lub $$\frac{M'_{(r)}}{r'} = \frac{Ur}{r'} = \frac{U'r'}{r'} = U'$$



rys. 54.

wyraża rzut poziomy odpowiedniej reakcji w pręcie pasa.

$\frac{M}{r'}$ - wyraża rzędną linji wpływowej rzutu poziomego reakcji w pręcie pasa dolnego lub górnego.

B/. Linje wpływowe reakcji w prętach kraty dźwigarów z pasami łamanemi.

Przy wyznaczeniu linji wpływowych dla prętów kraty dźwigarów należy rozróżniać cztery wypadki:

1/ pasy dźwigarów są proste, równoległe do siebie, czyli punkt przecięcia osi pasów leży w nieskończonej odległości.

Ten wypadek /1/ już był rozpatrzony poprzednio w § 2 o linjach wpływowych dźwigarów z równoległemi pasami.

2/ Pasy dźwigara oba lub jeden z nich są w y p u k ł e , tak, że po przecięciu dźwigara przekrojem poprzecznym punkt przecięcia przedłużenia osi przekrojonych pasów l e ż y n a z e w n ą t r z dźwigara.

3/ Oba pasy dźwigara lub jeden z nich są w k l ę s ł e , tak że po przecięciu dźwigara przekrojem poprzecznym punkt przecięcia przedłużenia osi przekrojonych pasów leży w e w n ą t r z d ź w i g a r a .

4/ Punkt przecięcia przekrojonych poprzecznym przekrojem osi pasów dźwigara l e ż y w p u n k c i e p o d p o r o w y m .

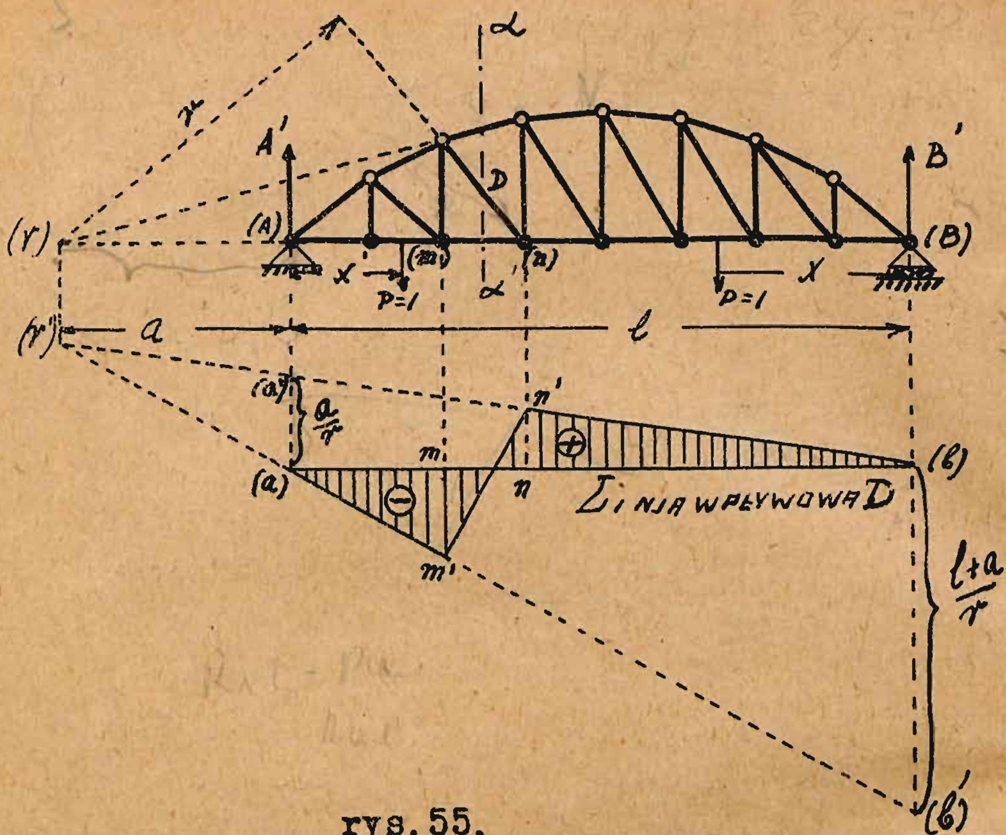
II. W y p a d e k d r u g i .

P u n k t (r) p r z e c i ę c i a s i ę o s i p a s ó w l e ż y n a z e w n ą t r z p o d p ó r d ź w i g a r a /rys.55/.

Linja wpływowa reakcji w skosie D .

Obciążenie $P=1$, przyłożone po prawej części dźwigara względem przekroju dd' wywołuje w lewej części dźwigara jedyną siłę zewnętrzną, a mianowicie reakcję A' podpory (A) , przyczem:

$$A' = 1\frac{l}{l_1}$$



rys. 55.

Ta siła A' daje względem punktu (r) moment obracający tę część dźwigara w kierunku odwrotnym do strzałki zegara. Dla równowagi musi zatem siła D w skosie dawać moment obracający lewą część dźwigara w kierunku przeciwnym temu obrotowi, t. i. musi być skierowana na dół od przekroju $(\alpha\alpha')$ i musirozciągać górną część zastrzału /pozostałą przy lewej części dźwigara/. Moment tej siły w zastrzale względem punktu (r) musi być równy momentowi reakcji A' podpory (A) względem tegoż punktu.

Zatem mamy:

$$-A'a + Dr = 0$$

$$D.r = A'a$$

$$D = \frac{A'a}{r} = \frac{1 \times a}{l.r}$$

To równanie przedstawia prostą, przechodzącą przez punkt podporowy (B) i mającą na drugiej podporze (A) t.j. przy $x = l$ rzędną $\frac{a}{r}$. Skąd wnioskujemy, że póki obciążenie $P = 1$, przyłożone jest do prawej części dźwigara między punktami (B) i (n), to reakcja w skosie D zmienia się według rzędnych prostej bn', która ma na podporze A rzędną $\frac{a}{r}$.

Jeśli obciążenie $P = 1$ będzie przyłożone do lewej części dźwigara, między punktami (A) i (m), to na prawą część dźwigara będzie działać tylko jedna siła zewnętrzna, mianowicie reakcja B' podpory B, która daje względem punktu (r) moment obracający tą część dźwigara w kierunku odwrotnym do strzałki zegara. Zatem reakcja w zastrzale D, równoważąca działanie siły B', musi dawać moment obracający w odwrotną stronę, t.j. musi być skierowana na dół i musi ściskać dolną część zastrzału /należącą do prawej części dźwigara/. Czyli w tym wypadku znak reakcji w zastrzale D jest ujemny $(-)$, t.j. odwrotny do znaku $(+)$, odpowiadającego pierwszemu wypadkowi.

Równanie momentów względem punktu (r) w drugim wypadku otrzymujemy, jak następuje:

$$- \frac{1x'}{l}(l+a) + D.r = 0$$

skąd

$$D = 1\frac{x'(l+a)}{l.r}$$

Przedstawia ono prostą, mającą rzędną równą zeru naprzeciw punktu podporowego (A), t.j. przy $x'=0$ i rzędną równą $\frac{l+a}{r}$ przy $x'=l$, t.j. naprzeciw punktu podporowego B.

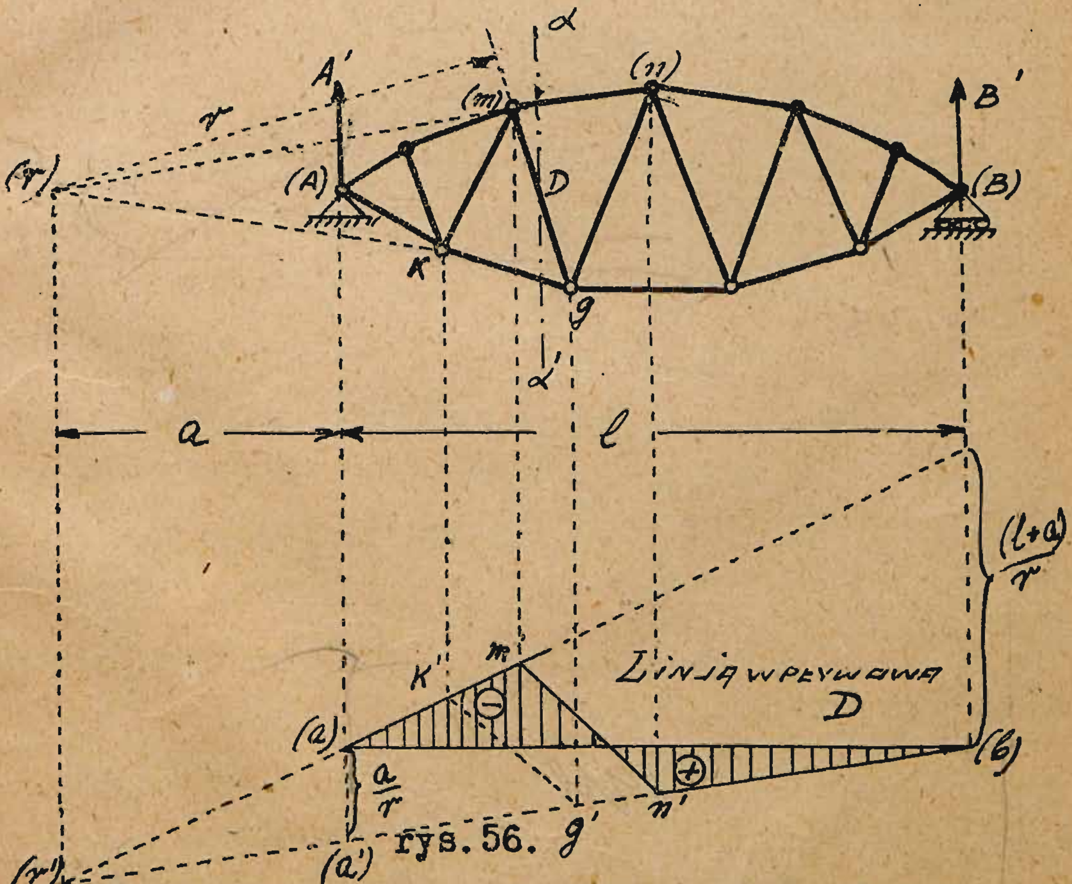
Część am' tej prostej przedstawia linję wpływową reakcji w zastrzale D od obciążenia, przyczepionego w lewej części dźwigara między podporą (A) i węzłem (m).

Ponieważ, jak wiadomo z ogólnych własności linji wpływowych, linja wpływowa między dwoma węzłami jest zawsze prostą, więc łącząc końce skrajnych rzędnych, znalezionych linji wpływowych w węzłach (m) i (n) prostą, otrzymamy całkowitą linję wpływową $(bn'm'a)$ reakcji w D.

Zauważmy, że punkt przecięcia się prostych $(n'b)$ i (am') leży na pionie, przechodzącym przez punkt (r), czego można dowieść z podobieństwa trójkątów $r'bb'$ i $r'aa'$.

Łatwo także, rozumując jak poprzednio, dowieść, że jeślibyśmy w tym samym przedziale (mn) dźwigaru /rys. 55/ zamiast zastrzału spadającego na dół wzięli zastrzał według drugiej przekątni, t.j. wznoszący się do góry, to linja wpływowa reakcji w tym skosie miałyby tę samą formę, jak poprzednio, ale odwrotne znaki rzędnych.

Na rys. 56 pokazana jest linja wpływowa reakcji w zastrzale D dźwigara z dwoma łamanemi



rys. 56.

wypukłemi pasami przy górnych węzłach obciążonych. W razie obciążenia dolnych węzłów, zamiast górnych, linja wpływowa zmieniłaby się, jak pokazano linją przerwaną na rys.56. Sposób dowodzenia jest identyczny z poprzednim.

III. T r z e c i   w y p a d e k . Punkt (r) przecięcia się osi pasów leży między punktami podporowemi, t.j. wewnątrz dźwigara /rys.57/.

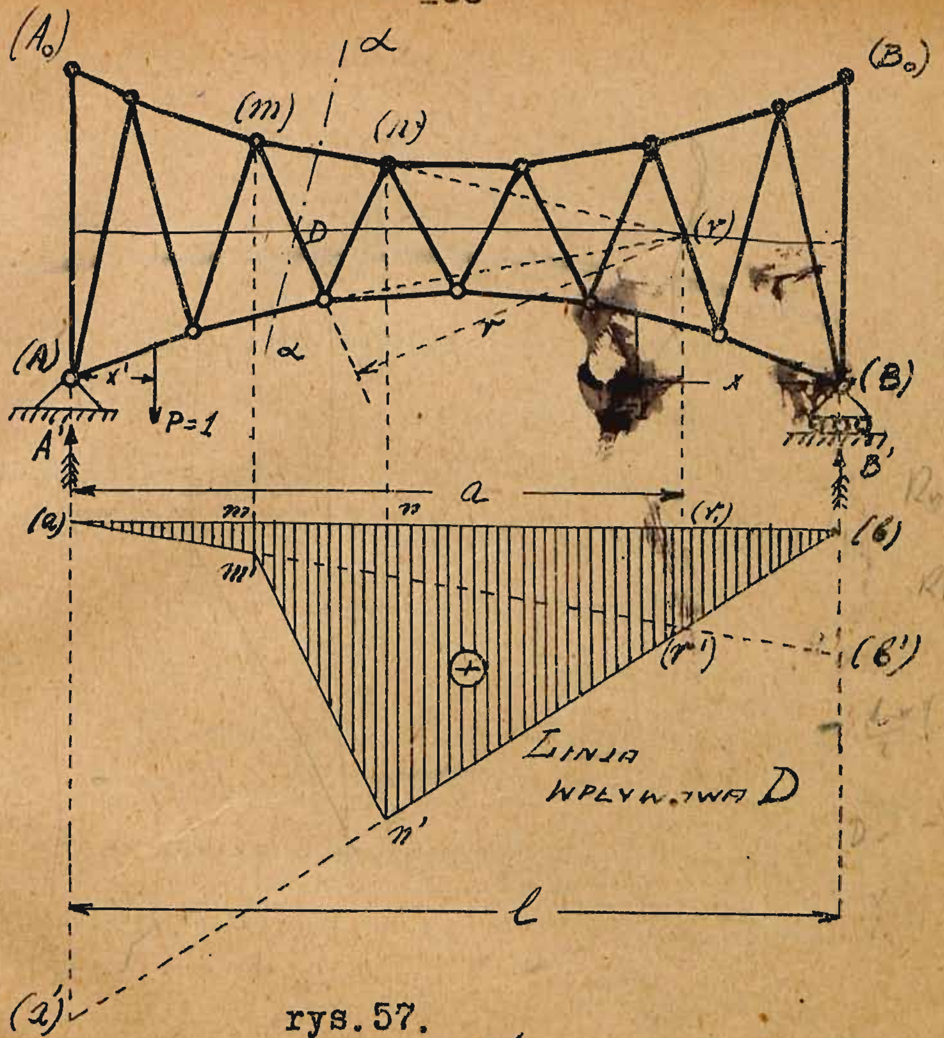
Wyznaczmy linję wpływową reakcji w zastrzale D, przeciętym przekrojem α-α, przy obciążeniu węzłów górnego pasa. Osie prętów pasów przeciętych przekrojem α-α, przecinają się w punkcie (r), który jest biegunem momentów, czyli punktem Ritter'a; odległość tego punktu od podpory (A) oznaczmy przez a.

Przy obciążeniu siłą $P=1$ w odległości x od podpory (B) prawej części dźwigara /względem przekroju α-α/, na lewą część dźwigara będzie działać tylko jedna siła zewnętrzna, mianowicie reakcja A' podpory (A).

$$A' = \frac{1x}{l}$$

Rozpatrując równowagę lewej części dźwigara, mamy warunek, że suma momentów wszystkich sił, działających na tą część dźwigara względem punktu (r) musi być równa zeru, t.j.

$$A'a - Dr = 0$$



rys.57.

Ponieważ moment siły A' jest dodatni, to moment siły D, oczywiście, musi być ujemny, t.j. siła D musi być skierowana na dół i musi rozciągać część zastrzału, należącą do lewej części dźwigara.

Skąd:

$$D = A'\frac{a}{r} = \frac{1 \cdot x \cdot a}{l \cdot r}$$

Ten wyraz przedstawia równanie prostej, rzędne której $(y)'$ są:

1/ przy $x=0$; $\eta=0$

2/ -"- $x=l$; $\eta=\frac{a}{r}$

Część tej prostej w granicach od (b) do (u') przedstawia linję wpływową reakcji w zastrzale D, odpowiednią położeniom obciążenia na prawej części dźwigara, t.j. od węzła (B_0) do węzła (n).

Jeśli obciążenie siłą $P=1$, w odległości x' od podpory A będzie działać na lewą część dźwigara /między węzłami (A_0) i (m)/, to na prawą część dźwigara będzie działać tylko jedna siła zewnętrzna, mianowicie reakcja B' podpory (B)

$$B=\frac{1x'}{l}$$

Suma momentów sił, działających na prawą część dźwigara, względem punktu (r) musi być równa zeru, skąd wypływa, że moment reakcji D w zastrzale musi być równy momentowi reakcji B', ale mieć znak odwrotny.

Ponieważ zaś moment reakcji B' względem punktu (r) jest:

$$-B(l-a)=-\frac{1x'}{l}(l-a)$$

t.j. ujemny, to moment reakcji D musi być dodatni, t.j. D musi być skierowane do góry i rozciągać część zastrzału D, należącą do prawej części dźwigara.

Widzimy, że znak reakcji w zastrzale D jest jednakowy /rozciąganie $(+)$/, niezależnie od tego, czy obciążenie działa na lewą, czy na prawą część dźwigara.

/Przy wypukłych pasach -/rys.55 i 56/ mieliśmy punkt (r) nazewnątrz dźwigara i r ó ż n e z n a k i rzędnych linji wpływowej w zależności od położenia obciążenia na lewej lub na prawej części dźwigara/.-

Równanie momentów dla prawej części dźwigara /rys.57/ daje:

$$-\frac{1.x'(l-a)}{l} + Dr = 0$$

skąd:

$$D = \frac{1.x'(l-a)}{l.r}$$

Jest to równanie prostej, mającej rzędne:

1/ $x' = 0 \; ; \; \eta_0 = 0$

2/ $x' = l \; ; \; \eta_l = \frac{l-a}{r}$

Za pomocą tych rzędnych prosta tu może być wykreślona, jest to prosta $(a)-(b)$ /rys.57/, mająca na pionie podpory (A) rzędną zero a na pionie podpory (B) rzędną $\frac{l-a}{r}$

Dla linji wpływowej reakcji zastrzału D ma znaczenie tylko część tej prostej, odpowiadająca granicom obciążeń lewej części dźwigara, t.j. od węzła (A_0) do węzła (m). Między obciążonemi węzłami (m) i (n) reakcja w zastrzale D, jak wiadomo z ogólnych własności linji wpływowych, zmienia się według prostej $(m'n')$.

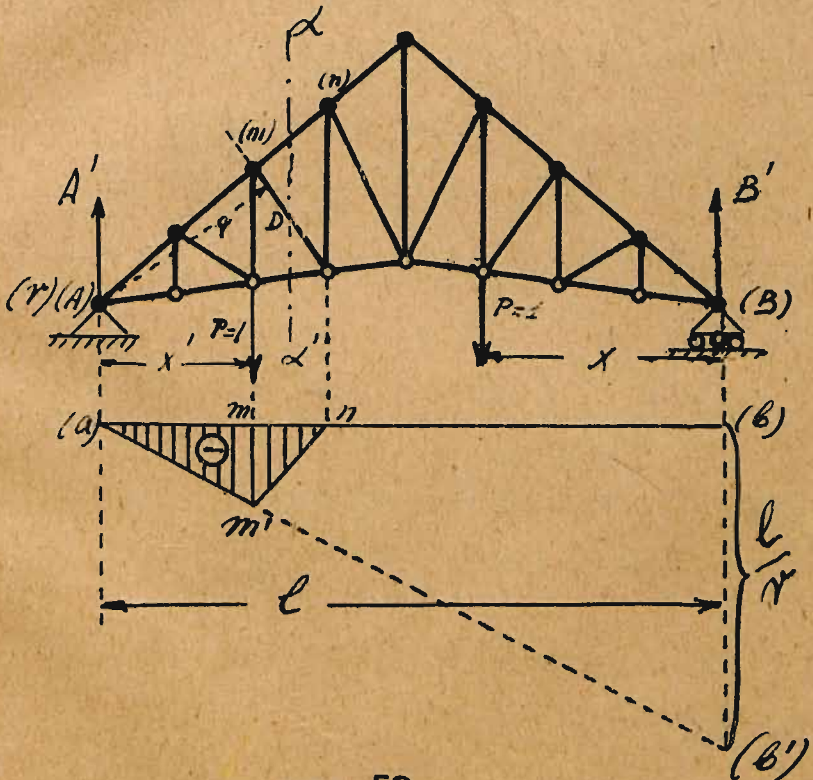
Z powyższego widać, że linja wpływowa reakcji zastrzału D, opadającego ku środkowi dźwigara, ma rzędne jednego znaku tylko dodatnie $(+)$, t.j. zastrzał jest rozciągany.

Łatwo, z podobnych rozumowań, przekonać się, że dla sąsiedniego zastrzału wznoszącego się ku środkowi dźwigara, linja wpływowa będzie miała rzędne tylko ujemne, t.j. zastrzał będzie ściskany.

Proste (a)-(b') i (a')-(b) /rys.57/ przecinają się między sobą w punkcie (r'), leżącym na pionie, przechodzącym przez punkt (r), ponieważ stosunek odległości $a:(l-a)$ punktu r do podpór (A) i (B) równa się stosunkowi odległości do tychże podpór punktu (r'), co łatwo dowieść z podobieństwa trójkątów $aa'r'$ i $bb'r'$.

IV. C z w a r t y   w y p a d e k . Punkt przecięcia się osi pasów trafia na podporę (A) /rys.58/.

W tym wypadku obciążenie $P=1$, położone na prawo od przekroju $(\alpha-\alpha)$ wywołuje w zastrzale D reakcję r ó w n ą   z e r u , ponieważ moment tej reakcji względem punktu (r), t.j. wzgl. podpory (A) równa się momentowi reakcji podpory (A), który jest



rys.58.

równy zeru, gdyż reakcja ta przechodzi przez biegun momentu, t.j. przez punkt (r)

$\Sigma M_a = R_A \cdot 0 + D \cdot r = 0$ $D = 0$

ΣM_a

$$D.r = 0$$

Ponieważ zaś r nie jest zerem, to D musi być zerem.

Zatem rzędne linji wpływowej reakcji w zastrzale D od podpory B do węzła (n) są równe zeru, czyli linja wpływowa zlewa się z osią odciętych (a)-(b).

Przy położeniu obciążenia $P=1$ w lewej części dźwigara w odległości x' od lewej podpory, mamy jedyną siłę działającą na prawą część dźwigara, reakcję B':

$$B' = \frac{1.x'}{l}$$

Moment tej reakcji względem punktu (r), t.j. (A) jest:

$$-B'l = -\frac{1.x'}{l} \cdot l = -1x'$$

Równy i z odwrotnym znakiem moment reakcji w zastrzale D względem punktu (r) jest

$$+Dr.$$

Skąd

$$-1x' + Dr = 0$$

$$D = \frac{x'}{r}.$$

i reakcja D jest skierowana na dół, t.j. ś c i s k a część zastrzału D, należącą do prawej części dźwigara.

Zatrzał D jest ś c i s k a n y $(-)$

$$D = \frac{x'}{r}$$

Równanie to przedstawia prostą, której rzędne mają znaczenie:

1/ przy $x' = 0$; $\eta_o = 0$

2/ przy $x' = l$; $\eta_c = \frac{l}{r}$

Prosta ta ma rzędną zero na pionie, przechodzącym przez punkt podporowy (A) i rzędną $\frac{l}{r}$ na pionie, przechodzącym przez punkt podporowy (B).

Część tej prostej w granicach obciążenia lewej części dźwigara /względem przekroju α-α'/. t.j. w granicach od węzła (B) do węzła (m) przedstawia linję wpływową reakcji w zastrzale D. Łącząc punkt (m') z punktem (n), t.j. skrajny punkt prostej ab' ze skrajnym punktem (n) odcinka (nb) linji wpływowej, otrzymujemy całkowitą linję wpływową $(a\,m'n\,b)$.