

ROZDZIAŁ II.

L I N J E W P Ł Y W O N E B E L E K P R O -
S T Y C H /t.j. leżących swobodnie na dwóch pod-
porach/..-

§ 1. LINJA WPŁYWOWA REAKCJI PODPORY BELKI PROSTEJ.

Na belce prostej /czyli swobodnie leżącej na
dwóch podporach/ o rozpiętości l postawiony
jest w odległości x od lewej podpory A cięż-
żar P .

Reakcje w podporach będą /jak wiadomo z I-sj
Części Statyki/:

$$A' = \frac{P(l-x)}{l}$$

i

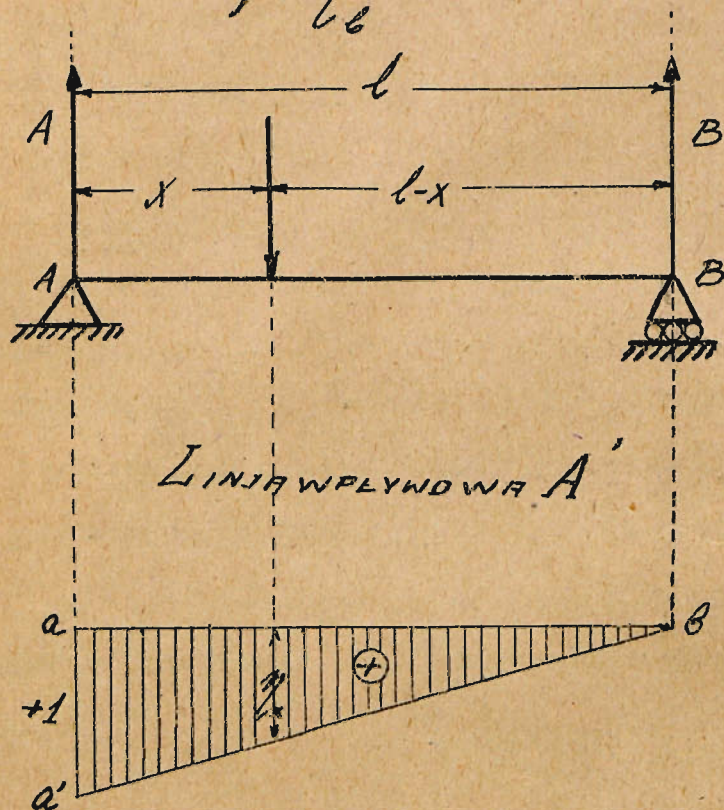
$$B' = \frac{Px}{l}$$

Dla wyznaczenia linji wpływowej reakcji pod-
pory A założmy $P=1$, wtedy:

$$A' = \frac{1(l-x)}{l}$$

Wyraz A' przedstawia równanie linji prostej
(a'c') rys.22/, rzędne której są:

przy $x=0$; $\eta_a = 1$
 przy $x=l$; $\eta_b = 0$



$\bar{a}a' = 1$ / liczba oderwana /

rys. 22.

Wszystkie rzędne są dodatnie.

Reakcje podpór belki prostej, jak wiadomo, nie zmieniają się od zastąpienia obciążenia bez-

pośredniego obciążeniem pośrednim, więc i linie wpływowe w tym ostatnim wypadku pozostaną te same.

Pokażmy zastosowanie linii wpływowych reakcji podpór belki prostej do obliczenia reakcji w wieszaku kratownicy, pokazanej na rys. 23.

Do wieszaka CD jest przymocowana poprzecz-

ne i wprost przeciwne reakcjom poprzecznicy /4/ na te belki. Linje wpływowe reakcji tych belek prostych już znamy, więc odłożywszy rzędną = jedności na pionie przechodzącym przez punkt /4/ i połączyszy koniec tej rzędnej z punktami g i b na osi odciętych, otrzymamy linję wpływową Q , czyli S .

Wziąwszy ΣP , otrzymamy poszukiwaną wartość reakcji w wieszaku S , danego dźwigara kratowego.

§ 2. LINJA WPLYWOWA SIŁY POPRZECZNEJ /SIŁY TNĄCEJ/ V_k W DANYM PRZEKROJU K BELKI PROSTEJ.

Na belkę prostą AB /rys.24/ działają ciężary: P_1 na lewo od przekroju K w odległości x_1 od lewej podpory i P_2 naprawo od przekroju K w odległości x_2 od prawej podpory.

Dowolnie przyjęty przekrój K znajduje się w odległości ξ , od lewej podpory i w odległości ξ_2 od prawej podpory.

Należy wyznaczyć linję wpływową siły poprzecznej /tnącej/ V_k w danym przekroju.

Z rysunku 24 i na mocy znanego określenia si-

ły poprzecznej w danym przekroju belki prostej znajdujemy:

$$V_k = A' - P_1$$

Należy więc znaleźć reakcję lewej podpory A' .

Jako warunek równowagi belki mamy, że suma momentów wszystkich sił, działających na belkę względem dowolnego punktu płaszczyzny działania tych sił musi być równa zeru. Za biegun momentów przyjmujemy punkt B i otrzymujemy:

$$A'l - P_2 x_2 - P_1 (l - x_1) = 0$$

skąd

$$A' = P_2 \frac{x_2}{l} - P_1 \frac{x_1}{l} + P_1$$

Zatem

$$V_k = A' - P_1 = P_2 \frac{x_2}{l} - P_1 \frac{x_1}{l}$$

Ten wyraz ma formę funkcji wpływowej:

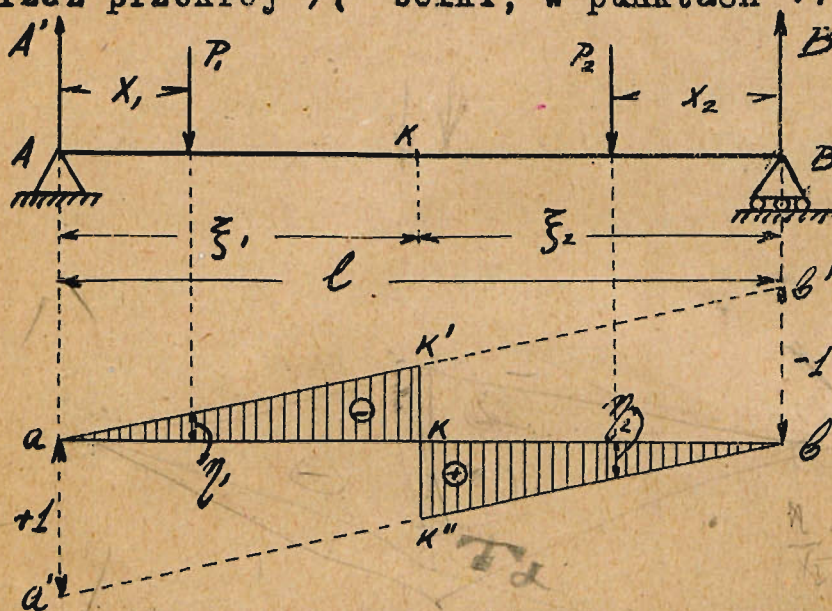
$$V_k = P_1 \eta_1 + P_2 \eta_2$$

gdzie

$$\eta_1 = -\frac{x_1}{l}; \quad \eta_2 = +\frac{x_2}{l}$$

Narysujmy /rys. 24/ oś odciętych ab , której punkty a i b są rzutami końców belki A i B i odłożmy na pionach, przechodzących przez te punkty odcinki $\overline{aa'} = 1$ /liczba oderwana/ i $\overline{bb'} = -1$ /liczba oderwana/, przeprowadźmy proste

$ab'i a'b$ przecinające pion, przechodzący przez przekrój K belki, w punktach K' i K'' .



rys. 24.

Zakreskowane /na rys.24/ pole przedstawia pole wpływowe siły V_k w danym przekroju K prostej belki AB , a linia łamana ($a k, k, b$) przedstawia linię wpływową siły V_k .

W samej rzeczy, rzędna tej linii, zmierzona pod ciężarem P_2 ma wartość:

$$\eta_2 = \overline{aa'} \frac{x_2}{l} = 1 \frac{x_2}{l};$$

rzędna tejże linii, zmierzona pod ciężarem P_1 , ma wartość:

$$\eta_1 = -1 \frac{x_1}{l}$$

Każdy ciężar, znajdujący się po prawej stro-

nie od przekroju K wywołuje w tym przekroju dodatnią siłę poprzeczną; natomiast każdy ciężar znajdujący się po lewej stronie od przekroju K wywołuje w tym przekroju ujemną siłę poprzeczną.

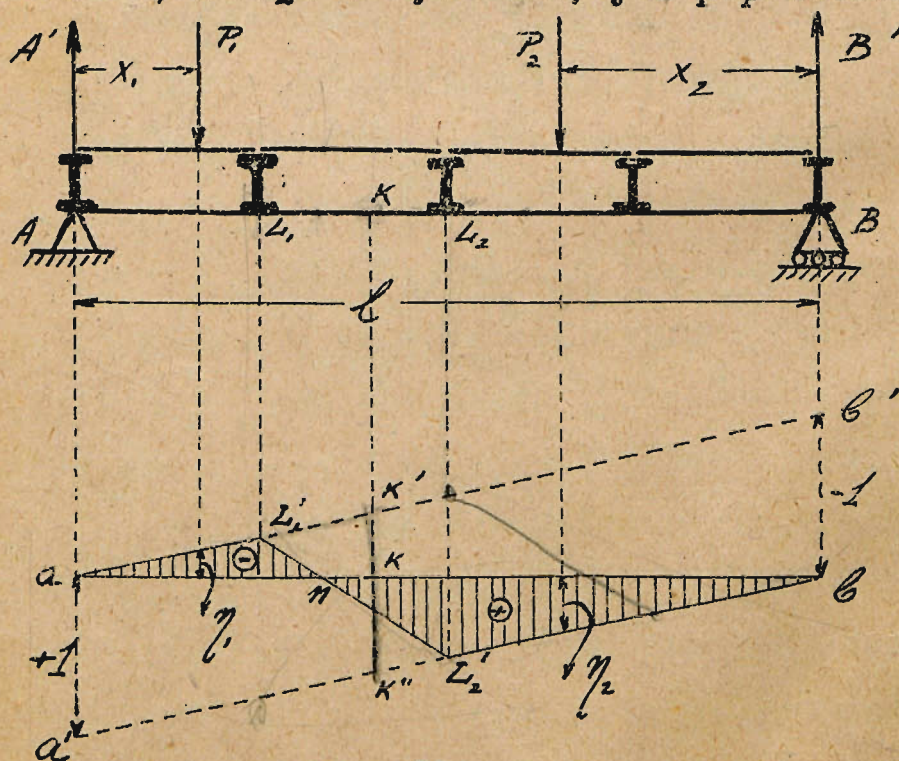
Z rys. 24 widać, że pojedynczy ciężar wywołuje w przekroju K największą liczbowo, dodatnią lub ujemną siłę poprzeczną, kiedy on stanie bezpośrednio naprawo od przekroju K , albo, odpowiednio, bezpośrednio na lewo od przekroju

K Zespół ciężarów ruchomych wywoła max. V_k , kiedy najcięższy ciężar stanie w przekroju K , a pozostałe ciężary zajmą odcinek KB belki, przyczem odcinek AK zupełnie nie będzie obciążony ciężarami ruchomymi. Min. V_k nastąpi, kiedy najcięższy ciężar stanie w przekroju K , a pozostałe ciężary zajmą odcinek AK belki, przyczem odcinek KB belki zupełnie nie będzie obciążony ciężarami ruchomymi.

Zauważmy, że proste ab' i ba' przedstawiają znane już nam linje wpływowe reakcji podpór B i A .

§ 3. LINIA WPŁYWOWA SIŁY POPRZECZNEJ /TNĄCEJ/ V_x BELKI PROSTEJ PRZY OBCIĄŻENIU PO- ŚREDNIEM.

Rozpatrzmy wypadek pośredniego obciążenia belki prostej AB /rys.25/, na którą siły oddają się przez podłużne i poprzeczne belki. Wyznaczmy linię wpływową siły poprzecznej w przekroju K tej belki między dwoma poprzecznymi belkami L_1 i L_2 . W tym celu, jak poprzednio,



rys.25.

założmy, że na belkę działają dwa ciężary P_1 w odległości x_1 od podpory A i P_2 w odległości x_2 od podpory B , przy czym ciężar P_1

znajduje się na lewo od poprzecznej belki L_1 ,
a ciężar P_2 - na prawo od poprzecznej belki L_2 .

Ponieważ reakcje podpór belki nie zmieniają się od pośredniego działania sił, więc wyraz siły poprzecznej w danym przekroju K będzie ten sam, co w wypadku poprzednim, a mianowicie:

$$V_K = A - P_1 = P_2 \frac{x_2}{l} - P_1 \frac{x_1}{l} = P_1 \eta_1 + P_2 \eta_2$$

gdzie

$$\eta_1 = -\frac{x_1}{l}; \quad \eta_2 = \frac{x_2}{l}$$

Zatem, linja wpływowa w granicach odcinków belki, poza przedziałem L_1, L_2 ma tę samą formę, co i przy obciążeniu bezpośrednim, t.j. ta linja wpływowa jest aL_1' i bL_2'

Co zaś się tyczy przedziału L_1, L_2 , w którym znajduje się rozpatrywany przekrój, dla którego mamy wyznaczyć linję wpływową siły poprzecznej, to, na mocy powyżej wskazanego w § 3 /o formie linji wpływowych przy pośrednim oddaniu siły/, linja wpływowa dla tego przedziału jest linja prosta, łącząca punkty L_1' i L_2' . Punkty te są to punkty przecięcia pionów, przechodzących przez węzły L_1 i L_2 , między którymi leży rozpatrywany przekrój K belki AB , - z wykresem linji wpływowej przy bezpośrednim oddaniu sił.

Zauważmy przytem, że punkt zerowy linii wpływowej w każdym przedziale belki /między dwoma sąsiednimi poprzecznymi belkami/ nie będzie się znajdować w jednakowej odległości od tych poprzecznych belek. Odległości te będą inne dla każdego przedziału, ale dla każdego danego przedziału ten punkt zerowy będzie zajmować zupełnie określone położenie względem sąsiednich punktów węzłowych.

§ 4. LINJA WPŁYWOWA MOMENTU ZGINAJĄCEGO M_k
W DANYM PRZEKROJU BELKI PROSTEJ PRZY
OBCIĄŻENIU BEZPOŚREDNIEM.

Załóżmy, że na belkę prostą AB działają ciężary P_1 i P_2 /rys.26/, z których pierwszy znajduje się w odległości X_1 od lewej podpory, a drugi - w odległości X_2 od prawej podpory. Wyznamy linję wpływową momentu zginającego belkę w przekroju K , leżącym między temi ciężarami - w odległości ξ_1 i ξ_2 od podpór A i B .

Na mocy określenia momentu zginającego belkę w danym przekroju /patrz I-szą Część Statyki Budowlanej/ możemy napisać:

$$M_k = A \xi_1 - P_1 (\xi_1 - x_1)$$

Ponieważ zaś reakcja podpory A :

$$A = P_2 \frac{x_2}{l} - P_1 \frac{x_1}{l} + P_1 l$$

więc mamy:

$$M_K = P_1 \frac{x_1 (l - \xi_1)}{l} + P_2 \frac{x_2 \xi_1}{l}$$

Widzimy, że funkcja M_K ma formę:

$$M_K = P_1 \eta_1 + P_2 \eta_2$$

t. j. ma postać funkcji węzłowej.

Przytem:

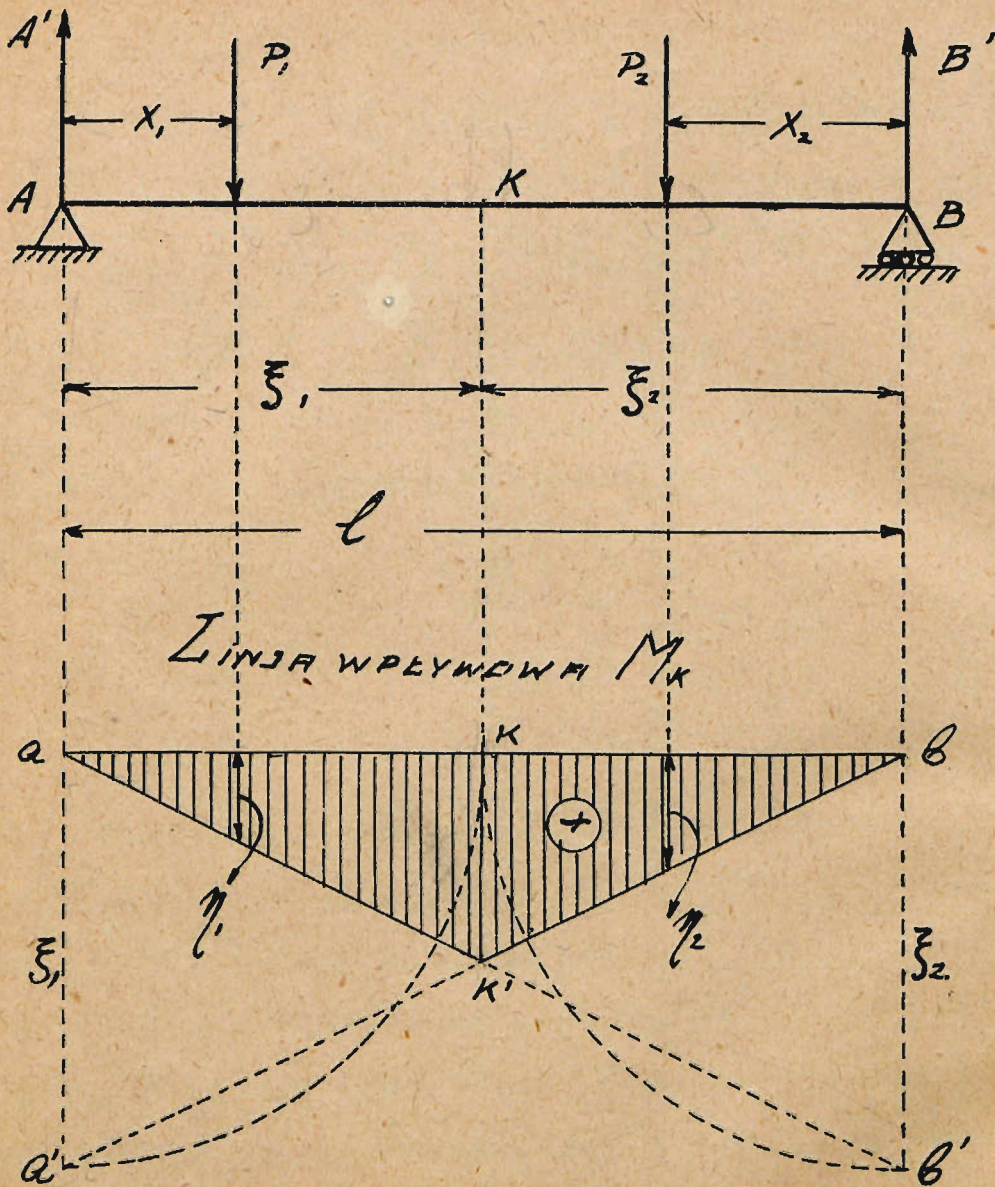
$$\eta_1 = \frac{x_1 (l - \xi_1)}{l} = \frac{x_1 \xi_2}{l}$$

i

$$\eta_2 = \frac{x_2 \xi_1}{l}$$

Odkłómy na pionie, przechodzącym przez punkt A od osi odciętych ab odcinek $aa' = \xi_1$, i przeprowadźmy prostą linię $a'b$, która przecnie pion przechodzący przez dany przekrój belki K w punkcie K' . Złączmy punkt K' z punktem a prostą linią. Łamana linia $(aK'b)$ przedstawi linię wpływową momentu zginającego M_K w danym przekroju K belki prostej AB .

W rzeczy samej, z podobieństwa trójkątów, łatwo sprawdzić, że ta linia ma pod ciężarem P_2 rzędną $\eta_2 = \frac{\xi_1 x_2}{l}$, a pod ciężarem P_1 - rzędną $\eta_1 = \frac{\xi_2 x_1}{l}$.



rys. 26.

UWAGA: 1/ η - wartości linjowe /ramiona momentów/
 2/ Za jedność przyjmujemy stosunek $\frac{\bar{aK}}{\bar{aa}'} = 1$
 3/ $\bar{aa}' = \xi_1$; $\bar{bb}' = \xi_2$

. Zauważmy przytem, że prosta ak' odcina na pionie, przechodzącym przez punkt B odcinek $bb' - \xi_2$

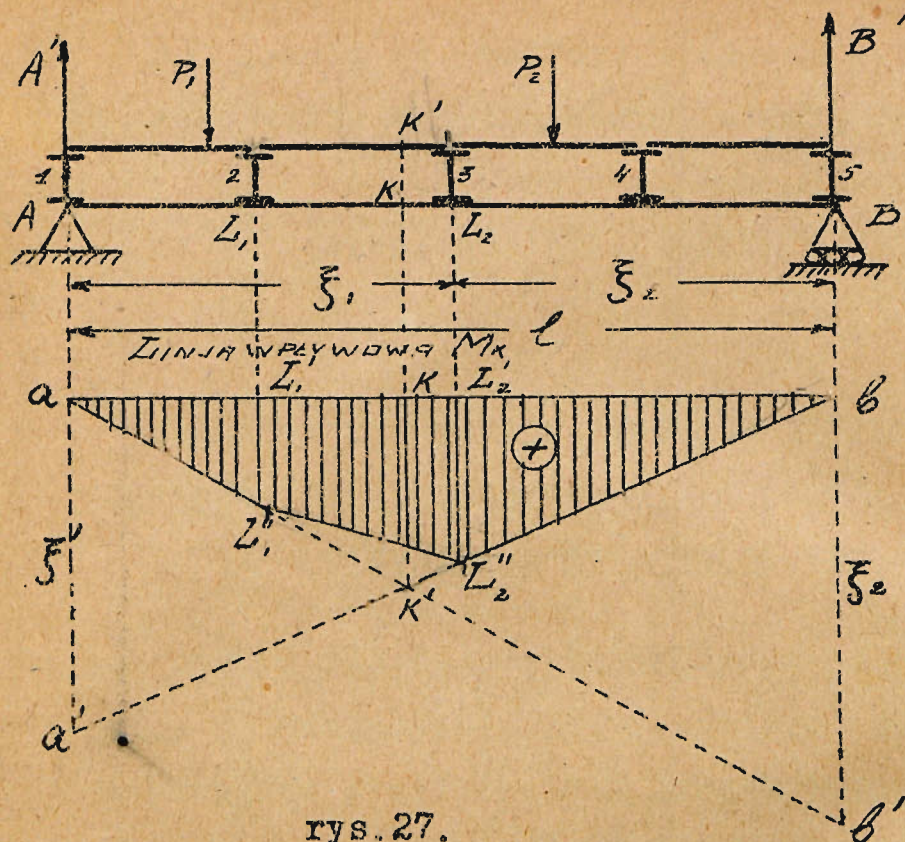
Wszystkie rzędne linii wpływowej M_k są dodatnie .

§ 5. LINJA WPŁYWOWA MOMENTU ZGINAJĄCEGO
 M_k W DANYM PRZEKROJU BELKI PROSTEJ,
PRZY POŚREDNIEM OBCIĄŻENIU.

Na belkę prostą AB obciążenie oddaje się za pomocą czterech belek podłużnych i pięciu belek poprzecznych. Znaleźć linję wpływową momentu zginającego belkę w przekroju K , położonym między 2-ą a 3-cią poprzeczną belką /czyli między drugim i trzecim węzłem/.

Z początku rysujemy linję wpływową M_k zupełnie tak jak dla bezpośredniego obciążenia, t.j. tak, jak wskazano wyżej w § 4-II. §

Następnie, na mocy twierdzenia dowiedzionego wyżej w § 3-I że przy pośrednim oddaniu siły linja wpływowa między dwoma punktami przenoszącymi siły/t.j. między dwoma poprzecznymi belkami/ jest linją prostą, łączymy /rys.27/ punkty Z_1 i Z_2 linją prostą, która odcina trójkąt z wierzchołkiem K' .



rys. 27.

Ten trójkąt przedstawia linię wpływową dla momentu zginającego w punkcie K' belki podłużnej /2-3/, na którą bezpośrednio mogą działać obciążenia.

W rzeczy samej, dopóki ciężar ruchomy znajduje się albo z lewej strony węzła L_1 , albo z prawej strony węzła L_2 , dopóty momenty M_K w przekroju K belki prostej AB są jednakowe, jak przy bezpośrednim, tak i przy pośrednim obciążeniu, gdyż linia wpływowa jest w obu wypadkach prostą. Co zaś do przedziału L_1, L_2 , to linia wpływowa przy pośrednim obciążeniu

musi być prostą L, L_2 , a nie łamaną L, K, L_2 / § 3. RI/.

ROZDZIAŁ III.

L I N J E W P Ł Y W O W E B E L E K W S P O R N I K O W Y C H .

§ 1. OGÓLNE UWAGI.

Belki wspornikowe używają się zwykle w konstrukcjach w połączeniu z belkami prostymi, opierającymi się na końcach wsporników t.j. zwykle mamy do czynienia z kompleksem belek wspornikowych i prostych.

Linje wpływowe dla belek prostych są już nam znane, pozostaje rozpatrzeć linje wpływowe dla belek wspornikowych, uwzględniając działanie belek prostych na połączone z nimi belki wspornikowe.

Rozpatrzmy /rys.28/ belkę wspornikową $(BCDE)$, leżącą na podporach C i D i mającą zwieszające się części, czyli wsporniki /konsole/ BC i DE , na końcach których opierają się /lub są przywieszzone przegubowo/ belki proste AB i EF . Ciężary, leżące na belkach prostych AB i EF oczywiście będą dzia-