przypadku łatwo również dojść bezpośrednio; siły bowiem ośrodkowe są w tym razie symetryczne względem płaszczyzny symetryi; wypadkowa ich przeto leżeć musi w tej płaszczyźnie; a wypadkowa sił stycznych musi być do niej prostopadłą.

Z tychże powodów, w myśl § 39-tego, suma momentów sił bezwładności figury płaskiej materyalnej, obracającej się około osi, leżącej w płaszczyźnie tej figury względem bieguna, obranego w rzucie środka masy na oś obrotu, równa się zeru. Jeżeli przeto na bryłę taką nie działają siły zewnętrzne, lub też działają siły posiadające wypadkową, przechodzącą przez punkt bezwładności, to w celu unieruchomienia takiej osi wystarczy podeprzeć ją tylko w punkcie bezwładności; występująca bowiem siła odporowa równoważyć się będzie z siłami bezwładności.

Jeżeli oś, posiadająca punkt bezwładności, przechodzi przez środek masy, to nie tylko suma momentów sił bezwładności względem bieguna, obranego w tym punkcie, zniknie, lecz i siły bezwładności tak styczne jak i odśrodkowe znikną, porów. wzory 193-ci i 194-ty; i to zachodzi nie tylko względem bieguna przekształceń, obranego w punkcie bezwładności, lecz również, — na podstawie twierdzenia, dowiedzionego w § 34-tym dla przypadku 2-go,—względem każdego innego bieguna obranego na tej osi; czyli w danym przypadku siły bezwładności, jak i ich momenty, wzajemnie się równoważą i nie działają na oś obrotu; a bryła raz obrócona około takiej osi, obracać się będzie bez jej podtrzymywania; oś taką nazwano **osią swobodną** danej bryły.

Ponieważ oś, która posiada punkt bezwładności dla danej bryły i przechodzi przez środek jej masy, jest jedną z osi głównych elipsoidy środkowej tej bryły; przeto każda bryła materyalna posiada trzy osi swobodne; które pokrywają się z kierunkami średnic głównych środkowej elipsojdy bezwładności.

Niezmienność obrotu około osi głównej należy uważać jako szczególny wyraz bezwładności materyi.

I. Ruch kulisty bryły materyalnej bez udziału sił zewnętrznych lecz z prędkością początkową.

80. Zadanie. Jeżeli środek masy pewnej bryły materyalnej unieruchomimy w przestrzeni w ten sposób, że bryła będzie mogła swobodnie się kręcić około tego punktu i jeżeli następnie nadamy jej pewien ruch początkowy, to bryła ta wykonywać będzie pewien ściśle określony ruch kulisty, który mamy obliczyć; zakładając, że na daną bryłę po nadaniu jej ruchu początkowego nie działają żadne siły zewnętrzne; a jeżeli działają, to—tylko takie, które nie dają momentu względem bieguna, obranego w punkcie podparcia; z tego też względu przyjęliśmy, że bryła dana jest podparta w środku swej masy; unikamy bowiem w ten sposób momentu jej siły ciężkości względem bieguna obranego w środku masy.

Zadanie to jest podobne do zadania, jakie rozpatrywaliśmy w § 47-ym, z tą tylko różnicą, że w tamtem zadaniu bryła mogła obracać się tylko około osi nieruchomej; i dla tego przypadku okazaliśmy, że bryła taka obrócona raz około osi nieruchomej i pozostawiona sama sobie, obracać się dalej będzie około tej osi ruchem jednostajnym. W danym zaś przykładzie, w którym bryła ma tylko jeden punkt unieruchomiony, znane jest położenie osi chwilowego obrotu tylko w początku jej ruchu; podczas zaś dalszego ruchu położenie jej będzie się zmieniać, wskutek występujących podczas obrotu bryły momentów sił bezwładności; które, chociaż występują również w bryle obracającej około osi nieruchomej, równoważą się one jednakże z momentami sił odporowych, występujących w łożyskach i nie powodują zmiany położenia tej osi. Zadanie przeto ruchu kulistego tak wogóle, jak i w tym przypadku polega na określeniu miejsca geometrycznego osi chwilowych obrotów w bryle i w przestrzeni; inaczej mówiąc, zadanie to polega, stosownie do § 71-go tomu I-go, na określeniu stożka ruchomego, związanego z daną bryłą, oraz—stożka nieruchomego, po którym toczy się stożek ruchomy.

Rozwiązanie. Ruch kulisty posiada trzy stopnie swobody, trzy przeto równania algebraiczne lub jedno równanie wektorowe wystarczy do określenia tego ruchu; równaniem tem jest równanie momentów. W danym przykładzie moment sił zewnętrznych względem obranego bieguna, w punkcie nieruchomym, równa się zeru; równanie przeto dynamiczne jest następujące

$$\frac{d\overline{M}_v}{dt} = 0;$$

które po scałkowaniu przedstawi się w postaci:

$$\overline{M}_v - \overline{M}_{v,0} = 0.$$

Równanie to wyraża, że wektor momentu ilości ruchu danej bryły, jest w każdej chwili podczas ruchu bryły wielkością stałą co do kierunku zwrotu i długości.

Pomimo więc tego, że oś chwilowego obrotu może zmieniać swój kierunek w przestrzeni, wektor $\overline{M}_v$ pozostawać będzie nieruchomym. Bryła zatem podczas ruchu tak się będzie ustawiać w przestrzeni, że wektor momentu, względem punktu nieruchomego, ilości jej ruchu pozostawać będzie nie zmieniony, i z tego warunku należy określić ruch tej bryły; t. j. należy wyznaczyć miejsce geometryczne osi chwilowych obrotów. W tym celu zastosujemy najpierw równanie równowartości pracy i energii kinetycznej, jako jedno z równań algebraicznych równania momentu ilości ruchu.

Ponieważ w danym przykładzie praca sił zewnętrznych równa się zeru, przeto zachodzi tu również przypadek zachowania energii kinetycznej danej bryły.

Jeżeli wektorem $\bar{\varphi}$ wyrazimy prędkość obrotową bryły w dowolnej chwili, a literą T_0 wartość energii kinetycznej tej bryły w początku ruchu, to warunek zachowania energii wyrazimy stosownie do wzoru 78-go

$$\tfrac{1}{2}\, I_\varphi \,.\, \varphi^2 = T_0;$$

w którym I_φ oznacza moment bezwładności danej bryły względem osi, około której bryła obraca się w danej chwili. Z równania tego obliczymy wartość prędkości obrotowej

$$\varphi = \frac{\sqrt{2\,T_0}}{\sqrt{I_\varphi}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (197)$$

a ponieważ nie znany jest jej kierunek, przeprowadzimy przeto w myśli przez dany punkt pęk osi, i na każdej z nich od punktu nieruchomego odetniemy, odpowiednią tej osi wartość prędkości, obliczoną z powyższego wzoru; a w utworzonym w ten sposób pęku wektorów znajdować się będą i wektory, określające prędkości obrotowe, jakie dana bryła w rzeczywistości wykonywać będzie. Ażeby te wektory odnaleźć zbadajmy najpierw postać powierzchni, jaką tworzą końce tych wektorów; w tym celu porównajmy wzór 197-my ze wzorem, podanym w § 32-gim tego tomu

$$\rho = \frac{\lambda^2}{\sqrt{I_l}};$$

określającym elipsoidę bezwładności bryły, zbudowanej w punkcie nieruchomym; a zważywszy, że I_l oznacza w tym wzorze moment bezwładności bryły względem osi, przechodzącej przez promień wodzący ρ, a I_φ we wzorze 197-ym oznacza takiż moment względem osi obrotu φ; przyjdziemy do wniosku, jeżeli przyjmiemy nieokreśloną w tym wzorze wielkość

$$\lambda^2 = \sqrt{2\,T_0};$$

$$\text{że} \quad \bar{\varphi} = \bar{\rho}\,.$$

Końce przeto wektorów chwilowych prędkości obrotowych danej bryły leżą na powierzchni elipsoidy bezwładności, zbudowanej w punkcie nieruchomym, jeżeli dla λ przyjmiemy wielkość, określoną powyższym wzorem.

Ażeby otrzymać drugie równanie algebraiczne, wyrażające związek pomiędzy prędkością obrotową a momentem ilości ruchu, zrzutujmy wektor $\bar{\varphi}$ na kierunek wektora $\bar{M}_v$; a oznaczywszy wielkość tego rzutu literą φ', wyrazimy ją, stosownie do określenia iloczynu skalarnego, podanego we wzorze 153-cim § 191-ego tomu I-go równaniem *)

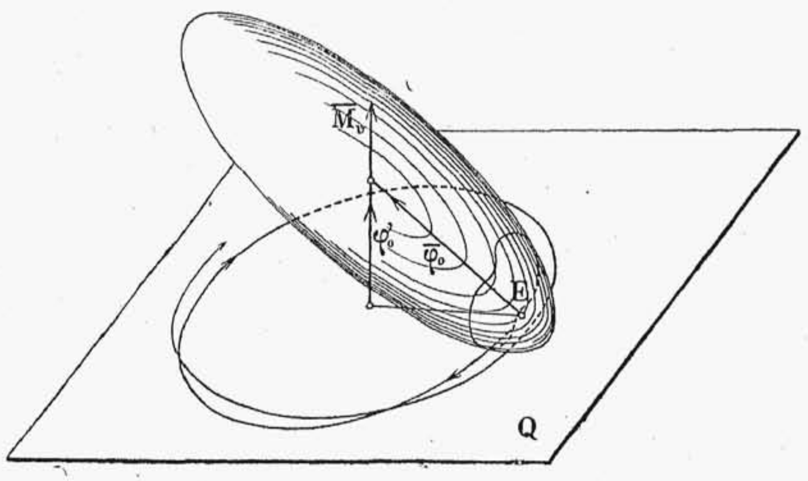
$$\varphi' = \frac{\bar{\varphi} \cdot \bar{M}_v}{M_v};$$

a zważywszy, że, na zasadzie równania 82-ego, licznik tego równania wyraża podwójną wartość energii kinetycznej, która w danym przykładzie jest stałą, a wielkość M_v jest również stałą, jako długość wektora niezmiennego; przeto przyjdziemy do wniosku, że rzuty φ' wektorów $\bar{\varphi}$, zmiennych co do długości i położenia podczas ruchu bryły, na kierunek niezmienny wektora $\bar{M}_v$ są stałe; a więc i równe rzutowi znanego wektora prędkości początkowej φ_0 na tenże kierunek. Gdybyśmy np. dla początkowego ruchu wyznaczyli w jakibądź sposób, odpowiadający temu ruchowi, wektor $\bar{M}_{v,0}$; (np. z równania 76-ego) i zrzutowali na jego kierunek prędkość początkową $\bar{\varphi}_0$, wtedy otrzymalibyśmy odcinek φ'_0, przez koniec którego przeprowadzona płaszczyzna Q prostopadle do kierunku $M_{v,0}$ byłaby miejscem geometrycznem końców wszystkich nieznanych wektorów $\bar{\varphi}$; płaszczyznę Q ze względu na tę właściwość nazwano płaszczyzną nieruchomą danej bryły.

Koniec przeto wektora $\bar{\varphi}$ znajduje się podczas ruchu bryły, jednocześnie na powierzchni elipsoidy bezwładności, zbudowanej w punkcie nieruchomym i na płaszczyźnie nieruchomej, przeprowadzonej przez koniec wektora φ'_0, prostopadle do kierunku $\bar{M}_{v,0}$. Ponieważ ruch bryły w każdej chwili może posiadać tylko jedną oś chwilowego obrotu, elipsoida przeto bezwładności może mieć jeden tylko punkt wspólny z płaszczyzną nieruchomą; t. j. może być do niej styczną. Podczas przeto ruchu bryły jej elipsoida bezwładności, którą uważamy za sztywno połączoną z bryła i z nią razem się poruszającą, styka się kolejno swymi punktami z płaszczyzną nieruchomą; z czego wynika, że ta elipsoida albo ślizga się albo toczy się po tej płaszczyźnie lub też wykonywa jednocześnie obydwa te ruchy, zatrzymując jednakże swój środek w pukcie nieruchomym. Zważywszy jednakże, że punkt zetknięcia się elipsoidy z tą płaszczyzną, jako punkt osi chwilowego obrotu, nie posiada w chwili zetknięcia się z płaszczyzną żadnej prędkości; przeto przyjdziemy do wniosku, że elipsoida ta nie ślizga się po tej płaszczyźnie, lecz toczy się po niej. Ruch przeto kulity bryły materyalnej, która otrzymała pewną prędkość początkową; i na którą nie działają siły zewnętrzne lub których momenty względem punktu podparcia równają się zeru, będzie taki, że jej elipsoida bezwładności, zbudowana w punkcie podparcia

*) gdyż stosownie do danego określenia iloczynu skalarnego $\bar{\varphi} \cdot \bar{M}_v = \varphi \cdot M_v \cdot \cos(\varphi, M_v)$.

i sztywno z nią związana, będzie się toczyć bez ślizgania się po płaszczyźnie nieruchomej.



Rys. 42.

Mając przeto daną bryłę w początkowem jej położeniu, oraz mając dany wektor $\bar{\varphi}_0$ początkowej jej prędkości, obliczymy

$$T_0 = \tfrac{1}{2}\,\varphi_0^2 \,.\, I_0, \quad \text{a stąd} \quad \lambda^2 = \sqrt{2\,T_0}$$

i zbudujemy elipsoidę bezwładności, rys. 42-gi. Następnie przez koniec wektora $\bar{\varphi}_0$, który oznaczyliśmy na tej elipsoidzie literą E, przeprowadzimy płaszczyznę styczną do tej elipsoidy; a płaszczyzna ta będzie płaszczyzną nieruchomą; gdy następnie zbudowaną w ten sposób elipsoidę toczyć będziemy po tej płaszczyźnie, pozostawiając jej środek w punkcie nieruchomym, otrzymamy ruch danej bryły, którą wyobrażamy sobie sztywno połączoną z jej elipsoidą bezwładności.

Kierunek wektora $\overline{M}_v$ danego ruchu wyznaczymy, gdy z punktu nieruchomego opuścimy prostopadłą na płaszczyznę nieruchomą Q, a prostopadła ta wyznaczy kierunek wektora $\overline{M}_v$, który niezmienia się podczas ruchu bryły.

Elipsoida bezwładności, tocząc się po płaszczyźnie nieruchomej, dotyka się jej różnymi punktami swej powierzchni; gdy te punkty w jakibądź sposób utrwalimy na powierzchni elipsoidy, to otrzymamy pewną krzywę: którą Poinsot (twórca powyższej konstrukcyi ok. 1804 r.), nazwał polodją, t. j. torem polusów, a którą my nazwiemy **torem ruchomym** biegunów. Promienie, wyprowadzone z punktu nieruchomego do punktów toru tych biegunów wyznaczają stożek, który należy wyobrazić sobie sztywno połączony z daną bryłą; wszystkie tworzące tego stożka stają się kolejno osiami chwilowych obrotów bryły; jest to więc stożek ruchomy, ściśle związany z poruszającą się bryłą; o stożku tym mówiliśmy w kinematyce ruchu kulistego, w § 45-tym tomu II-ego. Punkty zetknięcia się elipsoidy z płaszczyzną nieruchomą, utrwalone na tej płaszczyźnie, wyznaczają inną krzywą; nazwaną herpolodyą; a którą my nazwiemy **torem nieruchomym** biegunów. Promienie, wyprowadzone z punktu nieruchomego do punktów tego toru, utworzą stożek, który będzie stożkiem nieruchomym i którego tworzące będą kolejno osiami chwilowych obrotów bryły. Cały więc przebieg ruchu kulistego bryły można wyobrazić sobie jako toczenie się stożka ruchomego po stożku nieruchomym. Ogólny obraz tego ruchu wraz z torem nieruchomym przedstawiony jest na rys. 42-gim; przykład zaś torów ruchomych dla wszelkich prędkości początkowych przedstawiony jest oddzielnie na rys. 46-tym.

W szczególnym przypadku, gdy elipsoida bezwładności jest elipsoidą obrotową, § 33-ci, p. 8-my tej części, wtedy obydwa te tory staną się kołami, i obydwa stożki będą stożkami prostymi o podstawach kołowych. Jeżeli zaś elipsoida bezwładności pewnej bryły ma postać kuli, to płaszczyzna styczna do niej przeprowadzona przez koniec wektora φ_0 jest jednocześnie prostopadłą do wektora; czyli kierunek momentu ilości ruchu pokrywa się z kierunkiem osi obrotu; obrót przeto takiej bryły będzie odbywał się nieustannie około osi początkowego obrotu; a tor ruchomy i tor ich nieruchomy przedstawiają się w postaci pojedyńczych punktów. Takiż ruch powstanie, gdy kierunek początkowej prędkości pokrywa się z kierunkami jednej z osi głównych; do tych wniosków doszliśmy również w końcu § 79-tego tego tomu.

Właściwości elipsoidy bezwładności wyzyskać również można w celu wyznaczenia wektora np. $\overline{M}_v$, gdy dany jest ruch bryły, t. j. gdy dany jest wektor $\overline{\varphi}$; i odwrotnie; do czego również dojść można drogą analityczną, stosując równania 74-te i 76-te.

81. Osi obrotu stateczne i niestateczne. Z tych i z poprzednich rozpatrywań wynika, § 79-ty, że gdy oś początkowego obrotu pokrywa się z kierunkiem jednej z głównych osi elipsoidy środkowej bezwładności danej bryły, natenczas obrót tej bryły, gdy nie działają na nią siły zewnętrzne, będzie odbywał się stale około tej osi. Każda bryła, wogóle mówiąc, posiada trzy takie osi, które wskutek tej właściwości nazwane są **osiami swobodnemi** danej bryły; gdyż osi te mogą pozostawać swobodnemi, a bryła będzie się około każdej z nich obracać, kierunki zatem osi głównych elipsoidy bezwładności, zbudowane w środku bryły są jednocześnie osiami swobodnemi danej bryły.

Osi te jednakże pomimo tych wspólnych właściwości różnią się między sobą pod względem obrotów, jakie bryła dana wykonywa, a które nazwiemy obrotami statecznymi lub niestatecznymi

Wogóle nazywamy ruchem **statecznym** pewnej bryły taki jej ruch, który, po nieskończenie małej zmianie ruchu początkowego, zmienia się również nieskończenie mało; i odwrotnie, — ruchem **niestatecznym** nazwiemy taki ruch, który, po takiej zmianie, doznaje skończonych zmian. Punkt np. materyalny, znajdujący się w rurce, § 41-szy tomu III-go na odległość x, określonej wzorem 91-szym, jest w ruchu kołowym niestatecznym; tymczasem takiż ruch punktu wahadła stożkowego, § 58-my tomu III-go jest —statecznym. Pojęcie stateczności ruchu jest przeto podobne do takiegoż pojęcia, podanego w statyce w § 124-tym tomu I-go. W naszym przykładzie obrotu bryły około jednej z osi głównych ruchem statecznym nazwiemy taki ruch, który niewiele się zmieni, jeżeli niewiele odchylimy oś początkowego obrotu od osi głównej; oś główną, około której odbywa się ruch stateczny, nazwiemy osią stateczną; w przeciwnym razie niestateczną. Zbadajmy teraz, które z osi swobodnych są stateczne, a które niestateczne. Zadanie to sprowadzić można do wyznaczenia postaci ruchomego toru biegunów, gdy jeden jego punkt jest dany. Jeżeli bowiem tor, którego jeden punkt jest dany w blizkości jednego z wierzchołków elipsoidy, otacza ten wierzchołek w blizkości; to ruch będzie stateczny, a oś taką nazwiemy stateczną; jeżeli zaś tor ten pomimo tego, że jeden jego punkt obrany został w blizkości wierzchołka, oddali się znacznie od tego wierzchołka, to ruch będzie niestateczny, a odpowiednią oś nazwiemy niestateczną. W celu przeprowadzenia tych badań przekształcimy nieco sposób wyznaczenia ruchomego toru biegunów danej bryły.

Płaszczyzna styczna, przeprowadzona do środkowej elipsoidy bezwładności w pewnym jej punkcie jest płaszczyzną nieruchomą, po której elipsoida się toczy w ten sposób, że odległość jej środka od płaszczyzny pozostaje podczas toczenia się niezmieniona. Na zasadzie jednakże przemienności ruchów, str. 182-ga tomu III-go tenże tor biegunów ruchomych może być również wyznaczony przez toczenie płaszczyzny stycznej po elipsoidzie w ten sposób, ażeby jej odległość od środka elipsoidy była stałą. Toczenie takie można wykonać w ten sposób, że ze środka elipsoidy opiszemy kulę o promieniu φ'_0; a każda płaszczyzna dotykająca jednocześnie tej kuli i elipsoidy, odpowiadać będzie powyższemu warunkowi; w ten sposób punkty zetknięcia się płaszczyzny z elipsoidą wyznaczą na elipsoidzie tor ruchomy biegunów. Zastosujmy ten sposób do wyznaczenia ruchomego toru biegunów, gdy oś początkowego obrotu tworzy niewielki kąt z jedną z osi głównych i w tym celu oznaczymy długości półśrednic elipsoidy bezwładności danej bryły literami a, b, c i przyjmiemy, że

$$a > b > c;$$

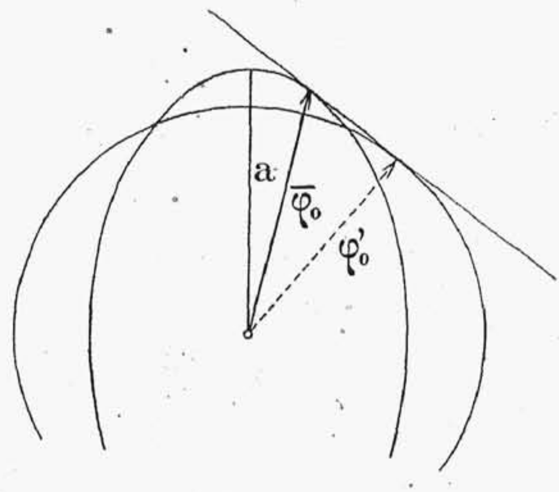
co wogóle zawsze możemy przyjąć za wyjątkiem szczególnych przypadków, o których będzie jeszcze mowa.

Gdy $\bar{\varphi}_0 = \bar{a}$; t. j. gdy kierunek osi obrotu początkowego pokrywa się z kierunkiem największej półśrednicy elipsoidy, to

$$\varphi'_0 = \varphi_0 = a;$$

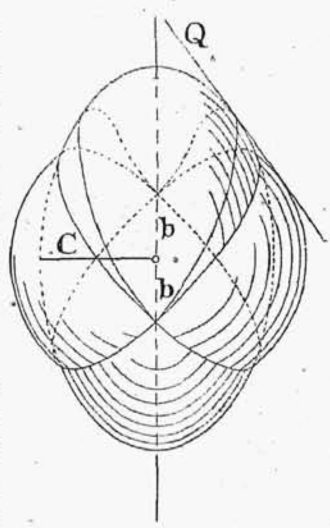
a płaszczyzna nieruchoma dotyka się do elipsoidy i do kuli, zakreślonej promieniem φ'_0 w jednym wspólnym punkcie; tor biegunów w tym przypadku jest punktem pojedyńczym.

Jeżeli zaś kierunek osi $\bar{\varphi}_0$ tworzy niewielki kąt z kierunkiem półśrednicy a, to promień φ'_0 kuli będzie mniejszy od tej półśrednicy; i wierzchołek elipsoidy wyłoni się z powierzchni tej kuli, rys. 43-ci; a tor biegunów, który otrzymamy, tocząc płaszczyznę po obydwóch powierzchniach, znajdować się będzie w bliskości wierzchołka elipsoidy.



Rys. 43.

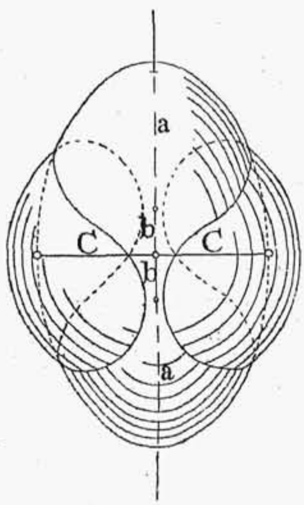
Gdy zaś zmniejszać będziemy promień φ'_0 kuli, wtedy tor biegunów będzie się oddalał od wierzchołków największej średnicy, i pewną swą częścią zbliżać się będzie do wierzchołków średniej półśrednicy elipsoidy; w przypadku zaś, w którym średnica kuli równać się będzie średniej półśrednicy b, obydwie gałęzie toru biegunów, leżące na symetrycznych połowach elipsoidy, połączą się z sobą; rys. 44-ty. Gdy następnie średnicę kuli uczynimy mniejszą od średniej średnicy elipsoidy, rys. 45-ty; wtedy tor biegunów zacznie okrążać najmniejszą średnicę elipsoidy, i wreszcie, gdy średnica kuli stanie się równą najmniejszej średnicy; tor biegunów pokryje się z jej wierzchołkami.



Rys. 44.

Tory te dla różnych średnic kul, t. j. dla różnych położeń początkowych prędkości obrotowych, przedstawione są na rys. 46-tym. Ze sposobu tworzenia tych torów wnioskujemy, że przez każdy punkt powierzchni elipsoidy przechodzi jeden tor biegunów; za wyjątkiem wierzchołków średniej półśrednicy, w których przecinają się dwa symetryczne tory. Wniosek ten ma takie znaczenie kinetyczne, że do każdej osi obrotu chwilowego, należy jeden ściśle określony stożek ruchomy; a więc powstanie jeden ściśle określony ruch danej bryły, po nadaniu jej pewnego obrotu początkowego.

Stosując te rozpatrywania do naszego zapytania o stateczności osi, przyjdziemy do wniosku, że osi, pokrywające się z kierunkiem największej średnicy, są stateczne; osi bowiem obrotu początkowego, obrane w blizkości tych półśrednic, posiadają stożki o małym otworze; oś zaś, pokrywająca się ze średnią średnicą elipsoidy, jest niestateczną; najmniejsze jej bowiem odchylenie od kierunku tej średnicy, daje stożek o znacznym otworze. Niestateczność ta ujawni się tem, że bryła obrócona około osi, tworzącej niewielki kąt z kierunkiem osi średniej średnicy elipsoidy bezwładności, i pozostawiona sama sobie, nie będzie się obracała dalej około osi, pozostającej w blizkości tej średnicy; lecz będzie się obracała kolejno około osi, które tworzą w bryle stożek o skończonym otworze.

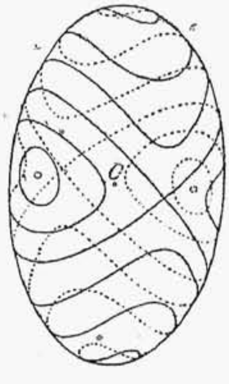


Rys. 45.

W szczególnym przypadku, w którym elipsoida bezwładności pewnej bryły posiada dwie osi wzajemnie równe, obrót bryły około osi trzeciej jest zawsze stateczny; około zaś osi, leżącej w równiku, jest niestateczny; o czem przekonać się można, uprzytomniając sobie tworzenie się toru biegunów. W przypadku zaś, w którym elipsoida bezwładności jest kulą, wszystkie osi obrotu są stateczne. Sześcian np. obrócony około dowolnej osi przechodzącej przez jego środek, i pozostawiony sam sobie, obracać się będzie około tej samej osi.

82. Ruch swobodnej bryły materyalnej. Ogólne rozwiązanie tego zadania przedstawia znaczne trudności matematyczne; damy przeto tutaj tylko pewne wskazówki ruchu takiej bryły i rozwiążemy je dla szczególnego przypadku, mianowicie, dla przypadku, w którym moment sił zewnętrznych względem środka masy danej bryły równa się zeru.

Jużeśmy zwrócili uwagę na wynik naszych rozpatrywań, wskazujący, że ruch środka masy bryły, na którą działają dowolne siły, porusza się jak punkt materyalny o masie danej bryły; gdy wyobrazimy sobie, że siły działające na tę bryłę, są do tego punktu przyłożone. Przez ruch tego środka jest określony jeden z ruchów składowych, na jakie wyobrazimy sobie rozłożony ruch bryły, a mianowicie jest określony ruch postępowy danej bryły. Ażeby następnie obliczyć ruch obrotowy bryły, t. j. ruch względny, § 13-ty, zastosujemy równanie 90-te. Działanie przeto sił, przyłożonych do bryły swobodnej, unaoczniamy sobie, porówn. § 57-my tomu I-go, gdy przekształcimy układ danych sił względem bieguna przekształceń, obranego w środku jej masy; a wypadkowa tych sił wywoływać będzie ruch postępowy bryły; wypadkowy zaś moment względem tego środka — obrót bryły około pewnej osi, przechodzącej przez ten środek.



Rys. 46.

Przypadek szczególny ruchu bryły swobodnej, gdy moment sił względem środka masy równa się zeru, obliczyliśmy w § poprzednim. Jeżeli przeto na swobodną bryłę materyalną, posiadającą pewną początkową prędkość obrotową, działają siły, których moment względem środka jej masy równa się zeru, to ruch jej będzie złożony z ruchu postępowego, określonego ruchem środka masy; i z ruchu kulistego około środka masy, określonego ruchem toczącej się elipsoidy bezwładności po płaszczyźnie nieruchomej; jak to opisaliśmy w § poprzednim.

W następnym rozdziale rozpatrzymy jeszcze, jako przypadek szczególny, ruch bryły, zwanej giroskopem, na którą działa siła ciężkości.

I. Giroskopy.

83. Określenia i uwagi ogólne. Każdą bryłę materyalną, symetryczną względem pewnej osi i obracającą się ze **znaczną** prędkością około tej osi, nazywać będziemy giroskopem. Przykładem giroskopu jest: koło rozpędowe, obracające się na wale; — zabawka, zwana bąkiem; — kula ziemska, gdy rozpatrujemy tylko jej ruch obrotowy dzienny i t. p. Oś symetryi giroskopu nazywać będziemy jego osią; oś tę wyobrazimy sobie, jako prostą, sztywno związaną z danym giroskopem i poruszającą się razem z nim. Ruch obrotowy giroskopu około tej osi nazywać będziemy dla odróżnienia od obrotów około innych osi **wirowaniem** danego giroskopu; — giroskop może nie tylko wirować, lecz i obracać się około innej osi, dowolnie obranej w przestrzeni; obrót ten nazwiemy wtedy obrotem dodatkowym. Jeżeli giroskop wiruje i jednocześnie obraca się około innej osi, to właściwy jego obrót odbywa się około osi, pokrywającej się z kierunkiem wypadkowej obydwóch prędkości, stosownie do prawideł, wskazanych w § 59-ym tomu II-go.

Giroskopem przeto nazywamy bryłę materyalną, obracającą się około jednej ze swych osi głównych statecznych; z tą tylko