

VI. Kinetyczny układ odniesienia i kinetyczna miara czasu.

60. Kinetyczny układ odniesienia. Jeżeli mówimy o zmianie miejsca punktu ruchomego w przestrzeni, to zawsze mamy na myśli pewien określony układ punktów, względem którego ta zmiana następuje; układ ten nazwiemy układem odniesienia ruchu danego punktu. Położenie punktu określamy zwykle odległościami jego od danego układu odniesienia; ruch zaś jego zmianami tych odległości w czasie, t. j. wyrażamy t. zw. równaniami ruchu.

Lecz sposób ten określania ruchu, chociaż jest zupełnie ścisły, w każdej bowiem chwili pozwala wyznaczyć położenie punktu ruchomego względem obranego układu odniesienia, pozostawia jednakże pod względem **fizycznym** pewną wątpliwość; z tych bowiem odległości czy też z równań ruchu nie dowiemy się, czy punkt dany jest w ruchu, czy też układ porusza się.

Pod względem też **geometrycznym** obojętnem jest np. czy ziemia obraca się około słońca, w myśl teorii Kopernika, czy też słońce z całym układem gwiazd obraca się około ziemi, w myśl teorii Ptolomeusza; wzajemne bowiem odległości tych brył i zmiany tych odległości pozostają w obydwóch przypadkach te same; nie znamy przeto możliwości rozstrzygnięcia tej wątpliwości drogą pomiarów odległości.

Z tego też powodu, oddalając się np. statkiem od brzegu, wydaje się nam chwilami, że brzeg oddala się od statku. Przyczyną tego złudzenia jest właśnie ta okoliczność, że obserwując dane zjawisko, bierzemy pod uwagę odległości statku od brzegu, które się zmieniają, a które nie orzekają, co się w danym razie porusza. Jeżeli zaś statek i my wraz z nim doznajemy pewnych wstrząśnięć; t. j. pewnych raptownych przyspieszeń, wtedy powiemy, że to statek się porusza. Dla rozstrzygnięcia przeto tej wątpliwości, korzystamy w danym razie z pewnej **fizycznej** właściwości, poruszających się brył materialnych i ta właściwość dopiero rozstrzyga, która z nich się porusza.

Właściwością tą jest w zjawiskach ruchu brył materialnych bezwładność materii; jeżeli ją uwzględnimy, to otrzymamy ściśle określony w przestrzeni układ, do którego będziemy zmuszeni odnosić wszelkie ruchy brył materialnych; układ ten nazywają niektórzy autorzy **ukła-**

dem kinetycznym¹⁾; inni zaś, dają mu miano układu bezwzględego; miano, które zresztą nic nie wyraża; pojęcie bowiem „bezwzględności” jest słowem pustem—bez treści, któremu możemy nadać dowolne znaczenie.

Prawo bezwładności, które jest stwierdzone doświadczeniami, głosi, że punkt, pozostawiony sam sobie, trwa w stanie ruchu jednostajnego lub w stanie „spoczynku” i t. d.; gdybyśmy przeto mogli ustalić w przestrzeni położenie np. trzech punktów materialnych, niepodlegających działaniu żadnych czynników zewnętrznych, otrzymalibyśmy układ odniesienia, posiadający tę właściwość, że każdy inny punkt materialny pozostawać będzie, bez udziału czynników zewnętrznych, względem tych punktów w spoczynku lub w ruchu prostoliniowym jednostajnym. Zrozumiałem jest, że nie idzie w danym razie o układ odniesienia, złożony z trzech punktów; lecz mowa jest o jakimkolwiek układzie punktów, osi lub powierzchni, byle można było jednoznacznie określić względem nich położenie punktu w przestrzeni.

Oparwszy się przeto na prawie bezwładności, przyznać musimy możliwość wyznaczenia w przestrzeni pewnego układu odniesienia względem którego punkt materialny, posiadający w danej chwili pewną prędkość, zakresi bez udziału czynników zewnętrznych ruchem jednostajnym tor prostoliniowy;—lub pozostawać będzie w spoczynku, gdy nie posiadał prędkości początkowej względem tych punktów. Wyznaczenie położenia tego układu w przestrzeni jest celem naszych rozpatrywań i może być on osiągnięty tylko drogą spostrzeżeń i doświadczeń. Szukając tego układu w przestrzeni nasuwa się przede wszystkim pytanie, dlaczego np. nie ma być nim układ, sztywno związany z bryłą ziemską? Odpowiedź na to dają doświadczenia; pomiary bowiem np. ruchu punktu materialnego, wyrzuconego z pewną prędkością lub upuszczzonego bez prędkości z powierzchni ziemi, wykazują, że nie zakresi on względem ziemi toru parabolicznego, jakiby powinien zakresić zgodnie z rachunkiem, opartym na prawie bezwładności, odniesionem do układu związanego z bryłą ziemską; a zakresi on parabolę, lecz w innym układzie odniesienia; w układzie, który w przybliżeniu uważać można za związany z tak zwanymi gwiazdami stałymi.

Jeżeli przeto przyjmiemy tytułem próby, że punkt ten zakresi tor paraboliczny względem układu, związanego z gwiazdami stałymi, i je-

¹⁾ Dział mechaniki, w którym rozpatrujemy związki pomiędzy położeniem punktu i czasem, nazywamy kinematyką; dział zaś, w którym ustalamy związki pomiędzy masą punktu, jego położeniem i czasem nazywamy kinetyką. Greckie *κίνημα* wyraża ruch, jako stan poruszającej się bryły; a *κίνησις* wyraża—wywoływanie ruchu. Kinematyka stosuje do swych rozpatrywań długość i czas, t. j. stosuje wielkości L i T ; kinetyka zaś oprócz tych wielkości stosuje jeszcze masę, t. j. stosuje wielkości M , L i T . Prędkości przyspieszenia są np. wielkościami kinematycznymi, lecz energia jest wielkością kinetyczną.

zeli przyjmiemy, jak nam dyktuje teoria Kopernika, że ziemia jest w ruchu względem tego układu, to możemy obliczyć sposobami, wskazanymi w rozdziale o ruchu względnym, w jakim np. miejscu upadnie ten punkt na jej powierzchnię; a w razie zgodności wyników tego rachunku z pomiarami przyjdziemy do wniosku, że nasze założenie, co do ruchu ziemi względem gwiazd stałych, jest słuszne i, że punkt materialny, pozostawiony sam sobie z pewną prędkością początkową, określiłby tor, który byłby prostoliniowy względem układu sztywno związanego z tak zwanymi gwiazdami stałymi. Można przeto narazie przyjąć, że układ kinetyczny jest sztywno związany ze stałymi gwiazdami.

Należy mieć jednakże na uwadze, że wniosek ten oparty jest na pomiarach, które z natury swojej nie są ściśle; położenie więc tego układu, jako niezmiennego układu względem gwiazd stałych, należy uważać za zbliżone tylko do układu kinetycznego, o który nam chodzi.

Układ przeto odniesienia, sztywno związany z gwiazdami, z dostateczną tylko dokładnością dla zjawisk ziemskich uważać można za układ kinetyczny; t. j. za układ, względem którego punkt materialny, pozostawiony sam sobie, określi tor prostoliniowy ruchem jednostajnym, lub pozostawać będzie w spoczynku. Ruchy zaś ciał niebieskich, obliczone na podstawie prawa bezwładności, nie mogą być odniesione do tego układu; a muszą być odniesione do układu, jaki w rzeczywistości wyznacza bezwładność materii.

Przy rozpatrywaniu przeto ruchu punktu, jako zjawiska **geometrycznego**, obojętnem jest, w jakim stanie ruchu znajduje się układ odniesienia, gdyż w danym razie idzie nam tylko o ruch punktu względem tego układu. Jeżeli zaś rozpatrujemy ruch punktu **materialnego**, uwzględnić musimy jego bezwładność; a wtedy ruch tego punktu należy odnieść do jednego jedynego układu; t. j. do układu, w którym zachowane jest prawo bezwładności; w tym bowiem tylko razie wyniki obliczeń będą zgodne z rzeczywistym przebiegiem zjawiska.

W szczególnych jednakże dziedzinach zjawisk ruchu, gdy ruch odbywa się na niewielkim obszarze, możemy przyjąć z pewnem przybliżeniem, że układ kinetyczny jest sztywno związany z bryłą ziemską. W jakich przypadkach można to przyjąć, sądzić będziemy mogli z przykładów, które przytoczymy w tym jeszcze dziale, jak również w dziale dynamiki brył, traktującym o giroskopach; zaznaczamy w tem miejscu, że w technice, chociaż zjawiska ruchu odbywają się względnie na niewielkim obszarze, stosowanie jednakże układu kinetycznego staje się w wielu przypadkach niezbędne.

W celu uzupełnienia podstaw, na których rozpatrujemy ruchy punktów lub brył materialnych, damy jeszcze określenie miary czasu.

61. Kinetyczna miara czasu. Do „pojęcia“ czasu dochodzimy drogą porównania, zachodzących w naszych oczach zjawisk z podobnemi zjawiskami, poprzednio spostrzeganemi, a których wrażenia pozostały w naszej pamięci; inaczej mówiąc, pojęcie czasu pozostaje w naszym umyśle, gdy spostrzegamy „następstwo“ zjawisk.

„Miarą“ czasu może być przeto każda dostrzegalna zmiana, zachodząca w świecie fizycznym; i żadna z tych zmian nie ma w tym względzie pierwszeństwa przed inną zmianą. Dla badań ruchu brył **materyalnych** przyjmiemy jako miarę czasu zmianę ich położenia w przestrzeni; gdy, po nadaniu im pewnej prędkości, „pozostawimy je samym sobie“; t. j. za miarę czasu przyjmiemy długość drogi, jaką zakreśli np. punkt materyalny, pozostawiony sam sobie, i przyjmiemy, że równym odcinkom tej drogi odpowiadają równe odstępy czasu. Taką miarę czasu nazwiemy miarą kinetyczną czasu, lub krótko — **czasem kinetycznym**, podobnie do nazwy układu kinetycznego, i do tak pojmowanego czasu będziemy odnosili trwanie ruchów wszystkich brył materyalnych. Na podstawie takiego określenia miary czasu i układu odniesienia możemy mówić np. o nierównomierności obrotu ziemi około własnej osi; a nawet możemy mówić o ruchu t. zw. gwiazd stałych.

Z podanego określenia „układu odniesienia i miary czasu“ wynika, że nie są to określenia tak zwane bezwzględne; lecz są to określenia względne, — oparte na właściwościach zjawisk ruchu **brył materyalnych**; są to przeto określenia zgodne ze stanowiskiem, jakie zajmujemy we wszystkich działach wiedzy naszej i ze stanowiskiem, jakie wyznaczają nam nasze zdolności poznawcze.

Z tych określeń wynika, że inne zjawiska fizyczne mogą wymagać innego układu odniesienia oraz innej miary czasu; a gdy ta potrzeba zajdzie, wtedy utworzymy inny układ odniesienia oraz inną miarę czasu w ten sposób, ażeby dana grupa zjawisk mogła być dokładnie odwzorowana w tym układzie i jej przebieg — wyrażony obraną miarą czasu.

Taką grupę zjawisk stanowią pewne zjawiska elektromagnetyczne, które przynajmniej dotychczas niemożemy podciągnąć pod prawa Newtonowskie; dla tych przeto zjawisk wypadnie utworzyć inny układ odniesienia, — inną miarę czasu. Określenia przeto układu i miary czasu, tutaj podane, niewykluczają możliwości w razie potrzeby naukowej stawiania innych określeń tego rodzaju.

Może nam się wydać, że określenia układu kinetycznego i miary czasu tworzą z treścią prawa bezwładności błędne koło rozumowania; prawo to bowiem głosi, że punkt materyalny, pozostawiony „sam sobie“, zakreśla tor prostolinijny ruchem jednostajnym; gdy tymczasem określenie ruchu prostolinijnego, jak również określenie ruchu jednostajnego, (które wymaga miary równych odstępów czasu), opieramy na

bezwładności materyi; lecz tej sprzeczności niema, dla utworzenia bowiem miary czasu wystarcza ruch jednego tylko punktu materialnego; do tego bowiem ruchu odnieść można ruchy wszystkich innych punktów materialnych.

Prawo przeto bezwładności należy pojmować w następujący sposób: punkty materialne, wyrzucone w przestrzeni, z której usunięto wszystkie czynniki zewnętrzne, zakreślają tory prostolinijne ruchem takim, że równym odcinkom, zakreślonym przez **jeden** punkt materialny, odpowiadają jednocześnie równe między sobą odcinki torów, jakie zakreśla **każdy** inny punkt materialny, wyrzucony w tejże przestrzeni. Doniosłość przeto prawa bezwładności polega właśnie na takim uogólnieniu danego zjawiska fizycznego. Zwrócić należy naszą uwagę, że na takim samem uogólnieniu opiera się określenie miary siły i miary masy; porów. str. 3-cią tego tomu.

Dla utworzenia miary czasu wystarcza ruch jednego punktu materialnego, wyrzuconego w przestrzeń; dla wyznaczenia zaś układu odniesienia, względem którego każdy inny punkt materialny zakreśli tor prostolinijny, należy wyrzucić w przestrzeń dwa takie punkty, jeżeli kierunki ich się mijają; lub — trzy, gdy kierunki ich się przecinają; te trzy kierunki mogą być uważane za zwykłe osi współrzędnych ukośnokątnych lub prostokątnych.

Trudności jednakże fizycznej natury, jakie spotykamy przy urzeczywistnieniu warunków, w jakich znajdować się mają punkty materialne, wyznaczające układ odniesienia i czas, są nieprzewidywane; nie możemy bowiem usunąć ze świata fizycznego czynników, oddziałujących na ruch punktów materialnych; możemy jednakże postawić te czynniki w takim wzajemnem uwarunkowaniu, że działania ich będą się znosić; lub też uwzględnimy te działania, wprowadziwszy je do obliczeń ruchu punktu; a wtedy, wyraziwszy ruch równaniem np. postaci $s = f(t)$, będziemy mogli obliczyć położenia punktu, w jakich on się znajduje w równych odstępach czasu, t. j. w takich odstępach, w jakich każdy inny punkt materialny zakreśliłby równe między sobą odcinki drogi, gdyby był pozostawiony „sam sobie“.

Szczególnem zastosowaniem tej metody mierzenia czasu jest np. mierzenie za pomocą wahadła pospolitego. Podstawą bowiem obliczenia tego ruchu jest prawo bezwładności, które uwzględniamy, wprowadzając do rachunku siłę odporową. Wynikiem tego rachunku jest np., że okresy wahań są wzajemnie równe; miarą przeto równych odstępów czasu będzie czas, jaki upływa np. pomiędzy dwoma krańcowymi położeniami wahadła; tym samym bowiem odstępom czasu odpowiadałyby równe między sobą odcinki drogi, jakieby zakreślił każdy inny punkt materialny; gdyby był „pozostawiony sam sobie“.

Porównania prędkości obrotu kuli ziemskiej, zdobyte drogą ścisłych pomiarów, z czasem kinetycznym, wykazują, że prędkości te bardzo mało różnią się między sobą, t. j. że równym odstępom czasu kinetycznego odpowiadają, chociaż niezupełnie, różne lecz prawie równe kąty obrotu ziemi; i że różnice te są tak niewielkie, że w naszych ziemskich doświadczeniach mogą być nie uwzględnione; w astronomicznych jednakże obserwacjach nie mogą być pominięte. Praktyczną przeto jednostką czasu może pozostać dla naszych rozpatrywań sekunda; jako pewna część obrotu kuli ziemskiej.

VII. Ruch złożony punktu materialnego.

A. Układ odniesienia złożonego ruchu punktu materialnego.

62. Kinematyka ruchu złożonego. W rozdziałach poprzednich rozpatrywaliśmy ruch punktu po krzywych lub powierzchniach, pozostających w spoczynku. W otaczających nas zjawiskach fizycznych jak i w technice spotykamy się z ruchem punktów materialnych (w ogóle brył) po krzywych, które są w ruchu. W tych rozpatrywaniach stosować będziemy wielkości, określone w § 49-tym tomu II-go, oraz — równania 56-te i 65-te, dające związki pomiędzy temi wielkościami¹⁾; równania te są nast.

$$\bar{v}_b = \bar{v}_w + \bar{v}_u; \text{ oraz } \dots \dots \dots (140)$$

$$\bar{p}_b = \bar{p}_w + \bar{p}_u + 2 \, V \, \bar{v}_w \, \bar{\varphi}; \dots \dots \dots (141)$$

które przekształca się w przypadku postępowego ruchu toru ($\varphi=0$) na

$$\bar{p}_b = \bar{p}_w + \bar{p}_u \dots \dots \dots (142)$$

Nasuwa się pytanie czy wzory te odnoszą się do układu, pozostającego w spoczynku czy też w ruchu. Z rozpatrywań § 49-go tomu II-go

¹⁾ w § 50-tym tomu II-go podaliśmy obliczenie prędkości wypadkowej dla przypadku, gdy tor był w ruchu postępowym; do obliczenia zaś tej prędkości dla przypadku, gdy tor jest w ruchu dowolnym daliśmy tego wskazówki. Ażeby jednakże nie pozostawiać luki w wykładzie, omówimy szczegółowiej sposób tego obliczenia. Jeżeli tor ruchomy x przechodzi z pewnego położenia x_1 do innego dowolnego dowolnego położenia x_2 , to można go zawsze przeprowadzić z jednego położenia do drugiego ruchem obrotowym oraz postępowym. Można przeto sobie wyobrazić na zasadzie prawa superpozycji, że ruch wypadkowy tego punktu składa się z tych kolejnych ruchów: z ruchu wzdłuż toru i z ruchu unoszącego razem z torem; ruch