WYDAWNICTWA NAUKOWE
„KOMISJI WYDAWNICZEJ"
TOWARZYSTWA BRATNIEJ POMOCY STUDENTÓW POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

MECHANIKA
TEORETYCZNA

DLA

INŻYNIERÓW, TECHNIKÓW I STUDJUJĄCYCH

INŻ. H. CZOPOWSKIEGO
PROF. POLIT. WARSZ.

TOM III.

DYNAMIKA PUNKTU MATERYALNEGO

WYDANIE DRUGIE.

Z ZAPOMOGI MINISTERSTWA
WYZNAŃ RELIGIJNYCH
I OŚWIECENIA PUBLICZNEGO.

WARSZAWA. — 1921.

SPÓŁKA AKC. ZAKŁADÓW GRAFICZNYCH „DRUKARNIA POLSKA" SZPITALNA Nr. 12.

KLISZE WYKONANO W ZAKŁADZIE FOTOCHEMIGRAFICZNYM
ROMANA SAWICKIEGO, WSPÓLNA Nr. 45.

Dynamika punktu materyalnego.

I. Prawa zasadnicze.

1. Prawo bezwładności i równanie dynamiczne ruchu. Podstawą określenia siły jest prawo bezwładności, które głosi; (porów. § 17-ty i 18-ty tomu 1-go):

każdy punkt, pozostawiony sam sobie, trwa w stanie spoczynku, lub w stanie ruchu jednostajnego prostolinijnego tak długo, dopóki czynniki zewnętrzne, nie zmienią tego stanu.

Prawo to jest wyrazem faktu, doświadczalnie stwierdzonego, że w otoczeniu każdego punktu materyalnego, wykonywującego ruch nie prostolinijny, lub nie jednostajny, odkryć zawsze można jakieś **ciało** lub układ ciał, (w stanie stałym, płynnym lub gazowym), których obecność wywołuje zboczenie punktu z toru prostolinijnego lub wogóle zmienia jego prędkość; i że, po usunięciu tych ciał, ruch jego stanie się prostolinijny i jednostajny; lub też staje się zbliżony do takiego ruchu, o ile częściowo tylko usuniemy te czynniki. W powyższem przeto wysłowieniu prawa bezwładności wyrażenie: „punkt, pozostawiony sam sobie", należy rozumieć w ten sposób, że w otoczeniu jego niema żadnych innych brył materyalnych. Chociaż warunek ten fizycznie jest niewykonalny, prawo jednakże bezwładności, w powyższy sposób wygłoszone, nie traci na swej mocy i jest podstawą rozpatrywań ruchów, zachodzących w otaczającym nas świecie fizycznym. Wszelką zatem zmianę prędkości punktu materyalnego, czy to jej kierunku, czy też jej wartości, przypisujemy wpływowi otaczających go czynników fizycznych; czynniki te w języku potocznym nazywamy przyczynami danego ruchu, lub ściślej „przyczynami zmiany danego ruchu". Czynnikami, zmieniającymi prędkość punktu danego, mogą być nietylko układy fizyczne w ścisłym znaczeniu tego słowa (np. sprężyna, prężność pary, magnes i t. p.), lecz i organizmy żyjące; a w szczególności muskuły nasze; w tym szczególnym przypadku mówimy, że na dany punkt wywieramy pewną siłę, przez co wywołujemy zmianę prędkości danego punktu materyalnego. Siła jako nazwa czynnika, zmieniającego ruch, została uogólniona i stosuje się również do czynników fizycznych; mówimy przeto we wszystkich przypadkach, w krórych następuje zmiana prędkości punktu, że na dany punkt działa pewna siła. Siłą zatem nazywamy właściwość pewnych ciał, zmieniającą prędkości punktu materyalnego.

Stwierdziwszy istnienie czynników fizycznych, które zmieniają ruchy, otaczających je punktów materyalnych, wyraźmy obecnie tę właściwość pewną wielkością, którąby była jej miarą i zapomocą której moglibyśmy obliczyć ruch; wywołany przez te czynniki. Działanie każdego z takich czynników ujawnia się przedewszystkiem przyśpieszeniem punktu, na który one działają; do wyrazu zatem szukanej miary powinna wejść wielkość przyśpieszenia punktu oczywiście w wektorowej postaci. Podane bowiem w kinematyce określenie przyśpieszenia (§ 20-ty tomu II-ego), wyraża zmianę prędkości danego punktu tak co do kierunku i wartości, jak i co do zwrotu. Działanie zatem takich czynników na dany punkt materyalny wyraża się przedewszystkiem wektorem przyśpieszenia tego punktu. Lecz przyśpieszenie to nie wystarcza dla jednoznacznego określenia działania; gdy bowiem poddamy działaniu **tego samego czynnika różne punkty materyalne**, wtedy zobaczymy, że przyśpieszenia ich posiadają wogóle kierunek i zwrot przyśpieszenia punktu poprzedniego, lecz wartości ich są różne. Przyśpieszenie przeto, wywołane pewnymi czynnikami, zależy nietylko od właściwości danego czynnika lecz i od pewnych właściwości punktu, poruszającego się. Gdy literami $\bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{p}_3$ i t. d. oznaczymy przyśpieszenia **różnych punktów**, poddanych działaniu **jednego i tego samego czynnika np. sprężyny**, to dostrzeżone zjawiska ruchu wyrazić możemy równaniami

$$m_1 \bar{p}_1 = m_2 \bar{p}_2 = m_3 \bar{p}_3 = \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

w których m_1, m_2 i t. d. są spółczynnikami dotąd nieznanymi. Spółczynniki te można obliczyć z tych równań po wyznaczeniu (zapomocą pomiarów i obliczeń) przyśpieszeń każdego z punktów i po przyjęciu dla jednego z nich pewnej dowolnej liczby. W ten sposób otrzymamy dla każdego punktu pewną właściwą jemu liczbę.

Liczby te, obliczone z tych równań, mają na razie bardzo ciasny zakres zastosowań; odnoszą się one bowiem nietylko do danych punktów, lecz i do danego czynnika, wywołującego ruch punktu. Liczby te jednakże otrzymają szeroki zakres zastosowań, gdy weźmiemy pod uwagę prawo fizyczne, które stwierdzić można w każdem zjawisku ruchu, a mianowicie, że liczby te nie zależą do właściwości czynników, wywołujących ruch, lecz zależą jedynie **od punktu materyalnego** tak, iż każda z tych liczb jest jakoby cechą niezmienną danego punktu. Prawo to unaocznimy sobie w sposób następujący: weźmy kilka punktów materyalnych (np. w postaci kulek żelaznych), i poddajmy je kolejno działaniu jednego i tego samego czynnika, np. działaniu pewnej sprężyny, lub magnesu, a wyznaczywszy z pomiarów ruchu przyśpieszenia, jakie im udziela obrana sprężyna obliczymy z równań 1-szych, przyjąwszy uprzednio dla jednej z nich liczbę dowolną, wszystkie liczby $m_1, m_2, m_3, \ldots$ Poddajmy następnie **te same punkty** działaniu **innego czynnika** (działaniu np. innej sprężyny, mocniejszej lub słabszej od poprzedniej) wyznaczmy ich przyśpieszenia i obliczmy, jakieśmy to uczynili poprzednio, — spółczynniki

$$m_1', m_2', m_3', \ldots$$

które odróżnimy od poprzednich kreskami; a przekonamy się, po przyjęciu np. $m_1 = m_1'$, że

$$m_2' = m_2; \quad m_3' = m_3 \text{ i t. d.}$$

i gdybyśmy to doświadczenie wykonali z całym szeregiem różnych układów, to dla jednego i tego samego punktu otrzymalibyśmy za każdym razem jedną i tę samą liczbę. W stwierdzeniu tego faktu leży treść ważnego prawa fizycznego.

Liczby tego rodzaju nazywamy wogóle spółczynnikami pewnej właściwości fizycznej danego ciała; np. rozszerzalności, sprężystości, wytrzymałości i t. p.; w danym zaś razie nazwać je można **spółczynnikami bezwładności** danego punktu materyalnego; spółczynniki te nazwano *masami danych punktów*. Prawo *niezmienności tych spółczynników* nazwać można prawem niezmienności masy danego punktu materyalnego.

Jeżeli przeto obliczymy spółczynnik bezwładności czyli masę pewnego punktu materyalnego z **jednego jego ruchu**, który jest znany, to spółczynnik ten mamy prawo stosować do wszelkich ruchów **tegoż** punktu, wywołanych **najróżnorodniejszymi czynnikami**. W tej właściwości spółczynnika bezwładności leży wielka praktyczna doniosłość prawa niezmienności masy punktu.

W zadaniach dynamiki przyjmujemy zwykle, że masy, poruszających się punktów, są już obliczone z poprzednio dokonanych pomiarów, t. j. przyjmujemy po większej części, że masy punktów są dane.

Z prawa niezmienności spółczynnika bezwładności, t. j. masy każdego punktu i z właściwego danego czynnika wywoływania w różnych punktach przyśpieszeń, zgodnych między sobą co do kierunku i zwrotu, — wynika, że iloczyn z masy każdego punktu i z jego przyśpieszenia, rów. 1-sze, jakie on otrzymuje, wskutek działania danego czynnika, jest stały, —jest jego niezmiennikiem. Iloczyn ten przeto raz ustalony dla danego czynnika uważać można za miarę jego działania;—za miarę jego siły. Na tej podstawie określimy siłę jako działanie, powodujące zmianę prędkości punktu danego; a za miarę tego działania przyjmiemy m-krotny wektor przyśpieszenia poruszającego się punktu. Jeżeli przeto drogą doświadczeń wyznaczymy ten wektor i spółczynnik m, t. j. wyznaczymy siłę danego układu, to z wielkości jego wyznaczyć już możemy przyśpieszenie **każdego innego** punktu materyalnego o znanej masie, jakie wywoła dany układ.

Jeżeli ten wektor oznaczymy literą $\bar{P}$, to zgodnie z równaniami 1-szemi napiszemy równanie

$$\bar{P} = m\bar{p} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

w którem m oznacza masę punktu ruchomego, a $\bar{p}$ jego przyśpieszenie.

2. Zadania dynamiki. Równanie 2-gie, nazwane **równaniem dynamicznem ruchu punktu materyalnego**, pozwala rozwiązać wszelkie zadania z dynamiki punktu.

Zadania te podzielić można na trzy zasadnicze grupy.

Do pierwszej grupy zaliczymy zadania, w których dany jest ruch t. j. przyśpieszenia, a należy wyznaczyć siłę, wywołującą ten ruch.

Jeżeli np. punkt materyalny przechodzi ruchem, określonym np. równaniem $s = f(t)$, z miejsca A_1 do miejsca A_2, nieskończenie blizkiego, rys. 1-szy, to w celu wyznaczenia przyśpieszenia, zestawimy trójkąt podług wzoru wektorowego

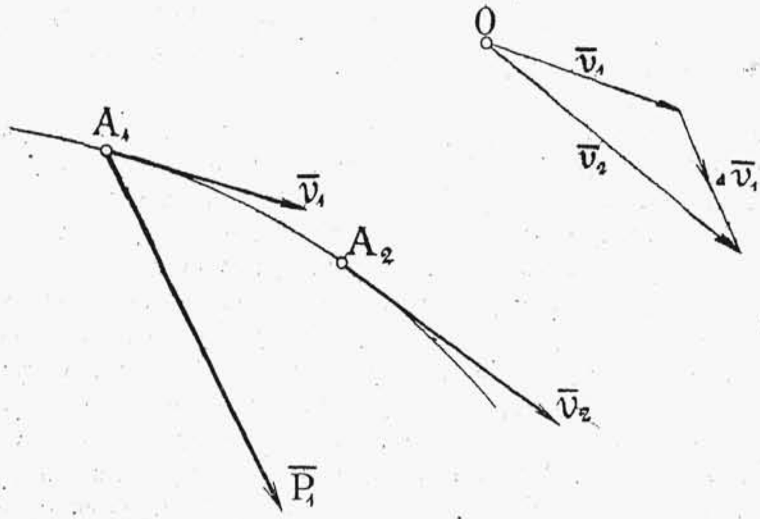
$$\bar{v}_2 - \bar{v}_1 = \Delta\bar{v}_1;$$

w którym $\bar{v}_1$ i $\bar{v}_2$ są wektory prędkości punktu w miejscach A_1 i A_2; i z tego trójkąta wyznaczymy wektor $\Delta\bar{v}_1$, który jest miarą przyrostu prędkości i wskazuje kierunek i zwrot siły, działającej na punkt ruchomy w danem miejscu; czynnik bowiem m nie zmienia ani kierunku, ani zwrotu tego przyrostu. Wielkość zaś tej siły obliczymy, stosownie do danych określeń przyśpieszenia, dzieląc przyrost ten przez wartość Δt i mnożąc go przez m, t. j. przez wartość masy tego punktu; w ten sposób określimy, wielkość siły, wywołującej dany ruch. Siłę tę można sobie uwidocznić, jako siłę np. ciągnącą dany punkt, zgodnie z kierunkiem i zwrotem wektora $\Delta\bar{v}_1$, rys. 1-szy, i równą iloczynowi mp.

W szczególnym przypadku, w którym obydwa wektory $\bar{v}_2$ i $\bar{v}_1$ są równe (wektorowo); przyrost $\Delta\bar{v}$ równa się zeru, a zatem i siła w danym razie równa się zeru;—jest to zgodne z prawem bezwładności, na którem oparliśmy określenie siły.

Wyznaczenie zatem sił, jakie wywiera dany czynnik na otaczające go punkty materyalne, może nastąpić tylko drogą doświadczalną. Nic bowiem nie wiemy np. o sile przyciągania ziemskiego, o sile elektrycznej, — magnetycznej, o sile sprężyny napiętej, o sile prężności pary i wogóle nic nie wiemy o wielkościach sił, dopóki nie zbadamy ruchów, jakie te czynniki wywołują w otaczających je bryłach.

Przytoczony tutaj sposób mierzenia sił, może być nazwany **dynamicznym**; gdyż oparty jest na bezpośredniej znajomości ruchu i masy punktu. Lecz posiadamy jeszcze inny sposób mierzenia sił, — sposób **statyczny**, który polega na tem, że punkt ruchomy, będący pod działa-



Rys. 1.

niem pewnej siły, doprowadzamy zapomocą innej siły do stanu spoczynku i **przyjmujemy** siłę, wywołującą ruch punktu, równą co do kierunku i wartości sile równoważącej, lecz co do zwrotu jej przeciwną.

Prężność np. pary, zawartej w cylindrze silnika parowego, jest w stanie wywołać ruch, czyli jest w stanie nadać przyśpieszenia bryłom, odpowiednio połączonym z ruchowym tłokiem tego cylindra. Z przyśpieszeń zatem tych brył możemy obliczyć siłę, jaką wywiera prężność pary; — jest to sposób dynamiczny mierzenia sił. Sposobem zaś statycznym zmierzymy tę siłę, jeżeli np. zapomocą obciążenia tłoka cylindra nie damy mu się poruszyć; obciążenie to, wyrażone np. w *kg*, jest w danym razie miarą siły prężności pary. W tenże sposób możemy zmierzyć np. siłę sprężyny, wyznaczywszy przyśpieszenie punktu, na który ona działa; lub też zrównoważywszy jej działanie siłą inną. W celu np. obliczenia sił międzyplanetarnych, korzystamy ze sposobu dynamicznego obliczania sił; w technice zaś stosujemy obydwa te sposoby.

Zwrócić należy uwagę, że w obydwu tych sposobach, wyrażamy siły iloczynem z masy i przyśpieszenia, z tą tylko różnicą, że w dynamicznym sposobie wprowadzamy bezpośrednio do rachunku przyśpieszenie punktu; w statycznym zaś sposobie wprowadzamy je pośrednio— w pojęciu równowagi, porówn. określenie równowagi w § 23-cim tomu I-go.

Gdy wyznaczymy siły, jakie wywołują dane czynniki w otaczających punktach materyalnych możemy mówić o znanych siłach, i możemy pytać się o ruch, wywołany temi siłami. Zadania tej grupy są odwrotne do poprzednich i stanowią drugą grupę zadań dynamiki, w których wiadome są siły i masa punktu, a należy wyznaczyć ruch punktu danego.

Ponieważ wyznaczenie siły danych czynników fizycznych może być dokonane tylko drogą doświadczalną przeto zadania tej grupy polegają właściwie na obliczeniu przyśpieszenia punktu danego, znajdującego się pod działaniem pewnych czynników fizycznych, — z przyśpieszenia i masy innego punktu, poddanego działaniu tychże czynników; — lub też poddanego działaniu innych czynników, lecz im statycznie równoważnych. Jeżeli bowiem mówimy, że na punkt materyalny działa siła, określona danym wektorem, to zgodnie z powyższemi określeniami, wyrażenie to rozumiemy w ten sposób; że dany punkt znajduje się pod działaniem pewnych czynników fizycznych, zresztą nam nieznanych, które wywołują taką zmianę jego ruchu, że iloczyn z masy i z przyśpieszenia tego punktu równa się wektorowo iloczynowi z masy i przyśpieszenia innego punktu.

Powstawanie ruchu punktu, gdy dana jest siła, nań działająca, należy wyobrazić sobie w następujący sposób. Niech np. punkt ruchomy o masie danej m znajduje się w pewnej chwili t w miejscu A_1, rys. 2-gi, i posiada prędkość $\bar{v}_1$, i niech na niego działa siła, określona wektorem $\bar{P}_1$, to wyznaczymy przyśpieszenie punktu, jakie ona wywoła, gdy weźmiemy m-tą część wektora tej siły; a nowy ten wektor $\bar{p}_1$ jest wektorem szukanego przyśpieszenia.

Wyznaczenie z tego przyśpieszenia toru i ruchu po nim jest czynnością rachunkową, którą można w rozmaity sposób wykonać i które podaliśmy w kinematyce; porów. rów. 30-te str. 37-ma tomu II-go. Ażeby unaocznić działanie siły na dany punkt, zastosujemy w danym razie do wyznaczenia toru i ruchu po nim sposób wykreślny. Przyjmijmy np., że punkt ten znajduje się w chwili t, w miejscu A_1, rys. 2-gi, posiada prędkość $\bar{v}_1$ i poddany jest działaniu siły $\bar{P}_1$. Zadanie polega na wyznaczeniu położenia i prędkości tego punktu po upływie czasu Δt.

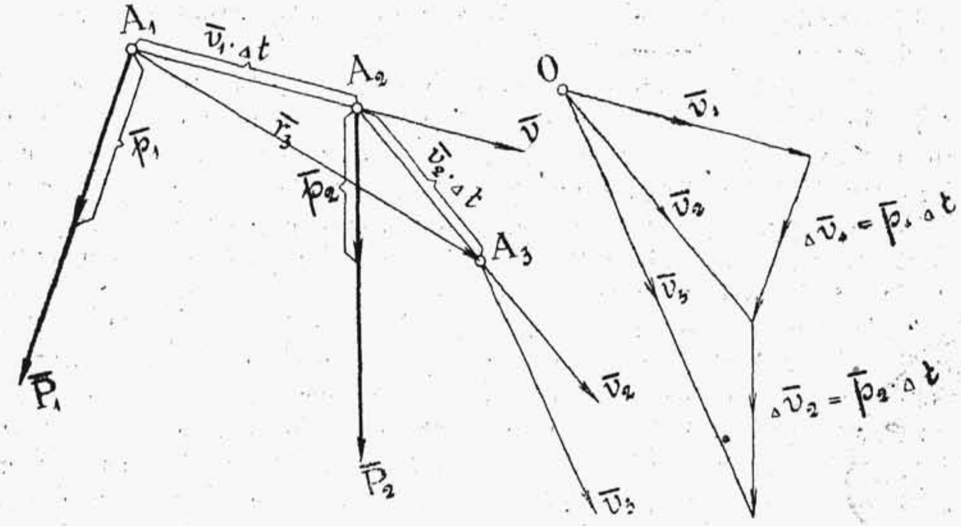
Prędkość $\bar{v}_1$ punktu, będącego pod działaniem siły $\bar{P}_1$, dozna pewnego przyrostu; ażeby wyznaczyć ten przyrost, przyjmiemy, z pewnem przybliżeniem, że przyśpieszenie $\bar{p}_1$ jest stałe w okresie czasu Δt, wobec tego przyrost prędkości wyrazimy równaniem

$$\Delta \bar{v}_1 = \bar{p}_1 . \Delta t, \text{ w którem } \bar{p}_1 = \frac{\bar{P}_1}{m}.$$

Prędkość $\bar{v}_2$ punktu w miejscu, w którem znajdzie się on w chwili $(t+\Delta t)$, wyznaczymy z trójkąta wektorowego, zestawionego podług następującego równania

$$\bar{v}_2 = \bar{v}_1 + \bar{p}_1 . \Delta t;$$

trójkąt ten przedstawiliśmy na rys. 2-gim.



Rys. 2.

Położenie punktu w chwili $(t+\Delta t)$ jest jeszcze nieznane; w celu jego wyznaczenia przyjmiemy znów z pewnem przybliżeniem, że punkt dany przechodzi z jednego położenia do drugiego w okresie czasu Δt ruchem jednostajnym z prędkością $\bar{v}_1$; t. j. przyjmiemy, iż punkt ruchomy, po upływie czasu Δt od wyjścia z A_1, przejdzie drogę $\bar{v}_1 . \Delta t$ w kierunku prędkości chwilowej i znajdzie się w miejscu A_2, w którem posiada prędkość $\bar{v}_2$.

Gdy znamy siłę $\bar{P}_2$ w miejscu A_2, wtedy znajdziemy w tenże sposób prędkość $\bar{v}_3$, oraz położenie A_3 punktu ruchomego: a linia łamana A_1, A_2, A_3 i t. d. przedstawi tor punktu ruchomego, prędkości zaś punktu danego odczytamy z wieloboku wektorowego. Postępując w ten sposób wyrazimy prędkość w $n+1$-szem miejscu toru, po upływie $n . \Delta t$ sekund, następującem równaniem wektorowem, rys. 2-gi figura po prawej stronie

$$\bar{v}_n = \bar{v}_1 + \Sigma \bar{p}_k . \Delta t. \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Położenie zaś punktu po upływie tegoż okresu czasu wyznaczymy promieniem wodzącym, wyprowadzonym np. z początkowego położenia A_1 punktu ruchomego, a zatem

$$r_n = \Sigma\,(\bar{v}_k \,.\, \Delta t) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

w równaniach tych $k = 1, 2, \ldots n$.

Zrozumiałem jest, że wyniki postępowania tego o tyle będą zgodne z ruchem rzeczywistym, o ile okresy czasu Δt będą małe; a jeżeli wyobrazimy je sobie nieskończenie małymi, to zamiast linii łamanej, mającej przedstawiać tor, otrzymamy linię ciągłą, przedstawiającą tor właściwy punktu danego.

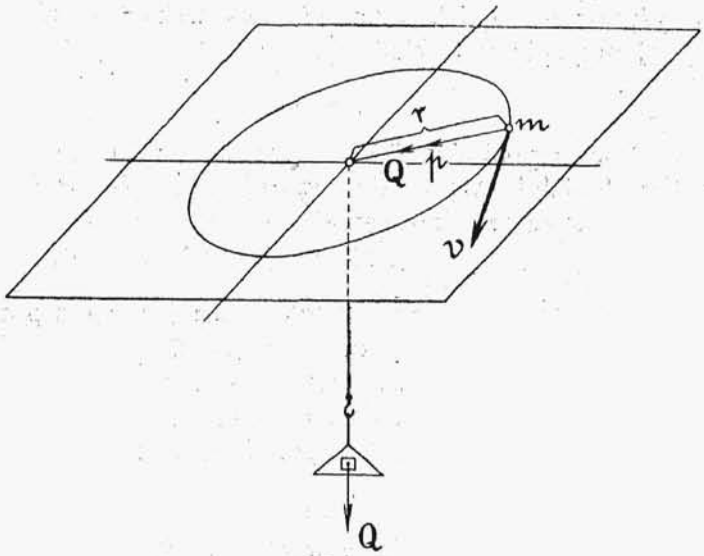
Wielkości nieskończenie małe nie dają się jednakże wyrażać wykreślnie; jedynym zatem sposobem ścisłym wyrażenia ruchu jest sposób rachunkowy, jaki dają prawidła algebry wektorowej. Sposób obliczenia tego przedstawimy w następnych rozdziałach. Ze sposobu jednakże wektorowego, tutaj przedstawionego, po odpowiedniem dobraniu skali i przystosowaniu go do danych zadań, korzystać można w celu otrzymania przybliżonego obrazu ruchu.

Trzecią grupę zadań dynamiki stanowią zadania, w których dane są siły i przyśpieszenia, a należy obliczyć masę punktu poruszającego się. Rozwiązanie tego rodzaju zadań sprowadza się do znalezienia ilorazu dwóch znanych i wzajemnie równoległych wektorów, — wektora siły i wektora przyśpieszenia. W celu zatem obliczenia masy danego punktu materyalnego, poddamy go działaniu znanej siły, wyznaczymy zapomocą pomiarów przyśpieszenie, jakie on otrzyma, a iloraz tych wielkości jest spółczynnikiem bezwładności; — jest wartością jego masy.

Uwiążmy np. bryłę daną na sznurku i obracajmy ją w ten sposób, ażeby zakreślała ona wraz ze sznurkiem koło poziome ruchem jednostajnym, rys. 3-ci. Ruch ten odbywa się pod działaniem siły, występującej w sznurku; ażeby tę siłę zmierzyć, przeciągnijmy sznurek przez bloczek, umieszczony w środku koła i przyczepmy do zwieszonego końca ciężar, równoważący napięcie sznurka, jakie powstaje podczas ruchu punktu; ciężar ten, równy np. Qkg, jest miarą siły, działającej na dany punkt. Przyśpieszenie tej bryły, obliczymy z rów. 13-go, podanego w tomie II-gim, — z prędkości v, z jaką on przebiego po kole i z promienia r tegoż koła; wielkości te bowiem można bezpośrednio zmierzyć; przyśpieszenie zatem danej bryły $p = \frac{v^2}{r}$ i jest skierowane po promieniu ku środkowi, w którym też kierunku i z tymże zwrotem działa siła Q; a zatem

$$m = Q : \frac{v^2}{r}.$$

Gdy bryła dana, której masę mamy obliczyć, znajduje się w polu ciążenia ziemskiego, wtedy zrównoważymy jej ciężar inną bryłą o przyjętym ciężarze Q, masę jej obliczymy ze stosunku $\frac{Q}{g}$.



Rys. 3.

Masy zaś brył, których nie możemy zrównoważyć znanym ciężarem, jak np. planet, możemy obliczyć tylko z ich ruchów, w sposób przed chwilą wskazany. Są jeszcze inne sposoby obliczenia mas danych punktów, które są oparte na trzeciem prawie zasadniczem, na prawie wzajemnego działania ciał, lecz o tym sposobie pomówimy w dynamice układu punktów.

Dostrzeganie powstawania ruchów doprowadza nas do wniosku, że każdy ruch może być wywołany różnymi pod względem fizycznym czynnikami. Ruch np. wozu może być wywołany siłą organizmu żyjącego, siłą prężności pary, siłą wybuchu gazów, siłą sprężyn napiętych i t. p. Chociaż czynniki te są pod względem fizycznym różne, posiadają jednakże wspólną miarę działania; — miarę zmiany ruchu danego wozu, czy też wogóle danego punktu materyalnego. Jakie to są czynniki, mechanika teoretyczna nie bierze pod uwagę, a bada jedynie zmiany ruchu danych punktów materyalnych, wywołane tymi czynnikami i bierze następnie te zmiany za podstawę do obliczeń ruchów innych punktów.

3. Prawo superpozycyi. Jeżeli dany punkt materyalny o masie m pod działaniem pewnego układu czynników fizycznych, doznaje przyśpieszenia $\bar{p}_1$, a pod działaniem innego układu po usunięciu pierwszego, doznaje przyśpieszenia $\bar{p}_2$, to pod działaniem jednoczesnem obydwóch układów, otrzyma on inne przyśpieszenie, różne od poprzednich, które oznaczymy literą $\bar{p}$. W pewnych szczególnych zjawiskach, których czynniki układów podczas jednoczesnego ich działania nie oddziaływają na siebie, przyśpieszenie $\bar{p}$, jak **doświadczenia** wskazują, równa się sumie wektorowej przyśpieszeń składowych, t. j.

$$\bar{p} = \bar{p}_1 + \bar{p}_2.$$

Gdy większa ilość czynników (kilka sprężyn) działa na dany punkt, i każdy z nich oddzielnie wywołuje przyśpieszenie $\bar{p}_k$, wtedy działanie ich jednoczesne wywoła przyśpieszenie

$$\bar{p} = \Sigma \bar{p}_k \quad \text{. . . . .} \quad (5)$$

Prawo to jest stwierdzone doświadczalnie i jest jednem z praw zasadniczych mechaniki, — zwane prawem niezależności sił, lub inaczej prawem niezależności ruchów. Ponieważ przyśpieszenia w danym przykładzie odnoszą się do jednego i tego samego punktu o masie m, po przemnożeniu zatem równania 5-go przez m, otrzymamy równanie

$$\bar{P} = \Sigma \bar{P}_k, \quad \text{. . . . .} \quad (6)$$

w którem $\bar{P}$ jest siłą, jaką wywierają wszystkie czynniki **łącznie**; $\bar{P}_k$ zaś są to siły, jakie wywiera każdy czynnik oddzielnie. Siłę $\bar{P}$ nazwaliśmy już w statyce siłą wypadkową sił składowych $\bar{P}_k$.

Gdy zatem wiele sił działa na dany punkt o masie m, wtedy mamy równanie dynamiczne

$$\Sigma \bar{P} = m \bar{p};$$

w którem $\bar{p}$ oznacza przyśpieszenie, jakiego punkt dany dozna pod jednoczesnem działaniem wszystkich sił. W szczególnym przypadku, gdy przyśpieszenie $\bar{p}$ punktu ruchomego równa się zeru, otrzymamy równanie

$$\Sigma \bar{P}_k = 0.$$

które jest wyrazem równowagi sił.

W szczególnym przypadku, gdy siły działają wzdłuż jednej prostej, wtedy ich wypadkowa równa się sumie algebraicznej sił składowych.