przyjmuje wzór tarcia czopowego

$$W = P\mu_1, \quad \dots\dots\dots\dots \quad (120)$$

w którym μ_1 oznacza spółczynnik tarcia; wyznaczony bezpośre 'nio z doświadczenia; wartości tego spółczynnika są podane w „Techniku", I, 236.

Obliczymy obecnie pracę szkodliwą podczas jednego obrotu wała. Praca ta, na zasadzie wzoru 58-go, w § 96-ym, równa się

$$L_s = 2\pi M = 2\pi Pr\mu_1.$$

Z tego wzoru wynika, iż praca szkodliwa rośnie z powiększeniem promienia przekroju czopa; należy więc, w celu zaoszczędzenia pracy nadanej, dawać czopy o średnicy jaknajmniejszej. Lecz zmniejszenie średnicy czopa, zmniejsza wytrzymałość jego i zwiększa ścieranie się jego podczas obrotu; zmniejszeni: przeto średnicy posiada granice, oznaczone praktycznemi względami.

135. Przykłady. 1) **Równowaga dźwigni.** Przyjmijmy, że siła A, rys. 178-my jest siłą nadaną t. j. przyjmiemy, że siła ta podnosi ciężar B; obrót dźwigni odbywa się zatem zgodnie z obrotem siły A; a tarcie, występujące w łożysku, posiada zwrot przeciwny. Jeżeli prędkość obrotu jest jednostajną, to siły działające są w równowadze. Równowaga ta wyrazi się przez warunek, że suma momentów jest równą zeru; napiszemy więc tę sumę względem osi obrotu

$$Aa - Bb - Wr = 0.$$

Ponieważ $W = P\mu_1 = (A + B)\mu_1$; przeto po podstawieniu otrzymamy

$$Aa = Bb + (A + B)\mu_1 r; \text{ skąd}$$

$$A = B\,\frac{b + \mu_1 r}{a - \mu_1 r}.$$

Jeżeli przyjmiemy $\mu_1 = 0$, to siłę A, którą dla tego szczególnego przypadku oznaczymy przez A_0, obliczymy ze wzoru $A_0 = B\,\frac{b}{a}$; a więc

$$A > A_0.$$

2) **Krążek stały.** Na końce sznura, porzuconego przez krążek; obracający się, działają siły P i Q; wyznaczyć ich równowagę, uwzględniając tarcie czopa; promień czopa oznaczamy przez r i promień krążka przez R. Ciśnienie na czop $N = P + Q$. Przyjmujemy następnie, że ruch krążka odbywa się jednostajnie w zwrocie, wskazanym na rysunku 179-ym; t. j. siła P jest siłą ciągnącą; tarcie, a więc i moment tarcia, powstaje wtedy w zwrocie przeciwnym.

Zestawiając sumę momentów sił względem środka krążka, jako bieguna (wybór ten ma tę dogodność, iż rugujemy z rachunku siłę N), otrzymamy wzór

$$PR - Wr - QR = 0;$$

ponieważ: $W = (P + Q)\mu_1$; przeto po podstawieniu

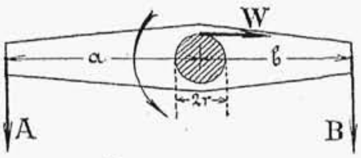
$$PR - (P + Q)\mu_1 r - QR = 0;$$

rozwiązując podług P, otrzymamy

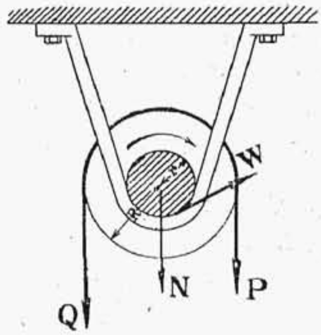
$$P = Q\,\frac{R+\mu_1 r}{R-\mu_1 r}.$$

Z tego widzimy, że w danym razie $P > Q$; jeżeli zaś $\mu_1 = 0$, to $Q = P$. Sprawność tego mechanizmu obliczymy w następujący sposób

$$\eta = \frac{Qdq}{Pdp};$$



Rys. 178.



Rys 179.

a ponieważ w danym mechanizmie $dp = dq$, przeto:

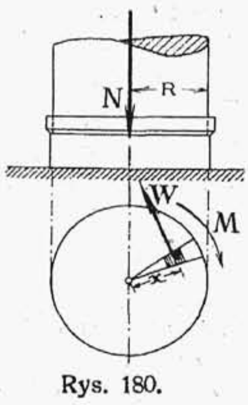
$$\eta = \frac{Q}{P} = \frac{R-\mu_1 r}{R+\mu_1 r}.$$

Przyjmując np. $R = 300$ *mm*; $r = 30$ *mm*; $\mu = 0{,}1$ (Technik I, 227, bronz a żelazo lane), otrzymamy:

$$\eta = \frac{300 - 0{,}1\,.\,30}{300 + 0{,}1\,.\,30} = 0{,}98 = 98\%\ ^{1)}.$$

136. Łożysko storcowe. Jeżeli wał obciążony jest siłą N w kierunku swej osi, wtedy opierać się on powinien na odpowiednio ukształtowanym łożysku, rys. 180-ty. Przyjmijmy, iż łożysko jest płaskie i leży w płaszczyźnie prostopadłej od osi czopa. Podczas obrotu, w ten sposób obciążonego wała, pomiędzy płaszczyznami zetknięć wała i łożyska powstaje tarcie. Zadanie w danym razie polega na wyznaczeniu momentu M, który przezwycięża czyli równoważy siły tarcia.

Siła, działając prostopadle do płaszczyzny łożyska, rozkłada się na przekrój, który przyjmiemy kolistym. Na każdą więc cząstkę pola dF danego przekroju działa siła dN; stosunek $\frac{dN}{dF}$ oznaczymy przez p i napiszymy $\frac{dN}{dF} = p$. O wielkości p t. j. o sposobie rozłożenia siły N na powierzchnię ło-



Rys. 180.

[1] Obliczenie tarcia czopa w łożysku kliniastem i na wałkach znajduje się na str. 338-ej i nast. w wyd. I szem.

żyska nie możemy nic powiedzieć na zasadzie teoretycznych rozważań; gdyż stosunek $\frac{dN}{dF}$ może być różny w różnych punktach przekroju, zależnie od sposobu zetknięcia się powierzchni czopa i łożyska. Zrobimy jednakże przypuszczenie, iż wskutek symetryczności przekroju względem środka koła, wartość p jest stałą dla tych samych odległości od tego środka; czyli przyjmujemy, iż $p = f(x)$, gdzie x oznacza odległości cząstki pola od środka koła.

Na zasadzie równowagi sił napiszemy równanie $N = \Sigma p dF = \int p dF$; warunek zaś równowagi momentów względem osi obrotu wyrazimy równaniem:

$$M = \int dW . x; \text{ a ponieważ: } dW = dN . \mu; \text{ przeto}$$

$$M = \int \mu . dN . x; \text{ lub inaczej: } M = \int \mu . p dF . x.$$

Jeżeli przyjmiemy spółczynnik μ dla wszystkich cząstek przekroju stałym, to napiszemy: $M = \mu \int p x dF$; następnie jeśli przyjmiemy, że rozkład obciążenia względem środka czopa jest symetryczny, to $dF = 2\pi x dx$; a po podstawieniu tej wartości w równania statyczne, otrzymamy

$$N = 2\pi \int p x dx, \text{ oraz:}$$

$$M = 2\pi\mu \int p x^2 dx \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (121)$$

Wyrazy powyższe mogą być scałkowane, gdy wyrazimy sposób obciążenia powierzchni czopa przez pewną funkcyę; która należy od warunków, w jakich znajdują się powierzchnie zetknięć.

Przytoczymy dwa założenia, tyczące się postaci tej funkcyi, które w przybliżeniu odpowiadają warunkom, spotykanym w praktyce.

1) Jeżeli powierzchnie zetknięć są równe i dobrze dotarte, to możemy przyjąć w przybliżeniu, że ciężar N rozkłada się równomiernie na przekrój łożyska, t. j. przyjmujemy, że

$$p = \frac{dN}{dF} = \frac{N}{F} = \text{stałej};$$

gdzie F oznacza wielkość powierzchni tarcia. Po podstawieniu tej wartości we wzór momentu i oznaczywszy moment tarcia, jak występuje w tych warunkach przez M_1, napiszemy:

$$M_1 = 2\pi\mu \frac{N}{F} \int x^2 dx \quad \ldots \ldots \ldots \quad (122)$$

Przyjmiemy następnie, iż powierzchniami tarcia są pełne koła, wtedy całkujemy w granicach od O do R otrzymujemy dla danego założenia

$$M_1 = 2\pi\mu \cdot \frac{N}{\pi R^2} \cdot \frac{R^3}{3} = \tfrac{2}{3}\mu NR \quad \ldots\ldots \quad (123)$$

Pracę tarcia podczas jednego obrotu w tych warunkach obliczymy z wzoru

$$L_s = 2\pi M = \tfrac{4}{3}\pi\mu NR \quad \ldots\ldots\ldots \quad (124)$$

Jeżeli zaś pole zetknięć jest pierścieniem o promieniach R i r, to dla tych warunków otrzymamy równanie:

$$M_1 = 2\pi\mu \frac{N}{\mu(R^2 - r^2)} \cdot \left(\frac{R^3}{3} - \frac{r^3}{3}\right) = \tfrac{2}{3}\mu N \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}.$$

2) Przypuszczenie, iż p jest stałą wielkością dla wszystkich cząstek danego przekroju, nie może być zgodne z przebiegiem zjawiska, gdyż części łożyska leżące bliżej zewnętrznych brzegów przekroju, wskutek większej prędkości linijnej, jaką w tem miejscu posiadają cząstki powierzchni czopa, prędko się ścierają; wskutek czego ciśnienie $p = \frac{dN}{dF}$ jest w tych miejscach mniejsze, niż bliżej środka czopa. Mając to na względzie, przyjmiemy w przybliżeniu

$$p = \frac{k}{x}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (125)$$

gdzie k jest pewną stałą wielkością; wzór ten bowiem wyraża, że ciśnienie $\frac{dN}{dF}$ zmniejsza się, oddalając się od środka przekroju, co właśnie jest naszem przypuszczeniem.

W celu zastosowania tego wzoru wyznaczmy najpierw spółczynnik k. Ze wzoru $N = \int p dF$ wynika $N = \int \frac{k}{x} dF$; wskutek symetryczności przekroju przyjmiemy $dF = 2\pi x dx$; a po podstawieniu tej wartości w ten wzór, otrzymamy

$$N = k \int \frac{2\pi x dx}{x} = 2\pi k \int dx \quad \ldots\ldots \quad (126)$$

Przyjmijmy, że przekrój jest pełnym kołem, wtedy

$$N = k 2\pi \int_0^R dx = 2\pi k R; \text{ skąd}$$

$$k = \frac{N}{2\pi R}; \text{ a więc}$$

$$p = \frac{k}{x} = \frac{1}{x} \cdot \frac{N}{2\pi R}.$$

Podstawiwszy tę wartość w równanie 121-sze, otrzymamy wzór ogólny

$$M_2 = 2\pi\mu\int x^2 dx \frac{1}{x} \cdot \frac{N}{2\pi . R} = \frac{\mu N}{R}\int x dx \quad . \; . \; . \; . \quad (127)$$

Dla pełnego koła

$$M_2 = \frac{\mu N}{R} \cdot \frac{R^2}{2} = \tfrac{1}{2}\mu NR \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (128)$$

Wartości momentu dla czopów kolistych, na zasadzie pierwszego przypuszczenia

$M_1 = \frac{2}{3}\mu NR$; na zasadzie zaś drugiego:

$$M_2 = \tfrac{1}{2}\mu NR;$$

z czego wypada, że $M_2 < M_1$; wynik ten da się bezpośrednio tem objaśnić, żeśmy dla obliczenia M_2 przyjęli obciążenie mniejsze bliżej obwodu koła; wskutek czego moment tarcia zmniejsza swą wartość. Wybór pierwszego lub drugiego wzoru do zastosowania praktycznego jest zależnym od warunków, w jakich pracuje dany mechanizm. Obydwa zaś te wzory wskazują, że moment tarcia powiększa się ze średnicą przekroju.

Obliczmy obecnie M_2 dla łożyska o przekroju pierścieniastym; w tym celu bierzemy granice całkowania od r do R; i na zasadzie wzoru 126-go napiszemy

$$N = 2\pi k\int_r^R dx = 2\pi k(R-r); \text{ skąd:}$$

$$k = \frac{N}{2\pi(R-r)}, \text{ zatem: } p = \frac{k}{x} = \frac{1}{x}\frac{N}{2\pi(R-r)}.$$

Następnie z wzoru 127-go

$$M_2 = 2\pi\mu\int_r^R x^2 dx p = 2\pi\mu\frac{N}{2\pi(R-r)}\int_r^R x dx;$$

a po scałkowaniu

$$M_2 = \frac{\mu N}{R-r}\tfrac{1}{2}(R^2 - r^2) = \tfrac{1}{2}N\mu(R+r) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (129)$$

Pracę straconą podczas jednego obrotu obliczymy z następującego wzoru

$$L_s = \int_0^{2\pi} M d\alpha = M 2\pi.$$

Jeżeli wał robi n obrotów na minutę, to obliczymy moc straconą, lub inaczej nazywając, obliczymy moc, zużytą na przezwyciężenie tarcia, z następującego wzoru:

$$E_s = \frac{2\pi Mn}{60 . 75} \; kgm. \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (130)$$

Przykład. W kierunku osi turbiny działa siła: $N = 2400\,kg$; łożysko jej czopa jest płaskie o przekroju pełnego koła, którego średnica $= 80\,mm$; turbina robi 40 obrotów na minutę; obliczyć moc straconą turbiny, gdy jej moc użytkowa $E = 1400\,kgm/1$ sek.; oraz obliczyć stosunek mocy straconej do mocy użytkowej, przyjmując $\mu = 0{,}08$.

$$M = \tfrac{1}{2}\mu NR = \tfrac{1}{2}.0{,}08.2400.\tfrac{1}{2}.0{,}08 = 3{,}84\,kgm,$$

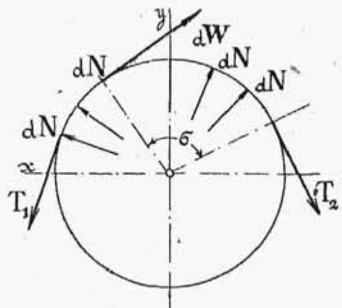
$$E_s = \frac{2\pi.3{,}84.80}{60} = 16{,}1\,kgm/\text{sek.}$$

$$\frac{16{,}1}{1400} = 1{,}1\%$$ mocy pożytecznej stanowi praca stracona*).

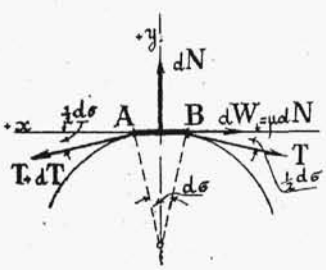
137. Tarcie lin i pasów. Weźmy pod uwagę linę, przerzuconą przez wał nieruchomy, ustawiony poziomo; na końcach tej liny przyczepione są ciężary T_1 i T_2. Podczas równowagi sił, linę możemy uważać za układ niezmienny punktów, na który działają siły T_1 i T_2, oraz nieskończenie wiele sił dN, normalnych do cząstek liny. Warunki równowagi tych sił wymagają, ażeby suma momentów względem środka wała:

$$T_1.r - T_2.r = 0;\ \text{t. j. ażeby: } T_1 = T_2.$$

Lecz doświadczenie uczy, że może być np. $T_1 > T_2$, a pomimo tego lina pozostanie w spoczynku; z tego spostrzeżenia wnioskujemy, że występują w danym mechanizmie jeszcze inne siły, których nie wzięliśmy pod uwagę; temi siłami są siły tarcia, występujące pomiędzy liną a po-



Rys. 181.



Rys. 182.

wierzchnią walca. Przyjmijmy, że siły T_1 i T_2 tworzą pewne kąty z osią pionową i że T_1 jest siłą ciągnącą, t. j. że ruch liny następuje w kierunku tej siły, rys. 181-szy; wtedy w kierunku stycznych do obwodu liny występują siły tarcia dW, których kierunki są przeciwne kierunkowi ruchu liny; wprowadziwszy te siły do równań równowagi, znaj-

*) Tarcie w poprzek kierunku ruchu znajduje się na str. 352; tarcie, gdy kierunek ruchu jest nieznany podano na str. 361, wyd. 1-go.

dziemy zależność pomiędzy T_1, T_2 i siłami tarcia. W celu zestawienia równań równowagi, weźmy pod uwagę cząstkę liny AB, jak wskazuje rys. 182; na końce tej cząstki działają siły $(T+dT)$ T w kierunkach stycznych, przeprowadzonych w jej końcach; prostopadle do tej cząstki działa siła odporowa dN, a wzdłuż niej siła dW; warunki równowagi tych sił wyrazimy przez następujące równania ich rzutów

$$1)\quad (T+dT)\,.\cos(\tfrac{1}{2}\,d\sigma) - T\,.\cos(\tfrac{1}{2}\,d\sigma) - \mu\,.dN = 0;$$

$$2)\quad dN - (T+dT)\,.\sin(\tfrac{1}{2}\,d\sigma) - T\sin(\tfrac{1}{2}\,d\sigma) = 0.$$

Po rozwiązaniu nawias i skróceniu, otrzymamy

$$1)\quad dT\cos(\tfrac{1}{2}\,d\sigma) - \mu\,.dN = 0;$$

$$2)\quad dN - 2\,T\sin(\tfrac{1}{2}\,d\sigma) - dT\sin(\tfrac{1}{2}\,d\sigma) = 0.$$

Ponieważ kąt $d\sigma$ jest nieskończenie małym, przeto przyjąć możemy, z pominięciem nieskończenie małych drugiego stopnia, że $\cos(\tfrac{1}{2}\,d\sigma) = \cos 0 = 1$; oraz $\sin\tfrac{1}{2}\,d\sigma = \tfrac{1}{2}\,d\sigma$; następnie zważywszy, że iloczyn $aT\sin(\tfrac{1}{2}\,d\sigma)$ jest wielkością nieskończenie małą stopnia drugiego, gdy inne wyrazy tego równania są nieskończenie małymi pierwszego stopnia, pominiemy go i otrzymamy zamiast powyższych równań następujące

$$1)\quad dT - \mu\,.dN = 0;\quad 2)\quad dN - Td\sigma = 0;$$

z których, po wyrugowaniu wielkości dN, otrzymamy:

$$dT - \mu\,.T\,d\sigma = 0;\ \text{lub inaczej}$$

$$\frac{dT}{T} = \mu . d\sigma.$$

Granice, pomiędzy któremi będziemy całkowali ten wzór, wskazuje rys. 183-ci, a mianowicie dla:

$$\sigma = 0;\ T = T_2;\ \text{zaś dla}\ \sigma = \alpha,\ T = T_1;$$

przeto napiszemy całki

$$\int_{T_2}^{T_1} \frac{dT}{T} = \mu \int_0^{\alpha} d\sigma;$$

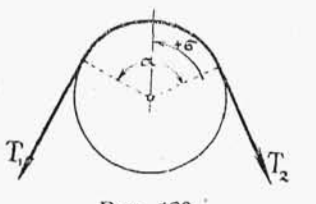
a po scałkowaniu otrzymamy:

$$\lg n\ T_1 - \lg n\ T_2 = \mu.\alpha;\ \text{lub inaczej:}\ \lg n\ \frac{T_1}{T_2} = \mu.\alpha;$$

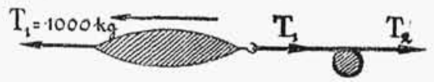
zamieniając funkcyę logarytniczną na wykładniczą, napiszemy:

$$\frac{T_1}{T_2} = e^{\mu.\alpha};\ \text{skąd}\ T_1 = T_2 e^{\mu.\alpha} \quad \ldots\ldots \quad (131)$$

Wartość wyrazu $e^{\mu\alpha}$ dla wszystkich wartości μ i α, które są dodatnie, jest zawsze > 1; przeto $T_1 > T_2$ t. j. siła ciągnąca powinna być znacznie większa od ciągniętej, a stosunek ich nadzwyczaj szybko rośnie z powiększeniem się kąta α; gdyż wielkość α znajduje się w wykładniku wielkości e, która jest > 1.



Rys 183.



Rys. 184.

Przykład. W celu utrzymania w miejscu statku wodnego, znajdującego się na bieżącej wodzie, należy przyłożyć do niego siłę $T_1 = 1000$ *kg*. Do statku przymocowana jest lina, — której drugi koniec obwinięto około słupa, stojącego na brzegu. Jaką siłę należy przyłożyć do drugiego końca liny; ażeby módz statek utrzymać na miejscu, rys. 184-ty. Spółczynnik tarcia pomiędzy liną i słupem przyjmiemy: $\mu = 0{,}5$. Jeżeli lina była jeden raz obwinięta okolo słupa, to w danym razie $\alpha = 2\,\pi$; z powyższego więc wzoru, zważywszy, że ruch liny może nastąpić w kierunku ruchu statku, napiszemy:

$$T_2 = T_1 \frac{1}{e^{\mu.\alpha}} = T^1 \frac{1}{e^{0{,}5\,.\,2\pi}}.$$

Obliczymy tę wartość za pomocą logarytmów lub też skorzystamy z tablicy, pomieszczonej w „Techniku" I, str. 232. Dla danego przykładu otrzymamy z tych tablic $T_2 = 1000 . \frac{1}{23{,}1} \cong 43$ *kg*. Gdy zaś obwiniemy dany słupek dwa razy, wtedy otrzymamy podług tychże tablic $T_2 = 1000 \frac{1}{535} = 1{,}9$ *kg*; dla 3-ch krotnego obwinięcia

$$T_2 = 1000 . \frac{1}{19232} = 0{,}00\ kg.$$ [1]

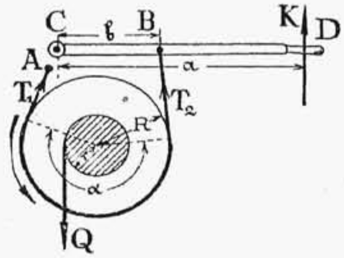
138. Hamulce taśmowe. Hamulce służą do zatrzymania w biegu obracającego się wała lub koła. W tym celu na wale, obracającym się, mocujemy koło, rys, 185-ty, tak zwane hamulcowe; na obwód tego koła nakładamy taśmę metaliczną i, przez większe lub mniejsze naciśnięcie tej taśmy do obwodu koła, powodujemy większe lub mniejsze tarcie.

---

[1]) Obliczenie kół pasowych znajduje się w wyd. 1-szem str. 355.

Nacisk ten wywołujemy naciągnięciem jednego końca taśmy, gdy drugi jej koniec jest umocowany do punktu stałego; naciągnięcie to uskuteczniamy nieraz za pomocą dźwigni.

Niechaj koło o promieniu R przedstawia koło hamulcowe; koło zaś o promieniu r przekrój wała, na którego obwodzie przyczepiony jest ciężar Q; rys. 185-ty. W chwili gdy tarcie, występujące pomiędzy taśmą i kołem hamulcowem, utrzymuje wał w spoczynku, wtedy siły są w równowadze. Koniec A taśmy, obwijającej koło hamulcowe, jest przymocowany do stałego punktu; koniec zaś drugi B umocowano do dźwigni, której punkt oparcia jest w C; jeżeli następnie przyłożymy do końca dźwigni siłę K, jak wskazuje rys. 185-ty, to wywoła ona w B pewną siłę T_1; oraz w drugim końcu taśmy, siłę T_2. Ze zwrotu obrotu wała wynika, że siła $T_2 > T_1$ (musi ona bowiem przezwyciężyć tarcie na obwodzie), wobec czego napiszemy, na zasadzie poprzednich wzorów:



Ryś. 185.

$$T_2 = T_1 \cdot e^{\alpha\mu}.$$

Równowaga momentów, działających na koło hamulcowe i wał, da równanie

$$T_2 R - Qr - T_1 R = 0.$$

Jeżeli chcemy obliczyć siłę K, która jest w stanie utrzymać wał w spoczynku, to zestawimy sumę momentów względem bieguna C i napiszemy

$$-Ka + T_1 b = 0; \text{ skąd } K = \frac{b}{a} T_1.$$

Wyrugujemy z poprzednich dwóch równań T_1 i T_2, a po podstawieniu tych wartości w równanie ostatnie, otrzymamy

$$K = \frac{b}{a} \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{1}{e^{\mu\alpha} - 1} Q.$$

Spółczynnik tarcia podczas hamowania przyjmuje się w przypadku, gdy tarcie występuje pomiędzy żelazem i taśmą stalową $\mu = 1{,}18$; („Technik" I, str. 538) [1]).

[1]) Obliczenie tarcia w kołach ciernych, — w kołach zębatych; — obliczenie tarcia, gdy kierunek ruchu jest nieznany, znajduje się w wydaniu 1-szem str. 357 i następ.