

Sposób II. (fig. 445) dla warunku, aby naprężenie  $\sigma$  u krawędzi podstawy wynosiło określoną wartość  $k$ . Rysuje się krzywą naprężeń krawędziowych dla różnych grubości muru; przecięcie jej z wartością  $k$  wskazuje grubość szukaną.

Korzystny przekrój murów oporowych. I. Zmiana prostokąta na romboid (fig. 446) daje ze względu na ilość materiału mury coraz korzystniejsze ze zmniejszającym się kątem  $\alpha$ ; potrzebne grubości  $g_1, g_2, g_3$  wypadają coraz mniejsze. To jednak mija się często z celem muru oporowego (podparcie stromej ściany ziemnej, skrócenie stoku).

II. Zmiana prostokąta na trapez (fig. 447) daje mur korzystniejszy ze względu na położenie wypadkowej, mimo mniejszego przekroju.

III. Profil trapezowy podcięty (fig. 448) jest jeszcze korzystniejszy ze względu na położenie wypadkowej, bo stosuje się lepiej do przebiegu linii

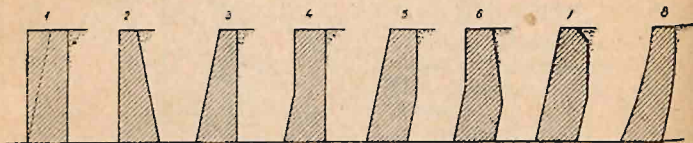


Fig. 449.

ciśnienia w dolnej części muru. Jest to zwykły profil normalny murów oporowych. Foerster (Taschenbuch) podaje dobre zestawienie (fig. 449) różnych przekrojów, w których szereg 1—3, 4—8 daje przekroje muru coraz korzystniejsze ze względu na ilość materiału, oraz na przebieg linii ciśnienia.

## VIII. Teoria żelbetu.

Opracował

inż. dr. Maksymiljan Thullie.

### I. Własności mechaniczne betonu i żelaza (por. także „Materiały budowlane“).

#### 1. Własności betonu.

Beton jest to mieszanina cementu, piasku i żwiru lub tłuczni, względnie kruszywa, która w połączeniu z pewną ilością wody twardnieje. Dla żelbetu beton musi mieć pewne wyborowe własności, mianowicie musi być więcej wytrzymały, niż użyty bez żelaza, musi być jednostajny i bez próżnych miejsc, posiadać przyczepność do żelaza i chronić je od rdzy i ognia.

Cement używany do betonu jest portlandzki i powoli wiążący (por. dział: Materiały budowlane. Cementy).

Kruszywem nazywamy kamień tłuczony (tłuczeń) lub żwir o różnych wielkościach ziarn z dodatkiem piasku w takiej ilości, aby piasek wypełniał ile możności, wszystkie próżnie, zawarte między grubszymi ziarnami kamienia. Dla cieńszych części zespołów żelbetowych kruszywo zwykle składa się tylko z piasku o różnej wielkości ziarn piasku, dla innych części jednak ze względu na większą gęstość betonu dodaje się też tłuczni lub żwiru aż do grubości 3 cm, co zależne jest od wymiarów i odstępów żelaza. Kruszywo musi być wolne od wszelkich domieszek, które wpływają szkodliwie na wytrzymałość betonu, oraz wytrzymałe na mróz i zmiany atmosferyczne.

Kruszywo wydziela się zwykle wedle objętości, cement wedle wagi, przeliczając przy luźnem napełnieniu naczynia wedle ciężaru 1200 do 1300 kg/m<sup>3</sup>. Zazwyczaj stosunek ten należy wyznaczyć próbami. Stosunek piasku do kamienia zwykle waha się od 1:1,5 do 1:2. Stosunek mieszanki oznacza się albo ilością każdego materiału z osobna, więc 1:1,5:3 aż

do 1:3:6, albo też zaznacza się stosunek objętości cementu do objętości kruszywa 1:3, 1:4, 1:5. Stosunek 1:4 i 1:5 jest dla żelbetu najczęściej używany, 1:3 używa się rzadziej przy cienkich i silnie obciążonych częściach budowli. Rozporządzenie polskie nakazuje podawać ilość cementu w *kg* na  $1\text{ m}^3$  kruszywa. Nie może ona być mniejsza dla żelbetu niż 300 *kg* na  $1\text{ m}^3$  kruszywa, dla części zginanych nie powinna ona przekraczać 500 *kg* na  $1\text{ m}^3$  kruszywa.

Ponieważ przy mieszaniu części składowych betonu jeden materiał wypełnia częściowo próżnię w drugim, więc suma objętości części składowych jest większa od objętości betonu.

Na 1 m<sup>3</sup> betonu potrzeba przeciętnie:

dla stosunku mieszanki . . . . .	1:3	1:3,5	1:4	1:4,5	1:5	1:5,5	1:6
cementu w kg . . . . .	472	420	376	343	314	290	270
kruszywa w m <sup>3</sup> . . . . .	1,01	1,05	1,08	1,10	1,12	1,14	1,16.

Ilość wody musi być taka, ażeby wymieszany beton dawał się do form wlewać lub też, o ile ma być ubijany, ażeby się w rękach dawał ugniatać w kule. Wedle ilości wody rozróżniamy beton wilgotny, mokry (plastyczny) i lany (por. „Materiały budowlane“).

Wytrzymałość betonu powinna wynosić po 28 dniach dla kostek 20 cm 140 kg/cm<sup>2</sup>, po 45 dniach 170 kg/cm<sup>2</sup>, chociaż przepisy polskie tego nie ustalają. Jeżeli nie wykonywamy przy mniejszych robotach prób wytrzymałości, można przyjąć według przepisów z 1927:

przy	500 kg	cementu	na	1 m <sup>3</sup>	kruszywa	200 kg/cm <sup>2</sup> ,
"	400 kg	"	"	1 m <sup>3</sup>	"	170 kg/cm <sup>2</sup> ,
"	300 kg	"	"	1 m <sup>3</sup>	"	140 kg/cm <sup>2</sup> ,
"	200 kg	"	"	1 m <sup>3</sup>	"	100 kg/cm <sup>2</sup> ,
"	100 kg	"	"	1 m <sup>3</sup>	"	60 kg/cm <sup>2</sup> .

Wytrzymałość po 8 dniach należy przyjmować  $\frac{2}{3}$  wytrzymałości po 28 dniach.

W ostatnich czasach zaczęto wyrabiać cement wyborowy, najpierw we Francji topiony, który przedstawia znacznie większą wytrzymałość na ciśnienie, niż zwykły cement portlandzki, zwłaszcza w pierwszych dniach po wykonaniu. Rząd niemiecki z r. 1925 żąda od cementów wyborowych przy próbach według norm dla cementu portlandzkiego następnych najmniejszych wytrzymałości:

Po 3 dniach (1 dzień w wilgotnem powietrzu, 2 dni pod wodą):

wytrzymałość na ciśnienie . . . . .	250 kg/cm <sup>2</sup> ,
" " ciągnienie . . . . .	25 kg/cm <sup>2</sup> .

na Po 28 dniach (1 dzień w wilgotnem powietrzu, 2 dni pod wodą, reszta

wytrzymałość na ciśnienie . . . . .	450 $kg/cm^2$ ,
„ „ „ „ ciągnienie . . . . .	35 $kg/cm^2$ .

Wytrzymałość betonu przy użyciu cementu wyborowego jest odpowiednio większa.

Napężenie dopuszczalne wedle polskich przepisów dla mostów por.  
str. 835, dla budownictwa por. dodatek do działu „Statyka budowli“.

Spółczynnik sprężystości betonu jest inny na ciśnienie, inny na ciągnienie, a wogóle zmienny z naprężeniem. Dla uzmysłowienia zmienności podajemy tablicę 1. wedle Mörscha.

W praktyce przyjmujemy przeciętne wartości, a to dla małych naprężeń  $E_b = 210\,000\text{ kg/cm}^2$ , dla wielkich  $E_b = 140\,000\text{ kg/cm}^2$ , a że dla żelaza  $E_s = 2\,100\,000\text{ kg/cm}^2$ , więc  $n = E_s : E_b = 10$  dla małych, zaś  $n = 15$  dla wielkich naprężeń.



Tablica 1.

Napreżenia w kg/cm <sup>2</sup>	Mieszanina 1:3			Mieszanina 1:4	
	E na ściskanie w kg/cm <sup>2</sup> przy ilości wody				
	8 <sup>o</sup> / <sub>o</sub>	14 <sup>o</sup> / <sub>o</sub>		8 <sup>o</sup> / <sub>o</sub>	14 <sup>o</sup> / <sub>o</sub>
	po 3 mies.	po 3 mies.	po 2 latach	po 3 mies.	po 3 mies.
3	300 000	272 000	—	273 000	250 000
9,2	287 000	260 000	300 000	257 000	219 000
12,2	284 000	254 000	290 000	250 000	215 000
18,3	273 000	241 000	286 000	241 000	203 000
24,5	266 000	235 000	283 000	235 000	198 000
30,6	261 000	227 000	280 000	230 000	191 000
36,8	257 000	222 000	278 000	225 000	185 000
49,0	247 000	216 000	272 000	218 000	177 000
61,3	240 000	209 000	268 000	211 000	170 000
73,7	—	—	263 000	—	—

Wydlużenie betonu wzmocnionego. Beton w żelbecie pęka przy tem samem naprężeniu, co beton sam. Bardzo małe pęknięcia pojawiają się przy wydłużeniu 0,00006 do 0,0001 już przy bardzo małym naprężeniu żelaza. Pęknięcia poprzedzają plamy mokre, które wskazują na rozluźnienie spójności betonu.

Ponieważ pęknięcia przy powtarzających się naprężeniach rozszerzają się, przeto przy obliczeniach statycznych nie można liczyć na wytrzymałość betonu na ciągnięcie.

Kurczenie i rozszerzanie się betonu z wiekiem zależne jest od tego, czy beton znajduje się w suchem miejscu, czy w wodzie lub mokrym piasku. W pierwszym wypadku następuje kurczenie się, w drugim rozszerzanie (pęcznienie) betonu. Spółczynnikiem kurczenia się nazywamy skrócenie jednostki długości. Spółczynnik ten  $\beta$  jest tem większy, im beton jest tłustszy, tj. im więcej cementu zawiera. Przy mieszaninie 1:3 do 1:5 może on wzrosnąć do 0,5 mm/m, co odpowiada ciśnieniu betonu 24  $kg/cm^2$ , a ciągnięciu 18  $kg/cm^2$ . W obliczeniu wyznaczamy zwykle te naprężenia jako zmniejszenie ciepłoty o 10°C przy zeskładach statycznie niewyznaczalnych. Cement wyborowy ma z początku skurecz 8 razy tak wielki, jak zwykły. Po 90 dniach jest skurecz dla obu cementów równy.

Spółczynnik rozszerzalności betonu wynosi około 0,000010, żelaza 0,000012. Różnica jest tak mała, że sił, powstających wskutek tej różnicy przy ogrzaniu, można nie uwzględniać. Przyjmuje się najczęściej ten sam współczynnik 0,00001. Beton jest złym przewodnikiem ciepła, to też w budynkach zazwyczaj nie uwzględniamy wpływu zmiany ciepłoty, tylko urządzamy co 30 do 50 m szczeliny, umożliwiające rozszerzanie się. Przy mostach i budowlach na wolnem powietrzu uwzględnia się zwykle zmianę ciepłoty o  $\pm 15^\circ C$ . Cyfrę tę zmniejsza się do 10°C dla części dźwigarów chronionych nasypem czy żwirówką, gdy każdy wymiar przekroju jest większy od 70 cm, albo też w budynkach osłoniętych.

Wytrzymałość betonu przy zginaniu jest większa niż wytrzymałość na ciśnienie w stosunku 1:1,5 do 1:1,7. Tak samo ma się z wytrzymałością na ciągnięcie, która wynosi około 12  $kg/cm^2$  po 45 dniach. Ponieważ zaś stosunek ten wynosi 1,8 do 2, więc przy zginaniu beton pęka dopiero przy 22 do 24  $kg/cm^2$ , a nawet i przy naprężeniu wyższem.

## 2. Własności żelaza.

Na wkładki żelazne używane jest zazwyczaj żelazo zlewne, odpowiadające przepisom dla żelaza budowlanego. Żelazo powinno mieć wytrzymałość większą niż  $3700 \text{ kg/cm}^2$ , a mniejszą niż  $4500 \text{ kg/cm}^2$ , przyczem wydłużenie ma być tak wielkie, aby iloczyn z wytrzymałości (w  $t/cm^2$ ) i wydłużenia (w procentach) wynosił dla próbek wyciętych w kierunku walcowania co najmniej 100, dla próbek prostopadłe do kierunku walcowania 90.

Dla stali zlewnej wytrzymałość ma wynosić najmniej  $4500 \text{ kg/cm}^2$  przy wydłużeniu jednostkowym najmniej 25%. Granica ciastowatości powinna wynosić dla żelaza zlewne co najmniej  $2250 \text{ kg/cm}^2$ , dla stali zlewnej  $3000 \text{ kg/cm}^2$ .

Próbki żelaza należy nawinąć na walcu o średnicy, równej 2-krotnemu najmniejszemu wymiarowi przekroju próbki, przyczem na stronie ciągniętej nie mogą się pokazać żadne ślady rozzerwania żelaza.

Żelazo wzmacniające może mieć przekrój prostokątny, wieloboczny lub kołowy, powierzchnie płaskie lub karbowane, a największe wymiary przekroju w jakimkolwiek kierunku nie powinny przekraczać 50 mm.

Sprężystość żelaza zlewne wynosi  $2100000 \text{ kg/cm}^2$ .

Przeważnie używa się wkładek z żelaza okrągłego. Ciężar i przekrój wkładek podaje tabl. 2. Połączenie żelaza okrągłego, gdy długość jego jest niewystarczająca, może być trojaki: 1. zapomocą spawania; jest to

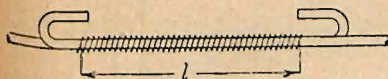


Fig. 450.



Fig. 451.

połączenie dobre, lecz drogie; 2. zapomocą ześrubowania z nasadzoną rurą gwintowaną; połączenie drogie, dobre, lecz tylko tam do użycia, gdzie niema obawy rozsądzenia betonu; 3. zapomocą przedłużenia pręta o długość  $l$  (fig. 450); zachodzące na siebie pręty łączy się drutem, a końce obu prętów zaginamy. Długość  $l$  oblicza się ze względu na przyczepność  $\tau_p$ , mianowicie siła rozciągająca  $R < \tau_p d \pi l$ , więc:

$$l \geq \frac{R}{\tau_p d \pi} \dots \dots \dots (1)$$

Pomijamy tu rozmaite pręty karbowane, używane w Ameryce, jak żelazo skręcane Ransome'a (fig. 451) i Johnsona (fig. 452). Są one droższe od żelaza okrągłego, a nie przedstawiają znacznych korzyści, u nas więc nieużywane. Natomiast u nas używane są:



Fig. 452.

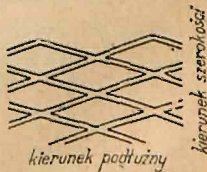


Fig. 453.

1. Żelazo rozsuwane (fig. 453), które wykonywuje się w ten sposób, że w blaszę robi się nacięcia i naciąga tak, że powstaje krata. Wymiary żelaza rozsuwanego są zwykle 4,80 lub 2,40 m, dlatego używane tylko dla tych rozpiętości.



Tablica 2.  
Żelazo okrągłe (zlewne). Ciężar gat. 7,85.

Średnica mm	Ciężar kg/m	Obwód cm	Przekrój cm <sup>2</sup>	Powierzchnie przekroju prętów w cm <sup>2</sup>									
				2	3	4	5	6	7	8	9	10	
5	0,154	1,57	0,20	0,39	0,59	0,78	0,98	1,18	1,37	1,57	1,77	1,96	
6	0,222	1,88	0,28	0,56	0,85	1,13	1,41	1,70	1,98	2,26	2,54	2,83	
7	0,302	2,20	0,38	0,77	1,15	1,54	1,92	2,31	2,69	3,08	3,46	3,85	
8	0,395	2,51	0,50	1,00	1,51	2,01	2,51	3,01	3,52	4,02	4,52	5,03	
9	0,499	2,83	0,64	1,27	1,91	2,54	3,18	3,82	4,45	5,09	5,73	6,36	
10	0,616	3,14	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07	7,85	
11	0,746	3,46	0,95	1,90	2,85	3,80	4,75	5,70	6,65	7,60	8,55	9,50	
12	0,888	3,77	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65	6,79	7,91	9,05	10,18	11,31	
13	1,042	4,08	1,33	2,65	3,98	5,31	6,64	7,96	9,29	10,62	11,95	13,27	
14	1,208	4,40	1,54	3,08	4,62	6,16	7,70	9,24	10,77	12,32	13,86	15,39	
15	1,387	4,71	1,77	3,53	5,30	7,07	8,84	10,60	12,37	14,14	15,91	17,67	
16	1,578	5,03	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,07	16,08	18,09	20,11	
17	1,782	5,34	2,27	4,54	6,81	9,08	11,35	13,62	15,89	18,16	20,43	22,70	
18	1,998	5,65	2,54	5,09	7,63	10,18	12,72	15,26	17,81	20,36	22,90	25,45	
19	2,226	5,97	2,84	5,67	8,51	11,34	14,18	17,02	19,85	22,68	25,52	28,35	
20	2,466	6,28	3,14	6,28	9,42	12,57	15,71	18,84	21,99	25,14	28,28	31,42	
21	2,714	6,60	3,46	6,93	10,39	13,85	17,32	20,78	24,24	27,70	31,17	34,64	
22	2,984	6,91	3,80	7,60	11,40	15,21	19,01	22,81	26,61	30,41	34,21	38,01	
23	3,261	7,23	4,15	8,31	12,46	16,62	20,77	24,93	29,08	33,24	37,40	41,55	
24	3,551	7,54	4,52	9,05	13,57	18,10	22,62	27,14	31,67	36,19	40,71	45,24	
25	3,853	7,85	4,91	9,82	14,73	19,63	24,54	29,45	34,36	39,27	44,18	49,09	

26	4,168	8,17	5,31	10,62	15,93	21,24	26,55	31,86	37,17	42,47	47,78	53,09
27	4,495	8,48	5,73	11,45	17,18	22,90	28,63	34,35	40,08	45,80	51,53	57,26
28	4,834	8,80	6,16	12,31	18,47	24,63	30,79	36,94	43,10	49,26	55,82	61,58
29	5,185	9,11	6,61	13,21	19,81	26,42	33,02	39,62	46,23	52,84	59,44	66,05
30	5,549	9,42	7,07	14,14	21,21	28,27	35,34	42,41	49,48	56,55	63,62	70,69
31	5,925	9,74	7,55	15,09	22,64	30,19	37,74	45,29	52,83	60,38	67,93	75,48
32	6,313	10,05	8,04	16,08	24,13	32,17	40,21	48,26	56,30	64,34	72,38	80,42
33	6,714	10,37	8,55	17,11	25,66	34,21	42,76	51,32	59,87	68,42	76,97	85,53
34	7,127	10,68	9,08	18,16	27,24	36,32	45,40	54,48	63,56	72,63	81,71	90,79
35	7,553	11,00	9,62	19,24	28,86	38,48	48,41	57,73	67,34	76,97	86,54	96,21
36	7,990	11,31	10,18	20,36	30,54	40,72	50,90	61,07	71,26	81,43	91,61	101,79
37	8,440	11,62	10,75	21,50	32,26	43,01	53,76	64,51	75,27	86,02	96,77	107,52
38	8,903	11,94	11,34	22,68	34,02	45,36	56,70	68,04	79,38	90,73	102,07	113,41
39	9,378	12,25	11,95	23,89	35,84	47,78	59,73	71,68	83,62	95,57	107,51	119,46
40	9,865	12,57	12,57	25,13	37,70	50,26	62,83	75,40	87,96	100,53	113,09	125,66
41	10,364	12,88	13,20	26,41	39,61	52,81	66,01	79,22	92,42	105,63	118,82	132,03
42	10,876	13,19	13,85	27,71	41,56	55,42	69,27	83,12	96,98	110,83	124,68	138,54
43	11,400	15,51	14,52	29,04	43,56	58,09	72,61	87,13	101,65	116,18	130,70	145,22
44	11,936	13,82	15,21	30,41	45,61	60,82	76,03	91,23	106,43	121,64	136,84	152,05
45	12,485	14,14	15,90	31,81	47,71	63,62	79,52	95,42	111,33	127,23	143,13	159,04
46	13,046	14,45	16,62	33,24	49,86	66,48	83,10	99,71	116,34	132,95	149,57	166,19
47	13,619	14,77	17,35	34,70	52,05	69,40	86,75	104,10	121,45	138,79	156,14	173,49
48	14,205	15,08	18,10	36,19	54,29	72,38	90,48	108,58	126,67	144,77	162,86	180,97
49	14,803	15,39	18,86	37,71	56,57	75,43	94,28	113,14	132,00	150,86	169,72	188,57
50	15,413	15,71	19,64	39,27	58,90	78,54	98,17	117,81	137,44	157,08	176,71	196,35

2. Żelazo Kahna (fig. 454). Boczne wypustki nadcina się i zagina pod kątem około  $45^{\circ}$ , pozostają one jednak stale połączone z głównym przekrojem. Przekroje żelaza przedstawia fig. 455. Odgięte pręty muszą być tak długie, aby zachodziły aż do środka ciśnienia. Tablica 3. podaje wymiary wedle cennika fabryki Jordahl i Spół. w Berlinie.

Tablica 3.

Żelazo Kahna. *D* i *C* mają przekrój trapezowy.

Kształt przekroju	Przekrój $\text{cm}^2$	CieŜar $\text{kg/m}$	Przekrój bez prętów odgiętych $\text{cm}^2$	Przekrój jednego pręta odgiętego $\text{cm}^2$
D	2,20	1,70	1,64	0,28
C	1,80	1,40	1,58	0,21
B	0,70	0,56	—	—
A	0,85	0,65	—	—
I	2,55	2,00	1,59	0,48
II	5,10	4,00	3,34	0,88
III	9,50	7,4	7,70	0,90
IV	12,75	10,0	10,28	1,23

3. Belki kratowe bez nitów (fig. 456) z blach lub płaskowników, wykonane przez nacięcie i rozciągnięcie. Korzyść: możność zawieszenia deskowania, wada: mała zmienność przekroju, stąd droŜsze w uŜyciu niŜ Źelazo okrągłe.

4. Źelaza dla zawieszenia łożysk (fig. 457).

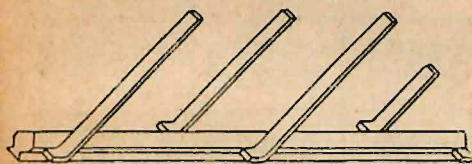


Fig. 454.

Źelazne w deskowaniu trzeba tak silnie umocować, aby przy nanoszeniu betonu nie zmieniły swego kształtu ani położenia. Wkładki naleŜy zakotwić przy pomocy zagięcia końców.

Odstęp wkładek między sobą dla tego samego rodzaju wzmocnienia powinien być w świetle równy lub większy od grubości wkładek, nie po-

Układanie Źelaza. Źelazo przed ułożeniem w deskowaniu naleŜy oczyścić z wszelkich nieczystości, usunąć rdzę, jeżeli odpada łuskami. Wkładki

przed ułożeniem w deskowaniu naleŜy oczyścić z wszelkich nieczystości, usunąć rdzę, jeżeli odpada łuskami. Wkładki

powinien być w świetle równy lub większy od grubości wkładek, nie po-



Fig. 455.



Fig. 456.

winien jednak schodzić niŜej 2 *cm*. Jeżeli odstęp ten wyjątkowo zmniejszymy do 15 *mm*, to trzeba uŜyć zaprawy cementowej tłuŹszej, aby wkładki Źelazne dokładnie objęły. Od powierzchni zewnętrznej powinna odgraniczać Źelazo warstwa betonu najmniej 1 *cm* przy płytach, w innych zespołach 2 *cm*, od powierzchni strzemion najmniej 1,5 *cm* (fig. 458).

Przyczepność Źelaza do betonu wzrasta z wiekiem, jest większa dla Źelaza ze skórką walcową niŜ bez niej, zmniejsza się z długością pręta za-



betonowanego, jest większa dla większych przekrojów, niż dla mniejszych, większa przy ciśnieniu, niż przy ciągnięciu. Doświadczenia Bacha wykazały, że przez haki początek przesunięcia nie o wiele się opóźnia, że jednak wytrzymałość się zwiększa o 40 do 50%. Ponieważ pręty dolne bez udziału górnych nie mogą się przesunąć, należy wedle doświadczeń Bacha do obliczania naprężeń przyczepnych przyjąć oprócz powierzchni prętów dolnych także powierzchnię prętów górnych.

Opór przeciw przesunięciu polega właściwie w małej mierze na przyczepności, w większej (50 do 80%) na tarcii, które zależnem jest od chropowatości powierzchni. Jednak cały opór przeciw przesunięciu nazywamy tu zwyczajnie przyczepnością.

Ponieważ haki prostopadłe lub o kształcie  $\subset$  przeszkadzają skutecznie przesunięciu żelaza i ponieważ rozkład naprężeń przyczepnych jest bardzo

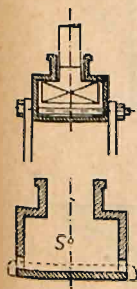


Fig. 457.

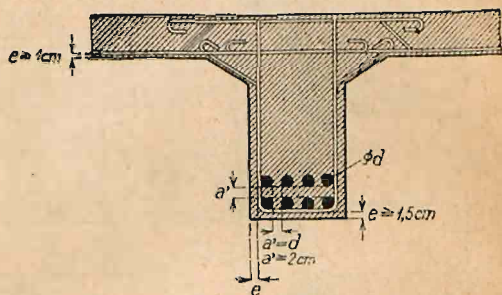


Fig. 458.

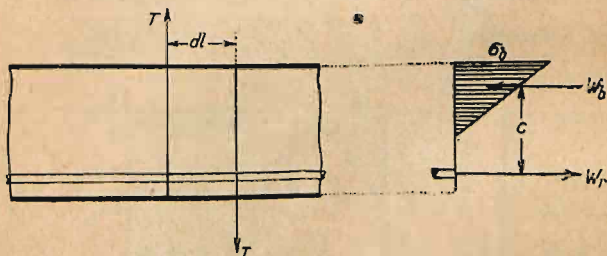


Fig. 459.

niepewny, a dobrze skonstruowane belki nie łamią się zazwyczaj przez przecięciem przyczepności, przeto w ostatnich czasach nie obliczamy naprężeń przyczepnych, jeżeli żelaza zakończymy hakami. Rozporządzenie polskie dla mostów z 1925 dozwala opuścić obliczenie na przyczepność, jeżeli wkładki są zakończone hakami, a średnica żelaza nie przekracza  $1/300$  rozpiętości, zaś niemieckie dla wkładek o średnicy 26 mm i mniej.

Jeżeli na pręt o średnicy  $d$ , długości  $l$  działa osiowo siła  $P$ , to obliczamy  $\tau_p$  wedle równania (1). Jeżeli przyjmiemy, że siła poprzeczna  $T$  jest na długości  $dl$  (fig. 459), to  $T dl = W_r \cdot c = \tau_p \cdot O \cdot dl \cdot c$ , stąd:

$$\tau_p = \frac{T}{O c} \dots \dots \dots (2)$$

jeżeli  $O$  oznacza obwód przekroju pręta,  $c$  odstęp środka ciśnienia od środka ciągnięcia.



## II. Obliczanie naprężeń belek zginanych.

## 3. Zasady obliczenia.

Przy obliczaniu belek żelbetonowych na zginanie robimy następujące założenia: żelazo i beton tak są ze sobą połączone, że względem siebie się nie przesuwają, więc belka stanowi jedną całość, a oba materiały mają naprężenia proporcjonalne do ich współczynników sprężystości, oraz że przekroje po ugięciu pozostają płaskie.

Ponieważ współczynnik sprężystości betonu zmienia się z naprężeniem, zaś wytrzymałość betonu na ciągnięcie jest mała, a po jej przewyżczeniu działa tylko żelazo, przeto rozróżniamy kilka faz podczas obciążania belek.

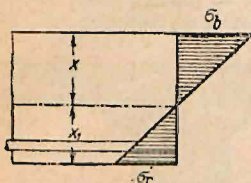


Fig. 460.

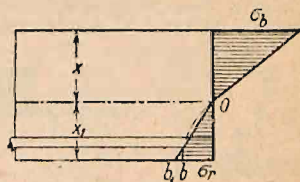


Fig. 461.

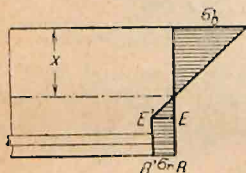


Fig. 462.

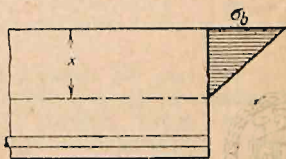


Fig. 463.

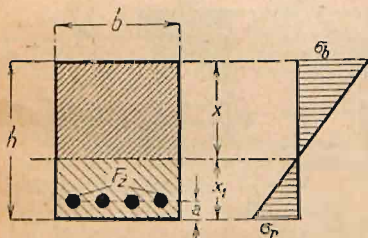


Fig. 464.

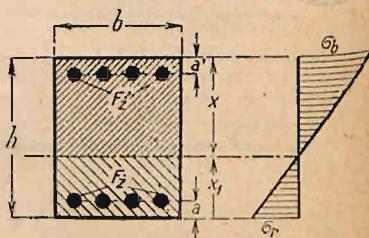


Fig. 465.

Faza I dla małych naprężeń (fig. 460). Współczynniki sprężystości na rozciąganie i ściskanie są równe, więc linia naprężeń jest prosta.

Dla nieco większych naprężeń należałoby uwzględnić zmienność współczynnika sprężystości. Zamiast krzywej  $Ob$  (fig. 461) przyjmuje Melan prostą  $Ob_1$ , a więc inny współczynnik sprężystości na ciśnienie  $E_b$  i na ciągnięcie  $E_r$ .

Faza IIa (fig. 462) dla nieco większych naprężeń. Tu Considère przyjmuje prostą  $E'B' \parallel EB$ , przypuszczając, że beton rozciąga się dalej bez pęknięć. Obecnie wedle tej fazy nie oblicza się belek.

Faza IIb dla większych naprężeń. Przypuszczamy, że beton pękł, a na ciągnięcie działa tylko żelazo. Obecnie przyjmujemy zazwyczaj dla ciśnienia linię prostą (fig. 463).

Faza III następuje, gdy ciągnięcie żelaza przekroczy granicę ciastowatości. Wtedy ciśnienie betonu nagle wzrasta i doprowadza do złamania belki.

4. Faza I.

Belka prostokątna pojedynczo uzbrojona w pasie (fig. 464). Ustawiając równanie momentów naprężeń ze względu na oś obojętną z przyjęciem  $n = 10$ , otrzymamy odstęp osi obojętnej:

$$x_1 = \frac{b h^2 + 2 a n F_z}{2 (b h + n F_z)}; \quad x_1 = \frac{b h^2 + 20 a F_z}{2 (b h + 10 F_z)} \quad \dots (3 \text{ i } 4)$$

Naprężenia obliczamy ze wzorów:

$$\tau_r = \frac{M x_1}{J}; \quad \sigma_b = \frac{M (h - x_1)}{J}; \quad \sigma_z = \frac{10 M (x_1 - a)}{J} \quad (5)$$

przyczem:  $J = \frac{1}{3} b [x_1^3 + (h - x_1)^3] + 10 F_z (x_1 - a)^2 \quad \dots (6)$

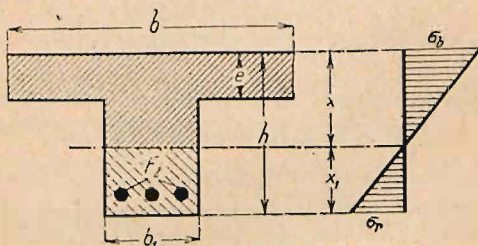


Fig. 466.

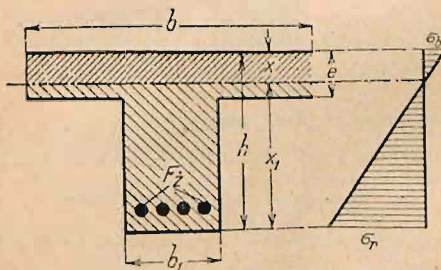


Fig. 467.

Belka prostokątna obustronnie uzbrojona (fig. 465). Tu otrzymamy odstęp osi obojętnej:

$$x_1 = \frac{b h^2 + 20 [a F_z + (h - a') F_z']}{2 [b h + 10 (F_z + F_z')]} \quad \dots (7)$$

$$J = \frac{1}{3} b [x_1^3 + (h - x_1)^3] + 10 F_z (x_1 - a)^2 + 10 F_z' (h - x_1 - a')^2 \quad (8)$$

Naprężenia obliczymy z (5), a

$$\sigma_z = \frac{10 M (h - x_1 - a')}{J} \quad \dots (9)$$

Belka teowa pojedynczo uzbrojona. Tu rozróżniamy dwa wypadki.

a) Oś obojętna nie przecina płyty (fig. 466). Wtedy mamy:

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{b e (2 h - e) + b_1 (h - e)^2 + 20 \cdot a F_z}{b e + b_1 (h - e) + 10 F_z} \quad \dots (10)$$



$$J = \frac{1}{3} (b x^3 - (x - e)^3 (b - b_1) + b_1 x_1^3) + 10 F_z' (x_1 - a)^2 \quad \dots (11)$$

Napężenia obliczamy wedle (5).

b) Gdy oś obojętna przecina płytę, otrzymamy (fig. 467):

$$x = \frac{1}{2} \frac{b e^2 + b_1 (h^2 - e^2) + 20 F_z' (h - a)}{b e + b_1 (h - e) + 10 F_z'} \quad \dots (12)$$

$$J = \frac{1}{3} (b x^3 + b (e - x)^3 + b_1 [(h - x)^3 - (e - x)^3]) + 10 F_z' (x_1 - a)^2 \quad (13)$$

Napężenia wyznaczamy wedle (5).

Belka teowa obustronnie uzbrojona. Jeżeli oś obojętna nie przecina płyty, otrzymamy:

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{b e (2h - e) + b_1 (h - e)^2 + 20 [a F_z' + (h - a') F_z'']}{b e + b_1 (h - e) + 10 (F_z' + F_z'')} \quad \dots (14)$$

$$J = \frac{1}{3} \{ b \cdot x^3 - (h - x_1 - e)^3 \cdot (b - b_1) + b_1 x_1^3 \} + 10 [F_z' (x_1 - a)^2 + F_z'' (h - x_1 - a')^2] \quad \dots (15)$$

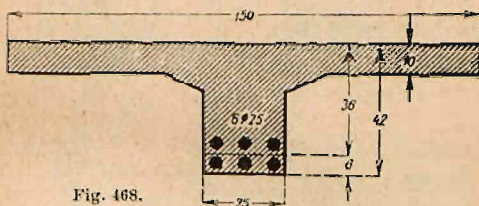


Fig. 468.

Jeżeli oś obojętna przecina płytę, mamy:

$$x = \frac{1}{2} \frac{b e^2 + b_1 (h^2 - e^2) + 20 [F_z' (h - a) + F_z'' a']}{b e + b_1 (h - e) + 10 (F_z' + F_z'')} \quad \dots (16)$$

Dla  $J$  ważne tu jest wyrażenie (13), zwiększone o wyraz  $10 F_z'' (x - a')^2$  (Fig. 468).

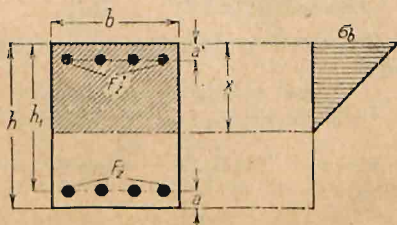


Fig. 469.

## 5. Faza II b.

Belka prostokątna obustronnie uzbrojona (fig. 469). Oś obojętną znajdziemy, tworząc sumę momentów statycznych przekroju równą zero i przyjmując  $n = 15$ .

$$\text{Więc: } \frac{1}{2} b x^2 - 15 F_z (h_1 - x) + 15 F'_z (x - a') = 0 \quad \dots (17)$$

$$\text{a stąd: } x = 15 \frac{F_z + F'_z}{b} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2b(F_z h_1 + F'_z a')}{15(F_z + F'_z)^2}} \right] \quad \dots (18)$$

Dla belki pojedynczo uzbrojonej  $F'_z = 0$ , więc:

$$x = \frac{15 F_z}{b} \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2b h_1}{15 F_z}} \right) \quad \dots (19)$$

Naprężenia otrzymamy następnie wedle wzorów:

$$\sigma_b = \frac{Mx}{J}, \quad \sigma_z = \frac{15 M (h_1 - x)}{J}, \quad \sigma'_z = \frac{15 M (x - a')}{J} \quad \dots (20)$$

$$\text{przyczem: } J = \frac{1}{3} b x^3 + 15 F_z (h_1 - x)^2 + 15 F'_z (x - a')^2 \quad \dots (21)$$

Naprężenia belki pojedynczo uzbrojonej dadzą się jeszcze inaczej wyznaczyć. Tworzymy sumę momentów raz ze względu na środek ściskania, drugi raz ze względu na środek rozciągania i otrzymamy:

$$M = F_z \left( h_1 - \frac{x}{3} \right) \sigma_z, \quad \text{oraz} \quad M = \frac{b x}{2} \left( h_1 - \frac{x}{3} \right) \sigma_b,$$

$$\text{a stąd: } \sigma_z = \frac{M}{F_z \left( h_1 - \frac{x}{3} \right)}, \quad \sigma_b = \frac{2 M}{b x \left( h_1 - \frac{x}{3} \right)} \quad \dots (22)$$

Obliczenie naprężeń zapomocą tablic Foerстера (tablica 4.): Wyznamy  $F_z$  w stosunku do powierzchni użytkowej  $b h_1$ . Zatem:

$$F_z = \frac{b h_1}{m} \quad \dots (23)$$

Wstawiając tę wartość w równanie (19), otrzymamy:

$$x = \frac{15}{m} \left[ \sqrt{1 + \frac{2m}{15}} - 1 \right] h_1 = k h_1 \quad \dots (24)$$

$$\text{Dalej: } \sigma_b = \frac{2 M}{b x (h_1 - \frac{1}{3} x)} = \frac{2 M}{b k h_1 (h_1 - \frac{1}{3} k h_1)} = k' \frac{M}{b h_1^2} \quad \dots (25)$$

$$\text{gdzie: } k' = \frac{2}{k(1 - \frac{1}{3} k)}.$$

$$\text{Wreszcie: } \sigma_z = \frac{M}{F_z (h_1 - \frac{1}{3} x)} = \frac{M}{\frac{b h_1}{m} (h_1 - \frac{1}{3} k h_1)} = k'' \frac{M}{b h_1^2} \quad \dots (26)$$

$$\text{gdzie: } k'' = \frac{m}{1 - \frac{1}{3} k}.$$

Obliczenie ułatwia tablica 4.

Belka teowa podwójnie uzbrojona. Tu musimy znów rozróżnić wypadek, gdy oś obojętna przecina płytę i gdy oś obojętna nie przecina płyty. W pierwszym wypadku możemy wprost użyć wzorów dla przekroju prostokątnego, bo rozciągania poniżej osi obojętnej i tak nie uwzględniamy, więc obojętna jest, czy przekrój jest pełny, czy też mamy tylko żebro.



Tablica 4.

$m = \frac{b h_1}{F_z}$	$k = \frac{x}{b_1}$	Napężenia	
		$\sigma_b$	$\sigma_z$
100	0,418	5,559	116
110	0,403	5,735	127
120	0,391	5,895	138
130	0,379	6,040	149
140	0,368	6,194	160
150	0,358	6,344	170
160	0,349	6,485	181
170	0,341	6,617	192
180	0,333	6,756	203
190	0,326	6,883	213
200	0,320	7,000	224
210	0,313	7,132	234
		$\frac{M}{b h_1^2}$	$\frac{M}{b h_1^2}$

Jeżeli oś obojętna nie przecina płyty (fig. 470), otrzymamy dla belki uzbrojonej podwójnie w analogiczny sposób, co dla belki równoległej:

$$x = - \frac{e(b - b_1) + 15(F_z' + F_z'')}{b_1} + \sqrt{\left( \frac{(b - b_1)e + 15(F_z' + F_z'')}{b_1} \right)^2 + \frac{e^2(b - b_1) + 30(F_z' h_1 - F_z' a')}{b_1}} \quad (27)$$

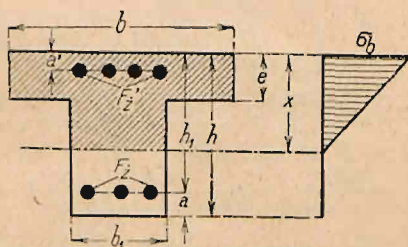


Fig. 470.

$$\text{Dalej: } \sigma_b = \frac{Mx}{J_1}, \quad \sigma_z = \frac{15 M(h_1 - x)}{J_1}, \quad \sigma_z' = \frac{15 M(x - a')}{J_1} \quad (28)$$

Wreszcie:

$$J_1 = \frac{1}{3} b x^3 - \frac{1}{3} (b - b_1)(x - e)^3 + 15 F_z' (h_1 - x)^2 + 15 F_z'' (x - a')^2 \quad (29)$$

Dla belki teowej pojedynczo uzbrojonej jest  $F_z'' = 0$ , więc:

$$x = - \frac{(b - b_1)e + 15 F_z'}{b_1} + \sqrt{\left( \frac{(b - b_1)e + 15 F_z'}{b_1} \right)^2 + \frac{(b - b_1)e^2 + 30 F_z' h_1}{b_1}} \quad (30)$$

$$\text{oraz: } J_1 = \frac{1}{3} b x^3 - \frac{1}{3} (b - b_1)(x - e)^3 + 15 F_z' (h_1 - x)^2 \quad (31)$$

Przybliżony sposób wyznaczania naprężeń polega na tem, że nie uwzględniamy stosunkowo małych ciśnień w żebrze. W budownictwie da on się z korzyścią użyć, dla mostów (gdzie mamy często wysokie belki) lepiej liczyć dokładnie.

a) Dla belki teowej podwójnie uzbrojonej (fig. 471) mamy:

$$\sigma' = \sigma_b \frac{x - e}{x}, \quad \sigma'_z = 15 \sigma_b \frac{x - a'}{x}, \quad \sigma_z = 15 \sigma_b \frac{h_1 - x}{x}.$$

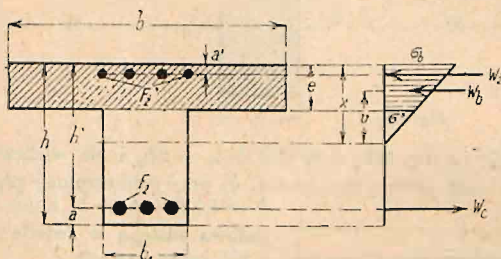


Fig. 471.

$$W_b + W_z = \frac{1}{2} (\sigma_b + \sigma') e b + \sigma'_z F'_z = W_c = \sigma_z F_z,$$

stad:

$$x = \frac{\frac{1}{2} e^2 b + 15 (F'_z a' + F_z h_1)}{e b + 15 (F'_z + F_z)} \quad (32)$$

$$J_{III} = \frac{1}{3} b x^3 - \frac{1}{3} (x - e)^3 b + 15 [F'_z (x - a')^2 + F_z (h_1 - x)^2] \quad (33)$$

b) Dla belki teowej pojedynczo uzbrojonej jest  $F'_z = 0$ , więc:

$$x = \frac{\frac{1}{2} b e^2 + 15 F_z h_1}{b e + 15 F_z} \quad (34)$$

$$J_{III} = \frac{1}{3} b x^3 - \frac{1}{3} b (x - e)^3 + 15 F_z (h_1 - x)^2 \quad (35)$$

Odstęp środka ciężkości trapezu ciśnień od osi obojętnej niech będzie  $v$ ,

to:

$$x - v = \frac{e}{3} \cdot \frac{\sigma_b + 2 \sigma'}{\sigma_b + \sigma'},$$

a po wstawieniu wartości:

$$v = x - \frac{e}{2} + \frac{e^2}{6(2x - e)} \quad (36)$$

$$\sigma_z = \frac{M}{F_z (h_1 - x + v)}, \quad \sigma_b = \frac{\sigma_z \cdot x}{15 (h_1 - x)} \quad (37)$$

Przepisy polskie nakazują przyjmować szerokość użyteczną płyty  $c$  po każdej stronie żebra żelbetonowych dźwigarów teowych, zależnie od odstepu żeber w świetle  $a$  i ich rozpiętości  $l$  według następującej tabliczki:

Tablica 5.

Dla $a$	od 0 do 0,25 $l$	0,50 $l$	0,75 $l$	$\geq l$
$c =$	0,5 $a$	0,45 $a$	0,40 $a$	$\frac{1}{3} a$

Dla pośrednich wartości należy interpolować według prawa linii prostej.

Nadto należy przyjmować  $c \leq 8e$ .

Mesnager podaje wzór:

$$b = \frac{l a_1}{l + 3 a_1} \quad (38)$$

przyczem  $a_1$  oznacza osiowy odstęp żeber.



Rozporządzenie francuskie żąda, by  $b < \frac{1}{8} l$  i  $b < \frac{3}{4} d_1$ .

Przepisy niemieckie z r. 1926 orzekają, że płyta belki żebrowej musi mieć grubość najmniej 8 cm. Dopuszczalna szerokość płyty jest: a) przy

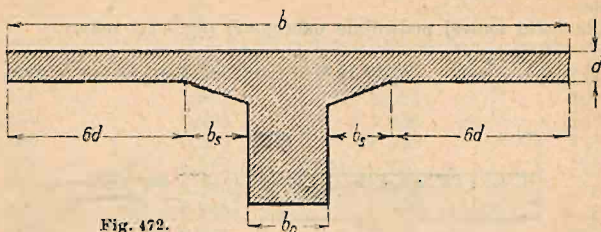


Fig. 472.

obustronnej płycie (fig. 472)  $b = 12d + b_0 + 2b_s$  i nie większa, niż odstęp środków pól i niż połowę rozpiętości, b) przy jednostronnej płycie (fig. 473)

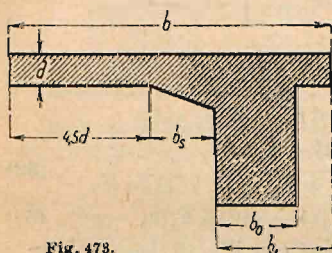


Fig. 473.

$b = 4,5d + b_0 + b_s$  a nie większa, niż połowa odstepu w świetle żeber  $+ \frac{1}{2} b_0$  i niż jedną czwartą  $l$ .

### III. Wyznaczenie wymiarów belek zginanych.

#### 6. Przekrój prostokątny.

Przy projektowaniu mamy dla danego momentu  $M$  i danych naprężeń dopuszczalnych betonu  $\sigma_{bd}$  i żelaza  $\sigma_z$  wyznaczyć wysokość użyteczną prze-

kroju  $h_1$  i uzbrojenie  $F_z$ , przy belkach teowych dana jest też grubość płyty  $e$  i szerokość żebra  $b_1$ .

Przekrój prostokątny pojedynczo uzbrojony. Jeżeli wymiary tak obierzemy, że naprężenia betonu i żelaza są równe danym dopuszczalnym, to przekrój taki nazywamy idealnym. Przy przekroju prostokątnym belka taka jest też zwykle najtańsza. Dla tego założenia mamy:  $x : (h_1 - x) = 15 \sigma_b : \sigma_z$ ,

$$\text{stad:} \quad x = \frac{15 \sigma_b}{\sigma_z + 15 \sigma_b} h_1 = k_1 h_1 \quad \dots \dots \dots (39)$$

$$\text{albo gdy} \quad \gamma = \frac{\sigma_b}{\sigma_z}, \quad k_1 = \frac{15 \gamma}{1 + 15 \gamma} \quad \dots \dots \dots (40)$$

$$\text{Dalej: } c = h_1 - \frac{1}{3} x = h_1 - \frac{1}{3} k_1 h_1 = h_1 (1 - \frac{1}{3} k_1) = k_2 h_1 \quad \dots \quad (41)$$

$$\text{Dalej mamy:} \quad \sigma_b = \frac{2 M}{b x (h_1 - \frac{1}{3} x)},$$

$$\text{a po wstawieniu:} \quad h_1 = \sqrt{\frac{2}{k_2 k_1 \sigma_b}} \sqrt{\frac{M}{b}} = k_3 \sqrt{\frac{M}{b}} \quad \dots \quad (42)$$

$$\text{Ponieważ } W_c \cdot c = F_z \sigma_z k_2 h_1 = M, \text{ więc: } F_z = \frac{M}{h_1 \sigma_z k_2} \quad \dots \quad (43)$$

$$\text{a po wstawieniu wartości z (42): } F_z = k_4 h_1 b \quad \dots \quad (44)$$

$$\text{jeżeli} \quad k_4 = \frac{1}{\sigma_z k_2 \cdot k_3^2}.$$

T A B L I C A 6.

$\sigma_{bd}$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_z = 750 \text{ kg/cm}^2$				$\sigma_{bd}$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_z = 850 \text{ kg/cm}^2$				$\sigma_{bd}$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_z = 900 \text{ kg/cm}^2$				$\sigma_{bd}$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_z = 1000 \text{ kg/cm}^2$				$\sigma_{bd}$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_z = 1200 \text{ kg/cm}^2$			
	$x$ cm	$h_1$ cm	$F_z$ cm <sup>2</sup>	$F_z$ cm <sup>2</sup>		$x$ cm	$h_1$ cm	$F_z$ cm <sup>2</sup>	$F_z$ cm <sup>2</sup>		$x$ cm	$h_1$ cm	$F_z$ cm <sup>2</sup>	$F_z$ cm <sup>2</sup>		$x$ cm	$h_1$ cm	$F_z$ cm <sup>2</sup>	$F_z$ cm <sup>2</sup>		$x$ cm	$h_1$ cm	$F_z$ cm <sup>2</sup>	$F_z$ cm <sup>2</sup>
10	0,167	1,125	0,00111	0,00124	10	0,150	1,185	0,00088	0,00105	10	0,143	1,212	0,00079	0,00095	10	0,130	1,266	0,00065	0,00826	10	0,111	1,367	0,00046	0,00063
12	0,194	0,958	0,00155	0,00149	12	0,175	1,007	0,00123	0,00124	12	0,164	1,028	0,00111	0,00113	12	0,153	1,073	0,00092	0,00982	12	0,130	1,154	0,00065	0,00076
14	0,219	0,839	0,00204	0,00171	14	0,198	0,879	0,00173	0,00152	14	0,169	0,895	0,00159	0,00131	14	0,174	0,935	0,00122	0,00114	14	0,149	1,004	0,00087	0,00087
16	0,242	0,750	0,00258	0,00193	16	0,220	0,761	0,00220	0,00168	16	0,211	0,798	0,00187	0,00148	16	0,194	0,831	0,00155	0,00128	16	0,167	0,890	0,00111	0,00099
18	0,265	0,678	0,00317	0,00216	18	0,241	0,714	0,00251	0,00179	18	0,231	0,722	0,00231	0,00164	18	0,213	0,751	0,00192	0,00143	18	0,183	0,803	0,00137	0,00111
20	0,286	0,621	0,00380	0,00237	20	0,261	0,647	0,00308	0,00199	20	0,250	0,660	0,00278	0,00184	20	0,231	0,685	0,00231	0,00158	20	0,200	0,732	0,00167	0,00122
22	0,306	0,575	0,00448	0,00258	22	0,280	0,599	0,00361	0,00217	22	0,268	0,610	0,00328	0,00196	22	0,248	0,632	0,00273	0,00172	22	0,216	0,674	0,00198	0,00133
24	0,324	0,537	0,00518	0,00278	24	0,297	0,556	0,00422	0,00234	24	0,286	0,567	0,00380	0,00212	24	0,265	0,588	0,00318	0,00187	24	0,231	0,625	0,00231	0,00144
26	0,342	0,504	0,00592	0,00299	26	0,314	0,522	0,00479	0,00250	26	0,302	0,531	0,00437	0,00232	26	0,281	0,550	0,00365	0,00201	26	0,245	0,584	0,00266	0,00155
28	0,359	0,476	0,00671	0,00318	28	0,331	0,495	0,00540	0,00267	28	0,318	0,500	0,00495	0,00248	28	0,296	0,518	0,00414	0,00214	28	0,259	0,549	0,00302	0,00166
30	0,375	0,451	0,00752	0,00338	30	0,346	0,466	0,00611	0,00285	30	0,333	0,474	0,00554	0,00264	30	0,310	0,490	0,00466	0,00228	30	0,273	0,519	0,00341	0,00177
32	0,390	0,429	0,00833	0,00357	32	0,361	0,444	0,00679	0,00301	32	0,348	0,451	0,00617	0,00279	32	0,324	0,464	0,00519	0,00241	32	0,286	0,492	0,00381	0,00187
34	0,405	0,409	0,00917	0,00377	34	0,375	0,423	0,00750	0,00318	34	0,362	0,430	0,00685	0,00294	34	0,338	0,443	0,00574	0,00254	34	0,298	0,468	0,00423	0,00198
36	0,419	0,393	0,01005	0,00394	36	0,388	0,405	0,00822	0,00333	36	0,375	0,412	0,00752	0,00308	36	0,351	0,423	0,00631	0,00267	36	0,310	0,447	0,00466	0,00208
38	0,432	0,377	0,01094	0,00413	38	0,401	0,389	0,00897	0,00349	38	0,388	0,395	0,00820	0,00323	38	0,363	0,406	0,00690	0,00280	38	0,322	0,428	0,00510	0,00218
40	0,444	0,363	0,01186	0,00430	40	0,414	0,374	0,00974	0,00364	40	0,400	0,380	0,00889	0,00337	40	0,375	0,390	0,00750	0,00293	40	0,333	0,411	0,00556	0,00228
42	0,457	0,351	0,01279	0,00447	42	0,426	0,361	0,01052	0,00380	42	0,412	0,366	0,00961	0,00352	42	0,387	0,376	0,00812	0,00365	42	0,344	0,395	0,00602	0,00238
44	0,468	0,339	0,01374	0,00472	44	0,437	0,349	0,01132	0,00395	44	0,423	0,354	0,01034	0,00365	44	0,399	0,363	0,00875	0,00318	44	0,355	0,381	0,00675	0,00248
46	0,479	0,329	0,01468	0,00489	46	0,448	0,339	0,01213	0,00410	46	0,434	0,342	0,01109	0,00380	46	0,408	0,351	0,00939	0,00330	46	0,365	0,368	0,00700	0,00258
48	0,490	0,319	0,01567	0,00507	48	0,459	0,327	0,01295	0,00424	48	0,444	0,332	0,01185	0,00393	48	0,419	0,340	0,01005	0,00342	48	0,375	0,356	0,00750	0,00267
50	0,500	0,310	0,01667	0,00517	50	0,473	0,317	0,01392	0,00441	50	0,455	0,322	0,01265	0,00407	50	0,429	0,330	0,01071	0,00354	50	0,385	0,345	0,00776	0,00277
60	0,545	0,269	0,02183	0,00593	60	0,513	0,281	0,01797	0,00505	60	0,500	0,283	0,01667	0,00472	60	0,474	0,289	0,01384	0,00411	60	0,429	0,301	0,01072	0,00323
	$\cdot h_1$	$\cdot \sqrt{\frac{M}{b}}$	$\cdot b h_1$	$\cdot \sqrt{M b}$		$\cdot h_1$	$\cdot \sqrt{\frac{M}{b}}$	$\cdot b h_1$	$\cdot \sqrt{M b}$		$\cdot h_1$	$\cdot \sqrt{\frac{M}{b}}$	$\cdot b h_1$	$\cdot \sqrt{M b}$		$\cdot h_1$	$\cdot \sqrt{\frac{M}{b}}$	$\cdot b h_1$	$\cdot \sqrt{M b}$		$\cdot h_1$	$\cdot \sqrt{\frac{M}{b}}$	$\cdot b h_1$	$\cdot \sqrt{M b}$



Wstawiając w równaniu (43) wartość za  $h_1$  z równania (42), otrzymamy:

$$F_z = \frac{\sqrt{Mb}}{\sigma_z k_2 k_3} = k_5 \sqrt{Mb} \quad (45)$$

Z porównania równań (44) i (45) otrzymamy wreszcie:

$$M = \frac{h_1^2 b}{k_4^2 \cdot k_5^2} = \frac{b h_1^2}{k_8} \quad (46)$$

Na podstawie powyższych wzorów podajemy obliczoną tablicę 6.,

przezem idealne uzbrojenie:  $p_i = \frac{100 F_z}{b h_1} = \frac{100}{\sigma_z k_2 k_3^2} \quad (47)$

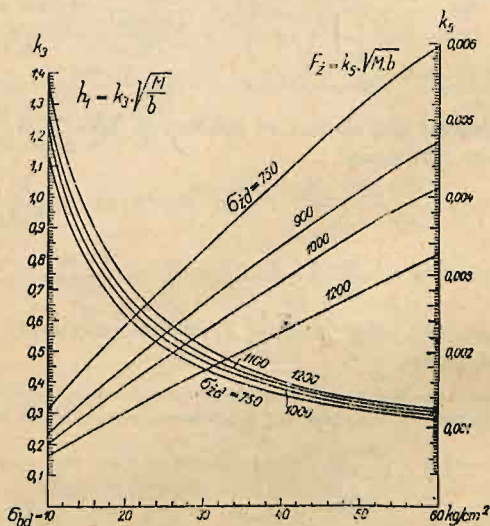


Fig. 474.

Na fig. 474 przedstawiliśmy wykreślenie współczynników  $k_3$  i  $k_5$  dla  $\sigma_{zd} = 750, 900, 1000$  i  $1200 \text{ kg/cm}^2$ . Jeżeli  $\sigma_{zd}$  ma inną wartość, możemy na tablicy interpolować. Linje dla  $k_5$  są, jak widzimy, bardzo mało zakrzywione i zbliżone do prostych.

1. Przykład. Dane  $M = 1\,000\,000 \text{ kgcm}$ ,  $b = 30 \text{ cm}$ ,  $\sigma_{bd} = 40 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_z = 1000 \text{ kg/cm}^2$ .

Według tablicy 6.  $h_1 = 0,390 \sqrt{\frac{1\,000\,000}{30}} = 71,2 \text{ cm}$ ,

$$F_z = 0,00298 \sqrt{1\,000\,000 \cdot 30} = 16,05 \text{ cm}^2.$$

Przyjmujemy  $8\phi 16 \text{ mm}$ ,  $F_z = 16,08 \text{ cm}^2$ ,  $a = 4,6 \text{ cm}$ ,  $h = 71,2 + 4,6 = 75,8 \text{ cm} \approx 76 \text{ cm}$ , stąd  $h_1 = 76 - 4,6 = 71,4 \text{ cm}$ .

Sprawdzenie naprężeń. Według (23)  $m = \frac{b h_1}{F_z} = \frac{30 \cdot 71,4}{16,08} = 133,2$ .

Według tablicy 3. mamy:  $x = 0,375 \cdot 71,4 = 27,8 \text{ cm}$ ,  $\sigma_b = 6,09 \frac{M}{h b_1^2} = 89,8 \text{ kg/cm}^2$ ,

$$\sigma_z = 163 \frac{M}{b h_1^2} = 1000 \text{ kg/cm}^2.$$



Wyznaczenie wkładki żelaznej dla danej wysokości. Jeżeli wysokość jest mniejsza od idealnej, to dane  $M$ ,  $h_1$  i  $\sigma_b$ , szukane  $F_z$  i  $\sigma_z$ .

Mamy wedle (22):  $\sigma_b = \frac{2M}{bx(h_1 - \frac{1}{3}x)}$ , stąd  $x^2 - 3h_1x + \frac{6M}{b\sigma_b} = 0$ ,

wiec: 
$$x = \frac{3h_1}{2} - \sqrt{\left(\frac{3h_1}{2}\right)^2 - \frac{6M}{b\sigma_b}} \dots \dots \dots (48)$$

$$\sigma_z = 15\sigma_b \frac{h_1 - x}{x}, \quad F_z = \frac{bx\sigma_b}{2\sigma_z} \dots \dots \dots (49)$$

2. Przykład. Dane  $h_1 = 60 \text{ cm}$ ,  $M = 1\,000\,000 \text{ kg/cm}$ ,  $b = 30 \text{ cm}$ ,  $\sigma_b = 40 \text{ kg/cm}^2$ . Według (48)

$$x = \frac{3 \cdot 60}{2} - \sqrt{\left(\frac{3 \cdot 60}{2}\right)^2 - \frac{6 \cdot 1\,000\,000}{30 \cdot 40}} = 34,3 \text{ cm},$$

$$\sigma_z = 15 \cdot 40 \frac{60 - 34,3}{34,3} = 450 \text{ kg/cm}^2, \quad F_z = \frac{30 \cdot 34,3 \cdot 40}{2 \cdot 450} = 45,7 \text{ cm}^2.$$

Jeżeli wysokość jest większa od idealnej, to dane  $M$ ,  $h_1$  i  $\sigma_z$ , szukane  $F_z$  i  $\sigma_b$ . Wedle (22) mamy:

$$\sigma_z = \frac{M}{F_z(h_1 - \frac{1}{3}x)}, \quad \text{stad} \quad x = 3\left(h_1 - \frac{M}{F_z\sigma_z}\right) \dots \dots (50)$$

$$\sigma_b = \frac{\sigma_z}{15} \cdot \frac{x}{h_1 - x}, \quad F_z = \frac{bx\sigma_b}{2\sigma_z} \dots \dots \dots (51)$$

W równaniu (50) należy naprzód  $F_z$  przyjąć, a gdy z (51) wypadnie inne  $F_z$ , liczyć raz jeszcze.

3. Przykład. Dane  $h_1 = 80 \text{ cm}$ ,  $M = 1\,000\,000 \text{ kg/cm}$ ,  $b = 30 \text{ cm}$ ,  $\sigma_z = 1000 \text{ kg/cm}^2$ . Dla belki idealnej wypadła  $F_z = 16,05 \text{ cm}^2$ . Tu będzie mniej, przyjmijmy na razie  $F_z = 12 \text{ cm}^2$ .

Wtedy z (50)  $x = 3\left(80 - \frac{1\,000\,000}{12 \cdot 1000}\right)$  wypadła ujemne, musimy więc  $F_z$  powiększyć. Dla

$$F_z = 14 \text{ cm}^2, \quad x = 3\left(80 - \frac{1\,000\,000}{14 \cdot 1000}\right) = 25,8 \text{ cm}, \quad \sigma_b = \frac{1000}{15} \cdot \frac{25,8}{80 - 25,8} = 31,7 \text{ kg/cm}^2.$$

Przyjmijmy:  $F_z = 14,2 \text{ cm}^2$ , to:

$$x = 3\left(80 - \frac{1\,000\,000}{14,2 \cdot 1000}\right) = 28,8 \text{ cm}, \quad \sigma_b = \frac{1000}{15} \cdot \frac{28,8}{80 - 28,8} = 37,5 \text{ kg/cm}^2,$$

$$F_z = \frac{30 \cdot 37,5 \cdot 28,8}{2 \cdot 1000} = 16,2 \text{ cm}^2, \text{ za wiele. Wystarczy więc: } F_z = 14,1 \text{ cm}^2,$$

$$x = 3\left(80 - \frac{1\,000\,000}{14,1 \cdot 1000}\right) = 27,3 \text{ cm}, \quad \sigma_b = \frac{1000}{15} \cdot \frac{27,3}{80 - 27,3} = 34,5 \text{ kg/cm}^2,$$

$$F_z = \frac{30 \cdot 27,3 \cdot 34,5}{2 \cdot 1000} = 14,4 \text{ cm}^2. \text{ Przyjmiemy } 5 \text{ gf } 19, \text{ więc } F_z = 14,18 \text{ cm}^2.$$

Sprawdzenie naprężeń:

$$x = -\frac{15 \cdot 14,18}{30} + \sqrt{\frac{15 \cdot 14,18}{30} \left(\frac{15 \cdot 14,18}{30} + 2,80\right)} = 27,3 \text{ cm},$$

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot 1\,000\,000}{30 \cdot 27,3 \left(80 - \frac{27,3}{3}\right)} = 34,5 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_z = \frac{1\,000\,000}{14,18 \left(80 - \frac{27,3}{3}\right)} = 995 \text{ kg/cm}^2.$$

Więc  $F_z$  jest dobrze dobrane.

Boerner podaje wzór dla obliczenia wprost  $F'_z$ , mianowicie:

$$\left. \begin{aligned} x^3 - 3h_1x^2 - \frac{90M}{b\sigma_z}x + \frac{90Mh_1}{b\sigma_z} &= 0 \\ F'_z &= \frac{M}{\sigma_z(h_1 - \frac{1}{3}x)}, \quad \sigma_b = \sigma_z \frac{x}{15(h_1 - x)} \end{aligned} \right\} \dots (52)$$

Przekrój prostokątny podwójnie uzbrojony. Jeżeli podwójne uzbrojenie daliśmy ze względu na zmianę znaku momentu, to dla pierwszego przyjęcia wystarczy obliczyć tak, jak gdyby była tylko wkładka górna lub dolna. Ponieważ druga wkładka jednak istnieje, więc naprężenia wypadną nieco mniejsze. Potem możemy obliczyć wymiary dokładnie.

Jeżeli mamy dane  $M$ ,  $h_1$ ,  $a$  i  $a'$ ,  $\sigma_b$  i  $\sigma_z$ , a szukamy wielkości uzbrojenia  $F'_z$  i  $F_z$ ,

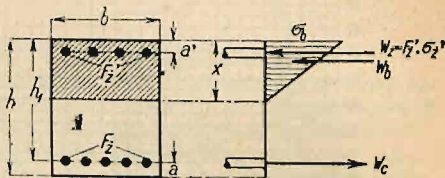


Fig. 475.

to  $x = \frac{15\sigma_b}{15\sigma_b + \sigma_z} h_1 = k_1 h_1$ , jak (39). Dalej (fig. 475):

$$W_b = \frac{1}{2} x b \sigma_b \dots (53)$$

Jeżeli ustawimy równanie momentów ze względu na wkładkę dolną, to:

$$M = W_z(h_1 - a') + W_b(h_1 - \frac{1}{3}x),$$

więc:

$$W_z = \frac{M - W_b(h_1 - \frac{1}{3}x)}{h_1 - a'} \dots (54)$$

$$W_c = W_b + W_z \dots (55)$$

$$F'_z = \frac{W_b + W_z}{\sigma_z}, \quad F_z = \frac{W_z}{15\sigma_b} \cdot \frac{x}{x - a'} \dots (56)$$

Z równania (54) widzimy, że uzbrojenie górne potrzebne jest tylko wtedy, gdy  $M > W_b(h_1 - \frac{1}{3}x)$ , gdy więc  $h_1$  jest za małe, aby zrównoważyć moment. Wzory (54) do (56) służą do obliczenia uzbrojenia idealnego, bo równocześnie otrzymujemy  $\sigma_{bd}$  i  $\sigma_{zd}$ , górne zaś uzbrojenie nie jest wyzyskane.

Jeżeli przyjmiemy inne  $F'_z$  niż wypada z (56), to musimy też przyjąć inne  $F'_z$ . Melan sporządził wykresną tablicę (fig. 476) dla  $a = 0,1h$ . Dla

przyjętego  $\sigma_b$  i  $h$  szuka się  $m = \frac{M}{bh^2\sigma_b}$ . Każdy punkt linii, oznaczonej przez  $m$ , wyznacza dwa odpowiednie punkty  $p$  (na osi poziomej) i  $p_1$  (na osi pionowej), oznaczające procenty uzbrojenia. Mianowicie  $p = \frac{100F'_z}{bh}$

i  $p_1 = \frac{100F_z}{bh}$ . Prosta  $ab$  przecina linie  $m$  w punktach  $n$ , które dają nam  $p$  i  $p_1$ , dla których osiąga się równocześnie  $\sigma_b$  i  $\sigma_z$ . Inne punkty linii  $m$  dają nam inne  $p$  i odpowiednie  $p_1$ . Dodając dla rozmaitych punktów  $p$  i  $p_1$  możemy łatwo znaleźć, dla jakich  $p$  i  $p_1$  będzie suma  $p + p_1$  najmniejszą.





obliczyć  $F'_z$ ,  $x$  i  $M'$  moment, który odpowiada tym wymiarom (równanie 39 do 46). Jeżeli dany moment jest  $M$ , to dla reszty momentu  $\Delta M = M - M'$  trzeba dać uzbrojenie górne  $F'_z$ . Jeżeli chcemy zatrzymać położenie osi obojętnej, to  $F'_z \sigma'_z = \Delta F_z \cdot \sigma_z$ , a przytem  $F'_z \sigma'_z (h_1 - a') = \Delta M = M - M'$ .

Stąd mamy:

$$F'_z = \frac{M - M'}{\sigma'_z(h_1 - a')} \dots \dots \dots (57)$$

przyczem  $\sigma'_z = 15 \sigma_0 \frac{x - a'}{x}$ , a wreszcie:  $\Delta F_z = F'_z \frac{\sigma'_z}{\sigma_z} \dots (58)$

## 7. Przekrój teowy.

Przypuśćmy naprzód, że przekrój jest pojedynczo uzbrojony. Tutaj zazwyczaj przekrój idealny nie jest najtańszy. Przez powiększenie wysokości  $h$  można zmniejszyć przekrój żelaza i zazwyczaj zaoszczędzić na koszcie belki.

Grubość płyty albo obliczamy według poprzedniego, albo mamy wprost daną. Płyt cieńszych niż 6 cm w budownictwie, a 8 cm w mostach nie uwzględnia się w obliczeniu. Obecnie cena betonu w stosunku do żelaza bardzo się

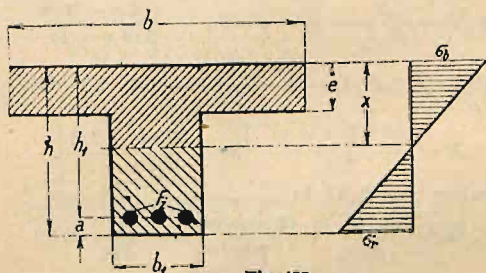


Fig. 477.

zmniejszyła, dlatego lepiej przyjmować grubsze płyty, względnie obliczać je dla mniejszych naprężeń dopuszczalnych np.  $25 \text{ kg/cm}^2$ . To samo stosuje się do obliczenia wymiarów belki teowej, staramy się uzyskać mniejsze naprężenia w betonie 25 do  $30 \text{ kg/cm}^2$ .

Nazwijmy  $\frac{b_1}{b} = \beta$  (fig. 477),  $\frac{e}{h} = \delta$ ,  $\frac{\sigma_b}{\sigma_z} = \gamma$ ,  $\frac{x}{h_1} = k_1$ , a otrzymamy

wedle (39) i (40): 
$$x = \frac{15\gamma}{1+15\gamma} h_1 = k_1 h_1 \dots \dots \dots (59)$$

Dla osi obojętnej suma momentów statycznych musi być równa zero, więc:

$$\frac{1}{2} b x^2 - \frac{1}{2} (b - b_1) (x - e)^2 = 15 F_2 (h_1 - x),$$

stad :

$$F_2 = \frac{bx^2 - (b - b_1)(x - e)^2}{30(h_1 - x)} = \frac{b_1x^2 + 2xe(b - b_1) - e^2(b - b_1)}{30(h_1 - x)}$$

a wstawiając:

$$\gamma = \frac{\sigma_b}{\sigma_s} = \frac{1}{15} \frac{k_1}{1 - k_1},$$

otrzymamy :

$$F_z = C_1 . b h \quad . . . . . (60)$$

jeżeli

$$C_1 = \frac{\gamma}{2} \left[ \beta k_1 + \delta (1 - \beta) \left( 2 - \frac{\delta}{k_1} \right) \right] \dots \dots \dots (61)$$

Moment  $M$  otrzymamy z wzoru:

$$15 M (h_1 - x) = \sigma_b J_1,$$

a stąd:

$$M = C_2 \cdot b h^2 \quad \dots \quad (62)$$

jeżeli  $C_2 = \frac{C_1 k_1}{15 \gamma} + \frac{\gamma}{3 k_1} [\beta (k_1 - \delta)^3 + \delta (3 k_1^2 - 3 k_1 \delta + \delta^2)] \quad \dots \quad (63)$

W przybliżeniu przyjmujemy środek ciśnienia w połowie grubości płyty,

wtedy:  $F'_z = \frac{M}{\sigma_z (h_1 - \frac{1}{2} e)} \quad \dots \quad (64)$

O  $\sigma_z$  tu zwykle nie chodzi, bo i tak przyjmujemy  $h_1$  większe niż idealne. Z wzoru tego otrzymamy  $F'_z$  nieco za wielkie, gdyż środek ciśnienia leży wyżej.  $h_1$  możemy wyznaczyć na razie, jak dla belki prostokątnej i powiększyć o 20 do 30%, a wtedy  $F'_z$  wyznaczamy z (64).

Saliger oblicza wymiary inaczej. Nazwijmy:

$$\gamma_1 = \frac{1}{\gamma} = \frac{\sigma_z}{\sigma_b}, \quad \text{to } k_1 = \frac{15}{15 + \gamma_1} \quad \dots \quad (65)$$

Dalej mamy:  $c = \frac{M}{F'_z \sigma_z} = h_1 - y = h_1 - \frac{e(3x - 2e)}{3(2x - e)},$

również:  $F'_z \sigma_z = \frac{b e \sigma_b (2x - e)}{2x},$

więc:  $M = \frac{b e \sigma_b (2x - e)}{2x} \cdot \left[ h_1 - \frac{e(3x - 2e)}{3(2x - e)} \right].$

Jeżeli wstawimy  $x = k_1 h_1$ , to:

$$h_1^2 - \left[ \frac{M}{b e \sigma_b} + \frac{(1 + k_1) e}{2 k_1} \right] h_1 + \frac{e^2}{3 k_1} = 0.$$

Wstawimy:  $r = \frac{M}{b e \sigma_b} + \frac{(1 + k_1) e}{2 k_1}, \quad s = \frac{e^2}{3 k_1},$

to:  $h_1 = \frac{r}{2} + \sqrt{\left(\frac{r}{2}\right)^2 - s} \quad \dots \quad (65)$

$$F'_z = \frac{b e (2x - e)}{2x} \cdot \frac{\sigma_b}{\sigma_z} = \frac{M}{c \sigma_z} \quad \dots \quad (66)$$

5. Przykład. Dane  $M = 900\,000 \text{ kg/cm}$ ,  $b = 150 \text{ cm}$ ,  $b_1 = 25 \text{ cm}$ ,  $e = 10 \text{ cm}$ ,  $\sigma_{bd} = 36 \text{ kg/cm}^2$ ,

$\sigma_{zd} = 950 \text{ kg/cm}^2$ , to:  $\gamma_1 = \frac{950}{36} = 27,1$ ,  $k_1 = \frac{15}{15 + 27,1} = 0,356$ ,

$$r = \frac{900\,000}{150 \cdot 10 \cdot 36} + \frac{(1 + 0,356) 10}{2 \cdot 0,356} = 36,15, \quad s = \frac{10^2}{3 \cdot 0,356} = 93,7,$$

$$h_1 = \frac{36,15}{2} + \sqrt{\left(\frac{36,15}{2}\right)^2 - 93,7} = 31,28 \approx 32 \text{ cm}.$$

Według (64):

$$F'_z = \frac{900\,000}{950 (32 - 5)} = 35 \text{ cm}^2. \text{ Dokładniej: } c = 32 - \frac{10 (3 \cdot 0,356 \cdot 32 - 2 \cdot 10)}{3 (2 \cdot 0,356 \cdot 32 - 10)} = 28,3 \text{ cm},$$

$$F'_z = \frac{900\,000}{950 \cdot 28,3} = 33,5 \text{ cm}^2. \text{ Przyjmiemy: } 8 \phi 28, F'_z = 33,24 \text{ cm}^2.$$

Zbadajmy teraz naprężenia. Z (30) mamy:

$$x = - \frac{(150 - 25) 10 + 15 \cdot 33,24}{25} + \sqrt{\left(\frac{(150 - 25) 10 + 15 \cdot 33,24}{25}\right)^2 + \frac{(150 - 25) 10^2 + 30 \cdot 33,24 \cdot 32}{25}}$$

$$x = 11,6 \text{ cm}.$$

$$J_1 = \frac{1}{3} 150 \cdot 11,6^3 - \frac{1}{3} (150 - 25) (11,6 - 10)^3 + 15 \cdot 33,24 (32 - 11,6)^2 = 285 830 \text{ cm}^4.$$

$$\sigma_b = \frac{900 000 \cdot 11,6}{285 830} = 36,6 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_z = \frac{15 \cdot 900 000 \cdot 20,4}{285 830} = 964 \text{ kg/cm}^2.$$

$\sigma_b$  trochę za wielkie, trzeba więc przyjąć  $h_1$  o 1 cm większe,  $h_1 = 33 \text{ cm}$ .

Przekrój teowy podwójnie uzbrojony. Podwójnie uzbrajamy przekrój wtedy, gdy przyjmujemy wysokość mniejszą niż dla przekroju idealnego.

Przypuszczamy, że chodzi nam o przekroje  $F_z$  i  $F'_z$  takie, aby uzyskać ciśnienie dopuszczalne betonu i ciągnienie dopuszczalne dla wkładki ciągnionej żelaznej. Wtedy musi być, jak pierwiej,  $x = \frac{15 h_1 \gamma}{1 + 15 \gamma} = \frac{15 (h - a) \gamma}{1 + 15 \gamma}$ .

$$k_0 = \frac{x}{h} = \frac{15 \gamma (1 - \alpha)}{1 + 15 \gamma}, \text{ jeżeli } \alpha = \frac{a}{h}.$$

Teraz rozróżniamy dwa wypadki. Jeżeli  $x < e$ ,  $k_0 < \hat{\gamma}_1 = \frac{e}{h}$ . Wtedy możemy zastosować wprost wzory dla przekroju prostokątnego. Jeżeli  $x > e$ , otrzymuje Haberkalt:

$$F_z = \frac{k_0 M + \frac{1}{6} [k_0 (k_0 - 3 \alpha_1) - (1 - \beta) (k_0 + 2 \hat{\gamma} - 3 \alpha_1) (k_0 - \hat{\gamma})^2] \sigma_b b h^2}{15 (1 - \alpha - \alpha_1) (1 - \alpha - k_0) \sigma_b h} \quad (67)$$

$$F'_z = \frac{k_0 M - \frac{1}{6} [k_0 (3 - 3 \alpha - k_0) - (1 - \beta) (3 - 3 \alpha - 2 \hat{\gamma} - k_0) (k_0 - \hat{\gamma})^2] \sigma_b b h^2}{15 (1 - \alpha - \alpha_1) (k_0 - \alpha_1) \sigma_b h} \quad (68)$$

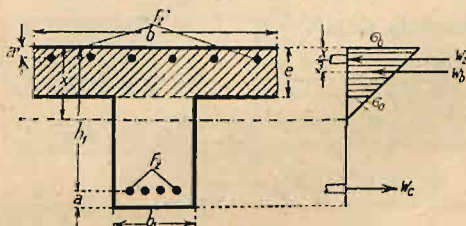


Fig. 478.

Boerner oblicza powierzchnie wkładek nie uwzględniając ciśnień w żebrze w następujący sposób (fig. 478). Dane  $h, b, e, a, a', \sigma_b$  i  $\sigma_z$ , szukane  $F_z$  i  $F'_z$ .

Mamy: 
$$x = \frac{15 \sigma_b}{15 \sigma_b + \sigma_z} h_1 = k_1 \cdot h_1.$$

Odstęp:  $W_b$  od osi obojętnej wedle (36)  $v = x - \frac{e}{2} + \frac{e}{6(2x - e)}$ . (69)

$$W_b = b e \frac{\sigma_b + \sigma_0}{2} = \frac{1}{2} b e \sigma_b \frac{2x - e}{x} \quad (70)$$

$$W_z = (h_1 - a') = M - W_b (h_1 - x + v),$$

stad: 
$$W_z = \frac{M - W_b (h_1 - x + v)}{h_1 - a'} \quad (71)$$

Wreszcie: 
$$F_z = \frac{W_b + W_z}{\sigma_z}, \quad F'_z = \frac{W_z}{15 \sigma_b} \cdot \frac{x}{x - a'} \quad (72)$$



6. Przykład. Dane  $h = 55 \text{ cm}$ ,  $a = 3 \text{ cm} = a'$ ,  $e = 10 \text{ cm}$ ,  $b = 160 \text{ cm}$ ,  $\sigma_{bd} = 40 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_{zd} = 1000 \text{ kg/cm}^2$ ,  $M = 2500000 \text{ kgcm}$ .

$$x = \frac{15 \cdot 40}{15 \cdot 40 + 1000} \cdot 52 = 19,5 \text{ cm}, \quad v = 19,5 - \frac{10}{2} + \frac{10^2}{6(2 \cdot 19,5 - 10)} = 15 \text{ cm},$$

$$W_b = \frac{1}{2} \cdot 160 \cdot 10 \cdot 40 \cdot \frac{2 \cdot 19,5 - 10}{19,5} = 47600 \text{ kg},$$

$$W_z = \frac{2500000 - 47600(52 - 19,5 + 15)}{52 - 3} = 4900 \text{ kg},$$

$$F_z = \frac{47600 + 4900}{1000} = 52,5 \text{ cm}^2, \quad F'_z = \frac{4900}{15 \cdot 40} \cdot \frac{19,5}{19,5 - 3} = 9,65 \text{ cm}^2.$$

Przyjmijmy u dołu 8 gfi 29,  $F_z = 52,84 \text{ cm}^2$ , u góry 6 gfi 14,  $F'_z = 9,24 \text{ cm}^2$ .

Sprawdźmy teraz naprężenia.

$$\text{Wedle (32): } x = \frac{\frac{10^2 \cdot 160}{2} + 15(9,24 \cdot 3 + 52,84 \cdot 52)}{10 \cdot 160 + 15(9,24 + 52,84)} = 19,6 \text{ cm}, \quad v = 15,2 \text{ cm},$$

$$\sigma_z = \frac{2500000}{52,84(52 - 19,6 + 15,2)} = 994 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_b = \frac{994 \cdot 19,6}{15(52 - 19,6)} = 40,1 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma'_z = 710 \text{ kg/cm}^2.$$

Jeżeli chcemy uwzględnić ciśnienia w żebrze, to otrzymamy dla danych  $h, b, e, a, a', \sigma_{bd}, \sigma_{zd}$ , a szukanych  $F_z$  i  $F'_z$ :

$$x = \frac{15 \sigma_b}{15 \sigma_b + \sigma_z} h_1 = k_1 h_1, \quad \text{wedle (36): } v = x - \frac{e}{2} + \frac{e^2}{6(2x - e)}. \quad (73)$$

$$\text{odstęp środka ciśnienia płyty, zaś: } v_1 = \frac{2}{3}(x - e) \dots \dots \dots (74)$$

odstęp środka ciśnienia żebra.

$$W_b = \frac{1}{2} \sigma_b e b = \frac{2x - e}{x}, \quad W_{b_1} = \frac{1}{2} \sigma_b b_1 \frac{(x - e)^2}{x} \dots \dots (75)$$

$$W_z = \frac{M - W_b(h_1 - x + v) - W_{b_1}(h_1 - x + v_1)}{h_1 - a'} \dots \dots (76)$$

$$F'_z = \frac{W_b + W_{b_1} + W_z}{\sigma_z}, \quad F'_z = \frac{W_z}{15 \sigma_b} \cdot \frac{x}{x - a'} \dots \dots (77)$$

## 8. Inne przekroje.

Przekrój trójkątny (fig. 479).

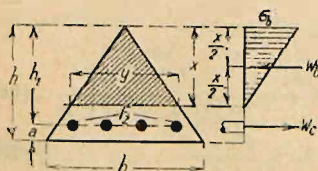


Fig. 479

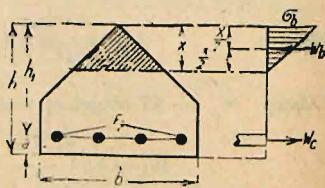


Fig. 480.

$$\text{Dla osi obojętnej: } \frac{1}{2} y x \frac{x}{3} - 15 F_z(h_1 - x) = 0, \quad y = x \frac{b}{h},$$

$$\text{stąd jeśli } \operatorname{tg} \varphi = \frac{2h}{b}, \quad x^3 + 45 F_z x \operatorname{tg} \varphi - 45 F_z h_1 \operatorname{tg} \varphi = 0 \dots \dots (78)$$

z którego to równania możemy wyznaczyć  $x$ .

Odstęp środka ciśnienia  $W_b$  od górnej krawędzi wynosi  $1/2 x$ , więc:

$$W_c = W_b = F_z \sigma_z = \frac{1}{2} y \frac{x^2}{3} \sigma_b = \frac{1}{3} \frac{x^3}{\sin \varphi} \sigma_b = \frac{M}{h_1 - 1/2 x} \quad (79)$$

stąd: 
$$\sigma_b = \frac{3 W_b \operatorname{tg} \varphi}{x^3} = \frac{3 M \operatorname{tg} \varphi}{(h_1 - 1/2 x) x^3}, \quad \sigma_z = \frac{M}{(h_1 - 1/2 x) F_z} \quad (80)$$

Przekrój pięciokątny (fig. 480). Ponieważ obojętną jest rzeczą kształt przekroju ciągniętego betonu, zatem ten wypadek jest identyczny z poprzednim i dadzą się zastosować te same wzory (78) do (80).

#### IV. Napężenia ścinające, główne i przyczepne.

##### 9. Belka prostokątna.

Napężenie ścinające  $\tau = \frac{TS}{Ju}$ , jeżeli  $u$  jest szerokością przekroju w danej warstwie. Dla belki prostokątnej  $u = b$  jest stałe, więc  $\tau = \frac{TS}{bJ}$ . Dla belki żelbetowej jest  $S = \frac{b x^2}{2}$ ,  $J = \frac{b x^3}{3} + 15 F_z (h_1 - x)^2$ , a jeżeli wstawimy:

$$F_z = \frac{b}{30} \cdot \frac{x^2}{h_1 - x}, \quad \text{otrzymamy } \tau = \frac{T}{bc} \quad (81)$$

gdzie  $c$  oznacza odstęp środka ciśnienia od środka ciągnięcia  $= h_1 - 1/3 x$ .

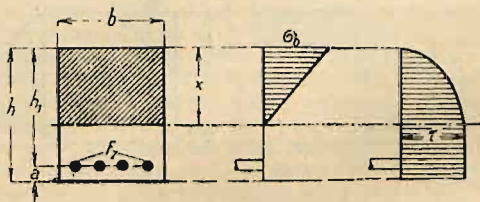


Fig. 481.

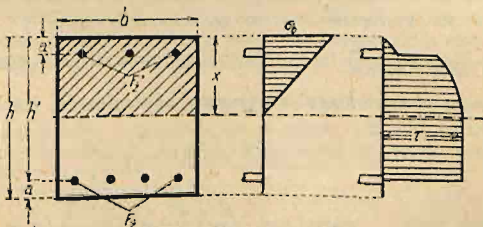


Fig. 482.

Dla wkładki jednostronnej (fig. 481) otrzymamy:  $\tau = \frac{1}{2} \frac{T}{J} (x^2 - v_1^2)$ , jeżeli  $v_1$  oznacza odstęp danej warstwy od osi obojętnej.

$$\text{Najw. } \tau = \frac{T}{2J} x^2 \quad (82)$$

albo wedle (81): 
$$\text{najw. } \tau = \frac{T}{b(h_1 - 1/3 x)} \quad (83)$$

Dla wkładki obustronnej (fig. 482) otrzymamy:

$$\text{najw. } \tau = \frac{T}{J} \left( \frac{1}{2} x^2 + 15 F'_z (x - a) \right) \dots (84)$$

$$\text{przyczem: } J = \frac{1}{3} b x^3 + 15 F'_z (x - a')^2 + 15 F'_z (h_1 - x)^2 \dots (85)$$

7. Przykład. Przyjawszy w przykładzie 5.  $T = 10\,000 \text{ kg}$ , mamy według (83):

$$\tau = \frac{10\,000}{30 \left( 71,4 - \frac{27,8}{3} \right)} = 5,37 \text{ kg/cm}^2.$$

#### 10. Przekrój teowy.

Jeżeli oś obojętna przecina płytę, to obliczamy najw.  $\tau$ , jak poprzednio, tylko że w zębrze będzie  $\tau \frac{b}{b_1}$  razy większe, zatem najw.  $\tau = \frac{1}{2} \frac{T}{J} x^2 \dots (86)$

$$\text{lub } \text{najw. } \tau = \frac{T}{b_1 (h_1 - \frac{1}{3} x)} \dots (87)$$

Jeżeli oś obojętna przecina żebro, to (fig. 483) mamy dla uzbrojenia pojedynczego:

$$\text{najw. } \tau = \frac{1}{2\beta} \cdot \frac{T}{J_1} [x^2 - (x - e)^2 (1 - \beta)] \dots (88)$$

$$\text{przyczem } J_1 = \frac{1}{3} b [x^3 - (x - e)^3 \cdot (1 - \beta)] + 15 F'_z (h_1 - x)^2 \dots (89)$$

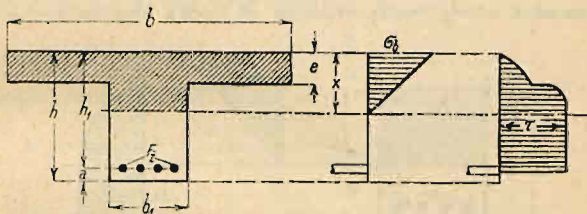


Fig. 483.

8. Przykład. Z przykładu 5. mamy:  $e = 10 \text{ cm}$ ,  $x = 11,6 \text{ cm}$ ,  $J_1 = 285\,830 \text{ cm}^4$ ,  $\beta = \frac{b}{b_1} = \frac{25}{160} = 0,167$ . Przyjawszy  $T = 10\,000 \text{ kg}$ , otrzymamy z (88):

$$\text{najw. } \tau = \frac{1}{2 \cdot 0,167} \cdot \frac{10\,000}{285\,830} [11,6^2 - (11,6 - 10)^2 (1 - 0,167)] = 14,2 \text{ kg/cm}^2.$$

Dla uzbrojenia obustronnego otrzymamy analogicznie, jeżeli oś obojętna przecina żebro,

$$\text{najw. } \tau = \frac{T}{\beta J} \left[ \frac{x^2}{2} - \frac{(x - e)^2 (1 - \beta)}{x} + 15 \frac{F'_z}{b} (x - a') \right] \dots (90)$$

$$\text{a jeżeli przecina płytę: } \text{najw. } \tau = \frac{T}{\beta J} \left[ \frac{x^2}{2} + 15 \frac{F'_z}{b} (x - a') \right] \dots (91)$$

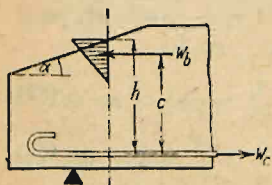


Fig. 484.

#### 11. Belka wieloboczna.

Jeżeli belka nie jest równoległa (fig. 484), to  $W_b = W_c = \frac{M}{c}$ ,  $\frac{dM}{dx} = T$ . Jeżeli w przybliżeniu przyjmiemy  $c = \frac{7}{8} h_1$ , to:

$$\tau = \frac{T - \frac{M}{h_1} \tan \alpha}{\frac{7}{8} b h_1} \dots (92)$$



Obliczamy więc  $\tau$  jak dla belki równoległej, tylko  $I$  należy zmniejszyć o  $\frac{M}{h_1} \operatorname{tg} \alpha$ .

## 12. Rozporządzenia co do naprężeń ścinających.

Wedle przepisów dla budownictwa z r. 1923 i tymczasowych przepisów budowy mostów drogowych z r. 1925 należy naprężenia dopuszczalne przyjmować równe wytrzymałości betonu po 28 dniach, pomnożonej przez współczynnik dla budownictwa 0,025, najwyżej  $5 \text{ kg/cm}^2$ , dla mostów 0,022, najwyżej  $4,5 \text{ kg/cm}^2$ .<sup>1)</sup>

Przy mniejszych budowlach można dla budownictwa prób nie wykonywać i przyjmować naprężenie przy 500  $\text{kg}$  cementu  $4,5 \text{ kg/cm}^2$ , przy 300  $\text{kg}$  cementu  $3,5 \text{ kg/cm}^2$ .

Dla mostów, o ile uwzględnia się też parcie wiatru, zmianę ciepłoty i skurcz materiału, można przyjąć współczynnik zmniejszający 0,025, a najwyżej  $5 \text{ kg/cm}^2$ .

## 13. Naprężenia główne.

W belce zginanej powstają naprężenia główne nachylone do pionu, a w osi obojętnej kąt wychylenia największych naprężeń jest  $45^\circ$ . Dla belki żelbetowej wchodzi w grę ciągnięcie, przyczem:

$$\text{najw. } \nu = \frac{1}{2} \left[ \sigma_b \pm \sqrt{\sigma_b^2 + 4\tau^2} \right] \dots \dots \dots (93)$$

W osi obojętnej jest  $\sigma_b = 0$ , a stąd  $\nu = \tau$ , a zatem ciągnięcie główne jest równe naprężeniu ścinającemu, które jest proporcjonalne do siły poprzecznej. Naprężenie dopuszczalne główne dla betonu przyjmujemy równe naprężeniu dopuszczalnemu na ścinanie.

Wedle przepisów dla budownictwa z r. 1923 siły ciągnące ukośne w tych częściach belek zginanych, w których naprężenie ciągnące jest większe, niż 0,025 wytrzymałości kostkowej, należy przenieść w całości przez wkładki odgięte i strzemiona. Przepisy zaś mostowe z r. 1925 postanawiają, że siły ciągnące ukośne w tych częściach belek zginanych, w których naprężenia są większe niż 0,022 wytrzymałość kostkowej betonu względnie  $4,5 \text{ kg/cm}^2$ , mogą być przeniesione przez beton tylko w wysokości 30%. Resztę należy przenieść na wkładki ukośne odgięte i na strzemiona. W Niemczech naprężenia ukośne, obliczone bez uwzględnienia wkładek żelaznych nie mogą przekraczać wytrzymałości betonu na rozciąganie, którą oznacza się na  $14 \text{ kg/cm}^2$ . Jeżeli po spełnieniu tego warunku naprężenie przekracza  $4 \text{ kg/cm}^2$ , to należy całą siłę ukośną przenieść przez pręty odgięte i strzemiona.

## 14. Obliczenie strzemion.

Dawniej obliczano strzemiona ze względu na siłę ścinającą. Obecnie oblicza się zwykle strzemiona jako słupy belki kratowej, której przekątnie

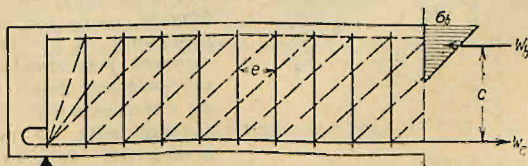


Fig. 485.

zastępuje beton (fig. 485). Od stosunku  $\frac{c}{e}$  zależy czy krata jest pojedyncza, dwu- czy trzykrotna. W ogólności możemy napisać:  $V = \frac{e}{c} T \dots (94)$

<sup>1)</sup> W ostatnich dniach ukazały się nowe przepisy polskie dla budownictwa — zob. str. 1438.

Nazwijmy napężenie żelaza na ścinanie  $\tau_z$ , powierzchnię przekroju wszystkich strzemion w danym przekroju  $F_s$ , a część siły poprzecznej, którą chcemy przenieść przez strzemiona  $T_s$ , to  $V = \frac{e}{c} T_s = \tau_z F_s$ , a stąd dla danego  $F_s$  odstęp:  $e = \frac{\tau_z F_s c}{T_s}$ , względnie  $T_s = \frac{\tau_z F_s c}{e} \dots (95)$

### 15. Pręty odgięte.

Resztę ciągnięć głównych, proporcjonalnych do siły poprzecznej, przenosimy prętami odgiętymi (fig. 486).

Na długość, równą jednostce, przypada  $\frac{1}{2} \sqrt{2}$  długości, w której działa ciążnienie główne. Dlatego, jeżeli odstęp odgiętych prętów jest  $e$ , a ciążnienie w nich  $R$ , to:

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{2} \cdot e \frac{T - T_s}{h_1 - \frac{1}{3}x} = F_z \tau_z \dots (96)$$

Stąd da się obliczyć  $e$  lub  $F_z$ , które oznacza sumę powierzchni przekrojów odgiętych prętów.

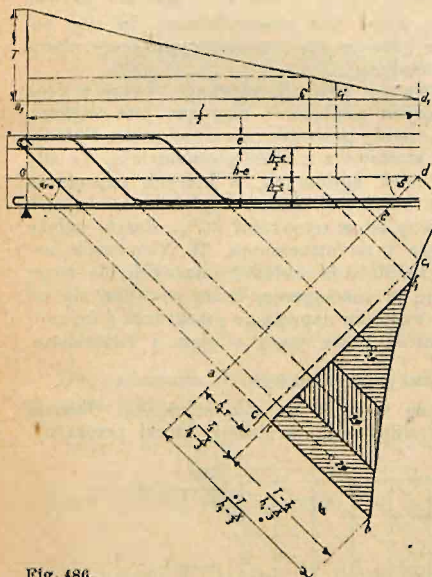


Fig. 486.

Wykreślenie wyznaczamy miejsca odgięć prętów w następujący sposób. W połowie wysokości żebr, w połowie rozpiętości w  $d$  wykreślamy  $da$  pod kątem  $45^\circ$ . Na prostej  $Oa$  odcinamy długość

$$ab = \frac{T}{h_1 - \frac{1}{3}x} = \frac{TS}{J},$$

dalej robimy  $ac = b_1 \tau$  i kreślimy  $cc_1 \parallel ad$ . Na długości  $d_1 c_1$  wystarczy sam beton, na długości  $a_1 c_1$  potrzeba beton wzmocnić strzemionami i odgiętymi prętami. Jeżeli odstęp strzemion

$$e = \frac{F_s \tau_z (h_1 - \frac{1}{3}x)}{T_s}$$

jest stały, to i  $T_s$  będzie stałe, otrzymamy  $ff_1 \parallel ac'$  i na tej długości  $a_1 f_1$  potrzebne są odgięte pręty, a powierzchnia kreskowana przedstawia siłę na nie przypadającą. Jeżeli teraz okaże się z równania (96), że potrzebne są trzy pręty, to powierzchnię kreskowaną dzielimy na trzy

równe części. Z środków ciężkości odnośnych powierzchni kreślimy równoległe do  $Oa$ , które wyznaczają położenie odgiętych prętów. Rozumie się, że odginać pręty możemy tylko o tyle, o ile na to pozwoli badanie ze względu na momenty, inaczej musimy dać pręty dodatkowe. Przy belkach podwójnie uzbrojonych zamiast  $\frac{T}{h_1 - \frac{1}{3}x}$ , musimy wyznaczyć  $\frac{T}{c}$ .

9. Przykład. Przypuśćmy, że według (95)  $T_s = \frac{800 \cdot 1,28 \cdot 45}{12} = 3840 \text{ kg}$ . Przypuśćmy, że mamy dane  $T = 15000 \text{ kg}$ ,  $h_1 = 52,2 \text{ cm}$ ,  $x = 20 \text{ cm}$ ,  $b_1 = 32 \text{ cm}$ ,  $\tau = 4,5 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_z = 950 \text{ kg/cm}^2$ , to  $b_1 \tau = 32 \cdot 4,5 = 144 \text{ kg/cm}^2 = ac$  (fig. 486),

$$\frac{T_s}{h_1 - \frac{1}{3}x} = \frac{3840}{52,2 - \frac{1}{3} \cdot 20} = 84,4 \text{ kg/cm} = af, \quad \frac{T - T_s}{h_1 - \frac{1}{3}x} = \frac{15000 - 3840}{52,2 - \frac{1}{3} \cdot 20} = 245,3 \text{ kg/cm} = fb.$$

Jeżeli przekrój jednego pręta o średnicy 19 mm jest  $2,84 \text{ cm}^2$ , a chcemy po 2 pręty odgiąć, to dwa pręty przenoszą siłę  $2 \cdot 2,84 \cdot 950 = 5400 \text{ kg}$ . Cała powierzchnia kreskowana wynosi 9810 kg, to potrzebne są dwa odgięcia po 2 pręty.

## 16. Napężenia przyczepne.

Dla zabezpieczenia współdziałania wkładek żelaznych z betonem siły wewnętrzne, działające na przekrój żelaza ciągnionego lub ciśnionego i starające się żelazo wyciągnąć z betonu, powinny być mniejsze, niż opór, jaki temu przesunięciu stawia połączenie betonu z żelazem. Siłę, działającą w osi żelaza, podzieloną przez powierzchnię pręta, nazywamy napężeniem przyczepnem. Wedle przepisów polskich dla budowy mostów drogowych z r. 1925 nie powinno ono być większe niż 0,022 wytrzymałości betonu a najwyżej  $4,5 \text{ kg/cm}^2$ . Przy uwzględnieniu parcia wiatru, zmiany ciepłoty i skurczu dopuszcza się napężenie przyczepne 0,025 wytrzymałości, najwyżej 5 kg. Jeżeli obwód pręta nazwiemy  $o$ , długość liczoną od największej siły wewnętrznej do końca wkładki,  $l$ , to

$$\tau_p = \frac{F_z \sigma_z}{ol} \quad \dots \dots \dots (97)$$

Dla wkładek żelaznych o końcach silnie w betonie zakotwionych zwiększa się napężenie dopuszczalne o 40 do 50%. Jeżeli druty zakończone są hakami a średnica żelaza nie przekracza  $\frac{l}{300}$ , to można obliczenia na przyczepność zaniechać.

Jeżeli zamiast żelaza o powierzchni obwodu gładko wykonanej użyjemy prętów o powierzchni nierównej (karbowanej), to uwzględniamy wpływ tej chropowatości, przyjmując większą średnicę pręta z tego powodu. Zwykle zwiększenie obwodu wynosi wtedy 10%.

Według rozporządzenia niemieckiego z r. 1925 naprężeń przyczepnych nie potrzeba obliczać, gdy końce prętów zaopatrzymy hakami okrągłymi lub ukośnymi, a pręty nie są grubsze niż 25 mm. Jeżeli mamy tylko poziome pręty, to należy obliczać napężenia przyczepne wedle wzoru:

$$\tau_p = \frac{b_1 \tau}{o} \quad \dots \dots \dots (98)$$

Jeżeli  $\tau$  oznacza napężenie ścinające. Jeżeli jednak są pręty odgięte, które zdolne są do przeniesienia wszystkichciągnięć ukośnych, to dla obliczenia napężenia przyczepnego dla dolnych prętów należy uwzględnić tylko połowę siły poprzecznej.

## V. Pręty ściskane środkowo.

### 17. Słupy żelbetowe uzbrojone podłużnie.

Jeżeli siła  $P$  działa na słup żelbetowy środkowo, to przypuszczamy, że siła rozdziela się na żelazo i beton w stosunku współczynników sprężystości, przyczem  $n = 15$ . Otrzymujemy więc:

$$P = \sigma_b (F_b + 15 F_z) \quad \dots \dots \dots (99)$$



Równanie to ważne jest jednak tylko, jeżeli  $F'_z$  wynosi najmniej 0,8% a najwyżej 3%  $F'_b$ . Jeżeli uzbrojenie podłużne jest silniejsze, niż 3%, to z nadwyżki ponad 3% wolno uwzględnić tylko trzecią część.

Na podstawie przepisów możemy wyznaczyć wymiary z tablicy 7. Jeżeli procent uzbrojenia nazwiemy  $p$ , to  $F'_z = p F'_b$ , stąd:

$$F'_b = \frac{P}{\sigma_b(1 + 15p)} = \frac{P}{K_1}, \quad F'_z = p F'_b \dots (100)$$

Fig. 487 przedstawia wartości  $K_1$  dla rozmaitych  $\sigma_b$ .

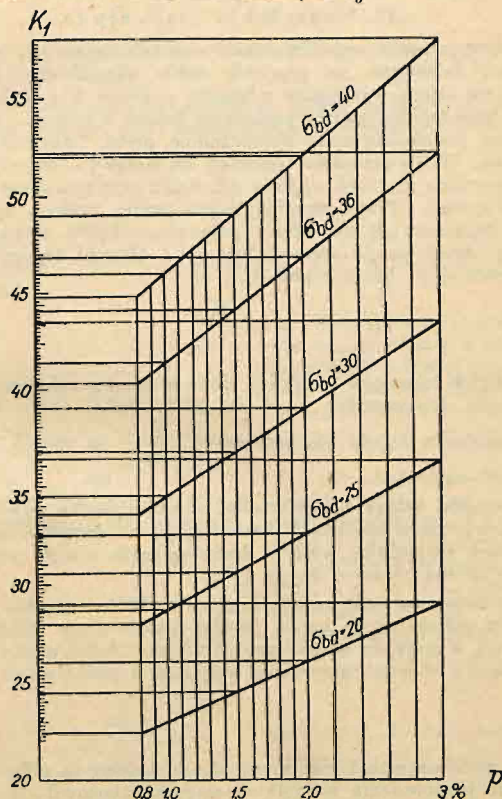


Fig. 487.

10. Przykład. Dane  $P = 90\,000$  kg,  $\sigma_b = 30$  kg/cm<sup>2</sup>,  $p = 0,015$ . Otrzymamy  $K_1 = 36,75$ , więc  $F'_b = \frac{90\,000}{36,75} = 2449$  cm<sup>2</sup>. Przyjmijmy przekrój 60.50 cm,  $F_b = 2500$  cm<sup>2</sup>,  $F'_z = 0,015 \cdot 2500 = 37,5$  cm<sup>2</sup>. Przyjmijmy 8 ϕ 25, więc  $F'_z = 39,27$  cm<sup>2</sup>,  $\sigma_b = \frac{90\,000}{2500 + 15 \cdot 39,27} = 29,1$  kg/cm<sup>2</sup>.

### 18. Słupy żelbetowe uzwojone.

Dla kołowego przekroju rdzenia podają polskie przepisy:

$$\sigma_b = \frac{P}{1,25 F_r + 15 F_p + 30 F_o} \dots (101)$$

Tablica 7.

Procent uzbrojenia $p$	Wartość $K_1$ dla naprężenia betonu $\sigma_b$				
	20	25	30	36	40
0,008	22,4	28,00	33,60	40,3	44,8
0,009	22,7	28,35	34,05	40,9	45,4
0,010	23,0	28,75	34,50	41,4	46,0
0,011	23,3	29,10	34,95	41,9	46,6
0,012	23,6	29,50	35,40	42,5	47,2
0,013	23,9	29,90	35,85	43,0	47,8
0,014	24,2	30,25	36,30	43,6	48,4
0,015	24,5	30,60	36,75	44,1	49,0
0,016	24,8	31,00	37,20	44,6	49,6
0,017	25,1	31,35	37,65	45,2	50,2
0,018	25,4	31,70	38,10	45,7	50,8
0,019	25,7	32,10	38,55	46,3	51,4
0,020	26,0	32,50	39,00	46,8	52,0
0,022	26,6	33,25	39,90	47,9	53,2
0,024	27,2	34,00	40,80	49,0	54,4
0,026	27,8	34,70	41,70	50,0	55,6
0,028	28,4	35,50	42,60	51,1	56,8
0,030	29,0	36,25	43,50	52,2	58,0

Jeżeli  $F_r$  oznacza powierzchnię przekroju rdzenia, tj. betonu wewnątrz owinięcia,  $F_p$  przekrój wzmocnienia podłużnego,  $F_o$  zastępuje przekrój owinięcia, równy objętości uzwojenia na jednostkę wysokości, a więc dla rdzenia okrągłego  $F_o = \frac{\pi d_r F_d}{s}$ , gdzie  $d_r$  oznacza średnicę rdzenia,  $F_d$  powierzchnię przekroju drutu owijającego,  $s$  krok owinięcia.

Tablica 8.

$F_o = 2 F_p$	$F_o = 2,5 F_p$	$F_o = 3,0 F_p$	$K_2$ dla ciśnienia betonu $\sigma_b$ w $kg/cm^2$			
$p_p$	$p_p$	$p_p$	20	25	30	36
0,0040	0,00333	0,00286	31,00	38,80	46,50	55,80
0,0050	0,00416	0,00357	32,50	40,60	48,80	58,50
0,0060	0,00500	0,00428	34,00	42,50	51,00	61,20
0,0070	0,00583	0,00500	35,50	44,40	53,30	63,90
0,0080	0,00667	0,00571	37,00	46,30	55,50	66,60
0,0090	0,00750	0,00643	38,50	48,10	57,80	69,30
0,0100	0,00833	0,00714	40,00	50,00	60,00	72,00
0,0110	0,00917	0,00786	41,50	51,90	62,30	74,70
0,0120	0,01000	0,00857	43,00	53,80	64,50	77,40
0,0130	0,01080	0,00928	44,50	55,60	66,80	80,10
0,0140	0,01167	0,01000	46,00	57,50	69,00	82,80
0,0150	0,01250	0,01071	47,50	59,40	71,30	85,50
0,0160	0,01333	0,01143	49,00	61,30	73,50	88,20
0,0170	0,01417	0,01214	50,50	63,10	75,80	90,90
0,0180	0,01500	0,01286	52,00	65,00	78,00	93,60

Jeżeli wstawimy  $F_i = p_p F_r$ ,  $F_o = p_o F_r$ , to

$$F_r = \frac{P}{\sigma_b(1,25 + 15 p_p + 30 p_o)} = \frac{P}{K_2} \dots (102)$$

Przytem przyjmujemy  $F_i \geq \frac{1}{3} F_o$ , zaś krok śruby ma być  $< 0,2 d_r$ , przy  $\sigma_b = 50 \text{ kg/cm}^2$ , zaś  $s < 0,125 d_r$ , przy  $\sigma_b = 100 \text{ kg/cm}^2$ , i zarazem  $s < 8 \text{ cm}$ .

$$F_i = 1,25 F_r + 15 F_p + 30 F_o \leq 2 F_r.$$

Por. tabliczkę 8. (str. 1361) dla kilku naprężeń dopuszczalnych i stosunków  $\frac{F_o}{F_p} = \frac{p_o}{p_p} = 2,0, 2,5 \text{ i } 3,0$ .

Górną granicę wielkości przekroju sprowadzonego  $F_i$  określa warunek  $F_i \leq 2 F_r$ , wedle przepisów niemieckich  $F_i \leq 2 F_b$ . Dla  $\frac{F_o}{F_p} = 2,0, 2,5, 3,0$  otrzymamy  $p_p = 0,0180, 0,0150 \text{ i } 0,01286$ .

11. Przykład. Dane  $P = 22000 \text{ kg}$ ,  $\sigma_b = 20 \text{ kg/cm}^2$ ,  $F_o = 2 F_p$ ,  $p_p = 0,01$ ,  $p_o = 0,02$ . Z tabliczki 8. otrzymamy  $K_2 = 40,00 \text{ kg/cm}^2$  a przekrój rdzenia  $F_r = \frac{22000}{40} = 550 \text{ cm}^2$ . Przyjmijmy  $d_r = 27 \text{ cm}$  ( $F_r = 572,6 \text{ cm}^2$ ),  $F_p = 0,01 \cdot 572,6 = 5,7 \text{ cm}^2$ . Temu odpowiada  $8 \phi 10$  ( $F_p = 6,28 \text{ cm}^2$ ),  $F_o = 0,02 \cdot 572,6 = 11,45 \text{ cm}^2$   $s < 0,2 \cdot 27$ ,  $s = 5 \text{ cm}$ .  $F_d = \frac{F_o s}{\pi d_r} = \frac{11,45 \cdot 5}{\pi \cdot 27} = 0,675 \text{ cm}^2$ . Przyjmujemy  $\phi 8 \text{ mm}$  ( $F_d = 0,0636 \text{ cm}^2$ ),  $F_o = \frac{\pi \cdot 27 \cdot 0,0636}{5} = 10,8 \text{ cm}^2$ ,  $\sigma_b = \frac{22000}{1,25 \cdot 572,6 + 15 \cdot 5,7 + 30 \cdot 10,8} = 19,6 \text{ kg/cm}^2$ .

Przyjmijmy grubość skorupy  $3 \text{ cm}$ , to  $d = 33 \text{ cm}$ ,  $F_b = 855 \text{ cm}^2$ .

$$F_i = 1,25 \cdot 572,6 + 15 \cdot 5,7 + 30 \cdot 10,8 = 1125 < 2 \cdot 572,6.$$

Dla rdzenia kwadratowego nakazują przepisy polskie przyjmować:

$$F_i = 1,25 F_r + 15 F_p + 15 F_o \dots (103)$$

Najkorzystniejsze  $p_p$  są  $0,01$  do  $0,02$ .

Tablica 9.

$F_o = 2 F_p$	$F_o = 2,5 F_p$	$F_o = 3 F_p$	$K_2$ dla ciśnienia betonu $\sigma_b$ w $\text{kg/cm}^2$				
$p_p$	$p_p$	$p_p$	20	25	30	35	40
0,006	0,0051	0,0045	30,4	38,0	45,6	53,2	60,8
0,007	0,0060	0,0052	31,3	39,1	47,0	54,8	62,6
0,008	0,0069	0,0060	32,2	40,2	48,3	56,3	64,4
0,009	0,0077	0,0067	33,1	41,4	49,7	58,3	66,2
0,010	0,0086	0,0075	34,0	42,5	51,0	59,5	68,0
0,011	0,0094	0,0082	34,9	43,6	52,3	61,1	69,8
0,012	0,0103	0,0090	35,8	44,7	53,7	62,6	71,6
0,013	0,0111	0,0097	36,7	45,9	55,0	64,2	73,4
0,014	0,0120	0,0105	37,6	47,0	56,4	65,8	75,2
0,015	0,0129	0,0112	38,5	48,1	57,7	67,4	77,0
0,016	0,0137	0,0120	39,4	49,2	59,1	68,9	78,8
0,017	0,0146	0,0127	40,3	50,4	60,4	70,5	80,6
0,018	0,0154	0,0135	41,2	51,5	61,8	72,1	82,4
0,019	0,0163	0,0142	42,1	52,6	63,1	73,7	84,2
0,020	0,0171	0,0150	43,0	53,7	64,5	75,2	86,0



Analogicznie do (102) mamy tu:  $F_r = \frac{P}{K_3}$  . . . . . (104)

Wartości  $K_3$  zestawiono w tabliczce 9.

12. Przykład. Dane  $P = 100\,000\text{ kg}$ ,  $\sigma_b = 35\text{ kg/cm}^2$ ,  $p_o = 0,02 = 2,5 p_p$ ,  $p_p = 0,008$ .  
 z tabliczki 9. mamy  $K_3 = 58,7\text{ kg/cm}^2$ ,  $F_r = \frac{100\,000}{58,7} = 1704\text{ cm}^2$ . Przyjawszy długość boku  
 rdzenia kwadratowego  $a = 42\text{ cm}$ , otrzymamy  $F_r = 1764\text{ cm}^2$ ,  $F_p = 0,008 \cdot 1764 = 14,11\text{ cm}^2$ .  
 Przyjmijmy 4  $\phi 23$  ( $F_p = 15,21\text{ cm}^2$ ),  $F_o = 0,02 \cdot 1764 = 35,3\text{ cm}^2$ . Dla  $s = 6\text{ cm} < 0,2 \cdot 47$ ,  
 $F_d = \frac{F_o s}{4 a} = \frac{35,3 \cdot 6}{4 \cdot 42} = 1,26\text{ cm}^2$ . Przyjmujemy  $\phi 13\text{ mm}$   $F_d = 1,33\text{ cm}^2$ .  $F_o = \frac{4 \cdot 42 \cdot 1,33}{6} =$   
 $= 37,2\text{ cm}^2$ ,  $p_o = \frac{37,2}{1,704} = 0,022$ ,  $p_p = \frac{15,21}{1704} = 0,0089$ ,  $\sigma_b = \frac{100\,000}{1,25 \cdot 1764 + 15 \cdot 15,21 + 15 \cdot 37,2} =$   
 $= 38,4\text{ kg/cm}^2$ . Gdy grubość skorupy przyjmiemy  $3\text{ cm}$ , to długość boku  $a_1 = 39 + 2 \cdot 3 = 45\text{ cm}$ ,  
 $F_b = 2025\text{ cm}^2$ .

$$F_i = 2790 < 2 \cdot 1521.$$

Marsh oblicza grubość drutu owijającego i otrzymuje:

dla kroku śruby  $s = \frac{1}{5} d_r$ ,  $\frac{1}{6} d_r$ ,  $\frac{1}{7} d_r$ ,  $\frac{1}{8} d_r$  }  
 grubość drutu  $d_s = 0,029 d_r$ ,  $0,0275 d_r$ ,  $0,0250 d_r$ ,  $0,0234 d_r$  } . . (105)

Dla słupów uzwojonych z betonu wyborowego przyjąć można:

$$P = (1,25 F_r + 10 F_p + 20 F_o) \sigma_b$$
 . . . . . (106)

## 19. Uzwojenie ściskanej części belki zginanej.

Fig. 488 przedstawia uzwojenie ściskanej części belki zginanej. Dla braku  
 doświadczeń przyjmujemy, że przez uzwojenie ściskanie w rdzeniu rozłoży

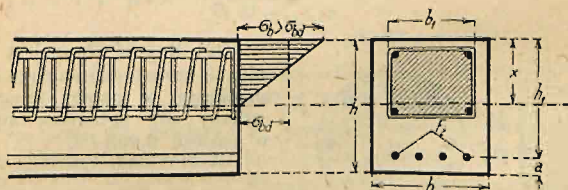


Fig. 488.

się jednostajnie, a więc trójkąt ciśnień przemieniamy na prostokąt o pod-  
 stawie równej szerokości rdzenia, zatem otrzymamy:

$$P = \frac{1}{2} \sigma_b x b = F_i \sigma_b = \sigma_b (a F_r + 15 F_p)$$
 . . . . (107)

## 20. Wyboczenie słupów.

Dla słupów ciśnionych należy według przepisów polskich uwzględnić  
 niebezpieczeństwo wyboczenia, jeżeli smukłość, tj. stosunek swobodnej dłu-  
 gości pręta  $l$  do najmniejszego promienia bezwładności przekroju  $i$  przekracza:

- 60 w wypadku wzmocnienia podłużnego,
- 40 " " " uzwojonego,
- 20 " " " betonu bez wzmocnienia.

Spółczynniki zmniejszające  $\beta$  należy przyjmować wedle następującej  
 tablicy.

Tablica 10.

Dla słupów żelbetowych uzbrojonych podłużnie.

$\frac{l}{i}$	$\beta$	$\frac{l}{i}$	$\beta$	$\frac{l}{i}$	$\beta$
65	0,95	80	0,76	95	0,57
70	0,88	85	0,70	100	0,51
75	0,82	90	0,62		

W przybliżeniu  $\beta = 1,78 - 0,0127 \frac{l}{i}$ .

Tablica 11.

Dla słupów żelbetowych uzwojonych.

$\frac{l}{i}$	$\beta$	$\frac{l}{i}$	$\beta$	$\frac{l}{i}$	$\beta$	$\frac{l}{i}$	$\beta$
45	0,97	60	0,85	75	0,73	90	0,60
50	0,93	65	0,81	80	0,69	95	0,56
55	0,89	70	0,77	85	0,65	100	0,51

W przybliżeniu  $\beta = 1,87 - 0,0086 \frac{l}{i}$ , przyczem  $l$  oznacza długość wolną,  $i$  najmniejszy promień bezwładności.

Dalej:

$$\sigma_w = \frac{P}{\beta(F_b + 15 F_p)} = \beta \sigma_b \dots \dots \dots (108)$$

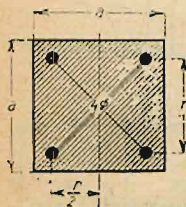


Fig. 489 a.

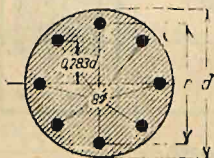


Fig. 489 b.

Gdy długość słupa jest większą niż 20-krotny najmniejszy wymiar przekroju, to należy moment wywołany siłą zginającą zwiększyć o wartość 0,005  $Pl$ .

13. Przykład. Wyznaczyć największe ciśnienie betonu dla słupa 4 m wysokiego o przekroju, podanym na fig. 489 dla  $a = 30$  cm pod działaniem siły  $P = 30\,000$  kg.  $F_b = 900$  cm<sup>2</sup>,  $F_p = 12,57$  cm<sup>2</sup> (4 gi 20 mm,  $p = 0,014$ ),  $l = 8,00$  m.

$$J = \frac{30^4}{12} + 15 \cdot 12,57 \cdot 12,5^2 = 96\,900$$

$$i = \sqrt{\frac{96\,900}{900 + 15 \cdot 12,57}} = 9,4 \text{ cm.}$$

$\frac{l}{i} = \frac{800}{9,4} = 85,2$ , z tablicy 10.  $\beta = 0,70$ , z równania (100)  $K_1 = \frac{30\,000}{900} = 33,3$ , z tablicy 7. dla  $p = 0,14$ ,  $\sigma_b = 27,5$  kg/cm<sup>2</sup>.

Projektowanie słupów na wyboczenie. a) Przekrój kwadratowy (fig. 489 a). Przyjmijmy  $r = 0,8a$ , to ponieważ  $\frac{100 F_p}{F_b} = p$ ,  $F_b = a^2$ , więc:

$$i = \sqrt{\frac{J_b + 30 \frac{F_p}{2} \left(\frac{r}{2}\right)^2}{F_b + 15 F_p}} \dots \dots \dots (109)$$

Dla:  $p = 0,8 \quad 1,4 \quad 2 \quad 3$   
 $i = 0,302 \quad 0,312 \quad 0,318 \quad 0,327$ ; w przybliżeniu:  $i = 0,315$  a.

$$\sigma_w = \frac{P}{F_b + 15 F_p} \left[ 1 + 0,0001 \left( \frac{l}{i} \right)^2 \right], \text{ a po podstawieniu:}$$

$$F_b = a^2 = \frac{P}{2 \sigma_w (1 + 0,15 p)} \pm \sqrt{\left[ \frac{P}{2 \sigma_w (1 + 0,15 p)} \right]^2 + \frac{0,00102 P l^2}{\sigma_w (1 + 0,15 p)}} \quad (110)$$

b) Przekrój okrągły (fig. 489 b). Przeprowadzając analogicznie rozumowanie, otrzymamy:

$$d = 0,01427 l + \sqrt{(0,01427 l)^2 + \frac{0,715 P}{\sigma_b (1 + 0,15 p)}} \quad (111)$$

Projektowanie słupów uzwojonych na wyboeczenie. Uzwojenia przy obliczaniu  $J$  i  $F_i$  nie uwzględniamy, możemy jednak przyjąć większe naprężenie dopuszczalne. Wedle (104) dla przekroju kwadratowego:

$$\sigma_w = \sigma_b \frac{1,25 F_r + 15 F_p + 30 F_0}{F_r} \quad (112)$$

$$r = 0,00915 l + \sqrt{(0,00915 l)^2 + \frac{P}{1,37 \sigma_w (1 + 0,15 p)}} \quad (113)$$

Dla przekroju okrągłego otrzymujemy:

$$r = 0,0122 l + \sqrt{(0,0122 l)^2 + \frac{0,93 P}{\sigma_w (1 + 0,15 p)}} \quad (114)$$

## 21. Słupy żelbetowe z wkładką żeliwną.

Dla słupów żelbetowych z wkładką żeliwną możemy przyjąć dla pewności  $n = 5$  (fig. 490 a):  $P = 1,5 F_r \sigma_b + 480 F_z + \sigma_l F_l$  . . . . . (115)

Jeżeli  $P$  oznacza siłę łamiącą,  $F_r$  przekrój rdzenia betonu,  $F_z$  przekrój wkładek podłużnych z żelaza zlewne,  $F_l$  przekrój wkładki żeliwnej,  $\sigma_l$  naprężenie żeliwa. Przy betonie uwzględniamy  $1\frac{1}{2}$ -krotne zwiększenie wytrzymałości przez owinięcie. Jeżeli wchodzi w grę wyboeczenie, należy  $\sigma_l$

zmniejszyć stosownie do  $\frac{l}{i}$ , przytem można przyjąć:

$$F_i = F_l + \frac{F_z}{2} + \frac{l_r}{30}, \quad J_i = J_l + \frac{J_z}{2} + \frac{J_z}{30} \quad (116)$$

$$i = \sqrt{\frac{J_i}{F_i}} \quad (117)$$

Jeżeli wytrzymałość żeliwa przyjmiemy  $\mu_l = 8000 \text{ kg/cm}^2$ , to  $\sigma_l = 1600 \text{ kg/cm}^2$ , dla gorszych gatunków żeliwa mniej; co należy odpowiednio uwzględnić.

Przepisy polskie mówią: Słupy żelbetowe uzwojone z duszą żeliwną można obliczać przy założeniu, że wytrzymałość całego słupa jest sumą wytrzymałości zewnętrznej części żelbetowej i wewnętrznej żeliwnej, jeżeli skok uzwojenia będzie równy lub mniejszy, niż podwójny odstęp uzwojenia od wkładki żeliwnej. Przy uwzględnieniu wyboeczenia należy wziąć w rachubę przekrój zastępczy  $F_i = F_z + \frac{1}{2} F_p + \frac{1}{30} F_r$ , gdzie oznacza  $F_z$  powierzchnię przekroju żeliwa,  $F_p$  uzbrojenia podłużnego,  $F_r$  rdzenia betonu.



## VI. Ciśnienie mimośrodkowe.

## 22. Faza pierwsza.

Na przekrój działa siła  $F$  równolegle do osi z mimośrodem  $c$  (fig. 490 b).



Fig. 490 a.

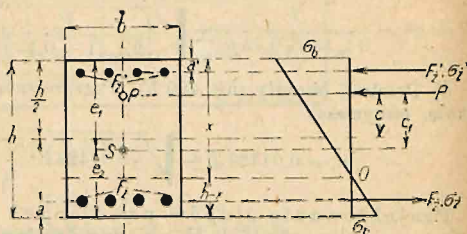


Fig. 490 b.

Dla dwustronnego uzbrojenia słupa prostokątnego mamy przekrój idealny:

$$F_i = bh + n(F_z + F_z') \dots \dots \dots (118)$$

$$e_1 = \frac{\frac{bh^2}{2} + nF_z h_1 + nF_z' a'}{bh + n(F_z + F_z')} \dots \dots \dots (119)$$

$$J = \frac{1}{3} b(e^3 + e_1^3) + nF_z(e - a)^2 + nF_z'(e_1 - a')^2 \dots \dots (120)$$

$$\left. \begin{matrix} \tau_b \\ \tau_r \end{matrix} \right\} = -\frac{P}{F_i} + \frac{Me_1}{J} = -P \left( \frac{1}{F_i} \pm \frac{c_1 \cdot e_1}{J} \right) \dots \dots \dots (121)$$

gdyż:  $M = P \cdot c_1 = P[c + (e_1 - \frac{1}{2}h)]$ .

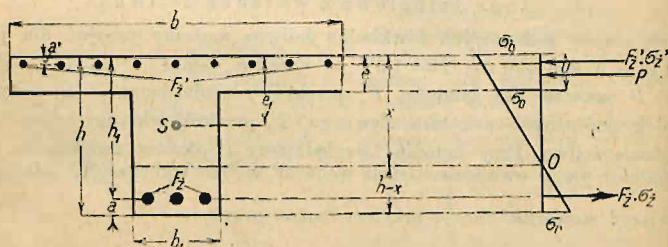


Fig. 491.

Z rysunku otrzymamy:  $x = \frac{\sigma_b \cdot h}{\sigma_b \pm \sigma_r} \dots \dots \dots (122)$

Jeżeli  $\tau_b = \tau_r$ , oznacza rozciąganie, to  $x = \frac{\sigma_b}{\sigma_b + \sigma_r} \cdot h \dots \dots (123)$

$h - x = 0$ , gdy  $\tau_r = 0$ , więc  $\frac{1}{F_i} = \frac{c_1 e}{J}$  czyli  $c_1 = \frac{i^2}{e} = r_1$  odstępowi punktu rdzennego.

Jeżeli przekrój jest teowy (fig. 491), otrzymamy analogicznie:

$$e = \frac{\frac{1}{2} b h^2 + \frac{1}{2} (b - b_1) e^2 + nF_z' a' + nF_z h_1}{b_1 h + (b - b_1) e + n(F_z + F_z')} \dots \dots (124)$$

Dalej moment bezwładności ze względu na  $S$ :

$$J = \frac{1}{8} b_1 [x_1^3 + (h - x_1)^3] + \frac{1}{8} (b - b_1) [x_1^3 - (x_1 - e)^3] + n F'_z (h_1 - x)^2 + n F'_z (x_1 - a')^2 \dots \dots \dots (125)$$

Napężenia obliczymy teraz z równania (122). Jeżeli uzbrojenie jest jednostronne, to należy w tych wzorach wstawić  $F'_z = 0$ .  $n = E_z : E_b$  w pierwszej fazie należy przyjąć równe 10. Przepisy polskie dla budownictwa z 1923 każą przyjmować niewłaściwie w tym przypadku  $n = 15$  i ciągnięcia nie uwzględniać. Dla słupów mimośrodkowo uzbrojonych dopuszczają ciśnienia w betonie, jak dla belek zginanych.

14. Przykład. Dane: przekrój prostokątny  $h = 60 \text{ cm}$ ,  $b = 100 \text{ cm}$ ,  $P = 42\,000 \text{ kg}$ ,  $F'_z = 23,09 \text{ cm}^2$  (15  $\phi$  14 mm),  $F'_z = 0$ ,  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $c = 31,5 \text{ cm}$ .

Wedle (118)  $F_i = 60,100 + 10,23,09 = 6231 \text{ cm}^2$ ,

$$e_1 = \frac{\frac{1}{2} 100 \cdot 60^2 + 10,23,09 \cdot 55}{6231} = 30,98 \text{ cm}, \quad e = 29,07 \text{ cm},$$

$$J = \frac{100 (30,98^3 + 29,07^3)}{3} + 10,23,09 (29,07 - 5)^2 = 1\,938\,180 \text{ cm}^4,$$

$$c_1 = 31,5 + (30,98 - 30) = 32,48 \text{ cm},$$

$$\sigma_b = -42\,000 \left( \frac{1}{6231} + \frac{32,48 \cdot 30,98}{1\,938\,180} \right) = 29,4 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_b' = -13,7 \text{ kg/cm}^2,$$

$$x = \frac{29,4}{29,4 + 13,7} \cdot 60 = 40,9 \text{ cm}, \quad \sigma_z = 10,13,7 \frac{(60 - 40,9) - 5}{60 - 40,9} = 101 \text{ kg/cm}^2.$$

W ten sposób możemy obliczać, jeżeli wypada ciągnięcie mniejsze niż dopuszczalne (poniżej  $20 \text{ kg/cm}^2$ ) lub gdy ciągnięcia nie ma.

### 23. Faza druga.

Jeżeli wypada ciągnięcie za wielkie lub, jak polskie przepisy żądają jeżeli wogóle w fazie I występuje ciągnięcie, zatem  $P$  wychodzi z rdzenia nie liczymy na ciągnięcie betonu i wyznaczamy napężenia w fazie II

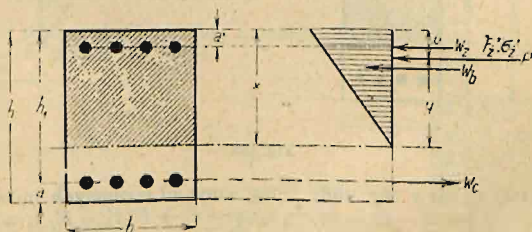


Fig. 492.

Przekrój prostokątny (fig. 492). Utwórzmy momenty ze względu na  $P$ , to:

$$\frac{x b \sigma_b}{2} \left( \frac{x}{3} - u \right) - \sigma'_z F'_z (u - a') - \sigma'_z F'_z (h_1 - u) = 0,$$

$$\sigma_z = 15 \sigma_b \frac{h_1 - x}{x}, \quad \sigma'_z = 15 \sigma_b \frac{x - a'}{x},$$

$$\text{stad: } x^3 - 3ux^2 + \frac{90}{b} [F'_z(h_1 - u) - F'_z(u - a')]x + \\ - \frac{90}{b} [F'_z h_1(h_1 - u) - F'_z a'(u - a')] = 0 \dots (126)$$

$x$  wyznaczamy albo próbowaniem albo wzorem Cardana, wstawiając  $y = x - u$ . Naprężenia otrzymamy z wzorów:

$$\sigma_b = \frac{2Px}{bx^2 + 30[F'_z(x - a') - F'_z(h_1 - x)]} \dots (127)$$

$$\tau'_z = -15 \frac{x - a'}{x} \sigma_b, \quad \sigma'_z = 15 \frac{h_1 - x}{x} \sigma_b \dots (128)$$

Próba:  $\frac{1}{2} \sigma_b x b + F'_z \sigma'_z - F'_z \sigma_z = P$ .

Jeżeli z wzoru (126) otrzymamy  $x > h$ , to oś obojętna jest cała poza przekrojem i nie należy używać tych wzorów, lecz wzorów fazy I (118—123).

15. Przykład. Dane:  $P = 42000 \text{ kg}$ ,  $u = -18 \text{ cm}$ ,  $h = 60 \text{ cm}$ ,  $b = 100 \text{ cm}$ ,  $F'_z = F'_z = 11,78 \text{ cm}^2$  (15  $\phi$  10 mm),  $a = a' = 4 \text{ cm}$ .

Wtedy mamy:

$$x^3 + 3 \cdot 18 \cdot x^2 + \frac{90}{100} [11,78 \{ (56 + 18) - (-18 - 4) \}] x - \frac{90}{100} [11,78 \cdot 56 (56 + 18) + \\ - 11,78 \cdot 4 (-18 - 4)] = 0, \\ x^3 + 54x^2 + 804x - 44867 = 0, \quad x = 19,5 \text{ cm}.$$

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot 42000 \cdot 19,5}{100 \cdot 19,5^2 + 30 \cdot 11,78 (15,5 - 36,5)} = 53,6 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\sigma'_z = 15 \cdot 53,6 \frac{56 - 19,5}{19,5} = 1500 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma'_z = 639 \text{ kg/cm}^2.$$

Próba:  $\frac{1}{2} 53,6 \cdot 19,5 \cdot 100 + 11,78 \cdot 639 - 11,78 \cdot 1500 = 42000$ .

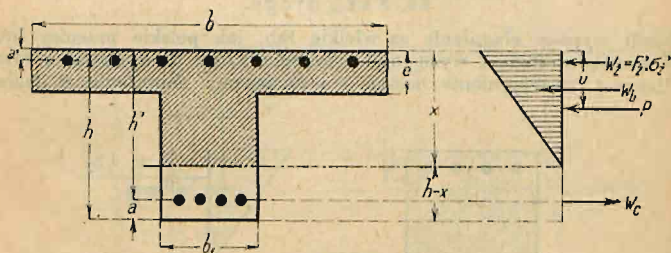


Fig. 493.

Przekrój teowy (fig. 493). Tutaj suma sił poziomych musi być równa zero, więc:  $\frac{1}{2} b \sigma_b x - (b - b_1) \frac{1}{2} \sigma_0 (x - e) + F'_z \sigma'_z - F'_z \sigma_z = P$ ,

a gdy:  $\sigma_0 = \sigma_b \frac{x - e}{x}$ , to

$$\frac{bx^2}{2} - (b - b_1) \frac{(x - e)^2}{2} + 15 F'_z (x - a') - 15 F'_z (h_1 - x) = \frac{Px}{\sigma_b} = S_x.$$

Podobnie otrzymamy z równania momentów:

$$\frac{bx^3}{3} - \frac{b - b_1}{3} (x - e)^3 + 15 F'_z (x - a')^2 + 15 F'_z (h_1 - x)^2 = \frac{Px(x - u)}{\sigma_b} = J_x.$$



Z obu tych równań otrzymamy:

$x - u = \frac{J_x}{S_x}$ . Jeżeli  $\frac{b_1}{b} = \beta$ , to po wstawieniu wartości za  $J_x$  i  $S_x$  otrzymamy:

$$\begin{aligned} x^3 - 3ux^2 + 3 \frac{1-\beta}{\beta} e(e-2u)x - \frac{90F'_z}{b\beta} (u-a')x + \\ + \frac{90F'_z}{b\beta} (h_1-u')x + \frac{1-\beta}{\beta} e^2(3u-2e) - \frac{90F'_z}{b\beta} a'(a'-u) + \\ - \frac{90F'_z}{bh} h_1(h_1-u) = 0 \quad \dots \dots \dots (129) \end{aligned}$$

Równanie to trzeciego stopnia możemy rozwiązać albo próbami albo wzorem Cardana.

Wstawiwszy:  $y = x - u$ ,

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{30}{b\beta} [F'_z(h_1-u) - F'_z(u-a')] - u^2 + \frac{1-\beta}{\beta} e(e-2u), \\ \text{zaś: } q &= -\frac{45}{b\beta} [F'_z(a'-u)^2 + F'_z(h_1-u)^2] - u^3 + \\ &+ \frac{3}{2} \cdot \frac{1-\beta}{\beta} e \cdot u(e-2u) + \frac{1-\beta}{2\beta} e^2(3u-2e) \end{aligned} \right\} \quad (130)$$

otrzymamy:

$$y = \sqrt[3]{-q + \sqrt{q^2 + p^3}} + \sqrt[3]{-q - \sqrt{q^2 + p^3}} \quad \dots \dots (131)$$

Wreszcie mamy:

$$x = y + u \quad \dots \dots \dots (132)$$

$$\sigma_b = \frac{Px}{S_x} = \frac{Px(x-u)}{J_x} \quad \dots \dots \dots (133)$$

$$\sigma'_z = 15 \sigma_b \frac{h_1-x}{x}, \quad \sigma'_z = 15 \sigma_b \frac{x-a'}{x}.$$

#### 24. Projektowanie przekrojów ciśnionych mimośrodkowo.

Przekrój prostokątny. Cały przekrój ciśniony, względnie w fazie I (fig. 494).

Tu mamy:

$$\sigma_z = 15 \left( \sigma'_b + \frac{\sigma_b - \sigma'_b}{h} a \right),$$

$$\sigma'_z = 15 \left( \sigma'_b + \frac{\sigma_b - \sigma'_b}{h} h_1 \right).$$

$$P = \frac{\sigma_b + \sigma'_b}{2} b \cdot h + 15 F'_z \left( \sigma'_b + \frac{\sigma_b - \sigma'_b}{h} a \right) + 15 F'_z \left( \sigma'_b + \frac{\sigma_b - \sigma'_b}{h} h_1 \right),$$

a stąd:

$$F'_z = \frac{P - \frac{\sigma_b + \sigma'_b}{2} \cdot b h - 15 F'_z \left( \sigma'_b + \frac{\sigma_b - \sigma'_b}{h} a \right)}{15 \left( \sigma'_b + \frac{\sigma_b - \sigma'_b}{h} h_1 \right)} \quad \dots \dots (134)$$

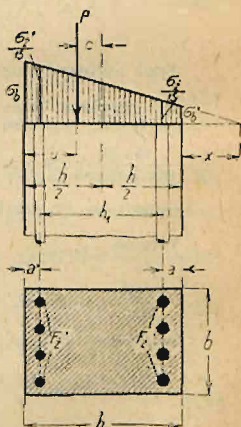


Fig. 494.

Teraz utwórzmy równanie momentów ze względu na  $F'_z$ :

$$P \left( \frac{h}{2} - a - c \right) = 15 F'_z \left( \sigma'_b + \frac{\sigma_b - \sigma'_b}{h} \cdot a \right) (h_1 - a) + \sigma'_b \cdot b \cdot h \cdot \left( \frac{h}{2} - a \right) + \\ + \frac{\sigma_b - \sigma'_b}{2} \cdot b \cdot h \left( \frac{h}{3} - a \right),$$

a stąd:

$$\sigma'_b = \frac{P \left( \frac{h}{2} - a - c \right) - 15 \frac{F'_z a}{h} \sigma_b (h_1 - a) - \frac{\sigma_b}{2} b h \left( \frac{h}{3} - a \right)}{15 F'_z \left( 1 - \frac{a}{h} \right) (h_1 - a) + \frac{b h}{6} (2h - 3a)} \quad (135)$$

Jeżeli mamy dane  $P, c, b, h, a, \sigma_b$  i przyjmujemy  $F'_z$  bardzo małe, może 0,4%  $b h$ , to z równania (135) obliczymy  $\sigma'_b$ , a potem z równania (134)  $F'_z$ .

Przekrój prostokątny w fazie II. Dane wymiary  $b, h$ , dalej  $P$  i  $c, \sigma_b$ , szukane  $F'_z$  i  $F'_z$ .

Stark i Dankelmann tworzą momenty ze względu na ciągnioną wkładkę (fig. 441)  $M_p = P(h_1 - u)$ :

$$M_c = W_b \left( h_1 - \frac{x}{3} \right), \quad x = \frac{15 \sigma_b}{\sigma_z + 15 \sigma_b} h_1, \quad W_b = \sigma_b \frac{x b}{2}, \quad M_f = M_p - M_c \quad (136)$$

$$W_z = F'_z \sigma'_z = \frac{M_f}{h_1 - a'} \quad (137)$$

$$W_c = W_b + W_z - P = F'_z \sigma_z \quad (138)$$

Stąd obliczyć można  $F'_z$  i  $F'_z$ .

16. Przykład. Dane  $P = 42000 \text{ kg}$ ,  $u = -18 \text{ cm}$ ,  $h = 60 \text{ cm}$ ,  $b = 100 \text{ cm}$ ,  $a = a' = 4 \text{ cm}$ ,  $\sigma_b = 80 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_z = 800 \text{ kg/cm}^2$ . Mamy wtedy  $M_p = 42000 (56 + 18) = 3108000 \text{ kgcm}$ ,

$$x = \frac{15 \cdot 80}{800 + 15 \cdot 80} \cdot 56 = 20,2 \text{ cm}, \quad W_b = 80 \frac{20,2 \cdot 100}{2} = 80800 \text{ kg}, \quad M_c = 80800 \left( 56 - \frac{20,2}{3} \right) = \\ = 1492000 \text{ kgcm}, \quad M_f = 3108000 - 1492000 = 1616000 \text{ kgcm}, \quad \sigma'_z = 15 \cdot 80 \frac{20,2 - 4}{20,2} = 361 \text{ kg/cm}^2$$

$$W_z = \frac{1616000}{52} = 31100 \text{ kg}, \quad F'_z = \frac{31100}{361} = 86,3 \text{ cm}^2, \quad R = 80800 + 31100 - 42000 = 19400 \text{ kg}$$

$$F_z = \frac{19400}{800} = 24,28 \text{ cm}^2.$$

Przyjmujemy  $F_z = 25,14 \text{ cm}^2$  (8 § 20),  $F'_z = 86,02 \text{ cm}^2$  (8 § 37).

$$x^3 + 3 \cdot 18 \cdot x^2 + \frac{90}{100} [25,14 (56 + 18) - 86,02 (-18 - 4)] x - \frac{90}{100} [25,14 \cdot 56 (56 + 18) + \\ + 86,02 \cdot 4 (-18 - 4)] = 0,$$

$$x^3 + 54x^2 + 3375x - 100000 = 0, \quad x = 20,5 \text{ cm},$$

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot 42000 \cdot 20,5}{100 \cdot 20,5^2 + 30 [86,02 (20,5 - 4) - 24,28 (56 - 20,5)]} = 29,05 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma'_z = 15 \cdot 29,05 \frac{56 - 20,5}{20,5} = 756 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_z = 15 \cdot 29,05 \frac{20,5 - 4}{20,5} = 351 \text{ kg/cm}^2.$$

Próba:  $14,52 \cdot 20,5 \cdot 100 + 86,02 \cdot 351 - 25,14 \cdot 756 = 41080 \sim 42000$ .

Przekrój prostokątny w fazie drugiej. Dane  $P, b, e, \sigma_b, \sigma'_z$ , szukane  $h, F'_z$  i  $F'_z$ .





Tablica 13.

$\mu$	$\sigma_z$	$\sigma_b$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\xi$
0,00	750	30	0,05079	0,01269	0,007500	0,3750
	900	35	0,04421	0,01105	0,007163	0,3684
	1000	35	0,04688	0,01172	0,006025	0,3443
		40	0,03810	0,00952	0,007500	0,3750
		45	0,03185	0,00796	0,009067	0,4030
		50	0,02722	0,00680	0,010716	0,4286
		55	0,02346	0,00586	0,012433	0,4521
	1200	35	0,05225	0,01306	0,004438	0,3043
		40	0,04220	0,01055	0,005556	0,3333
		45	0,03507	0,00877	0,006750	0,3600
		50	0,02982	0,00745	0,008013	0,3846
		55	0,02582	0,00645	0,009336	0,4074
0,10	750	30	0,05272	0,01441	0,007871	0,3750
	900	35	0,04583	0,01248	0,007505	0,3684
	1000	35	0,04842	0,01307	0,006280	0,3443
		40	0,03954	0,01080	0,007871	0,3750
		45	0,03320	0,00919	0,009581	0,4030
		50	0,02849	0,00798	0,011397	0,4286
		55	0,02489	0,00706	0,013320	0,4521
	1200	35	0,05367	0,01427	0,004588	0,3043
		40	0,04352	0,01169	0,005775	0,3333
		45	0,03631	0,00986	0,007059	0,3600
		50	0,03100	0,00851	0,008428	0,3846
		55	0,02693	0,00746	0,009876	0,4074
0,25	750	30	0,05557	0,01737	0,008500	0,3750
	900	35	0,04824	0,01497	0,008084	0,3684
	1000	35	0,05073	0,01537	0,006704	0,3443
		40	0,04167	0,01303	0,008500	0,3750
		45	0,03520	0,01136	0,010470	0,4030
		50	0,03039	0,01013	0,012610	0,4286
		55	0,02668	0,00918	0,014925	0,4521
	1200	35	0,05580	0,01629	0,004834	0,3043
		40	0,04547	0,01360	0,006185	0,3333
		45	0,03817	0,01173	0,007579	0,3600
		50	0,03258	0,01034	0,009137	0,3846
		55	0,02858	0,00927	0,010816	0,4074
0,50	750	30	0,06026	0,02378	0,009807	0,3750
	900	35	0,05222	0,02030	0,009277	0,3684
	1000	35	0,05454	0,02014	0,007554	0,3443
		40	0,04520	0,01783	0,009807	0,3750
		45	0,03848	0,01624	0,012490	0,4030
		50	0,03346	0,01514	0,015327	0,4286
		55	0,02953	0,01437	0,018670	0,4521
	1200	35	0,05933	0,02030	0,005808	0,3043
		40	0,04877	0,01762	0,006869	0,3333
		45	0,04121	0,01573	0,008640	0,3600
		50	0,03560	0,01436	0,010630	0,3846
		55	0,03129	0,01336	0,012850	0,4074
1,00	750	30	0,06946	0,04633	0,014160	0,3750
	900	35	0,05998	0,03860	0,013160	0,3684
	1000	35	0,06201	0,03531	0,010120	0,3443
		40	0,05205	0,03474	0,014160	0,3750
		45	0,04482	0,03556	0,019550	0,4030
		50	0,03935	0,03781	0,026930	0,4286
		55	0,03509	0,04194	0,037450	0,4521
	1200	35	0,06031	0,03177	0,006602	0,3043
		40	0,05520	0,02989	0,008997	0,3333
		45	0,04717	0,02903	0,012000	0,3600
		50	0,04116	0,02905	0,015780	0,3846
		55	0,03651	0,02986	0,020620	0,4074

17. Przykład. Dane:  $P = 10\,000\text{ kg}$ ,  $e = 150\text{ cm}$ ,  $b = 50\text{ cm}$ ,  $a = a' = 4\text{ cm}$ ,  $\sigma_b = 40\text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_z = 1000\text{ kg/cm}^2$ . Przyjmijmy  $\mu = 0,25$ ,  $F'_z = 0,25 F_z$ .

W równanie (146) wstawimy współczynniki z tablicy i otrzymamy:

$$h_1 = \frac{0,0417 \cdot 10\,000}{50} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{50}{0,0130 \cdot 10\,000} (150 - 2)} \right] = 71,8\text{ cm},$$

przyjmijmy  $h_1 = 72\text{ cm}$ ,  $h = 76\text{ cm}$ .

Z równania (148) otrzymamy:

$$F'_z = 0,0085 \left( 50 \cdot 72 - \frac{2 \cdot 10\,000}{0,375 \cdot 40} \right) = 1,3\text{ cm}^2, \quad F'_z = 0,25 \cdot 10,5 = 4,83\text{ cm}^2$$

Przyjmijmy  $F_z = 19,01\text{ cm}^2$  (5 fi 22),  $F'_z = 5,31\text{ cm}^2$  (4 fi 15).

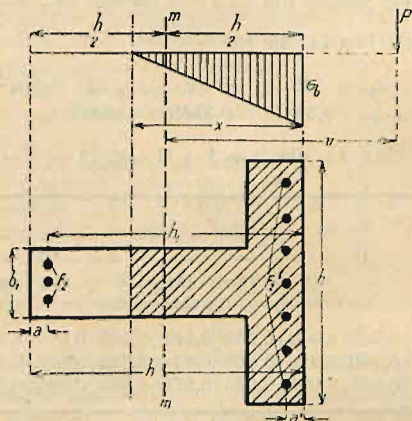


Fig. 496.

Tutaj  $u = -(150 - 38) = -112\text{ cm}$ . Zatem z równania (126):

$$x^3 + 330 \cdot x^2 + \frac{90}{50} [10,01 (72 + 112) - 5,31 (-112 - 4)] x - \frac{90}{50} [19,01 \cdot 72 (72 + 112) - 5,31 \cdot 4 (-112 - 4)] = 0,$$

$$x^3 + 336 \cdot x^2 + 7400 \cdot x - 458\,000 = 0, \quad x = 26,8\text{ cm}.$$

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot 10\,000 \cdot 30,9}{50 \cdot 26,8^2 + 30 [5,31 (26,8 - 4) - 19,01 (72 - 26,8)]} = 39,0\text{ kg/cm}^2;$$

$$\sigma'_z = 15 \frac{26,8 - 4}{26,8} \cdot 39,0 = 498\text{ kg/cm}^2; \quad \sigma_z = 15 \frac{72,0 - 26,8}{26,8} \cdot 39,0 = 986\text{ kg/cm}^2.$$

Próba:  $\frac{1}{2} \cdot 39,0 \cdot 26,8 \cdot 50 + 5,31 \cdot 498 - 19,01 \cdot 986 = 10\,030 \approx 10\,000\text{ kg}$ .

Przekrój teowy w fazie drugiej. Dane  $P$  (fig. 496), siła działająca

w odstępnie  $v$  od połowiącej  $m - m$ ,  $a = p h_1$ ,  $\frac{b_1}{b} = \beta$ ,  $\frac{e}{h_1} = \delta_1$ ,  $\mu \frac{F'_z}{F_z}$ ,

$$\frac{x}{h_1} = \xi = \frac{15 \sigma_b}{15 \sigma_b + \sigma_z}. \text{ Można udowodnić (Thullie, "Österr. Wochenschrift$$

f. d. öffentl. Baudienst", 1918), jeżeli nazwiemy:

$$\varphi = 1 - (1 - \beta) \left( 1 - \frac{\delta_1}{\xi} \right)^2, \quad q = \frac{1 - p}{1 - \mu \frac{\xi - p}{1 - \xi}}. \quad (150 \text{ i } 151)$$

$$\alpha = \frac{q - \frac{1}{2} + p}{\xi \sigma_b \left[ \varphi q - \frac{\xi}{3} + p + (1 - \beta) \left( 1 - \frac{\delta_1}{\xi} \right)^2 \cdot \left( \frac{2 \delta_1 + \xi}{3} - p \right) \right]}. \quad (152)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \alpha (q - \frac{1}{2} + p) \dots \dots \dots (153)$$

ze:

$$h_1 = \frac{\alpha P}{b} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{b}{P\varepsilon} \left( v - \frac{a}{2} \right)} \right] \dots \dots \dots (154)$$

a gdy:

$$\gamma = \frac{\xi \sigma_b q}{2 \sigma_z (1-p)} \dots \dots \dots (155)$$

$$F_z = \gamma \left( b h_1 \varphi - \frac{2 P}{\xi \sigma_b} \right), \quad F'_z = \mu F_z \dots \dots (156 \text{ i } 157)$$

Poniżej podajemy tablice dla  $\xi$ ,  $\varphi$  i  $\gamma$ , (tablice 14., 15., 16.).

$$\text{Tablica 14. dla } \xi = \frac{x}{h_1}.$$

$$\sigma_z = 1000 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma_b = \begin{matrix} 42 & 37 & 32 \text{ kg/cm}^2 \\ \xi = 0,3865 & 0,3569 & 0,3243 \end{matrix}$$

$$\text{Tablica 15. dla } \varphi = 1 - (1 - \beta) \left( 1 - \frac{\delta_1}{\xi} \right)^2.$$

		$\beta = 0,1$			$\beta = 0,2$			$\beta = 0,3$		
		$\sigma_b$	42	37	32	42	37	32	42	37
$\delta_1 = 0,1$	$\varphi =$	0,506	0,534	0,569	0,561	0,585	0,617	0,616	0,637	0,665
$\delta_2 = 0,2$	$\varphi =$	0,790	0,826	0,868	0,814	0,845	0,883	0,837	0,864	0,897
$\delta_3 = 0,3$	$\varphi =$	0,955	0,995	0,995	0,960	0,980	0,995	0,965	0,982	0,996

$$\text{Tablica 16. dla } \gamma = \frac{\xi \sigma_b q}{2 \sigma_z (1-p)}.$$

$\sigma_b$	$p = 0,10$				$p = 0,06$			
	$\mu = 0,00$	0,25	0,50	1,00	0,00	0,25	0,50	1,00
42	0,00812	0,00919	0,01059	0,01523	0,00811	0,00937	0,01105	0,01734
37	0,00660	0,00733	0,00825	0,01100	0,00660	0,00739	0,00858	0,01227
32	0,00519	0,00565	0,00623	0,00777	0,00519	0,00573	0,00645	0,00852

18. Przykład. Dane:  $P = 30\,000 \text{ kg}$ ,  $v = 40 \text{ cm}$ ,  $\mu = 0,25$ ,  $b = 150 \text{ cm}$ ,  $\sigma_b = 42 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_z = 1000 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\beta = 0,2$ ,  $\delta_1 = 0,2$ ,  $a = 2,6 \text{ cm}$ . Wtedy otrzymany dla  $p = 0,06$ ,  $\varphi = 0,814$   $\alpha = 0,0467$ ,  $\varepsilon = 0,0150$ ,  $\gamma = 0,00937$ .

$$\text{Wtedy: } h_1 = \frac{0,0467 \cdot 30\,000}{150} \left[ 1 + \sqrt{\frac{150 \cdot 38,7}{0,0150 \cdot 30\,000}} \right] = 44,2 \text{ cm},$$

$$h = 44,2 + 2,6 = 46,8 \text{ cm}, \quad h = 47 \text{ cm}.$$

$$F_z = 0,00937 \left( 150 \cdot 44,2 \cdot 0,814 - \frac{2 \cdot 30\,000}{0,3865 \cdot 42} \right) = 15,9 \text{ cm}^2,$$

$$F'_z = 0,25 \cdot 15,9 = 4 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Wtedy: } u = \frac{1}{2} 47 - 40 = -16,5 \text{ cm}, \quad e = 0,2 \cdot 44,2 = 8,8 \text{ cm}.$$

$$P = \frac{30}{150 \cdot 0,2} [15,9 (44,2 + 16,5) - 4 (-16,5 - 2,6)] + 16,5^2 + \frac{1 - 0,2}{0,2} 8,8 (8,8 - + 2 \cdot 16,5) = 2240,$$



$$q = -\frac{45}{150 \cdot 0,2} [4 (2,6 + 16,5)^2 + 15,9 (44,2 + 16,5)^2] - 16,5^3 +$$

$$+ -\frac{3}{2} \cdot \frac{1-0,2}{0,2} 8,8 \cdot 16,5 (8,8 + 2 \cdot 16,5) + \frac{1-0,2}{2 \cdot 0,2} 8,8^2 (-3 \cdot 16,5) - 2 \cdot 8,8 = -132380,$$

$$y = \sqrt[3]{132380 + \sqrt{132380^2 + 2240^3}} + \sqrt[3]{132380 - \sqrt{132380^2 + 2240^3}} = 33,7 \text{ cm},$$

$$x = 83,7 - 16,5 = 17,2 \text{ cm}, \quad a_y = 41,6 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_z = 979 \text{ kg/cm}^2.$$

## VII. Dźwigary hiperstatyczne.

### 25. Zasada obliczenia.

Obliczenie dźwigarów hiperstatycznych podano w dziale: „Ustroje hiperstatyczne”. Tu podamy tylko zastosowanie tych zasad do żelbetu.

Ponieważ wyznaczamy siły zewnętrzne, badając ugięcie, więc dla obliczenia sił zewnętrznych przyjmujemy fazę pierwszą, przyjmując  $n = 10$ .

Belki ciągle. Ze względu na większe siły ścinające na podporach należy przyjmować większą szerokość żeber niż dla belki zwykłej, za to mniejszą wysokość, tak że ilorz  $bh$  pozostaje ten sam.

Dźwigary ciągle należy obliczać najwyżej jako trzyprzęsłowe.

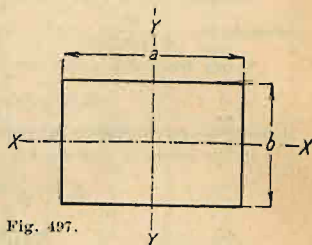


Fig. 497.

### 26. Płyty, spoczywające na czterech krawędziach.

Huber dochodzi do nast. wyników. Dla obciążenia  $q$ , rozłożonego jednostajnie na całej powierzchni płyty o bokach  $a$  i  $b$  (fig. 497).

$$M_x = \frac{1}{6,1} q a^2 \frac{b^2 \left( \frac{1}{m} a^2 + b^2 \right) J_y}{N} \dots \dots \dots (158)$$

$$\left. \begin{aligned} M_y &= \frac{1}{6,1} q b^2 \frac{a^2 \left( a^2 + \frac{1}{m} b^2 \right) J_x}{N} \\ N &= J_x a^4 + \left[ \frac{1}{m} (J_x + J_y) + 2 \frac{m-1}{m} J' \right] a^2 b^2 + J_y b^4 \end{aligned} \right\} \dots (159)$$

Dla obciążenia skupionego  $P$  w środku płyty:

$$\left. \begin{aligned} \text{najw. } M_x &= 0,405 P \frac{a b \left( \frac{1}{m} a^2 + b^2 \right) J_y}{N} \\ \text{najw. } M_y &= 0,405 P \frac{a b \left( a^2 + \frac{1}{m} b^2 \right) J_x}{N} \end{aligned} \right\} \dots \dots (160)$$

$$J' = J_b + \nu J_c.$$

Przytem możemy przyjąć  $m = 8$ ,  $\nu = 0$ .

19. Przykład. Płata prostokątna  $a = 1,5 \text{ m}$ ,  $b = 2,0 \text{ m}$ , obciążenie całkowite bez ciężaru własnego  $4800 \text{ kg}$ . Jeżeli tymczasowo przyjmniemy grubość płyty  $10 \text{ cm}$ , to:

$$q = \frac{1}{12} (4800 + 720) = 1,84 \text{ t/m}^2 = 0,184 \text{ kg/cm}^2.$$

Otrzymamy:  $\text{najw. } M_x = \frac{1}{6,1} 0,184 \cdot 150^2 - \frac{200^2 \left( \frac{1}{8} 150^2 + 200^2 \right) J_y}{N}$ ,

$$J_y = \frac{1}{12} 10^3 = 83,33 = J_x = J', \quad N = 83,33 \cdot 150^3 + \left[ \frac{1}{8} (83,33 + 83,33) + \right.$$

$$\left. + 2 \frac{8-1}{8} 83,33 \right] 150^2 \cdot 200^2 + 83,33 \cdot 200^3 = 3254,5 \cdot 10^6,$$

więc:  $\text{najw. } M_x = 297,7 \text{ kg/cm}$ ,  $\text{najw. } M_y = \frac{1}{6,1} 0,184 \cdot 200^2 - \frac{150^2 \left( 150^2 + \frac{1}{8} 200^2 \right) 83,33}{3254,5 \cdot 10^6} =$

$= 191,1 \text{ kg/cm}$ .

Przepisy polskiego ministerstwa dla budownictwa z 1923. Przy płytach o stosunku boków między 1:1 a 1:2, zbrojonych krzyżowo, można uwzględnić przenoszenie się obciążenia w dwu kierunkach.

Mesnager poleca wzór dla płyt na krzyż uzbrojonych rozdzielenie momentu, na oba kierunki  $a = \frac{b^3}{b^3 + 2,3 a^3}$  i  $b = \frac{a^3}{a^3 + 2,3 b^3}$ .

Normy francuskie z 1906 przyjmują:

$$M_1 = \frac{1}{8} g a^2 \frac{b^3}{2 a^3 + b^3}, \quad M_2 = \frac{1}{8} g b^2 \frac{a^3}{a^3 + 2 b^3}.$$

dodatkowe rozporządzenie nakazuje liczyć wedle wzoru Mesnagera.

Huber zaleca w 1923 dla  $b \geq a$  (str. 1101):

$$M_1 = \frac{1}{24} b^2 g, \quad M_2 = \frac{1}{24} b^2 g \left( 3 - 2 \frac{b}{a} \right).$$

### Tablica wymiarów płyt.

Szerokość  $b = 1,00 \text{ m}$ ;

naprężenia dopuszczalne:  $\sigma_b = 40 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_z = 1200 \text{ kg/cm}^2$ .

$M$ $\text{tm}$	$h_1$ $\text{cm}$	$h$ $\text{cm}$	$F_z$ $\text{cm}^2$	$f$ $\text{mm}$	$l$ $\text{cm}$
0,10	4,7	6	2,28	6	9
0,14	5,2	6,5	2,70	6	9
0,15	5,2	6,5	2,79	6	10
0,16	5,7	7	2,88	6	9,5
0,17	5,6	7	2,97	7	10
0,20	6,1	7,5	3,23	7	10
0,23	6,6	8	3,46	7	11
0,24	6,6	8	3,53	7	10
0,26	6,6	8	3,68	7	10
0,29	7,6	9	3,88	7	9
0,36	8,6	10	4,33	8	11
0,41	8,6	10	4,62	8	10
0,45	9,6	11	4,84	8	10
0,51	9,6	11	5,15	8	9,5
0,56	10,6	12	5,40	8	9
0,61	10,6	12	5,63	8	8,5
0,69	11,6	13	5,99	8	8
0,77	11,6	13	6,33	8	7,5
0,82	12,6	14	6,53	8	7,5
0,88	12,6	14	6,76	8	7
0,96	13,6	15	7,07	8	7
1,00	13,6	15	7,22	8	6,5
1,05	13,5	15	7,40	10	10
1,15	14,5	16	7,73	10	10
1,25	14,5	16	8,06	10	9,5

$M$ $tm$	$h_1$ $cm$	$h$ $cm$	$F_z$ $cm^2$	$\varphi$ $mm$	$l$ $cm$
1,30	15,5	17	8,22	10	9,5
1,40	15,5	17	8,53	10	9
1,45	16,5	18	8,69	10	9
1,55	16,5	18	8,98	10	8,5
1,65	17,5	19	9,26	10	8,5
1,70	17,5	19	9,40	10	8
1,85	18,5	20	9,81	10	8
1,90	18,5	20	9,94	10	7,5
2,05	19,5	21	10,32	10	7,5
2,20	19,6	21	10,68	12	11
2,30	20,4	22	10,93	12	11
2,45	20,4	22	11,29	12	10
2,50	21,4	23	11,40	12	10
2,55	21,4	23	11,51	12	9,5
2,75	22,4	24	11,94	12	9,5
2,90	22,4	24	12,28	12	9
3,00	23,4	25	12,48	12	9
3,20	23,3	25	12,88	14	12
3,40	24,3	26	13,30	14	11
3,60	25,3	27	13,70	14	11
4,00	26,3	28	14,30	14	10
4,20	27,3	29	14,77	14	10
4,60	28,3	30	15,45	14	10
4,80	29,2	31	15,80	15	11
5,20	30,2	32	16,45	15	10
5,60	31,2	33	17,05	15	10
5,80	32,2	34	17,35	15	10
6,20	33,2	35	17,94	15	10
6,50	34,2	36	18,40	15	19
7,00	35,2	37	19,10	16	10
7,50	36,2	38	19,75	16	10
8,00	37,2	39	20,40	16	10
8,50	38,2	40	21,00	16	9
9,00	39,1	41	21,60	18	11
9,50	40,1	42	22,20	18	11
10,00	41,1	43	22,80	18	11
10,50	42,1	44	23,30	18	10
11,00	43,1	45	23,90	18	10
11,50	44,1	46	24,50	18	10
12,00	45,1	47	25,00	18	10
12,50	46,1	48	25,50	18	10
13,00	47,0	49	26,00	20	12
13,50	48,0	50	26,50	20	12

Grubości płyt  $h$ , podane w niniejszem zestawieniu, określono powyżej  $h = 8\text{ cm}$  w okrągłych centymetrach, poniżej  $h = 8\text{ cm}$  w połówkach centymetrów; zatem wartości  $h_1$  nie są teoretycznie ścisłe, ale otrzymane z każdorazowej różnicy  $h - a$ ; natomiast ścisłe są wartości  $F_z$ . Odstępy  $l$  zaokrąglone zawsze w dół tak, że rzeczywiście  $F_z$  jest nieco większe i tę większą wartość należy przyjąć dla ewentualnego sprawdzenia naprężeń.



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300
301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377	378	379	380	381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400
401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420	421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448	449	450	451	452	453	454	455	456	457	458	459	460	461	462	463	464	465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475	476	477	478	479	480	481	482	483	484	485	486	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496	497	498	499	500
501	502	503	504	505	506	507	508	509	510	511	512	513	514	515	516	517	518	519	520	521	522	523	524	525	526	527	528	529	530	531	532	533	534	535	536	537	538	539	540	541	542	543	544	545	546	547	548	549	550	551	552	553	554	555	556	557	558	559	560	561	562	563	564	565	566	567	568	569	570	571	572	573	574	575	576	577	578	579	580	581	582	583	584	585	586	587	588	589	590	591	592	593	594	595	596	597	598	599	600
601	602	603	604	605	606	607	608	609	610	611	612	613	614	615	616	617	618	619	620	621	622	623	624	625	626	627	628	629	630	631	632	633	634	635	636	637	638	639	640	641	642	643	644	645	646	647	648	649	650	651	652	653	654	655	656	657	658	659	660	661	662	663	664	665	666	667	668	669	670	671	672	673	674	675	676	677	678	679	680	681	682	683	684	685	686	687	688	689	690	691	692	693	694	695	696	697	698	699	700
701	702	703	704	705	706	707	708	709	710	711	712	713	714	715	716	717	718	719	720	721	722	723	724	725	726	727	728	729	730	731	732	733	734	735	736	737	738	739	740	741	742	743	744	745	746	747	748	749	750	751	752	753	754	755	756	757	758	759	760	761	762	763	764	765	766	767	768	769	770	771	772	773	774	775	776	777	778	779	780	781	782	783	784	785	786	787	788	789	790	791	792	793	794	795	796	797	798	799	800
801	802	803	804	805	806	807	808	809	810	811	812	813	814	815	816	817	818	819	820	821	822	823	824	825	826	827	828	829	830	831	832	833	834	835	836	837	838	839	840	841	842	843	844	845	846	847	848	849	850	851	852	853	854	855	856	857	858	859	860	861	862	863	864	865	866	867	868	869	870	871	872	873	874	875	876	877	878	879	880	881	882	883	884	885	886	887	888	889	890	891	892	893	894	895	896	897	898	899	900
901	902	903	904	905	906	907	908	909	910	911	912	913	914	915	916	917	918	919	920	921	922	923	924	925	926	927	928	929	930	931	932	933	934	935	936	937	938	939	940	941	942	943	944	945	946	947	948	949	950	951	952	953	954	955	956	957	958	959	960	961	962	963	964	965	966	967	968	969	970	971	972	973	974	975	976	977	978	979	980	981	982	983	984	985	986	987	988	989	990	991	992	993	994	995	996	997	998	999	1000