

16633
HENRYK MIERZEJEWSKI
PROFESOR POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

BIBLIOTEKA POLITECHNIKI
WARSZAWSKIEJ

Nr. Inwent. 666

PODSTAWY MECHANIKI CIAŁ PLASTYCZNYCH

NAKŁADEM AKADEMII NAUK TECHNICZNYCH
Z ZASIŁKU WYDZIAŁU NAUKI M. W. R. i O. P.
WARSZAWA — 1927

60

HENRYK MIERZEJEWSKI ⁷
PROFESOR POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ



² PODSTAWY MECHANIKI CIAŁ PLASTYCZNYCH

do formacji

NAKŁADEM AKADEMJI NAUK TECHNICZNYCH
Z ZASIĘKU WYDZIAŁU NAUKI M. W. R. i O. P.
WARSZAWA — 1927

2 3132

531 : 621 01



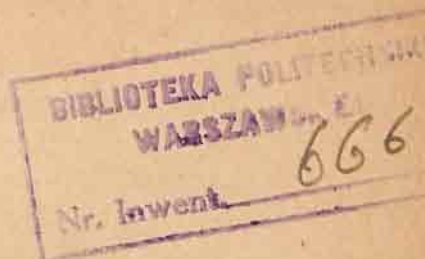
~~C.10625~~



nr. 2859

ZAKŁAD DRUKARSKI JAN ULASIEWICZ I SYN
WARSZAWA --- MARSZAŁKOWSKA 49 --- TELEFON 35-48

BZD8DK/004-03



PRZEDMOWA.

Mechanika ciał plastycznych wykazuje w ostatnich latach znaczne postępy. Obejmowany przez nią zakres zagadnień stale się zwiększa i ogarnia coraz to nowe dziedziny. Już obecnie można stwierdzić twórcze oddziaływanie teorii plastyczności na wytrzymałość materiałów i podstawy technologii mechanicznej metali. Podlegające rozważaniu fakty i zjawiska oświeśla ona przy pomocy własnych metod badania teoretycznego i doświadczalnego. W tych warunkach staje się potrzebą zobrazowanie dorobku naukowego w dziedzinie mechaniki ciał plastycznych, rozproszonego dotychczas w czasopismach i wydawnictwach specjalnych.

Bezpośrednim czynnikiem, który pobudził do podjęcia tej pracy, było przeświadczenie, że teoria plastyczności dojrzała na tyle, że zasługuje na opracowanie monograficzne. Jakkolwiek teorię plastyczności cechuje ciągle pewna mozaika założeń teoretycznych, które w przyszłości mogą ulegć redukcji i uproszczeniu, to jednak nie ulega wątpliwości, że ze względu na fizyczny charakter ciała stałego nie osiągnie ona nigdy tej zwartości i jednolitości, co mechanika cieczy lub gazów. Dodać jednak należy, że obfitość założeń teoretycznych posiada pewną zaletę przy przybliżonem rozwiązywaniu różnorodnych zagadnień natury technicznej, umożliwiając stosowanie przy ich rozwiązywaniu najdogodniejszych metod matematycznych.

Przy opracowywaniu niniejszej pracy wzorowałem się częściowo na referatach Encyklopedji Nauk Matematycznych, częściowo na monografiach pokrewnych. Jeśli uwzględnione zostały w niej pewne zagadnienia i przykłady specjalne, jak np. dotyczące skręcania prętów pryzmatycznych z materiału plastycznego, to jedynie dla przedstawienia zastosowanych w danym wypadku metod matematycznych, posiadających ogólną, zasadniczą wartość. Tam, gdzie to było możliwe, starałem się nawiązać łączność pomiędzy różnemi ujęciami teoretycznemi lub przygotować grunt dla właściwych rozwiązań.

H. Mierzejewski.

Warszawa, w kwietniu 1927 r.

W S T Ę P.

Pojęcie plastyczności ciał stałych powstało w wyniku obserwacji nad zachowaniem się pewnej kategorii tych ciał, głównie niektórych metali, przy próbach wytrzymałościowych i procesach technologicznych. Pojęciu plastyczności nie odpowiada bezpośrednio żadna ściśle określona i praktycznie stosowalna miara. Twardość plastyczna jest raczej współczynnikiem technicznym, a nie fizycznym.¹⁾ Materiał plastyczny określono naprzód jakościowo, a mianowicie jako taki, który pod działaniem dostatecznych sił może podlegać dużym odkształceniom, nie wykazując przytem widocznych pęknięć i znacznego zmniejszenia wytrzymałości. Później zaczęto obmyślać schematy, ujmujące w przybliżony sposób stany równowagi i ruch ciał odkształcanych poza granicą sprężystości. Doprowadziło to do sformułowania warunków plastyczności, zgodnych mniej lub więcej dokładnie z doświadczeniem.

Określając warunki równowagi i ruchu ciała plastycznego na podstawie założeń, dostosowanych do wyników doświadczalnych z pominięciem czynników drugorzędnych, stwarzamy teorię, tak samo uzasadnioną z punktu widzenia metody naukowej, jak np. hydromechanika cieczy idealnej, lub cieczy lepkiej, oparta na założeniach empirycznych Newton'a, Navier'a i Stokes'a. Przez czas dłuższy poprzestawano na próbach ogólnego sformułowania teorii plastyczności. Dopiero dzięki pracom z lat ostatnich stwierdzono użyteczność teorii plastyczności dla przybliżonego traktowania ważnych zagadnień z dziedziny wytrzymałości materiałów

¹⁾ L. Prandtl. Über die Eindringungsfestigkeit (Härte) plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden, ZAMM, I, 15, 1921.

i mechanicznej technologii metali, które pozostawały dotychczas nierozwiązane.²⁾

Fundamentem doświadczalnym teorii plastyczności są usystematyzowane wyniki badań, dokonywanych prawie wyłącznie nad metalami, jak miękkie żelazo, miedź, ołów i t. p., wyróżniających się swą ciągliwością, walcownością, kujnością. Ciało plastyczne jest (podobnie jak ciecz idealna) tworem myślowym, któremu przypisujemy pewne wyidealizowane własności fizyczne, wzorowane głównie na własnościach metali plastycznych. Nie jest to nazwa zbyt udatna, gdyż mówiąc: ciało lub materiał plastyczny, mamy na myśli masę ciastowatą w rodzaju plasteliny. Tymczasem warunki plastyczności są określane na podstawie badań nad zgniotem metali plastycznych, które pod względem swych własności mechanicznych różnią się znacznie od takich ciał jak plastelina.

Stajemy wobec dwóch zadań. Jednym z nich jest dokonanie krytycznej klasyfikacji oraz analizy stanów równowagi i ruchu ciał plastycznych w przeciwstawieniu do cieczy lepkich, ciał sypkich i t. p. Wszystkie ciała stałe, poddane dostatecznie małym naprężeniom, zachowują się jak sprężyste, mianowicie naprężenia odpowiadają jednoznacznie odkształceniom. Postulat powyższy odgranicza ciała stałe, sprężyste i plastyczne, od cieczy lepkiej. Jako cel mamy przed sobą stworzenie mechaniki ciała plastycznego, na podstawie doświadczalnie uzasadnionych założeń, ujmujących zagadnienia w sposób przybliżony. Drugie zadanie polega na sprecyzowaniu i rozwiązaniu zagadnień, będących w bezpośrednim związku z trwałymi odkształceniami metali plastycznych z punktu widzenia ich wewnętrznej budowy. Oba te zadania pozostają w ścisłym związku wzajemnym. Z punktu widzenia fizycznego ważniejszym i ciekawszym jest zadanie drugie. Jego treść stanowi rozwiązanie takich zagadnień jak: odkształcenia pojedynczych kryształów metalowych, struktura włóknista, fluktuacje naprężeń lokalnych na pograniczu kryształów, podłoże fizyczne zjawiska stwardniania i t. d. Wiele technicznych zastosowań teorii zależy natomiast od udoskonalenia metod matematycznych, przy pomocy których rozwiązujemy zagadnienia układów

²⁾ H. Mierzejewski. Nowe poglądy na plastyczność metali. Przegl. Techn. 51, 291, 1922; również Przegl. Techn. 64, 473, 1926.

naprężeń w ciałach plastycznych na podstawie założeń formalnych i przybliżonych w makroskopowym ujęciu zjawisk.

Jak wiadomo metale są ciałami quasi-izotropowymi, czyli złożonymi z wielkiej liczby drobnych krystalitów. Trwałe odkształcenie w metalu plastycznym, zwane w metalografii zgniotem, jest zbiorowym wynikiem licznych poślizgów, zachodzących w poszczególnych krystalitach. O istnieniu tych poślizgów przekonywamy się, obserwując pod mikroskopem odpolerowaną powierzchnię zgniatanej próbki metalowej, na której występują bruzdki poślizgowe³⁾ (slip bands-Ewing'a).

O ile sam fakt poślizgów wewnątrz kryształów metalu wzdłuż pewnych określonych płaszczyzn krystalograficznych nie podlega żadnym wątpliwościom, o tyle charakter zmian, wywołanych przez te przesunięcia, nie jest dotychczas wyjaśniony. W Anglii, gdzie badania doświadczalne nad zgniotem i pękaniem metali były najwcześniej zapoczątkowane, przyjętą została ogólnie teoria Bealby'ego, według której w pobliżu płaszczyzn poślizgowych następuje „zmiana fazy” i metal przechodzi ze stanu krystalicznego w bezpostaciowy.⁴⁾

Zgniót plastyczny przejawia się, jak wiadomo, w wielu metalach w postaci stwardnienia materiału. Zmiana wytrzymałości wyraża się wówczas w podwyższeniu granicy plastyczności i współczynnika twardości oraz w zmniejszeniu odporności na uderzenia. Istnieje kilka hipotez, usiłujących wyjaśnić mechanizm stwardniania. Popularność zdobyły sobie teorie zmian molekularnych w pobliżu płaszczyzn poślizgowych i hipoteza zamagazynowania energii sprężystej.

W myśl hipotezy Bealby'ego zgniót polega na poważnem zakłóceniu naturalnego ugrupowania atomów, jakim jest układ krystalograficzny, właściwy danemu metalowi. Nowe ugrupowanie, mniej lub więcej chaotyczne, w przeciwstawieniu do uporządkowanego, krystalicznego, odznacza się tem, że średnia wzajemna odległość międzycząsteczkowa jest w niem mniejsza. Innemi słowy, atomy z punktu widzenia statystycznego są bardziej stłoczone, podobnie jak to się dzieje w warstwach powierzchniowych, a co wydaje się zapatrywaniem słusznem ze względu na zjawiska napięcia powierzchniowego. Zależnie od kierunku odkształcenia

³⁾ Ewing and Rosenhayn. Phil. Trans. Roy. Soc. 353a, 1900.

⁴⁾ G. Bealby. Aggregation and Flow of Solids. 1921.

plastycznego średnia odległość międzycząsteczkowa może być różna: mówimy wówczas, że mamy do czynienia ze strukturą włóknistą⁵⁾). O tej strukturze włóknistej mają świadczyć röntgenogramy, których interpretacja nie jest dotychczas dokładnie ustalona.⁶⁾⁷⁾

Według Hencky'ego zmiany molekularne w pobliżu płaszczyzn poślizgowych nie wystarczają do należytego wyjaśnienia istoty stwardniania.⁸⁾ Można je objaśnić przedewszystkiem tą okolicznością, że prawie każdemu odkształceniu plastycznemu towarzyszy w dalszym ciągu poważne odkształcenie sprężyste, przyczem pewna ilość energii sprężystej zostaje zamagazynowana. Przykładem takiego zamagazynowywania znacznej ilości energii jest piłka kauczukowa, którą odkształcamy postaciowo i która wykazuje coraz to większą twardość.

Można przypuszczać, że warstewki materiału, w których struktura molekularna została znacznie zmieniona i które krzyżują się w kierunkach ortogonalnych w przestrzeni, stanowią pewnego rodzaju szkielet sztywniejszy od znajdującego się wewnątrz materiału, pozostającego w napięciu sprężystym.

W ostatnich czasach zwrócono wiele uwagi na zbadanie własności mechanicznych dużych, pojedynczych, kryształów metalowych, których otrzymywanie zawdzięczamy w pierwszym rzędzie J. Czochrałskiemu.⁹⁾ Zasadnicze spólcynniki wytrzymałościowe okazały się przytem zależne od budowy krystalograficznej metalu. Okazało się również, że trwałe odkształcenia plastyczne są wynikiem przesunięć wzdłuż pewnych płaszczyzn krystalograficznych. Badania powyższe, niezmiernie ważne dla poznania wewnętrznej budowy materji, stanowią pomost pomiędzy nowoczesną atomistyką, a teorjami wytrzymałościowymi. W przyszłości zarysowuje się też możność stworzenia teorii sprężystości i wytrzymałości ciał quasi-izotropowych, której zarys zapoczątkował Voigt w swej „Fizyce Kryształów“.

⁵⁾ M. Polanyi. Das Röntgen-Faserdiagramm. Z. f. Phys. 7, 149, 1921.

⁶⁾ K. Weissenberg: „Spiralfaser“ und „Ringfaser“ im Röntgendiagramm. Z. f. Phys. 8, 20, 1921. ⁷⁾ M. Ettisch, M. Polanyi und K. Weissenberg. Über Faserstruktur bei Metallen. Z. f. Phys. 7, 181, 1921.

⁸⁾ H. Hencky. Zur Theorie plastischer Deformationen und der hierdurch im Material hervorgerufen Nachspannungen. ZAMM. 4, 323, 1924.

⁹⁾ J. Czochrałski. Metalografia a badania fizyczne. Prz. Techn. 63, 53, 1925.

Ze zjawiskami, towarzyszącymi trwałym odkształceniom metali, pozostaje w bezpośrednim związku zagadnienie pękania ciał. Warunki pękania są naogół bardzo złożone.¹⁰⁾ Obecny stan wiadomości naszych w tej dziedzinie pozwala stwierdzić, że t. zw. wytrzymałość techniczna, określona na podstawie prymitywnych prób technologicznych, stanowi nikły odsetek wytrzymałości fizycznej, odpowiadającej kohezji międzycząsteczkowej. Ową niezgodność objaśnia się powstawaniem lokalnych pęknięć i wynikającą stąd koncentracją energii sprężystej.

Pomimo usilnej pracy twórców współczesnej atomistyki, a przede wszystkim Born'a,¹¹⁾ nie udało się dotychczas ustalić zależności fizycznych pomiędzy siłami kohezyjnymi, a innymi współczynnikami atomowymi. Jak wiadomo, na podstawie pojęcia potencjału siatki krystalicznej, można powiązać ze sobą współczynniki sprężystościowe, elektryczne, optyczne i cieplne. Ten ogólny punkt widzenia umożliwił ustalić związki, zachodzące pomiędzy zasadniczymi wielkościami fizycznymi, dotychczas najzupełniej obcymi względem siebie. Niektóre z tych zależności zostały sprawdzone doświadczalnie, stanowiąc niezwykle cenne sprawdzenie tych najogólniejszych teorii.

Przy obecnym stanie wiedzy zagadnienie spójności materji sprowadzamy do obliczania elektrostatycznego potencjału siatki krystalicznej.¹²⁾¹³⁾¹⁴⁾ Większość teoretyków rozpatruje zagadnienie wytrzymałości kryształów z punktu widzenia tworzenia się energii powierzchniowej wzdłuż powierzchni pęknięcia. Inni wychodzą z założenia odkształcalności kryształu i przyjmują określony kształt funkcji sił kohezyjnych. W wypadku ciał heteropolarnych siły kohezyjne można utożsamić z siłami powinowactwa chemicznego i tym sposobem potencjał siatki krystalicznej wyrazić w znanych wielkościach fizycznych. Metale są jednak ciałami homöopolarnymi, wskutek czego musimy odwoływać się do hipotez, dotyczących wewnętrznej budowy samego atomu, aby stąd

¹⁰⁾ A. A. Griffith. The Theory of Rupture. Proc. of the First International Congress of Applied Mechanics. Delft, 55, 1925.

¹¹⁾ Max Born. Atomtheorie des Festen Zustandes (Dynamik der Kristallgitter). 2-ie wyd. 1923. Specjalnie rozdział 40: Elektrische Theorien der homöopolaren Bindung. Str. 753 i nast. ¹²⁾ P. Appell. J. de Math. (4), 3, 5, 1887. ¹³⁾ G. Heckmann. Die Gittertheorie der festen Körpern, Ergebnisse der exakten Wissenschaften. 118, 1925. ¹⁴⁾ W. Ewald und M. Polanyi Z. f. Phys., 28, 29, 1924.

wyprowadzić wnioski, dotyczące ich własności fizycznych. Teorie w tej ostatniej dziedzinie zostały zaledwie zapoczątkowane.

Najaktualniejszym zagadnieniem doświadczalnym w zakresie plastyczności metali jest zbadanie własności mechanicznych pojedynczych kryształów metali. Pierwsze kroki w tym kierunku zawdzięczamy Czochralskiemu⁹⁾ i G. I. Taylor'owi.¹⁵⁾

W obecnej pracy zajmiemy się wyłącznie mechaniką ciała plastycznego, stojąc na stanowisku fenomenologicznem i dotykając się zagadnień wewnętrznej struktury o tyle tylko, o ile jest to niezbędne dla ustalenia warunków plastyczności.

¹⁵⁾ G. I. Taylor and Miss C. F. Elam. The Distorsion of an Aluminium Crystal during a Tensile Test. Proc. Roy. Soc. London, A, 102, 643, 1923.