IV. POLE PRZYŚPIESZEŃ.

64. Przewodnia drugiego rzędu. W par. 22 była mowa o polu szybkości układu sztywnego. Obok tego pola istnieje jeszcze *pole przyśpieszeń*. Tworzą je przyśpieszenia, które w danej chwili posiadają wszystkie punkty poruszającego się układu sztywnego. Badanie pola przyśpieszeń zamkniemy w ciaśniejszych granicach, niż badanie pola szybkości; poprzestaniemy tu na ważniejszych przypadkach szczególnych.

Zaczniemy od pewnego twierdzenia ogólnego, które bywa nieraz użyteczne. Odpowiada ono twierdzeniu o linji przewodniej prostej (par. 23) i udowadnia się zupełnie tak samo, jak tamto.

Niech będzie jakaś linja l, należąca do układu ruchomego, i inna linja q, stanowiąca miejsce geometryczne końców przyśpieszeń linji l. Nazwiemy q *linją przewodnią drugiego rzędu* linji l. Wyznaczymy linję taką dla prostej.

Czyniąc te same założenia i wprowadzając te same oznaczenia, co w par. 23, otrzymamy

$$(1+\lambda)x = x_1 + \lambda x_2 \qquad (1).$$

Różniczkujemy to równanie dwa razy względem t.

$$(1+\lambda)\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x_1}{dt^2} + \lambda\frac{d^2x_2}{dt^2} \qquad (2).$$

Gdy dodamy (1) i (2), to wypadnie

$$(1+\lambda)\left(x + \frac{d^2x}{dt^2}\right) = x_1 + \frac{d^2x_1}{dt^2} + \lambda\left(x_2 + \frac{d^2x_2}{dt^2}\right) \qquad (3).$$

Oznaczmy przez B_1, B, B_2 końce przyśpieszeń punktów A_1, A, A_2, i przez $(\xi_1\,\eta_1\,\zeta_1)$, $(\xi\,\eta\,\zeta)$, $(\xi_2\,\eta_2\,\zeta_2)$ współrzędne tych końców. W takim razie (3) przekształci się na

$$(1+\lambda)\xi = \xi_1 + \lambda\xi_2.$$

Tak samo otrzymamy dwa inne równania

$$(1+\lambda)\eta = \eta_1 + \lambda\eta_2, \quad (1+\lambda)\zeta = \zeta_1 + \lambda\zeta_2.$$

Z równań tych wynika, że *przewodnią drugiego rzędu linji prostej jest prosta.*

Z trzech ostatnich równań daje się wyciągnąć jeszcze inny wniosek, a mianowicie, że stosunek podziału punktu B względem B_1 i B_2 jest równy λ, czyli, że punkt B dzieli w tym samym stosunku odcinek B_1B_2, co A odcinek A_1A_2.

Posługując się ostatniem twierdzeniem, można łatwo rozwiązać zagadnienie takie: mając dane przyśpieszenia punktów A_1 i A_2 układu sztywnego, wyznaczyć przyśpieszenie punktu A, położonego na prostej A_1A_2.

65. Ruch postępowy i ruch obrotowy. Dajmy na to, że układ sztywny posiada w ciągu badanego okresu ruch postępowy, a zatem w chwili t szybkości wszystkich punktów jego są równe i jednakowo skierowane. W ciągu następnych dt sek. szybkości te przybiorą przyrosty jednakowe co do wielkości i kierunku, bo inaczej w końcu tego okresu dt zachodziłyby pomiędzy niemi różnice, i ruch nie byłby już postępowy. Z tego wynika, że *wszystkie punkty układu posiadają przyśpieszenia zgodne co do wielkości i kierunku.*

Gdy ruch układu sztywnego jest postępowy, to można wprost mówić o przyśpieszeniu tego układu.

Przypuśćmy teraz, że ruch układu jest obrotowy, że układ obraca się wciąż około osi, prostopadłej do płaszczyzny papieru i przecinającej tę płaszczyznę w punkcie O. Będziemy rozważali tylko ruch tych punktów układu, które leżą w płaszczyźnie rysunku.

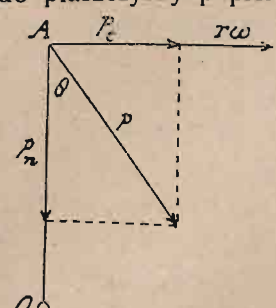

Fig. 54.

Przypuśćmy, że w chwili rozważanej szybkość kątowa wynosi ω. Gdy dana jest ta wielkość, to tem samem są określone szybkości linjowe wszystkich punktów układu. Tak np. szybkość punktu A jest równa $r\omega$, gdzie $r = OA$. Aby było określone i pole przyśpieszeń, to trzeba jeszcze wiedzieć, jak zmienia się ω z biegiem czasu, czyli mieć dane $\frac{d\omega}{dt}$. Pochodna ta nazywa się *przyśpieszeniem kątowem;* będziemy oznaczali ją krótko literą η.

Oczywiście można uważać η za wektor, związany z osią obrotu; wektor ten jest zwrócony w tę samą stronę, co i ω, lub w odwrotną, stosownie do tego, czy szybkość kątowa wzrasta, czy maleje.

Torem punktu A jest koło, zatoczone z punktu O promieniem r, a przyśpieszenie p tego punktu jest wypadkową dwóch składowych, a mianowicie przyśpieszenia stycznego p_t i przyśpieszenia normalnago p_n. Oczywiście

$$p_t = \frac{d(r\omega)}{dt} = r\frac{d\omega}{dt} = r\eta \quad \text{i} \quad p_n = \frac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2,$$

a stąd

$$p = r\sqrt{\eta^2 + \omega^4} \quad \text{i} \quad \tan\vartheta = \frac{\eta}{\omega^2},$$

gdzie ϑ oznacza kąt, który przyśpieszenie p tworzy z promieniem AO.

Z dwóch wzorów ostatnich wynika, 1) *że przyśpieszenia punktów układu są wprost proporcjonalne do odległości od środka O,* i 2) *że przyśpieszenia wszystkich punktów są jednakowo nachylone do promieni, łączących te punkty z O.*

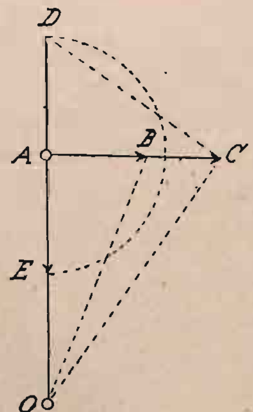

Fig. 55.

Przyśpieszenie punktu A można łatwo wyznaczyć wykreślnie (fig. 55). W tym celu budujemy kąty AOB, AOC, odpowiednio równe $\arctan\eta$, $\arctan\omega$, i otrzymamy na prostopadłej z A do promienia OA odcinki AB, AC równe $r\eta$, $r\omega$, a więc wyrażające przyśpieszenie styczne p_t i szybkość punktu A. Prowadzimy następnie przez C prostopadłą CD do OC. Okażemy łatwo, że odcinek $AD = p_n$. Wynika to stąd, że $DA \,.\, OA = (AC)^2$, czyli $DA \,.\, r = (\omega r)^2$. Wypadkowa wektorów $AE = DA$ oraz AB będzie przyśpieszeniem szukanem.

Prz. Układ obraca się około danego punktu O, i dane jest przyśpieszenie punktu A. Wyznaczyć wykreślnie szybkość kątową ω oraz przyśpieszenie kątowe η ($\arctan\omega$ i $\arctan\eta$).

66. Pole przyśpieszeń ruchu obrotowego. Gdy mamy dane, określające pole przyśpieszeń w ruchu obrotowym, to możemy wyznaczyć przyśpieszenie każdego punktu układu. Pewne proste twierdzenia w dużym stopniu ułatwiają te działania.

Niech będzie środek obrotu O oraz punkty A_1, A_2 układu, posiadające przyśpieszenia p_1 i p_2. Obróćmy przyśpieszenie p_1 około punktu A_1 o kąt $\vartheta = \arctan\frac{\eta}{\omega^2}$, tak, aby znalazło się ono na promieniu A_1O. Otrzymamy tym sposobem nowy wektor p_1', który nazwiemy *przyśpieszeniem skręconem* punktu A_1. Taksamo wyznaczmy przyśpieszenie skręcone p_2' punktu A_2. Rozumie się, musimy tu obydwa przyśpieszenia p_1 i p_2 obracać w tym samym kierunku. Przyśpieszenia skręcone p_1', p_2' są proporcjonalne do promieni A_1O i A_2O, a z tego wynika, że ich końce leżą na prostej równoległej do A_1A_2. Wogóle *końce przyśpieszeń skręconych punktów prostej leżą na równoległej do tej prostej.*

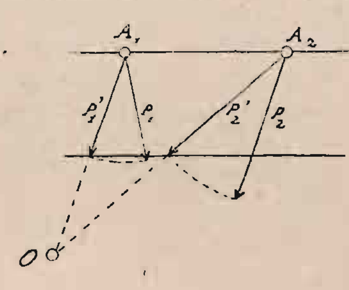

Fig. 56.

Przy pomocy powyższego twierdzenia daje się łatwo rozwiązać zadanie takie: mając dany środek obrotu oraz przyśpieszenie jednego punktu, wyznaczyć przyśpieszenie jakiegokolwiek innego punktu.

Na fig. 57 końce przyśpieszeń punktów A_1, A_2 są oznaczone literami B_1, B_2, a punkt przecięcia prostych A_1B_1 i A_2B_2 literą C. Z punktów A_1, A_2 widać odcinek OC pod jednym i tymsamym kątem, mianowicie kątem ϑ; z tego wynika, że punkty A_1, A_2, O i C leżą na okręgu, a dalej, że kąty A_1OA_2 i A_1CA_2 są równe, gdyż obejmują ten sam łuk A_1A_2.

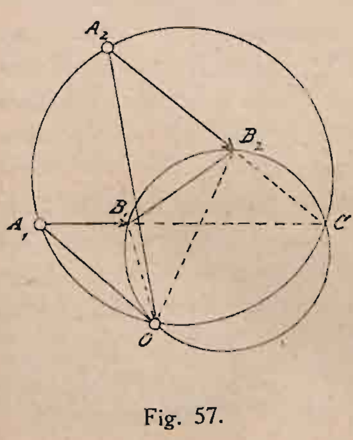

Fig. 57.

Zwróćmy jeszcze uwagę na trójkąty A_1B_1O i A_2B_2O. Są one podobne, gdyż kąty OA_1B_1 i OA_2B_2 są równe, a boki A_1B_1 i A_2B_2 są proporcjonalne do boków OA_1 i OA_2. Z tego wynika, że kąty A_1OB_1 i A_2OB_2 są równe, a dalej, że kąt B_1OB_2 jest równy kątowi A_1OA_2, a więc i kątowi A_1CA_2, czyli że odcinek B_1B_2 widać z punktów O i C pod jednakowemi kątami, a zatem punkty O, B_1, B_2 i C leżą na okręgu.

Przy pomocy wyników powyższych można rozwiązać zadanie takie: mając przyśpieszenia punktów A_1 i A_2, wyznaczyć środek obrotu. W tym celu wykreślamy dwa okręgi, jeden przez punkty A_1, A_2, C i drugi przez punkty B_1, B_2, C. Drugi punkt przecięcia tych okręgów jest szukanym środkiem O.

Prz. 1. Dane przyśpieszenia punktów A_1, A_2 są równoległe, wyznaczyć przyśpieszenie punktu A_3.

Prz. 2. Wyznaczyć miejsce geometryczne punktów przecięcia promieni, wychodzących z punktu A układu ruchomego, z ich linjami przewodniemi drugiego rzędu. Odp. Okrąg, przechodący przez koniec przyśpieszenia punktu A oraz przez środek O i zawierający kąt $\arctan\frac{\eta}{\omega^2}$.

Prz. 3. Mając dane środek obrotu O i przyśpieszenie A_1B_1 punktu A_1, wyznaczyć ten punkt układu, którego przyśpieszenie posiada koniec w danym punkcie B_2.

67. Ruch płaski. Dajmy na to, że ruch układu jest płaski, i że układ obraca się w rozważanej chwili z szybkością kątową ω około środka chwilowego. Oznaczmy jak poprzednio, przyśpieszenie kątowe, czyli pochodną $\frac{d\omega}{dt}$, literą η. Przypuśćmy, że prócz tych danych mamy jeszcze przyśpieszenie p pewnego punktu A i pragniemy wyznaczyć przyśpieszenie innego punktu B. Odległość AB niech będzie równa r.

Możemy uważać, że ruch układu składa się (1) z ruchu postępowego, zgodnego co do szybkości i przyśpieszenia z ruchem punktu A, i (2) z ruchu obrotowego około punktu A; ten drugi ruch składowy odbywa się z szybkością kątową ω i przyśpieszeniem kątowem η.

Rozważmy ruch punktu B względem A. Ruchem unoszenia według par. 20 będzie tu ów pierwszy ruch składowy; przyśpieszenie jego jest równe p. Ruch względny jest oczywiście obrotowy o szybkości kątowej ω i przyśpieszeniu η.

Możemy teraz wyznaczyć żądane przyśpieszenie punktu B, czyli jego przyśpieszenie bezwzględne. Będzie ono miało tylko dwie składowe, t. j. przyśpieszenie względne i przyśpieszenie unoszenia; przyśpieszenie Coriolisa jest zerem, bo ruch unoszenia jest postępowy. Przyśpieszenie względne składa się znowu z przyśpieszenia stycznego $r\eta$, prostopadłego do AB, i przyśpieszenia normalnego $r\omega^2$, skierowanego według BA. Przyśpieszenie unoszenia jest zgodne z p co do wielkości i kierunku. Przyśpieszenie bezwzględne, czyli przyśpieszenie całkowite punktu B, jest wypadkową tych trzech składowych $r\eta$, $r\omega^2$ i p.

Szczególnym przypadkiem zadania powyższego jest następujące: znamy środek chwilowy C, szybkość jego c (par. 35), albo raczej szybkość owego punktu M, który podąża za środkiem chwilowym, nie należąc do danego układu ruchomego (par. 30), a wreszcie ω i η; wyznaczyć przyśpieszenie punktu A, którego odległość od C jest równa r (fig. 58).

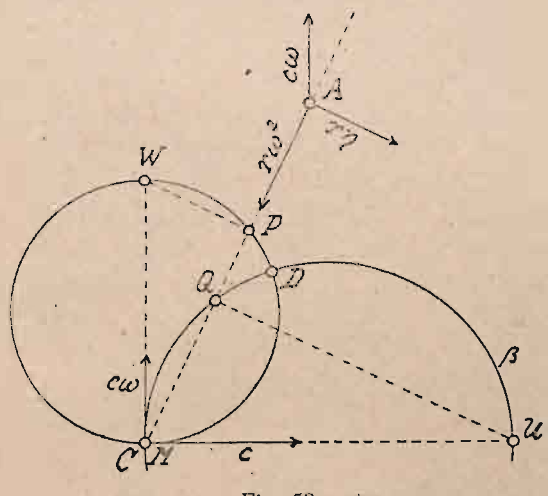

Fig. 58.

Szukane przyśpieszenie będzie jak poprzednio, wypadkową przyśpieszeń względnych stycznego i normalnego, t. j. $r\eta$ i $r\omega^2$, oraz przyśpieszenia unoszenia, czyli przyśpieszenia punktu C (nie M). Wypada więc wyznaczyć to ostatnie.

Obecnie szybkość punktu C jest zerem. W ciągu dt sek. punkt M przebiegnie drogę $MM_1 = c dt$ w kierunku szybkości c lub wspólnej stycznej do obydwóch krzywych środków chwilowych; w M_1 znajdzie się też w końcu tego okresu środek chwilowy, i układ będzie się około niego obracał z szybkością kątową

$\omega + d\omega$. Z tego wynika, że w końcu okresu dt punkt C będzie posiadał szybkość $cdt(\omega + d\omega)$, skierowaną według wspólnej normalnej do krzywych środków. Taki jest także przyrost elementarny szybkości punktu C, przyśpieszenie zaś posiada ten sam kierunek i wynosi $\frac{cdt(\omega + d\omega)}{dt}$, czyli $c\omega$, jeżeli odrzucimy nieskończenie małą.

Tym sposobem wszystkie trzy składowe przyśpieszenia punktu A zostały wyznaczone.

Prz. 1. Punkt A układu płaskiego obraca się około punktu O ze stałą szybkością kątową ω, a punkt B pozostaje na prostej, przechodzącej przez O. Wyznaczyć wykreślnie przyśpieszenie punktu B.

W rozwiązaniu, podanem na fig. 59, przyjęto, że $\omega = 1$. Skutkiem tego zarówno szybkość skręcona (par. 29), jak i przyśpieszenie punktu A wyraża się odcinkiem AO, a szybkość skręcona punktu B odcinkiem BD.

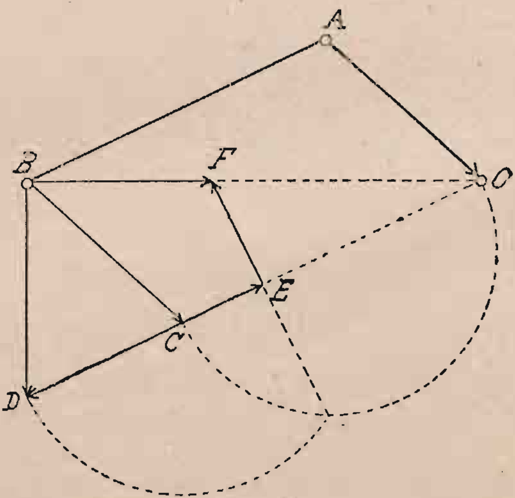

Fig. 59.

Będziemy uważali ruch punktu B względem A i utworzymy wielobok z trzech przyśpieszeń składowych, a mianowicie (1) przyśpieszenia unoszenia, (2) przyśpieszenia względnego normalnego i (3) przyśpieszenia względnego stycznego. Do wyznaczenia drugiego trzeba mieć szybkość punktu B względem A. Otrzymamy ją, rozkładając szybkość bezwzględną punktu B na dwie składowe, z których jedna powinna być równa i równoległa do szybkości punktu A. Stało się to w trójkącie BCD, w którym bok CD wyraża względną szybkość skręconą. Przyśpieszenie normalne CE znajdujemy przy pomocy konstrukcji dostatecznie wyjaśnionej na rysunku. Trzecie przyśpieszenie składowe, t. j. względne styczne, leży na prostopadłej, poprowadzonej przez E do AB, i na niej leży również koniec przyśpieszenia wypadkowego BF.

Prz. 2. Punkt A układu płaskiego obraca się ze stałą szybkością kątową ω około punktu O, a prosta AM przechodzi wciąż przez stały punkt B. Wyznaczyć wykreślnie przyśpieszenie tego punktu M układu, który w chwili obecnej przebiega przez B.

Na fig. 60 znowu $\omega = 1$. Postępując, jak w przykładzie poprzedzającym, znajdziemy przyśpieszenie unoszenia MC i przyśpieszenie normalne względne CD, a dojdziemy, że koniec przyśpieszenia bezwzględnego musi leżeć na prostej p, poprowadzonej przez D prostopadle do AB. Chodzi teraz o wyznaczenie drugiego miejsca geometrycznego tego końca.

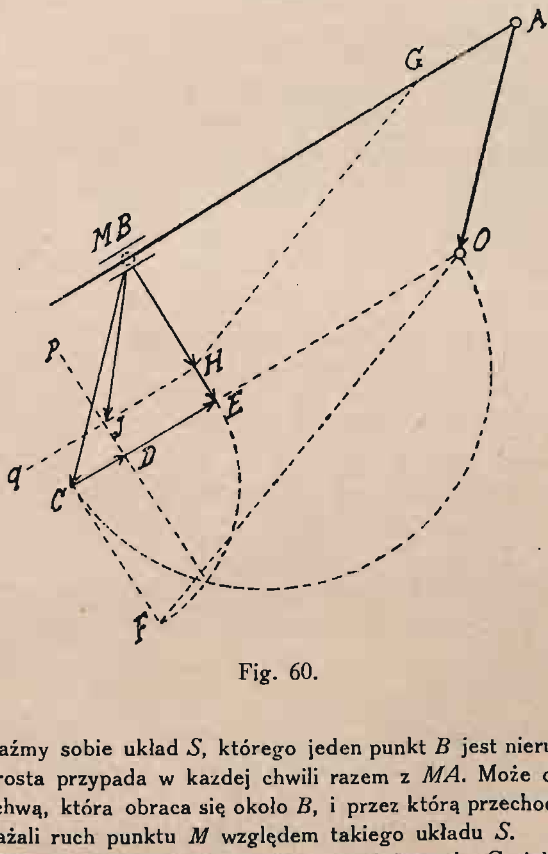

Fig. 60.

Wyobraźmy sobie układ S, którego jeden punkt B jest nieruchomy, i którego jedna prosta przypada w kazdej chwili razem z MA. Może on być np. połączony z pochwą, która obraca się około B, i przez którą przechodzi sztaba MA. Będziemy uważali ruch punktu M względem takiego układu S.

Przyśpieszenie unoszenia jest zerem; przyśpieszenie Coriolisa znajdziemy w sposób następujący. Szybkość skręconą tego punktu układu S, który przypada razem z A, wyraża odcinek CE, a zatem szybkość kątowa tego układu jest równa $\tan COF$ (par. 26), gdzie $CF = CE$. Szybkość względna punktu M nie różni się od szybkości bezwzględnej ME. Odmierzamy na BA odcinek $BG = 2BE$ i przez G prowadzimy prostą GH równolegle do OF; otrzymamy w ten sposób na BE odcinek MH, wyrażający przyśpieszenie Coriolisa co do wielkości kierunku. Przyśpieszenie względne leży na MA, a zatem prosta q, poprowadzona przez H równolegle do MA, jest drugiem miejscem geometrycznem końca I szukanego przyśpieszenia.

Prz. 3. Dwie korby O_1A_1, O_2A_2 są połączone przegubowo sztabą A_1A_2 i pierwsza obraca się ze stałą szybkością kątową około O_1. Wyznaczyć wykreślnie przyśpieszenie punktu A_2.

Koniec szukanego przyśpieszenia będzie znowu leżał w punkcie przecięcia dwóch prostych p i q. Pierwszą znajdziemy, jak w przykładzie poprzedzającym; aby otrzymać drugą, wyznaczamy przyśpieszenie normalne bezwzględne punktu A_2, t. j. przyśpieszenie normalne w ruchu obrotowym około O_2.

Prz. 4. Punkt A układu porusza się po prostej x z daną szybkością stałą, a punkt B po prostej y. Wyznaczyć przyśpieszenie punktu B.

Prz. 5. Sztaby A_1O i A_2O są połączone w O przegubem, i cały ten układ porusza się w płaszczyźnie. Znane są szybkości i przyśpieszenia punktów A_1, A_2, wyznaczyć wykreślnie przyśpieszenie przegubu O.

68. Środek chwilowy przyśpieszeń. W paragrafie poprzedzającym wyznaczyliśmy przyśpieszenie normalne $r\omega^2$ i styczne $r\eta$ punktu A względem środka chwilowego C (fig. 58); wyznaczymy teraz przyśpieszenia normalne i styczne, p_n i p_t tegoż samego punktu w ruchu bezwzględnym. Pierwsze z nich p_n jest rzutem przyśpieszenia bezwzględnego na normalną AC do toru, a więc jest równe sumie rzutów składowych $r\omega^2$, $r\eta$ i $c\omega$. Znajdziemy, że

$$p_n = r\omega^2 - c\omega\cos\vartheta \tag{1},$$

gdzie ϑ oznacza kąt pomiędzy CA i wspólną normalną do obydwóch krzywych środków chwilowych. Podobnież otrzymamy

$$p_t = r\eta - c\omega\sin\vartheta \tag{2}.$$

Wyznaczmy teraz miejsce geometryczne punktów układu, których przyśpieszenia normalne są zerami. Zakładając $p_n = 0$, znajdziemy, że dla takich punktów $r = \frac{c}{\omega}\cos\vartheta$. Lecz z par. 37 wiemy, że stosunek $\frac{c}{\omega}$ jest równy średnicy CW koła przegięć, którą oznaczamy przez d. Będzie więc

$$r = d\cos\vartheta.$$

Z tego wynika, że z punktu, którego przyśpieszenie normalne jest zerem, np. z P, widać średnicę MW koła przegięć pod kątem prostym, a zatem koło to jest szukanem miejscem geometrycznem.

Jest i skądinąd rzeczą oczywistą, że tak być musi. Punkty, położone na kole przegięć, przebiegają właśnie przez przegięcia swych torów, a ponieważ w przegięciu promień krzywizny jest nieskończenie wielki, przeto $p_n = \frac{v^2}{\varrho} = 0$.

Zakładając $p_t = 0$, wyznaczymy miejsce geometryczne punktów, których przyśpieszenia styczne są zerami. Dla każdego z takich punktów

$$r = \frac{c\omega}{\eta} \sin \vartheta.$$

Odmierzmy od środka chwilowego C na wspólnej stycznej do linji środków chwilowych w stronę szybkości c odcinek $CU = \frac{c\omega}{\eta}$. Z ostatniego równania wynika, że z punktów szukanego miejsca geometrycznego, np. z Q, odcinek ten widać pod kątem prostym, a zatem szukanem miejscem jest koło o średnicy CU. Nazwiemy je kołem β, albo kołem Bresse'a, od nazwiska matematyka, który je odkrył.

Dla punktu, położonego na kole β, $\frac{dv}{dt} = 0$, a zatem szybkość jego v w chwili obecnej przechodzi przez maksymum lub minimum. Dotychczas ta szybkość wzrastała, a odtąd zacznie się zmniejszać, lub odwrotnie.

Przyśpieszenia punktów, położonych na kole przegięć, są zwrócone do bieguna przegięć W lub odwrócone od niego, przyśpieszenia punktów koła β są zwrócone do środka chwilowego.

Koło przegięć i koło β przecinają się pod kątem prostym w dwóch punktach, w środku chwilowym szybkości C i w punkcie D. Obydwa te punkty zajmują wyjątkowe stanowiska wśród punktów układu ruchomego. Pierwszy posiada przyśpieszenie $c\omega$, ale nie posiada szybkości; jego rola cynematyczna została wyjaśniona w rozdziale II. Drugi punkt przecięcia D posiada szybkość, ale przyśpieszenie jego jest równe zeru; wynika to stąd, że, jako położony na obydwóch kołach, nie może on mieć ani przyśpieszenia normalnego ani stycznego. Punkt D nazywa się *środkiem chwilowym przyśpieszeń;* rola jego w polu przyśpieszeń wyjaśni się w par. następnym.

Jeżeli szybkość kątowa jest stała, t. j. jeżeli $\eta = 0$, to średnica koła β jest nieskończenie wielka, i okrąg jego degeneruje w linję prostą, a mianowicie we wspólną normalną do linji środ-

9*

ków chwilowych. W takim razie środek przyśpieszeń leży w biegunie przegięć.

Prz. Koło o promieniu $2r$ toczy się po kole wewnętrznem o promieniu r ze stałą szybkością kątową. Wyznaczyć krzywą stałą i ruchomą środków przyśpieszeń. Odp. Koła o promieniach $3r$ i $4r$. Czy zachodzi w tym razie poślizg?

69. Pole przyśpieszeń w ruchu płaskim. Znamy środek przyśpieszeń D oraz szybkość kątową ω i przyśpieszenie kątowe η; pragniemy wyznaczyć przyśpieszenie punktu A, odległego od D o r. Zastosujemy sposób, który stosowaliśmy w par. 67. W tym razie jednak przyśpieszenie unoszenia jest zerem, bo punkt D nie ma przyśpieszenia, a zatem szukane przyśpieszenie będzie się składało tylko z przyśpieszeń względnych, stycznego $r\eta$ i normalnego $r\omega^2$. Przyśpieszenie bezwzględne, albo całkowite, jest równe $r\sqrt{\eta^2+\omega^4}$; tworzy ono z promieniem AD kąt $\vartheta = \operatorname{arctan}\frac{\eta}{\omega^2}$.

Z powyższego wynika, że w przypadku ruchu płaskiego punkt D odgrywa w polu przyśpieszeń taką samą rolę, jak środek obrotu O w ruchu obrotowym (par. 65), i możemy odrazu wygłosić twierdzenia: (1) *przyśpieszenia punktów układu są wprost proporcjonalne do odległości od środka przyśpieszeń D*, (2) *przyśpieszenia wszystkich punktów są jednakowo nachylone do promieni, łączących te punkty z D.*

Możemy tu zastosować metody wyłożone w par. 66, i wówczas da się z łatwością rozwiązać zadanie takie: mając dane przyśpieszenia dwóch punktów układu, wyznaczyć środek przyśpieszeń oraz przyśpieszenie jakiegokolwiek trzeciego punktu.

Prz. 1. Punkt A układu porusza się po prostej x z daną szybkością stałą, a punkt B po prostej y. Wyznaczyć przyśpieszenie jakiegokolwiek punktu układu.

Środek przyśpieszeń jest znany i łatwo wyznaczymy przyśpieszenie środka chwilowego. Następnie przy pomocy twierdzenia o przyśpieszeniach skręconych możemy wyznaczyć przyśpieszenie każdego punktu układu.

Prz. 2. Ruchoma prosta m przechodzi wciąż przez punkt O, a jej punkt A porusza się z daną szybkością stałą na prostej n. Wyznaczyć wykreślnie przyśpieszenie tego punktu prostej m, który w chwili danej znajduje się w O.

Przy pomocy koła γ (por. par. 36, prz. 5) wyznaczymy szybkość środka chwilowego, a następnie przyśpieszenie tego środka. Ponieważ prócz tego znamy środek przyśpieszeń, możemy przeto wyznaczyć przyśpieszenie każdego punktu układu.

Prz. 3. Koło O_1 toczy się bez poślizgu po kole O_2. Szybkość środka O_1 jest stała i równa O_1A. Wyznaczyć środek przyśpieszeń, a także przyśpieszenie środka O_1.

Prosta O_2A przecina wspólną styczną w punkcie B, i oczywiście $CB = c$ jest szybkością środka chwilowego, a kąt $ACO_1 = \vartheta = \operatorname{arctan}\omega$. Prowadząc z B prostopadłą do CA otrzymamy odcinek $CD = CB \tan\vartheta = c\omega$, jest to więc przy-

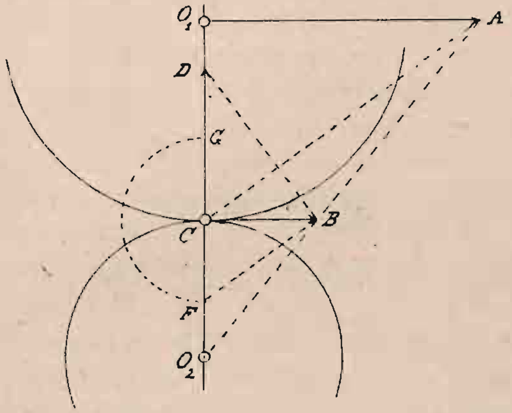

Fig. 61.

śpieszenie środka chwilowego. Prowadzimy następnie BF prostopadłe do BD i obracamy odcinek CF o 180° do położenia CG. Punkt G jest szukanym środkiem przyśpieszeń.

Prz. 4. W ruchu Cardana szybkość kątowa jest stała, wyznaczyć przyśpieszenie dowolnego punktu układu.

Prz. 5. Koło toczy się po prostej x; jego środek O wyruszył ze stanu spoczynku i posiada stałe przyśpieszenie OA. Wyznaczyć środek przyśpieszeń w chwili t.

Szybkość punktu O w chwili t wynosi $t \cdot OA = OB$ i temu samemu jest równa szybkość środka chwilowego CE. Prowadząc z E prostopadłą do BC, otrzymamy przyśpieszenie środka chwilowego CG, a prowadząc z G prostopadłą do AC, otrzymamy średnicę CF koła β.

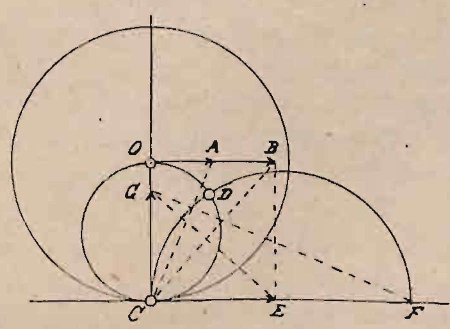

Fig. 62.

Prz. 6. Punkt A układu płaskiego obraca się około punktu O ze stałą szybkością kątową ω, a punkt B pozostaje na prostej, przechodzącej przez O. Wyznaczyć środek przyśpieszeń (por. prz. 1, par. 67).

Przy pomocy koła γ, znajdziemy styczną i normalną do obydwóch krzywych środków chwilowych. Następnie łatwo już będzie wykreślić koło przegięć oraz koło β.

Prz. 7. Korby O_1A_1 i O_2A_2 są połączone przegubowo sztabą A_1A_2 i pierwsza obraca się około O_1 z daną szybkością kątową stałą. Wyznaczyć środek przyśpieszeń.