KOMISJA WYDAWNICZA
Towarzystwa Bratniej Pomocy Studentów Politechniki Warszawskiej.

Statyka Wykreślna

według wykładów
prof. Z. STRASZEWICZA

w sem. zimowym 1923/24 r. akad.

№ Wyd. 162.

WARSZAWA — 1923
Skład Główny Komisji Wydawniczej: Politechnika — Polna 3. Telefon 88-60.
Drukarnia i Litografja „SATURN“ Marszałkowska 91. Telefon 20-44

ERRATA:

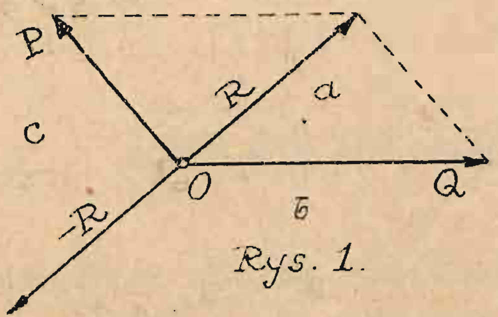
strona 7 wiersz 8 i 9: naprężenie sznura winno być napięcie sznura gdyż naprężenie $\sigma = \frac{P}{F}$ (Timoszenko str

S T A T Y K A   W Y K R E Ś L N A .

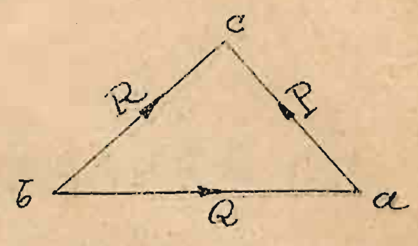
W statyce ogólnej poznaliśmy metody rachunkowe rozwiązywania zagadnień statystycznych. Obok nich istnieje metoda wykreślna, stanowiąca treść nauki, zwanej statyką wykreślną.

§ 1. SIŁY DZIAŁAJĄCE NA PUNKT.

Wypadkową dwóch sił P i Q działających na jeden punkt O wyznaczamy w znany sposób przy pomocy równoległoboku. Wystarczy jednak dla znalezienia wypadkowej zbudować trójkąt sił i bardzo często wygodniej jest robić go na oddzielnym rysunku. W tym celu wykreślamy odcinek równy i równoległy do siły Q , z końca siły Q prowadzimy odcinek równy i równoległy do siły P . Łączymy początek siły Q z końcem siły P i otrzymujemy wypadkową R . Widzimy, że P i Q mają kierunki zgodne na obwodzie trójkąta, zaś strzałka wypadkowej ma bieg odwrotny.



Rys. 1.

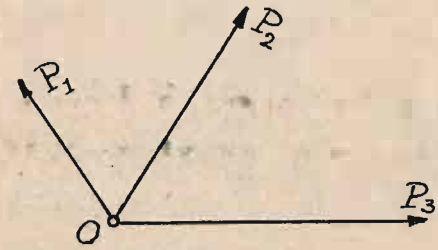


Rys. 2.

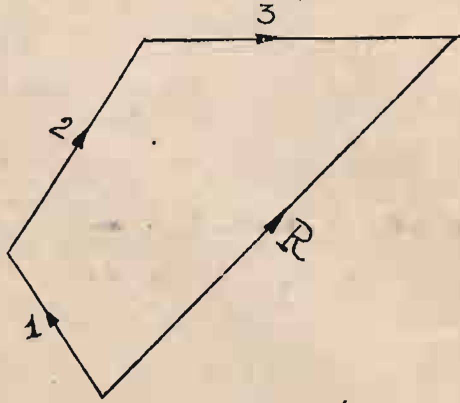
Przypuśćmy, że do punktu O przyłożymy siłę $-R$ równą, lecz odwrotną sile R, to zrównoważy ona siły P i Q. W trójkącie sił bok zamykający również będzie odpowiadać sile $-R$. Widzimy więc, że jeżeli 3 siły się równoważą, to można wykreślić trójkąt, boki którego są równe i równoległe do 3-ch sił, działających na jeden punkt i wówczas strzałki mają jednakowy bieg na obwodzie. Oczywiście i odwrotne twierdzenie jest słuszne: jeżeli 3 siły działają na jeden punkt i jeżeli można wykreślić taki trójkąt, to siły te się równoważą.

Oznaczmy figurę na rys.1, złożoną z sił P, Q i $-R$ przez I, figurę rys.2 - przez II, to między I i II figurami istnieje pewien ważny związek.- Fig.I i II składają się z 3-ch odcinków P, Q i R i każdemu odcinkowi I fig. odpowiada odcinek równoległy II fig., tylko odcinki I fig. wychodzą z jednego punktu, a w II - tworzą trójkąt. Przypuśćmy, że P i Q przedłużono aż do prostej nieskończenie odległej; utworzy się wtedy trójkąt, którego 2 boki są to przedłużone boki P i Q, trzecim jest prosta nieskończenie odległa; oznaczmy go przez a. Przedłużmy też $-R$ i trójkąt, bokami którego są $Q, -R$ i prosta nieskończenie odległa, oznaczmy przez b oraz przez c oznaczmy trójkąt o bokach $P, -R$ i prostej nieskończenie odległej. Linja działania siły Q - tworzy granicę między a i b; nazwijmy ją ab.- Tak samo nazwijmy linję działania siły $-R$ przez bc i linję działania P - przez ca. Wprowadzimy te same oznaczenia do fig. II, oznaczając wierzchołki literami a, b i c. Możemy powiedzieć, że każdemu trójkątowi I fig. odpowiada punkt II fig., natomiast punktowi O czyli abc I fig. odpowiada trójkąt abc II fig.

Przypuśćmy, że na punkt O działają 3 siły P_1, P_2 i P_3 /rys. 3/. Aby otrzymać wypadkową, budujemy oddzielnie wielobok sił w sposób znany. Kierunek wypadkowej R jest odwrotny na obwodzie do kierunku sił P_1, P_2, P_3. Gdy na rys. 3 poprowadzimy przez p. O odcinek równy i równoległy do R, to otrzymamy wypadkową danego układu sił. Gdybyś-



Rys. 3.

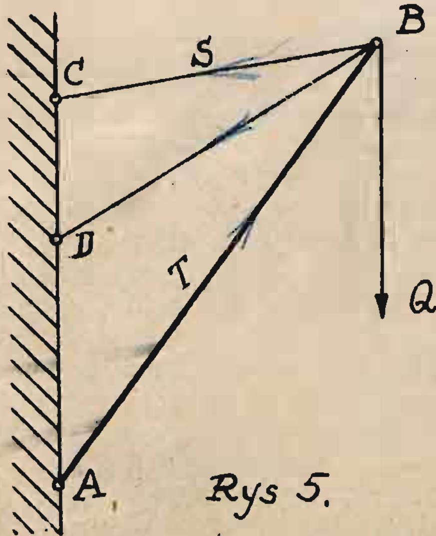


Rys. 4.

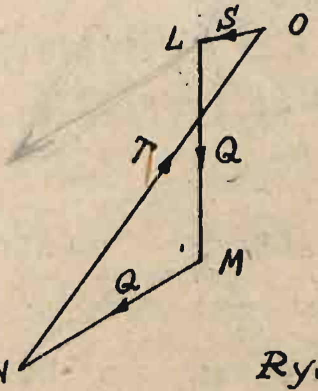
my przez p. O poprowadzili odcinek równy, lecz odwrotnie skierowany do R t.j. $-R$, to mielibyśmy układ sił równoważących się i wielobok sił pozostałby ten sam, tylko grot na boku zamykającym zmieniłby kierunek i w tym razie wszystkie strzałki na obwodzie są zwrócone w jedną stronę. Jeżeli siły, działające na punkt są w równowadze, to wielobok sił się zamyka i odwrotnie, jeżeli wielobok sił, działających na jeden punkt się zamyka, to siły są w równowadze.

PRZYKŁAD 1.

Mamy żóraw urządzony w sposób następujący: przy ścianie pionowej jest zawiasa A ; około zawiasy może się obracać belka w płaszczyźnie pionowej. Koniec belki jest przymocowany ścięgnem CB do ściany w p. C . Na końcu belki jest blok, przez który przechodzi sznur, przymocowany do ściany w D . Na sznurze wisi ciężar Q . Pragniemy wyznaczyć naprężenie, powstające w ścięgnie, belce i sznurze. Nie będziemy przytem brać



Rys 5.



Rys. 6

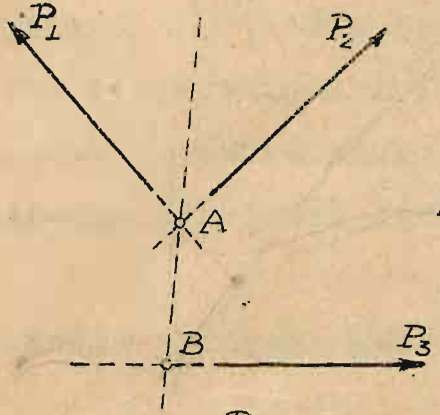
w rachubę ciężaru sznura, belki i ścięgna.

Na p. B działają 4 siły: ciężar Q , naprężenie sznura równe Q , naprężenie ścięgna S , wreszcie siła T , którą wywiera belka AB . Znane więc są dwie siły, oraz linje działania dwóch pozostałych; należy wyznaczyć je co do wielkości i kierunku.

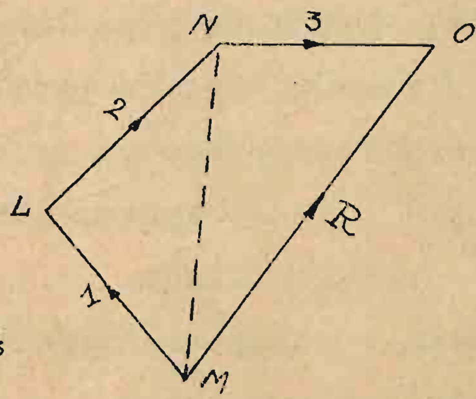
Ponieważ 4 siły działają na jeden punkt i są w równowadze, a więc wielobok sił będzie zamknięty. Aby zbudować ten wielobok sił, kreślimy odcinek LM /rys.6/ równy i równoległy do Q /wielobok sił wykreślamy w skali sił, zakładając np., że 1 kg = 1 mm.; jeżeli więc Q = 200 kg., to odcinek wyrażający siłę Q w wieloboku sił równa się 200 mm./.Następnie prowadzimy z M drugi odcinek MN równy co do wielkości sile Q i równoległy do DB . Przez punkt N prowadzimy równoległą do AB , zaś przez L - równoległą do CB . Te dwie proste przecinają się w O . Otrzymaliśmy więc wielobok zamknięty $NMLO$, którego bok NO wyraża siłę T , zaś LO - siłę S . Kierunki sił w wieloboku sił są zgodne, gdyż siły są w równowadze. Z kierunku sił wnioskujemy, że belka jest ściskana, ścięgno zaś rozciągane, a więc ścięgno może być zrobione ze sznura lub łańcucha.

§ 2. UKŁAD PŁASKI SIŁ.

Dajmy na to że mamy płaski układ sił P_1, P_2, P_3 /rys.7/. Tego rodzaju siły dadzą się sprowadzić albo do jednej wypadkowej lub do pary sił. Wypadkowa wyznacza się tak samo, jak w paragrafie poprzednim, t.j. gdy siły działają na jeden punkt, czyli jest ona sumą geometryczną sił składowych.



Rys. 7.



Rys. 8.

Budujemy wielobok sił /rys.8/. Prowadzimy w tym celu odcinek LM równy i równoległy do P_1, przez L odcinek LN równy i równoległy do P_2 i z punktu N - odcinek równy i równoległy do P_3. Gdy połączymy M z O, to odcinek MO będzie odpowiadać wypadkowej co do wielkości i kierunku. Konstrukcja ta jednak nie wskazuje położenia tej wypadkowej w układzie. Z łatwością wyznaczymy to położenie, mając przynajmniej jeden punkt jej linji działania. Aby go wyznaczyć postępujemy tak: wyznaczamy wypadkową sił P_1 i P_2; w tym celu łączymy w wieloboku sił /rys.8/ punkt M z N. Ta wypadkowa przechodzi przez punkt A - przecięcie się linji działania sił P_1 i P_2. Jeżeli więc przez p. A poprowadzimy prostą równoległą do MN, to będzie ona linją działania wypadkowej sił P_1 i P_2. Wypadkowa całego układu R jest wypadkową wypadkowej sił P_1P_2 i siły P_3 i przechodzi przez punkt ich przecięcia się B. Gdy więc przez p. B poprowadzimy równoległą do MO, to otrzymamy linję działania wypadkowej R całego układu.

Podobnie otrzymamy wypadkową dowolnej liczby sił układu płaskiego.

Taki sposób wyznaczania położenia wypadkowej często jest niedogodny, np. jeżeli linje działania sił nie przecinają się w obrębie rysunku, lub jeżeli 2 czy wszystkie siły są równoległe.

Jeżeli te same siły P_1, P_2 i P_3 działają na ciało sztywne i w p. B przyłożymy siłę $-R$ równą i odwrotną do R, to oczywiście siła $-R$ zrównoważy cały układ sił P_1, P_2, P_3. Wielobok sił pozostanie ten sam i będzie zamknięty, jedynie kierunek siły R będzie odwrotnym.

Możemy więc powiedzieć, jeżeli płaski układ sił jest w równowadze, to wielobok sił jest zamknięty. Jednak twierdzenie odwrotne nie będzie słuszne, jak w wypadku działania sił na jeden punkt. Jeżeli wielobok sił jest zamknięty, to niekoniecznie płaski układ musi być w równowadze. Znaczy to tylko, że wypadkowa trzech sił jest równa i odwrotna do trzeciej, a więc tworzy z nią parę.

Możemy więc powiedzieć ogólnie, jeżeli wielobok sił się zamyka, to układ płaski sprowadza się do pary sił, lub w przypadku szczególnym, jest w równowadze.

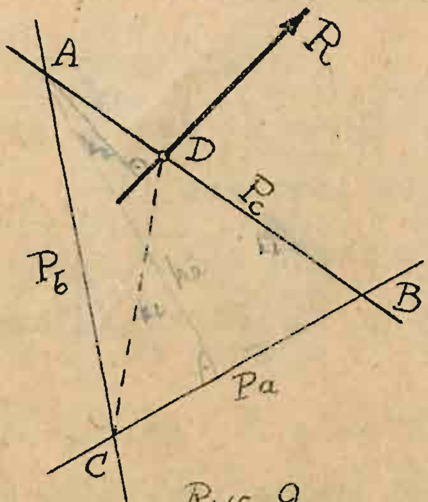
§ 3. ROZKŁADANIE SIŁ.

Niech będzie dana siła R, którą mamy rozłożyć na dwie składowe, działające na danych prostych a i b. Zadanie to jest możliwe i łatwe, jeżeli proste a i b przecinają się w punkcie, leżącym na linji działania siły R. Rozwiązujemy je za pomocą trójkąta sił.

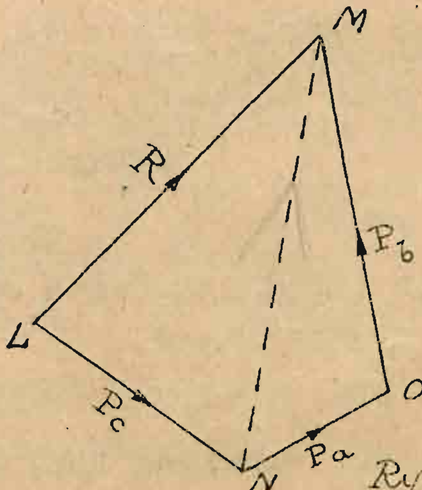
Albo przypuśćmy, że daną siłę R należy rozłożyć na dwie składowe tak, by jedna leżała na danej prostej a, druga zaś przechodziła przez dany punkt C. Zadanie to sprowadzamy do poprzedniego. Prosta a przecina się z R w punkcie D, łączymy punkt D z C, druga więc składowa będzie leżeć na prostej DC. Dalej już postępujemy tak samo, jak w przypadku poprzednim.

Nieco trudniej jest rozłożyć daną siłę na 3 składowe, linje działania których są dane.

Przypuśćmy, że mamy siłę R, oraz 3 proste, które tworzą trójkąt ABC /rys.9/. Pragniemy siłę R rozłożyć na 3 składowe, działające na bokach trójkąta ABC. W tym celu wyznaczamy punkt przecięcia D siły R z bokiem AB. Łączymy D z C i rozkładamy R na 2 składowe w kierunku AB i CD, co jest możliwe, gdyż przecinają się one z linją działania R w jednym punkcie. Pierwsza AB jest jedną ze składowych



Rys. 9.



Rys. 10.

szukanych, drugą CD rozkładamy w kierunkach CA i CB, co jest też możliwe, gdyż te 3 proste przecinają się w jednym punkcie. Całe to działanie wykonywamy na wieloboku sił. Wykreślamy odcinek LM /rys.10/ równy i równoległy do R, przez punkt L prowadzimy równoległą do AB, przez p. M - równoległą do DC, - przetną się one w p. N. Odcinek LN określa składową AB, MN

składową CD . MN rozkładamy w kierunku CB i CA , a więc przez p. N prowadzimy równoległą do CB , przez M - równoległą do CA ; przetną się one w p. O . Odcinki MO i NO odpowiadają składowym w kierunkach CA i CB . Otrzymaliśmy więc wszystkie składowe co do wielkości, kierunki zaś ich w wieloboku sił będą odwrotne do kierunku siły R . Składowe oznaczamy odpowiednio przez P_a, P_b i P_c .

Zadanie to można rozwiązać jeszcze inaczej, sposobem Rittera. Oznaczmy odległości linji działania siły R od wierzchołków A, B i C odpowiednio przez k_a, k_b i k_c oraz wysokości trójkąta ABC odpowiednio przez h_a, h_b i h_c /wszystkie te wielkości uważamy za znane/. Przypuśćmy, że rozkład już jest wykonany, czyli na bokach trójkąta działają siły P_a, P_b i P_c , równoważne sile R . Suma momentów tych 3 sił względem każdego punktu równa jest momentowi wypadkowemu czyli momentowi siły R względem tegoż punktu. Weźmy momenty względem wierzchołka A . Momenty sił P_b i P_c są równe zeru, gdyż linje działania tych sił przechodzą przez p. A , wobec tego moment siły P_a względem punktu A równy jest momentowi siły R , a więc

$$P_a \cdot h_a = R \cdot k_a \quad \text{skąd}$$

$$P_a = R \frac{k_a}{h_a}$$

Kierunek zaś siły P_a wyznaczymy rozpatrując kierunek momentu R, gdyż momenty P_a i R są zgodne co do wielkości i kierunku.

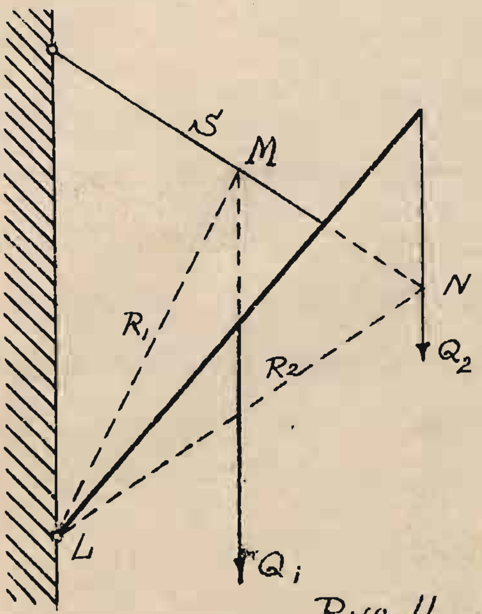
Analogicznie, biorąc momenty względem punktów B i C znajdziemy, że

$$P_b = R \frac{k_b}{h_b} \quad \text{i} \quad P_c = R \frac{k_c}{h_c}$$

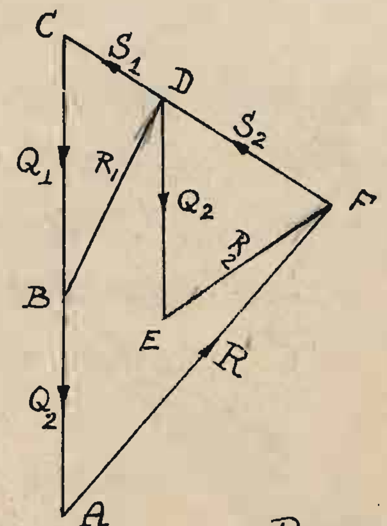
PRZYKŁAD 2.

Mamy pionową ścianę i do niej przymocowaną zawiasę L, koło której obraca się sztaba w płaszczyźnie pionowej. Pewien punkt tej sztaby przywiązano sznurem do ściany. Sztaba waży Q_1 kg., do końca zaś sztaby przywiązany jest ciężar Q_2. Pragniemy wyznaczyć naprężenie sznura S oraz reakcję zawiasy R.

Przypuśćmy, że na układ działa tylko siła Q_1, wtedy naprężenie sznura będzie S_1 oraz reakcja R_1, a więc S_1 i R_1 zrównoważą siłę Q_1. Przypuśćmy znów, że działa tylko siła Q_2, wtedy naprężenie będzie S_2, reakcja zaś R_2; wówczas S_2 i R_2 równoważą Q_2 . Jeżeli teraz dzia-



Rys. 11.



Rys. 12.

łają jednocześnie Q_1 i Q_2 , to naprężenie całkowite sznura będzie równe sumie algebraicznej S_1 i S_2 , jako leżących na jednej prostej $S = S_1 + S_2$, zaś reakcja całkowita R będzie się równać sumie geometrycznej reakcyj składowych R_1 i R_2 , $\overline{R} = \overline{R}_1 + \overline{R}_2$. Aby więc wyznaczyć S i R , wyznaczymy początkowo ich składowe S_1 i R_1 , następnie S_2 i R_2 , które następnie odpowiednio dodamy. W tym celu budujemy wielobok sił. Prowadzimy prostą pionową i odkładamy na niej wielkości $Q_1 = CB$ i $Q_2 = BA$. Ponieważ Q_1, S_1 i R_1 są w równowadze, muszą się one przecinać w jednym punkcie M , t.j. w punkcie przecięcia linji działania S_1 i Q_1 /rys.11/, a więc prosta LM będzie linją działania R_1. Rozkładamy teraz Q_1 na składowe S_1 i R_1, linje działania których już są znane. Odcinek CD na fig. określa naprężenie S_1, zaś BD – reakcję R_1. Tak samo siły Q_2, R_2 i S_2, jako równoważące się, również przechodzą przez jeden punkt, mianowicie N /rys.11/, a więc LN jest linją działania R_2. Przenieśmy Q_2 do p. D i rozłóżmy ją w dwóch wiadomych już kierunkach /rys.12/. Linję działania S już mamy wykreśloną; prowadzimy przez p. E równoległą do LN, która przetnie się z S w p. F. Odcinek FD wyraża naprężenie S_2, zaś EF reakcję R_2. Całkowite naprężenie sznura będzie równe CF, zaś R będzie wypadkową R_1 i R_2. Zamiast dodawać geometrycznie R_1 i R_2 postąpimy prościej. Siły Q_1, Q_2, S i R są w równowadze, a więc wielobok sił winien być zamknięty. Na rys.12 mamy już wykreślone 3 siły Q_1, Q_2 i S, czwarta winna zamykać wielobok $ABCF$; jeżeli więc połączymy p. A z p. F, to i otrzymamy szukaną reakcję R. Kierunki sił na obwodzie wieloboku, jako równoważących się, są zgodne. Znamy kierunki Q_1 i Q_2, a więc znajdziemy i kierunki S i R

§ 4. WIELOBOK SZNUROWY I WIELOBOK VARIGNONA.

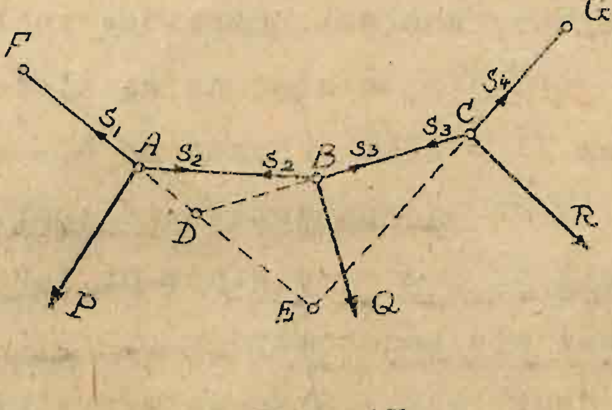
Mamy lekki sznur nierozciągalny, końce którego są przyczepione w punktach F i G /rys.13/. Odległość między p. F i G jest mniejsza od długości sznura. Na pewne punkty tego sznura działają siły w płaszczyźnie rysunku; ilość tych sił może być dowolna. Przypuśćmy, że działają 3 siły P, Q i R. Oczywiście, że sznur pod działaniem tych sił przybierze postać wieloboku, wierzchołki którego nazywamy węzłami. Oznaczmy węzły odpowiednio przez A, B, C, a więc na węzeł A działa siła P, na B - siła Q oraz na C - siła R. Wielobok $FABCG$ nazywamy wielobokiem sznurowym układu sił P, Q, R; posiada on ważne własności, z któremi się zapoznamy.

Ponieważ sznur jest lekki, więc we wszystkich punktach, znajdujących się między dwoma węzłami, panuje jednakowe naprężenie. W części FA panuje naprężenie S_1; w części AB naprężenie S_2; w części BC naprężenie S_3 i wreszcie w części CG naprężenie S_4. I tak na węzeł A działają 3 siły: P, S_1 i S_2, które oczywiście są

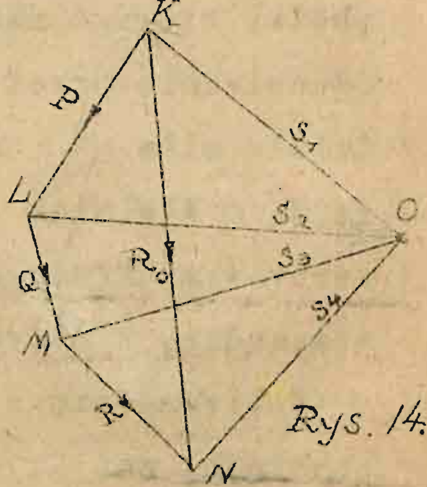
---

w równowadze. To samo na węzły B i C działają po 3 siły równoważące się czyli możemy powiedzieć ogólnie, że siły działające na każdy poszczególny węzeł wieloboku sznurowego są w równowadze.

Rozpatrzmy 2 węzły A i B. Działa na nie 6 sił S_1, P, S_2, S_2, Q i S_3. Siły te się nie równoważą, gdyż nie działają na ciała sztywne. Gdyby jednak sznur zesztywniał, to równowaga nie zostałaby naruszona, możemy przeto założyć, że



Rys 13.



Rys. 14.

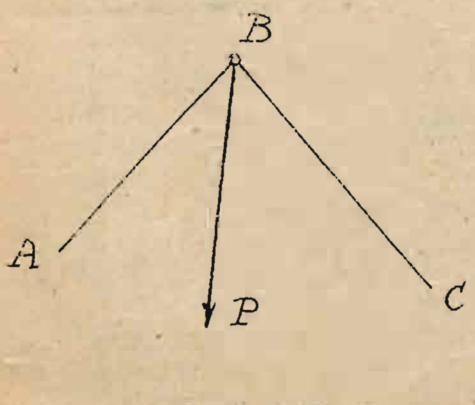
działają one na ciało sztywne i w takim razie się równoważą. Wtedy siły S_2 i S_2 na boku AB jako równe i odwrotne, działające na ciało sztywne, znoszą się. Pozostają tylko cztery równoważące się siły. Wyznaczmy wypadkową sił S_1 i S_3; przejdzie ona przez punkt przecięcia D ich linij działania. Wypadkowa sił P i Q przejdzie przez punkt przecięcia linij działania P i Q. Wypadkowe te muszą być równe i odwrotne i działać na jednej prostej, a z tego wynika, że punkt D leży na wypadkowej sił P i Q. Rozpatrzmy teraz 3 węzły A, B i C. Na nie działa 9 sił, lecz siły S_2 i S_2 na AB oraz S_3 i S_3 na BC się znoszą. Pozostaje 5 sił S_1, P, Q, R i S_4 równoważących się. Wypadkowa S_1 i S_4 przejdzie przez p. E /punkt przecięcia się linji działania S_1 i S_4 /. Wypadkowa sił P, Q i R musi zrównoważyć wypadkową sił S_1 i S_4, czyli ma z nią wspólną linję działania, a więc też przejdzie przez p. E. Możemy powiedzieć ogólnie, że naprężenia dwóch dowolnych boków wieloboku sznurowego równoważą siły układu, zawarte między temi bokami, a punkt przecięcia tych boków leży na linji działania wypadkowej owych sił.

Powróćmy do węzła A. Działają nań 3 siły P, S_1 i S_2 równoważące się. Możemy więc zbudować wielobok sił /w danym wypadku trójkąt/, który będzie zamknięty. Kreślimy odcinek KL /rys.14/, równoległy i odpowiadający sile P. Przez K prowadzimy równoległą do FA, zaś przez L równoległą do AB; przetną się one w punkcie O. Odcinek KO wyraża naprężenie S_1, LO - naprężenie S_2. Tak samo rozważamy węzeł B. Dla sił działających na węzeł B t.j. dla Q, S_2 i S_3 również budujemy wielobok sił, który też będzie zamknięty. Mamy już bok LO, odpowiadający sile S_2, pozostaje zbudować pozostałe 2 boki, a więc przez L prowadzimy odcinek LM, równoległy i proporcjonalny do Q, zaś koniec jego M połączymy z punktem O i otrzymamy trzeci bok MO, który musi być równoległy i proporcjonalny do S_3. Identycznie postępujemy z siłami, działającemi na węzeł C. Otrzymamy trójkąt MNO, boki którego odpowiadają siłom S_3 /już poprzednio wykreślonej/, R i S_4. Otrzymana figura $KLMNO$ nazywa się wielobokiem sił lub wielobokiem Varignona. (Varinjona)

Gdy więc mamy dany płaski układ sił P, Q i R, to możemy wielobok sznurowy i wielobok Varignona otrzymać jak następuje: wykreślamy wielobok sił P, Q i R, obieramy dowolny punkt O, zwany biegunem, i, łącząc go z wierzchołkami K,L,M,N, otrzymujemy promienie OK, OL, OM i ON. Następnie w układzie sił /rys.13/ prowadzimy jakąbądź prostą FA, równolegle do OK, która przetnie siłę P, w punkcie A. Dalej przez p. A prowadzimy równoległą do OL aż do przecięcia z Q; punkt przecięcia oznaczmy przez B. Następnie przez B prowadzimy równoległą do OM, która przetnie siłę R w punkcie C i wreszcie przez C prowadzimy równoległą do NO. W ten sposób otrzymamy wielobok sznurowy $FABCG$. Analogicznie postępując, możemy wykreślić wielobok sznurowy dla dowolnej liczby sił.

Rzecz jasna, że dany układ sił posiada nieskończenie wiele wieloboków sznurowych, gdyż zupełnie dowolnie obieramy biegun w wieloboku Varignona, jak również pierwszy bok wieloboku sznurowego.

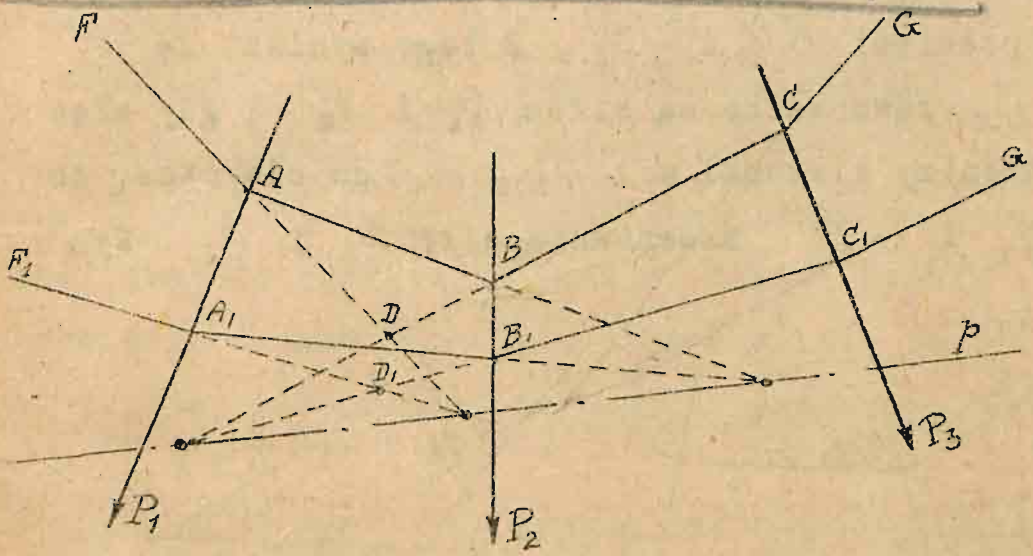
Przy wykreślaniu powyższą metodą wieloboku sznurowego może trafić się taki wypadek, jak na rys.15, wtedy należy uważać, że bokami AB i BC są nie sznury, lecz pręty sztywne i siła działa na przegub. Dla tego też nie zawsze przymiotnik sznurowy jest tu właściwy.



Rys. 15.

Wielobok sił i wielobok sznurowy są to figury odwrotne. Każdej prostej pierwszej figury odpowiada prosta równoległa drugiej figury, lecz prostym schodzącym się w jednym punkcie pierwszej, w drugiej odpowiada wielobok.

Przypuśćmy, że mamy dany płaski układ sił P_1, P_2 i P_3. Wykreślamy wielobok sił i wielobok sznurowy. Jak już wiemy, wieloboków tych może być nieskończenie wiele; zobaczymy zaraz, że pomiędzy nimi zachodzi pewien związek. Przypuśćmy, że już mamy wykreślone dwa wieloboki sznurowe $FABCG$ i $F_1A_1B_1C_1G_1$ /rys.16/. Punkt przecięcia D boków FA i BC leży na wypadkowej sił P_1 i P_2. Na tej samej wypadkowej leży punkt przecięcia D_1 boków F_1A_1 i B_1C_1, czyli prosta DD_1 jest linją działania tej wypadkowej i, jak wiemy, musi ona przejść też przez punkt przecięcia linji działania sił P_1 i P_2. A więc trójkąty ABD i $A_1B_1D_1$ są trójkątami Desargues'a, czyli odpowiednie boki FA i F_1A_1; AB i A_1B_1 oraz BC i B_1C_1 przecinają się na jednej prostej p. Weźmy teraz trzy inne pary boków AB i A_1B_1, BC i B_1C_1, CG i C_1G_1, to dowiedziemy, że punkty ich przecięcia leżą również na jednej prostej, która z prostą p posiada dwa wspólne punkty /przecięcia się AB i A_1B_1 i BC i B_1C_1/ czyli leżą one na tej samej prostej p. A więc wszystkie punkty przecięcia odpowiednich boków 2-ch wieloboków sznurowych jednego i tego samego układu leżą na jednej prostej.

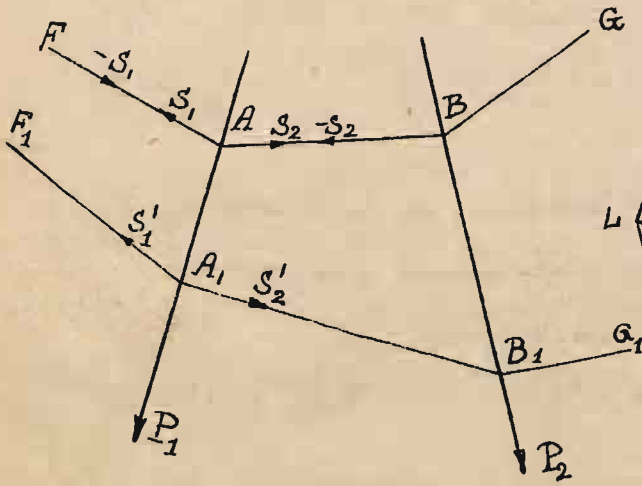


Rys. 16.

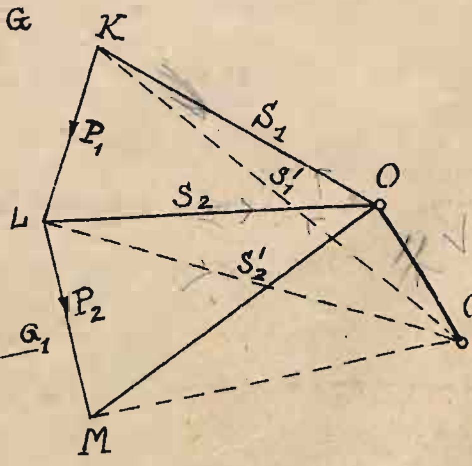
Łatwo dojść do tego twierdzenia przy pomocy rozważań statycznych.

Dajmy na to, że mamy dwie siły P_1 i P_2 /rys. 17/. Budujemy wielobok sił $KLMO$ i odpowiedni wielobok sznurowy $FABG$. Na bokach wieloboku sznurowego panują naprężenia: na FA - naprężenie S_1, którego wielkość wyraża promień KO, na AB - naprężenie S_2 wyrażone promieniem

LO. Naprężenia S_1 i S_2 równoważą siłę P_1. Obierzmy inny biegun np. O_1 i zbudujmy nowy wielobok sił $KLMO_1$ oraz odpowiedni wielobok sznurowy $F_1A_1B_1G_1$; to na bokach jego również panują naprężenia S_1' i S_2', które też równoważą siłę P_1 i są odpowiednio proporcjonalne i równoległe do promieni KO_1 i LO_1. Z tego wynika, że S_1 i S_2 równoważne są siłom S_1' i S_2'; gdy więc zmienimy kierunki sił S_1 i S_2 na odwrotne, to $-S_1$ i $-S_2$ zrównoważą siły S_1' i S_2'. Wy-



Rys. 17.



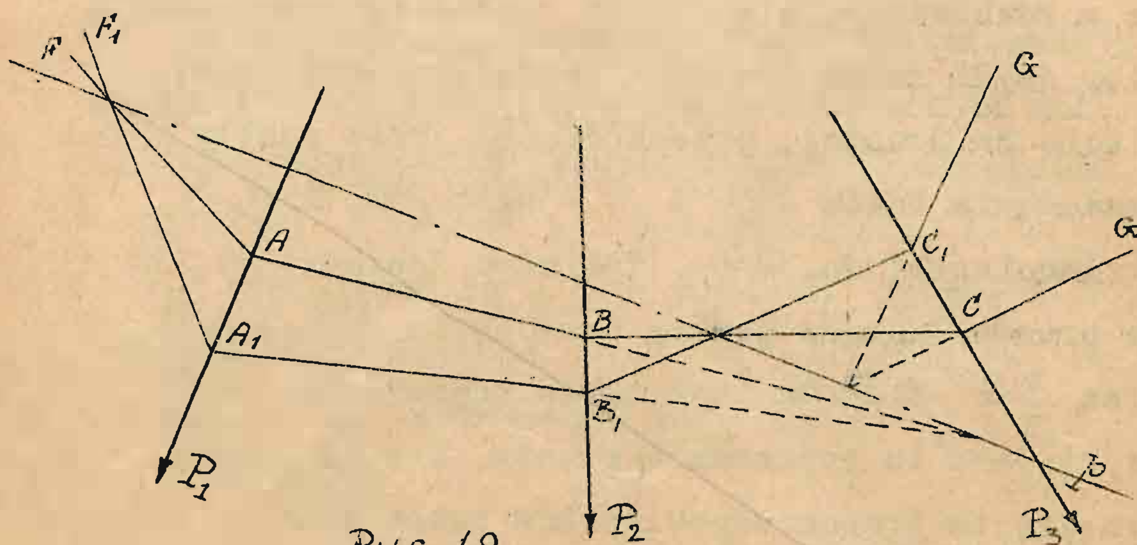
Rys. 18.

znaczmy wypadkową $-S_1$ i S_1'; przejdzie ona przez punkt przecięcia boków FA i F_1A_1 i będzie równoległą i proporcjonalną do odcinka OO_1. Wyznaczmy następnie wypadkową $-S_2$ i S_2'; przejdzie ona przez punkt przecięcia boków AB i A_1B_1 i również będzie proporcjonalną i równoległą do OO_1. Ponieważ siły $-S_1$, $-S_2$, S_1' i S_2' są w równowadze, więc i ich wypadkowe równoważą się, czyli muszą leżeć na jednej prostej, oczywiście na prostej, przechodzącej przez punkty przecięcia boków FA i F_1A_1 oraz AB i A_1B_1 i równoległej do OO_1. Tak samo dowiedziemy, że prosta łącząca punkty przecięcia AB i A_1B_1 oraz BG i B_1G_1 jest także równoległą do OO_1 czyli jest to poprzednia prosta. A więc punkty przecięcia trzech odpowiednich boków leżą na jednej prostej równoległej do prostej łączącej bieguny, c.b.d.d.

Gdy mamy tylko jeden biegun, to też możemy wykreślić dowolną ilość odpowiednich wieloboków sznurowych, lecz odpowiednie boki ich są równoległe, czyli przecinają się na prostej nieskończenie odległej.

Korzystając z tej własności, możemy łatwo wykreślać wieloboki sznurowe, gdy jeden z nich mamy.

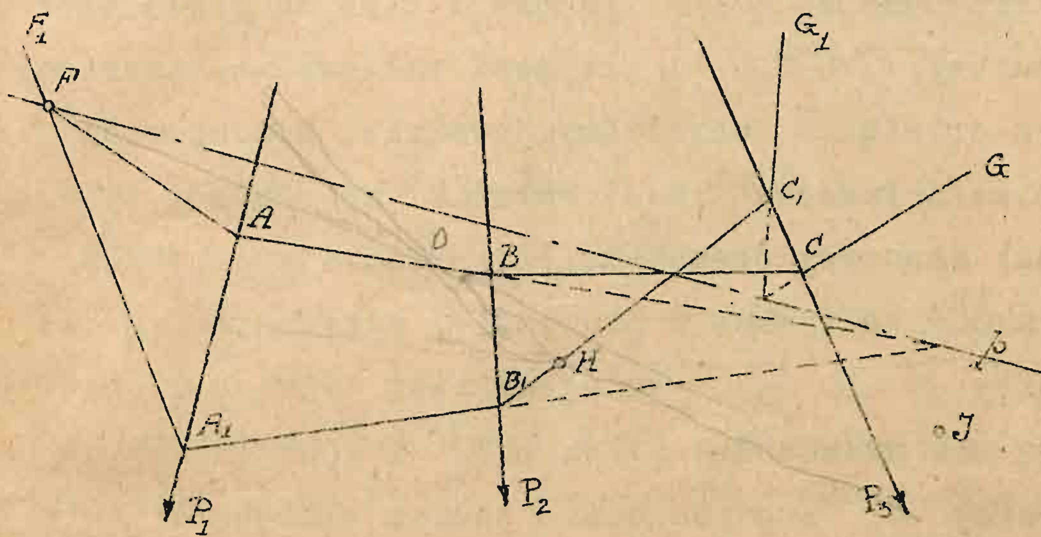
Przypuśćmy, że mamy płaski układ sił P_1, P_2, P_3 i że jeden wielobok sznurowy $FABCG$ został wykreślony; pragniemy wykreślić inny wielobok sznurowy /rys.19/. W tym celu poprowadźmy dowolną prostą p i przypuśćmy, że na niej spotykają się boki wieloboków sznurowych, a więc boki no-



Rys. 19.

wego wieloboku muszą przechodzić przez punkty przecięcia odpowiednich boków danego wieloboku z prostą p . Pierwszy bok kreślimy dowolnie przez punkt przecięcia boku FA z p , drugi już przez punkt przecięcia pierwszego boku F_1A_1 z siłą P_1 i punkt przecięcia boku AB z prostą p i t.d. W ten sposób otrzymamy żądany wielobok sznurowy $F_1 A_1 B_1 C_1 G_1$. Ponieważ prostą p i pierwszy bok F_1A_1 poprowadziliśmy dowolnie, więc możemy wykreślić nieskończenie wiele wieloboków sznurowych. Z tego wynika, że można stawiać pewne warunki, którym ma odpowiadać wielobok sznurowy np. możemy żądać, by przeszedł on przez dwa dane punkty.

Przypuśćmy, że mamy płaski układ sił P_1, P_2 i P_3, pragniemy wykreślić wielobok sznurowy, który ma przejść przez dwa dane punkty F i H /rys.20/.

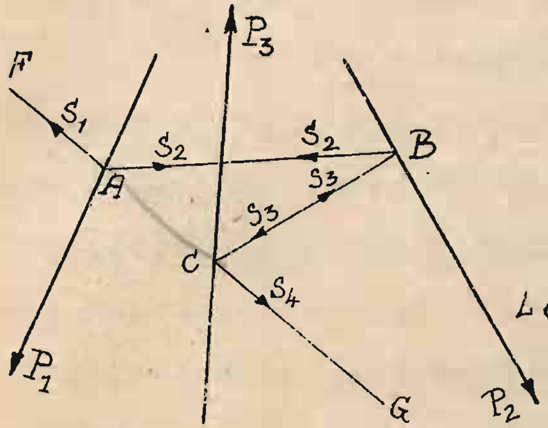


Rys. 20.

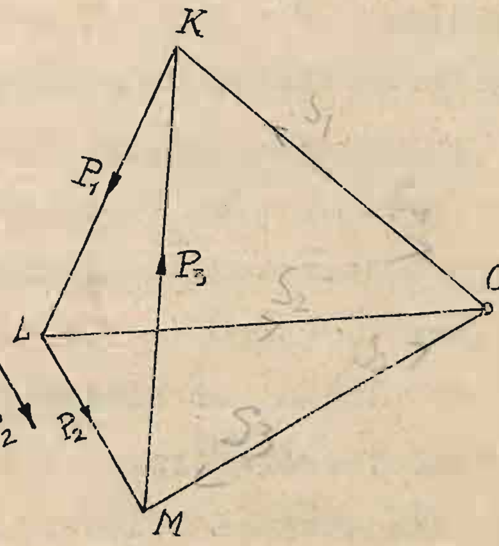
Budujemy wielobok sił i wielobok sznurowy. Pierwszy bok wieloboku sznurowego prowadzimy przez p. F, następne zaś już będą określone i otrzymamy wielobok sznurowy $FABCG$. Wykreślmy następnie drugi wielobok sznurowy, któryby przeszedł przez oba punkty F i H. W tym celu przez punkt F prowadzimy dowolną prostą p, na której przetną się odpowiednie boki wieloboku już wykreślonego z bokami wieloboku szukanego.-

Prowadzimy trzeci bok B_1C_1 przez p. H i punkt przecięcia BC z p, następnie drugi bok A_1B_1 przejdzie przez p. B_1 i punkt przecięcia AB z p, pierwszy A_1F_1 przejdzie przez p. A_1 i punkt przecięcia FA z p czyli przez p. F, ostatnim bokiem będzie C_1G_1. Jednak i otrzymany wielobok sznurowy $F_1A_1B_1C_1G_1$ nie jest całkowicie określony, gdyż prostą p obraliśmy dowolnie. Możemy więc postawić jeszcze trzeci warunek, np. żądać, by wielobok sznurowy przechodził i przez trzeci punkt J /rys.20/. W tym celu prowadzimy prostą p_1 przez punkty F i H i budujemy taki wielobok, którego bok przechodzi przez p. J i spotyka się na prostej p_1 z odpowiednim bokiem wieloboku $F_1A_1B_1C_1G_1$. Oczywiste, że ten wielobok przejdzie też przez punkty H i F, czyli będzie on szukanym wielobokiem sznurowym.

Niech będzie dany układ sił P_1, P_2 i P_3 /rys.21/. Przypuśćmy, że wielobok sił tego układu jest zamknięty /rys.22/, a więc dany układ albo jest w równowadze, albo sprowadza się do pary. Aby zbadać stan równowagi tego układu, budujemy wielobok sznurowy $FABCG$. Zobaczymy teraz, jakie będą panować naprężenia na bokach tego wieloboku. Jak wiemy, naprężeniom tym odpowiadają promienie wieloboku sił. Roz-



Rys. 21.



Rys. 22.

patrzmy naprężenie w węźle A . Naprężenia te równoważą siłę P_1 , a więc na obwodzie wieloboku sił mają kierunki zgodne z P_1 ; oznaczmy je przez S_1 i S_2 . Rozpatrując analogicznie węzły B i C , zobaczymy, że na węzeł B działają S_2 i S_3 , na C - S_3 i S_4 . Naprężenia S_1 i S_4 wyraża jeden i ten sam promień OK , a więc są równe i równoległe, lecz skierowane odwrotnie. Wiemy też, że równoważą one siły, zawarte między niemi, czyli siły P_1, P_2, P_3 . Jeżeli więc S_1 i S_4 tworzą parę, to i układ sprowadza się do pary. Jeżeli natomiast S_1 i S_4 równoważą się, czyli ich linja działania jest jedną i tą samą prostą /w danym wypadku FA i CG będą leżeć na jednej prostej/, to układ jest w równowadze.

A więc aby płaski układ sił był w równowadze, to potrzeba i wystarcza, by obydwa wieloboki t.j. wielobok sił i wielobok sznurowy zamykały się.

§ 5. STOPNIE SWOBODY.

Mamy punkt ruchomy A. Przypuśćmy, że może on poruszać się tylko po pewnej linji. Obierzmy na tej linji nieruchomy punkt O; każdorazowej odległości A od O odpowiada pewna wartość x, a więc położenie A określa się całkowicie przy pomocy jednego parametru x, czyli mówimy, że punkt A posiada jeden stopień swobody.

Niech będzie znów ruchomy punkt A, który może dowolnie poruszać się w jednej płaszczyźnie.- Obierzmy w tej płaszczyźnie prostokątny układ spółrzędnych xoy. Wtedy położenie A możemy określić zapomocą dwóch współrzędnych, czyli parametrów x i y i mówimy, że punkt A posiada 2 stopnie swobody.

Gdy zaś punkt A może poruszać się swobodnie w przestrzeni, to położenie jego określa się