

# Influence des raidisseurs soudés aux âmes des poutrelles sur la résistance à la flexion

PAR

**Stefan BRYLA**

Docteur-Ingénieur, Professeur à l'École Polytechnique de Varsovie (Pologne)



624.041 : 620.1(04)

Extrait du n° 9 - Septembre 1935 de

**L'OSSATURE MÉTALLIQUE**

Revue Mensuelle des Applications de l'Acier

éditée par le

**Centre Belgo-Luxembourgeois d'Information de l'Acier**

54, rue des Colonies

BRUXELLES

# Influence des raidisseurs soudés aux âmes des poutrelles sur la résistance à la flexion

par Stefan Bryla,

Docteur-Ingénieur, Professeur à l'École Polytechnique de Varsovie (Pologne)

Le calcul de la résistance des poutrelles laminées sollicitées à la flexion s'effectue en général par la formule

$$\sigma = \frac{M}{W}, \quad (1)$$

dans laquelle  $\sigma$  représente la tension normale dans la fibre extrême et  $W = \frac{I}{v}$  le module de la section. Nous supposons  $\sigma$  égale à la tension admissible  $\sigma_n$  qui vaut elle-même la  $n^{\text{ième}}$  partie de la charge de rupture ( $n = 3$ ), ou de la limite élastique ( $n = 2$ ).

L'emploi de la formule (1) ne peut se justifier que si, en faisant croître progressivement le moment  $M$ , on arrive à épuiser par flexion la résistance de la poutrelle, c'est-à-dire à obtenir sa rupture dans la section des tensions théoriques maxima. Cette éventualité sera réalisée dans le cas d'une poutrelle longue et de faible hauteur, convenablement protégée contre le déversement latéral.

Le module  $W$  constitue le criterium de la résistance de la poutrelle. Tout accroissement du module  $W$  permet un accroissement proportionnel du moment  $M$  auquel la poutrelle peut être soumise avec sécurité. Cette règle cesse toutefois d'être valable au delà d'une certaine limite.

Lorsque l'on a affaire à une poutrelle de grande hauteur et de faible longueur, les tensions normales  $\sigma_x$  qui existent dans les sections horizontales de l'âme, au droit de la charge concentrée, peuvent devenir plus dangereuses pour la sécurité que les tensions normales  $\sigma$ . L'accroissement du moment  $M$  entraînera dans ce cas l'écrasement de l'aile directement chargée, l'écrasement de l'âme en dessous du point d'application de la charge et, par suite, une rupture prématurée de la poutrelle, hâtée par la diminution soudaine du module d'inertie, qui cessera dès lors de représenter la mesure de la résistance de la poutrelle.

Les tensions  $\sigma_x$  ont été étudiées par le professeur

Huber<sup>(1)</sup>. En soudant des plats de raidissage aux âmes de poutrelles I au droit des forces concentrées, comme dans le cas des poutres composées à âme pleine, on peut, sinon éviter, du moins retarder l'écrasement. L'adjonction de raidisseurs permet d'appliquer la formule (1) au calcul de la résistance des poutrelles de grande hauteur relative, que l'on emploie fréquemment dans la pratique (longerons et entretoises de ponts). Le rôle des raidisseurs d'âme est beaucoup moins important dans le cas de poutrelles de faible hauteur relative, qui ne sont pas détruites par écrasement local, mais par flexion; dans le cas de poutrelles de très faible hauteur relative, l'adjonction de raidisseurs n'a pratiquement plus d'influence sur la résistance.

Dans le but de mettre en évidence des raidisseurs d'âme, nous avons procédé à des essais, 1° sur 16 poutrelles PN 16, 20, 24 et 30; 2° sur 6 poutrelles PN 32 et 34. Toutes les poutrelles avaient une portée de  $L = 2$  mètres (fig. 508). Elles furent soumises à flexion à l'aide d'une charge concentrée située au milieu de la portée. Les essais furent exécutés sur une machine Amsler de 200 tonnes.

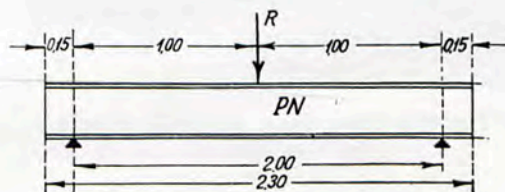


Fig. 508. Dispositif schématique d'essai.

Trois types de poutrelles furent soumis aux essais :

1° Des poutrelles dépourvues de raidisseurs d'âme (une poutrelle de chaque profil, fig. 509) ;

2° Des poutrelles munies de 3 paires de raidisseurs (fig. 510), placés au droit des appuis et de la force concentrée, c'est-à-dire à 1 mètre d'in-

(1) M. T. HUBER, *Etudes sur les poutres en double T*. Comptes rendus de la Société Technique de Varsovie, 1925.



tervalle. Dans la première série d'essais, deux poutrelles de chaque profil furent utilisées ; dans la seconde série, une seulement ;

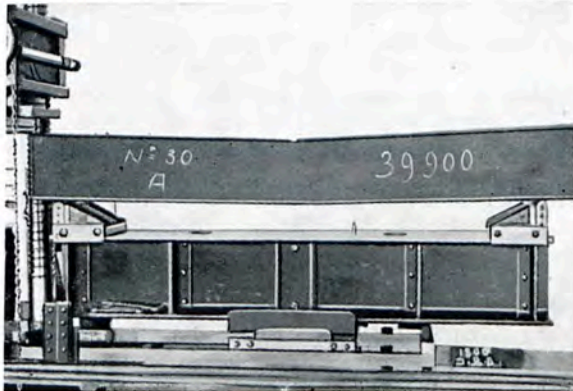


Fig. 509. Essai d'une poutrelle non raidie.

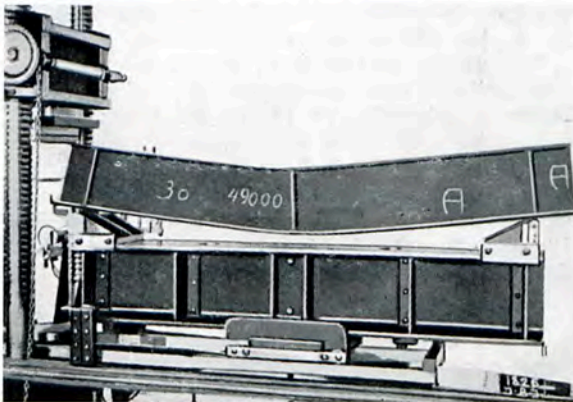


Fig. 510. Essai d'une poutrelle munie de 3 raidisseurs.

3° Des poutrelles munies de 5 paires de raidisseurs (fig. 511) à 0<sup>m</sup>50 d'intervalle ; 3 paires de raidisseurs étaient placés au droit de la force concentrée et des deux appuis comme au 2°. Une poutrelle de chaque profil fut soumise aux essais.

Au cours des essais, on faisait croître progressivement la force concentrée P à partir de 0, par échelons de 5 tonnes. On mesurait chaque fois la flèche et on notait la force Q correspondant à la limite d'élasticité et la force R qui provoquait la destruction de la poutrelle.

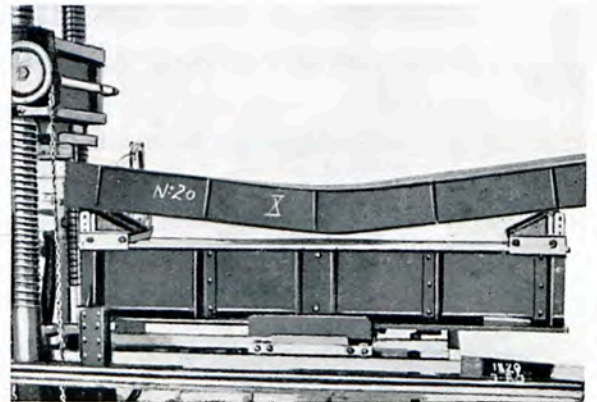


Fig. 511. Essai d'une poutrelle munie de 5 raidisseurs.

TABLEAU I

Série	I PN	Nombre de paires de raidisseurs	Q Tonnes	Q moyen Tonnes	R Tonnes	R moyen Tonnes
I	30	0	30	38,25	39,9	48,45
		3	38,5		49,9	
		5	38		47,0	
	24	0	18,5	19,375	22,9	23,85
		3	19,75		23,5	
		5	21		24,2	
	20	0	12,5	11,95	15,4	13,75
		3	12		13,8	
		5	11,9		13,7	
	16	0	6,9	6,8	8,6	7,425
		3	6,8		7,45	
		5	6,8		7,4	
II	32	0	—	—	46,58	—
		3	—		58,5	
		5	—		59,5	
	34	0	—	—	51	—
		3	—		69,5	
		5	—		72,5	

TABLEAU II

I PN	$R_2 - R_0$		$R_3 - R_2$		$R_5 - R_0$	
	Tonnes	%	Tonnes	%	Tonnes	%
16	-1,175	-13,7	0,175	2,36	-1,0	-11,6
20	-1,75	-11,3	2,05	14,9	0,4	2,6
24	0,95	4,15	2,45	10,27	3,4	14,8
30	8,55	21,4	-0,15	-0,31	8,4	21,0
32	12,5	27,2	1,0	1,71	13,5	29,4
34	18,5	36,3	3,0	4,6	12,5	42,2

Les valeurs de  $R_0$ , qui figurent dans le tableau II, sont identiques aux valeurs de R du tableau I et correspondent au cas des poutrelles sans raidisseurs. Les valeurs de  $R_3$  correspondent au cas des poutrelles munies de 3 paires de raidisseurs ; celles de  $R_5$ , au cas des poutrelles munies de 5 paires de raidisseurs.

Le tableau II donne, pour chaque profil de poutrelles, les valeurs des différences  $R_3 - R_0$ ,  $R_5 - R_3$  et  $R_5 - R_0$ , en tonnes et en pour cent. L'examen des différences  $R_3 - R_0$  montre que, dans le cas de poutrelles de grande hauteur relative, l'adjonction de 3 paires de raidisseurs au droit des forces concentrées accroît d'autant plus l'effort de rupture R que la poutrelle est plus haute. L'adjonction de raidisseurs aux poutrelles PN 16 et 20, n'a pas augmenté leur résistance. En général, l'adjonction de 2 paires de raidisseurs supplémentaires apporte encore un nouvel accroissement de résistance, moins sensible cependant (le cas de la poutrelle PN 30 constitue une exception).

La dernière colonne du tableau donne les accroissements de résistance dus à l'adjonction de 5 paires de raidisseurs. Dans le cas de la poutrelle PN 16, une diminution de résistance s'est manifestée. Pour les autres poutrelles, l'accroissement de la résistance augmente en même temps que la hauteur relative de la poutrelle.

Remplaçons dans l'équation (1)  $\sigma$  et M par les valeurs

$$\sigma = 1.200 \text{ kg/cm}^2 \text{ et } M = \frac{PL}{4}, \text{ avec } L = 200 \text{ cm} \quad (2)$$

Nous en déduisons l'expression suivante de la charge de sécurité :

$$P_b = \frac{4\sigma W}{l} = \frac{4 \times 1.200}{L} W = 24 W$$

Le coefficient de sécurité  $n = \frac{R}{P_b}$ , c'est-à-dire le rapport de la charge de rupture à la charge de sécurité, est donné au Tableau III, pour chacun des cas étudiés.

TABLEAU III

Série	I PN	W cm <sup>2</sup>	P <sub>b</sub> tonnes	n <sub>0</sub>	n <sub>3</sub>	n <sub>5</sub>
I	16	117	2,81	3,06	2,98	3,05
	20	214	5,14	3	2,68	3,08
	24	354	8,50	2,7	2,80	3,10
	30	653	15,67	2,55	3,09	3,08
II	32	782	18,75	2,45	3,12	3,16
	34	923	22,32	2,28	3,12	3,25

Les indices affectant les n indiquent le nombre de paires de raidisseurs fixées aux poutrelles.

L'examen de ce tableau montre que, sauf pour les cas des poutrelles PN 16 et 20, l'adjonction de raidisseurs augmente la sécurité ( $n_0 < n_3 < n_5$ ). Les valeurs élevées de  $n_0$  dans le cas des poutrelles PN 16 et 20, qui semblent faire exception à cette règle, s'expliquent par un concours de circonstances exceptionnellement favorables, grâce auxquelles la poutrelle PN 20 dépourvue de raidisseurs n'a presque pas subi de déformation au cours de l'essai.

Si nous faisons abstraction de ces deux résultats, nous remarquons que  $n_0$  diminue et que  $n_3$  augmente à mesure que la hauteur de la poutrelle s'accroît ;  $n_5$  ne varie presque pas, mais dépasse  $n_0$  dans chaque cas.

En combinant les équations (1) et (2), nous obtenons :

$$\sigma = \frac{PL}{4W} = P \frac{50}{W} \quad (3)$$

Le tableau IV donne les valeurs de  $\sigma$  obtenues en substituant à P les valeurs de Q et de R données dans le tableau I, et à W les valeurs données au tableau III. Nous ramenons ainsi à une commune mesure les résultats obtenus avec des poutrelles de hauteurs différentes, en vue de faire ressortir plus nettement l'influence d'autres facteurs sur la résistance à la flexion des poutrelles



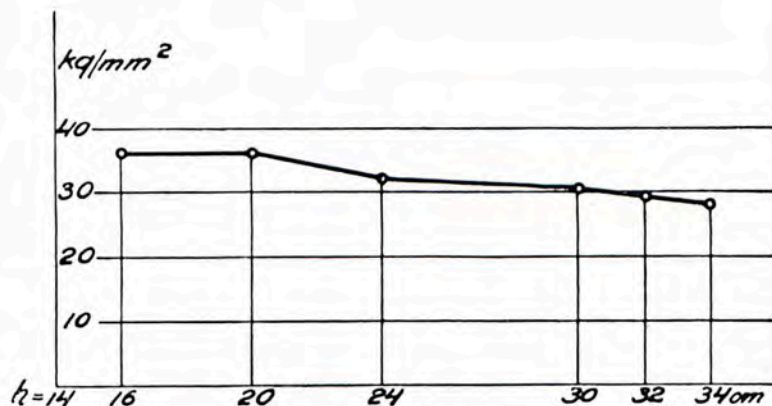


Fig. 512. Résultats d'essais de poutrelles non raidies.

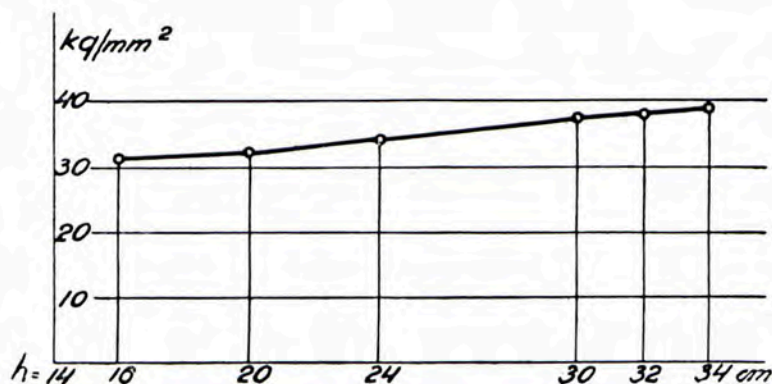


Fig. 513. Résultats d'essais de poutrelles munies de 3 raidisseurs.

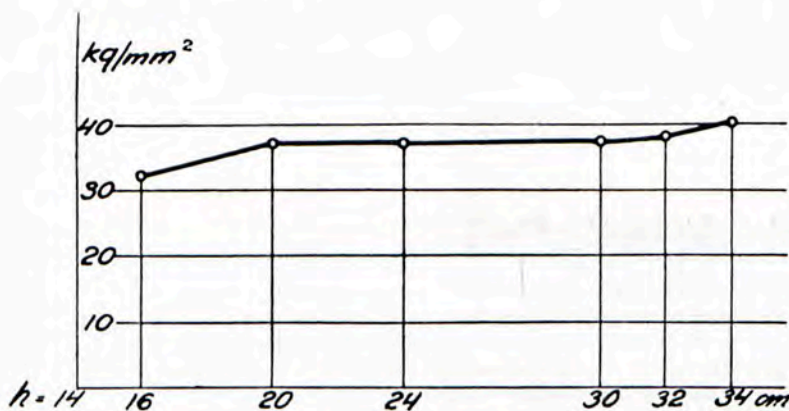


Fig. 514. Résultats d'essais de poutrelles munies de 5 raidisseurs.

TABLEAU IV

I PN	Nombre de paires de raidisseurs	Tensions $\sigma$ obtenues en remplaçant dans l'équation (3), P par les valeurs de Q et de R tirées du tableau I.	
		Q	R
16	0	29,5	36,8
	3	29	31,7
	5	29	32,4
20	0	29,2	36
	3	27,9	32,2
	5	31	36,9
24	0	26,2	32,4
	3	27,4	33,8
	5	29,7	37,2
30	0	23	30,6
	3	29,3	37
	5	30,2	37
32	0	—	29,4
	3	—	37,4
	5	—	38,0
34	0	—	27,7
	3	—	37,7
	5	—	39,3

Les diagrammes figures 512 à 514 traduisent graphiquement les résultats figurant au tableau IV. On a porté en abscisses les hauteurs des poutrelles en centimètres et en ordonnées les tensions  $\sigma$  en  $\text{kg}/\text{mm}^2$ . Le diagramme de la figure 512 correspond au cas des poutrelles dépourvues de raidisseurs, celui de la figure 513, au cas des poutrelles munies de 3 paires de raidisseurs ; celui de la figure 514, au cas des poutrelles munies de 5 paires de raidisseurs. Si la matière des poutrelles avait présenté une homogénéité parfaite, si les essais avaient été effectués dans des conditions idéales, sans possibilité de rupture par déversement latéral, et si la formule (1) avait été valable jusqu'à la rupture, les courbes de  $\sigma$ , fonction de P, Q, et R, eussent été des horizontales.

En outre si, au moment où la charge concentrée atteint la valeur Q (ou R), la loi de répartition des tensions dans la section dangereuse de la poutre était celle de Hooke (fig. 515 a), les ordonnées des diagrammes seraient égales à la



limite d'élasticité (ou à la tension de rupture). En réalité, lorsque la tension dans les fibres extrêmes atteint la limite d'élasticité, un nouvel accroissement de la sollicitation conduit à un diagramme de tensions de forme trapézoïdale (fig. 515 b), qui devient rectangulaire (fig. 515 c) au moment où la résistance de la poutre est épuisée. Dans le cas d'une poutre de section rectangulaire, l'accroissement de résistance, dû à l'existence du palier dans le diagramme de traction, atteint 50 % ; dans le cas d'une poutre de section en forme de double té, cet accroissement est de 17 % environ. Si la formule (1) reste valable, lorsque P atteint la valeur Q (Tableau I), tout se passe comme si le module d'inertie W augmentait de 17 %. Les valeurs de  $\sigma$  indiquées au Tableau IV devront être divisées par 1,17 ainsi que les ordonnées des diagrammes des figures 512, 513 et 514.

Le diagramme de la figure 512 montre que la tension  $\sigma$  diminue lorsque la hauteur de la poutrelle augmente. Les diagrammes des figures 513 et 514 montrent que la tension  $\sigma$  augmente en même temps que la hauteur de la poutrelle.

La décroissance observée au diagramme de la figure 512 aurait été plus accentuée encore si, au cours de nos essais, les poutrelles avaient été mises à l'abri du déversement latéral, auquel la poutrelle PN 16, à cause de sa faible hauteur, est particulièrement exposée.

L'apparition du phénomène de déversement donne l'explication de la croissance de  $\sigma$  dans les diagrammes des figures 513 et 514 : à portée égale, plus la hauteur de la poutrelle raidie est grande, plus le déversement latéral est retardé et moins il présente de danger pour la poutrelle. TIMOSHENKO a étudié le phénomène du déversement par une méthode approchée ; il a établi pour de nombreux cas des formules donnant la tension critique, au delà de laquelle l'état d'équilibre de la poutre fléchie cesse d'être stable et un déversement latéral peut prendre naissance.

Pour établir ses formules, TIMOSHENKO supposait que les extrémités des poutres étaient guidées de telle manière que les axes de symétrie des sections au droit des appuis ne puissent quitter le plan vertical de la charge. Dans nos essais, au contraire, les extrémités des poutrelles étaient libres ; cela facilitait le déversement et il ne fut pas possible dans notre cas de faire usage des formules de TIMOSHENKO.

TIMOSHENKO a étudié également l'influence des tensions normales  $\sigma$  sur la formation de rides

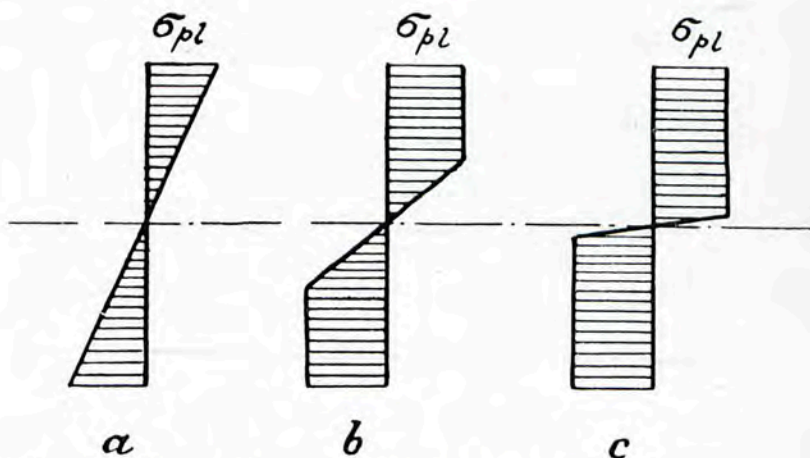


Fig. 515. Diagramme des tensions dans une pièce soumise à flexion, sous sollicitation croissante.

dans l'âme au droit des sections soumises aux plus grands moments, ainsi que l'influence des tensions tangentielles  $\tau$  sur la formation de rides dans l'âme au droit des sections soumises aux efforts tranchants les plus grands. Il étudia également l'effet des raidisseurs dans chacun des deux cas et trouva que dans le premier les raidisseurs ne sont d'aucune utilité.

Heureusement, dans le cas de poutrelles laminées double té, l'épaisseur de l'âme est suffisante pour empêcher la formation de rides dues aux tensions normales  $\sigma$ .

Dans le second cas, l'effet des raidisseurs est avantageux et la tension critique  $\tau$  dépend du rapport  $\frac{h}{a}$ , où  $a$  est la distance entre les raidisseurs et  $h$  la hauteur de la poutre. Pour une portée donnée  $L$  de la poutre, une hauteur  $h$  et un état de sollicitation déterminé, la plus grande tension tangentielle  $\tau$  est proportionnelle à la plus grande tension normale  $\sigma$ .

Il est donc intéressant de comparer les valeurs du rapport  $\frac{h}{a}$  et celles de  $\sigma$  du tableau IV. Les diagrammes des figures 516 à 519 montrent clairement que l'adjonction de 3 paires de raidisseurs (deuxième point des courbes) accroît la résistance de la poutrelle et que l'adjonction de 2 paires supplémentaires (troisième point des courbes) l'accroît encore davantage. Toutefois, les âmes des poutrelles après rupture ne présentaient aucune trace de rides résultant d'un dépassement de la tension critique  $\tau$ . On ne peut donc pas attribuer l'influence avantageuse des raidisseurs à l'importance des tensions tangentielles  $\tau$ .

Il semble plutôt que, étant données les valeurs

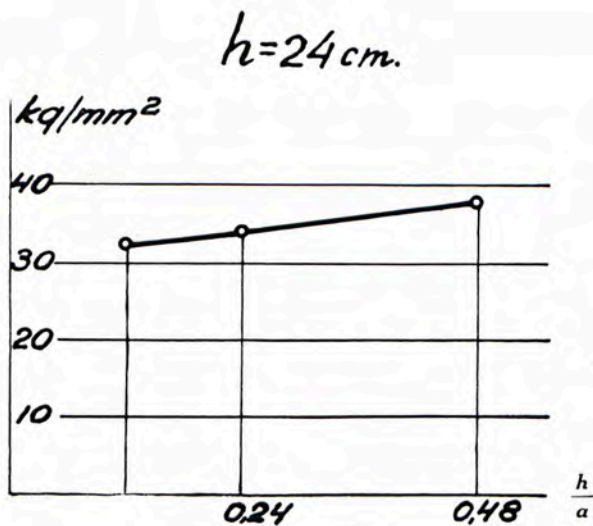


Fig. 516

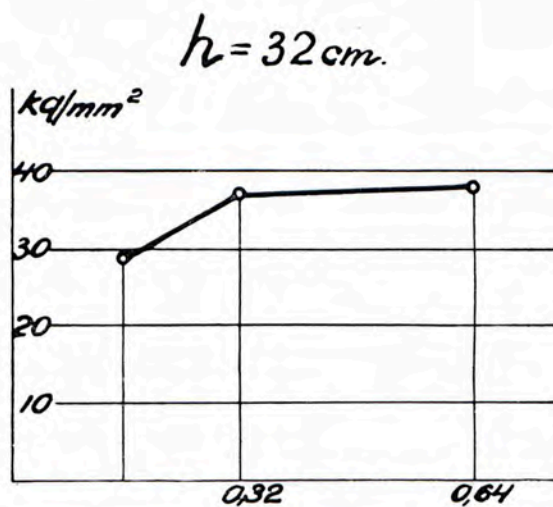


Fig. 517

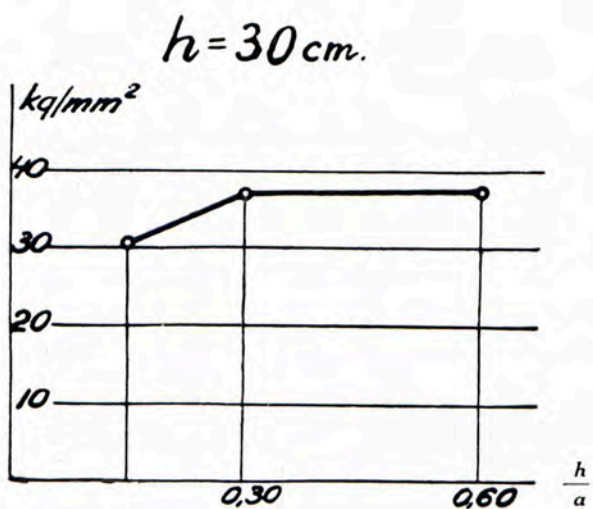


Fig. 518

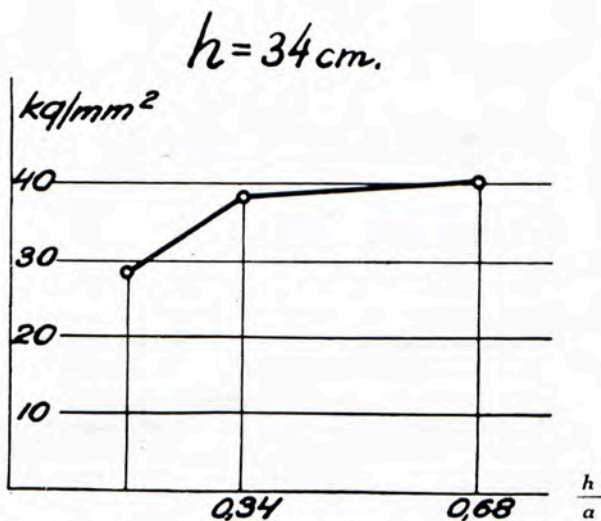


Fig. 519

Fig. 516 à 519. Courbe donnant la relation existant entre  $\frac{h}{a}$  et  $\sigma$  pour différentes hauteurs de poutrelles.

de  $\tau$  critique et de  $\sigma$  critique, l'épaisseur de l'âme des poutrelles I laminées est suffisante, du moins dans le cas de sollicitation que nous envisageons.

Quelle est la cause de la décroissance des tensions  $\sigma$ , lorsque la hauteur  $h$  des poutrelles dépourvues de raidisseurs augmente? Comment ex-

pliquer le fait que l'adjonction de raidisseurs accroisse la résistance des poutrelles et cela d'autant plus que la hauteur de la poutrelle est plus considérable? Nous trouverons la réponse à ces questions en examinant les photographies des poutrelles soumises aux essais.



Les photographies des figures 520 et 521 montrent clairement le mode et l'importance du déversement. Les poutrelles munies de raidisseurs prennent, après déversement, une forme à double ondulation avec point d'inflexion au milieu de la poutrelle (fig. 520). Les poutrelles dépourvues de raidisseurs (fig. 521) prennent, après déversement, une forme présentant une seule ondulation. Il apparaît donc que les raidisseurs favorisent la formation de la double ondulation, ce qui a pour effet d'augmenter la charge critique donnant lieu au déversement.

L'examen des photographies nous donne encore d'autres renseignements. Dans le cas de poutrelles munies de raidisseurs, les deux ailes ont pris une flèche, aussi bien l'aile supérieure que l'aile inférieure (fig. 510 et 511). Les poutrelles dépourvues de raidisseurs (fig. 509) sont restées droites ou n'ont pris qu'une flèche réduite (PN 20 et 16). Dans le cas des poutrelles dépourvues de raidisseurs, nous observons un écrasement de l'aile supérieure au droit de la charge concentrée d'autant plus important que la poutrelle est plus haute. L'effet des raidisseurs sur la déformation des poutrelles est d'autant plus marqué que ces poutrelles ont une grande hauteur. Il en résulte que la résistance à la flexion des poutrelles munies de raidisseurs était sur le point d'être épuisée et que leur rupture était proche. Au contraire, les poutrelles dépourvues de raidisseurs étaient encore éloignées de la rupture par flexion lorsqu'elles ont cédé par suite de l'écrasement de l'aile sous la charge concentrée. Les poutrelles PN ont cédé sans que les raidisseurs intervinssent. L'écrasement observé sur les poutrelles hautes, dépourvues de raidisseurs, alors que les tensions  $\sigma$  étaient encore relativement faibles, semble montrer que ce ne sont pas ces tensions qui jouèrent le rôle décisif mais plutôt les tensions normales régnant dans des sections horizontales de l'âme, immédiatement sous l'aile, au droit de la charge concentrée.

Nous avons déjà fait mention de ces tensions au début de cette étude. Le professeur HUBER les appelle *tensions transversales* et leur consacre plusieurs chapitres de son ouvrage. HUBER suppose que dans une poutrelle en double T, l'âme serve d'appui élastique à une poutre ayant la section de l'aile. Cette hypothèse lui permet de déterminer, lorsque la sollicitation se réduit à la seule force concentrée P, la plus grande tension transversale au droit de cette force :

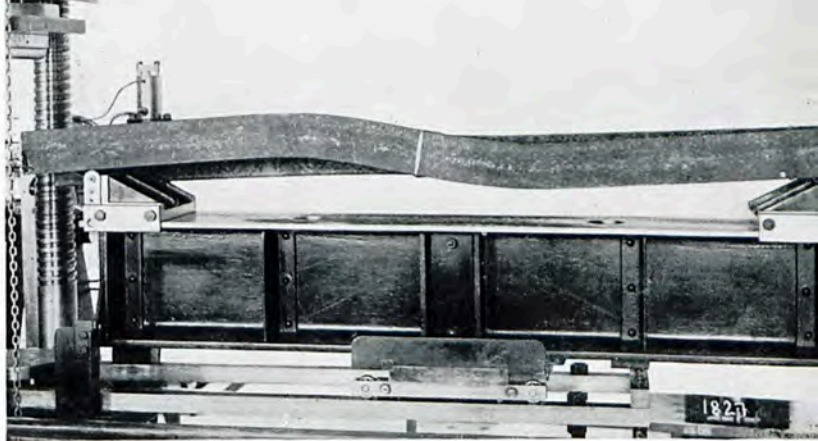


Fig. 520. Poutrelle munie de raidisseurs après essai.

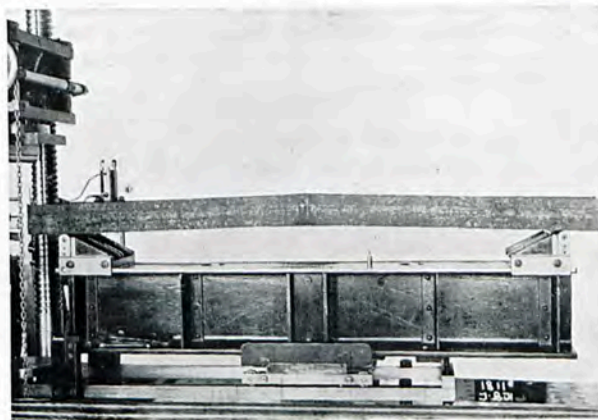


Fig. 521. Poutrelle non raidie après essai.

$$\sigma_z = \zeta \frac{P}{\Omega}, \quad (4)$$

expression dans laquelle  $\Omega$  représente la surface de la section de la poutrelle, et  $\zeta$  un coefficient dont les valeurs sont données au tableau V. La valeur moyenne de  $\zeta$  est 7,53.

TABLEAU V

I PN	$\zeta$
10	7,33
20	7,75
30	7,63
40	7,52
50	7,41

Nous rechercherons l'influence des raidisseurs en nous basant sur les travaux du professeur



HUBER, qui n'étudia que le cas des poutres à âme pleine uniformément chargées. HUBER considère l'aile supérieure comme une poutre dont les raidisseurs seraient les appuis indéformables et l'âme un appui élastique. Dans notre cas, la force P est appliquée au droit de la paire médiane de raidisseurs.

Supposons que les raidisseurs médians répartissent la charge P par moitié sur les 2 ailes. Les plus grandes tensions transversales de compression apparaîtront immédiatement sous l'aile supérieure, tandis que des tensions de traction correspondantes apparaîtront immédiatement au-dessus de l'aile inférieure. Supposons que les tensions transversales se répartissent suivant une loi linéaire et appelons

$h_1$ , la hauteur de l'âme ;

$\delta$ , l'épaisseur de l'âme ;

$y$ , la flèche de l'aile ;

$p$ , la pression de l'aile sur l'âme, par mètre courant de poutrelle.

Le raccourcissement (ou l'allongement) unitaire de la hauteur de l'âme au-dessus (ou au-dessous) de l'axe neutre sera :

$$\frac{2y}{h_1} = \frac{1}{2} \frac{P}{2\delta E}.$$

La formule caractéristique de l'appui élastique sera dès lors :

$$k = \frac{P}{y} = 4 \frac{\delta E}{h_1}.$$

Posons

$$\alpha^4 = \frac{k}{4EI_s} = \frac{\delta}{h_1 I_s}$$

où  $I_s$  représente le moment d'inertie de la section de l'aile par rapport à l'axe horizontal passant par son centre de gravité.

La flèche de l'aile à la distance  $x$  de la force P sera :

$$y = \frac{P}{2} \frac{1}{8EI_s \alpha^3} e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \sin \alpha x).$$

La valeur maximum de la flèche sera :

$$f = y_{\max} = \frac{1}{16} \frac{P}{EI_s \alpha^3} = \frac{P}{16 EI_s \alpha^4} = \frac{P \alpha h_1}{16 E \delta}.$$

Les tensions transversales au droit de la charge P s'expriment par :

$$\sigma_z = \frac{kf}{\delta} = \frac{\alpha}{4} \frac{P}{\delta}$$

En supposant que, pour les poutres sans raidisseurs,

$$\alpha_0^4 = \frac{0,4\delta}{h_1 I_s} = 0,4\alpha^4,$$

le professeur HUBER trouva que

$$\sigma_0 = \frac{P}{2\delta} \alpha_0 = \frac{P}{2\delta} \sqrt[4]{0,4\alpha} = 2\sqrt[4]{0,4} \sigma_z,$$

d'où :

$$\sigma_z = \frac{\sigma_0}{2\sqrt[4]{0,4}} = \frac{\sigma_0}{1,59}.$$

En d'autres termes, la fixation d'une paire de raidisseurs à l'âme d'une poutre I au droit de la charge concentrée entraîne une réduction de la tension transversale dans le rapport de 1 à 1,59.

La formule (4) prend alors la forme

$$\sigma_z = \frac{\zeta}{1,59} \frac{P}{\Omega} \quad (5)$$

Le tableau VI donne les valeurs de  $\zeta$  obtenues par interpolation entre celles données au tableau V, ainsi que les valeurs des expressions

$$\frac{\Omega}{\zeta} \text{ et } \frac{1,59\Omega}{\zeta}$$

figurant dans les formules (4) et (5).

TABLEAU VI

I PN	$\Omega$ cm <sup>2</sup>	$\zeta$	$\frac{\Omega}{\zeta}$ (cm <sup>2</sup> )	$\frac{1,59\Omega}{\zeta}$ (cm <sup>2</sup> )
16	22,8	7,58	3,01	4,79
20	33,5	7,75	4,32	6,86
24	46,1	7,70	6,00	9,54
30	69,1	7,63	9,05	14,36
32	77,8	7,61	10,2	16,20
34	86,8	7,59	11,4	18,15

Le tableau VII donne les tensions transversales calculées à l'aide des formules (4) et (5), en substituant aux valeurs de P celles de Q et de R tirées du tableau I.



TABLEAU VII

I PN	Nombre de paires de raidisseurs	Tensions $\sigma_z$ obtenues en remplaçant dans l'équation (5), P par les valeurs de Q et de R tirées du tableau I.	
		Q	R
16	0	22,9	28,7
	3	14,2	15,5
	5	14,2	15,8
20	0	28,9	35,6
	3	17,4	20
	5	19,4	23
24	0	30,8	38,2
	3	20,3	25
	5	22,0	27,6
30	0	33,2	44
	3	26,6	33,7
	5	27,5	33,6
32	0	—	45
	3	—	36,2
	5	—	36,7
34	0	—	44,8
	3	—	38,8
	5	—	39,8

Le tableau VII correspond au tableau IV, qui donne les tensions longitudinales pour les cas correspondants. Nous avons indiqué en caractères gras dans les tableaux IV et VII les plus grandes valeurs de  $\sigma$  et de  $\sigma_z$ , en vue de rechercher les causes probables de destruction. La comparaison des deux tableaux montre que les tensions longitudinales atteignent des valeurs dangereuses pour les poutrelles de faible hauteur relative, c'est-à-dire pour les poutrelles PN 16 et 20 ; au contraire, dans le cas des poutrelles de grande hauteur relative, telles que les poutrelles PN 34, ce sont les tensions transversales qui atteignent des valeurs dangereuses. Dans le cas des poutrelles dépourvues de raidisseurs, les tensions transversales atteignent des valeurs dangereuses ; dans le cas de poutrelles munies de raidisseurs, ce furent les tensions longitudinales.

Ces conclusions de nos essais sont en parfait accord avec la théorie.

Si nous supposons, comme le fait HUBER, que, dans notre cas, c'est la plus grande des 2 ten-

sions  $\sigma$  ou  $\sigma_z$  qui entraîne la rupture, nous devons avoir  $\sigma_z > \sigma$  pour que  $\sigma_z$  soit le facteur décisif. Pour les poutrelles dépourvues de semelles,  $\sigma_z$  devra être calculé par les formules (4) et (1) et l'on aura :

$$\zeta = \frac{P}{\Omega} > \frac{M}{W} \quad (6)$$

ou, en moyenne,

$$\frac{M}{P} < 2,36 h.$$

Dans notre cas, nous avons, en tenant compte de la formule (2) :

$$\frac{M}{P} = \frac{L}{4}. \quad (7)$$

Dès lors, nous aurons

$$\frac{h}{L} > \frac{1}{2,36 \times 4}, \quad (8)$$

c'est-à-dire :

$$\frac{h}{L} > \frac{1}{9,44},$$

ou, pour  $L = 200$  cm,

$$h > \frac{200}{9,44} = 21,2 \text{ cm}.$$

De fait, pour  $h = 20$  cm, nous avons obtenu

$$\sigma = 36 \text{ kg/mm}^2$$

$$\sigma_z = 35,6 \text{ kg/mm}^2, \text{ d'où } \sigma > \sigma_z,$$

et pour  $h = 24$  cm

$$\sigma = 32,4 \text{ kg/mm}^2$$

$$\sigma_z = 38,2 \text{ kg/mm}^2, \text{ d'où } \sigma_z > \sigma.$$

Dans le cas de poutrelles munies de raidisseurs, l'inégalité (6) prendra, en tenant compte de (5), la forme suivante :

$$\frac{\zeta}{1,59} \cdot \frac{P}{\Omega} > \frac{M}{W},$$

c'est-à-dire :

$$\frac{M}{P} < \frac{2,36}{1,59} h,$$

ou, dans notre cas,

$$\frac{h}{L} > \frac{1,59}{9,44} = \frac{1}{5,93} \quad (9)$$



Pour  $L = 200$  cm, nous obtenons  $h > 33,8$  cm. De fait, pour  $h = 34$  cm, nous avons obtenu  $\sigma_z > \sigma$ , tandis que pour  $h = 32$  cm, nous avons obtenu  $\sigma > \sigma_z$ .

Ainsi donc, la théorie du professeur HUBER relative aux poutres dépourvues de raidisseurs et la présente étude sur l'influence des raidisseurs se trouvent entièrement confirmées expérimentalement.

Il est à remarquer que les inégalités (8) et (9) ont une signification beaucoup plus générale qu'on ne pourrait le supposer à première vue. Le rapport  $\frac{M}{P}$  ne varie que dans d'étroites limites.

Lorsque la poutrelle porte un certain nombre de charges concentrées ou une charge uniformément répartie, ce sont les réactions d'appui qui joueront le rôle de la charge concentrée  $P$  du cas que nous avons envisagé. Dans le cas d'une charge uniformément répartie, nous avons

$$\frac{M}{P} = \frac{1}{8} pL^2 : \frac{1}{2} pL = \frac{L}{4},$$

comme dans l'équation (7).

Il y a lieu toutefois d'attirer l'attention sur les valeurs exceptionnellement élevées de  $\sigma_z$ , pour les poutrelles de grande hauteur relative dépourvues de raidisseurs. Pour la poutrelle PN 34, par exemple,  $\sigma_z = 44,8$  kg/mm<sup>2</sup>.

Si  $\sigma_z$  constitue le criterium de la résistance pour les poutrelles de grande hauteur relative, comme  $\sigma$  l'est pour celles de faible hauteur relative, ces valeurs devraient être égales puisque, dans les deux cas, la limite de résistance des poutrelles se trouve atteinte. A des états également proches de la rupture doivent correspondre des tensions  $\sigma_{\text{red}}$ , égales. S'il en est autrement, c'est que la formule (4) donne des valeurs trop grandes c'est-à-dire que  $\sigma_z > \sigma_{\text{red}}$ . C'est en effet, ce qui se passe en réalité. La charge concentrée est appliquée sur l'aile de la poutrelle par l'intermédiaire d'un rouleau. A cause de la ductilité de l'acier, l'aile s'écrase sous le rouleau et le contact ne s'effectue pas suivant une ligne mais suivant une bande de largeur déterminée pouvant atteindre 10 cm. La charge cesse d'être concentrée et devient une charge répartie sur toute la largeur de la bande.

Désignons par  $c$  la largeur de la bande, par  $L$  la longueur de la demi-courbe de fléchissement. On peut admettre qu'on a, en moyenne,

$$2L = 0,8h + 2,4 \text{ cm.}$$

En nous basant sur la théorie de HUBER, nous pourrions déterminer avec une assez grande précision l'influence de la largeur  $c$  de la bande de contact en divisant le résultat de l'équation (4) par l'expression

$$N = 1 + \frac{4}{7} \left( \frac{c}{L} \right)^2.$$

Dans le cas de la poutrelle I PN 30 (fig. 1),  $c = 10$  cm, d'où  $N = 1,0635$ . Dès lors, au lieu de  $\sigma_z = 44$  kg/mm<sup>2</sup>, nous avons

$$\sigma_z = \frac{44}{N} = 41,5 \text{ kg/mm}^2.$$

Nous obtiendrions une nouvelle réduction de  $\sigma_z$  en tenant compte des tensions tangentielles dans la section de contact entre l'âme et l'aile de la poutrelle, tensions qui ont été négligées lors de l'établissement des formules (4) et (5).

Si l'aile reposait sur l'âme comme sur un appui élastique, sans qu'aucune tension tangentielle prenne naissance dans le joint, dans le cas d'une charge uniformément répartie sur l'aile de grandeur  $q$  par unité de longueur, nous verrions apparaître des tensions transversales de compression

$\sigma_z = \frac{q}{\delta}$  immédiatement sous l'aile de la poutrelle. Le professeur HUBER a trouvé pour ces tensions, à l'aide d'une méthode plus précise, une valeur de 8 à 10 % plus petite. Dans le cas où la sollicitation se réduit à une seule force concentrée, l'influence des tensions tangentielles ne sera certainement pas moindre, de sorte que nous pouvons multiplier par 0,91 les résultats donnés par les formules (4) et (5). Les inégalités (6) à (9) n'en seront pas sensiblement affectées, car il y a lieu de se rappeler que les valeurs de  $\sigma$  dérivant du tableau V devraient être divisées, elles aussi, par 1,17 (voir fig. 515 a, b et c). Dans le cas de la poutrelle I PN 30, nous obtiendrions, au lieu de 44 kg/mm<sup>2</sup>,  $\sigma_z = 0,91 \times 41,5 = 37,6$  kg/mm<sup>2</sup>. De même, dans le cas de la poutrelle I PN 34, nous obtiendrions pour  $\sigma_z$ , au lieu de 44,8 kg/mm<sup>2</sup>,

$$\sigma_z = \frac{0,91}{1,0635} \times 44,8 = 38,4 \text{ kg/mm}^2.$$

Nous obtenons encore une valeur sensiblement plus grande que la valeur moyenne de 30 à 36 kg/mm<sup>2</sup> environ, ce qui montre que, pour les poutrelles de grande hauteur relative, le criterium de la résistance est  $\sigma_{\text{red}} < \sigma_z$ .



---

Cela peut s'expliquer par le fait que, d'après la formule (4), la pression diminue très rapidement à mesure que l'on s'éloigne du point d'application de la charge. On sait en effet que, dans le cas des dalles d'appui en pierre ou des plaques d'assise en acier, chargée sur une faible partie de la surface seulement, les pressions locales peuvent atteindre de très grandes valeurs, beaucoup plus élevées que lorsque la charge est uniformément répartie sur toute la surface de l'appui.

### Conclusions

Des résultats de nos essais, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

1) Le renforcement d'une poutrelle I à l'aide de raidisseurs soudés à l'âme, au droit de la charge concentrée, augmente la résistance à la flexion. Cet accroissement de résistance est d'autant plus marqué que la poutrelle est plus haute :

insensible pour une poutrelle PN 16, il atteint 40 % pour une poutrelle PN 30. L'adjonction de semelles soudées à l'âme, à des emplacements différents de celui de la charge concentrée, accroît également la résistance de la poutrelle, mais dans une mesure moindre.

2) Les tensions maxima obtenues à l'aide de la formule  $\sigma = \frac{M}{W}$  doivent être diminuées lorsqu'on a affaire à des poutrelles de grande hauteur. Cette formule ne peut donc pas être utilisée pour déterminer la résistance de poutrelles d'une certaine hauteur, sollicitées par des charges concentrées, car ces poutrelles ne cèdent pas par flexion, mais par écrasement. En soudant des raidisseurs au droit de la charge concentrée, on retarde la rupture par écrasement et l'emploi de la formule précédente peut être maintenu.

St. B.

