

II. WYTRZYMAŁOŚĆ MATERIAŁÓW.

A. I s t o t a .

§ 30. Pojęcia ogólne.

Wzrzućmy pod uwagę pręt z obłony z jakiegoś sprężystego materiału / np. laskę gumową lub sprężynę stalową /. Jeśli wyrzemy nań nacisk z pewną siłą, to zmieni on swój kształt; Jeśli jednakowoż rękę usuniemy, powróci do swego pierwotnego kształtu prawie zupełnie dokładnie. Podobną własność, choć w mniej widoczny sposób, posiadają i inne ciała: metale, drzewo i t.d., a nazywamy ją sprężystością. Im dokładniej ciało przybiera ten swój pierwotny kształt, tym jest bardziej sprężyste; jednak ciała zupełnie sprężystych, któreby w zupełności powracały do pierwotnej postaci nie ma wcale; i tę zmianę kształtu pod wpływem siły, czyli t.zw. odkształcenie, nieraz nawet niedostrzegalne dla oka ludzkiego, zauważymy, jeśli będziemy je badać za pomocą specjalnych przyrządów, pozwalających na skontrolowanie bardzo nieznacznych zmian.

Po usunięciu siły zewnętrznej część odkształcenia, t.zw. odkształcenie sprężyste, znika, część przeciw pozostaje. Odkształcenie pozostające nazywamy stałym lub niesprężystym.

Jeżeli - przeciwie - ciało odkształcone zachowuje po usunięciu siły swoje odkształcenie, to nazywamy je plastycznym, a własność ciała zachowywania stanu odkształconego - plastycznością. Jeżeli na ciało działa jakaś siła P , to ciało to ulega odkształceniu, które coraz to wzrasta w miarę, jak wzrasta siła P . Jeśli siła P będzie wzrastać jeszcze bardziej, to ostatecznie zwycięży ona spójność ciała, a ciało przerwie się, zgniecie czy złamie. Tę największą spójność, jaką ciało objawia w chwili zniszczenia, nazywamy wytrzymałością. Jest ona oczywiście różna dla różnych materiałów.

Wytrzymałość zależy jednak nie tylko od materiału, ale i od sposobu, w jaki siły działają na ciało. Zająć tu mogą następujące rodzaje wytrzymałości:

1. Wytrzymałość na rozciąganie / ciągnięcie /. Siła działa w osi ciała i stara się je wydłużyć, a ostatecznie przerwać. Jeśli np. dwóch ludzi ciągnie sznur w przeciwnych kierunkach, to sznur ten rozciąga się; sąsiednie / bardzo blisko obok siebie leżące / przekroje a i b starają się rozsunąć, oddalając się coraz bardziej od siebie / por. rys. 100 /; ostatecznie sznur przerwie się, gdy jego wytrzymałość zostanie przewyższona. Na rozciąganie są narażone np. podwieszka / słup wiszący / wiązania wiszącego, kotew stalowa i t.d.

2. Wytrzymałość na ściskanie / ciśnienie /. Siła działa w osi ciała, starając się sąsiednie przekroje zbliżyć do siebie i zgnieść. Np. słup ceglany, który będziemy obciążać coraz to większym ciężarem. Na ściskanie narażone są wszystkie słupy i filary w budynkach, fundamentach i t.d.

3. Wytrzymałość na ścinanie. Siła stara się tu ściąć sąsiednie przekroje, t.j. przesunąć je równolegle do siebie. Siła P działa w kierunku przeciwnym sile Q / rys. 101 / i stara się ściąć ciało w płaszczyźnie ab , przesuwając górną jego część po dolnej. Na ścinanie narażone są np. nity w konstrukcjach żelaznych, czopy połączeń drewnianych i t.d.

4. Wytrzymałość na zginanie. Siła działa tu prostopadło do osi belki w jej płaszczyźnie, starając się ją wygiąć i ostatecznie złamać. / takiej belce włókna górne skracają się, włókna dolne wydłużają się / rys. 141, albo przeciwnie / rys. 102. Na zginanie działają np. belki stropowe, płaskie i krokwie dachowe i t.d.

5. Wytrzymałość na wyboczenie. Zachodzi tu wypadek taki: Siła ściskająca / ciskająca / działa podobnie, jak w wypadku drugim, w osi pręta, który ma jednakowoż stosunkowo znaczną długość. Ciało zostałoby zgniecione tylko przy małej długości / czy wysokości / ciała. Wtedy zaszedłby wypadek wytrzymałości na ściskanie, o jakiej mówiliśmy w przykładzie 2. Przy wysokości większej ciało pod wpływem wzrastającej siły wyboczy się / rys. 103 / i ostatecznie złamie. Na wyboczenie narażone są słupy stalowe czy drewniane, jarzma mostów drewnianych i t.d.

6. Wytrzymałość na skręcanie. Fara sił stara się przekroje sąsiednie obrócić względem siebie około osi pręta / rys. 104 /. Ten rodzaj naprężenia spotykamy bardzo rzadko w konstrukcjach budowlanych, częściej o wiele w budowie maszyn; nie będziemy go przeto szerzej omawiali.

Zdarza się nieraz, że belka pracuje równocześnie na ściskanie i zginanie / np. drabina ukośnie postawiona, na której stanął człowiek /, wtedy mamy do czynienia z t.zw. wytrzymałością złożoną.

Nauka o wytrzymałości ma za zadanie sprawdzić, czy naprężenia / t.j. siły, jakie występują wewnątrz ciała pod wpływem sił zewnętrznych / nie przekraczają dozwolonej wartości. Jaka jest ta dozwolona wartość, od czego zależy i t.d., będziemy mówić w § 33.

B. WYTRZYMAŁOŚĆ NA ROZCIĄGANIE I ŚCISKANIE.

§ 31. Wytrzymałość na rozciąganie i ściskanie.

Ważmy pod uwagę dość długi pręt o stałej powierzchni przekroju $F \text{ cm}^2$, na który działają na obu końcach dwie siły $P \text{ kg}$ równe i wprost przeciwnie skierowane / por. rys. 100 i 105 /. Jeżeli siły te działają w środku ciężkości przekroju, to w każdym przekroju ciała np. mm powstaną siły wewnętrzne / rys. 105 /, które na całej jego powierzchni będą równe. Jeżeli powierzchnia przekroju wynosi więc $F \text{ cm}^2$, to na 1 cm^2 przypadnie siła

$$\sigma = \frac{P}{F} \text{ kg/cm}^2 \dots\dots\dots 69$$

Taką siłę działającą na jednostkę przekroju nazywamy naprężeniem lub nateżeniem, a mierzymy je zwykle ilością kilogramów, przypadającą na 1 cm^2 , czyli ilością kilogramów na centymetr kwadratowy, co pisze się kg/cm^2 .

Jeżeli ciało ma stały przekrój, to te same naprężenia działają w każdym przekroju, np. mm, rr i t.d. Przy rozciąganiu lub ściskaniu są one wszędzie prostopadłe, czyli "normalne" do przekroju nazywamy je naprężeniami / nateżeniami / normalnymi.

Naprężenia te starają się zmienić odległość sąsiednich przekrojów, a to: jeżeli ciało narażone jest na rozciąganie, starają się je rozsunąć; jeżeli na ściskanie, starają się je do siebie zbliżyć. Najczęściej rozciąganie oznaczamy znakiem "+", ściskanie znakiem "-".

Np. $\sigma = -$ -- oznaczałoby, że siła P wywołuje w przekroju ściskanie.

Równocześnie pod wpływem siły P pręt się wydłuży względnie, o ile będzie ściskany, skróci się. To wydłużenie / wzgl. skrócenie / pręta w kierunku jego osi / rys. 106 / będzie tym większe, im większa jest siła P i im większa jest długość pręta, natomiast tym mniejsze im przekrój pręta jest większy. Jeżeli np. pręt o długości 1 cm i przekroju 1 cm^2 przedłuży się pod wpływem siły 1 kg o długość α , to pręt o długości l , a przekroju F przedłuży się pod wpływem siły P o długość Δl , gdzie:

$$\Delta l = \frac{\alpha Pl}{F} = \alpha \epsilon l \dots \dots \dots 70$$

Długość α nazywamy współczynnikiem wydłużenia; zależny on jest tylko od materiału ciała.

Jeżeli pręt o długości l przedłużył się o długość Δl , to każdy centymetr jego długości przedłużył się o wielkość

$$\lambda = \frac{\Delta l}{l},$$

zwaną wydłużeniem jednostkowym.

Zamiast używać wielkości α , która jest zwykle bardzo mała, a więc niewygodna w rachunku, używamy często jej odwrotności E , t. zw. współczynnika sprężystości:

$$E = \frac{1}{\alpha} \dots \dots \dots 71$$

$$\text{Stędy wydłużenie: } \Delta l = \frac{Pl}{EF} = \frac{\epsilon l}{E} \dots \dots \dots 72$$

$$\text{zaś wydłużenie jednostkowe: } \lambda = \frac{P}{EF} = \frac{\epsilon}{E} \dots \dots \dots 73.$$

Obserwując pręt poddany sile rozciągającej P , zauważymy, że zgodnie, z wzorem 73, odkształcenia / w danym wypadku wydłużenia / są zrazu wprost proporcjonalne do naprężeń. Dzieje się tak aż do pewnej granicznej wielkości naprężeń, którą to granicę nazywamy granicą proporcjonalności. Granica ta dla rozmaitych materiałów odpowiada rozmaitym naprężeniom. Dla stali budowlanej t.zw. handlowej, używanej najczęściej w budownictwie, znajduje się ona w wysokości około 2000 kg/m².

Zachowanie się materiałów pod wpływem naprężeń rozciągających czy ściskających można ująć wykreślnie w t.zw. diagramie odkształceń czyli wykresie odkształceń. Odetnijmy na osi poziomej wydłużenia jednostkowe λ , zaś na osi pionowej odpowiednie naprężenia ϵ . Niech naprężeniu ϵ , odpowiada wydłużenie λ , to naprężeniu dwa razy większemu 2ϵ , odpowiada wydłużenie 2λ , naprężeniu 3ϵ , wydłużenie 3λ . Tak się dzieje aż do granicy proporcjonalności, której odpowiada p.M. Linia OM będzie więc linią prostą. Po przekroczeniu granicy proporcjonalności odkształcenia rosną szybciej niż naprężenia / por. rys. 107.

Równocześnie jednak występuje jeszcze jeden objaw: Jeżeli pręt zostanie wyciągnięty o wielkość np. λ , a następnie siła przestanie działać, to pręt powróci do pierwotnego kształtu / do pierwotnej długości /. Jak wiemy z § 30, własność tę nazywamy sprężystością.

Najważniejsze techniczne materiały, np. stal są sprężyste aż do pewnej granicy; po jej przekroczeniu zaś zachowują się jako plastyczne. Granica sprężystości leży w stali zazwyczaj nieco wyżej od granicy proporcjonalności, ale jest jej bardzo bliska. Stąd pochodzi też, że niejednokrotnie utożsamiają te wartości, a nawet te pojęcia / niesłusznie! / ze sobą.

Po przekroczeniu granicy proporcjonalności materiał przy niezmiennym lub bardzo mało zmieniającym się naprężeniu wyciąga się znacznie, czyli, jak mówimy, "płygnie".

W diagramie odkształceń zaznacza się to w ten sposób, że wykres / niekiedy po kilku wahaniach / przechodzi dość nagle w linię poziomą. Naprężenie, przy którym zaczyna się to dziać, nazywamy granicą plastyczności / czasem granicą płynności lub granicą ciastowatości /. Po niedługim czasie jednak takie "płynięcie" ustaje i trzeba znów zwiększyć naprężenie, aby materiał odkształcał się nadal.

Przy tym wzroście naprężeń jednakowoż odkształcenia rosną już teraz bardzo szybko. W pewnej chwili pręt stalowy zaczyna w którymś miejscu zwężać się. W tej chwili na pręt działa największa siła, a w przecie występują największe naprężenia, które wynoszą:

$$K_r = \frac{F_r}{F} \text{ kg/cm}^2 \dots\dots\dots 74.$$

Naprężenie K_r nazywamy granicą wytrzymałości na rozciąganie lub prosto wytrzymałością na rozciąganie danego materiału.

Od tej chwili mimo zmniejszenia siły działającej, materiał odkształca się nadal przy ciągłym zwężaniu, aż wreszcie następuje pęknięcie materiału / przy sile niższej od granicy wytrzymałości /.

Właściwie od chwili utworzenia się szyjki należałoby odnosić naprężenia nie do pierwotnego przekroju pręta F , ale do zmniejszonej powierzchni szyjki F' ; ponieważ jednak szyjka ulega ciągłemu zwężaniu aż do chwili przerwania, przeto ogromnie trudno byłoby ustalić jej wielkości podczas doświadczenia i dlatego utrzymujemy w obliczeniach i w wykresie wielkość F , a tym samym i naprężenia według wzoru

$$\sigma = \frac{F}{F} \dots\dots\dots$$

Jeżelibyśmy mierzyli naprężenia według zmniejszonej powierzchni przekroju szyjki F' , według wzoru

$$\sigma' = \frac{F}{F'} \dots\dots\dots, \text{ to otrzymali-}$$

byśmy wykres nieco inny, mianowicie według linii kreskowanej / rys. 107/.

Materiały, które nie wykazują dużego wydłużenia, ale ulegają pęknięciu wkrótce po przekroczeniu granicy sprężystości, nazywamy materiałami kruchymi. Należy tu np. żeliwo / rys. 108/.

Materiały, których wytrzymałość na rozciąganie jest niewielka, a na ściskanie znaczna, jak np. kamienie naturalne i sztuczne, badamy zwykle na ściskanie. Z kamienia wycinamy zazwyczaj kostkę o boku najczęściej 7 cm, zaś beton bada się na walcach próbnych o średnicy 8 cm, 16 cm lub 19,6 cm, których ściskana powierzchnia końca podstawowego wynosi 50 cm², 100 cm² wzgl. 200 cm². Wytrzymałość odpowiada tu największej sile, jaka powoduje zmiążdżeniu kostki, wzgl. walca próbnego.

Wytrzymałość na ściskanie znaleziona w ten sposób wynosi / analogicznie do wytrzymałości na rozciąganie, wz. 74/

$$R_c = \frac{P_c}{F} \text{ kg/cm}^2 \dots\dots\dots 75$$

Materiały jednostajne, np. stal, żeliwo, beton, posiadają wytrzymałość jednakową bez względu na kierunek, w którym je badamy. Natomiast drzewo / i inne materiały o niejednostajnej budowie / ma inną wytrzymałość w kierunku włókien, a inną w kierunku prostopadłym do włókien. To samo dotyczy i spólczynników sprężystości.

Wytrzymałości najważniejszych materiałów zestawione są w nast. tablicy:

	Spółczynnik wytrzymałości na:	
	rozciąganie	ściskanie
Beton	20 - 40	150 - 300
Cegła wypalona , , ,	15	100
Drzewo bukowe " do włókien	1000	400
" " \perp " "	70	120
" dębowe " " "	960	400
" " \perp " "	50	120
" szpilkowe " " "	750	300
" " \perp " "	50	40
Granit	40	1200
Mur na cementzie ,	-	90
" " wapnie	-	50
Piaskowiec	10	300
Wapień	40	600
Stal	4500	4500
Żeliwo	1400	7000

Przykłady 44 - 45.

44. Jak wielkie naprężenie na ściskanie powstaje w słupie drewnianym o wymiarach 24x18 cm pod wpływem obciążenia $P = 3500$ kg?

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{35000}{bh} = \frac{35000}{18 \cdot 24} = 81 \text{ kg/cm}^2$$

45. Pręt okrągły o długości 7,5 m, a średnicy 4 cm z żelaza zlewego / $E = 2150000 \text{ kg/cm}^2$ / rozciągany jest z siłą 8000 kg; obliczyć jego wydłużenie.

Wedle wzoru 65 wydłużenie Δl wynosi:

$$\Delta l = \frac{Pl}{EE} = \frac{8000 \cdot 750}{2150000 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 4^2} = 0,23 \text{ cm}$$

§ 32. Spółczynnik bezpieczeństwa i naprężenia dopuszczalne.

Przy projektowaniu konstrukcji inżynierskich trzeba zwykle odpowiedzieć na pytanie, jak wielką siłą zdoła unieść pewien pręt. Możemy obliczyć ją z równania 74 wzgl. 75; wynosi ona mianowicie:

$$F = F_{\sigma} \text{ kg} \dots \dots \dots 76$$

Chodzi jednak o to, jak wielkie może być naprężenie σ .

Otóż dla obliczenia przekrojów nie można brać pod uwagę największego możliwego naprężenia, jakie w materiale może wystąpić, a więc pełnej wytrzymałości R . tedy bowiem najmniejsze zwiększenie obciążenia, mała niejednostajność materiału, dalekie powolne niszczenie materiału wskutek wpływów atmosferycznych / gnicie drzewa, rdzewienie stali/, areszcie jakikolwiek wpływ uboczny, musiałyby spowodować przekroczenie wytrzymałości, a tym samym zawalenie konstrukcji. Dlatego też przy obliczeniach budowli staramy się o większe "bezpieczeństwo", większą "pewność"; obliczamy mianowicie przekroje w ten sposób, aby naprężenia wyniosły tylko pewną np. 3-cią, 4-tą, w ogóle jedną n -tą / część wytrzymałości -, a naprężenie w ten sposób przyjęte nazywamy naprężeniem dopuszczalnym, bezpiecznym, lub dozwolonym k . Stosunek za wytrzymałości R do naprężenia dopuszczalnego k , nazywamy współczynnikiem pewności lub bezpieczeństwa, krótko pewnością.

R

Wynosi ona: $n = \frac{R}{k} \dots \dots \dots 77$

Spółczynnik bezpieczeństwa bierzemy tym większy, im mniej jednostajny jest materiał / gdyż wtedy tym łatwiej znajdzie się jakieś słabsze miejsce materiału, któreby mogło spowodować zniszczenie konstrukcji/, im dłużej konstrukcja ma stać / gdyż wtedy tym dłużej narażana jest na wpływy ciężarów i atmosfery/, im mniej dokładnie możemy siły obliczyć i im większym ulega wstrząśnieniom, które zawsze bardzo zubożnie oddziałują na materiał / np. dla stali użytej do budowy mostów kolejowych, ulegających znacznym wstrząśnieniom przy przejeździe pociągów musimy przyjąć o wiele większy współczynnik pewności, niż np. dla dachów.

Naprężenia dopuszczalne dla stali budowlanych określone są przez polskie Normy dla dwu rodzajów obciążeń i dla czterech gatunków stali. I rodzaj obciążenia oznacza działanie ciężaru własnego, obciążenia użytkowego i śniegu, II rodzaj obciążenie ponadto kilka innych czynników. Tu będziemy zawsze brali pod uwagę jedynie I rodzaj obciążenia, oraz t.zw. stal handlową, a wtedy $R = 1200 \text{ kg/cm}^2$

Naprężenia dopuszczalne dla betonu uzależnione są od wytrzymałości walcowej betonu po 28 dniach R_{28} i wynoszą $K_b = \mu R_{28}$, przyczem μ np. dla słupów żelazobetonowych $\mu = 0,22$, dla belek zginanych $\mu = 0,28$. Np. przy wytrzymałości walcowej $R_{28} = 180 \text{ kg/cm}^2$ można dopuścić w słupie żelazobetonowym naprężenie $0,22 \cdot 180 = 39,6 \text{ kg/cm}^2$:

Zazwyczaj przyjmujemy nast. współczynniki pewności.

	Budowle stałe	Budowle tymczasowe
Drzewo na rozciąganie	7	6
" " ściskanie	5	4
Mur, cegła, kamień	15-20	-
Beton	4-5	-
Stal	3-4	2,5 - 3
Żeliwo	7	-

Dla siły działającej P wynosi więc t.zw. przekrój potrzebny

$$F_0 = \frac{nP}{R} = \frac{P}{k} \text{ kg/cm}^2 \dots \dots \dots 78$$

W konstrukcji nie możemy przyjąć jednak zwykłe przekroju zupełnie dokładnie o tej samej wielkości F_0 , ale musimy zastosować nieco większy F , zwany przekrojem przyjętym. Musi być on tak dobrany, aby powierzchnia jego w miejscu najbardziej osłabionym, po odtrąceniu wszystkich osłabień / dziury na nity i na śruby, zacięcia belek drewnianych i t.d./, czyli t.zw. przekrój użyteczny / przekrój netto/ F_u był równy lub nieco większy od przekroju potrzebnego F_0 .

Najczęściej wyraża się w obliczeniu siłę działającą w kg / rzadziej w t./; powierzchnię w cm^2 , a naprężenie / tym samym i naprężenie dopuszczalne w kg/cm^2 .

Przykłady 46 - 48.

46. Kostka z piaskowca o długości boku 20 cm została zgnieciona pod ciężarem 120 ton. Jak wielkie obciążenie możemy tu dopuścić?

Wedle wzoru 62 $K = \frac{F}{F_u}$, gdzie $F = 120 \text{ t} = 120000 \text{ kg}$, zaś F_u jest powierzchnią, na którą rozkłada się ciśnienie, w danym wypadku powierzchnią podstawy $20 \times 20 = 400 \text{ cm}^2$. Zatem:

$$K = \frac{120000}{400} = 300 \text{ kg/cm}^2.$$

./.

Jeślibyśmy kamienia o tej wytrzymałości mieli użyć do konstrukcji budowlanej, to uwzględniając pewność $n = 20$ / por.str. 51/ moglibyśmy na kostkę o wymiarach $20 \times 20 = 400 \text{ cm}^2$ przyjąć naprężenie / dopuszczalne/

$$k = \frac{300}{20} = 15 \text{ kg/cm}^2, \text{ a zatem największe}$$

obciążenie:

$$P = Fk = 400 \cdot 15 = 6000 \text{ kg} = 6 \text{ ton.}$$

47. Na słup wiszący wiązania przedstawionego na rys. 29 przenosi się siła 6600 kg. / Porównaj przykład 11/. Obliczyć, czy wystarczy przekrój słupa $20 \times 20 \text{ cm}$, jeżeli naprężenie dopuszczalne drzewa na rozciąganie wynosi 110 kg/cm^2 .

Wedle równ. 78 wynosi przekrój potrzebny:

$$F_0 = \frac{6600}{110} = 60 \text{ cm}^2$$

Słup ma przekrój $20 \times 20 \text{ cm}$; tj. $F = 400 \text{ cm}^2$; jednakowoż zacięty jest na zastrzały, a więc jego przekrój osłabia się zacięciami o głębokości $c = 4 \text{ cm}$. Przekrój użyteczny wynosi zatem $F_u = 20 \times 20 - 2 \cdot 4 \cdot 20 = 240 \text{ cm}^2$, t.j. więcej niż potrzeba. Przekrój wystarczy zatem najzupełniej.

Moglibyśmy nawet przyjąć przekrój mniejszy. Jeżeli miałyby być też kwadratowy o boku b , a zacięcia miałyby wynosić $1/5 b$, to otrzymalibyśmy przekrój użyteczny

$$F_u = b/b - 2 \cdot \frac{b}{5} = 3/5 \cdot b^2 = 60 \text{ cm}^2, \text{ a stąd } b = \sqrt{\frac{5 \cdot 60}{3}} =$$

$$= \sqrt{100} = 10 \text{ cm.}$$

Przekrój użyteczny wynosi wtedy rzeczywiście $10 \cdot 10 - 2 \cdot 2 = 60 \text{ cm}^2$. Przekroju tego nie użylibyśmy jednak, gdyż ze względów praktycznych jest za mały.

48. Pas dolny wiezara dachowego stalowego przenosi ciągnięcie o wielkości 26000 kg. Należy znaleźć jego przekrój z uwzględnieniem przymocowania nitami o średnicy 17 mm / rys. 110/.

$$\text{Przekrój potrzebny wynosi } F_0 = \frac{26000}{1200} = 21,6 \text{ cm}^2. \text{ Przyjawszy,}$$

2 kątowniki $80 \cdot 80 \cdot 8$, otrzymamy z uwzględnieniem nitów:

$$\text{powierzchnię przekroju } 2 \times 12,27 = 24,54 \text{ cm}^2$$

$$\text{" nitów } 2 \cdot 0,8 \cdot 1,7 = 2,72 \text{ "}$$

$$\text{" użyteczną } F_u = 21,82 \text{ cm}^2$$

Przekrój kątowników bezpośrednio mniejszych nie wystarczyłby; zastosujemy więc 2 kątowniki $80 \cdot 80 \cdot 8$.

C Wytrzymałość na ścinanie.

§ 33. Wytrzymałość na ścinanie.

Naprężenia ścinające występują wtedy, gdy siły działające w przekroju ab starają się przesunąć go poprzecznie względem sąsiedniego przekroju / rys. 101/, jednakowoż nie zmieniając ich odległości. W obliczeniu przyjmujemy, że / jak przy rozciąganiu i ściskaniu / w każdym punkcie przekroju ab powstają te same naprężenia; otrzymamy wtedy wzory podobne do wzorów na ściskanie i rozciąganie. Jeśli największą siłą, jaką przekrój ab o powierzchni $F \text{ cm}^2$ zdoła przenieść na ścinanie, jest P ; to 1 cm^2 tego przekroju przenosi

$$R_t = \frac{P_t}{F} \text{ kg/cm}^2 \dots\dots\dots 79.$$

./.

Siłę tę wypadającą na 1 cm², nazywamy wytrzymałością na ścinanie.

Wytrzymałość na ścinanie K_t jest mniejsza od wytrzymałości na ściskanie / por. § 32/ i wynosi około $4/5 R_c$, a to samo dotyczy oczywiście naprężenia dopuszczalnego na ścinanie. Zwykle wynosi ono dla metali ok. $1/5$, dla drzewa $1/10$ wytrzymałości na ścinanie.

Największa siła dopuszczalna wynosi więc:

$$P = Fk_t \dots \dots \dots 80.$$

§ 35. Połączenia nitowane i śrubowane.

Do łączenia blach i kształtówek używamy nitów. Składają się one ze sworznia, z główki, gotowej przed użyciem nitu, oraz z nakówki, powstającej po umieszczeniu nitu w otworze, przez nakucie nitarki. Nity liczymy na ścinanie. Nit może bowiem zostać ścięty w płaszczyźnie mn, a wtedy połączenie zostanie zniszczone.

Jeśli blachy B_1 i B_2 / rys. 111/ są rozciągane z siłą P , to siłę tę przenieść muszą łączące ją nity. Niech średnicą nitu wynosi d / więc przekrój $F = \frac{1}{4} d^2 \pi$ /, a naprężenie dopuszczalne na ścinanie k_t , to jeden nit przenieść może siłę

$$P \leq Fk_t = \frac{1}{4} d^2 \pi \cdot k_t = 0,78 d^2 k_t \dots \dots \dots 81$$

Jeśli nitów jest większa ilość / np. n /, to przenoszą one siłę

$$P = n \frac{1}{4} d^2 \pi \cdot k_t = 0,78 n d^2 k_t \dots \dots \dots 81a$$

Naprężenie dopuszczalne na ścinanie nitów według P.K.N. przyjmuje się 1100 kg/cm² dla I rodzaju obciążenia, zatem na nit o średnicy $d = 17$ mm, można dopuścić siłę $P = 2480$ kg.

Nit może jednak ulec zniszczeniu i w inny sposób. Ponieważ w blachach istnieją siły, skierowane, jak wskazują strzałki na figurze, przeto sworznie nitów wywierają ciśnienie na ściankę dziury w miejscach, zaznaczonych grubszyimi liniami. Ciśnienie to również nie powinno przekroczyć granicy dopuszczalnej na t. zw. docisk, którą według P.K.N. przyjmuje się 2400 kg/cm². Rozkłada się ono właściwie na powierzchnię $d\pi g_1$, jednakowoż nierównomiernie. Dlatego też przyjmujemy, że rozdzieli się jednostajnie na rzut ścianki, tj. tak, jak gdyby nit miał przekrój kwadratowy / rys. 112/.

Otrzymamy wtedy:

$$P \leq dg_1 k_d, \text{ wzgl. } P \leq ndg_1 k_d \dots \dots \dots 82$$

Oczywiście ściskanie będzie większe dla cieńszej blachy i dlatego tylko cieńszą we wzorze powyższym uwzględniamy / $g_1 < g_2$ /.

Dla $k_d = 2400$ kg/cm² otrzymamy:

$$P = 2400 dg_1 \text{ względnie } P = 2400 ndg_1 \dots \dots \dots 83$$

Np. nit o średnicy 17 mm przy grubości blachy $g_1 = 10$ mm, a naprężeniu dopuszczalnym $k_d = 2400$ kg/cm² przeniesie siłę $P = 1,7 \times 1,0 \times 2400 = 4080$ kg.

Również obliczyć można długość blachy przed nitami e. Blacha pod wpływem siły może się bowiem wyrwać na długości e wzdłuż linii mn' i mn', a zatem na podwójnej powierzchni $g_1 e$. Musi zatem spełnić się równanie:

$$P \leq 2g_1 e k_t \dots \dots \dots 84$$

z którego można znaleźć e. Zwykle jednak nie obliczamy odległości e, choćby z uwagi na to, że blacha raczej przerwie się w linii środkowej między mn' i mn', t.j. w linii pp'. Również nie obliczamy a, ale ze względów praktycznych przyjmujemy średnio:

$$\left. \begin{array}{l} a = 3 d / \text{con. jmniej} \\ e = 2 d / \quad \quad \quad \end{array} \right\} \begin{array}{l} a = 2,5 d \\ e = 1,5 d \end{array} \dots \dots \dots 85$$

O wiele częściej jednak używamy t. zw. nitowania podwójnego, t.j. takiego, przy którym dla zniszczenia połączenia nity musiałyby zostać ścięte w dwu płaszczyznach i dlatego nazywają się dwuciętymi / rys. 113/. Wtedy każdy z przekrojów 12 i 34 nitu przenosi

połowę siły działającej, t.j. $\frac{1}{2} P$; zatem cała siła przenosząca się przezeń wynosi:

$$P \leq 2 \frac{d_1^2 \pi}{4} k_t = 1,57 d_1^2 k_t \text{ wzgl. } P = 1,57 n d_1^2 k_t \quad 86$$

Przy obliczaniu docisku musimy uwzględnić osobno ciśnienie wywierane przez nit łącznie na dwie powierzchnie, zaznaczone linią grubą po prawej stronie nitu, osobno na powierzchnię, zaznaczoną po stronie lewej, t.j. na powierzchnie 2 dg_1 , ewentualnie na dg . Ponieważ zwykle $2g_1$ jest równe lub większe niż g , przeto wystarczy liczyć wedle wzoru:

$$P \leq dg k_d \text{ wzgl. } P \leq n dg k_d \quad 87$$

Jeżeliby szeroki płaskownik lub wysoki kształtnik potrzeba było przytwierdzić znaczniejszą ilością nitów, to F_n mogłoby wypaść bardzo wielkie, a więc F_u stosunkowo małe. Możemy jednak tego uniknąć, rozmieszczając nity tak, aby w pierwszym przekroju był jeden /lub dwa/ nit, a w następnych rzędach zwiększając ich ilość. Każdy następujący rząd nie może jednak mieć więcej niż dwa razy tyle nitów co poprzedni. Wtedy przekrojem niebezpiecznym jest przekrój przez pierwszy nit. Na rys. 118 widzimy rozkład nitów taki, że każda płaskówka przytwierdzona jest $1 + 2 + 3 = 6$ nitami, która to ilość wypadła z obliczenia /por.przykł. 50/.

Do połączeń konstrukcyj drewnianych, a niekiedy i żelaznych /używamy śrub.

Śruby przenoszą siłę odpowiadającą wewnętrznej średnicy gwintu t.zw. średnicy rdzenia d_1 . Siła przeniesiona przez jedną śrubę na ścięcie wynosi

$$P = \frac{d_1^2 \pi}{4} k_t \quad 88$$

Podobnie otrzymamy na docisk:

$$P = d_1 g k_d \quad 89$$

Wedle norm P.K.N. przyjmować należy dla śrub surowych $k_t = 900 \text{ kg/cm}^2$, zaś $k_d = 1500 \text{ kg/cm}^2$, dla śrub toczonych $k_t = 1000 \text{ kg/cm}^2$, $k_d = 2200 \text{ kg/cm}^2$.

Śruby mogą działać jednak także na osiowe ciągnięcie; wtedy dla siły osiowej P musi spełniać się równanie.

$$P = \frac{d^2 \pi}{4} k_r \quad 90$$

/gdzie k_r jest naprężeniem dopuszczalnym na ciągnięcie/.

Dla śrub przyjmujemy zwykle naprężenie dopuszczalne na rozciąganie tylko $k_r = 1000 \text{ kg/cm}^2$ ze względu na to, że już przy naciąganiu naśrubka powstają w śrubie pewne naprężenia skręcające.

§ 36. Połączenia spawane.

Obecnie zamiast nitowania stosuje się przeważnie spawanie elektryczne lub acetylenowe. Przy spawaniu doprowadza się przy pomocy łuku elektrycznego lub płomienia acetylenowego części łączone i t.zw. pałeczką /drut odpowiednio dostosowany do stopienia, a po ostygnięciu powstaje niemal monolityczne połączenie. Rozróżniamy spoiny czołowe, obliczane na rozciąganie /ściskanie/ i pachwinowe, obliczane na ścinanie.

Jeżmy pod uwagę pręt połączony spoiną czołową /rys.114/. Połączenie uległoby zniszczeniu, gdyby spoina została przerwana.

/Do połączeń żelaznych używa się ich zwłaszcza wtedy, gdy mają przenieść zarazem ciśnienie lub też, gdy z powodu braku dostępu nie można w danym miejscu wykonać nitu.

Oznaczmy przekrój spojenia F_s , naprężenie dopuszczalne na rozerwanie materiału konstrukcji k_r , naprężenie dopuszczalne materiału spoiny k_{rs} . Wtedy największa siła, którą przeniesie bezpiecznie spoina wynosi:

$$P_s = F_s \cdot k_{rs} \dots \dots \dots 90$$

Największa siła, którą przeniesie dany pręt wynosi:

$$P = F \cdot k_r \dots \dots \dots 90a$$

Naprężenie dopuszczalne spoiny jest zwykle mniejsze od naprężenia dopuszczalnego materiału łączonego, więc $k_{rs} < k_r$. Niech $k_n = a k_r$, wówczas

$$P_s = F_s \cdot a k_r \dots \dots \dots 91$$

Wyzyskanie całego przekroju nastąpi wtedy, gdy $P = P_s$ / siła przeniesiona przez elementy łączone i siła przeniesiona przez połączenie są sobie równe/.

W takim wypadku musi być

$$F = a F_s, \text{ oraz } F_s = \frac{1}{a} F \dots \dots \dots 91a$$

Dla przeciętnej roboty spawacza przyjmujemy $k_{rs} = 1000 \text{ kg/cm}^2$, gdy $k_r = 1200 \text{ kg/cm}^2$; więc $a = k_{rs} : k_r = 0,83$

Wtedy

$$F_s = \frac{1}{0,83} F = 1,2 F \dots \dots \dots 91b$$

Dzisiaj coraz częściej stosuje się doborowe pałeczki, które pozwalają na naprężenia znacznie większe; nie stosujemy jednak większych naprężeń niż $k_{rs} = k_r$. Wtedy oczywiście

$$F_s = F \dots \dots \dots 92$$

Ważny teraz pod uwagę połączenie wykonane przy pomocy spoin pachwinowych nocnych / podłużnych/. Dla zniszczenia połączenia muszą tu ulec ścięciu obie spoiny / rys. 115/. Każda taka spoina ma przekrój kształtem zbliżony do trójkąta; w obliczeniu przyjmujemy też ten przekrój jako trójkąt prostokątny i / zazwyczaj / równoramienny. Jeżeli bok takiego trójkąta wynosi s , a wysokość s' , to w razie zniszczenia spoiny, ścięcie nastąpi najprawdopodobniej wzdłuż najmniejszego przekroju podłużnego, a więc wzdłuż wysokości s' . Na 1 cm długości spoiny wypada zatem przekrój

$$F_s = s' \cdot 1, \text{ w przybliżeniu } F_s = 0,7 s \cdot 1$$

Wytrzymałość spoiny pachwinowej zależy od jej grubości; przepisy polskie podają dla poszczególnych grubości spoin odpowiednie naprężenia dopuszczalne. Oznaczając przez w_s naprężenie dopuszczalne spoiny na ścinanie, otrzymujemy siłę, jaką bezpiecznie przenosi spoina o długości a

$$P = w_s \cdot a \dots \dots \dots 93$$

Obie spoiny na rys. 115 mają łącznie długość $a_1 + a_2 = \sum a$. Zatem siła przeniesiona przez nie wynosi / przy równej grubości obu spoin/

$$P = w_s \sum a \dots \dots \dots 93a$$

względnie, dla danej siły znajdujemy potrzebną długość spoin

$$\sum a \geq \frac{P}{w_s} \dots \dots \dots 94$$

Naprężenia dopuszczalne 1 cm spoin w zależności od grubości i rodzaju spoiny podane są w tablicach.

Spoiny należy tak umieścić, aby wypadkowa sił działających w nich przechodziła przez środek ciężkości pręta; wtedy bowiem w pręcie występuje jedynie siła osiowa. Jeżeliby zaś wypadkowa mijala się ze środkiem ciężkości pręta, to oprócz siły osiowej działałby jeszcze w pręcie moment zginający, co byłoby bardzo niekorzystne / por. 54 /

Jeżeli więc przekrój pręta jest symetryczny, np. pręt jest płaskówką, t. obie spiny powinny być sobie równe $a_1 = a_2$ / rys. 115/. Jeżeli jednak pręt składa się np. z kątówek, to spiny należy dostosować do położenia i sił ciężkości tychże kątówek. Ponieważ zaś siła przenoszona przez spiny jest tym większa im dłuższe są spiny, przeto przy spinach o tych samych wymiarach poprzecznych musi być / rys. 116/: $a_1 a_1 = a_2 a_2$ względnie $a_1 : a_2 = a_2 : a_1$.

Stąd możemy napisać: $a_1 + a_2 : a_1 = a_1 + a_2 : a_2$.

Jeżeli nazwiemy $\Sigma a = a_1 + a_2$ i uwzględnimy, że $a_1 + a_2 = b$, to otrzymamy: $\Sigma a : a_1 = b : a_2$, a stąd

$$a_1 = \frac{a_2 \Sigma a}{b}, \text{ zaś } a_2 = \frac{\Sigma a - a_1}{1} \dots \dots \dots 95$$

Przykłady 49 - 55.

49. Przekrój pręta przenoszącego siłę $P = 12,67$ ton składa się z dwu kątówek 90.90.10, łączących bustronnie na blaszce węzkowej. Należy obliczyć ilość nitów, potrzebną, by go przytwierdzić do blachy węzkowej, jeżeli średnica ich $d = 17$ mm / rys. 117/.

Wszystkie nity są docięte, gdyż kątówki bęgną na blachę węzkową. Jeden nit przenosi tedy na ścinanie siłę

$$P' = 2 \frac{d^2 \pi}{4} k_t = 2 \frac{1,7^2 \cdot 3,14}{4} \cdot 1100 = 4540 \text{ kg}$$

Na ciśnienie przemieści może jeden nit siłę $P'' = g k_d = 1,7 \cdot 1,2 \cdot 1400 = 4480$ kg, gdzie za g przyjęliśmy grubość blachy węzkowej $g = 12$ mm. Musimy liczyć zatem na ciśnienie na ściankę dziury. Trzy nity przenoszą siłę $3 P' = 3 \cdot 4540 = 13440$ kg, tej więc ilości nitów potrzeba dla naszego pręta.

50. Płaskówka stalowa o grubości 12 mm przenosi siłę $P = 26,0$ t.n. Obliczyć przekrój płaskówki i styk kryty, bustronny przykładkami / rys. 118/.

Przekrój niośny płaskówki niezbędny do przeniesienia siły $P = 26,0$ ton wynosi

$$F = \frac{26000}{1200} = 21,6 \text{ cm}^2. \text{ Zatem użyteczna wysokość płaskówki}$$

$$h = \frac{21,6}{1,2} = 18 \text{ cm}^2 = 180 \text{ mm. Przyjmujemy, że niezbędną}$$

przekrój płaskówki będzie stanowił jedynie nitów $d = 17$ mm, zatem $h = 180 + 17 = 197$ mm ≈ 200 mm. Przyjmujemy więc przekrój 200×12 .

Ze względu na ściskanie jeden nit przenosi siłę $P' = 4540$ kg / por. przykł. 49/, ze względu na docisk siłę $P'' = 4480$ kg. Zatem potrzebna ilość nitów

$$n = \frac{26000}{4480} = 5,8 = 6 \text{ nitów.}$$

51. Dźwigar INr 20 należy przytwierdzić do dźwigara INr 24 za pomocą kątówek $80 \times 80 \times 8$. Oddziaływanie dźwigara INr 20 wynosi $P = 6700$ kg. Należy obliczyć ilość nitów o średnicy $d = 17$ mm / rys. 119/.

a/ Nity łączące dźwigar INr 20 z kątówką $80 \times 80 \times 8$.

Na ścinanie przenosi jeden nit / docięty / siłę 4540 kg, przeto potrzebna ilość nitów:

$$n = \frac{6700}{4540} = 1,5 / \text{ tj. 2 nity.}$$

Na docisk dla grubości ścianki dźwigara $g = 6$ mm przenosi jeden nit siłę $P'' = 1,7 \cdot 0,8 \cdot 2400 = 3400$ kg, zatem

$$n = \frac{6700}{3400} = 2 \text{ nity.}$$

Przyjmujemy 2 nity $d = 17 \text{ mm}$.

b/ Nity łączące kątownik $80 \times 80 \times 8$ z dźwigarem NP 24.

Na ścinanie przenosi jeden nit / raz cięty/ siłę $\frac{1}{2} P =$
 $= 2720 \text{ kg}$; zatem potrzebną ilość nitów wynosi:

$$6700$$

$$n = \frac{6700}{2720} = 2,5 \text{ t.j. } 3 \text{ nity}$$

Przyjmujemy oczywiście 4 nity.

Na docisk dla grubości kątownika 8 mm , otrzymamy j.w.

$$6700$$

$$n = \frac{6700}{3400} = 2 \text{ nity.}$$

Zatem pozostawimy 4 nity $n = 17 \text{ mm}$.

52. Obliczyć połączenie stykowe pręta okrągłego $d = 25 \text{ mm}$, jeżeli siła działająca $P = 5900 \text{ kg./rys. } 120a/$.

Przekrój pręta $F = 4,91 \text{ cm}^2$, więc naprężenie $G = 5900:4,91 =$
 $= 1200 \text{ kg/cm}^2$. Jeżeli naprężenie dopuszczalne dla spoiny $k_s =$
 $= 1000 \text{ kg/cm}^2$, to z wzoru 91b przekrój spoiny $F_s = 1,2 \cdot 4,91 =$
 $= 5,9 \text{ cm}^2$, więc średnica spoiny wynieść musi $d_s = 28 \text{ mm}$.

53. Obliczyć połączenie stykowe jak w przykładzie 52, jednak przy zastosowaniu elektrod wysokowartościowych / rys.120b/.

Z wzoru 92 otrzymamy:

$$d_s = d = 25 \text{ mm.}$$

Podobnie styk płaskówek z przykładu 50 przedstawiałby się przy zastosowaniu elektrod wysokowartościowych w ten sposób, że przekrój spoiny byłby równy przekrojom płaskówek.

Stąd widać, o ile prostsze w obliczeniu i w wykonaniu są połączenia spawane od nitowanych.

54. Pręt składający się z dwu kątowników $80 \times 80 \times 10$, obciążony siłą 28600 kg jest przytwierdzony do blachy węzłowej za pomocą spoin pachwinowych bocznych o przekroju $10 \times 10 \text{ mm}$ / rys.116/. Obliczyć długość ogólną i rozmieszczenie spoin.

Spoiny 10×10 przenoszą na ścinanie $w_s = 530 \text{ kg/cm}$

$$28600$$

$$2 \sum a = \frac{28600}{530} = 54 \text{ cm}$$

stąd

$$\sum a = \frac{54}{2} = 27 \text{ cm.}$$

Odległość środka ciężkości kątownika od jej krawędzi wynoszą

$$e_1 = 2,34 \text{ cm}$$

$$e_2 = 5,66 \text{ "}$$

$$e_1 + e_2 = b = 8,00 \text{ cm}$$

Długość spoiny górnej, bliższej osi ciężkości / z wzoru 95:

$$5,66 \cdot 27$$

$$a_1 = \frac{5,66 \cdot 27}{8} = 19 \text{ cm}$$

Łączna długość dwu spoin dolnych: $a_2 = 27 - 19 = 8 \text{ cm}$.

Długość jednej spoiny dolnej: $\frac{1}{2} \cdot 8 = 4 \text{ cm}$.

Dla sprawdzenia dodajemy $a_1 + a_2 = \sum a = 19 + 2 \times 4 = 27 \text{ cm}$.

55. Należy obliczyć połączenia belek wiązania wiszącego / rys.29/, którego siły wewnętrzne wyznaczono w przykładzie 10, jeżeli przekrój słupa wiszącego i zastrzałów wynosi $20 \times 20 \text{ cm}$, zaś przekrój belki poziomej $24 \times 20 \text{ cm}$ / por. przykład 47/.

a/ Połączenie słupa wiszącego z zastrzałami / rys.109/

Zacios zostałby zniszczony, gdyby wystająca część słupa została ścięta wzdłuż linii ab / na długości a , zaś szerokości $b = 20 \text{ cm}$ / po obu stronach. Otrzymamy stąd równanie:

$$F = 2 \text{ mbkt} \dots \dots \dots 96$$

a więc przyjmując $k_t = 15 \text{ kg/cm}^2$

$$m = \frac{F}{2 b k_t} = \frac{6600}{2 \cdot 20 \cdot 15} = 11,0 \text{ cm},$$

zamiast czego przyjęliśmy 20 cm.

Zniszczenie połączenia mogłoby nastąpić także w ten sposób, że siła $\frac{1}{2} P$ ściągałaby zastrzał wzdłuż linii od o długości n , zatem na powierzchni bn .

$$\text{Wtedy} \quad \frac{1}{2} F = \frac{bn \sigma_t}{h} \quad \dots \dots \dots 97$$

$$\text{a uwzględniając, że } n = \frac{b}{\cos \alpha} = \frac{b}{\cos \alpha}$$

$$\frac{1}{2} P = \frac{6600}{\cos \alpha} \quad \dots \dots \dots 98$$

$$P \cos \alpha = 6600 \cdot 0,8$$

a stąd: $t = \frac{P \cos \alpha}{2 b^2} = \frac{6600 \cdot 0,8}{2 \cdot 20^2}$, zatem mniej, niż wynosi naprężenie dopuszczalne $k_t = 15 \text{ kg/cm}^2$.

b/ Połączenie zastrzałów z belką poziomą / rys. 121/.

Składowa pozioma H siły w zastrzale stara się czop ściąć wzdłuż płaszczyzny mn . Jeżeli więc połączenie ma być wytrzymałe, to musi się spełnić równanie:

$$H = \frac{ack_t}{\sin \alpha} = \frac{bc}{\sin \alpha} k_t \quad \dots \dots \dots 99$$

$$\text{czyli} \quad c = \frac{H \sin \alpha}{b k_t} = \frac{4400 \cdot 0,6}{20 \cdot 15} = 8,3 \text{ cm}.$$

Połączenie uległoby też zniszczeniu, jeżeliby wystająca część belki e została przez czop wysunięta, t.j. ścięta wzdłuż dwu płaszczyzn pionowych o wysokości f , i jednej poziomej o szerokości, równej szerokości czopu c , t.j. wzdłuż sumarycznej powierzchni $2fe + ce = / 2f + c/e$. Naprężenia ścinające wzdłuż tej powierzchni muszą więc być mniejsze od dopuszczalnego, czyli

$$H = / 2f + c/ e k_t \quad \dots \dots \dots 100$$

$$\text{a stąd:} \quad e = \frac{H}{/ 2f + c/ k_t} = \frac{4400}{/ 2 \cdot 5 + 13/ 15} = 12,7, \text{ przyjmujemy } 20 \text{ cm}.$$

D. Wytrzymałość na zginanie.

§ 37. Obliczenie belek zginanych.

Weźmy pod uwagę, belkę pracującą na zginanie pod wpływem sił $F_1, F_2, F_3 \dots$ i zbadaćmy, jaki stan rzeczy zachodzi w dowolnym przekroju mn / rys. 122/. Po lewej stronie tego przekroju działają dwie siły: oddziaływanie A i siła F_1 . W równowadze belki nie się jednak nie zmienia, jeśli w przekroju mn umieścimy cztery równoważące się siły, a to: dwie siły pionowe, ale wprost przeciwnie sobie skierowane A' i A'' , oraz dwie również pionowe i również przeciwnie sobie siły F_1' i F_1'' ; bowiem wypadkową tych sił równa się zoru Σ . Otrzymane w ten sposób siły $A, F_1, A', A'', F_1', F_1''$ możemy w do-

Σ Można by tak samo wziąć siły działające po prawej stronie, F_2, F_3 i B , gdyż ich wypadkowa równa jest co do wielkości i położenia wypadkowej sił A i F_1 .

wolnym porządku złożyć ze sobą. Siły A i A' oraz P_1 i P_1'' dadzą dwa momenty statyczne, których suma wyniesie:

$$M = A c - P_1 c_1 \dots \dots \dots 101$$

zatem moment o wielkości znalezionej już poprzednio / wz. 27/.

Ten moment zginający M stara się wygiąć przekrój mn w kierunku wskazówki na zegarze; ma zatem znak dodatni / porównaj §§ 14 i 23/. Przekrój ten obróci się ostatecznie o pewien kąt, zajmując położenie mn' / fig. 125/, pozostanie przecież płaski i po obrocie. Podobnie obróca się i inne przekroje, jednakowoż o inny kąt, skutkiem czego górno włókna skrócą się, dolno natomiast wydłużą; w środku belki pozostanie jednak jedna warstwa ab / rys. 123/, która długości nie zmieni. Warstwę tę nazywamy warstwą obojętną, a linię przecięcia jej st z pewnym przekrojem, np. z przekrojem mn lub pr / rys. 125/ osią obojętną. Przekroje mn , które przed tym były pionowe; zajmą teraz położenie $m'n'$ i $p'r'$, pozostając jednak prostopadłymi do osi.

Dotychczas nie mówiliśmy nic o wpływie sił A'' i P_1'' , które działają w badanym przekroju mn . Dadzą one siłę wypadkową, która wynosi:

$$T = A'' - P_1' = A - P \dots \dots \dots 102$$

Siła ta jest zatem siłą poprzeczną, działającą już poprzednio w § 23 / or. 2 i 3//. Stara się ona przesunąć przekrój mn pionowo względem przekroju, leżącego bardzo blisko obok niego tak, by belka przybrała kształt, wskazany na rys. 124.

Wskutek działania momentu M i siły poprzecznej T powstają wewnątrz belki naprężenia, t.j. siły wewnętrzne. Naprężenia, powstałe wskutek działania momentu, nazywamy zginającymi i gnącymi, normalnymi / t.j. prostopadłymi do przekroju, gdyż taki mają kierunek/; naprężenia wskutek siły poprzecznej naprężeniami ścinającymi. Te ostatnie są jednak zwykle w belkach drewnianych i żelaznych litych znacznie mniejsze od normalnych, to też tutaj zajmować się nimi nie będziemy. Natomiast ważne są dla obliczenia belki naprężenia zginające; aby je obliczyć, trzeba przede wszystkim znaleźć momenty belki w każdym jej punkcie.

Rys. 25 przedstawia płaszczyzny mn i pr , narysowane w większej podziałce, przed i po ugięciu. Widać na niej, że odkształcenia / przedłużenia względnie skrócenia / poszczególnych włókien mn' , mm' i t.d. mają się do siebie jak odległości ich od osi obojętnej st , przechodzącej przez punkt S , t.j. że $nn' : mm' = y : c$. Jednakże / aż do granicy proporcjonalności / naprężenia są wprost proporcjonalne do odkształceń. Stąd wynika, że włókna najbardziej od osi oddalone będą naprężone najbardziej, zaś w samej osi będzie naprężenie równe zeru. Oznaczając naprężenie w odległości y od osi obojętnej przez σ_y , naprężenie w warstwie skrajnej górnej przez σ , w warstwie dolnej przez σ' , otrzymamy na mocy podobieństwa trójkątów $\triangle ANN' \sim \triangle ABB' \sim \triangle ACC'$ / rys. 125c/

$$\text{oraz} \quad \frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{\sigma_y}{\sigma'_y} = \frac{y}{y'} \dots \dots \dots 103$$

$$\text{a stąd: } \sigma_y = \sigma \frac{y}{c}, \text{ względnie } \sigma_y = \sigma' \frac{y}{c'} \dots \dots \dots 104.$$

Zatem w każdym włóknie oddalonym o y od osi obojętnej panuje naprężenie σ_y , stałe na całej szerokości paska fig. Jeżeli powierzchnia takiego paska w odległości y od osi obojętnej / rys. 125b/ wynosi f , to suma naprężeń wszystkich jego włókien równa jest naprężeniu σ_y , pomnożonemu przez powierzchnię paska t.j. $f \sigma_y$.

$$\text{Ale } \sigma_y = \sigma \frac{y}{c}, \text{ a więc } f \sigma_y = \sigma \frac{f y}{c} \text{ wzgl. } f \sigma_y = \sigma' \frac{f y}{c'} \text{ fy.}$$

A zatem suma wszystkich naprężeń ściskających w całej ściskanej części belki / rys. 125c i d/:

$$D = \left/ \sum_{o} f_{1y_1} + \sum_{o} f_{2y_2} + \dots \right/ = \sum_{o} \left/ f_{1y_1} + f_{2y_2} + \dots \right/ = \sum_{o} f_y \quad 105$$

zawsze suma naprężeń rozciągających:

$$C = \left/ \sum_{o'} f'_{1y'_1} + \sum_{o'} f'_{2y'_2} + \dots \right/ = \sum_{o'} \left/ f'_{1y'_1} + f'_{2y'_2} + \dots \right/ = \sum_{o'} f'y' \quad \dots \quad 105a$$

Jeśli ma być równowaga w przekroju, t.j. jeśli nie ma nastąpić dalszy ruch obrotowy ani też postępowy, to muszą się spełnić warunki tej równowagi, a więc / prócz innych / suma składowych poziomych musi być równa zero, więc $C = D = 0$. Podstawiając wartości otrzymane:

$$\sum_{o} f_y - \sum_{o'} f'y' = 0$$

ponieważ zaś z rys. 125 wynika, że $\sum_{o} = \sum_{o'}$, przeto

$$\sum_{o} f_y - \sum_{o} f'y' = 0 \quad \dots \quad 106$$

Jeśli iloczyn ma się równać zero, to jeden z mnożników musi być zerem; ponieważ zaś \sum_{o} zerem nie jest, przeto równanie spełni się tylko jeżeli wyraz w nawiasie równa się zero t.j. jeżeli:

$$\sum_{o} f_y - \sum_{o} f'y' = 0 \quad \dots \quad 107$$

f_y jest momentem statycznym paska o powierzchni f względem osi obojętnej; zatem $\sum f_y$ jest sumą momentów stat. wszystkich pasków po jednej, - $\sum f'y'$ pasków po drugiej stronie osi, zaś $\sum f_y - \sum f'y'$ jest momentem statycznym wszystkich pasków przekroju, t.j. całego przekroju ze względu na oś. Wodze 107 ma on być równy zero. Jednak linia, względem której suma momentów statycznych całego przekroju = 0, przechodzi / wodze § 21 / przez środek ciężkości tego przekroju, a zatem:

Oś obojętna przechodzi przez środek ciężkości przekroju.

Jeśli ma jednak nastąpić równowaga, to i moment statyczny wszystkich sił działających musi równać się zero. Na dany przekrój im działa: 1. moment M sił zewnętrznych ze względu na punkt S / o wielkości w danym przykładzie $M = A_c - P_1 c_1$ /, oraz 2. suma momentów naprężeń również ze względu na punkt S . Siła wewnętrzna odpowiadająca paskowi f , odległemu od osi obojętnej o y wynosi $f \sum_y$, a jej moment względem S jest

$f \sum_y y = f \sum_y y^2$. Dla wszystkich pasków powyżej osi obojętnej otrzymamy zatem:

$$\sum_{o} f_{1y_1}^2 + \sum_{o} f_{2y_2}^2 + \dots = \sum_{o} \left/ f_{1y_1}^2 + f_{2y_2}^2 + \dots \right/ = \sum_{o} f y^2, \text{ a podobnie poniżej osi: } \sum_{o'} f' y'^2. \text{ Mamy wreszcie, że } \sum_{o} = \sum_{o'}$$

a stąd dla równowartości momentów:

$$M = \int_0^c \frac{f}{\sum f y^2 + \sum f' y'^2} dy = \frac{f}{c} \sum f y^2 \dots \dots \dots 108$$

Wyraz $\sum f y^2$ składa się z bardzo wielu dodajników, z których każdy równy jest iloczynowi niezmiennie wąskiego paska, na jakie dzieliny przekrój, przez kwadrat jego odległości od osi obojętnej. Nazywamy go momentem bezwładności I. Ponieważ mamy w nim powierzchnię f / cm^2 mnożoną przez kwadrat długości $y^2 / \text{znów cm}^2$, przeto jednostką momentu bezwładności będą cm^4 , t.j. centymetry do potęgi czwartej. $\sum f y^2$ jest więc momentem bezwładności całego przekroju względem osi obojętnej. Otrzymujemy zatem:

$$M = \frac{f}{c} I = \frac{f y}{c} I \dots \dots \dots 109$$

Największe naprężenie będzie we włóknie najbardziej oddalonym od osi obojętnej, a zatem we włóknie skrajnym / jednym lub obu/. Z równania 109 otrzymamy jego wartość:

$$\text{najw. } \sigma = \frac{M c}{I} \dots \dots \dots 110$$

$$M = \text{najw. } \sigma \frac{I}{c} \dots \dots \dots 111$$

Dla danego przekroju M zmienny jest moment zależnie od obciążenia, natomiast I i c są stałe. Nazwijmy $\frac{I}{c} = j$, to

$$\sigma = \frac{M}{j} \dots \dots \dots 112$$

$$M = \sigma j \dots \dots \dots 113$$

Wielkość j nazywamy wskaźnikiem wytrzymałości lub wskaźnikiem oporu na zginanie lub wreszcie momentem wytrzymałości; mierzymy go w cm^3 .

Podobnie otrzymamy dla włókna oddalonego o e' :

$$\sigma' = \frac{M e'}{I} = \frac{M}{j'} \text{ gdzie } j' = \frac{I}{e'} \dots \dots \dots 112a$$

$$M = \sigma' j' \dots \dots \dots 113a$$

Najczęściej używamy przekrojów symetrycznych względem osi poziomej; dla nich oś obojętnej / oś ciężkości / jest zarazem osią symetrii. Wtedy $e = e'$, $j = j'$.

Jeżeli moment ma znak dodatni, to w części górnej belki występuje ściskanie, oznaczane znakiem "-", zaś w części dolnej wyciąganie oznaczane znakiem "+". Np. " $-\sigma$ " oznacza "ściskanie o wielkości σ ".

Największe naprężenia powstają zawsze we włóknaх najbardziej oddalonych od osi obojętnej; inne włókna przenoszą siły o wiele mniejsze, niż wynosi ich wytrzymałość / względnie naprężenie dopuszczalne /; nie są więc należycie wykorzystane. Staramy się dlatego zwykle o to, aby największą część materiału belki rozmieścić możliwie daleko od osi, co widać np. w belkach stalowych np. dwuteórkach, aórkach i t.d.

W belce narażonej na zginanie przybierają momenty zginające w poszczególnych miejscach różne wartości. Najpraktyczniej byłoby więc zastosować belkę o przekroju zmiennym, silniejszym tam, gdzie działają momenty większe, zaś słabszym, gdzie występują mniejsze. Jednakowoż belek takich używamy tylko w większych konstrukcjach; w mniejszych używa się zwykle belek drewnianych

lub dźwigarów stalowych o przekroju stałym na całej długości, a tym samym o stałym wskaźniku oporu W i momencie bezwładności I .

Stędy wedle wzoru 109 $\sigma = \frac{M}{W}$ największe naprężenie wystąpi w przekroju, w którym moment jest największy; przekrój ten nazywamy dlatego przekrojem niebezpiecznym.

Ze względu na konieczną w budowlach pewność obliczamy wymiary belek tak, aby największe naprężenie / we włókna skrajnych przekroju niebezpiecznego / było co najwyżej równe naprężeniu dopuszczalnemu. Dla najw. M musi być więc $\sigma = k_g$ z równanie 112 przybierze wtedy postać:

$$k_g \geq \frac{\text{najw. } M}{W} \dots \dots \dots 114$$

Zwykle dany jest najw. M , oraz naprężenie dopuszczalne, którego nie można przekroczyć; natomiast w tablicach szukamy belki mającej moment wytrzymałości W równy obliczonemu lub większy; wtedy używamy wzoru:

$$W = \frac{\text{najw. } M}{k_g} \dots \dots \dots 115$$

Rachunkowe wyznaczenie momentu bezwładności prostokąta.

Podzielmy prostokąt o wysokości h , a podstawie b / rys. 126 / na wąskie paski poziomo o grubości g ; powierzchnia każdego paska niech wynosi f , zaś odstęp od osi xx niech będzie y . Momentem bezwładności jednego paska jest $I_1 = fy = \frac{1}{12} bg y^3$. Dla górnej połowy prostokąta mamy zatem $\frac{1}{2} I_x = \frac{1}{12} b g (y_1^3 + y_2^3 + \dots)$ czyli

$$I_x = \frac{2}{3} b g (y_1^3 + y_2^3 + \dots) \dots \dots \dots 116$$

ale $y_2 = y_1 + g$, $y_3 = y_2 + g \dots$, a zatem

$$y_2^3 = y_1^3 + 3 y_1^2 g + 3 y_1 g^2 + g^3$$

$$y_3^3 = y_2^3 + 3 y_2^2 g + 3 y_2 g^2 + g^3$$

Wartości g są jednak bardzo małe, a tym mniejsze są wartości g^2 i g^3 ; możemy je więc śmiało opuścić. Otrzymamy wtedy:

$$y_2^3 = y_1^3 + 3 y_1^2 g, \text{ więc } y_1^2 g = \frac{y_2^3 - y_1^3}{3} \text{ i podobnie}$$

$$y_2 g^2 = \frac{y_3^3 - y_2^3}{3}$$

Podstawiając wartości we wzór 116 otrzymujemy:

$$I_x = \frac{2}{3} b g (y_2^3 - y_1^3 + y_3^3 - y_2^3 + y_4^3 - y_3^3 + \dots + y_n^3), \text{ a}$$

$$\text{upraszczając } I_x = \frac{2}{3} b g (y_n^3 - y_1^3) \dots \dots \dots 117$$

ponieważ y_1 jest bardzo małe wobec y_n więc tym bardziej y_1^3 wobec y_n^3 ; możemy więc je opuścić; z drugiej strony y_n jest prawie równe $\frac{1}{2} h$. Podstawmy więc te wartości, a otrzymamy:

$$I_x = \frac{2}{3} b g \frac{h^3}{8} = \frac{1}{12} b h^3 \dots \dots \dots 118$$

Uproszczenie, jakie w toku rachunku czyniliśmy, są tym bardziej dopuszczalne, im na węższe paski podzieliliśmy przekrój. Przy przyjęciu pasków niezmiernie wązich błęd powstały znikają zupełnie.

$$\text{Dla osi } yy \text{ otrzymamy w ten sam sposób: } I_y = \frac{1}{12} h b^3 \dots \dots \dots 119$$

Jeśli $h > b$, to I_x jest największym, I_y najmniejszym ze wszystkich momentów bezwładności, odniesionych do środka ciężkości.

Moment wytrzymałości względem osi xx wynosi zatem:

$$I_x = \frac{I_x}{s} = \frac{1}{12} bh^3 \cdot \frac{2}{h} = \frac{1}{6} bh^2 \dots \dots \dots 120$$

zaś dla osi yy :

$$I_y = \frac{I_y}{o!} = \frac{1}{12} hb^3 \cdot \frac{2}{b} = \frac{1}{6} hb^2 \dots \dots \dots 121$$

Jeśli $h > b$, to I_x jest znów największym, I_y najmniejszym momentem wytrzymałości danego przekroju.

Dla przekroju kwadratowego o bokach a $h = b = a$, zatem

$$I_x = I_y = \frac{1}{12} a^4 \dots \dots \dots 122$$

$$I_x = I_y = \frac{a^3}{6} \dots \dots \dots 123$$

§ 38. Moment bezwładności ze względu na oś równoległą do pewnej osi ciężkości.

Niech I_0 będzie momentem bezwładności danego przekroju ze względu na oś ciężkości $x - x$, zaś I_1 szukanym przez nas momentem bezwładności ze względu na oś $x_1 - x_1$, oddaloną o c od osi $x - x$.

Moment bezwładności I_0 wynosi / rys. 127/

$$I_0 = \sum f y^2$$

Zaś moment bezwładności I_0 względem osi $x_1 x_1$:

$$I_1 = \sum f / y + c/2 = \sum f y^2 + \sum 2c f y + \sum f c^2 = I_0 + 2c \sum f y + c^2 \sum f$$

Wyraz $2c \sum f y$ jest równy zeru, gdyż $\sum f y$ jest momentem statycznym przekroju ze względu na oś ciężkości / por. § 21/; wyraz $\sum f$ jest sumą powierzchni wszystkich pasków F a więc powierzchni całego przekroju F , a zatem:

$$I_1 = I_0 + F c^2 \dots \dots \dots 128$$


T.J.: Moment bezwładności danego przekroju ze względu na oś odległą o długość c od środka ciężkości równa się momentowi bezwładności przekroju ze względu na oś ciężkości, równoległą do danej osi, więcej iloczynu powierzchni F przez kwadrat odległości obu osi.

Wiemy, że dla prostokąta o wysokości h , a podstawie b moment bezwładności I względem osi ciężkości xx wynosi $I = 1/12 bh^3$. Jeśli chcemy znaleźć I_1 względem podstawy, to odległość osi ciężkości xx od nowej osi $x_1 x_1$ / rys. 126/ wynosi $\frac{1}{2} h$, a więc

$$I_x = I_0 + F c^2 = 1/12 bh^3 + bh \cdot \frac{b^2}{4} = 1/3 bh^3 \dots \dots 129$$

Podobnie moment bezwładności względem pionowego boku prostokąta:

$$I_y = 1/3 bh^3 \dots \dots \dots 130$$

Znając moment bezwładności prostokąta oraz na podstawie wzoru 128 wyznaczyć możemy momenty bezwładności figur bardziej skomplikowanych, składających się z prostokątów, albo też z figur, które w przybliżeniu możemy zamienić na prostokąty. Dla każdego prostokąta składowego znajdujemy moment bezwładności osobno, a następnie sumujemy je lub odejmujemy. Np. przekrój  / por. rys. 128/

uważać możemy za prostokąt o wymiarach b, h , od którego trzeba odjąć prostokąt mniejszy o wymiarach b', h' . Wtedy:

$$I_x = 1/12 / bh^3 - b'h'^3 / \dots \dots \dots 131$$

$$\text{zaś } I_x = \frac{2I_x}{h} \dots \dots \dots 132$$

I podobny sposób wyznaczamy momenty bezwładności przekrojów o kształcie np. T lub I. Przekroje takie spotykamy najczęściej w kształtownikach stalowych, jednakowoż z zaokrągleniami, a także pochyleniami ścianek. Obliczając moment bezwładności, zamieniamy przekrój dany zwykle na przekrój złożony z prostokątów wyrównujących go co do powierzchni.

Zwykle jednakowoż zbyteczne jest wykonywanie tych działań, gdyż momenty bezwładności i wskaźniki wytrzymałości najczęściej używanych przekrojów zestawione są w tablicach.

Przykłady 56 - 61.

56. Znaleźć moment bezwładności przekroju, złożonego z blachy 160 . 8 i dwu kątowników 50 . 50 . 5 / rys. 129/.

Moment bezwładności blachy wynosi:

$$I_b = \frac{1}{12} 0,8 \cdot 16^3 = 273,0 \text{ cm}^4.$$

Moment bezwładności jednej kątowniki względem osi ciężkości równoległej do ramienia wynosi / według tablic/ $I_0 = 11,2 \text{ cm}^4$; ponieważ zaś środek ciężkości jednej kątowniki odległy jest od poziomej osi ciężkości xx całego przekroju o 6,59 cm, zaś jego przekrój wynosi $F = 4,79 \text{ cm}^2$, przeto jego moment bezwładności wzgl. osi xx ma wartość:

$$I_k = 11,2 + 4,79 \cdot 6,59^2 = 219,2 \text{ cm}^4.$$

Zaś moment bezwładności całego przekroju.

$$I = I_b + 2 I_k = 273,0 + 2 \cdot 219,2 = 711,4 \text{ cm}^4.$$

56. Jak należy rozstawić dwie ceówki NF 24, jeżeli ich momenty bezwładności ze względu na obie osi mają być równe /rys. 130/.

Jeżeli moment bezwładności jednej kształtowniki względem osi xx wynosi I_x , względem osi yy I_y , zaś względem osi $y'y'$ przechodzącej przez środek ciężkości jednej kształtowniki $I'y$ to:

$$2 I_y = 2 I_x = 2 [I'y + F / o + b/2^2], \text{ a stąd:}$$

$$b = \frac{\sqrt{I_x - I_y}}{F} - o$$

a zatem według tablic:

$$b = \frac{\sqrt{4056 - 282}}{46,5} - 2,38 = 6,35 \text{ cm}$$

58. Znaleźć dźwigar dwuteowy potrzebny dla obciążenia, jak na rys. 80 / przykład 31/.

Największy moment zginający wynosi tutaj $M = 872000 \text{ kgcm}$. Zatem potrzebny moment wytrzymałości:

$$W = \frac{M}{k_k} = \frac{872000}{1200} = 727 \text{ cm}^3.$$

Użyjemy zatem dźwigara NF 32 / $W = 783 \text{ cm}^3$. Bezpośrednio mniejszy dźwigar NF 30 ma moment wytrzymałości $W = 653 \text{ cm}^3$.

59. Jak wielki ciężar jednostajnie rozłożony uniesie belka drewniana o wymiarach 22/10, jeśli służy jako wspornik o długości $l = 200 \text{ cm} / \text{kg} = 100 \text{ kg/cm}^2$.

Moment zginający belki wspornikowej jednostajnie obciążonej wynosi: Pl $2M$

$$M = \frac{Pl}{2}; \text{ czyli } P = \frac{2M}{l} = pl.$$

Zaś moment wytrzymałości stoi z momentem zgięcia w związku:

$$M = Wk_g$$

$$\text{Otrzymany zatem dla } W = 1/6 bh^2 = 1/6 \cdot 16 \cdot 22^2 = 1290 \text{ cm}^2.$$

$$P = \frac{2Wk_g}{l} = \frac{2 \cdot 1290 \cdot 100}{200} = 1290 \text{ kg},$$

czyli ciężar jednostajnie rozłożony o wielkości:

$$p = \frac{P}{l} = \frac{1290}{2,00} = 645 \text{ kg/m.b.}$$

60. Obliczyć konstrukcję stalową balkonu. Obciążenie podłogi / stałe i ruchome / wynosi 600 kg/m^2 ; balustradę stanowi mur o grubości 0,25 m, wysokości 0,80 m / rys. 131/.

a/ Obliczenie dźwigara CD. Jest on obciążony podłogą z szerokości $\frac{1}{2} \cdot 1,30 \text{ m}$ oraz murem.

$$P = 3,0 / \frac{1}{2} \cdot 1,30 \cdot 600 + 0,8 \cdot 0,25 \cdot 1600 = 2130 \text{ kg.}$$

$$M = 1/8 Pl = 1/8 \cdot 2130 \cdot 300 = 79875 = \text{ok. } 79900 \text{ kgcm.}$$

$$\text{Potrzebny moment wytrzymałości } W = \frac{M}{k_g} = \frac{79900}{1200} = 66,6 \text{ cm}^3.$$

$$\text{Przyjęto zatem 2 dźwigary NF 10 / } W = 2 \cdot 34,2 = 68,4 \text{ cm}^3/.$$

b/ Obliczenie dźwigarów AC i BD. Przenosi się na nie w p. C / względnie D / oddziaływanie dźwigara CD; oraz na całej długości AC / względnie BD / ciężar muru.

$$P_1 = \frac{1}{2} \cdot 2130 = 1065 \text{ około } 1070 \text{ kg.}$$

$$M_1 = 1070 \cdot 130 = 139100 \text{ kgcm.}$$

$$P_2 = 1,30 \cdot 0,8 \cdot 0,25 = \text{około } 420 \text{ kg.}$$

$$M_2 = 420 \cdot \frac{130}{2} = 27300 \text{ kgcm.}$$

Zaś moment całkowity:

$$M = M_1 + M_2 = 139100 + 27300 = 166400 \text{ kgcm.}$$

$$\text{Potrzebny moment wytrzymałości } W = \frac{M}{k_g} = \frac{166400}{1200} = 138,7 \text{ cm}^3.$$

$$\text{Przyjmijmy 2 dźwigary INF 14 / } W = 2 \cdot 81,9 = 163,8 \text{ cm}^3/.$$

61. Należy obliczyć konstrukcję schodów stalowych o wymiarach podanych na rys. 132.

Obliczenie statyczne schodów redukuje się do obliczenia wymiarów dźwigarów: policykowego AB i podstowego CD. Jeśli długość / w rzucie / pierwszego wynosi l , zaś drugiego l' , szerokość ramienia b , podestu b' , zaś obciążenie / stałe i ruchome / z , względnie z' kg/m^2 rzutu poziomego, to obciążeniem policyka jest $Z = \frac{1}{2} blz$, zaś największym momentem $M = 1/8 Zl = 1/16 blz^2$. Na dźwigar podstowy / spiecznikowy / działają natomiast: a/ oddziaływania dźwigarów policykowych o wielkości $\frac{1}{2} Z$ w odległości b od podpór, b/ ciężar jednostajnie rozłożony, przenoszony z połowy podestu o wielkości $Z' = \frac{1}{2} b'l'z'$; moment zginający wynosi więc:

$$M_1 = \frac{1}{2} Zb + 1/8 Z'l' = \frac{1}{2} Zb + 1/16 b'l'z'.$$

Właściwie oddziaływania $\frac{1}{2} Z$ działają zwykle nie w odległości b od podpór, ale w odległości nieco mniejszej, z uwagi na to, że dźwigary policzkowe są nieco wsunięte pod stopnie; różnica jest jednak bardzo mała.

a/ Obliczenie dźwigara policzkowego / $z = 650 \text{ kg/m}^2$ /:
 $l = 3,18 + 0,10 + 0,10 = 3,38 \text{ m}$, $b = 1,20 \text{ m}$, zatem
 $Z = 0,60 \cdot 3,38 \cdot 650 = 1396 \text{ kg}$, przyjm. 1400 kg
 $M = 1/8 \cdot 1400 \cdot 3,38 = 62650 \text{ kgcm}$.

$$p = \frac{M}{kg} = \frac{62650}{1200} = 52,4 \text{ cm}^3.$$

Przyjmijmy INP 12 o momencie wytrzymałości $W_p = 54,7 \text{ cm}^3$.

b/ Obliczenie dźwigara spiecznikowego / z powodu ciężkiej konstrukcji podestu $z' = 700 \text{ kg/m}^2$ /.

$\frac{1}{2} Z = \frac{1}{2} \cdot 1400 = 700 \text{ kg}$ $Z' = \frac{1}{2} \cdot 1,40 \cdot 2,60 \cdot 700 = 2550 \text{ kg}$.
 $M = 700 \cdot 120 + 1/8 \cdot 2550 \cdot 260 = 84000 + 82880 = 166880 \text{ kgcm}$.

$$W_p = 139,0 \text{ cm}^3.$$

Przyjęto INP 18 / $W_p = 161 \text{ cm}^3$ /.

§ 39. Elipsa bezwładności.

Jeżeli F jest powierzchnią, zaś I momentem bezwładności prostokąta / rys. 133 / ze względu na oś ciężkości XX , to możemy znaleźć taką długość i_x , ażeby spełniło się równanie:

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{F}} \dots \dots \dots 133$$

Podobnie możemy znaleźć i dla innych osi ciężkości, np. dla osi ZZ , moment bezwładności I_z , oraz długość

$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{F}}$. Poprowadzmy przez punkt S szereg osi Z w różnych położeniach $Z_1, Z_2 \dots$ i dla każdego z nich wykreślmy równoległą w odległości i_{z1}, i_{z2} , to przekonamy się, że wszystkie one będą st stycznymi do elipsy, którą nazywamy środkową elipsą bezwładności. Długości i_x, i_z , odpowiadające poszczególnym osiom XX, ZZ , nazywamy promieniami bezwładności.

Taką elipsę bezwładności wyznaczyć możemy nie tylko dla prostokąta, ale dla każdego przekroju. Dla przekrojów symetrycznych osi główne tej elipsy leżą zawsze na osiach symetrii, a półosi elipsy Sa , względnie Sb , są równe promieniom bezwładności względem osi XX , względnie YY . Osi elipsy środkowej nazywamy osiąmi głównymi bezwładności; jeżeli bowiem będziemy badali momenty bezwładności względem osi $XX, YY, ZZ, Z_1Z_1 \dots$ to okaże się, że największym będzie moment względem jednej osi głównej / w danym przypadku względem XX /, najmniejszym moment bezwładności względem drugiej osi głównej; zaś wszystkie inne momenty bezwładności przybiorą wartości pośrednie. Obliczywszy zatem promienie bezwładności główne, możemy na nich wykreślić elipsę, która będzie elipsą bezwładności.

Dla prostokąta otrzymamy:

$$i_x^2 = \frac{I_x}{F} = \frac{bh^3}{12} \cdot \frac{1}{bh} = \frac{h^2}{12} \dots \dots \dots 133a$$

a stąd:

$$i_x = \frac{h}{\sqrt{12}} = \frac{h\sqrt{3}}{6} = 0,289 h \dots \dots \dots 134.$$

Rozłożmy $1/12 h^2$ na czynniki $1/6 h$ i $1/2 h$ / gdyż $1/6 h \cdot 1/2 h = 1/12 h^2$, to i_x jest średnią geometryczną między nimi, gdyż

$$1/12 h^2 = 1/6 h \cdot 1/2 h = i_x^2$$

czyli:

$$1/6 h : i_x = i_x : 1/2 h.$$

Podobną regułą znajdziemy dla drugiej osi głównej YY

$$1/6 b : i_y = i_y : 1/2 b.$$

Z tej proporcji wynika, że dla wykreślenia znajdziemy głównych promieni bezwładności dla prostokąta użyć możemy następującej konstrukcji: Na długości $Sa = 1/6 h$ zakreślamy półkoło; z odległości $Sa = 1/6 h$ od S prowadzimy następnie prostą do średnicy Sa , a promień $Sf = Sc$ koła zakreślonego z S da średnią geometryczną między $Sa = 1/6 h$ i $Sc = 1/2 h$, t.j. główny promień bezwładności i_x . Podobnie znajdziemy drugi promień bezwładności i_y . Konstrukcja ta ważna jest tylko dla przekroju prostokątnego pełnego / rys. 133/. Dla innych przekrojów znajdziemy i ze wzoru 133.

Mając wykreśloną elipsę bezwładności znaleźć możemy bardzo łatwo moment bezwładności względem którejkolwiek osi przechodzącej przez jej środek, np. Iz. Prowadzimy styczną do elipsy równoległą do danej osi ZZ, niech prosta ta ma odległość od osi ZZ wynoszącą iz , to moment bezwładności wzgl. ZZ:

$$I_z = i_x^2 F \dots \dots \dots 135$$

Jeżeli momenty bezwładności I_x i I_y są równe, t.j. $I_x = I_y$, to wedle wzoru 133 równe są także promienie bezwładności $i_x = i_y$, zaś elipsa bezwładności przechodzi w koło, które nazywamy kołem bezwładności. Jak wyżej powiedzieliśmy, styczne poprowadzone do elipsy bezwładności, leżą w odległościach i_x, i_y, iz od równoległych osi, tutaj zaś dla każdego kierunku $i_x = i_y = iz$, zatem momenty bezwładności dla każdej osi ciężkości są równe. Zachodzi to wtedy, jeśli przekrój ma momenty bezwładności równe względem dwóch dowolnych osi, a więc np. gdy przekrój jest tak symetryczny względem obu osi, np. kwadrat, koło, pierścień kołowy i t.d.; może zająć jednak i w wypadkach innych. Por. np. przykład 63, gdzie dla trójkąta promienie bezwładności są prawie zupełnie równe.

Jeżeli przekrój składa się z kilku części rozłożonych symetrycznie względem osi / przechodzącej oczywiście przez środek ciężkości całego przekroju, to wystarczy obliczyć promień bezwładności jednej z tych części względem wspólnej osi ciężkości. Jeżeli bowiem powierzchnia tak samo rozmieszczona wzrasta w tym samym stopniu co moment bezwładności, to otrzymamy:

$$i = \sqrt{\frac{nI}{nF}} = \sqrt{\frac{I}{F}} \dots \dots \dots 136$$

Przykłady 62 - 63.

62. Obliczyć osi główne bezwładności dźwigara Nr 28 / rys. 134/. Ze względu na os. poziomą otrzymujemy:

$$I_x = 1/12 [12,28^3 - / 12 - 1,1 / \cdot 28 - 3,4 / 3] = 8430 \text{ cm}^4$$

Ze względu na os. pionową:

$$I_y = 1/12 [2 \cdot 1,7 \cdot 12^3 + / 28 - 3,4 / 1,1^3] = 486 \text{ cm}^4$$

Powierzchnia przekroju: $F = 2 \cdot 12 \cdot 1,7 + / 28 - 3,4 / 1,1 = 67,9 \text{ cm}^2$

A stąd połowy osi głównych elipsy bezwładności:

$$i_x = \sqrt{\frac{8430}{67,9}} = 11,1 \text{ cm}$$

$$i_y = \sqrt{\frac{486}{67,9}} = 2,7 \text{ cm}$$

./.

63. Znaleźć rachunkowo główne momenty bezwładności I_x i I_y , oraz osi elipsy środkowej teśki Nr 8.

Dzieląc przekrój na dwa prostokąty / por. rys. 135/, otrzymamy odległość środka ciężkości przekroju od podstawy e ze wzoru:

$$e = \frac{9 \cdot 53 \cdot 35,5 + 80 \cdot 9 \cdot 4,5}{9 \cdot 53 + 80 \cdot 9} = 16,9 \text{ mm} / \text{por. przykł. 27/}.$$

Moment bezwładności względem podstawy wynosi $I_m = I_x + Fe^2$, a stąd $I_x = I_m - Fe^2$, gdzie $e_1 = e - 9 = 16,9 - 9 = 7,9$ mm.

$$I_m = 1/3 / 9 \cdot 53^3 + 80 \cdot 9^3 / = 463072 \text{ mm}^4$$

$$Fe_1^2 = / 9 \cdot 53 + 80 \cdot 9 / 7,9^2 = 74705 \text{ mm}^4.$$

zatem: $I_x = 463072 - 74705 = 388367 \text{ mm}^4 = 38,84 \text{ cm}^4$.

Ze względu na oś yy znajdziemy zatem:

$$I_y = 1/12 / 9 \cdot 80^3 + 53 \cdot 9^3 / = 387219 \text{ mm}^4 = 38,72 \text{ cm}^4.$$

Z powodu symetrii jedną osią główną jest yy , drugą jest do niej prostopadła i przechodzi przez środek ciężkości. Wartość połówek osi głównych elipsy środkowej znajdziemy ze wzorów:

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{F}} \quad i_y = \sqrt{\frac{I_y}{F}}$$

$$\text{zatem: } i_x = \sqrt{\frac{38,84}{11,97}} = 1,80 \text{ cm} \quad i_y = \sqrt{\frac{38,72}{11,97}} = 1,97 \text{ cm}.$$

Promienie główne elipsy bezwładności są tu prawie równe, elipsa zbliża się zatem do koła.

40. Wykreślne wyznaczenie momentu bezwładności.

1. Metoda Culmanna.

Dla przekroju nieregularnego najłatwiej jest znaleźć moment bezwładności wykreślnie, przy czym tak postępowania jest analogiczny do wykreślnego wyznaczenia momentu statycznego układu sił równoległych / § 17/. Dzielimy dany przekrój / rys. 136/ na szereg bardzo wąskich pasków równoległych do danej osi bezwładności i wyznaczamy następnie ich wielkość i środki ciężkości. Paski powinny być tak wąskie, aby z wystarczającą dokładnością można było uważać je za prostokąty, trapezy lub trójkąty. Stąd położenie osi ciężkości znaleźć można według § 22. Szerokie prostokąty należy podzielić na parę węższych. Jeśli odstępów środków ciężkości pasków od osi będą $y_1, y_2, y_3 \dots$, a ich powierzchnie $F_1, F_2, F_3 \dots$, to moment bezwładności pierwszego paska będzie:

$$I_1 = F_1 \cdot y_1^2 = / F_1 \cdot y_1 / \cdot y_1 \dots \dots \dots 137.$$

Iloczyn $m_1 = F_1 y_1$ przedstawia moment statyczny paska pierwszego względem osi. Jeśli będziemy uważać ten moment statyczny za siłę, to iloczyn $m_1 y_1 = / F_1 y_1 / y_1 = F_1 y_1^2$ przedstawiać będzie zarazem moment statyczny siły $m_1 = F_1 y_1$ względem osi XX ; jest on jednak równy momentowi bezwładności I_1 paska względem tejże osi, gdyż:

$$m_1 y_1 = F_1 y_1 y_1 = F_1 y_1^2 = I_1.$$

Podobne wyniki otrzymamy i dla następnych pasków będzie więc:

$$I_2 = F_2 y_2^2 = m_2 y_2$$

$$I_3 = F_3 y_3^2 = m_3 y_3 \dots$$

Dla całego przekroju zaś / t.j. dla wszystkich pasków/:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \dots = m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + \dots$$

Zacznemy w środkach ciężkości poszczególnych pasków siły proporcjonalne do ich powierzchni a równoległe do XX / por. § 17/ i wykreślimy dla nich wielobok sznurowy prst, to według § 18 odcinki $ab \dots$ pomnożone przez odległość biegunową H_1 przedstawiają momenty statyczne poszczególnych pasków względem XX :

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= ab \cdot H_1 \\ m_2 &= bc \cdot H_1 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 138$$

Zaś moment statyczny całego przekroju wynosi:

$$M = m_1 + m_2 + \dots = ab \cdot H_1 + bc \cdot H_1 + \dots = ae \cdot H_1 \dots 138a$$

Te momenty uważamy teraz za siły i z kolei wyznaczamy momenty statyczne momentów statycznych m_1, m_2, \dots w ten sam sposób; wynoszą one: $m_1 y_1, m_2 y_2, \dots$. Obieramy w tym celu biegun O_2 w odległości biegunowej H_2 i kreślimy dlań t.zw. "drugi wielobok sznurowy" p'r's't'. Długości $a'b', \dots$, odcięte od osi XX przedłużeniami odpowiednich boków wieloboku sznurowego, pomnożone przez H_2 przedstawiają momenty statyczne sił $m_1 = / ab \cdot H_1 / \dots$, a tym samym momenty bezwładności pasków F_1, F_2, \dots , gdyż $a'b' \cdot H_2 = m_1 y_1 = / F_1 y_1 / y_1 = F_1 y_1^2$, więc:

$$I_1 = a'b' \cdot H_1 \cdot H_2 \dots \dots \dots 139$$

Podobnie otrzymamy $I_2 = b'c' \cdot H_1 \cdot H_2, \dots$, zaś długość $a'e' = n$ pomnożona przez obie długości biegunowe równa jest momentowi bezwładności całego przekroju względem osi XX:

$$I = n \cdot H_1 \cdot H_2 \dots \dots \dots 140$$

Ponieważ moment bezwładności wyraża się w jednostkach długości do czwartej potęgi, przeto jedna z wielkości $nH_1H_2 /$ z reguły $n /$ musi być wyrażona w jednostkach powierzchni $/ \text{cm}^2 /$, zaś dwie drugie $/ H_1 \cdot H_2 /$ w jednostkach długości.

2. Metoda Mohra.

Dla powierzchni F_1, F_2, \dots uważanych za siły, kreślimy tylko jeden wielobok sznurowy prst, tak samo jak przy metodzie Culmanna; wtedy:

$$m_1 = F_1 y_1 = ab \cdot H_1$$

$$\text{zatem } I_1 = F_1 y_1^2 = ab \cdot H_1 y_1 = ab \cdot y_1 \cdot H_1$$

Ale powierzchnia trójkąta Δabp równa jest $\frac{1}{2} ab \cdot y_1$, a więc $ab \cdot y_1$ jest podwójną powierzchnią Δabp ; stąd:

$$I_1 = 2 \times \text{pow. } \Delta abp \times H_1 \dots \dots \dots 141$$

Tę samo ważne jest oczywiście dla wszystkich pasków; więc moment bezwładności całego przekroju wynosi:

$$I = 2H_1 \cdot \text{pow. } / aep / \dots \dots \dots 142$$

Moment bezwładności równa się zatem powierzchni ograniczonej osią, wielobokiem sznurowym i przedłużeniami boków skrajnych pomnożonej przez podwójną odległość biegunową.

Przykłady 64 - 65.

64. Znaleźć wykreślnie moment bezwładności przekroju filara, podanego na rys. 137 ze względu na poziomą oś ciężkości.

Przedewszystkiem musimy znaleźć środek ciężkości przekroju. W tym celu dzielimy przekrój na szereg pasków poziomych, z których F_3 i F_4 są prostokątami, F_2 i F_5 trapezami / F_5 w przybliżeniu /, zaś F_1 i F_6 odcinkami koła, których środek ciężkości znaleźć można albo z tablic, albo w przybliżeniu, zamieniając je na trapezy. Rachunkowo wyznaczamy powierzchnie tych pasków wynoszące:

$$\begin{aligned} F_1 &= 157 \text{ cm}^2 & F_3 &= 525 \text{ cm}^2 & F_5 &= 368 \text{ cm}^2 \\ F_2 &= 600 \text{ cm}^2 & F_4 &= 198 \text{ cm}^2 & F_6 &= 155 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Powierzchnie te odnoślimy następnie w przyjętej skali powierzchnię w wieloboku sił o wierzchołku O_1 , przyjmąwszy odległość biegunową $H_1 = 15 \text{ cm}$. Równolegle do boków tego wieloboku wykreślimy następnie wielobok sznurowy mnoprsa, którego skrajne boki należy przedłużyć do a wyznaczając poziomą oś ciężkości Sh . Promienie tego wieloboku sznurowego / pierwszego / przedłużamy teraz do osi Sh , mianowicie mn do b , no do c , rp do e , sr do f i

otrzymujemy w ten sposób odcinki ab, bc, cd, ef, fa. Przyjmując drugi biegun O_2 w odległości H_2 równej też 15 cm, kreślimy znów równoległe do promieni $O_2a, O_2b...$ drugi wielobok sznurowy m'n'o' p'r's', którego skrajne boki m'g i s'h przedłużamy aż do poziomej osi ciężkości Sh' otrzymując ostatecznie odcinek $n = gh = 37,7$ cm.

Wedle Culmanna otrzymamy zatem:

$$I'_{O_2} = n \cdot H_1 \cdot H_2 = 37,7 \cdot 15 \cdot 15 = 8482,5 \text{ cm}^4.$$

Znajdziemy teraz moment bezwład. wedle Mohra. W tym celu należy pomnożyć powierzchnię $F = mnp$ przez z podwójną odległość biegunową H_1 . Powierzchnię tę można znaleźć, obliczając kolejno powierzchnie trójkątów mba, ned itd.

Otrzymamy wtedy:

Trójkąt:	Wysokość h:	Podstawa b:	Podwójna powierzchnia bh:
mba	26,0 cm	6,0 cm	156 cm ²
ned	13,9 "	9,0 "	125 "
doc	1,9 "	1,0 "	2 "
pde	8,5 "	6,5 "	56 "
rof	19,2 "	5,0 "	96 "
sfa	26,0 "	4,8 "	125 "

$$2 F = 560 \text{ cm}^2$$

$$\text{a zatem } I'' = 2 F H_1 = 560 \cdot 15 = 8400 \text{ cm}^4.$$

Otrzymaliśmy zatem wynik różny o 80 cm⁴ od wyniku metody Culmanna, co jest błędem bardzo małym. Najprawdopodobniej szerszą wartość I będzie wartość średnia:

$$I = \frac{1}{2} (I'_{O_2} + I'') = \frac{1}{2} (8480 + 8400) = 8440 \text{ cm}^4.$$

65. Obliczyć moment bezwładności przekroju filara podanego na rys. 137, ze względu na oś xx równoległą do osi ciężkości Sh , uwzględniając przykład 64.

Wedle Mohra moment bezwładności I_x względem osi xx równy jest podwójnej powierzchni $F' = mnp$ pomnożonej przez odległość biegunową H_1 . Podwójna powierzchnia $F = mnp$ wynosi 560 cm² / por. przykład 64; podwójna powierzchnia trójkąta atu $F'' = 35,8 \cdot 13,6 = 488 \text{ cm}^2$, zatem $F' = F + F'' = 560 + 488 = 1048 \text{ cm}^2$, a stąd:

$$I_x = 1048 \cdot 15 = 15720 \text{ cm}^4.$$

§ 41. Naprężenia w belkach, gdy siły nie działają w płaszczyźnie osi głównych.

Dotychczas przyjmowaliśmy, że w płaszczyźnie, w której działają ciężary, leży jedna z osi głównych przekroju, t.j. że np. w rys. 126 siły działają w linii yy. Często jednakże obciążenie działa w płaszczyźnie zamykającej w tym samym pionie kąt. Możemy np. pod uwagę brać dachowe / rys. 138/. Zwykle ustawia się je w płaszczyźnie dachu, natomiast ciężar P pokrycia i śniegu działa pionowo, t.j. w linii ZZ' zawierającej z osią główną YY kąt np. α , / zaś z osią XX kąt $90 - \alpha$ /. Ciężar ten wywołuje w danym przekroju belki moment zgięcia M . Rozłożony ten moment na dwa momenty składowe, działające w płaszczyźnie osi głównych XX i YY, otrzymamy:

$$M_x = M \cos \alpha \quad \text{w płaszczyźnie prostopadłej do XX.}$$

$$M_y = M \sin \alpha \quad \text{w płaszczyźnie prostopadłej do YY.}$$

Każdy z tych momentów składowych wywołuje odpowiednie naprężenia zginające. W dowolnym punkcie przekroju E powstaje naprężenie:

1/ Błąd dopuszczalny wynosi 3%.

./.

$$\left. \begin{array}{l} \text{wskutek } M_x \quad \sigma_1 = \frac{M \cos \alpha \cdot y'}{J_x} = \frac{M_x y'}{J_x} \\ \text{wskutek } M_y \quad \sigma_2 = \frac{M \sin \alpha \cdot x'}{J_y} = \frac{M_y x'}{J_y} \end{array} \right\} \dots \dots \dots 143$$

Ponieważ zaś oba momenty, a zatem i oba naprężenia występują równocześnie, przeto naprężenie w punkcie E równa się sumie naprężeń 1 + 2 :

$$\sigma = \frac{M_x y'}{J_x} + \frac{M_y x'}{J_y} \dots \dots \dots 144$$

Głównie chodzi nam oczywiście o naprężenia największe. Występują one we włóknach skrajnych, t.j. w punktach A i C.

Otrzymamy tam:

$$\left. \begin{array}{l} \text{dla } M_x \quad \text{najw. } \sigma_1 = \frac{M_x \cdot \frac{1}{2}h}{J_x} = \frac{M_x}{J_x} \\ \text{dla } M_y \quad \text{najw. } \sigma_2 = \frac{M_y \cdot \frac{1}{2}h}{J_y} = \frac{M_y}{J_y} \end{array} \right\} \dots \dots \dots 145$$

Sumarycznie naprężenia w A i C wynoszą więc:

$$\text{najw. } \sigma = \frac{M_x}{J_x} + \frac{M_y}{J_y} \dots \dots \dots 146$$

Jeżeli moment M jest dodatni, to M_x wywołuje ściskanie w częściach I i II, rozciąganie w III i IV; natomiast M_y ściskanie w I i IV, rozciąganie w II i III; zatem w częściach I i III naprężenia sumują się ze sobą, zaś w II i IV odejmują od siebie. Bezwzględnie zatem biorąc, otrzymane największe naprężenia w punktach A i C:

$$\text{w A najw. } / + \sigma / = + / \frac{M_x}{J_x} + \frac{M_y}{J_y} / , \text{ w B najw. } / - \sigma / = - / \frac{M_x}{J_x} + \frac{M_y}{J_y} / .$$

Największe naprężenie nie może przekroczyć naprężenia dopuszczalnego, więc:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} + \frac{M_y}{J_y} \leq k_g \dots \dots \dots 147$$

Belkę o potrzebnych wymiarach znajduje się tu za pomocą prób. W tym celu przyjmuje się przekrój na oko i wyznacza naprężenie ze

wzoru $\sigma = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y}$. Jeżeli obliczone w ten sposób naprężenie jest większe od dopuszczalnego k_g , to przyjęliśmy belkę za słabą, jeżeli jest mniejsze, to może za silną. Wtedy bierzemy się dźwigar silniejszy / względnie słabszy / i ponawiamy obliczenie, aż naprężenie σ możliwie zbliży się do naprężenia dop. k_g , pozostając przecież mniejsze od niego.

Przykłady 66 - 67.

66. Płatew dachu stalowego umieszczona jest prostopadle do połaci dachowej, nachylonej w spadku 1:3 do poziomu. Odstęp więzów wynosi 3,20 m, odległość płatwi w rzucie poziomym 2,60 m, obciążenie 130 kg/m² rzutu poziomego. Z powodu położenia między wysokimi sąsiednimi budynkami wiatru nie potrzeba uwzględniać.

Obciążenie płatwi wynosi:

$$Z = 3,2 \cdot 2,6 \cdot 130 = 1080 \text{ kg.}$$

Ciężar Z rozkłada się na Z' działający prostopadle i Z'' działający równoległe do połaci. Przy nachyleniu 1:3, t.j. $\alpha = 18^\circ 26'$ otrzymamy:

./.

$$Z' = Z \cos \alpha = 1080 \cos 18^\circ 26' = 1025 \text{ kg}$$

$$Z'' = Z \sin \alpha = 1080 \sin 18^\circ 26' = 341 \text{ kg}$$

a stąd:

$$M_x = 1/8 Z' l = 1/8 \cdot 1025 \cdot 320 = 41000 \text{ kgcm}$$

$$M_y = 1/8 Z'' l = 1/8 \cdot 341 \cdot 320 = 13640 \text{ kgcm}$$

Przyjmijmy $I_{NP} = 18 / \sigma_x = 161 \text{ cm}^3$, $I_y = 19,8 \text{ cm}^3$, wtedy:

$$\sigma = \frac{41000}{161} + \frac{13640}{19,8} = 255 + 689 = 944 \text{ kg/cm}^2.$$

Napężenia są bardzo małe, przyjmijmy zatem przekrój mniejszy, np. $I_{NP} = 16 / \sigma_x = 117 \text{ cm}^3$, $I_y = 14,8 \text{ cm}^3$. Wtedy:

$$\sigma = \frac{41000}{117} + \frac{13640}{14,8} = 351 + 924 = 1275 \text{ kg/cm}^2.$$

67. Obliczyć dla podania 66 płyt drewnianą.

Przyjmując przekrój 14/16 cm, otrzymane napężenie:

$$\sigma = \frac{41000}{597,3} + \frac{13640}{523} = 68,7 + 261 = 329,7 \text{ kg/cm}^2$$

zatem mniejsze od dopuszczalnego. Przekroju mniejszego nie dajemy, gdyż otrzymalibyśmy napężenia zbyt wielkie.

§ 42. Ugięcie belki.

Wyżej / § 30, zaznaczyliśmy, że każda belka narażona na działanie momentu zginającego ugiąć się. Włókna rozciągane bowiem wydłużają się, ściśnięte skracają, a belka przyjmuje wskutek tego kształt krzywy / rys. 101/. Ugięcie to będzie oczywiście tym większe, im większa jest długość belki l i im większe obciążenie p , natomiast tym mniejsze, im belka jest silniejsza, t.j. im ma większy moment bezwładności I . Wreszcie ugięcie będzie większe, gdy materiał bardziej się wydłuża t.j. gdy ma większy współczynnik wydłużania czyli mniejszy współczynnik sprężystości E . Największe ugięcie nazywamy strzałką ugięcia belki. Znając wielkość i rodzaj obciążenia belki, możemy wyznaczyć jej ugięcie; nie podajemy tu jednak samego obliczenia, ale tylko wzory na największe ugięcia dla najczęściej przychodzących rodzajów obciążenia.

Przepisy budowlane podają zwykle granicę wielkości strzałki ugięcia. Wedle przepisów polskich nie powinna ona przekraczać:

dla belek stalowych	$f \leq 1/400 l$	} 148
" " drewnianych pojedynczych	$f \leq 1/400 l$	
" " " złożonych	$f \leq 1/300 l$	

gdzie l jest rozpiętością belki.

W normalnych wypadkach strzałka ugięcia pozostaje poniżej tej granicy; jednakowoż przy belkach długich, a stosunkowo słabo obciążonych należy w tym zaglednić, a dźwigar obliczać nie tylko na zginanie ale i na ugięcie.

Strzałka ugięcia wynosi:

1. Dla belki wolno podpartej obciążonej ciężarem całkowitym jednostajnie rozłożonym:

$$f = \frac{5 p l^4}{384 E I} = \frac{5 P l^3}{384 E I} \dots \dots \dots 149$$

2. Dla belki wolno podpartej obciążonej ciężarem skupionym umieszczonym w środku rozpiętości:

$$f = \frac{P l^3}{48 E I} \dots \dots \dots 150$$

3. Dla belki jednym końcem wmurowanej, obciążonej ciężarem całkowitym' jednostajnie rozłożonym:

$$f = \frac{pl^4}{8EI} = \frac{Pl^3}{8EI} \dots\dots 151$$

4. Dla belki jednym końcem wmurowanej, obciążonej ciężarem skupionym P na końcu / t.j. w odległości l od miejsca wmurowania/:

$$f = \frac{Pl^3}{3EI} \dots\dots\dots 152$$

Przykłady 68 - 69.

68. Obliczyć wymiary belki stalowej wolno podpartej o długości $l = 8,00$ m, obciążonej ciężarem jednostajnie rozłożonym $g = 200$ kg/mb, jeżeli ugięcie nie może być większe niż $1/500$ długości. Na zginanie otrzymamy:

$$G = 200 \cdot 8,0 = 1600 \text{ kg}$$

$$M = 1/8 Gl = 1/8 \cdot 1600 \cdot 8,00 = 1600 \text{ kgm}$$

$$I_p = \frac{160000}{1200} = 133,3 \text{ cm}^3.$$

Moglibyśmy zatem użyć na zginanie dźwigara NF.18 / $I = 161 \text{ cm}^3$ /. Obliczmy jednak strzałkę ugięcia:

$$f = \frac{5}{384} \frac{Gl^4}{EI} = \frac{5}{384} \frac{Gl^3}{EI} = \frac{5}{384} \cdot \frac{1600 \cdot 800^3}{2150000 \cdot 1446} = 3,34 \text{ cm.}$$

Strzałka ugięcia jest większa od dopuszczalnej, która wynosi:

$$f' = 1/400 l = 1/400 \cdot 800 = 2,0 \text{ cm.}$$

Ze względu na ugięcie musimy zastosować dźwigar NF 24 o momencie bezwładności :

$$I = 3 \text{ cm}^4$$

Ugięcie będzie:

$$f = \frac{5}{384} \frac{Gl^3}{EI} = \frac{5}{384} \frac{1600 \cdot 300^3}{2150000 \cdot 3060} = 1,75 \text{ cm.}$$

69. Jak wielkie będzie ugięcie dźwigara NF 24 w przykładzie poprzednim, jeżeli ciężar $G = 1600$ kg będzie działał jako skupiony w środku belki?

Wedle wzoru 1 50 otrzymamy wtedy:

$$f = \frac{Gl^3}{48EI} = \frac{1600 \cdot 800^3}{48 \cdot 2150000 \cdot 3060} = 2,51 \text{ cm.}$$

Widzimy więc, że w tym wypadku ugięcie będzie znacznie większe i przekroczyłoby granicę dopuszczalną.

E. Wytrzymałość złożona:

§ 43. Wytrzymałość złożona na zginanie i rozciąganie /ciągnienie/ lub ściskanie /ciśnienie/.

Jeżeli na belkę zginaną w sposób wyżej omawiany działa siła osiowa /wywierająca ściskanie lub rozciąganie/, to w każdym miejscu belki wystąpią naprężenia zginające, oraz naprężenia ściskające, względnie rozciągające. Dla otrzymania najw. naprężeń, trzeba jedno do drugich dodać.

Z § 32 wiemy, że naprężenia z powodu siły osiowej rozkładają się jednostajnie na cały przekrój o wysokości h /rys.139/ i wynoszą:

./.