3. Dla belki jednym końcem wmurowanej, obciążonej ciężarem całkowitym' jednostajnie rozłożonym:

$$f = \frac{pl^4}{8\ EI} = \frac{Pl^3}{8\ EI} \quad . \ . \ . \ . \ 151$$

4. Dla belki jednym końcem wmurowanej, obciążonej ciężarem skupionym P na końcu / t.j. w odległości l od miejsca wmurowania/:

$$f = \frac{Pl^3}{3\ EI} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ 152$$

Przykłady 68 - 69.

68. Obliczyć wymiary belki stalowej wolno podpartej o długości l = 8,00 m, obciążonej ciężarem jednostajnie rozłożonym g = = 200 kg/mb, jeżeli ugięcie nie może być większe niż 1/500 długości.

Na zginanie otrzymamy:

$$G = 200 \ . \ 8{,}0 = 1600 \text{ kg}$$

$$M = 1/8 \ Gl = 1/8 \ . 1600 . 8{,}00 = 1600 \text{ kgm}$$

$$W_p = \frac{160000}{1200} = 133{,}3 \text{ cm}^3.$$

Moglibyśmy zatem użyć na zginanie dźwigara NP.18 / W = 161 cm³/.

Obliczmy jednak strzałkę ugięcia:

$$f = \frac{5}{384} \frac{gl^4}{EI} = \frac{5}{384} \frac{Gl^3}{EI} = \frac{5}{384} \ . \ \frac{1600 \ . \ 800^3}{2150000 \ . \ 1446} = 3{,}34 \text{ cm.}$$

Strzałka ugięcia jest większa od dopuszczalnej, która wynosi:

$$f' = 1/400 \ l = 1/400 \ . \ 800 = 2{,}0 \text{ cm.}$$

Ze względu na ugięcie musimy zastosować dźwigar NP 24 o momencie bezwładności :

$$I = 3 \text{ cm}^4$$

Ugięcie będzie:

$$f = \frac{5}{384} \frac{Gl^3}{EI} = \frac{5}{384} \ \frac{1600 \ . \ 300^3}{2150000 \ . \ 3060} = 1{,}75 \text{ cm.}$$

69. Jak wielkie będzie ugięcie dźwigara NP 24 w przykładzie poprzednim, jeżeli ciężar G = 1600 kg będzie działał jako skupiony w środku belki?

Wedle wzoru 1 50 otrzymamy wtedy:

$$f = \frac{Gl^3}{48\ EI} = \frac{1600 \ . \ 800^3}{48 \ . \ 2150000 \ . \ 3060} = 2{,}51 \text{ cm.}$$

Widzimy więc, że w tym wypadku ugięcie będzie znacznie większe i przekroczyłoby granicę dopuszczalną.

E. Wytrzymałość złożona:

§ 43. Wytrzymałość złożona na zginanie i rozciąganie /ciągnienie/ lub ściskanie / ciśnienie/.

Jeżeli na belkę zginaną w sposób wyżej omawiany działa siła osiowa / wywierająca ściskanie lub rozciąganie/, to w każdym miejscu belki wystąpią naprężenia zginające, oraz naprężenia ściskające, względnie rozciągające. Dla otrzymania najw. naprężeń, trzeba jedne do drugich dodać.

Z § 32 wiemy, że naprężenia z powodu siły osiowej rozkładają się jednostajnie na cały przekrój o wysokości h / rys.139/ i wynoszą:

./.

$\sigma = \pm \frac{P}{F}$, gdzie znak + oznacza rozciąganie, znak - ściskanie. Ponieważ zaś na całej długości belki działa ta sama siła P, przeto naprężenie σ_1 jest stałe w każdym jej punkcie.

Naprężenia zginające w dowolnym punkcie belki oddalonym o y od środka ciężkości przekroju wynoszą

$\sigma_y = \pm \frac{M}{I} y$ / § 36/; zatem naprężenie sumaryczne w dowolnym punkcie:

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_y = \frac{P}{F} + \frac{My}{I} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 153.$$

W pewnym punkcie przekroju belki naprężenia σ_1 / ściskanie lub rozciąganie/ rozkładają się w postaci prostokąta / por.rys.139/, natomiast naprężenie zginające wedle rys.140. Jeżeli mamy siłę rozciągającą, to σ_1 jest rozciąganiem / + /. Jeżeli więc z naprężeń zginających górne są rozciągające, zaś dolne ściskające, to u góry naprężenia się sumują, u dołu odejmują. Odcinając na c"d" /rys. 141/ u góry c"e" $= \sigma_1 + \sigma'_2$, zaś u dołu d"f" $= \sigma_1 + \sigma''_2$ / w kierunku przeciwnym/ otrzymamy wykres naprężeń sumarycznych, przedstawiający się w postaci trapezu. Z wykresu tego widać, że najw. naprężenia powstaną tam gdzie naprężenia ciągnące sumują się z najw. naprężeniami ciągnącymi z powodu zginania / rys. 141/ w warstwie skrajnej, gdzie:

$$\sigma_2 = \frac{Me}{I} = \frac{M}{W}$$

Największe naprężenia w przekroju wynoszą zatem:

$$\sigma = \frac{P}{F} + \frac{Me}{I} = \frac{P}{F} + \frac{M}{W} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 154$$

i będą oczywiście największe w warstwie skrajnej tego przekroju, w którym jest największy moment M. Najmniejsze naprężenie powstaje w warstwie skrajnej dolnej, gdzie

$\sigma'' = \frac{P}{F} - \frac{M}{W}$. W danym przykładzie jest ono również rozciąganiem, jak i w warstwie dolnej. Jeżeli jednak $\frac{M}{W}$ będzie większe niż $\frac{P}{F}$, to w warstwie dolnej wystąpi ściskanie o wielkości

$\sigma = - / \frac{P}{F} - \frac{M}{W}$/; zatem wykres naprężeń przedstawi się wedle rys. 146 d. Mamy w jednym punkcie naprężenie równe zeru, więc oś obojętną w przekroju.

Jeżeliby wreszcie największe naprężenie cisnące $\frac{M}{W} = \frac{P}{F}$, to w przekroju wystąpią wyłącznie naprężenia rozciągające o największej wartości

$$\sigma = \frac{P}{F} + \frac{M}{W} = \frac{2P}{F}$$

w warstwie skrajnej górnej, natomiast w warstwie dolnej $\sigma = 0$. Naprężenia warstwy środkowej t.j. w odległości $e = \frac{1}{2}$ h od górnej i od dolnej warstwy wynoszą

$$\sigma = \frac{P}{F} + 0 = \frac{P}{F} ;$$

są zatem dla belki o przekroju symetrycznym równe naprężeniu z powodu siły osiowej. W przekrojach niesymetrycznych nastąpi to w warstwie przechodzącej przez środek ciężkości przekroju / por. § 36/.

Dla belki o przekroju prostokąta mamy:

$$F = bh, \; W = \frac{bh^2}{6}, \text{ a stąd: } \sigma = \frac{P}{bh} \pm \frac{6\,M}{bh^2} = \frac{1}{bh} / P \pm \frac{6\,M}{h} / \quad \ldots \quad 155.$$

./.

Mając obliczyć belkę narażoną na zginanie i ściskanie / ew. rozciąganie/, obliczamy zwykle najpierw przekrój na zginanie; zamiast obliczonego bierzemy jednak większy i dla tego przyjętego kontrolujemy, czy naprężenia obliczone wedle wzoru $\sigma = \frac{P}{F} + \frac{M}{W}$ są mniejsze od naprężenia dopuszczalnego tj. czy $k \geq \frac{P}{F} + \frac{M}{W}$.

§ 44. Ściskanie / ciśnienie / i rozciąganie / ciągnienie / mimośrodkowe.

Zupełnie tak samo rozdzielają się naprężenia, gdy na przekrój działa siła P ściskająca, lub rozciągająca, ale mimośrodkowa, t.j. nie zaczepiająca w środku przekroju. Zachodzi tu identycznie ten sam wypadek / rys. 142/.

Niech np. środek ciężkości przekroju będzie w S, natomiast punkt zaczepienia siły P w M. W punkcie S możemy zaczepić dwie siły równe i wprost przeciwne sobie, a znoszące się P' - P" = 0 ; stan równowagi nie ulegnie więc zmianie. Ugrupujmy teraz siły inaczej, podobnie, jak to czyniliśmy w § 36. Na przekrój będą działać wtedy:

1. siła osiowa P";
2. para sił P P', której moment wynosi P . u.

Siła P" wywoła naprężenia ściskające o wielkości

$\sigma_1 = \frac{P''}{F} = \frac{P}{F}$; natomiast para sił naprężenia zginające o największej wartości

$$\sigma_2 = \frac{M}{W} = \frac{Pu}{W}.$$

Największe naprężenia sumaryczne wynoszą więc:

$$\sigma' = \frac{P}{F} \pm \frac{M}{W} = \frac{P}{F} \pm \frac{Pu}{W} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ 156.$$

Podobnie, jak w § 43 możemy dojść tu do różnych wykresów naprężeń / por. rys. 145 - 148/ zależnie od wielkości siły P i odległości jej u od środka przekroju.

Przede wszystkim ciekawy jest stan przejściowy / rys. 146c/, gdy w przekroju panują wyłącznie naprężenia jednego znaku, ale gdy we włóknie skrajnym panuje naprężenie równe zeru. Wtedy oś obojętna dotyka przekroju czyli jest doń styczną, ale nie przecina go w żadnym punkcie.

Przykład 70.

70. Szczebliny stalowe podtrzymują świetlnię ze szkła drutowego. Długość ich 2,36 m, nachylenie do poziomu 21°50', odstęp 55 cm. / rys.143/. Należy obliczyć ich wymiary, przyjmując ciężar śniegu 60 kg/m² połaci dachu, zaś z wiatru uwzględniając tylko składową pionową 20 kg/m².

Na 1 m² połaci dachu przypada:

Ciężar własny pokrycia:	szkło drutowe 7 mm grube	20 kg/m² połaci
	listwy stalowe /przyjęto/	10 " "
Ciężar zmienny:	śnieg	60 " "
	wiatr	20 " "
	Razem na 1 m² powierzchni dachu g =	110 kg/m².

./.

Ciężar ten rozkłada się na dwie składowe: g_1 prostopadłą do połaci i g_2 równoległą do niej, przy czym:

$$g_1 = 110 \cos 21^{o}50' = 110 \cdot 0{,}928 = 103\ kg/m^2$$
$$g_2 = 110 \sin 21^{o}50' = 110 \cdot 0{,}371 = 42\ kg/m^2.$$

Zatem ciężar całkowity, przypadający na jedną szynę:

$$G_1 = 2{,}36 \cdot 0{,}55 \cdot 103 = 134\ kg$$
$$G_2 = 2{,}36 \cdot 0{,}55 \cdot 42 = 54\ kg.$$

Ciężar G_1 wygina listwę i wywołuje największy moment $M = 1/8\ G_1 l = 1/8\ 134 \cdot 2{,}36 = 3953$ kgcm.

Ciężar G_2 działa jako siła osiowa ciągnąc; przyjmując szczeblinę o powierzchni 4,85 cm^2, a momencie wytrzymałości $W = 5{,}8\ cm^3$, otrzymamy największe naprężenie /rozciąganie/:

$$\sigma = \frac{M}{W} + \frac{G_2}{F} = \frac{3953}{5{,}8} + \frac{54}{4{,}85} = 682 + 12 = 694\ kg/cm^2.$$

§ 45. Rdzeń /jądro/ przekroju.

Weźmy pod uwagę przekrój poprzeczny belki zginanej o kształcie prostokątnym, dla którego $F = bh$' zaś $W = 1/6\ bh^2$ /rys.144/. Jeśli mają w nim panować naprężenia wyłącznie o jednym znaku, to w myśl ostatniego zdania poprzedniego paragrafu oś obojętna nie może przecinać przekroju, ale może być conajwyżej doń styczna, a więc albo 1/ leżeć w jednej krawędzi /np. ab/, albo 2/ przechodzić przez jedno z naroży, nie przecinając zupełnie jego boków /np. w linii mn/.

Jeśli zachodzi wypadek pierwszy, tj. jeśli oś obojętna spada z krawędzią np. ab, to naprężenia tej krawędzi równają się zeru, czyli

$$\sigma = \frac{P}{F} - \frac{M}{W} = \frac{P}{bh} - \frac{6\ Pr}{bh^2} = 0$$

a stąd $r = 1/6\ h$ 157

Odcinając na osi yy odległość $S_1 = r = 1/6\ h$, otrzymamy punkt w którym musi działać siła, aby oś obojętna leżała w ab. Dla osi obojętnej w cd otrzymamy tak samo punkt 3 jako punkt zaczepienia siły P.

Podobnie dla osi obojętnej, leżącej w linii ad lub bc otrzymamy $r_1 = 1/6\ b$; odpowiednie zaś punkty zaczepienia siły P leżeć będą w odległości $S_4 = S_2 = 1/6\ b$ od środka.

Łącząc punkty 1,2,3,4 ze sobą liniami prostymi otrzymamy powierzchnię, zwaną rdzeniem lub jądrem przekroju abcd. Punkty na obwodzie nazywamy punktami rdzennymi lub jądrnymi, a linie 1234 ograniczające rdzeń linią ordzenną /ojądrną/ lub krótko ordzenną /ojądrną/. Rdzeń ma własność następującą: Jeśli siła zaczepia w którymkolwiek punkcie obwodu rdzenia, to odpowiednia oś obojętna jest styczną do przekroju. Jeśli więc w przekroju mają wystąpić wyłącznie naprężenia o jednym znaku, np. wyłącznie ściskanie, to punkt zaczepienia siły P działającej na przekrój musi leżeć w obrębie jądra. Ważne jest to np. przy murach budowlanych na zaprawie wapiennej, której wytrzymałość na rozciąganie jest bardzo mała. Wedle przepisów Ministerstwa Robót Publicznych wolno przyjmować dla zaprawy cementowej rozciąganie do 3 kg/cm^2, dla zaprawy cementowo-wapiennej do 1,5 kg/cm^2, dla zaprawy wapiennej natomiast nie można dopuszczać rozciągania. Staramy się więc uniknąć tu rozciągania w przekroju, a więc mur zbudować tak, aby siła cisnąca zaczepiała wewnątrz rdzenia.

Z rys.145 widać, że dla prostokąta rdzeń mieści się w środkowej z trzech części, na które podzieliliśmy bok ab prostokąta.

Aby więc w przekroju, na który działa siła cisnąca, nie występowało rozciąganie, musi siła zaczepiać wewnątrz tak zw. środkowej trzeciej części przekroju.

Wykresy naprężeń przy przesunięciu punktu zaczepienia siły P przedstawiają się zatem następująco dla pełnego przekroju prostokątnego:

a/ Dla siły P, zaczepiającej w środku przekroju S, mamy na całej szerokości przekroju naprężenia o tej samej wielkości $\sigma = \frac{P}{F}$.

Niech w przyjętej przez nas podziałce naprężeń długości

$AA_1 = \sigma_0 = \frac{P}{F}$ kg/cm^2, to prostokąt AA_1BB_1 przedstawia rozkład naprężeń w omawianym wypadku / rys. 146a/.

b/ Jeśli siła P zaczepia w dowolnym punkcie osi głównej między środkiem S, a punktem rdzennym I lub I_1, to największe naprężenia wynoszą:

$$\text{najw.}\,\sigma = \sigma_1 = \frac{P}{bh} + \frac{6Pc}{h^2} = \frac{P}{bh} \,/\, 1 + \frac{6c}{h} \,/ = \sigma_0 \,/\, 1 + \frac{6c}{h} \quad .. \; 158$$

$$\text{najmn.}\,\sigma = \sigma_2 = \frac{P}{bh} \,/\, 1 - \frac{6c}{h} \,/ = \sigma_0 \,/\, 1 - \frac{6c}{h} \,/ \quad \ldots\ldots \; 158a$$

gdzie $\sigma_0 = \frac{P}{bh}$ jest naprężeniem postającym, gdy siła P działa w środku ciężkości przekroju / por. wyp. a/, zaś c odległością punktu zaczepienia siły P od środka. Dla wykreślnego znalezienia rozkładu naprężeń w tym wypadku postępujemy przeto w następujący sposób / rys. 146b/. Odcinamy w środku

$SS_1 = \sigma_0 = \frac{P}{bh}$; łączymy S_1 z punktami rdzennymi I i I_1 oddalonymi od S o odległość SI = 1/3 AS_1 = = 1/6 AB, przedłużamy S_1I_1 i S_1I do przecięcia się z kierunkiem siły P w C_1, względnie C_2 i wykreślamy C_1A_1 i C_2B_1 równolegle do AB. Z podobieństwa trójkątów $\triangle CC_2I \sim SS_1I$ oraz $\triangle CC_1I_1 \sim SS_1I_1$ otrzymamy:

$$cc_2 : \sigma_0 = \,/\, \frac{h}{6} + c \,/ : \frac{h}{6}, \text{ a stąd } cc_2 = \frac{P}{bh} \,/\, \frac{h}{b} + c \,/ \,.\, \frac{6}{h} =$$

$$= \frac{P}{bh} \,/\, 1 + \frac{6c}{h} \,/ = \text{najw.}\,\sigma = \sigma_1 \text{, oraz } cc_1 : \sigma_0 = \,/\, \frac{h}{6} - c / : \frac{h}{6},$$

$$\text{a stąd } cc_1 = \frac{P}{bh} \,/\, \frac{h}{6} - c / : \frac{6}{h} = \frac{P}{bh} \,/\, 1 - \frac{6c}{h} \,/ = \text{najmn.}\,\sigma_2$$

c/ Siła P zaczepia w punkcie rdzennym / np. w punkcie 1/. Wtedy c = 1/6 h, więc rys. 146c

$$\left.\begin{aligned} \text{najw.}\,\sigma &= \frac{P}{bh} + 1/6\; bP \,.\, \frac{6}{bh} = \frac{2P}{bh} = \sigma_1 \\ \text{najmn.}\,\sigma &= \frac{P}{bh} - 1/6\; bP \,.\, \frac{6}{bh} = 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \; 159$$

Znaczy to, że naprężenie skrajne jest w tym wypadku dwukrotnie większe, niż gdyby siła P działała w środku ciężkości przekroju. W środku S w tym wypadku otrzymamy też naprężenie

$$\sigma_0 = \frac{P}{F}.$$

Innymi słowy: jeśli naprężenie we włóknach ma być równe naprężeniu dopuszczalnemu, to siła działająca na przekrój w punkcie rdzennym musi być dwukrotnie mniejsza, niżby mogła być ta sama siła działająca w środku.

./.

Wykreślnie otrzymamy więc rozkład naprężeń, odnosząc w B długość $BB_1 = 2\sigma_0$ i łącząc B_1 z A. W środku będzie wtedy:

$$SS_1 = \tfrac{1}{2}\, BB_1 = \sigma_0 = \frac{P}{F}.$$

i. Jeśli siła wyjdzie poza punkt rdzenny, to konstrukcja pozostanie taka sama, jak w b / por. rys. 146 d/; jednakowoż będziemy mieć naprężenia o obu znakach, t.j. po jednej stronie przekroju ściskanie, po drugiej rozciąganie; oś obojętna przecina przekrój w O. Rozkład naprężeń będzie jednak inny, jeśli materiał nie jest wytrzymały na rozciąganie / np. mur na zaprawie wapiennej/. Przypadek ten omówimy niżej / § 60/.

Podstawmy wedle rys. 144 $k' = c + i = c + \frac{h}{6}$,

$k'' = c - i = c - \frac{h}{6}$, to:

$$\left.\begin{aligned} \text{najw.} + \sigma &= \frac{P}{bh} / 1 + \frac{6c}{h} / = \frac{P}{bh} / 1 + \frac{c}{i} / = \frac{P}{bh} \cdot \frac{i + c}{i} = \frac{P}{bh}\frac{k'}{i} = \\ &= \sigma_0 \frac{k'}{i} \\ \text{najw.} - \sigma &= \frac{P}{bh} / 1 - \frac{6c}{h} / = \frac{P}{bh} / 1 - \frac{c}{i} / = \frac{P}{bh} \cdot \frac{i - c}{i} = \frac{P}{bh}\frac{k''}{i} = -\sigma_0 \frac{k''}{i} \end{aligned}\right\} \quad 160$$

O ile naprężenie σ_3 / = najw. - σ / przekroczy granicę dopuszczalną / dla zaprawy cementowej 3 kg/m^2, dla zaprawy cementowo-wapiennej 1,5 kg/m^2/, to należy przyjąć, że w tym miejscu szew pęknął i liczyć, jak dla muru niewytrzymałego na rozciąganie, por. § 60/.

§ 46. Wyznaczenie osi obojętnej.

Jeżeli punkt zaczepienia siły nie leży w osi głównej, to oś obojętna nie będzie równoległa do osi symetrii, a położenie jej znaleźć możemy przy pomocy elipsy środkowej. W tym celu łączymy punkt zaczepienia siły P ze środkiem przekroju S, a w punkcie przecięcia U linii SP z elipsą prowadzimy styczną UU' do niej. Oś obojętna XX będzie równoległa do tej stycznej / rys. 147/.

Da się udowodnić, że odstęp środka S od punktu styczności elipsy środkowej SU jest średnią geometrycznie proporcjonalną między odległością punktu S od punktu zaczepienia siły, a odległością osi obojętnej, mierzonej na prostej SP, tj. że

$$SU^2 = SP \,.\, ST$$

czyli: $ST = \frac{SU^2}{SP}$ . . . . : 161

Długość ST możemy wyznaczyć też wykreślnie. W tym celu prowadzimy w S prostopadłą do PT i odcinamy na niej SW = SU / najlepiej prowadząc z S łuk o promieniu r = SU/; wreszcie w W prowadzimy WT prostopadle do PW, którato prostopadła odcina na linii PS punkt T, przez który przechodzi oś obojętna.

Jeśli punktem zaczepienia siły jest punkt leżący wewnątrz elipsy środkowej, np. p.T, to znowu ważne jest równanie $SU^2 = SP.ST$, a więc oś obojętna będzie przechodzić przez punkt P i będzie równoległa do stycznej w U, t.j. do UU'. Osią obojętną będzie więc linia PP'.

Największe naprężenia panować będą oczywiście we włóknach najbardziej oddalonych od osi obojętnej, t.j. w punktach M i N. Jeżeli naprężenie w środku przekroju, t.j. w S, jest $\sigma_0 = \frac{P}{F}$, to najw. naprężenia w punkcie M względnie N wynoszą:

./.

$$\text{najw. } \sigma = \frac{P}{F}\,\frac{m'}{r'} = \sigma_0\,\frac{m'}{r'} \quad \text{wzgl. najmn. } \sigma = \frac{P}{F}\,\frac{m''}{r'} = \sigma_0\,\frac{m''}{r'} \quad \ldots \quad 162$$

§ 47. Wyznaczenie rdzenia / jądra/ przekroju.

Znając elipsę środkową możemy bardzo łatwo znaleźć rdzeń przekroju. Wiemy bowiem, że jeśli środek ciśnienia leży na linii jądrnej, to linia obojętna musi być styczną do przekroju, w którym panuje wyłącznie ściskanie / lub rozciąganie/. Dla wyszukania więc rdzenia przyjmujemy parę położeń osi obojętnej stycznej do przekroju i dla tych położeń wyznaczamy odpowiednie punkty zaczepienia siły, które będą zarazem punktami ordzennej.

Weźmy np. pod uwagę dźwigar przedstawiony na rys. 148. Przyjmijmy, że oś obojętna przechodzi przez a'b', to położenie punktu zaczepienia siły znajdziemy wedle § 46. Zatoczmy mianowicie na eS półkole, zatoczmy ze środka S łuk ef promieniem Se = Sf i rzućmy z f linię f3 prostopadłą do eS. Wtedy eS : fS = fS : 3S. Punkt rdzenny odpowiedni bokowi a'b' leży jednak po przeciwnej stronie środka S. Zatoczmy z S łuk promieniem S3 = S1 aż do punktu 1, to punkt 1 jest punktem jądrnym odpowiednim osi a'b'.

Zapomocą tej samej konstrukcji znajdziemy punkty 2,3 i 4, odpowiadające położeniom osi b'b", a"b" i a'a". Punkty 1,2,3,4 połączone liniami prostymi dają obwód jądra, jeśli bowiem oś obracająca się około punktu np. a' przyjmuje kolejno położenie I,II,III, to odpowiednie tym liniom punkty zaczepienia siły leżą na prostej 14.

Przy przekrojach zawilszych pamiętać należy przede wszystkim o tym, że linii prostej przekroju odpowiada naroże ordzennej, zaś narożu przekroju linia prosta rdzenia. Również zważać trzeba, że punkt rdzenny odpowiadający pewnej osi obojętnej leży po przeciwnej stronie środka ciężkości S.

Dla przekrojów symetrycznych wygodniej jest niekiedy znajdować położenie punktów rdzennych rachunkowo. Otrzymujemy wtedy /por. rys. 148/:

$$1S : fS = fS : eS \qquad \text{czyli } r : i = i : e$$

a stąd

$$r = \frac{i^2}{e} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 163$$

Pomnóżmy licznik i mianownik przez F, a otrzymamy $r = \frac{i^2 F}{eF}$.

Wedle wzoru /..../ jednak $i^2F = I$, a dalej $\frac{I'}{e'} = W'$, a stąd:

$$r = \frac{W'}{F} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 164.$$

Przykłady 70 - 72.

70. Znaleźć rdzeń przekroju dźwigara NP.28 / rys. 148/.

Z tablic znajdujemy półosi elipsy bezwładności o wielkości $i = 11,14$ cm = gS, $i_1 = 2,53$ cm = eS. Zakreślmy na długości aS półkole, a następnie z punktu S łuk koła promieniem i = Sg = Sh i poprowadźmy prostą h2 prostopadłą do aS, to odcinek 2S będzie odległością jądrną, jednakowoż po drugiej stronie punktu S. Jeśli zatoczymy więc łuk promieniem S2 = S4, to otrzymamy punkt 4, będący punktem rdzennym odpowiednim osi a'a". Z powodu symetrii punkt 2 będzie punktem rdzennym odpowiednim osi b'b". Dla osi a'b' znajdujemy w ten sam sposób punkt 1, dla osi a"b" punkt 3.

./.

Między położeniami osi a'b' i a'a" oś musiałaby obracać się około punktu a', punkt rdzenny posunąłby się zatem na prostej 14, a podobny wynik otrzymamy i dla innych położeń. Jeśli przeto połączymy z sobą punkty 1234 liniami prostymi, to otrzymamy rdzeń przekroju dźwigara.

Rachunkowo otrzymamy:

$$r_1 = S2 = S4 = \frac{i^2}{Sa} = \frac{i^2}{e} = \frac{11,14^2}{14} = 8,87 \text{ cm}$$

$$r_2 = S3 = S1 = \frac{i_1^2}{Sc} = \frac{i_1^2}{e} = \frac{2,53^2}{6} = 1,07 \text{ cm.}$$

Na rys. 148-150 liniami kreskowanymi wykonana jest elipsa bezwładności. Rdzeń przekroju ma powierzchnię zakreskowaną.

71. Znaleźć rachunkiem promień rdzenny przekroju ośmiobocznego pustego i wykreślić rdzeń, jeśli promień koła opisanego zewnętrznego wynosi D = 2,00 m, promień koła opisanego wewnętrznego d = 1,50 m / rys. 149/.

Dla ośmioboku wynosi moment bezwładności I = 0,0547D". Tutaj więc mamy:

$$I = 0,0547/\ 2,00^4 - 1,50^4/ = 0,54904 \text{ m}^4 = 54905000 \text{ cm}^4$$

$$F = \frac{\pi}{4}/\ 2,00^2 - 1,50^2/ = 1,375 \text{ m}^2 = 13750 \text{ cm}^2$$

$$W = \frac{I}{c} = \frac{2I}{D} = \frac{0,54905}{1,00} = 0,54905 \text{ m}^3 = 549050 \text{ cm}^3$$

$$r = \frac{W}{F} = \frac{549050}{13750} = \text{ok. } 40 \text{ cm.}$$

72. Znaleźć drogą rachunkową promień rdzenny przekroju kołowego wydrążonego, jeśli średnica zewnętrzna D = 2,00 m, średnica wewnętrzna d = 1,50 m / rys. 150/.

Wedle tablic promień koła bezwładności wynosi tutaj:

$$i = \frac{1}{4}\sqrt{D^2 + d^2} \qquad e = \frac{D}{2}, \text{ zatem}$$

$$a = \frac{i^2}{e} = \frac{1}{16}\ /\ D^2 + d^2/\ .\ \frac{2}{D} = \frac{1}{8}/\ D + \frac{d^2}{D}\ /$$

Widzimy stąd, że rdzeń jest tym większy, im mniejsza jest grubość pierścienia $g = \frac{1}{2}$ / D - d/.

Do tej samej wartości dojdziemy ze wzoru:

$$r = \frac{W}{F} = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D} \cdot \frac{4}{\pi/D^2 - d^2/} = \frac{D^2 + d^2}{8D} = \frac{1}{8}\ /\ D + \frac{d^2}{D}\ /$$

$$\text{U nas: } r = \frac{1}{8}\ /\ 2,00 + \frac{1,50^2}{2,00}\ / = 0,391 \text{ m} = 39,1 \text{ cm.}$$

Rdzeń jest kołem o promieniu r.

./.

F. Wytrzymałość na wyboczenie.

§ 48. Wytrzymałość na wyboczenie.

Weźmy pod uwagę wysmukły pręt np. stalowy AB i obciążmy go siłą osiową P. Pod jej wpływem pręt zwolna zacznie się wyginać, przybierając kształt AB' / rys. 151/ Jeśli siłę P będziemy zwiększać, to i wygięcie będzie wzrastało, aż ostatecznie, gdy siła osiągnie pewną wielkość pręt wygnie się do położenia AB" i ostatecznie złamie. Mówimy, że pręt się wyboczył. Zniszczenie jego nie nastąpi więc przez zgniecenie, mimo, że mamy do czynienia z siłą ściskającą, ale przez złamanie, spowodowane wygięciem się pręta w bok, czyli wyboczenie, a wytrzymałość, jaką pręt wykazuje w chwili wyboczenia, nazywamy wytrzymałością na wyboczenie.

Jasna rzecz, że pręt wyboczy się tym prędzej, im jest dłuższy, im większa jest siła P, im ma większy spółczynnik sprężystości, wreszcie im ma mniejszy przekrój / t.j. mniejszy moment bezwładności/. Bardzo znaczny wpływ na wytrzymałość prętów na wyboczenie ma także sposób utwierdzenia końców pręta. Np. pal, wbity silnie w ziemię albo podparty zastrzałami tak, że wygiąć się może tylko wedle rys. 152 udźwignie znacznie więcej, nie wybaczając się, niż pal, oparty tylko na belce na czop, a zatem mogący się wygiąć wedle rys. 151.

Wzór, wyprowadzony przez Eulera teoretycznie przy uwzględnieniu wszystkich wyżej wspomnianych okoliczności, podaje, że największą siłą, jaką udźwignie pręt o długości l_0 i momencie bezwładności I jest:

$$P = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2} \backsim \frac{10\ EI}{l_0^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 165$$

Siłę P nazywamy siłą wybaczającą.

Jest to t.zw. wzór Eulera na wyboczenie. Jeżeli chcemy uwzględnić, że dla n-tej pewności siła działająca może być tylko $\frac{1}{n}$ - tą częścią siły wybaczającej, to otrzymamy wzór:

$$P \leq \frac{10\ EI}{nl_0^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 166$$

/ n przyjmujemy zwykle dla drzewa n = 10, dla stali n = 4 do 5, dla żeliwa n = 6 do 8/.

Wzór ten ważny jest jednak jedynie wtedy, gdy oba końce słupa są tylko przytrzymane, t.j. dadzą się wolno obracać około punktów końcowych, np. jeśli słup drewniany połączony jest z podwaliną i oczepem na czop / rys. 151/. Słup AB o jednym końcu utwierdzonym, drugim wolnym / jak np. słup telegraficzny/ wygnie się tak, jak wygiąłby się słup BC o obu końcach BC przytrzymanych, a długości $l_0 = 2\,l$ / rys. 153/. Aby zatem użyć wzoru 166, należy podstawić za l wartość $l_0 = 2\,l$. Wzór przybierze wtedy postać:

$$P = \frac{10\ EI}{nl_0^2} = \frac{10\ EI}{4\ nl^2} = 2{,}5\,\frac{EI}{nl^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 167$$

Długość tę l_0, którą we wzór Eulera 165, względnie 166, należy wstawić zamiast długości rzeczywistej pręta l, nazywamy długością wyboczeniową lub długością wolną.

Dla obu końców utwierdzonych / rys. 152/ otrzymamy $l_0 = \frac{l}{2}$, więc:

$$P \leq \frac{40\ EI}{nl^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 168.$$

./.

Zą utwierdzony uważać można koniec słupa tylko wtedy, gdy styczna linii ugięcia w miejscu wmurowania nie zmieni się podczas wyboczenia więc gdy słup / drewniany/ jest albo silnie wbity albo podparty zastrzałami czy przyporami, albo / stalowy/ przynitowany bardzo mocno na blachach węzłowych lub przyspojony. Dla dachów stalowych / rys. 155/, przyjmujemy dla pewności:

$$l_o = 0,8\ l \text{ do } l \quad .. \quad 169$$

Zazwyczaj jednak i w tych wypadkach przyjmujemy mniejsze l_o, t.j. $l_o = 0,8\ l$. Wedle przepisów należy przyjmować również dla wolno stojących słupów o wszechstronnym utwierdzeniu:

$$l_o = 0,8\ l \quad .170$$

We wzorach powyższych należy uwzględnić moment bezwładności I najmniejszy z momentów bezwładności dla tych kierunków, dla których pręt może się wyboczyć. Czasem zdarza się, że wyboczenie nie może nastąpić w kierunku, dla którego moment bezwładności I jest najmniejszy. Np. na rys. 156 pręt, złożony z dwu kątówek, przynitowanych do blachy węzłowej, nie może wyboczyć się pełną swoją długością dla osi xx, dla której moment bezwładności I jest najmniejszy, gdyż wtedy musiałyby się skręcić jego końce, przynitowane do blach węzłowych, co jest niemożliwe, o ile blachy są silne, a pręt niedługi. Należy zatem uważać pręt za utwierdzony w tym kierunku i liczyć go na wyboczenie dla kierunku yy równoległego do ramion kątówek.

W ogóle jeżeli pręt ma różną długość wolną i różny moment bezwładności w obu kierunkach, należy obliczać go dla obu tych kierunków. Zdarza się to najczęściej w ściskanych prętach belek kratowych, gdzie często usztywnienie w płaszczyźnie belki / przy pomocy blach węzłowych/ jest większe niż w płaszczyźnie prostopadłej do belki. I tak: dla prętów skrzyżowanych w połowie długości dla wyboczenia w płaszczyźnie kraty należy przyjmować $l_o = 0,5\ l$, zaś dla wyboczenia w płaszczyźnie prostopadłej do kraty $l_o = 0,67\ l$. Jeżeli pas ściskany jest usztywniony poprzecznie w każdym węźle / np. w dachu przy pomocy płatwi/, to w płaszczyźnie kraty przyjmuje się $l_o = 0,8\ l$ / wzór 170/, zaś w płaszczyźnie prostopadłej do kraty $l_o = l$.

Wzór Eulera daje wartości zgodne z rzeczywistością tylko dla prętów bardzo smukłych t.j. bardzo wysokich przy małym momencie bezwładności. Doświadczenia czynione przez Tetmajera doprowadziły go ostatecznie do ustalenia wzorów na wyboczenie innych niż eulerowskie.

Powierzchnia F_p na wyboczenie dla siły P jest mianowicie większa, aniżeli powierzchnia

$$F_c = \frac{P}{k_c}$$, potrzebna tylko na ściskanie dla tej samej siły. Możemy więc ogólnie napisać, że

$$F_p = \frac{F_o}{\beta} = \frac{P}{k_c \beta} \qquad k_c = \frac{P}{F_o \beta} \quad . . . . 171$$

Jeżeli $k_c = \frac{P}{F_o}$ jest naprężeniem dopuszczalnym na ściskanie, to analogicznie możemy nazwać $k_w = \frac{P}{F_p}$ naprężeniem dopuszczalnym na wyboczenie. Wtedy otrzymamy:

./.

$$k_w = \frac{P}{F_p \beta} = \frac{k_w}{\beta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 172$$

a stąd: $k_w = \beta k_c$ 173

Spółczynnik jest mniejszy od jednostki /$\beta < 1$/; nazywamy go dlatego spółczynnikiem zmniejszającym.

Tetmajer / a po nim Jasiński/ na mocy szeregu doświadczeń doszedł do wyniku, że spółczynnik zmniejszający β jest zależny od materiału, od długości wolnej i od najmniejszego promienia bezwładności przekroju.

Długość wolną l_o można zgóry podać, znając rodzaj konstrukcji, wedle wskazówek podanych wyżej; natomiast promień bezwładności i. jest nieznany, gdyż nie znamy jeszcze przekroju obliczonego. Wiemy tylko, że za i przyjąć należy najmniejszy promień bezwładności, możliwy ze względu na kierunki, w jakich może nastąpić wyboczenie.

Postępujemy więc w sposób następujący: obliczamy powierzchnię potrzebną na ściskanie $F_o = \frac{P}{k_c}$, przyjmujemy przekrój F_u o powierzchni większej np. około $1\frac{1}{2}$ - 2 razy i dla tego przyjętego przekroju obliczamy promień bezwładności i, stosunek $\frac{l_o}{i}$, oraz spółczynnik β i kontrolujemy, czy naprężenie $\sigma = \frac{P}{F_u}$ jest równe naprężeniu dopuszczalnemu k_c/ lub czy przynajmniej bardzo zbliża się do niego/. Jeśli σ jest większe od k_c, to musimy przyjąć przekrój F'_u większy i cały rachunek powtórzyć. Jeśli zaś σ jest mniejsze od k_c to z uwagi na konieczną zwykle oszczędność konstrukcji przyjmujemy przekrój F''_u mniejszy, tak jednak, aby jeszcze pozostać w granicach naprężenia dopuszczalnego i znów powtarzamy obliczenie aż rezultat nas zadowoli.

Obecnie używa się coraz częściej obliczenia przy pomocy spółczynnika zmniejszającego.

Ponieważ niektóre władze wymagają wykazu największych naprężeń, które nie mogą przekroczyć naprężenia dopuszczalnego, przeto poszczególni konstruktorowie wprowadzili następujący sposób wyznaczania najw. naprężeń przy wyboczeniu. Jeżeli F_o jest przekrojem na ściskanie, obliczonym dla pewnego k_c / np. k_c = 1200 kg/cm²/, to $F_p = \frac{F_o}{\beta}$ jest przekrojem, przy którym naprężenie na wyboczenie jest też równe $k_w = k_c$. Jeżeli zatem zastosujemy w konstrukcji przekrój użyteczny F_u to naprężenie w nim będzie wynosiło

$$\sigma_w = \frac{F_p}{F_u} k_w.$$

Przy obliczaniu na wyboczenie konstrukcji stalowych nitowanych oblicza się promień bezwładności i bez odtrącania powierzchni nitów; natomiast przy obliczeniu przekroju użytecznego F_u odejmuje się powierzchnię nitów.

Jeśli przekrój jest złożony z paru kształtówek, to należy połączyć je ze sobą na całej długości pręta; chodzi bowiem o to, by poszczególne części nie wyboczyły się zosobna, przy czym pewność przeciw wyboczeniu każdej części z osobna między łącznikami powinna być co najmniej dwukrotnie większa od pewności na wyboczenie całego słupa na całkowitej długości. Odstęp łączników l_1 zależy więc od

./.

od przekroju / od promienia bezwładności/ pojedyńczej kształtówki; zwykle dla mniejszych słupów przyjmuje się jednak nie licząc l_1 = = 30 - 50 cm.

Jeżeli słup jest ściskany mimoosiowo, / względnie narażony prócz obciążenia osiowego i na moment zginający/, należy wyznaczyć naprężenia, wywołane obciążeniem i momentem zginającym.

Spółczynniki zmniejszające ustawione zostały na podstawie doświadczeń dla słupów stalowych, drewnianych i żelbetowych / żelazobetonowych/. Natomiast dla filarów murowanych i betonowych, gdzie wpływ smukłości słupa jest również bardzo znaczny, uwzględnia się wpływ ten przez zmniejszenie naprężenia dopuszczalnego.

Dla smukłych słupów z kamienia naturalnego, dla których stosunek wysokości do najmniejszego wymiaru poprzecznego wynosi więcej niż 10, należy przyjmować mianowicie pewność 25-krotną, podczas gdy dla słupów niższych zadowolić się można pewnością 15-krotną. Odpowiednio do tego zmniejszają się też naprężenia dopuszczalne.

Dla słupów i murów z cegły, oraz z betonu uzależnione jest naprężenie dopuszczalne również od smukłości. Np. dla murów z cegły maszynowej na zaprawie cementowej przy stosunku najmn. boku do wysokości

$\frac{\text{najmn. } b}{h}$ . . . . . . -	0,5	0,3	0,25	0,2	0,15	0,1
wynosi naprężenie dopusz.	14	10	8	7	6	5 kg/cm^2

/ przy czym pośrednie wartości należy interpolować liniowo tj. wodle linii prostej/.

Takie zmniejszenie naprężenia dopuszczalnego zależnie od smukłości jest właściwie zastosowaniem spółczynnika zmniejszającego.

Przykłady 73 - 78.

73. Jakie obciążenie P może udźwignąć słup drewniany 4 m długi o przekroju 24 . 18 cm, obustronnie utwierdzony zastrzałami? Obliczenie należy przeprowadzić wedle Eulera dla n = 10, E = = 120000 kg/cm^2.

Najmniejszy moment bezwł. wynosi dla prostokąta

$$I = \frac{hb^3}{12} = \frac{12 \cdot 18^3}{12} = 11664 \text{ cm}^2$$

Wedle wzoru 168:

$$P = 40 \frac{EI}{nl^2} = 40 \frac{120000 \cdot 11664}{10 \cdot 400^2} = 35000 \text{ kg.}$$

74. Obliczyć słup jak w przykł. 73 wedle Tetmajera - Jasińskiego.

Najmniejszy promień bezwładności wynosi:

$$i = \sqrt{\frac{I}{F}} = \sqrt{\frac{11664}{24 \cdot 18}} = 5,2 \text{ cm}$$

$$\frac{l_0}{i} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 400}{5,2} = 38,5 \qquad \beta = 0,66$$

Przyjmując naprężenie dopuszczalne dla drzewa twardego k_c = = 80 kg/cm^2, otrzymamy z wzoru 171:

najw.dop. $P = k\beta_c F_p = 80 \cdot 0,66 \cdot /24 \cdot 18/ = 22800$ kg.

Widzimy stąd, że ten sam słup, liczony wedle Tetmajera dopuszcza tylko mniejsze obciążenie.

./.

75. Jaką siłę ściskającą przenieść może dźwigar I NP30 o długości 6,00 m obustronnie utwierdzony?

Z tablic $i = 2,55$ cm

$$\frac{l_o}{i} = \frac{\frac{1}{2}\,600}{2,55} = 117,5 \qquad \beta = 0,40$$

najw. dop. $P = k\beta_c F = 1200 \,.\, 0,4 \,.\, 69 = 33100$ kg.

76. Obliczyć przekrój słupa składającego się z czterech kątówek w kwadrat dla obciążenia 78400 kg, a długości wolnej 4,50 m / rys. 157/:

$$F_c = \frac{78400}{1200} = 65,3 \text{ cm}^2$$

Przyjmujemy 4 kątówki 100 . 100 . 12 o powierzchni użytecznej / po odtrąceniu dziur na nity/ $F_u = 90,9 - 15,4 = 75,5$ cm^2.

Moment bezwładności kątówek wynosi:

$$I = 4 \,/\, 204,6 + 22,72 \,.\, 13,1^2 / = 16414 \text{ cm}^4$$

$$i = \sqrt{\frac{16414}{90,9}} = 13,45 \text{ cm} \qquad \frac{l_o}{i} = \frac{450}{13,45} = 33,4 \qquad \beta = 0,90$$

$F_p = \frac{F_o}{\beta} = \frac{65,3}{0,90} = 72,5$ cm^2, więc mniej niż F_u. Przekrój przyjęty zatem wystarczy.

77. Jaką siłę osiową przeniosą słupy betonowe kwadratowe o przekroju 30/30 cm, o wysokościach h = 3,00 m i h = 2,00 m, gdy wytrzymałość betonu wynosi 150 kg/cm^2?

W słupach i filarach największe naprężenie dopuszczalne zależne jest od stosunków najmniejszej grubości do wysokości.

Dla słupa o wysokości 3,00 m wypada $\frac{g}{h} = \frac{0,30}{3,00} = 0,10$

zatem spółczynnik zmniejszający na ściskanie $\varphi = 0,05$.

Najw. siła osiowa, jaka może być przeniesiona przez słup:

$$P = \varphi k_c F = 0,05 \,.\, 150 \,.\, 30 \,.\, 30 = 6750 \text{ kg}$$

Dla słupa o wysokości 2,00 m wypada $\frac{g}{h} = \frac{0,30}{2,00} = 0,15$

zatem spółczynnik zmniejszający na ściskanie $\varphi = 0,067$.

Najw. siła osiowa, jaka może być przeniesiona przez ten słup:

$$P = \varphi k_c F = 0,067 \,.\, 150 \,.\, 30 \,.\, 30 = 9045 \text{ kg.}$$

78. Jaką siłę osiową przeniesie słup z cegły maszynowej na zaprawie cementowej o przekroju 30/30 cm, o wysokościach h = 3,00m i h = 2,00 m.

Dla słupa o wysokości h = 3,00 $\frac{g}{h} = \frac{0,30}{3,00} = 0,10$ zatem najw. naprężenie dopuszczalne na ciśnienie $k_c = 5$ kg/cm^2.

Najw. siła osiowa jaka może być przeniesiona przez słup

$$P = Fk_c = 30 \,.\, 30 \,.\, 5 = 4500 \text{ kg}$$

Dla słupa o wysokości 2,00 m $\frac{g}{h} = \frac{0,30}{2,00} = 0,15$ wynosi

$$k_c = 6 \text{ kg/cm}^2.$$

Najw. siła mogąca być przeniesiona przez słup:

$$P = Fk_c = 30 \,.\, 30 \,.\, 6 = 5400 \text{ kg.}$$

./.

§ 49. Zasady obliczania konstrukcyj żelazobetonowych.

W konstrukcjach żelazobetonowych / żelbetowych/ są wkładki stalowe tak mocno związane z betonem, że trzeba bardzo dużej siły, aby je w nim przesunąć. Dzięki tej właśności, zwanej przyczepnością, żelazobeton pracuje jak materiał jednolity z tą różnicą, że naprężenia we wkładkach σ_z różnią się znacznie od naprężeń σ_b w otaczającym je betonie. Jak wiadomo ze wzoru 73; naprężenie równa się odkształceniu jednostkowemu pomnożonemu przez spółczynnik sprężystości, a więc $\sigma = \lambda . E$. Oznaczając przez E_z spółczynnik sprężystości stali, przez E_b betonu, otrzymujemy:

$$\sigma_z = \lambda E_z \qquad \sigma_b = \lambda E_b \quad \ldots\ldots\ldots \quad 174$$

a stąd:

$$\sigma_z : \sigma_b = E_z : E_b = n \text{ i ostatecznie}$$

$$\sigma_z = n\sigma_b \quad \ldots\ldots\ldots \quad 175$$

Spółczynnik sprężystości stali E_z jest stały i wynosi ok. 2,100,000 kg/cm^2, natomiast sp. sprężystości betonu waha się w granicach od 70,000 do 300,000 kg/cm^2. Przyjmujemy średnio E_b = = 140,000 kg/cm^2, a stąd:

$$n = \frac{2,100,000}{140,000} = 15 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 176$$

Obliczając słup żelazobetonowy / rys. 159/ i oznaczając przez F_b przekrój betonu, przez F_z przekrój wkładek:

$$P = \sigma_b F_b + \sigma_z F_z = \sigma_b F_b + n\sigma_b F_z = \sigma_b/F_b + nF_z/ \quad \ldots \quad 177$$

a stąd naprężenie w betonie:

$$\sigma_b = \frac{P}{F_b + nF_z} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 178$$

Naprężenia dopuszczalne betonu na ściskanie mieszczą się w granicach 30 - 50 kg/cm^2, a więc naprężenie we wkładkach wynosi tu najwyżej 15.50 = 750 kg/cm^2, więc wkładki nie są wyzyskane, jak w ogóle nie są nigdy wyzyskane w ściskanych częściach konstrukcyj żelazobetonowych.

Obliczając belki żelazobetonowe zginane rys. 159 musimy zwrócić uwagę na to, że beton jest bardzo niewytrzymały na rozciąganie. W obliczeniu przyjmujemy więc, że beton w części rozciąganej pękł i że na rozciąganie działają tylko wkładki stalowe, na ściskanie natomiast działa beton aż do osi obojętnej. Nazwijmy wypadkową naprężeń ściskających w betonie C, zaś siłę rozciągającą całkowitą we wkładkach R, otrzymamy / z warunków równowagi/:

$$C = R \quad \ldots\ldots\ldots \quad 179$$

$$Cz = R_z = M \quad \ldots\ldots\ldots \quad 180$$

Ale $\quad C = \tfrac{1}{2}\sigma_b \cdot b x \quad$ oraz $R = \sigma_z F_z \quad \ldots\ldots\ldots \quad 181$

Z prostolinijnego rozkładu naprężeń wynika, że:

$$\sigma_z : /h' - x/ = n\sigma_b : x$$

stąd

$$\sigma_z = n\frac{h'-x}{x} . \sigma_b$$

a więc

$$R = n\frac{h'-x}{x}\sigma_b . F_z$$

Wstawiając te wartości w równ. 179 otrzymamy:

$$\tfrac{1}{2}\sigma_b . b . x = n\frac{h'-x}{x} . \sigma_b . F_z$$

a stąd, po rozwiązaniu równania drugiego stopnia ze względu na x:

$$x = \frac{nF_z}{b} / -1 + \sqrt{1 + \frac{2bh'}{nF_z}} / \quad \ldots\ldots\ldots \quad 182$$

./.

Wzór ten określa położenie osi obojętnej. Wielkość naprężeń σ_b i σ_z wyznaczymy z równania 180. Podstawmy mianowicie $z = h'-n$ i zauważmy, że siła C jako wypadkowa przechodzi przez środek ciężkości trójkąta naprężeń / n = 1/3 x/. Będzie zatem

$$z = h' - \frac{x}{3}$$

i następnie:

$$C_z = \tfrac{1}{2}\sigma_b \,.\, h \,.\, x\, / h' - 1/3\, x/ = M \quad \dots\dots\dots \quad 183$$

a stąd: $$\sigma_b = \frac{2M}{bx/h' - 1/3\, x/} \quad \dots\dots\dots \quad 184$$

Również $$Rz = \sigma_z \,.\, F_z\, / h' - 1/3\, x/ = M \quad \dots\dots\dots \quad 185$$

a stąd: $$\sigma_z = \frac{M}{F_z/ h' - 1/3\, x/} \quad \dots\dots\dots \quad 186$$

Przykłady 79 - 80.

79. Słup żelazobetonowy o wymiarach 40 X 40 cm. i uzbrojeniu złożonym z ośmiu wkładek d = 26 mm obciążony jest siłą 77 ton. Jakie naprężenia występują w słupie?
Przekrój betonu $F_b = 40 \times 40 = 1600$ cm^2
Przekrój wkładek $F_z = 42,47$ cm^2

Naprężenie w betonie $\sigma_b = \frac{P}{F_b + nF_z} = \frac{77000}{1600 + 15.42,47} =$

$= 34,5$ kg/cm^2.

80. Jakie naprężenia występują w belce żelazobetonowej o rozpiętości teoretycznej 5,00 m obciążonej ciężarem jednostajnym $g = 1000$ kg/mb, jeżeli wymiary belki są: $h = 44$ cm, $b = 30$ cm, zaś uzbrojenie składa się z 3 prętów d = 18 mm / $F_z = 7,63$ cm^2/?
Wysokość użyteczna h' wynosi tu $h' = 44 - 3 = 41$ cm.
Położenie osi obojętnej

$$x = \frac{15 \,.\, 7,63}{30}/-1+\sqrt{1 + \frac{2.30.41}{15.7,63}} = 14,3 \text{ cm}$$

Położenie osi obojętnej nie zależy od obciążenia a tylko od przekroju i uzbrojenia. Natomiast celem wyznaczenia naprężeń musimy znaleźć moment zgięcia:

$$M = \frac{1}{8} gl^2 = \frac{1000 \,.\, 5,00^2}{8} = 3125 \text{ kgm}$$

$$z = h' - \frac{1}{3}x = 41 - \frac{1}{3}\, 14,3 = 36,3 \text{ cm}$$

Naprężenie w betonie ze wz. 184: $\sigma_b = \frac{2 \,.\, 312500}{30.14,3.36,3} = 40$ kg/cm^2

Naprężenie w stali wkładek ze wz. 186 $\sigma_z = \frac{312500}{7,63.36,3} = 1137$ kg/cm^2

Jeżeli mamy do czynienia z płytą żelbetową, to liczymy ją zazwyczaj na 1 m jej szerokości.

III. BELKI KRATOWE I WIĘZARY DACHOWE.

§ 50. Ogólne uwagi o belkach kratowych.

Niekiedy, zwłaszcza przy większych rozpiętościach, nie budujemy belek jednolitych, ale składamy je z poszczególnych części, z t.zw. prętów, połączonych ze sobą w trójkąty, tworząc w ten sposób t.zw. belkę kratową. Należą tu np. dachy żelazne czy drewniane, większe mosty żelazne i t.d. Części takich belek, ograniczające ich zarys, a oznaczone na rys.160 literami g_1, g_2,..., d_1, d_2 ..., nazywamy pasami; przyczym g_1 - g_6 jest pasem górnym, zaś d_1 - d_4 dolnym. Pręty, którymi są pasy połączone, np. k_1, k_2..., nazywamy krzyżulcami; krzyżulce pionowe słupami / np. k_2/, ukośne przekątniami / np. k_3/, pręty ściskane zastrzałami, rozciągane ściągnami. Poszczególne pręty łączą się ze sobą w t.zw. węzłach, z których C,D, E są węzłami górnymi, zaś H,I,J - dolnymi.

Tworząc belkę kratową, przyjmuje się zwykle układ z trzech prętów, złączonych w trójkąt, do którego przyłącza się wciąż po dwa pręty. Za taki trójkąt zasadniczy można uważać którykolwiek trójkąt belki, np. na rys. 160 może to być trójkąt CDH lub trójkąt EFI. Ten trójkąt ma ilość węzłów w = 3, zaś prętów p = 3. Dołączając jeden nowy węzeł za pomocą dwu nowych prętów, otrzymamy układ, który będzie miał w = 4, zaś p = 5, następnie po dołączeniu nowego węzła w = 5, zaś p = 7. Postępując w ten sposób dalej, przekonamy się, że dla tak zbudowanej belki kratowej ilość prętów równa się podwójnej ilości węzłów pomniejszonych o 3

$$p = 2w - 3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 187$$

np. krata przedstawiona na rys.160 ma w = 10 węzłów, zaś p = 17 prętów. Rzeczywiście z wzoru 187 wynika, że p = 2w - 3 = 2.10-3 = 17 prętów.

Belkę o ilości prętów p = 2w - 3 nazywamy statycznie wyznaczalną / lub hyperstatyczną/ i o takich tylko będziemy tu mówić.

Najczęściej zdarza się, że obciążenia / = siły zewnętrzne/ działają tylko w węzłach. Wtedy wszystkie pręty belki kratowej działają wyłącznie na rozciąganie lub ściskanie / wyboczenie/, co daje nam najkorzystniejszy układ ze względu na małą ilość materiału, który może być najlepiej wyzyskany. Jeśli obciążenia działają na niektóre pręty pomiędzy węzłami, to w prętach tych powstają także naprężenia zginające / oprócz sił osiowych/, co znacznie zwiększa potrzebną ilość materiału i czego należy zatem unikać.

§ 51. Ogólny ustrój dachów.

Belki kratowe w budownictwie lądowym znajdują najczęściej zastosowanie jako wiązary dachów stalowych i / drewnianych/. Dachy takie składają się z następujących części składowych / rys.161/.

1. Szereg poszczególnych wiązań t.zw. wiązarów, które ustawia się prawie zawsze równolegle na murach lub / rzadziej/ na słupach/. Odstęp osiowy łożysk wiązara l nazywamy rozpiętością teoretyczną lub odległością podpór; zaś odstęp l_o murów, na których wiązary spoczywają, rozpiętością w świetle lub krótko światłem. Dla najczęściej przychodzących wymiarów możemy przyjąć:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{dla wiązarów} & \text{stalowych} & l = l_o + 0{,}40 \text{ m} \\ \text{"} \quad \text{"} & \text{drewnianych} & l = l_o + 0{,}20 \text{ m} \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots \quad 188$$

./.

1. Odstęp wiązarów przyjmujemy zwykle dla dachów stalowych 3,5 - 6 m, dla drewnianych 3,5-5 m.

2. Na pasie górnym wiązarów opierają się belki poziome drewniane lub stalowe t.zw. płatwie czyli leżnie zwykle w węzłach. Wedle ich odstępu rozmieszczamy węzły górne wiązara.

3. Na płatwiach umieszcza się w odstępie około 1,00 m drewniane belki, leżące w płaszczyźnie dachu, t.zw. krokwie, równolegle od pasa górnego wiązarów. Dla krycia szkłem umieszcza się na płatwiach szyny lub szczeble w odstępie 0,5 - 0,8 m; dla krycia betonem używamy też krokwi stalowych w odstępie do 2 m.

4. Na krokwiach umieszcza się pokrycie dachu, które obliczeniu nie podlega / pomijając krycie blachą falistą lub żelazobetonem/.

5. Wiązary łączą się z sobą zapomocą wiatrownic czyli tężników połaciowych i pionowych, których też zwykle nie oblicza się. Niekiedy wiatrownice opuszczamy.

Przy projektowaniu dachów należy przede wszystkim przyjąć ogólny ustrój, odstęp i kształt wiązarów, a dopiero potem przystąpić do obliczenia obciążeń, krokwi, następnie płatwi i wreszcie wiązarów.

§ 52. Obciążenie dachów.

Na wiązary dachowe przenosi się całe obciążenie dachów przez płatwie i krokwie. Działa bowiem na nie przede wszystkim ciężar stały dachu t.j. pokrycia i konstrukcji dachowej, prócz tego zaś i obciążenie chwilowe t.zw. zmienne, z powodu śniegu, jaki osiąść może na dachu i z powodu parcia wiatru. Aby wiązary obliczyć, trzeba znać przede wszystkim obciążenie.

1. Ciężar stały. Należy tu ciężar pokrycia, ciężar płatwi i tężników, oraz ciężar własny wiązarów. Ciężary pokrycia zależą od rodzaju tegoż, a zestawione są w tablicach w kilogramach na 1 m^2 połaci dachu. Aby obliczyć więc obciążenie jednego węzła należy znaleźć, z jak wielkiej powierzchni przenosi się nań obciążenie i powierzchnię tę pomnożyć przez ciężar jednostkowy pokrycia.

Ciężar własny płatwi i tężników połaciowych wynosi zwykle 5-10 kg/m^2 połaci dachu.

Do ciężaru stałego należy wreszcie ciężar własny wiązarów, który wynosi dla dachów stalowych nitowanych lekkich 10 do 20 kg/m^2, dla ciężkich 20-30 kg/m^2 rzutu, dla spawanych o 20-30% mniej, dla dachów drewnianych 20 kg/m^2 połaci.

2. Obciążenie śniegiem. Zwykle przyjmujemy, że śnieg osadza się na dachach jednostajną warstwą o grubości 50 do 65 cm; ciężar jej wynosi zatem 60 do 80 kg/m^2 rzutu poziomego. Na dachach bardziej stromych śnieg jednak nie może się utrzymać. Rozporządzenie M.R.P. poleca przyjmować ciężar śniegu w województwach: pomorskim, poznańskim, warszawskim, łódzkim, kieleckim, lubelskim, krakowskim i śląskim $s = 80$ kg/m^2 rzutu; w województwach: nowogrodzkim, wileńskim, białostockim, poleskim, wołyńskim, lwowskim, tarnopolskim i stanisławowskim $s = 80$ kg/m^3 rzutu, w okolicach górskich ponad 400 m wysokości nad poziom morza $s = 80 + 0,12 / h - 40/$ kg/m^2 rzutu, gdzie h jest wysokością danej miejscowości nad poziom morza. Np. dla miejscowości położonej na wysokości 650 m, należy przyjąć $s = 80 + 0,12 \cdot 250 = 80 + 30 = 110$ kg/m^2 rzutu.

Dla pochyleń dachów większych niż 35° należy wielkość obciążenia śniegiem, obliczoną wedle powyższego, zredukować, mnożąc ją przez współczynnik α, który wynosi:

dla 30° $\alpha = 1,0$; dla 40° $\alpha = 0.5$;

dla 45° $\alpha = 0$

Wartości pośrednie należy interpolować liniowo. Dla pochylenia ponad 45° obciążenia śniegiem można nie uwzględniać. Dotyczy to np. świetlni dachowych i t.p.

Parcie wiatru uwzględnia się, biorąc tylko składową n tegoż, prostopadłą do powierzchni dachu w wielkości:

$$n = w_0 \sin\alpha \quad \ldots\ldots\ldots \quad 189$$

/ α jest kątem pochylenia dachu/.

Wielkości w_0 polecało przyjmować M.R.P. wedle następującej tablicy / rys. 162/:

w miejscach zasłoniętych	. . . .	50 kg/m²
" " odsłoniętych do 15 m wysokości	. . . .	100 kg/m²
" " " ponad 30 m wysokości	. . .	130 kg/m²

Dla wysokości między 15 m a 30 m należy interpolować wedle linii prostej. Np. dla wysokości 20 m przyjąć należy 110 kg/m². Jeżeli dach znajduje się w granicach między 15 a 30 m, wystarczy dla całej jego wysokości przyjmować wielkość parcia stałą, równą maksymalnej, aby nie utrudniać rachunku. Jeżeli n. rzut dachu mieści się między 21 m a 25 m, wystarczy dla wszystkich węzłów tegoż przyjmować parcie, odpowiadające wysokości 25 m / tj. 120 kg/m²/.

Dla budynków narażonych na szczególnie silne wiatry / wybrzeże morskie, góry i t.d./, należy powyższe wartości zwiększyć o 50%.

Wiatr działa zawsze tylko z jednej strony, może to nastąpić jednak tak z prawej, jak i z lewej. Przy obliczeniu trzeba uwzględnić oba wypadki, gdyż powodują one w prętach dachowych różne siły nawet w dachu o kształcie symetrycznym.

Dla pochyleń dachu < 10-11° / tg α < 1/5 / można uwzględnić tylko składową pionową parcia wiatru i włączyć ją do obciążeń pionowych. O ile takie dachy mogą być obciążone przez ludzi / tarasy itd/ należy przyjąć obciążenie 250 kg/m².

Ciężar człowieka / skupiony/ P = 80 kg przyjmuje się przy obliczeniu krokwi, niekiedy i płatwi. Nieraz bierzemy dla uproszczenia P = 100 kg, uwzględniając tym samym ciężary, jakieby człowiek mógł z sobą wziąć. Przepisy M.R.P. powiadają:

Obliczenie pokrycia dachu w miejscach, na których może stanąć człowiek, należy przeprowadzić: a/ na ciężar śniegu i wiatru, b/ na ciężar skupiony człowieka z narzędziami / 100 kg/ i uwzględnić niekorzystniejsze z obu obciążeń.

§ 53. Obliczenie dachów.

Wyżej powiedzieliśmy, że oblicza się najpierw krokwie, potem płatwie, a dopiero na końcu wiązary.

1. Krokwie liczymy jako belki w dwu punktach wolno podparte o rozpiętości b równej odległości płatwi. Jeśli odległość krokwi od siebie wynosi c / zwykle około 1 m /, to całkowite obciążenie pionowe jednostajnie rozłożone wynosi:

$$G = gbc \text{ kg} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 190$$

/ jeśli g jest dane w kg na 1 m² połaci dachu/. Śnieg mamy zwykle dany w kg na 1 m² rzutu poziomego; wtedy na jedną krokiew przypada:

$$S = sec \text{ kg} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 190$$

gdzie e jest poziomym rzutem długości b. Całkowite obciążenie pionowe / rys. 163/:

$$P = G + S \quad \ldots\ldots\ldots \quad 192$$

rozkładamy na składową P_1 prostopadłą i P_2 równoległą do połaci dachu. Otrzymamy wtedy:

$$P_1 = P \cos\alpha \qquad P_2 = P \sin\alpha \quad \ldots\ldots\ldots \quad 193$$

gdzie α jest kątem nachylenia krokwi do poziomu.

./.

Prócz tego działa jeszcze na krokiew parcie wiatru prostopadle do połaci. Wielkość jego wynosi:

$$N = nbc \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 193$$

Całkowite obciążenie prostopadłe do połaci dachu wynosi zatem $P_1 + N$; wywołuje ono moment zgięcia:

$$M = \frac{P_1 + N}{8}\, b \quad \ldots\ldots\ldots \quad 194$$

Wedle przepisów M.R.P. należy nadto zbadać, czy skupiony ciężar człowieka /P' = 100 kg/ nie wywoła większych naprężeń w krokwi niż obciążenie śniegiem i wiatrem. Rozkładając ten ciężar na równoległy i prostopadły do płaszczyzny dachu, otrzymamy najw. moment od ciężaru własnego i od ciężaru człowieka:

$$M' = \frac{G \cos\alpha \cdot b}{8} + \frac{P' \cos\alpha \cdot b}{4} = \frac{/G + 2P'/ b \cos}{8} \quad \ldots\ldots \quad 195$$

Z wartości M i M' / wzór 194 i 195/ należy wziąć wartość większą i obliczyć naprężenie wedle wzoru $\sigma = \frac{M}{W}$.

Siła P_2 działa w osi krokwi i wywołuje ściskanie osiowe $\sigma_2 = \frac{P_2}{F}$. Całkowite naprężenie wynosi zatem:

$$\sigma = \frac{P_2}{F} + \frac{M}{W} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 196$$

Zwykle wyraz $\frac{P_2}{F}$ jest tak mały, że go się nie uwzględnia dla normalnych pochyleń. Przy dachach bardzo stromych należy jednak liczyć wedle wzoru 196.

Na krokwie przyjmujemy zwykle belki drewniane.

Przy kryciu szkłem, używamy zwykle szyn kopalnianych lub specjalnych szczeblin, które oblicza się zupełnie tak samo.

2/. Płatwie ustawia się albo / najczęściej/ pochyło, t.j. prostopadle do połaci dachu, albo, o wiele rzadziej, pionowo, co ma miejsce przy dachach płaskich; umieszcza się je w węzłach/górnych/, wyjątkowo także i między węzłami.

Na płatwie przenosi się: a/ ciężar pionowy pokrycia z pola o długości a / równej odstępowi wiązarów/, a szerokości b / równej odległości węzłów górnych/; wynosi on:

$$G_1 = abg \text{ kg} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 197$$

b/ ciężar własny płatwi, którego nie znamy z góry, ale przyjmujemy w wielkości około 10 kg/m².

$$\text{więc} \quad G_2 = 10\, ab \text{ kg} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 198$$

c/ ciężar śniegu S wynoszący: S = aes kg.

Całkowity ciężar pionowy wynosi zatem:

$$P = G_1 + G_2 + S \quad \ldots\ldots\ldots \quad 199$$

a stąd moment zgięcia:

$$M_1 = 1/8\, Pa \quad \ldots\ldots\ldots \quad 200$$

Wreszcie płatwie przyjmują parcie wiatru, prostopadle do połaci N = abn kg, a zatem moment w płaszczyźnie również prostopadłej do połaci:

$$M_2 = 1/8\, Na \quad \ldots\ldots\ldots \quad 201$$

Moment M_1 rozkłada się na M_1' prostopadły do połaci dachu i M_1'' równoległy do niej. Największe naprężenie płatwi wynosi dla płatwi umieszczonych prostopadle do połaci:

$$\sigma = \frac{M_1 \cos\alpha + M_2}{W'} + \frac{M_1 \sin\alpha}{W''} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 202$$

./.

dla płatwi umieszczonych pionowo:

$$\sigma = \frac{M_{1n} + M_2 \cos\alpha}{W'} + \frac{M_2 \sin}{W''} \quad . . . . 203$$

3. Oddziaływania płatwi są zarazem obciążeniami węzłów wiązara czyli t.zw. ciężarami węzłowymi. Należy dodać jednak do nich ciężar własny wiązara G_3 z pola ae:

$$G_3 = aeg_w \text{ kg} \quad . . . . 204$$

gdzie g_w jest ciężarem własnym dźwigara w kg na 1 m^2 rzutu poziomego.

Całkowity ciężar węzłowy pionowy wynosi zatem:

$$P = G_1 + G_2 + G_3 + S \quad . . . . 205$$

zaś ciężar wiatru j.w.:

$$N = abn \text{ kg} \quad . . . . 206$$

Na węzły podporowe, t.j. leżące bezpośrednio nad podporą, przenosi się obciążenie prawie dwukrotnie mniejsze, o ile nie ma wystającego okapu. Czasem jednak węzeł podporowy nie ma płatwi, a krokiew spoczywa wprost na ławie, leżącej na murze. Wtedy węzeł skrajny nie jest wcale obciążony.

Ciężary węzłowe zaokrąglamy zwykle w górę na setki lub przynajmniej dziesiątki kg.

§ 54. Wyznaczenie oddziaływań.

Przed przystąpieniem do obliczania sił działających w prętach wiązarów dachowych należy wyznaczyć oddziaływania, zwykle osobno dla obciążenia pionowego, osobno dla naporu wiatru.

Wyznacza się je dla ciężarów pionowych na zasadzie omówionej w § 23. Mamy tu / rys.160/ do czynienia z szeregiem ciężarów pionowych rozłożonych dla wiązara symetrycznego symetrycznie względem osi. Oba oddziaływania będą zatem pionowe, równe sobie, a zarazem równe połowie obciążenia jednego wiązara. Np. dla obciążenia zaznaczonego na rys. 161 $R = 5P + 2 \cdot \frac{1}{2}P = 6P$, a stąd oddziaływanie $A = B = \frac{1}{2}\,6P = 3P$. Jeśli obciążenia są rozmieszczone niesymetrycznie, to należy wyznaczyć oddziaływania wedle § 23.

Dla parcia wiatru musimy uwzględnić, że każdy / większy/ dach stalowy posiada dwa różne łożyska, jedno stałe, drugie ruchome, pozwalające na ugięcie belki i na małe jej przesunięcie w razie zmiany długości pod wpływem zmiany ciepłoty */. Przyjmujemy, że na łożysku ruchomym tarcia nie ma wcale; jeśliby zatem wystąpiła tu jakakolwiek siła pozioma, to belka przesunęłaby się po płycie. Na łożysku ruchomym oddziaływanie musi być więc pionowe. Kierunek drugiego oddziaływania / na łożysku stałym/ wypałnie z warunków równowagi. Belka jest statycznie wyznaczalna tylko wtedy, jeśli ma jedno łożysko stałe, drugie ruchome.

Weźmy pod uwagę wiązar / rys.165a/, na który działa parcie wiatru z lewej strony, t.j. od strony łożyska ruchomego. Oddziaływanie A' z powodu wiatru musi być zatem pionowe. Wypadkowa / parcia wiatru działa w środku połaci. Jeśli zachodzi nierównomierny rozkład parcia / np. dach załamany/, to jego wypadkową znajdziemy w sposób znany z § 12. Ta wypadkowa musi zrównoważyć się z obu oddziaływaniami, musi więc przecinać się z nimi w jednym punkcie. Przedłużmy kierunek pionowy/ oddziaływania A aż do przecięcia z W, to prosta łącząca punkt przecięcia K z podporą B, da kierunek oddziaływania B.

*/ Ruch umożliwiony jest w ten sposób, że na jednym łożysku belki nie łączymy wcale z płytą podstawową, albo też / dla większych dachów/ umieszczamy ją na wałkach.

./.

Zupełnie tak samo możemy znaleźć oddziaływanie, jeśli wiatr działa ze strony prawej / rys. 165c/. Jeśli dach jest zupełnie symetryczny, to i położenie wypadkowej W_p będzie symetrycznie takie same. Przedłużamy ją więc do przecięcia się z pionową przez podporę A, tj. do punktu L, a prosta LB da kierunek oddziaływania A".

§ 55. Wykreślne wyznaczenie sił wewnętrznych belki kratowej.

Siły wewnętrzne w prętach wiązarów kratowych wyznacza się na podstawie praw, podanych w § 9. Rozkładaliśmy tam siły / zewnętrzne/ na składowe, działające w pewnych określonych kierunkach. Zupełnie to samo zadanie spotykamy i tutaj: kierunki sił składowych określone są kierunkami prętów. Wiemy jednakowoż, że daną siłę można rozłożyć w sposób jednoznaczny tylko na dwie składowe, tj. w danym punkcie możemy mieć tylko dwa pręty o nieznanej sile. Dachy kratowe są przecież najczęściej tak zbudowane, że tylko w dwu węzłach / czasem tylko w jednym węźle/ schodzą się po dwa pręty; w pozostałych węzłach jest ich więcej.

Weźmy pod uwagę wiązar / rys.164/ obciążony tylko ciężarami pionowymi. Tu tylko w punktach A i B schodzą się po dwa pręty d_1 i g_1, działa na nie zaś oddziaływanie A / o wielkości mn/ w górę i siła $\frac{1}{2}P$ / równa no/ w dół, dając wypadkową również pionową o kierunku siły większej tj. mo. Siła ta rozkłada się na dwie siły wewnętrzne, w prętach g_1 i d_1, a wielkość ich znajdziemy, prowadząc z m i o proste mp i op równolegle do odpowiednich prętów g_1 i d_1. Ponieważ ma zastąpić równowaga, przeto wielobok sił musi się zamknąć, a strzałki będą miały ten sam kierunek, tak, abyśmy wychodząc z punktu m powrócili znów do niego. Wrysujmy te same strzałki na prętach g_1 i d_1 obok węzła A, to wskazywać będą one kierunki sił g_1i d_1. Siła w pręcie górnym g_1 skierowana jest do węzła, " stara się go przycisnąć", jest zatem ściskaniem. Siła w pręcie dolnym d_1 przeciwnie, skierowana jest na zewnątrz od węzła, stara się pręt wyciągnąć, jest zatem rozciąganiem o wielkości d_1 = pm.

Dla lepszego zrozumienia możemy sobie wyobrazić, że pręt jest sprężyną. Jeśli w nim wystąpi ściskanie, to sprężyna ta skróci się, zarazem jednak będzie wywierała ciśnienie na oba końce, tj. na węzły; siła pręta skierowana jest więc ku węzłom. W razie rozciągania pręt się wydłuża, sprężyna jednak stara się węzły przyciągnąć do siebie, działa więc od węzłów. Znacząc siłę rozciągającą, musimy zatem dać obustronnie strzałki od węzłów; strzałki będą zatem skierowane ku sobie. Przy ściskaniu - przeciwnie - strzałki będą skierowane od siebie.

Dla wyznaczenia sił, występujących w prętach następnych weźmy pod uwagę węzeł C / rys. 164d/. Działają tutaj: 1. ciężar węzłowy, 2. znana już siła g_1, 3. dwie niewiadome siły g_2 i k_1. Siły wiadome P i g_1 możemy złożyć w wypadkową, oznaczoną w rysunku / rys.164d/ linią " kreska-kropka" -.-.-.-, a ta wypadkowa rozłożona na siły g_2 i k_1 równolegle do prętów g_2 i k_1 da wielkość tych sił. Siła g_1 jest w pręcie ściskaniem, zatem działa teraz ku węzłowi C i trzeba wyrysować ją ze strzałką w tymże kierunku, a zatem przeciwnie niż poprzednio. Stąd wynika też kierunek wypadkowej i kierunki sił g_2 i k_1; w obu występuje ściskanie /" do węzła"/. Kreślenie wypadkowej można zresztą opuścić i wrysować tylko siły P i g_1, a do nich następnie g_2 i k_2 równolegle do prętów g_2 i k_2. Trzeba pamiętać jednak o tym, aby siły następowały po sobie w tym porządku, w jakim spotykamy je w węźle, idąc np. w kierunku wskazówki na zegarze. Np. poczynając od znanej siły g_1 mamy w węźle C kolejno siły P_1, g_2 i k_1; w tym samym porządku widzimy je też w wykresie.

./.

Zamiast jednak kreślić osobno plan sił dla węzła C,D itd. , możemy umieścić go na tej samej figurze, co dla punktu podporowego / rys. f/, prowadząc p's' ‖ gh, oraz s't' ‖ hi. Siły p's' i s't' są identyczne bowiem z siłami gh i hi, a więc k_1 i g_2. Podobnie postępujemy dalej, biorąc węzeł D / znane d_1 i k_1/ niewiadome d_2 i k_2/ następnie węzły E i F, rozkładając kolejno siły zwykle na wspólnym wykresie. Wykres ten podający odrazu wielkość i znak każdej z sił, nazywamy planem sił.

Plan ten ma nast. zalety: siły przedstawione są w nim w sposób jasny i przejrzysty; każdą kreśli się tylko raz; wreszcie znane siły są już wrysowane we właściwym porządku / tj. po kolei, idąc za wskazówką na zegarze/, więc przy rozpatrywaniu każdego węzła chodzi tylko o dobre włożenie sił nieznanych.

Ostatecznie dojdziemy do węzłów środkowych F i G. Jeśli kształt dachu i obciążenie jego jest symetryczne, to siły w prętach lewej strony wiązara będą równe odpowiednim siłom prawej jego połowy; wystarczy wyznaczyć więc plan sił tylko jednej połowy. Strzałek zwykle nie kreśli się, uzyskawszy pewną wprawę w odczytywaniu sił; wystarczy oznaczyć siły znakami + i - w planie sił.

Tę metodę wyznaczania sił nazywamy metodą wielobokową / czasem metodą Cremony lub Maxwella.

Dla parcia wiatru wyznaczamy siły wewnętrzne w ten sam sposób, co dla obciążenia pionowego / rys. 165d/. W punkcie A działają tu dwie siły: parcie wiatru W_1 i oddziaływanie A; wypadkową ich jest ab. Prowadząc zatem z punktu a równoległą do AC, zaś z b równoległą do AD, otrzymamy wielkości sił g_1 i d_1, przyczym d_1 jako działająca od węzła jest rozciąganiem, zaś g_2 skierowana do węzła ściskaniem. W ten sam sposób postępujemy dalej; ponieważ jednak obciążenie nie jest symetryczne ze względu na środek wiązara, przeto wyznaczyć musimy siły we wszystkich prętach. W przedostatnim węźle znajdziemy tylko jedną niewiadomą, w ostatnim, znalazłszy już poprzednio siły g_1' i d'_1, spostrzegamy, że muszą one być w równowadze w oddziaływaniem B. Daje to nam możność kontroli, czy w wykreślaniu planu sił nie popełniliśmy błędu, gdyż we wszystkich / więc i w ostatnim/ węzłach plan sił musi się zamknąć.

Z planu sił dla belki o pasach prostych i schodzących się w węźle podporowym, jak na rys. 165d wynika, że dla wiatru z lewej strony siły wewnętrzne w prętach k'_1, k'_2, k'_3 są równe zeru. Do tego samego wyniku dojdziemy, wychodząc z łożyska B. Oddziaływanie B rozkłada się tu na siły d'_1 i g'_1; w punkcie C' nie działa żadna siła zewnętrzna, zatem siła BC' = g'_1 musi przenieść się w całości na C'E', zaś przekątnia pozostaje bez naprężenia. To samo powtarza się w D' i E', o ile oba pasy górny i dolny są proste i schodzą się w węźle podporowym.

Błędy rysunku sprowadzają zawsze pewną niedokładność w planie sił; aby je o ile możności zmniejszyć, postępujemy następującą drogą. Wychodząc od łożyska lewego, wyznaczamy siły wewnętrzne w pewnej ilości prętów / mniej więcej w połowie wiązara, np. do prętów g'_3 i k'_3 w rys. 165, następnie przerywamy wykres i wychodząc od łożyska prawego, kreślimy siły od końca, aż obie części wykresu zetkną się. Jeżeli tu spostrzeżemy różnicę stosunkowo nieznaczną, wystarczy poprawić nieco siłę, na którą uzyskaliśmy wartości niezgodne z sobą, oraz parę najbliższych sił tak, aby plan sił zamknął się zupełnie.

Dla wiatru działającego ze strony prawej należy wykreślić osobny plan sił na tej samej zasadzie, co poprzedni / rys. 165f/.

./.

§ 56. Wyznaczenie oddziaływań metodą rachunkową.

Dla obciążenia pionowego wyznaczamy oddziaływania w sposób znany już z § 23 i 54.

Oddziaływania dla wiatru znajdziemy w następujący sposób / rys. 165 a/:

Wiemy, że jedno oddziaływanie / łożyska ruchomego/ jest pionowe; zatem składową poziomą wiatru przejmuje łożysko B. Jeśli dach przebiega w linii prostej swym pasem górnym, to dla nachylenia połaci dachu pod kątem α składowa pozioma wiatru, a tym samym i składowa pozioma oddziaływania B, wynosi $H = W \sin\alpha$.

Oddziaływanie pionowe wyznaczamy na podstawie równania momentów. Niech wypadkowa wiatru zaczepia w odległości s od łożyska A, to przyjmując biegun A, otrzymamy równanie: $W \cdot s - V_b \cdot l = 0$ gdzie V_b jest składową pionową oddziaływania B. Składowa pozioma oddziaływania B nie daje żadnego momentu, gdyż kierunek jej przechodzi przez punkt A.

Z równania tego otrzymamy: $V_b = \frac{Ws}{l}$ 207

§ 57. Rachunkowe wyznaczenie sił wewnętrznych belki kratowej.

Rachunkowe wyznaczenie sił wewnętrznych belki kratowej polega również na zasadzie: jeżeli parę sił jest z sobą w równowadze, to moment ich względem dowolnie obranego punktu t.zw. bieguna, musi równać się zeru. Jeśli z tych sił trzy są niewiadome, to biegun możemy przyjąć w punkcie przecięcia dwu z nich, a wtedy moment tych dwu sił jest równy zeru; mamy więc w równaniu tylko jedną siłę niewiadomą, która zatem łatwo da się obliczyć.

Dla wyznaczenia sił w pręcie np. g_2 / rys. 166/ przetnijmy wiązar wedle linii III-III i zbadajmy jego odciętą lewą część. Jeśli ma się ona trzymać w równowadze, to wszystkie siły, działające na nią, muszą być też w równowadze. Siłami tymi są nietylko siły zewnętrzne A i siły P, działające na odciętą część belkiŻ ale także siły w podtrzymujących ją prętach, któreśmy przecięli g_2, k_2, d_2, tj. te siły, których znalezienie jest właśnie naszym zadaniem. Chcąc znaleźć siłę np. g_2, uwzględnijmy, że te wszystkie siły muszą dać moment równy zeru ze względu na jakikolwiek punkt, a więc i ze względu na punkt D przecięcia się sił k_2 i d_2. Ponieważ nie znamy dotąd znaku siły g_2, więc przyjmujemy narazie znak + / t.j. rozciąganie/; otrzymamy wtedy:

$$A \cdot \frac{l}{3} - P \cdot \frac{l}{6} + g_2 m = M + g_2 m = 0$$

jeśli M oznacza moment sił zewnętrznych, działających na odciętą część belki / A i P_1/ względem punktu D:

$$M = A \cdot \frac{l}{3} - P \cdot \frac{l}{6} = \frac{l}{6} / 2 A - P/ = \frac{l}{6} / 5 P - P/ = \frac{2}{3} Pl$$

Stąd otrzymamy:

$$g_2 = - \frac{M}{m} = - \frac{2}{3} \frac{Pl}{m} \quad . . . . 208$$

Ponieważ otrzymaliśmy na g_2 znak -, a przyjęliśmy poprzednio +, więc przyjęcie nasze było fałszywe. W g_2 panuje zatem ściskanie.

Podobnie dla znalezienia siły d_2 bierzemy moment wzgl. p. E; przyjmując dla tej siły znów znak +, otrzymamy:

$$M - d_2 n = \frac{2}{3} Pl - d_2 n = 0$$

$$d_2 = \frac{2}{3} \frac{Pl}{n} \quad . . . . 209$$

w k_2 panuje zatem rozciąganie.

Dla k_2 bierzemy moment względem p. przecięcia sił d_2 i g_2 tj. względem A; otrzymamy więc:

$$P\frac{1}{6} - k_2\frac{1}{3} = 0$$

$$k_2 = -\tfrac{1}{2}P \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 209a$$

/ więc ściskanie/. Podobnie prowadząc przekroje I, II ..., znajdujemy siły w innych prętach, o ile to jest potrzebne. Zwykle jednak rachunkowo wyznacza się tylko jedną siłę, albo dla kontroli czy wykres nie jest błędny, albo, jeżeli metodą podaną w § 55 nie można znaleźć wszystkich sił / por. przykład 84/.

Natomiast przy obliczeniu belek, których oba pasy są do siebie równoległe / t.zw. belek równoległych/, metoda rachunkowa prowadzi do celu bardzo szybko. Weźmy np. pod uwagę belkę przedstawioną na rys. 167. Otrzymamy tu, prowadząc przekrój I-I i biorąc moment względem p. T: $M_T - d_2h = 0$,
stąd:

$$d_2 = +\frac{M_T}{h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 210$$

biorąc moment względem punktu R.

$$M_R + g_1h = 0\ , \quad \text{stąd} \quad g_1 = -\frac{M_R}{h} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 211$$

Zatem w belce o pasach równoległych siły wewnętrzne w pasach są wprost proporcjonalne do momentów sił wewnętrznych.

Dla znalezienia siły k_3 nie możemy zastosować prawa o momentach, gdyż oba prostopadle przecięte pręty g_1 i d_2 są równoległe. Biorąc sumę rzutów pionowych sił działających na odciętą część belki, otrzymamy natomiast:

$$A - P_1 + k_3\sin\beta = 0 = T + k_3\sin\beta$$

gdzie $T = A - P_1$ jest siłą poprzeczną w danym przekroju.
Zatem: $k_3 = -T\operatorname{cosec}\beta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 212$

Dla prętów pionowych czyli t.zw. słupów /$\beta = 0$/, por. rys. 168/, otrzymujemy:

$$k = T, \text{ względnie: } k = -T \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 213$$

Siła wewnętrzna w słupach równa jest zatem odpowiedniej sile oprzecznej.

Przykłady 81 - 84.

81. Wyznaczyć siły wewnętrzne w belce równoległej wedle rys. 166, obciążonej w węzłach górnych. / Belkę równoległą, którą słupy dzielą na poszczególne prostokąty nazywamy belką o kracie prostokątnej/.

Wyznaczamy oddziaływanie, a następnie kreślimy plan sił wedle rys. 168. Pręty ściskane oznaczono w planie sił liniami grubymi, rozciągane - cienkimi.

82. Wyznaczyć siły wewnętrzne w belce tej samej, co w przykładzie 81, ale obciążonej w węzłach dolnych.

Rozwiązanie podane jest na rys. 167; siła $d_2 = g_1$.

83. Wyznaczyć siły wewnętrzne wiązara dachowego wspornikowego wedle rys. 170.

Najwygodniej rozpocząć wyznaczanie sił od węzła, w którym schodzą się pręty g_1 i k_1, których siły wewnętrzne znajdziemy, rozkładając na odp. składowe siłę W_1. Podobnie znajdziemy kolejno siły w innych prętach, dochodząc ostatecznie do węzłów A i B. Oddziaływanie A w kotwie poziomej znajdziemy z warunków równowagi dla węzła A; oddziaływanie B równe jest co do wielkości wypadkowej sił d_3 i k_3.

Oddziaływanie można znaleźć wprost rozkładając wypadkową sił zewnętrznych W na siły: A poziomą i B przechodzącą przez punkty C i B.

./.

83a. Obliczenie dachu stalowego o rozpiętości 18,00 m. Pokrycie papą. Odstęp wiązarów a = 5,40 m / rys. 171/.

Obciążenie pionowe na 1 m² dachu pochyłego:

Ciężar pokrycia, deskowania i krokwi g_1 = 40 kg/m²

Ciężar śniegu $s_1 = s.\cos\alpha = 80 \cos 11°20' =$

= 78,5 ∾ 80 "

Razem na 1 m² dachu pochyłego g = 120 kg/m²

Parcie wiatru: $n = 100 \sin\alpha = 100 \sin 11°20' = 20$ kg/m²

Obliczenie krokwi:

Odstęp krokwi wynosi / przy pięciu krokwiach pomiędzy wiązarami/ c = 5,40 : 5 = 1,08 m.

Składowa obciążenia prostopadła do połaci:

$g_1 = g \cos\alpha = 120 \cos 11°20' = 117,6 \backsim 120$ kg/m²

Składowa równoległa do połaci:

$g_2 = g \sin\alpha = 120 \sin 11°20' = 24$ kg/m².

Sumarycznie obciążenie prostopadłe do połaci:

$g_1 + n = 120 + 20 = 140$ kg/m².

Całkowite obciążenie krokwi prostopadłe do połaci:

$G = 3,06 \,.\, 1,08 \,.\, 140 = 462,6 \backsim 470$ kg.

Największy moment zginający:

$M = 1/8\ Gl = 1/8\ 470 \,.\, 3,06 = 17977 \backsim 18000$ kgcm.

Całkowite obciążenie krokwi równoległe do połaci:

$G_2 = 3,06 \,.\, 1,08 \,.\, 24 = \backsim 80$ kg.

Przyjmując przekrój krokwi 12 × 10 cm / F = 120 cm², W = 240 cm³/, otrzymamy największe naprężenie:

$$\sigma = \frac{80}{120} + \frac{18000}{240} = 0,7 + 66,7 = 67,4 \text{ kg/cm}^2.$$

/Naprężenie z powodu G_2 jest tak małe, że możemy je opuścić w obliczeniu/.

Obliczenie płatwi:

Na płatew działają ciężary równe podwójnym oddziaływaniom krokwi: $P_1 = 2 \,.\, \frac{1}{2} \,.\, 470 = 470$ kg prostopadle do połaci dachu, oraz $P_2 = 2 \,.\, \frac{1}{2} \,.\, 80 = 80$ kg równolegle do połaci.

Największy moment w środku równy jest momentowi w punkcie podparcia krokwi drugiej z rzędu od wiązara i wynosi:

$M_1 = A.\frac{1}{2}a - P_1.2/3c - P_1.\frac{1}{3}c = 2P_1.2/5c - P_1.2/3c - P_1.\frac{1}{3}c = 3P_1c$

Zatem moment w płaszczyźnie prostopadłej do połaci wynosi:

$M_1 = 3P_1c = 3.470.1,08 = 1523$ kgm = 152300 kgcm.

Moment w płaszczyźnie równoległej do połaci:

$M_2 = 3P_2c = 3.80.1,08 = 269$ kgm = 26900 kgcm.

Przyjmując dźwigar NP 24, otrzymamy największe naprężenie:

$$= \frac{M_1}{W_1} + \frac{M_2}{W_2} = \frac{152300}{354} + \frac{26900}{41,7} = 430 + 645 = 1075 \text{ kg/cm}^2.$$

Obliczenie wiązara głównego.

Obciążenie pionowe: Pokrycie papą . . . . . 40 kg/m²

Ciężar płatwi i wiązarów . . . . 30 "

Ciężar śniegu . . . . 80 "

Całkowite obciążenie pionowe: g = 150 kg/m² połaci.

Parcie wiatru j.w. n = 55 kg/m².

Ciężary węzłowe wynoszą zatem dla obciążenia pionowego:

w węzłach II, III i IV: P = b.a.g = 3,06.5,40.150 = 2480 kg

w węźle I: $P_1 = \frac{1}{2}P = 1250$ kg.

./.

Oddziaływania wiązara z powodu ciężaru pionowego wynoszą

$$A = B = \tfrac{1}{2}/5P + 2P_1/ = \tfrac{1}{2}/5.2500 + 2.1250/ = 7500 \text{ kg.}$$

Ciężary węzłowe dla parcia wiatru wynoszą:

w węzłach II i III: $W = 3,06.5,40.20 = 330$ kg,

w węzłach I i IV: $W_1 = \tfrac{1}{2} W = 165$ kg.

Oddziaływania dla parcia wiatru znajdujemy wykreślnie.

Ponieważ punkt przecięcia oddziaływań wypada poza rysunkiem, przeto do wyznaczenia ich kierunku i wielkości użyliśmy konstrukcji omówionej poprzednio, prowadząc wielobok sznurowy w rys. a, a następnie wielobok sił. Jeden z boków wieloboku sznurowego, przyjęto w prostej AB, drugimi są Ab i Ba, względnie Ab i Bb. Oddziaływania znalezione z wieloboków sił mnps, względnie m'n'p't' wynoszą:

dla wiatru ze strony lewej A' = 700 kg B' = 330 kg

" " " " prawej A" = 270 kg B" = 725 kg.

Wykres dla obciążenia pionowego wykonano tylko dla połowy dachu, wykresy dla parcia wiatru dla całego dachu, i to w skali większej, gdyż w przeciwnym razie rysunek byłby zbyt niewyraźny.

Siły znalezione z wykresów b, c i d zestawione są na tablicy, podanej poniżej:

	Pręt	Siły wewnętrzne w skutek obciążenia pionowego	Siły wewnętrzne w skutek wiatru z lewej	Siły wewnętrzne w skutek wiatru z prawej	Największe siły wewnętrzne.
Pas górny	g_1	− 7,62 t	− 0,66t	− 0,32 t	− 8,28 t
	g_2	− 16,45	− 1,32	− 0,76	− 17,77
	g_3	− 18,08	− 1,24	− 1,07	− 19,32
	g'_3	− 18,08	− 1,24	− 1,34	− 19,42
	g'_2	− 16,45	− 1,32	− 1,39	− 17,84
	g'_1	− 7,62	− 0,66	− 0,71	− 8,33
Pas dolny	d_1	0	0,00	0,00	0,00
	d_2	+ 13,60	+ 1,12	+ 0,56	+ 14,72
	d_3	+ 18,24	+ 1,28	+ 0,94	+ 19,52
	d_4	+ 16,22	+ 0,81	+ 1,09	+ 17,31
	d'_3	+ 18,24	+ 0,65	+ 1,55	+ 19,79
	d'_2	+ 13,60	+ 0,33	+ 1,33	+ 14,93
	d'_1	0	− 0,20	+ 0,20	− 0,20
Krzyżulce	k_1	− 7,50	− 0,70	− 0,27	− 8,20
	k_2	+ 8,82	+ 0,73	+ 0,37	+ 9,55
	k_3	− 8,64	− 0,72	− 0,36	− 9,36
	k_4	+ 3,20	+ 0,11	+ 0,26	+ 3,46
	k_5	− 3,22	− 0,12	− 0,27	− 3,49
	k_6	− 0,67	− 0,31	+ 0,20	− 0,98
	k_7	+ 2,85	+ 0,43	− 0,07	+ 3,28
	k'_7	+ 2,85	− 0,08	+ 0,57	+ 3,42
	k'_6	− 0,67	+ 0,18	− 0,29	− 0,96
	k'_5	− 3,22	− 0,23	− 0,13	− 3,45
	k'_4	+ 3,20	+ 0,24	+ 0,12	+ 3,44
	k'_3	− 8,64	− 0,33	− 0,74	− 9,38
	k'_2	+ 8,82	+ 0,34	+ 0,77	+ 9,59
	k'_1	− 7,50	− 0,24	− 0,72	− 8,22

W kolumnie ostatniej podane są największe siły, występujące w prętach wiązara kratowego. Znaleźliśmy je, sumując siły z powodu obciążenia pionowego z większą z sił wskutek wiatru.

./.

84. Na wiązar przedstawiony na rys. 172./ t.zw. wiązar podwójny systemu Polonceau/ działa obciążenie pionowe symetryczne $P = 2,4$ t w każdym węźle. Należy wyznaczyć siły wewnętrzne.

Znajdujemy kolejno siły g_1, d_1/ z węzła A/, g_2, k_1 / z węzła C/, k_2, d_2 / z węzła D/. W następnych węzłach E i F mamy jednak po trzy niewiadome, wobec czego tego samego sposobu użyć tu nie możemy; postaramy wię zatem wyznaczyć jedną z sił zaczepiających w węźle E, np. siłę k_1 w inny sposób. W tym celu prowadzimy przekrój a-a; dla równowagi musi być a/ suma momentów sił zewnętrznych, działających na odciętą lewą część belki / tj. oddziaływania A i siły g_1 / w węźle A/, i sił P / w węzłach C,E,G, oraz b/ suma momentów sił wewnętrznych w prętach przeciętych / tj. d_3, k_7, g_4 / równa zeru ze względu na dowolny punkt. Za punkt taki przyjmiemy wierzchołek I, gdyż przecinają się z nim dwa pręty przecięte g_4 i k_7. Moment sił zewnętrznych wynosi: A.9,00 - 4P.4,50 = 4P.4,50 = 18P = 43,2 tm; a stąd / przyjmując w d_3 siłę ciągnącą/, otrzymujemy:

$$43,2 - d_3 f = 0$$

czyli: $d_3 = + \frac{43,2 \text{ tm}}{4,30 \text{ m}} = + 10,05$ t.

Odcinając siłę $d_3 = 10,05$ t w planie sił, poczynając od końca siły d_2, uzyskujemy w punkcie F tylko dwie niewiadome, które łatwo możemy wykreślnie wyznaczyć. Dalszy tok roboty postępuje w sposób znany.

IV. MURY I SKLEPIENIA.

A. Mury wolno stojące.

§ 58. Stateczność / stałość/ ciał.

Jeżeli na ciało stojące na podstawie AB działa siła pozioma lub ukośna P, to stara się ona obrócić to ciało około punktu A /rys. 173/. Ciało pozostanie jednak w równowadze tak długo, jak długo moment obrotu siły P względem punktu A, t.j. P.b będzie mniejszy niż moment statyczny ciężaru ciała C względem tegoż punktu, wynoszący C.a, t.j. dopóki suma momentów Ca - Pb ma znak momentu Ca. Opór, jaki ciało stawia obrotowi nazywamy statecznością czyli stałością ciała. Moment $M_s = Ca$ nazywamy momentem stateczności czyli stałości, moment $M_w = Pb$ momentem wywrotu.

Jeżeli siły C i P złożymy w wypadkową, to moment jej

$$Rr = Ca - Pb \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 214$$

ma znak momentu Ca, dopóty, dopóki kierunek jej przecina podstawę AB.

Chwila, gdy $Ca - Pb = 0$ 215

t.j. gdy zachodzi równość momentów, jest graniczna; wtedy wypadkowa przechodzi bowiem przez punkt A / gdyż moment jej względem A równa się zeru/. Najmniejsze zwiększenie siły P może wtedy ciało obrócić i wywrócić.

Gdy Ca < Pb, wtedy wypadkowa R daje moment o znaku momentu Pb:

$$Ca - Pb = - Rr \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 216$$

a ciało traci stateczność / stałość/ i wywraca się na / rys. 173/ w kierunku strzałki.

Jeżeli siła pozioma P wychyli ciało z początkowego położenia o pewien kąt / rys.174/, a potem przestanie działać, to ciało powraca do pierwotnego położenia, jeśli pionowa oś ciężkości C' nie przeszła jeszcze przez punkt obrotu, tj. jeśli kierunek C' przecina podstawę AB. Jeśli jednak oś ciężkości wyjdzie poza punkt obrotu / położenie C"/, to ciało wywraca się.

./.