84. Na wiązar przedstawiony na rys. 172 / t.zw. wiązar podwójny systemu Polonceau/ działa obciążenie pionowe symetryczne P = 2,4 t w każdym węźle. Należy wyznaczyć siły wewnętrzne.

Znajdujemy kolejno siły g_1, d_1/ z węzła A/, g_2, k_1 / z węzła c/, k_2, d_2 / z węzła D/. W następnych węzłach E i F mamy jednak po trzy niewiadome, wobec czego tego samego sposobu użyć tu nie możemy; postaramy się zatem wyznaczyć jedną z sił zaczepiających w węźle E, np. siłę k_1 w inny sposób. W tym celu prowadzimy przekrój a-a; dla równowagi musi być a/ suma momentów sił zewnętrznych, działających na odciętą lewą część belki / tj. oddziaływania A i siły g_1 / w węźle A/, i sił P / w węzłach C,E,G, oraz b/ suma momentów sił wewnętrznych w prętach przeciętych / tj. d_3, k_7, g_4 / równa zeru ze względu na dowolny punkt. Za punkt taki przyjmiemy wierzchołek I, gdyż przecinają się z nim dwa pręty przecięte g_4 i k_7. Moment sił zewnętrznych wynosi: A.9,00 - 4P.4,50 = 4P.4,50 = 18P = 43,2 tm; a stąd / przyjmując w d_3 siłę ciągnącą/, otrzymujemy:

$$43,2 - d_3 f = 0$$

czyli: $d_3 = + \frac{43,2 \text{ tm}}{4,30 \text{ m}} = + 10,05 \text{ t}.$

Odcinając siłę d_3 = 10,05 t w planie sił, poczynając od końca siły d_2, uzyskujemy w punkcie F tylko dwie niewiadome, które łatwo możemy wykreślnie wyznaczyć. Dalszy tok roboty postępuje w sposób znany.

IV. MURY I SKLEPIENIA.

A. Mury wolno stojące.

§ 58. Stateczność / stałość/ ciał.

Jeżeli na ciało stojące na podstawie AB działa siła pozioma lub ukośna P, to stara się ona obrócić to ciało około punktu A /rys. 173/. Ciało pozostanie jednak w równowadze tak długo, jak długo moment obrotu siły P względem punktu A, t.j. P.b będzie mniejszy niż moment statyczny ciężaru ciała C względem tegoż punktu, wynoszący C.a, t.j. dopóki suma momentów Ca - Pb ma znak momentu Ca. Opór, jaki ciało stawia obrotowi nazywamy statecznością czyli stałością ciała. Moment M_s = Ca nazywamy momentem stateczności czyli stałości, moment M_w = Pb momentem wywrotu.

Jeżeli siły C i P złożymy w wypadkową, to moment jej

$$Rr = Ca - Pb \qquad \ldots\ldots 214$$

ma znak momentu Ca, dopóty, dopóki kierunek jej przecina podstawę AB.

Chwila, gdy Ca - Pb = 0 215

t.j. gdy zachodzi równość momentów, jest graniczna; wtedy wypadkowa przechodzi bowiem przez punkt A / gdyż moment jej względem A równa się zeru/. Najmniejsze zwiększenie siły P może wtedy ciało obrócić i wywrócić.

Gdy Ca < Pb, wtedy wypadkowa R daje moment o znaku momentu Pb:

$$Ca - Pb = - Rr \qquad \ldots\ldots 216$$

a ciało traci stateczność / stałość/ i wywraca się na / rys. 173/ w kierunku strzałki.

Jeżeli siła pozioma P wychyli ciało z początkowego położenia o pewien kąt / rys.174/, a potem przestanie działać, to ciało powraca do pierwotnego położenia, jeśli pionowa oś ciężkości C' nie przeszła jeszcze przez punkt obrotu, tj. jeśli kierunek C' przecina podstawę AB. Jeśli jednak oś ciężkości wyjdzie poza punkt obrotu / położenie C"/, to ciało wywraca się.

./.

Stateczność ciała jest więc tym większa, im większa jest jego podstawa, oraz im niżej leży jego środek ciężkości, wtedy bowiem trudniej będzie wychylić środek ciężkości poza podstawę AB.

Przy obliczaniu budowli posługujemy się nieraz równaniem Ca = = Pb; musimy jednakowoż dbać o to, aby budowla była zabezpieczona przeciw wywrotowi z pewnością zwykle co najmniej $1\frac{1}{2}$ lub 2-krotną. Wtedy:

$$Ca = 1{,}5\ Pb \quad \text{do} \quad Ca = 2\ Pb \qquad \dots\dots\dots\dots \ 217$$

Największa dopuszczalna siła pozioma P wynosi wtedy:

$$P = \frac{Ca}{1{,}5\ b} \quad \text{do} \quad P = \frac{Ca}{2b} \qquad \dots\dots\dots\dots \ 217\ a$$

Dla n-krotnej pewności: $Ca = nPb$

Największa dopuszczalna siła pozioma wynosi wtedy:

$$P = \frac{Ca}{nb} \qquad \dots\dots\dots\dots \ 218$$

Kąt nachylenia wypadkowej do pionu: $tg/CR/ = \frac{P}{C}$ . . . 219

Zatem długość $c = b\ tg/CR/ = b.\frac{P}{C} = b\,\frac{a}{bn} = \frac{a}{n}$

Jeżeli wypadkowa ma zaczepiać wewnątrz rdzenia, to

$$c = \frac{a}{3} = \frac{a}{n} \qquad \dots\dots\dots\dots \ 220$$

Pewność będzie w tym wypadku co najmniej trzykrotna.

Jeżeli chcemy mieć pewność dwukrotną, to długość $c = \frac{1}{2}a$. Jeżeli wystarczy pewność 1,5 krotna, to

$$c = \frac{1}{1{,}5}\ a = \frac{2}{3}a,$$ co znaczy,

że wtedy wypadkowa może wychylić się z rdzenia, ale nie powinna zbliżyć się bardziej do krawędzi obrotu A, niż na odległość 1/6 podstawy. Jest to minimalna pewność, poniżej której schodzić nie wolno. Lepiej jest, aby pewność była większa i dlatego przepisy b. Ministerstwa Robót Publicznych pozwalają, aby linia ciśnienia zbliżała się do krawędzi A na odległość 1/5 podstawy.

Wtedy otrzymamy:

$$c = \frac{2}{5}\ a = \frac{a}{n}$$

Spółczynnik pewności będzie tu zatem 5/2, zatem więcej niż 1,5. Schodzić poniżej tej wartości nie poleca się.

Jeżeliby chodziło o znalezienie punktu r, w którym wypadkowa R przecina podstawę, to należy uwzględnić, że względem tego punktu, jako leżącego na wypadkowej, siła C musi dać ten sam moment co siła P.

Otrzymamy więc $Ca = Pb$

czyli
$$c = \frac{Pb}{C} = \frac{M_w}{C} \qquad \dots\dots\dots\dots \ 221$$

Przykłady 85 - 87.

85. Na słup ceglany o przekroju 150.90 cm, 6 m wysoki działa w wysokości 3,1 m parcie poziome sklepienia o wielkości H = 0,8 t. Jaką pewność posiada słup ten przeciw wywrotowi, jeśli obciążenie pionowe stropu przypadającego nań wynosi 3000 gk?

Ciężar własny słupa 0,9.1,5.6,0.1600 = 12,96 = ok. 13,0 t
Ciężar stropów . . . . 3,0 t

Całkowity ciężar pionowy C = 16,0 t

./.

Moment stałości względem krawędzi podstawy, około której mógłby nastąpić obrót wynosi: $M_s = 16,0.0,45 =$ ok. 7,2 tm

Moment wywrotu: $M_w = Hh = 0,8.3,1 =$ ok. 2,5 tm.

Zatem pewność przeciw obrotowi:

$$n = \frac{M_s}{M_w} = \frac{7,2}{2,9} = 2,9$$

86. Podać na podstawie przykładu 4, czy komin obliczony w nim jest stały?.

Komin jest stały, gdyż wypadkowa R przecina podstawę AA'.

87. Mur oporowy o przekroju podanym na rys. 175 powstrzymuje swym ciężarem / poziome/ parcie ziemi P. Obliczyć największą możliwą wartość P, jeżeli pewność przeciw wywrotowi ma wynosić n = 1,5.

Ciężar muru obliczony na 1 m długości muru wynosi:

$$C = \tfrac{1}{2}/\ 1,00 + 1,20/ .2,0.1,0.1600 = 3520 \text{ kg.}$$

Wedle równania 217a wynosi więc największa dopuszczalna siła P:

$$P = \frac{Ca}{1,5.b} = \frac{3520.0,60}{1,5\ .\ 0,7} = 2010 \text{ kg.}$$

§ 59. T a r c i e .

Siła pozioma działająca na stojące ciało, stara się także przesunąć je na płaszczyźnie podparcia. Na powierzchni zetknięcia AB ciała z podstawą powstaje jednak opór, który przeciwdziała temu ruchowi i aż do pewnej granicy ruch ten uniemożliwia. Dopiero siła większa od tej granicznej może spowodować ruch. Ten opór, jaki ciało stawia przeciw przesunięciu, nazywamy oporem tarcia.

Doświadczenia czynione z różnymi ciałami wykazały też, że siła P potrzebna do poruszenia ciała jest tym większa, im większy jest ciężar ciała i im mniej gładkie są powierzchnie stykających się ciał. Tarcie bowiem pochodzi stąd, że powierzchnie stykających się ciał są nierówne, chropowate; nierówności zachodzą na siebie i powstrzymują ruch. Dlatego też wprowadzamy często pomiędzy oba ciała materiał, jak tłuszcz, mydło i t.p., które wypełniają części nierówności, a tym samym zmniejszają tarcie. Tarcie zależy wreszcie od materiału obu ciał; natomiast przy tych samych ciałach i tym samym ciężarze obojętna jest wielkość powierzchni zetknięcia obu ciał.

Stosunek siły potrzebnej do poruszenia ciała P do ciężaru ciała C nazywamy spółczynnikiem tarcia; wynosi on

$$f = \frac{P}{C} \quad \ldots\ldots\ldots 222$$

Jest on dla tych samych materiałów mniej więcej równy, ale większy w chwili, gdy siła P poczyna ciało poruszać / tarcie spoczynkowe/, mniejszy, gdy ciało już będące w ruchu posuwa się dalej / tarcie w ruchu/. Zawsze jednak $f < 1$. Wartości jego zestawione są w tablicach.

Np. dla poruszenia bloku stalowego o ciężarze C = 1000 kg po stali potrzeba siły poziomej P = Cf = 1000 . 0,15 = 150 kg; gdy ten jest w ruchu wystarczy siła P = 1000.0,09 = 90 kg; gdy powierzchnie zetknięcia są smarowane oliwą wystarczy w czasie ruchu P = 1000.0,05= = 50 kg; dla poruszenia tego samego bloku po dębinie potrzeba siły P = 1000.0,60 = 600 kg, zaś potem gdy już ruch się rozpoczął P = = 1000.0,40 = 400 kg. Jeśli blok jest dwa razy cięższy, potrzeba i siły P dwa razy większej.

Jeśli ciężar ciała C złożony z siłą potrzebną do przesunięcia P = fC, to kąt φ zawarty między wypadkową tych sił R, a kierunkiem prostopadłym do podstawy, nazywamy kątem tarcia. Ma on tę własność,

./.

że stosunek $\frac{P}{C} = tg\varphi = tg$ /CR/ / por.rys. 171/

Ponieważ jednak $\frac{C}{P} = f$, przeto $tg\varphi = f$ 223

Dopóki wypadkowa R zawiera z pionową kąt, mniejszy od kąta tarcia, dopóty ciało pozostaje w spoczynku, gdyż siła pozioma P nie przezwyciężyła jeszcze tarcia.

Dla materiałów sypkich, np. piasku, ziemi, można kąt tarcia znaleźć w sposób następujący: Weźmy pod uwagę ziarnko tego materiału o ciężarze R, spoczywające na płaszczyźnie nachylonej pod kątem α do poziomu / rys. 176/. Rozkłada się on na składowe: prostopadłą do AC o wielkości $C = R \cos\alpha$ i równoległą do AC $P = R \sin\alpha = C tg\alpha$. Składowa C przyciska ciało do AC, składowa P stara się je przesunąć w dół. Działaniu jej sprzeciwia się jednak tarcie, równe iloczynowi siły prostopadłej do AC i spółczynnika tarcia $T = Cf = C tg\varphi$. Ruch nastąpić może dopiero wtedy, gdy siła P wzrośnie do wartości większej niż T. Dla granicznego kąta mamy:

$P = Cf = C tg\varphi$ . . . 224

ale $P = C tg\alpha$, a stąd $tg\varphi = tg\alpha$ 225

Ruch nastąpi zatem, gdy nachylenie płaszczyzny AC będzie choćby tylko minimalnie większe niż wynosi kąt tarcia / t.j. jeśli kąt będzie większy od kąta φ/. Kąt tarcia materiałów sypkich znajdziemy więc, zesypując je w stożek. Kąt, pod którym ułożą się ziarna materiału, będzie kątem tarcia, zwanym tu też kątem zesypu.

Luźna ziemia, piasek, żwir utrzymują się w równowadze w pewnym nachyleniu dzięki tarciu, jakie występuje między cząsteczkami tych materiałów, a kąt, przy jakim ziemia jeszcze utrzyma się w równowadze, jest, w myśl wywodów powyższych, kątem tarcia. Cząstki sypane luźno przy nachyleniu większym poczną się staczać.

Gdy ciało posuwające się jest kołem, walcem kołowym itp, wtedy nie posuwa się ono, ale obraca. Na powierzchni zetknięcia występuje wtedy tarcie t.zw. potoczyste, znacznie mniejsze od posuwistego. Nie mówimy tu jednak o nim, ma bowiem w konstrukcjach budowlanych małe znaczenie.

Przykłady 88 - 89.

88. Jak wielka może być siła pozioma H w zadaniu 87, jeśli mur nie ma ulec przesunięciu wzdłuż płaszczyzny podstawy. Spółczynnik tarcia między ziemią a murem wynosi f = 0,65.

Tarcie na podstawie wynosi:

$$T = Cf = 3250 . 0{,}65 = 2288 \text{ kg.}$$

Siła H musi być zatem ze względu na tarcie mniejsza od 2288 kg; z uwagi jednak na stałość / na obrót/ możemy ją dopuścić conajmniej w wielkości obliczonej w przykładzie 87, tj. H = 2010 kg.

89. Jak wielka może być siła pozioma P_1, działająca na górną połowę muru obliczonego w przykł. 87 i 88, jeśli nie ma nastąpić przesunięcie części górnej muru po dolnej. Spółczynnik tarcia między murem a świeżą zaprawą przyjąć należy $f_1 = 0{,}7$ / rys. 177/.

Ciężar górnej części muru wynosi:

$$C_1 = \frac{1{,}00 + 1{,}10}{2} \; 1{,}0 . 1600 = 1680 \text{ kg.}$$

Tarcie wzdłuż krawędzi mn wystąpić może w największej wartości:

$$T = C_1 f_1 = 1686 . 0{,}7 = 1176 \text{ kg.}$$

Tej więc wartości nie może przekroczyć wielkość parcia poziomego na górną połowę muru.

./.

§ 60. Mury wolno stojące.

Wyżej / § 58/ udowodniliśmy, że ciało, a więc mur, ściana itd. narażone na siły ukośne / względnie poziome/, nie obróci się około krawędzi, dopóki wypadkowa R z siły P i ciężaru C nie przejdzie poza tę krawędź, tj. póki nie wyjdzie z przekroju. Nie jest to jednak warunek wystarczający.

Weźmy pod uwagę ścianę murowaną mnop stojącą na fundamencie / rys. 178/, a pozostającą pod działaniem siły ukośnej P, która wraz z ciężarem C muru mnop daje wypadkową R. Siłę R możemy w przekroju mn rozłożyć na dwie składowe, pionową N, przyciskającą mur do podstawy i poziomą H, starającą się mur wzdłuż podstawy przesunąć. Działaniu temu sprzeciwia się jednak tarcie powstające w płaszczyźnie mn, a wynoszące Nf / § 59/, gdzie f jest spółczynnikiem tarcia między murem, a zaprawą. Jeśli zatem mur ma posiadać stałość przeciw przesunięciu, to siła przesuwająca H musi być mniejsza od tarcia $H < Nf$, a więc $H < N\operatorname{tg}\varphi$,

skąd $\frac{H}{N} < \operatorname{tg}\varphi$. Ponieważ zaś $\frac{H}{N} = \operatorname{tg}\alpha$, gdzie α jest kątem zawartym między wypadkową R, a pionową, przeto

$$\operatorname{tg}\alpha < \operatorname{tg}\varphi \quad . \; . \; . \; . \; . \; 226$$

tj. kąt musi być mniejszy od kąta tarcia.

Warunek ten musi być spełniony wszędzie, gdzie tylko przesunięcie mogłoby nastąpić, t.j. w każdej stosudze.

Siła działająca na dowolny przekrój muru wywołuje w nim na całej jego powierzchni naprężenia. Dla każdej konstrukcji budowlanej, a więc i dla muru, musi być jednak spełniony warunek, aby największe naprężenia, jakie w niej występują pozostawały poniżej naprężenia dopuszczalnego.

Aby konstrukcja była jednak bardzo wytrzymała, żąda często jeszcze jednego warunku. Jak wyżej / § 45/ wspomnieliśmy, wytrzymałość zaprawy na rozciąganie jest bardzo mała; staramy się więc zwykle uniknąć zupełnie rozciągania w przekroju, a więc mur zbudować tak, aby siła cisnąca zaczepiała wewnątrz rdzenia, t.j. w środkowej trzeciej części przekroju. Jeśli ten warunek się spełnia, to największe naprężenie obliczymy wedle wzoru 158, a wykreślnie znajdziemy wedle rys. 146b. Jeśli jednak wypadkowa wyjdzie z rdzenia, względnie, jeżeli naprężenie na rozciąganie przekroczy granice podane w § 45, to największe naprężenie obliczymy na innej zasadzie.

Zaprawa jest niewytrzymała na rozciąganie, szew muru pęknie więc, jeśliby ono miało wystąpić, względnie naprężenie na rozciąganie przekroczy granice dopuszczalne. Ta część muru, na której pęknięcie wystąpi, przestanie zupełnie działać, możemy więc zupełnie wykluczyć ją z rachunku, czyli przyjąć, że mur istnieje tylko na tej części, na której wystąpią ciśnienia i to od największej wartości σ_1 aż do zera. Wtedy wypadkowa sił działających / wedle § 45/, zaczepia w punkcie rdzennym przekroju działającego. Naprężenia rozłożą się zatem tylko na długości GB takiej, by punkt zaczepienia siły R leżał w jej punkcie rdzennym; jeśli zatem odległość siły R od krawędzi B wynosi e, to GB = 3e. Jeśli szerokość muru / prostopadle do rysunku/ wynosi b, to w środku długości GB naprężenie ma wartość

$\sigma_0 = \frac{P}{3be}$ / rys. 179/. Największe naprężenie, występujące w punkcie B wynosi $\sigma_1 = \frac{2P}{3be}$ i musi być mniejsze od naprężenia dopuszczalnego tj. $\sigma_1 < k$. W punkcie G naprężenie $\sigma_2 = 0$.

./.

Aby zatem mur był w równowadze, wymagane są zazwyczaj następujące warunki:

1. Wypadkowa R musi w każdym razie mieścić się w przekroju i to z zachowaniem odpowiedniego stopnia pewności na przywrócenie / zwykle pewność n = 1,5 - 2/. Jeżeli przytem chodzi o uniknięcie naprężeń rozciągających, to nie powinna wyjść z rdzenia przekroju. Jeżeli pewne naprężenia rozciągające są dopuszczalne / por.przepisy M.R.P./, to w każdym razie linia ciśnienia nie powinna zbliżyć się do krawędzi więcej niż na 1/5 / względnie 1/6/ podstawy.

2. Największe naprężenia muszą być mniejsze od dopuszczalnych.

3. Kąt α między wypadkową R, a prostopadłą do przekroju powinien być mniejszy od kąta tarcia φ.

Jeżeli na mur, działają prócz sił pionowych także poziome lub ukośneŻ to nie wystarczy obliczyć naprężenia u podstawy, ale należy zbadać stałość budowli w paru przekrojach. W tym celu dzieli się mur na kilka części i dla każdej z nich znajduje się położenie odpowiedniej wypadkowej i największe naprężenie. Punkty przecięcia poszczególnych wypadkowych z odpowiednimi przekrojami nazywamy środkami ciśnienia, zaś linię łączącą środki ciśnienia poszczególnych przekrojów linią ciśnienia lub linią naporową.

Jeśli siła R działa ukośnie do przekroju, to dla wyznaczenia naprężeń ściskających należy znaleźć składową prostopadłą do przekroju P i wartość tejże uwzględnić w obliczeniu.

B. S k l e p i e n i a.

§ 61. Pojęcia ogólne.

Łuki i sklepienia kamienne, ceglane czy betonowe, cisną na podpory nie pionowo, ale ukośnie, starając się je rozeprzeć, oddalić od siebie. Wynika stąd, że nawet dla obciążenia wyłącznie pionowego / np. tylko dla własnego ciężaru/, oddziaływania / odpory/ ich są ukośne. Dlatego też obliczanie ich musi odbywać się inaczej niż belek prostych, o których dotychczas mówiliśmy.

Jeżeli połączymy środki ciężkości poszczególnych przekrojów 1-1, 2-2, 3-3..., to linia krzywa abc otrzymana w ten sposób nazywa się osią łuku.

Odstęp podpró, mierzony poziomo nazywamy rozpiętością w świetle, odstęp podpór teoretycznych rozpiętością teoretyczną, zaś wysokość klucza nad podporami strzałką łuku. Zwykle przy mniejszych łukach w rachunku uwzględniamy rozpiętość w świetle l.

Materiał sklepień jest ten sam, co murów; to więc, co mówiliśmy o zachowaniu się murów pod działaniem sił / §§ 45 i 60/, dotyczy i sklepień. Możnaby je nazwać poprostu murami " o krzywej osi". Ze względu jednak na zupełnie inny sposób podparcia, należy inaczej przystąpić do wyznaczenia sił zewnętrznych / oddziaływań/, a tym samym i linii ciśnienia.

§ 62. Wyznaczenie linii ciśnienia dla obciążenia symetrycznego.

Weźmy pod uwagę sklepienie nieobciążone, t.j. takie, na które działa tylko ciężar własny - por.rys.180. Obie jego połówki ab i bc wspierają się wzajemnie na sobie i tym samym cisną na siebie w kluczu, t.j. w punkcie b. Ciśnienie to mierzone w kluczu nazywamy rozporem poziomym lub parciem poziomym i oznaczamy zwykłą literą H.

./.

Jeżelibyśmy przecięli sklepienie płaszczyzną pionową 5-5 /rys. 180/, przechodzącą przez klucz b i usunęli np. prawą część jego bc, to pozostająca lewa część upadłaby. Podeprzyjmy ją więc np. poziomą belką drewnianą bb_1. W belce tej powstanie oczywiście siła, równa ciśnieniu, jakie wywiera usunięta połówka sklepienia, więc równa parciu poziomemu H.

Jeżeli chcemy zbadać siły, jakie działają na pozostałą część sklepienia ab, to musimy z siłą H złożyć wszystkie ciężary działające na tę część, t.j. ciężar własny sklepienia. W tym celu dzielimy łuk na poszczególne części / klińce/ i zaczepiamy ich ciężary w odpowiednich środkach ciężkości. Wypadkową C tych ciężarów $C_5 \ldots C_1$ znaleźliśmy zapomocą wieloboku sznurowego a'b'e', przyczym biegun O_1 przyjęliśmy po lewej stronie sił, wskutek czego wielobok sznurowy jest wypukły ku górze.

Na połówkę sklepienia ab działają więc następujące siły; rozpór poziomy H, ciężar pionowy / własny/ C i oddziaływanie R_o w punkcie a. Trzy te siły muszą być w równowadze, więc muszą przeciąć się w jednym punkcie t.j. w punkcie e. Stąd możemy znaleźć wielkość dwu sił nieznanych R_o i H, oraz kierunek siły R_o. Długość o5 przedstawia nam sumę ciężarów pionowych $C = C_1 + C_2 + \ldots C_5$. Poprowadźmy $oO_2 \parallel ae$, oraz $5O_2 \parallel be$ / t.j. poziomo/, to długość oO_2 równa będzie oddziaływaniu R_o na oporze a, zaś długość $5O_2$ parciu poziomemu H. Z trójkąta $o5O_2$ znajdziemy:

$$H = C \cot \alpha$$

Ale $\triangle o5O_2 \cong ema$, więc $\cot \alpha = \frac{c}{f}$, a stąd

$$H = C\frac{c}{f} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 227$$

Możemy przyjąć z najzupełniej wystarczającą dokładnością, że $c = \frac{1}{4} l$, a wtedy otrzymamy:

$$H = \frac{Cl}{4f} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 228$$

Nazywając przez Z ciężar całego sklepienia, otrzymamy Z = 2C, a więc:

$$H = \frac{Zl}{8f} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 228a$$

Jeśli zaś z oznacza ciężar na 1 mb, wtedy Z = zl, a stąd:

$$H = \frac{zl^2}{8f} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 229$$

Z wzoru 228 wynika, że dla tej samej rozpiętości l parcie H jest tym większe, im sklepienie jest bardziej płaskie, t.j. im mniejsza jest strzałka f.

Zamiast znajdować wielkość i kąt nachylenia do poziomu oddziaływania R_o, możemy określić je dokładnie, obliczywszy obie jego składowe: poziomą H_1 i pionową V / por. § 10 i nast./. Z trójkąta $o5O_2$ otrzymamy wtedy:

$$V = o5 = C = \frac{1}{2} Z \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 230$$

Czyli: Składowa pionowa oddziaływania sklepienia obciążonego jednostajnie równa się połowie obciążenia.

Dla H_1 otrzymamy:

$$H_1 = O_2 5 = H \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 231$$

Czyli: Składowa pozioma oddziaływania równa się naporowi poziomemu H.

Oddziaływanie R_o znajdziemy z tego wzoru:

$$R_o = \sqrt{H^2 + V^2} = \sqrt{H^2 + \frac{1}{4} Z^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 232$$

./.

Podobnie, jak przy badaniu murów / § 60/, tak i tutaj nie wystarczy zwykle znać siłę H, działającą na przekrój w kluczu, oraz siłę R_0 działającą u podstawy, ale trzeba znaleźć położenie wypadkowej w paru przekrojach. W tym celu weźmy pod uwagę przekrój 4-4 i zbadajmy, jakie siły nań działają z prawej strony. Siłami tymi są: parcie poziome H, działające w b, oraz pionowy ciężar klina C_5. Siłą działającą na 4-4 jest zatem wypadkowa tych sił R_4, której kierunek znajdziemy z trójkąta 450_2. Punkt przecięcia zaś siły R_4 z przekrojem 4-4 jest środkiem ciśnienia / § 60/.

Składając w dalszym ciągu siłę R_4 z ciężarem C_4 otrzymamy środek ciśnienia przekroju 3-3, następnie 2-2 i t.d., aż ostatecznie dojdziemy do siły R_1, która złożona z ciężarem C_1 musi dać siłę równą, a wprost przeciwną oddziaływaniu R_0. Linia łącząca środki ciśnienia poszczególnych przekrojów nazywa się linią ciśnienia / por. § 60/.

Zwykle wyznacza się ją wykreślnie w sposób następujący:

Wykreślamy dla ciężarów $C_1 \ldots C_5$ wielobok sił o5 i przyjmując dowolnie biegun O_1, wielobok sznurowy a'b'e'. Wypadkowa przechodzi przez punkt e'. Następnie przez środek b przekroju 5-5 w kluczu, prowadzimy poziomą / określającą położenie parcia poz. w kluczu/ do punktu e przecięcia z pionową przez e', który łączymy ze środkiem podpory a. Proste oO_2 i $5O_2$ równoległe do be i ae określają położenie nowego bieguna O_2 wieloboku sił $C_1 \ldots C_5$. Wychodząc z punktu a lub też z b wykreślamy wielobok sznurowy $as_1s_2s_3s_4s_5b$, który jest szukaną linią ciśnienia.

Jak z konstrukcji wynika linia ciśnienia jest wielobokiem sznurowym wykreślonym dla ciężaru sklepienia przy odległości biegunowej, równej parciu poziomemu H.

Kreśląc linię ciśnienia przyjęliśmy, że przechodzi ona przez środek sklepienia w kluczu b i przez punkt a, t.j. przez środek sklepienia w węzgłowiu. Przyjęcie to nie jest w zupełności słuszne; dokładne wyznaczenie jednak linii ciśnienia jest dosyć żmudne i dlatego używamy zwykle tego sposobu przybliżonego, dającego zresztą wyniki niekorzystniejsze, a zatem pewniejsze.

W ten sam sposób kreślimy linię ciśnienia dla sklepienia obciążonego symetrycznie na obu połówkach ab i bc. Ciężar stały składa się zwykle z ciężaru własnego sklepienia, ciężaru nadmurowania, względnie nadsypki, oraz ciężarów leżących na niej.

Jeśli spoczywająca na sklepieniu nadsypka jest lżejsza od kamienia, wtedy dla wykresu sił można przyjąć w miejsce jej pasków paski kamienne o tym samym ciężarze / więc o mniejszej wysokości/. Niech np. ciężar gatunkowy nadsypki wynosi 1,8 t/m^3, a ciężar muru 2,2 t/m^3, to zamiast paska nadsypki o wysokości h przyjmujemy pasek muru o wysokości $h_1 = h \frac{1,8}{2,2}$. Postępując tak ze wszystkimi paskami otrzymamy zmienioną, czyli jak mówiliśmy " sprowadzoną" linię obciążenia a"b".

Podobnie postępujemy z obciążeniem ruchomym, więc np. tłumem ludzi, wozami, lokomotywami i t.d. Zamieniamy je też na warstwę muru o wysokości y. Jeśli obciążenie ruchome na 1 m^2 wynosi p kg/m^2, to to samo obciążenie na 1 m^2 ma dać warstwa kamienia o ciężarze gatunkowym g. Mamy więc: p = yg, a stąd:

$$y = \frac{p}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 233.$$

Zwykle wygodniej jest zatem obliczać ciężary pasków.

./.

Wyznaczając linię ciśnienia dla sklepienia obciążonego, przedłużamy pionowe linie podziału nadmurowania przez sklepienie / rys. 181/, przez co odpada podział na klińce, zastosowany przez nas w pierwszym przykładzie / rys. 178/. Również zwykle nie wciągamy w obliczenie całego klińca najniższego, ale tylko uwzględniamy go po linię pionową aa', przechodzącą przez pionową ścianę przyczółka.

Łącząc to, co powiedziano powyżej, z prawami, wyprowadzonymi na stałość murów, otrzymujemy następujące warunki, które musi spełnić linia ciśnienia:

1. Jeżeli w sklepieniu nie ma wystąpić rozciąganie, to w żadnym punkcie nie może wyjść ona poza jądro, t.j. poza środkową trzecią część przekroju dla prawie wyłącznie używanych sklepień o poprzecznym prostokątnym przekroju */. W sklepieniach betonowych dopuszczalne jest małe rozciąganie; tu więc linia ciśnienia może wyjść nieco z rdzenia; trzeba jednak skontrolować, czy największe rozciąganie mieści się w granicach dopuszczalnych.

2. Niech P będzie siłą, działającą na przekrój ab / rys. 182/, to rozkłada się ona na dwie siły: P' prostopadłą do ab / t.zw. siłę podłużną/ i P" leżącą w płaszczyźnie ab / t.zw. siłę poprzeczną/. Siła P" stara się klińce jeden po drugim przesunąć w płaszczyźnie ab, czemu sprzeciwia się tarcie wywołane siłą P' o wielkości $T = P'f = P' \operatorname{tg}\varphi$ / por. § 59/. Jeśli dla pewności pominiemy wytrzymałość zaprawy, to przesunięcie nie nastąpi, dopóki tarcie T będzie większe od siły poprzecznej $P" = P' \operatorname{tg}\alpha$. Zatem musi być $P'\operatorname{tg}\varphi > P'\operatorname{tg}\alpha$, czyli $\varphi > \alpha$.

Wynika stąd, że linia ciśnienia nie powinna odchylać się od prostopadłej do szwu więcej niż wynosi kąt tarcia, jeśli klińce nie mają przesunąć się po sobie.

Jako spółczynnik tarcia między kamieniem a kamieniem / bez zaprawy/ przyjmujemy $f = 0{,}58$ / czyli $\varphi = 30°$/, dla kamieni z zaprawą starą $f = 0{,}7$ / $\varphi = 35°$/. Dla zaprawy świeżej jest tarcie bardzo małe tak, że średnio należy przy obliczeniu przyjmować $f = 0{,}4$ / $\varphi = 22°$/.

3. Największe naprężenie w przekroju nie powinno przekraczać naprężenia dopuszczalnego.

Skrajne naprężenia wynoszą wedle § 45:

$$\sigma_1 = \frac{P}{bh}\left(1 + \frac{6c}{h}\right) = \sigma_0\left(1 + \frac{6c}{h}\right) \qquad 234$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{bh}\left(1 - \frac{6c}{h}\right) = \sigma_0\left(1 - \frac{6c}{h}\right) \qquad 234a$$

Jeśli siłę P obliczymy na 1 m szerokości sklepienia, to b = = 1 m = 100 cm. Wyrażając P w kg, zaś h i c w cm, otrzymamy:

$$\sigma_1 = \frac{P}{100\ bh}\left(1 + \frac{6c}{h}\right) \qquad 235$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{100\ bh}\left(1 - \frac{6c}{h}\right) \qquad 235a$$

Jeśli linia ciśnienia przechodzi przez oś przekroju, t.j. jeśli c = 0, otrzymamy:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{P}{bh} = \sigma_0 \qquad 236$$

*/ Środkowa część przekroju sklepienia, obejmująca rdzeń, odgraniczona jest na rysunku 182 liniami kreskowanymi.

t.j. naprężenie rozdziela się jednostajnie na cały przekrój.

Jeśli linia ciśnienia przechodzi przez rdzeń, otrzymamy:

$$\sigma_1 = \frac{2P}{bh} \qquad \sigma_2 = 0 \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, 237$$

Jeśliby, co być nie powinno, linia ciśnienia wyszła z rdzenia, to musimy uwzględnić, że mur nie przenosi rozciągania i obliczać naprężenie wedle § 60, z wzoru:

$$\sigma_1 = \frac{2P}{3be} \qquad \sigma_2 = 0 \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, 238$$

Obciążenie symetryczne zupełne wywołuje największe parcie poziome H. Ponieważ zaś składowa pozioma oddziaływania $H_1 = H$, przeto przyczółki będą narażone na największą siłę poziomą przy obciążeniu całkowitym i tak się je oblicza. Dla ciężaru rozłożonego na całym sklepieniu jednostajnie

$$H = \frac{Zl}{8f} = \frac{zl^2}{8f} \quad \text{/ por.wzór 228a i 229/.}$$

Przykład 90.

90. Chodnik długości l = 2,60 m, a szerokości b = 1,40 m wykonano na sklepieniu betonowym o strzałce f = 15 cm, wspierającym się na dźwigarach stalowych. Obliczyć wymiary tych dźwigarów, jeśli ciężar stały i ruchomy chodnika wynosi z = 700 kg/m² / rys. 183/.

Na dźwigar przenosi się ciężar pionowy $Z = \frac{1}{2}\, 1{,}40 \times 2{,}60 \times 700 = 1275$ kg. Stąd moment w płaszczyźnie pionowej:

$$M_v = \frac{1}{8}\, 1275 \, . \, 260 = 41440 \text{ kgcm.}$$

Parcie poziome na 1 m wynosi:

$$H' = \frac{zb^2}{8f} = \frac{700 \, . \, 1{,}40^2}{8 \, . \, 0{,}15} = 1143 \text{ kg.}$$

Zaś na całą długość dźwigara: $H = 1143 \, . \, 2{,}60 = 2972$ kg.
Stąd moment poziomo zginający:

$$M_h = 1/8\ Hl = 1/8\ 2972 \, . \, 260 = 96590 \text{ kgcm.}$$

Musielibyśmy zatem zastosować dźwigar INP 30, gdzie $W_x = 693\ cm^2$, $W_y = 72{,}2\ cm^3$

$$\sigma = \frac{41440}{693} + \frac{96590}{72{,}2} = 1391 \text{ kg/cm}^3$$

Zastosujemy jednak dla zmniejszenia parcia poziomego dwie kotwy z żelaza okrągłego w odstępach 0,87 m.

Na dźwigar przenosi się wtedy parcie tylko z długości l' = 0,87 m, o wielkości $H'' = 1143 \, . \, 0{,}87 = 1/3\ H = 1/3 \, . \, 2972 = 991$ kg.
Wtedy $M_h = 1/8\ 991 \times 87 = 10780$ kgcm. Użyjemy więc dźwigara INP 16, dla którego

$$\sigma = \frac{41440}{117} + \frac{10780}{14{,}8} = 1082 \text{ kg/cm}^2$$

Widać tu ogromną oszczędność materiału, gdyż INP 30 waży 52,24 kg/mb, zaś INP 16 tylko 17,9 kg/mb. Kotwy muszą otrzymać przekrój

$$F = \frac{H''}{k} = \frac{991}{1000} = 0{,}9 \text{ cm}^2.$$

Przyjmiemy jednakowoż pręty okrągłe o średnicy $d = \frac{3}{4}''$.

./.

§ 63. Sklepienie obciążone niesymetrycznie.

W sklepieniu otrzymuje się największe naprężenia przy obciążeniu niesymetrycznym. Spotkać się tu można z obciążeniem np. połowy sklepienia, my jednak rozpatrzymy wypadek ogólniejszy i zajmiemy się obciążeniem jednostajnie rozłożonym na pewnej części, np. na 3/8 sklepienia /rys. 184/.

Przy niesymetrycznym obciążeniu trzeba wykreślić całą linię ciśnienia. W tym celu kreślimy wielobok sił C_1 C i przyjąwszy dowolnie biegun O_1, rysujemy dlań pomocniczy wielobk sznurowy a'b' z zamykającą a'b' [x] i prowadzimy równoległy do tejże promień O_1f wieloboku sił. Wielobok ten nie odpowiada jednak warunkom, jakie ma spełnić linia ciśnienia. Musi ona bowiem przejść przez punkty a, b i c; promień a'c' musi być zatem równoległy do ac, zaś b'c' do bc. Poprowadźmy w wieloboku sił promień $O_1r \parallel$ a'c' i $O_1s \parallel$ b'c', to promienie te odpowiadają zamykającym a'c' i b'c'. Prawdziwym kierunkiem tych zamykających jest przecież ac, względnie bc. Wykreślmy więc z r i s promienie $rO_2 \parallel$ ac i $sO_2 \parallel$ bc, a dostaniemy punkt, który jest właściwym biegunem linii ciśnienia. Z punktu O_2, jako z bieguna, kreślimy teraz promienie O_1, O_2 i t.d., a wykreślony dla nich przez punkty abc wielobok sznurowy jest szukaną linią ciśnienia.

Zupełnie w ten sam sposób wyznaczamy linię ciśnienia, jeśli samo sklepienie jest niesymetryczne.

Największy rozpór poziomy H otrzymujemy dla obciążenia całkowitego, najmniejszy dla ciężaru wyłącznie własnego. Przy obliczaniu przyczółków musimy uwzględnić rozpór największy, ale często także i najmniejszy. Dlatego zwykle z uwagi na przyczółek kreśli się jedną linię ciśnienia dla sklepienia obciążonego całkowicie, drugą dla sklepienia nieobciążonego, a trzecią z uwagi na sklepienie, dla obciążenia rozłożonego na 1/2 lub na 3/8 sklepienia.

Przykład 91.

91. Znaleźć linię ciśnienia sklepienia przedstawionego na rys. 185, obciążonego na połowie długości ciężarem 600 kg/mb. Ciężar gatunkowy sklepienia 2400 kg/m3.

Dzielimy sklepienie na paski o szerokości 25 cm.

Ciężary poszczególnych pasków wynoszą:

$P_1 = 0,25 \times 1,00 \times 2400 = 600$ kg
$P_2 = 0,25 \times 0,86 \times 2400 = 510$ kg
$P_3 = 0,25 \times 0,75 \times 2400 = 450$ kg
$P_4 = 0,25 \times 0,69 \times 2400 = 420$ kg
$P_5 = 0,25 \times 0,66 \times 2400 = 400$ kg

Paski P_6 - P_{10} są obciążone również ciężarem ruchomym 600 kg/mb, który zamieniamy na warstwę muru wedle wzoru 233:

$$h = \frac{600}{2400} = 0,25 \text{ m}$$

Zatem ciężary tych pasków:

$P_6 = 0,25 \times 0,91 \times 2400 = 550$ kg
$P_7 = 0,25 \times 0,94 \times 2400 = 570$ kg
$P_8 = 0,25 \times 1,00 \times 2400 = 600$ kg
$P_9 = 0,25 \times 1,11 \times 2400 = 670$ kg
$P_{10} = 0,25 \times 1,25 \times 2400 = 750$ kg

x/ Punkty a'b'c' leżą na pionowych punktów abc.

Ciężary P_1 ... P_{10} odcinamy w skali sił i dla dowolnego bieguna O_1 kreślimy wielobok sznurowy a'c'b'. Prowadząc linie $O_1r \parallel a'c'$, $O_1s \parallel c'b'$ i $O_1f \parallel a'b'$, a następnie $rO_2 \parallel ac$, $O_2s \parallel cb$ i $O_2f \parallel ab$ znajdujemy wedle § 63 biegun O_2 i dla tegoż kreślimy linię ciśnienia, przechodzącą przez środki szwów w kluczu i na podporach acb. Linia ta odchyla się najbardziej od osi w przekroju I-I; tam więc otrzymamy największe naprężenie. Siłą działającą w tym przekroju jest $P \parallel mn$, przyczym $P = O_2o = 4400$ kg. Naprężenie w środku przekroju I-I wynosi zatem na 1 cm szerokości sklepienia:

$$\sigma_c = \frac{4400}{100 \times 38} = \backsim 1,2 \text{ kg/cm}^2$$

Siła P oddalona jest od krawędzi u o długość n. Wrysowujemy siłę tę w odpowiednim miejscu i wedle konstrukcji podanej w § 44 znajdujemy naprężenie w przekroju I-I.

Wynoszą one:

$$\text{najw. } \sigma_c = 1,7 \text{ kg/cm}^2$$
$$\text{najmn. } \sigma_c = 0,7 \text{ kg/cm}^2$$

§ 64. Stateczność / stałość/ przyczółków i filarów murowanych.

Przyczółkiem nazywamy budowlę, na której wspiera się sklepienie lub jakakolwiek inna belka, np. mostowa.

Jeśli na takiej budowli wspierają się sklepienia lub inne belki obustronnie, nazywamy ją filarem.

Obliczenie przyczółków i filarów odbywa się na tej samej zasadzie, co obliczenie murów wolno stojących / § 60/ czy sklepień / § 62 i 63/. Aby uwzględnić najniekorzystniejsze obciążenie ze względu na przyczółek należy zwykle obciążać całe sklepienie, wspierające się na nim i uzyskać w ten sposób największe parcie poziome H. Później, przy omawianiu murów oporowych, zastanowimy się jeszcze jak wygląda rozkład sił w przyczółku, jeśli działa nań parcie ziemi / porównaj § 66/.

Przy obliczaniu filara, na który cisną dwa sklepienia, należy jedno z nich / zwykle większe/ obciążyć ciężarem ruchomym na całej długości */, natomiast drugie sklepienie i sam filar pozostawić nieobciążone. Wtedy linia ciśnienia najbardziej odchyli się od osi, a tym samym przyjmie najniekorzystniejsze położenie ze względu na naprężenia w filarze. Jeśli na filarze wspierają się dwa równe i równo obciążone sklepienia, wtedy ukośne parcia / równe oddziaływaniom sklepień/ dają wypadkową pionową, wpadającą w oś filara, a ciśnienie rozkłada się w filarze i fundamencie zupełnie jednostajnie / porównaj przykład 1/.

Przykład 92.

92. Obliczyć wykreślnie stałość filara / rys. 186/, na którym obustronnie wspierają się sklepienia. Lewe sklepienie obciążone jest ciężarem ruchomym 400 kg/m^2.

Obliczenie przeprowadzamy na długości 1,00 m prostopadle do rysunku.

Obie połówki sklepienia dzielimy każdą na trzy części, których ciężary wynoszą:

dla sklepienia lewego:	1,8 t;	2,4 t;	3,3 t;
" " prawego	3,5 t;	4,0 t;	5,3 t;
" filara	33,0 t;	8,0 t.	

./.

*/ Samo sklepienie bada się jednak dla obciążenia na połowie lub na 3/8 sklepienia / por. § 63/.

W zwykły sposób / § 62/ wyznaczamy linię ciśnienia dla obu sklepień i ich oddziaływania na filar R_1 i R_2. Składając następnie wykreślnie siły R_1, R_2 i ciężar własny filara, otrzymujemy wypadkową ostateczną R, która przecina podstawę w punkcie m.

Składowa pionowa wypadkowej R wynosi 63 t.: podstawa 3,00 m. Zatem naprężenie w środku podstawy / oznaczone na rys. 186 literą s_o/.

$$\sigma = \frac{63,0}{3,0} = 21\ t/m^2 = 2,1\ kg/cm^2$$

Największe ciśnienie na grunt powstaje w punkcie a i wynosi / z wykresu/: $\sigma_a = s_a = 3,7\ kg/cm^2$

C. BUDOWLNE ZIEMNE.

§ 65. Parcie wody.

Z fizyki wiadomo, że ciśnienie / czyli parcie, napór / wody na pewną powierzchnię równe jest ciężarowi słupa wody, którego podstawą jest dana powierzchnia, a wysokością pionową odległość jej środka ciężkości od powierzchni wody. Np. ciśnienie na poziomą powierzchnię $p = 0,5\ m^2$ w głębokości $h = 2,40$ m wynosi $P = phg = 0,5 \cdot 2,40 \cdot 1000 = 1200$ kg / gdzie $g = 1000\ kg/m^3$ jest ciężarem gat. wody/.

Weźmy pod uwagę płaszczyznę ab o długości 1 m, a szerokości 1 m, prostopadle do rysunku, sięgającą od zwierciadła aż do głębokości h / rys. 187/, to środek jej znajduje się w głębokości $\frac{1}{2}$ h m pod zwierciadłem wody, a wielkość ciśnienia wody wynosi:

$$W = 1 \cdot 1\frac{h}{2}\ 1000\ kg = \frac{lh}{2}\ 1000\ kg = \frac{lh}{2}\ ton \ldots\ldots 239$$

Jeśli w b przeprowadzimy ac prostopadłą do ab o długości h, to powierzchnia trójkąta abc wynosi $\frac{1}{2}$ lh, zatem tyle, ile ciśnienie wody na ścianę ab w tonach. Poszczególne rzędne ed trójkąta parcia / rys. 186/ przedstawiają napór na cząstkę powierzchni w punkcie d, tj. w głębokości h', zaś powierzchnia defg napór na powierzchnię de. Wypadkowa parcia zaś na całą ścianę zaczepia tam, gdzie wypadkowa wszystkich pasków h', tj. przechodzi przez środek ciężkości trójkąta abc, przecina więc podstawę ab = 1 w odległości ukośnej $\frac{1}{3}$ od dolnego punktu b / więc w odległości $\frac{1}{3}$ h od dna/ i jest prostopadła do ściany ab.

Dla ściany pionowej l = h, zatem napór wody wynosi:

$$W = \frac{1}{2} h^2\ ton \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 240$$

zaś trójkąt parcia staje się równoramiennym prostokątnym. Ponieważ napór wody na ścianę ab przedstawia się w postaci trójkąta abc, zaś na część ściany ad w postaci trójkąta ade, przeto parcie na dolną część db przedstawią trapez dbce / rys. 188/, a wypadkowa tego naporu przechodzi przez środek ciężkości trapezu t.j. przez S.

Przykład 93.

93. Jak wielki napór wywiera na mur pionowy o wysokości h = = 3,5 m woda sięgająca do korony muru. Należy je obliczyć: a/ na wysokość 2,0 m poczynając od korony, b/ na pozostałą dolną część muru.

a/ Na górną część wynosi napór wody mierzony na 1 m długości muru:

$$W_1 = \frac{1}{2}h_g^2\ ton = \frac{1}{2} \cdot 2^2 = 2\ t = 2000\ kg.$$

./.

b/ Parcie na dolną część znajdziemy drogą pośrednią: obliczając napór na cały mur, a następnie odejmując odeń część przypadającą na część górną, obliczoną pod a/.

Otrzymamy wtedy:

$$_2 = \frac{1}{2}/ h^2 - h^2_g / = \frac{1}{2} / 3,5^2 - 2,0^2 / = 4125 \text{ kg.}$$

§ 66. Parcie ziemi.

W § 59 mówiliśmy, że między cząsteczkami piasku, ziemi itd. panuje tarcie, które sprawia, że materiały te sypane luźno, układają się w stoku, nachylonym do poziomu pod kątem zesypu / kątem tarcia/ t.zw. stoku naturalnym.

Jeśli chcemy zastosować stoczystość x/ większą, niż wynosi kąt tarcia, to ziemią podeprzeć musimy ścianę murowaną t.zw. murem oporowym. Aby potrzebną grubość tegoż obliczyć, znaleźć trzeba przede wszystkim ciśnienie, jakie ziemia na ten mur wywiera, t.zw. napór czyli parcie ziemi.

Do pewnego stopnia jest parcie ziemi swoim działaniem podobne do parcia wody. Pomiędzy cząstkami materiałów ziemnych występuje jednak tarcie, które sprawia, że ziemia luźno nasypana utrzymuje się już sama pod kątem zesypu do poziomu / gdy woda rozlewa się poziomo, że zatem mimo większego ciężaru gatunkowego ziemi parcie jej jest zwykle mniejsze od parcia wody. Nie ma ono jednak tej samej wartości dla wszystkich materiałów ziemnych, a nawet dla tego samego materiału zależy od stanu, w jakim ten materiał znajduje się / np. od wilgoci/.

Weźmy pod uwagę mur oporowy / rys. 189/. Jeśliby ściana AB poddała się, to trójkąt ziemi abc podtrzymywany nią usunąłby się po płaszczyznach ab i ac w położenie ab'c' i tylko stok na prawo od ac pozostałby w równowadze. Ruchowi temu przeciwdziałałoby jednak tarcie między ziemią a murem na płaszczyźnie ab i tarcie między trójkątem usuwającym się abc, a ziemią pozostającą w równowadze w płaszczyźnie ac, t.zw. płaszczyźnie odłamu. Aby więc ruch był możliwy, musiałby ciężar klina abc pokonać oba te tarcia. Kierunek ciśnienia zatem, jakie klin wywiera na ab i ac, musi zawierać z prostopadłymi do tych powierzchni kąt tarcia / porównaj § 59/; przy czym możemy przyjąć z wystarczającą dokładnością, że kąt tarcia między murem a ziemią / płaszczyzna ab/ jest równy kątowi tarcia między ziemią, a ziemią / płaszczyzna ac/.

§ 67. Wyznaczenie płaszczyzny odłamu.

Niech na rys. 190 oznacza ac stok naturalny xx/, ad płaszczyznę odłamu, C ciężar ziemi abd, to napór ziemi P otrzymamy z trójkąta mno. Dla płaszczyzny odłamu ad_1 leżącej niezmiernie blisko płaszczyzny ad otrzymalibyśmy trójkąt sił mno_1.

Nazywając C_1 ciężar części add_1, uzyskamy proporcję:

$$\triangle abd : \triangle add_1 = C : C_1 = no : oo_1$$

Ale powierzchnie trójkątów o tej samej wysokości mają się do siebie, jak ich podstawy, więc:

$$\triangle mno : \triangle moo_1 = no : oo_1$$

a stąd: $\triangle abd : \triangle add_1 = \triangle mno : \triangle moo_1$ 241

x/ Stoczystością nazywamy stosunek wysokości skarpy do jej rzutu poziomego.

xx/ T.j. stok, wedle którego utrzymałaby się w równowadze ziemia bez muru oporowego i.t.p. sztucznego wzmocnienia.

Wielobok sił możemy jednak wykreślić w dowolnej podziałce, a więc i w takiej, aby mo = ad; wtedy $\triangle add_1$ i $\triangle moo_1$ będą równe / w bardzo znacznym przybliżeniu/, a więc z równania 241:

$$\triangle abd = \triangle mno$$

Jeśli z d przeprowadzimy prostą de nachyloną do ac pod kątem $\delta = 90^\circ - /\varphi - \varepsilon/$, to $\triangle ade \cong \triangle mno$; a stąd wynika wreszcie równość powierzchni $\triangle abd$ = ade. Poprowadźmy wreszcie bf $\parallel$ de, a eg $\parallel$ ed, to otrzymamy następującą proporcję z $\triangle acd \backsim \triangle ecg$;

$$ae : ac = dg : dc = bd : dc$$

/ z równości $\triangle abd$ i $\triangle ade$ wynika bowiem, że dg = bd/;

następnie z $\triangle bdc \backsim \triangle fec$ $\quad bd : dc = fe : ec$

a więc: $ae : ac = fe : ec = /ae - af/ : /ac - ae/$

stąd: $ae/ac - ae/ = ac/ae - af/$,

a po wykonaniu działań: $ae^2 = ac \cdot af$.

Czyli długość ae jest średnią geometryczną między ac a af. Z trójkąta abf mamy jednak / na podstawie prawa, że suma kątów w trójkącie wynosi 180°/.

$$\sphericalangle\mu + \sphericalangle\gamma + \sphericalangle\delta = 10^\circ \text{ czyli}$$

$$90 - /\varphi + \varepsilon/ + \gamma + 90 - /\varphi - \varepsilon/ = 180^\circ$$

a stąd: $\gamma = 2\varphi$ 242

Zatem dla znalezienia płaszczyzny odłamu rysujemy prostą ac nachyloną pod kątem tarcia φ do poziomu, prowadzimy prostą bf nachyloną pod kątem 2φ do płaszczyzny muru ab i szukamy średniej geometrycznej ae między af i ac. Prosta ed równoległa do bf z punktu e przecina się z naziomem w punkcie d, który połączony z a daje płaszczyznę odłamu.

Odcinek ae, t.j. średnią geometryczną między af a ac, znajdujemy zwykle wykreślnie zapomocą następującej konstrukcji:

Zataczamy na ac półkole; w punkcie f prowadzimy prostopadłą do ac, a następnie promieniem ag odcinamy na prostej ac długość ae, która jest średnią geometryczną af a ac / rys. 191/.

§ 68. Wykreślne wyznaczenie naporu ziemi.

Odetnijmy od punktu e / rys. 190 i 191/ długości ei = ed, to $\triangle$ ade i $\triangle$ ide mają się do siebie, jak ich podstawy, t.j.

$$\triangle ade : \triangle ide = ae : ie = ae : de$$

Ale $\triangle ade \backsim \triangle mno$, więc: $ae : de = no : mn = C : P$

a stąd $\quad \triangle ade : \triangle ide = C : P$

Powierzchnia $\triangle$ ade, jako równa powierzchni $\triangle$ abd, pomnożona przez ciężar gatunkowy ziemi g, przedstawia całkowity ciężar ziemi / liczony na szerokość 1 m prostopadle do rysunku/, która w razie naruszenia równowagi przesunie się, więc

$$C = \triangle ade \cdot 1 \cdot g \quad \ldots\ldots \quad 243$$

a stąd napór ziemi na ścianę ab:

$$P = \triangle ide \cdot 1 \cdot g \quad \ldots\ldots \quad 244$$

Czyli: aby otrzymać całkowite parcie ziemi na mur ab na długości muru / prostopadle do rysunku/ 1 m, należy pomnożyć $\triangle$ ide / przez 1 m, oraz/ przez ciężar gatunkowy ziemi. Trójkąt ten nazywamy trójkątem parcia / naporu/.

Trójkąt parcia nie daje nam jednak wprost rozkładu naporu na ścianę ab, który przecież rozkłada się na całą jej wysokość. Musimy więc $\triangle$ ide zamienić na $\triangle$ abk o tej samej powierzchni, ale o jednym boku równym ab / rys. 191/. Wykreślnie znajdziemy ten trójkąt abk, odmierzając ak' = ie i prowadząc następnie poziomą pp' w odległości

./.

dd' od podstawy; wtedy $\triangle ak'p = \triangle ide$. Prowadząc teraz pk || bk', otrzymamy a' jako podstawę trójkąta abk / = $\triangle$ ide/, którego rzędne poziome dają wprost rozkład parcia na ścianę ab. Np. rzędna pp' pomnożona przez ciężar gatunkowy ziemi, przedstawia wielkość parcia w punkcie p.

Podobnie, jak przy parciu wody / § 65/ otrzymamy napór ziemi na część ściany, np. bp, równy iloczynowi powierzchni bpp' przez ciężar gatunkowy ziemi, zaś napór na pa równy powierzchni app'k / pomnożony przez ciężar gatunkowy ziemi/.

Dla znalezienia punktu zaczepienia wypadkowej prowadzimy przez środek ciężkości powierzchni naporu / trójkąta względnie trapezu/ poziomą, a punkt, w którym ta pozioma przecina ścianę, będzie punktem zaczepienia wypadkowej. Np. środkiem ciężkości trapezu app'k jest S, więc napór na część ściany ap zaczepia w punkcie s. Napór na całą ścianę ab zaczepia więc w 1/3 wysokości ściany.

Dla innego kąta nachylenia ściany do pionu ε, dostaniemy inny trójkąt parcia. Jeśli zatem ściana tylna muru jest łamana, to dla każdego jej pochylenia musimy znaleźć parcie osobno/ porównaj rys. 194/.

Jeśli naziom ×/ jest obciążony ciężarem jednostajnie rozłożonym p kg/m^2, to napór na mur wzrasta. Dla znalezienia go, zamieniamy obciążenie na warstwę ziemi o grubości

$$y = \frac{p}{g},$$ gdzie g jest

ciężarem gatunkowym ziemi / porównaj § 62/ i przeprowadzamy wyżej podaną konstrukcję dla ściany ad, t.j. jak gdyby naziomem była płaszczyzna de. Z otrzymanego w ten sposób trójkąta ada' będzie trapez abb'a" trapezem parcia na ścianę ab. Możemy też ten trapez znaleźć inaczej: Znajdujemy trójkąt parcia aba" / rys. 192/ na ścianę ab w zwykły sposób, zaś z punktu d prowadzimy a'd || a"b. Trapez abb'a' będzie trapezem parcia.

Dla naziomu nachylonego pod kątem tarcia do poziomu, otrzymamy trójkąt parcia, rysując kierującą bc, oraz mn || bc, a następnie odcinając mo = mn. Trójkąt mno jest trójkątem parcia / rys. 193/.

Przykład 94.

94. Zbadać stałość / stateczność/ muru oporowego przedstawionego na rys. 194, jeżeli ciężar gatunkowy muru wynosi 2500 kg/m^3, ciężar gat. ziemi 1800 kg/m^3, zaś kąt $\varphi = 30^\circ$

Ponieważ tylna ściana muru jest łamana, przeto musimy znaleźć osobno napór ziemi na część górną df, osobno na część dolną bd. Wedle § 66 wyznaczamy dla kierującej fh, nachylonej pod kątem 2φ do ściany df trójkąt parcia mno, którego powierzchnia wynosi: mno = $\frac{1}{2}$ om.nn' = $\frac{1}{2}$.1,01.0,84 = 0,42 m^2. Dla znalezienia parcia na ścianę dolną bd przedłużamy ścianę bd aż do punktu g, z którego kreślimy kierującą gk, a odpowiedni trójkąt parcia prs przedstawia napór na bg. Powierzchnia trójkąta prs wynosi $\frac{1}{2}$.1,62.1,50 = = 1,22 m^2. Aby wyznaczyć parcie na część dolną bd, musimy zamienić ten trójkąt na równy mu powierzchnią, ale o równej wysokości muru t.j. 3,10 m. Podstawa tego trójkąta musi wynosić zatem:

$$b = \frac{2 . 1,22}{3,10} = 0,79 \text{ cm} = b_1h_2.$$

×/ Naziomem nazywamy powierzchnię ziemi bc / rys. 191 i nast./

./.

Zamiast odnosić trójkąt parcia bezpośrednio przy murze, odsunęliśmy go dla wyraźności rysunku. Na bd działa tylko część naporu poniżej poziomu d, t.j. trapez $b_1b_2d_1d'_2$ o powierzchni:

$$b_1b_2d_1d'_2 = \tfrac{1}{2}/0,40 + 0,79/ \,.\, 1,55 = 0,92 \text{ m}^2$$

Parcie ziemi wynosi zatem:

na część muru górną df: $P_1 = 0,42 \,.\, 1800 = 760$ kg
" " " " bd: $P_2 = 0,92 \,.\, 1800 = 1460$ kg.

Ciężar własny muru:

części górnej: $C_1 = \dfrac{0,80 \times 1,15}{2} .1,55.2500 = 3800$ kg

części dolnej: $C_2 = \dfrac{1,15}{2} .1,55.2500 = 4500$ kg.

Ciężary C_1 i C_2 zaczepiają w środkach ciężkości odpowiednich powierzchni; za ciężary P_1 i P_2 w punktach p_1 wzgl. p_2, leżących na tej samej wysokości, co środki ciężkości odpowiednich figur $f_1d_1d_2$, względnie $b_1b_2d_1d_2'$.

Złożywszy wykreślnie ciężary: P_1, P_2, C_1, C_2 otrzymujemy linię ciśnienia R, która przecina podstawę muru w środku. Równowaga tegoż jest zapewniona.

§ 69. Wzory rachunkowe na napór ziemi na ścianę pionową.

Wyżej / § 66/ wspomniano, że wyprowadzenie wzorów rachunkowych na napór ziemi jest dość żmudne. Ograniczymy się tu przeto do podania samych wzorów dla poszczególnych wypadków / dla ściany pionowej/.

1. Sciana pionowa gładka, naziom poziomy. Przy ścianie zupełnie gładkiej nie wystąpiłoby wcale tarcie, wskutek którego zmniejsza się napór ziemi. Napór działa wtedy prostopadle do ściany, podobnie jak napór wody, więc przy ścianie pionowej poziomo / rys. 195a/. Jest to zatem wypadek najniekorzystniejszy, a uwzględnić możemy go wtedy, gdy tarcie jest rzeczywiście bardzo małe, np. gdy ziemia przesiąknięta jest wodą.

Wtedy całkowite parcie na ścianę o wysokości h:

$$P = \tfrac{1}{2}\, gh^2 tg^2/ 45 - \tfrac{1}{2}\varphi/ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 245$$

2. Sciana pionowa, naziom poziomy / rys.195b/ Dla kąta tarcia między ziemią a murem, oraz między ziemią a ziemią φ, otrzymujemy:

$$P = \tfrac{1}{2}\, gh^2 \frac{\cos\varphi}{/1 + \sqrt{2}\,\sin\varphi/^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 246$$

Składowa pozioma tarcia P:

$$l_h = P\cos\varphi = \tfrac{1}{2}\, gl^2 \frac{\cos^2\varphi}{/1 + \sqrt{2}\,\sin\varphi/^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 247$$

Wartości otrzymane z wzorów 245 i 246 różnią się stosunkowo bardzo mało od siebie; obliczenie parcia ziemi zresztą nigdy nie może być zupełnie dokładne. Zgadzając się przeto z góry na błąd, leżący zresztą w granicach zupełnie dopuszczalnych, możemy parcie obliczać zawsze z wzoru przybliżonego $P = \tfrac{1}{2}\, gh^2 tg^2/45 - \tfrac{1}{2}\varphi/$, przyjmując jednak to parcie jako nachylone do ściany pod kątem tarcia.

Należy zastanowić się, który wzór zastosować w obliczeniu, 245 czy 246. Różnica co do wielkości siły P w obu wypadkach jest stosunkowo nieznaczna, wzór 245 daje wartości większe od wz. 246 o około 10% ; równocześnie jednak siła P w pierwszym wypadku działa

./.

prostopadle do ściany, w drugim pod kątem tarcia, a zatem pierwszy wypadek jest i tu bardziej niekorzystny. W ogóle wygodniej zatem jest liczyć według wz. 245, ale jeśli zachodzi możliwość przepojenia ziemi wodą, lepiej dla wszelkiego bezpieczeństwa postąpić według wz. 245.

3. Sciana pionowa, naziom nachylony do poziomu pod kątem tarcia φ / rys. 195c/:

$$P = \tfrac{1}{2}\, g h^2 \cos\varphi \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \ 248$$

W innych wypadkach o wiele prędzej dojdziemy do celu drogą wykreślną.

Parcie dla przypadków 1-3 zaczepia w 1/3 wysokości muru:

$$n = 1/3\, h \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \ 249$$

Gdzie n jest odległością od podstawy muru do punktu zaczepienia wypadkowej P.

4. Dla ciężaru ruchomego p spoczywającego na naziomie należy w wzorach 245-248 pozostawić wartość ph zamiast $\frac{1}{2}gh^2$. Otrzymamy wtedy:

dla ściany pionowej gładkiej, naziomu poziomego:

$$P = ph \cdot tg^2/\,45 - \tfrac{1}{2}\varphi/ \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \ 250$$

dla ściany pionowej naziomu poziomego:

$$P = ph \frac{\cos\varphi}{/1 + \sqrt{2}\sin\varphi/^2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \ 251$$

dla ściany pionowej, naziomu pochylonego do poziomu pod kątem φ:

$$P = ph \cos\varphi \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \ 252$$

Parcie dla ciężaru p zaczepia w wysokości:

$$n = \tfrac{1}{2} h \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \ 253$$

Obliczając odrazu całe parcie ziemi z uwzględnieniem obciążenia, otrzymamy następujące wzory:

Dla wypadku 1:

$$P = \tfrac{1}{2}\,/g + \frac{2p}{h}\,/h^2 tg^2/15 - \frac{\varphi}{2}/ \qquad \ldots\ldots \ 254$$

Dla wypadku 2:

$$P = \tfrac{1}{2}\,/g + \frac{2p}{h}/h^2 \frac{\cos\varphi}{/1 + \sqrt{2}\sin\varphi/^2} \qquad \ldots \ 255$$

Dla wypadku 3:

$$P = \tfrac{1}{2}\,/\,g + \frac{2p}{h}\,/\,h^2 \cos\varphi \qquad \ldots\ldots\ldots \ 256$$

Napór ten zaczepia w wysokości od podstawy:

$$n = \frac{h}{3} \cdot \frac{3p + hg}{2p + hg} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \ 257$$

Przykłady 95 - 98.

95. Obliczyć parcie ziemi na mur o wysokości 2,50 m, jeżeli $g = 1800\ kg/m^3$, $\varphi = 30^\circ$.

Wedle wzoru 245:

$$P = \tfrac{1}{2} gh^2 tg^2/45 - \tfrac{1}{2}\varphi/ = \tfrac{1}{2} \cdot 1800 \cdot 2{,}5^2 \cdot 0{,}577^2 = 1850\ kg.$$

Natomiast wedle wzoru 246:

$$P = \tfrac{1}{2}\, gh^2 \frac{\cos\varphi}{/1 + \sqrt{\sin\varphi}\,/^2} = \tfrac{1}{2}\, 1800 \cdot 2{,}5^2 \frac{0{,}866}{/1 + \sqrt{2 \cdot 0{,}5}/^2} = 1670\ kg.$$

Różnica wynosi zatem około 10%, przy czym wzór 245 daje wyniki większe. Przyjmując zatem wielkość parcia wedle niego, uzyskujemy nieco większą pewność.

Parcie to zaczepia w wysokości $n = \frac{1}{3}h = 0{,}87$ m od podstawy.

./.

96. Obliczyć napór ziemi dla wypadku, jak w przykładzie 95, jeżeli jednak naziom nachylony jest do poziomu pod kątem $\varphi = 30^o$.

$$P = \tfrac{1}{2}\, gh^2 \cos\varphi = \tfrac{1}{2}\, 1800 \,.\, 2{,}6^2 \,.\, 0{,}866 = 4870 \text{ kg.}$$

Jak widzimy, napór w tym wypadku jest o wiele większy. Ponieważ zaś naziom nie może być nachylony pod kątem większym, niż kąt tarcia, przeto dla terenu nieobciążonego jest to zarazem największe parcie, jakie może w ogóle wystąpić.

97. Naziom, jak w przykładzie 95, obciążony jest ciężarem ruchomym p = 300 kg/m². Obliczyć napór ziemi dla samego obciążenia ruchomego.

Wedle wzoru 250:

$$P_1 = ph \ tg^2 /45 - \tfrac{1}{2}\varphi/ = 300 \,.\, 2{,}5 \,.\, 0{,}577^2 = 250 \text{ kg.}$$

Wedle wzoru 251:

$$P_1 = ph \frac{\cos\varphi}{/1 + \sqrt{2}\sin\varphi/^2} = 300 \,.\, 2{,}5 \frac{0{,}855}{/1 + \sqrt{2} \,.\, 0{,}5/^2} = 225 \text{ kg.}$$

98. Obliczyć napór ziemi dla wypadku, jak 95, a naziomu obciążonego ciężarem ruchomym p = 300 kg/m².

Wedle wzoru 248 i 256:

$$P = /\tfrac{1}{2}\, gh^2 + ph/ \cos\varphi = /\tfrac{1}{2}\, gh + p/\, h \cos\varphi = /\, \tfrac{1}{2}\, 1800 \,.\, 2{,}5 + 300/. \; 2{,}5 \,.\, 0{,}66 = 5500 \text{ kg.}$$

Parcie to zaczepia w odległości nd podstawy:

$$n = \frac{2{,}50}{3} \,.\, \frac{3.300 + 2{,}50.1800}{2.300 + 2{,}50.1800} = 0{,}88 \text{ m.}$$

§ 70. Mury oporowe.

Mury oporowe, mające za zadanie podtrzymać ziemię w stromym nachyleniu, pozostają pod działaniem jej naporu. Napór ten stara się: a/ przesunąć górną część muru po dolnej / na zewnątrz/ w tej stosudze, w której zostanie przezwyciężone tarcie; b/ przesunąć cały mur z fundamentem nazewnątrz, / o ile zostanie przezwyciężone tarcie między murem a ziemią/; c/ obrócić mur około punktu r / rys. 195a/nazewnątrz. Jeżeli mur ma wypełnić w zupełności swoje zadanie podtrzymania ziemi, to muszą spełnić się następujące warunki / porównaj §§ 62 i 64/.

1. Linia ciśnienia / wypadkowa z ciężaru własnego, parcia ziemi i innych obciążeń/ nie powinna wyjść ze środkowej trzeciej części przekroju, jeżeli nie chcemy dopuścić rozciąganie; względnie nie powinna zbliżyć się do krawędzi bliżej niż na 1/5 / wzgl. 1/6/ szerokości odpowiedniego szwu / porównaj § 58/. To samo dotyczy też podstawy i jeżeli to jest tylko możliwe, powinniśmy się starać w podstawie zamknąć ją w środkowej trzeciej części; w przeciwnym bowiem razie część podstawy muru nie działa, a więc jest zbyteczna, a materiał jest na nią użyty nieproduktywnie.

2. Naprężenia nie powinny przekraczać granicy dopuszczalnej.

3. Linia ciśnienia nie powinna odchylać się od prostopadłej do szwu, więcej niż na kąt tarcia φ.

Często w prostych wypadkach największe naprężenie i największa odchyłka występuje u podstawy muru; wtedy wystarczy tylko tam zbadać stałość muru. Nieraz jednakowóż / np. przy przyczółkach przepustów sklepionych i t.d./ największa odchyłka linii ciśnienia od osi występuje w innej wysokości i dlatego najczęściej dzielimy mur na poszczególne części; dla każdej z nich wyznaczamy wypadkową sił działających na nią i jej ciężaru własnego / t.j. linię ciśnienia/ i badamy naprężenia w paru przekrojach muru.

./.

Grubość muru wzrasta zwykle ku dołowi odpowiednio do zwiększającego się ciężaru własnego i / głównie/ parcia ziemi. Najczęściej grubość muru u góry wynosi 0,40 - 0,60 m, zaś zgrubienie wykonujemy w ten sposób, że pochylamy ku przodowi ścianę przednią cd, zaś tylną ab przeprowadzamy pionowo. Pochylenie ściany przedniej wynosi zwykle 5:1 lub 6:1 dla murów na zaprawie, zaś 3:1 lub 2:1 dla murów suchych / bez zaprawy/. Mur ma wtedy kształt trapezowy / rys. 196a/.

Często ścinamy też ścianę tylną muru wedle rys. 196b. Mur o tym przekroju nazywamy murem trapezowym podciętym. Obliczenie następuje oczywiście wedle tych zasad. Również kształt wedle rys. 196c daje wielką oszczędność materiału.

Mur wedle rys. 196d, używany jest rzadko, zaś wedle rys. 196e wtedy, gdy chodzi o uzyskanie przedniej ściany pionowej; wymaga bowiem większej ilości materiału niż mur wedle rys. 196a,b lub c.

§ 71. Fundamenty.

Każda budowla przenosi ostatecznie siły na nią działające, na ziemię. Tę zaś część budowli, która bezpośrednio wspiera się na ziemi nazywamy fundamentem danej budowli.

Rodzaj i wielkość fundamentu, zależy w pierwszym rzędzie od jakości gruntu. Z reguły należy zbadać rodzaj i wytrzymałość tegoż przez sondowanie lub próbne bicie pali; w razach ważniejszych zaś także przez odpowiednie próby obciążenia, aż do wartości spodziewanych ciśnień skrajnych w fundamencie; w ogóle można zaś dopuścić najwyżej następujące obciążenie jednostkowe gruntu:

Nasypy - do 0,5 kg/m^2.

Warstwy ziemne osadowe o zmiennej grubości, miałki piasek bardzo wilgotny, lecz stały, zabezpieczony przeciw podmyciu - do 1,5 kg/m^2.

Glina, ił, piasek ilasty niezbyt wilgotny - do 1,5 kg/m^2.

Ił zbity, suchy piasek ostry, zabezpieczony przeciw podmyciu - do 4 kg/m^2.

Żwir zbity, gruby piasek zabezpieczony przeciw podmyciu - do 6 kg/m^2.

Skała miękka	do 5 kg/cm^2	jednak nie wyżej niż połowy wytrzymałości kostkowej odpow. materiału.
" średnio twarda . . .	do 10 "	
" bardzo twarda . . .	do 30 "	

Warstwy znajdujące się w większej głębokości dźwigają w normalnych warunkach większy ciężar, niż warstwy takiego samego materiału, ale znajdujące się płyciej; również dają one większą gwarancję, że pod obciążeniem nie poddadzą się w kierunku tak pionowym jak i bocznym. Dlatego też przy zakładaniu fundamentu w znacznej głębokości, można zwiększyć naprężenie dopuszczalne gruntu, o wielkość równą ciśnieniu warstw górnych na dno fundamentu.

Zadaniem fundamentu jest przenieść ciężar budowli na grunt w ten sposób, aby ciśnienie jednostkowe na grunt nie przekroczyło granicy dopuszczalnej, oraz, aby to ciśnienie było rozłożone możliwie jednostajnie. Ziemia bowiem poddaje się pod ciśnieniem, a budowla wskutek tego osiada się. Jest to rzeczą normalną i naturalną i uniknąć tego nie można, chyba, gdy fundament opiera się na skale. Jeżeli ciśnienie będzie jednak rozłożone jednostajnie np. jeżeli wszędzie wynosić będzie 2,5 kg/cm^2, to budowla osiadać się będzie również jednostajnie. Jeżeli jednak część budowli wywierać będzie na grunt ciśnienie np. 2,5 kg/cm^2, zaś inna część tej samej budowli na ten sam grunt 1,0 kg/cm^2, to w pierwszym miejscu grunt podda się więcej, w drugim mniej, a stąd wystąpią

./.

rysy i pęknięcia, które, jeżeli nawet nie zawsze są niebezpieczne, to zawsze są nieprzyjemne i niemiłe.

W najgorszym położeniu będą budowle, które zakładać trzeba na gruncie niejednostajnym. Projekt fundamentu należy tu wykonać ze szczególną ostrożnością.

Przeważna część budowli lądowych / np. domy mieszkalne/ oblicza się na ciężar własny konstrukcji, murów itd., oraz na ciężar użytkowy / zmienny/. Ciężar własny przyjmuje się wedle rzeczywistej wagi materiałów i dlatego zgodny jest on dość ściśle z rzeczywistością. Natomiast ciężar użytkowy / zmienny, ruchomy/ przyjmuje się prawie zawsze w pewnych okrągłych wielkościach, zwykle znacznie wyższych, niż wielkości rzeczywiście występujące. Jest to konieczne np. przy obliczeniu wytrzymałości belek stropowych i t.p. obciążeń, gdyż obciążenie takie w poszczególnych wypadkach, może wystąpić rzeczywiście. Jest jednak nieprawdopodobne, aby w budynku kilkupiętrowym obciążenie to wystąpiło równocześnie we wszystkich piętrach. Dlatego też przy obliczeniu fundamentów, gdy chodzi o uzyskanie możliwie jednostajnego ciśnienia na grunt przy obciążeniu możliwie zbliżonym do prawdy, polecają przepisy b. Ministerstwa Robót Publicznych zredukować obciążenie ruchome w sposób następujący: W najwyższym piętrze należy przyjąć pełną wartość najniekorzystniejszego obciążenia ruchomego, w następnych piętrach zaś obniżać je o 10%, 20% itd. Redukcja taka dojść jednak może najwyżej do 60% całkowitego obciążenia pożytecznego, poczym stale należy tę wartość wciągać w rachunek. Jeżeli np. obciążenie ruchome wynosi $p = 200\ kg/cm^2$ /domy mieszkalne/, to dla obliczenia fundamentów sześciopiętrowego domu należy przyjąć w najwyższym, tj. / szóstym/ piętrze $p = 200\ kg/cm^2$, w następnym piątym $p = 180\ kg/cm^2$, w czwartym $p = 160\ kg/cm^2$, w trzecim $p = 140\ kg/cm^2$, w drugim $p = 120\ kg/cm^2$, / co czyni 60% całkowitego obciążenia $p = 200\ kg/cm^2$/, w pierwszym piętrze i parterze także po $120\ kg/cm^2$. Przez takie obliczenie uzyskujemy oszczędność w fundamencie i zbliżamy się do rzeczywistości, a przez to uzyskujemy także bardziej jednostajny rozkład ciśnienia na grunt przy faktycznym obciążeniu.

Potrzebna powierzchnia fundamentu wynosi:

$$F = \frac{P}{k_g} \quad \ldots\ldots 258$$

gdzie P jest ciężarem słupa / i ciężarów przenoszących się weń/, oraz ciężarem fundamentu, F zaś k_g naprężeniem dopuszczalnym na grunt. Dla danej powierzchni podstawy fundamentu otrzymamy więc ciśnienie na grunt o wielkości:

$$\sigma_g = \frac{P}{F} \leq k_g \quad \ldots\ldots\ldots 259$$

Potrzebną powierzchnię fundamentu F, uzyskuje się najczęściej przez założenie odpowiednich odsadzek lub ławy murowanej lub betonowej / czasem piaskowej/. O innych sposobach fundowania, np. o palach, mówić tu nie będziemy.

Jeżeli na murze spoczywa filar, którego ab wynosi b / w płaszczyźnie rysunku/, zaś w płaszczyźnie prostopadłej do rysunku jest równa / lub prawie równa/ grubości muru por. rys. 197, to wskutek połączenia poszczególnych warstw cegieł przez ich wiązanie i przy pomocy zaprawy ciśnienie filara P rozłoży się w głębokości g na większą szerokość n_on_o pod kątem φ mniej więcej $\varphi_o = 45°$, jednakowoż ciśnienie w pobliżu m_o lub n_o będzie znacznie mniejsze niż bezpośrednio pod słupem w m_2n_2. Dlatego też zazwyczaj przyjmujemy, że kąt ψ, pod którym ciśnienie się rozkłada, jest stosunkowo niewielki, a zato liczymy, że rozkład ciśnienia na długość $m_1n_1 = b_1$ będzie jednostajny. Wtedy ciśnienie rozłoży się na szerokość:

$$b_1 = m_1n_1 = b + 2g\ tg\psi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 260$$

./.

Wedle przepisów M.R.P. należy przyjąć:

dla muru na zaprawie wapiennej $tg\varphi = \frac{1}{4} = 0,25$
dla betonu . . . . $tg\varphi = 1$ 261
dla muru na zaprawie cementowej
przyjąć należy . . . . $tg\varphi = \frac{1}{2} = 0,5$

Otrzymamy wtedy:

dla muru na zaprawie wapiennej $b_1 = b + 0,5\ g$
dla muru na zaprawie cementowej $b_1 = b + g$ 262
dla betonu . . . . $b_1 = b + g$

Ciśnienie na grunt σ_g wynosić wtedy będzie:

$$\sigma_g = \frac{P}{b_1 c} \leqq k_g \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 263$$

gdzie c jest wymiarem muru / filara/ prostopadłym do rysunku, zaś k_g ciśnieniem dopuszczalnym na grunt.

Zakładając fundament pod słupami odosobnionymi / rys. 198/, musimy odsadzki dostosować do linii mm i nn, z zachowaniem odpowiednich kątów φ,/ ewentualnie wykonać je stromiej/. Rozszerzanie wykonuje się tu w dwu kierunkach: równoległym i prostopadłym do rysunku, najczęściej tak, aby poziome przekroje fundamentu były wszędzie kwadratem.

Wtedy ciśnienie rozłoży się na podstawę

$$F = b_1^2 \ \overline{\leqq}\ / \ b + 2\ g\ tg\varphi/^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 264$$

/ gdzie g jest głębokością fundamentu/ i wynosi:

$$\sigma_g = \frac{P}{F} = \frac{P_s + G_F}{F} \leqq k_g \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 265$$

gdzie P_s jest siłą przenoszącą się przez słup, zaś G_F ciężarem fundamentu.

Fundament niekoniecznie musi być kwadratowy; może być np. prostokątny lub trapezowy. W każdym razie jednak spełnić się musi warunek 265. Nadto należy pamiętać, aby oś słupa wpadała w środek ciężkości figury podstawy; wtedy tylko bowiem możemy liczyć na jednostajny rozkład ciśnienia na podstawę. Dla muru na zaprawie zwykłej dopuszczalną szerokość podstawy określa wzór 262; rośnie ona ze wzrastającą głębokością fundamentu stosunkowo wolno. Wraz z pogłębianiem fundamentu rośnie także i ciężar tegoż, co w konsekwencji wywiera znów wpływ na powiększenie podstawy i ilości materiału, a także rośnie i koszt wykopu. Dlatego też zazwyczaj lepiej jest założyć fundament płytszy, ale albo na zaprawie cementowej albo betonowy*/ / por. rys. 199/, co dzisiaj staje się regułą.

Przy fundamencie betonowym, gdzie występ l / por. rys. 199/ jest stosunkowo znaczny, musimy obliczyć też, czy grubość płyty betonowej g wystarczy ze względu na zginanie betonu.

Jeżeli fundament ma odsadzkę tylko w jednym kierunku / w płaszczyźnie rysunku - rys. 199/, to ciśnienie na grunt:

$$\sigma_g = \frac{P}{ab_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 266$$

O ile g jest bardzo małe w stosunku do l, to przyjąć można, że na złamanie narażona jest wystająca część fundamentu działająca jako o długości l, obciążony od dołu obciążeniem jednostajnym σ_g / por. też przykład 101/; zatem moment zgięcia będzie na szerokość a.

$$M = \frac{1}{2}\sigma_g\ al^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 267$$

*/ Jeżeli chodzi o jeszcze większe rozszerzenie, używamy fundamentów żelbetowych / żelazo-betonowych/.

./.

zaś na jednostkę szerokości $M' = \frac{1}{2}\sigma_g l^2$ 268

Moment wytrzymałości ławy betonowej wynosi zaś:

$W = 1/6\ ag^2$, względnie $W' = 1/6\ g^2$ 269

a stąd największe naprężenie zginające w betonie:

$$\sigma_b = \frac{M}{W} = \frac{M'}{W'} = \frac{3\sigma_g l^2}{g^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ 270$$

Dla fundamentu kwadratowego / rys. 200/ przyjmuje się zazwyczaj, że obciążenie podstawy z powierzchni mm_1t_1t przyjąć winien przekrój betonu o szerokości $mt = b$.

Obciążenie wynosi wtedy:

$$G = \frac{b_1 + b}{2} l\sigma_g = \frac{b_1 + b}{2} \cdot \frac{b_1 - b}{2} \cdot \sigma_g = \frac{1}{4}(b_1^2 - b^2)\sigma_g \ \ldots 271$$

Działa ono w środku ciężkości trapezu mm_1t_1t, a więc w odległości r od płaszczyzny utwierdzenia mt, przyczym

$$r = \frac{l}{3} \cdot \frac{b + 2b_1}{b + b_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ 272$$

Wtedy moment zgięcia $M = Gr$ 273

Odpowiedni moment wytrzymałości $W = 1/6\ bg^2$

a stąd największe naprężenie w betonie:

$$\sigma_b = \frac{M}{W} \leqq k_b \quad \ldots\ldots\ 274$$

Na ścinanie otrzymamy:

$$G = b_1 g \sigma_s, \text{ a stąd } \sigma_s = \frac{G}{b_1 g} \leqq k_s \quad \ldots\ldots\ 275$$

Podobnie oblicza się fundamenty o zarysie prostokątnym.

Obliczenie wzorami 267 - 275 jest zbyteczne, jeżeli $l \leqq g$, a w ogóle jest ono zbyt niekorzystne, tak, że przyjmować można naprężenie dopuszczalne dla betonu $k_b = 4$, a nawet 5 kg/cm^2.

Jeżeli na słup przenosi się bardzo znaczna siła osiowa, tak, że przy zwiększaniu podstawy fundamentu wedle wzoru 262, uzyskujemy wciąż zbyt wielkie ciśnienie na grunt, można pod słupem dać ruszt z dźwigarów stalowych, którego zadaniem jest rozłożenie ciśnienia na większą powierzchnię fundamentu / por. rys. 201/. Wymiary tych dźwigarów oblicza się ze względu na ciśnienie, jakie wywierają na fundament. Jeżeli siła osiowa w słupie jest P_s, zaś ciśnienie, jakie ruszt wywiera na fundament, wynosi $\sigma_f = \frac{P_s}{a_c b}$, to moment zginający, przenoszący się na ruszt wynosi:

$$M = \frac{1}{2} a_o l_o^2 \sigma_f \quad \ldots\ldots\ldots\ 276$$

gdzie σ_f musi być mniejsza od naprężenia dopuszczalnego na ciśnienie materiału fundamentu.

Jeżeli przyjmiemy n dźwigarów, to potrzebny moment wytrzymałości każdego z nich wynosi:

$$W = \frac{M}{nk_g} = \frac{M}{1200n} \quad \ldots\ldots\ldots\ 277$$

We wszystkich tych wywodach przyjęto, że słup przenosi na fundament tylko siłę osiową. O ile oprócz niej przenosi się na podstawę moment zginający / lub - co na jedno wyjdzie - jeżeli siła cisnąca działa mimoosiowo/, należy uwzględnić to w rozkładzie naprężeń na grunt wedle wzoru

$$\sigma_1 = \frac{2P}{3bc}$$

./.

Przykłady 99 - 101.

99. Słup stalowy przenosi ciśnienie osiowe $P_1 = 40$ t. Należy przenieść ciśnienie jego na grunt przy pomocy fundamentu z cegieł na zaprawie wapiennej. Jakie wymiary otrzyma fundament, jeżeli ciśnienie dopuszczalne na mur wynosi 7 kg/cm², na grunt 1,5 kg/cm².

Przyjąwszy fundament w rzucie poziomym kwadratowy, obliczymy najmniejszy wymiar boku, a zarazem płyty podstawowej słupa, na dopuszczalne ciśnienie na mur z wzoru:

$$b = \sqrt{\frac{P_1}{k_m}} = \sqrt{\frac{40000}{7}} = 75 \text{ cm.}$$

Następnie przyjmujemy w przybliżeniu ciężar własny fundamentu:

$$G_f = \frac{b_1 + b_2}{2} g\gamma_m = \frac{0,75^2 + 1,80^2}{2} \; 2,00 \,.\, 1,60 = 6,10 \text{ t}$$

i dodajemy do ciśnienia osiowego słupa $P_1 = 40$ t. Wtedy wymiar podstawy fundamentu, ze względu na dopuszczalne ciśnienie na grunt wynosi:

$$b + \tfrac{1}{2} g \equiv b_1 = \sqrt{\frac{P_1 + G_f}{k_g}} = \sqrt{\frac{46100}{1,5}} = 1,75 \text{ m}$$

Różnica między wymiarem podstawy przyjętym / 1,80 m/, a obliczonym / 1,75 m/ jest zupełnie nikła i dlatego obliczenia nie powtarzamy. O ileby odchyłka była znaczna, należałoby na podstawie wymiaru obliczonego przeliczyć ciężar fundamentu i obliczenie powtórzyć.

100. Obliczyć fundament słupa stalowego, jeżeli fundament jest z cegieł na zaprawie cementowej, zaś ciśnienie dopuszczalne na mur wynosi 10 kg/cm².

Wymiary płyty podstawowej słupa obliczamy na tej samej zasadzie, co w poprzednim przykładzie, uwzględniając tylko inne ciśnienie dopuszczalne na mur.

$$b = \sqrt{\frac{P_1}{k_m}} = \sqrt{\frac{4000}{10}} = \text{ok. } 65 \text{ cm.}$$

Przyjmując ciężar własny fundamentu

$$G_f = \frac{P_1 + P_2}{2} g\gamma_m = \frac{0,70^2 + 1,70^2}{2} \; 1,00 . 1,70 = 3,00 \text{ t.}$$

i dodając go do ciśnienia osiowego słupa $P_1 = 40$ t, otrzymamy wymiar podstawy fundamentu ze względu na ciśnienie dopuszczalne na grunt:

$$b + g \equiv b_1 = \sqrt{\frac{P + G_f}{k_g}} = \sqrt{\frac{43000}{1,5}} = 1,70 \text{ m.}$$

101. Obliczyć fundament betonowy słupa stalowego dla tego samego założenia, co w przykładach 99 i 100. Naprężenie dopuszczalne betonu na zginanie wynosi 5 kg/cm².

Grubość ławy fundamentowej z powodu użycia betonu zmniejszy się do wartości :

$$g = 0,50 \text{ m}$$

natomiast stopa fundamentu pozostanie tak wielka, jak w poprzednich przykładach, a więc o boku

$$b_1 = b + 2g \cong 1,70 \text{ m}$$

$$\text{zaś } b = b_1 - 2g = 1,70 - 1,00 = 0,70 \text{ m.}$$

Ciśnienie na grunt będzie zatem :

$$\sigma_g = \frac{P_1 + G_p}{b_1^2} = \frac{40000 + 0,5 \,.\, 1,70 \,.\, 2000}{170^2} = 1,45 \text{ kg/cm}^2.$$