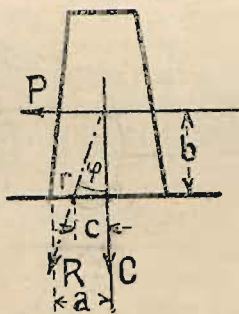
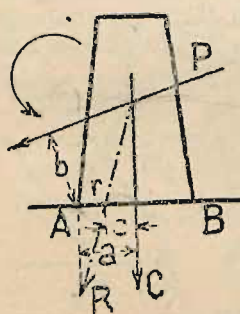


IV. Mury i sklepienia.

A. Mury wolno stojące.

§ 58. Stateczność (stałość) ciał.

Jeżeli na ciało stojące na podstawie AB działa siła pozioma lub ukośna P , to stara się ona obrócić to ciało około punktu A (rys. 235 i 236). Ciało pozostanie jednak w równowadze tak długo, jak długo moment obrotu siły P względem punktu A , t. j. $P \cdot b$ będzie mniejszy niż moment statyczny ciężaru ciała C względem tegoż punktu, wynoszący $C \cdot a$, t. j.



Rys. 235 i 236.

dopóki suma momentów $Ca - Pb$ ma znak momentu Ca . Opór ten, jaki ciało stawia obrotowi nazywamy statecznością czyli stałością ciała. Moment $M_s = Ca$ nazywamy momentem stateczności czyli stałości, moment $M_w = Pb$ momentem wywrotu.

Jeżeli siły C i P złożymy w wypadkową, to moment jej

$$Rr = Ca - Pb \dots\dots\dots 214$$

ma znak momentu Ca dopóty, dopóki kierunek jej przecina podstawę AB .

Chwila, gdy

$$Ca - Pb = 0 \dots\dots\dots 215$$

t. j. gdy zachodzi równość momentów, jest graniczna; wtedy wypadkowa przechodzi bowiem przez punkt A (gdyż mo-

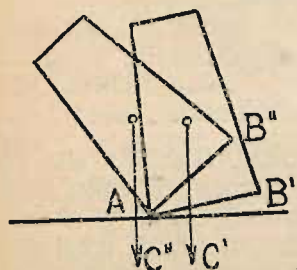
ment jej względem A równa się zeru). Najmniejsze zwiększenie siły P może wtedy ciało obrócić i wywrócić.

Gdy $Ca < Pb$, wtedy wypadkowa R daje moment o znaku momentu Pb :

$$Ca - Pb = -Rr \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 216$$

a ciało traci stateczność (stałość) i wywraca się na (rys. 235 w kierunku strzałki).

Jeżeli zatem siła pozioma P wychyli ciało z początkowego położenia o pewien kąt (rys. 237), a potem przestanie działać, to ciało powraca do pierwotnego położenia, jeśli pionowa oś ciężkości C' nie przeszła jeszcze przez punkt obrotu, tj. jeśli kierunek C' przecina podstawę AB . Jeśli jednak oś ciężkości wyjdzie poza punkt obrotu (położenie C''), to ciało wywraca się.



Rys. 237.

To samo dotyczy zresztą i samego ciężaru ciała. Dopóki jego środek ciężkości leży ponad podstawą AB , dopóty ciało posiada stałość podporcia. Jeśli jednak pionowa oś ciężkości (§ 21) przechodzi poza podstawę AB , to ciężar własny ciała C powoduje moment wywrotu, a ciało wywraca się (rys. 238).

Wynika stąd, że stateczność ciała będzie tem większa, im większa jest jego podstawa, oraz im niżej leży jego środek ciężkości, wtedy bowiem trudniej będzie wychylić środek ciężkości poza podstawę AB .

Przy obliczaniu budowli inżynierskich posługujemy się nieraz równaniem $Ca = Pb$; musimy jednakowoż dbać o to, aby budowla była zabezpieczona przeciw wywrotowi z pewnością zwykle co najmniej $1\frac{1}{2}$ lub 2-krotną. Wtedy:

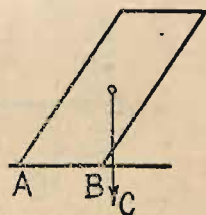
$$Ca = 1,5 Pb \quad \text{do} \quad Ca = 2 Pb \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 217$$

największa dopuszczalna siła pozioma P wynosi wtedy:

$$P = \frac{Ca}{1,5 b} \quad \text{do} \quad P = \frac{Ca}{2 b} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 217a$$

Dla n -krotnej pewności:

$$Ca = nPb$$



Rys. 238.

Największa dopuszczalna siła pozioma wynosi wtedy:

$P = \frac{Ca}{nb}$ 218

Kąt nachylenia wypadkowej do pionu:

$$lg(CR) = \frac{P}{C} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 219$$

Zatem długość $c = b \operatorname{tg}(CR) = b \frac{P}{C} = b \frac{a}{bn} = \frac{a}{n}$.

Jeżeli wypadkowa ma zaczepiać wewnątrz rdzenia, to

$$c \leq \frac{a}{3} = \frac{a}{n} , 220$$

Pewność będzie w tym wypadku co najmniej trzykrotna.

Jeżeli chcemy mieć pewność dwukrotną, to długość

$$c = \frac{1}{2} a. \text{ Jeżeli wystarczy pewność } 1,5 \text{ krotna, to } c = \frac{1}{1,5} a =$$

$$= \frac{2}{3} a, \text{ co znaczy, że wtedy wypadkowa może wychylić się}$$

z rdzenia, ale nie powinna zbliżyć się bardziej do krawędzi obrotu A , niż na odległość $\frac{1}{6}$ podstawy. Jest to minimalna pewność, poniżej której schodzić w żadnym razie nie wolno. Lepiej jest, aby pewność była większa i dlatego przepisy Ministerstwa Robót Publicznych pozwalają, aby linja ciśnienia zbliżyła się do krawędzi A na odległość $\frac{1}{5}$ podstawy.

Wtedy otrzymamy:

$$c \leq \frac{3}{5} a = \frac{a}{n} \quad 2/5$$

Spółczynnik pewności będzie tu zatem $\frac{5}{2}$, zatem więcej niż $\frac{1}{5}$. Schodzić poniżej tej wartości nie poleca się.

Jeżeliby chodziło o znalezienie punktu r , w którym wypadkowa R przecina podstawę, to należy uwzględnić, że względem tego punktu, jako leżącego na wypadkowej, siła C musi dać ten sam moment co siła P .

Otrzymamy więc:

$$Ca \equiv Pb$$

czyli
$$c = \frac{Pb}{C} = \frac{M_m}{C} \quad 221$$

Przykłady 144—146

144. Na słup ceglany o przekroju 150.90 cm, 6 m wysoki działa w wysokości 3,1 m parcie poziome sklepienia o wielkości $H = 0,8$ t. Jaką pewność posiada słup ten przeciw wywrotowi, jeśli obciążenie pionowe stropu przypadającego nań wynosi 3000 kg?

Ciężar własny słupa $0,9 \cdot 1,5 \cdot 6,0 \cdot 1600 = 12,96 = \text{ok. } 13,0$ t

Ciężar stropów 3,0 t

Całkowity ciężar pionowy $C = 16,0$ t

Moment stałości względem krawędzi podstawy, około której mógłby nastąpić obrót wynosi:

$$M_s = 16,0 \cdot 0,45 = \text{ok. } 7,2 \text{ tm}$$

Moment wywrotu:

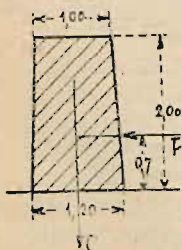
$$M_w = Hh = 0,8 \cdot 3,1 = \text{ok. } 2,5 \text{ tm.}$$

Zatem pewność przeciw obrotowi:

$$n = \frac{M_s}{M_w} = \frac{7,2}{2,9} = \approx 2,9$$

145. Podać na podstawie przykładu 6, czy komin obliczony w nim jest stały?

Komin jest stały, gdyż wypadkowa R przecina podstawę AA' .



Rys. 239.

146. Mur oporowy o przekroju podanym na rys. 239 powstrzymuje swym ciężarem (poziome) parcie ziemi P . Należy obliczyć największą możliwą wartość P , jeżeli pewność przeciw wywrotowi ma wynosić $n = 1,5$.

Ciężar muru obliczony na 1 m długości muru wynosi:

$$C = \frac{1,00 + 1,20}{2} 2,0 \cdot 1,0 \cdot 1600 = 3520 \text{ kg.}$$

Wedle równania 217a wynosi więc największa dopuszczalna siła P :

$$P = \frac{C a}{1,5 \cdot b} = \frac{3520 \cdot 0,60}{1,5 \cdot 0,7} = 2010 \text{ kg.}$$

§ 59. Tarcie.

Siła pozioma, działająca na stojące ciało, stara się także przesunąć je na płaszczyźnie podparcia. Na powierzchni zetknięcia AB ciała z podstawą powstaje jednak opór, który przeciwdziała temu ruchowi i aż do pewnej granicy ruch ten uniemożliwia. Dopiero siła większa od tej granicznej może spowodować ruch. Ten opór, jaki ciało stawia przeciw przesunięciu, nazywamy oporem tarcia.

Doświadczenia czynione z różnemi ciałami wykazały też, że siła P potrzebna do poruszenia ciała jest tem większa, im większy jest ciężar ciała i im mniej gładkie są powierzchnie stykających się ciał. Tarcie bowiem pochodzi stąd, że powierzchnie stykających się ciał są nierówne, chropowate; nierówności zachodzą na siebie i powstrzymują ruch. Dlatego też wprowadzamy często pomiędzy oba ciała materiały, jak tłuszcz, mydło i t. p., które wypełniają po części nierówności, a tem samem zmniejszają tarcie. Tarcie zależy wreszcie od materiału obu ciał; natomiast przy tych samych ciałach i tym samym ciężarze obojętna jest wielkość powierzchni zetknięcia obu ciał.

Stosunek siły potrzebnej do poruszenia ciała P do ciężaru ciała C nazywamy współczynnikiem tarcia; wynosi on

$$f = \frac{P}{C} \dots\dots\dots 222$$

Jest on dla tych samych materiałów mniej więcej równy, ale większy w chwili, gdy siła P poczyną ciało poruszać (tarcie spoczynkowe), mniejszy, gdy ciało, już będące w ruchu, posuwa się dalej (tarcie w ruchu). Zawsze jednak $f < 1$. Wartości jego zestawione są na następującej tablicy:

Współczynniki tarcia	spoczynko- wego	w ruchu
Cegła na świeżej zaprawie	0,50—0,70	—
Mur na betonie	0,75	—
Mur na ziemi rodzimej suchej i twardej . .	0,65	—
„ „ „ „ średnio suchej . .	0,45	—
„ „ „ „ mokrej	0,30	—
Żelazo zlewne na żelazie zlewne suche . .	0,13	—
„ „ „ „ „ smarowane	0,11	0,09
Żeliwo na żeliwie smarowane	0,16	0,09
Stal na stali sucha	0,15	0,04—0,09
„ „ „ „ „ smarowana	0,11	—
Drzewo na metalu suche	0,60	0,40
„ „ „ „ „ smarowane	0,11	0,10

Np. dla poruszenia bloku żelaznego o ciężarze $C = 1000$ kg po żelazie potrzeba siły poziomej $P = Cf = 1000 \cdot 0,13 = 130$ kg; gdy ten jest już w ruchu wystarczy siła $P = 1000 \cdot 0,10 = 100$ kg; gdy powierzchnie zetknięcia są smarowane oliwą, wystarczy w czasie ruchu $P = 1000 \cdot 0,08 = 80$ kg; dla poruszenia tego samego bloku po dębinie potrzeba siły $P = 1000 \cdot 0,60 = 600$ kg, zaś potem, gdy już ruch się rozpoczął $P = 1000 \cdot 0,40 = 400$ kg. Jeśli blok jest dwa razy cięższy, potrzeba i siły P dwa razy większej.

Jeśli ciężar ciała C złożony z siłą potrzebną do przesunięcia $P = fC$, to kąt φ zawarty między wypadkową tych sił R , a kierunkiem prostopadłym do podstawy, nazywamy kątem tarcia. Ma on tę własność, że stosunek

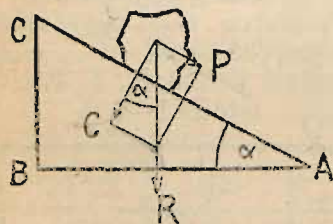
$$\frac{P}{C} = \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} (CR) \quad (\text{por. rys. 236}):$$

ponieważ jednak $\frac{C}{P} = f$, przeto

$$\operatorname{tg} \varphi = f, \quad 223$$

Dopóki wypadkowa R zawiera z pionową kąt, mniejszy od kąta tarcia, dopóty ciało pozostaje w spoczynku, gdyż siła pozioma P nie przewyciężyła jeszcze tarcia.

Dla materiałów sypkich, np. piasku, ziemi, można kąt tarcia znaleźć w sposób następujący: Weźmy pod uwagę ziarnko tego materiału o ciężarze R , spoczywające na płaszczy-



Rys. 240.

źnie nachylonej pod kątem α do poziomu (rys. 240). Rozkłada się on na składowe: prostopadłą do AC o wielkości $C = R \cos \alpha$ i równoległą do AC $P = R \sin \alpha = C \operatorname{tg} \alpha$. Składowa C przyciska ciało do AC , składowa P stara się je przesunąć w dół. Działaniu jej sprzeciwia się jednak tarcie, równe iloczynowi siły prostopadłej do AC i współczynnika tarcia $T = Cf = C \operatorname{tg} \varphi$. Ruch nastąpić może dopiero wtedy, gdy siła P wzrośnie do wartości większej niż T . Dla granicznego kąta mamy:

$$P = Cf = C \operatorname{tg} \varphi \quad 224$$

ale $P = C \operatorname{tg} \alpha$, a stąd:

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \alpha \quad 225$$

Ruch nastąpi zatem, gdy nachylenie płaszczyzny AC będzie choćby tylko minimalnie większe niż wynosi kąt tarcia

(t. j. jeśli $\angle a$ będzie większy od $\angle \varphi$). Kąt tarcia materiałów sypkich znajdziemy więc, zesypując je w stożek. Kąt, pod którym ułożą się ziarna materiału, będzie kątem tarcia, zwanym tu też kątem zesypu.

Luźna ziemia, piasek, żwir utrzymują się w równowadze w pewnym nachyleniu dzięki tarcia, jakie występuje między cząsteczkami tych materiałów, a kąt, przy jakim ziemia jeszcze utrzyma się w równowadze, jest, w myśl wywodów powyższych, kątem tarcia. Cząstki sypane luźno przy nachyleniu większem poczną się staczać.

Uwaga. Gdy ciało posuwające się jest kołem, walcem kołowym itp., wtedy nie posuwa się ono, ale obraca. Na powierzchni zetknięcia występuje wtedy tarcie t. zw. potoczyste, znacznie mniejsze od posuwistego. Nie mówimy tu jednak o niem, ma bowiem w konstrukcjach inżynierskich stosunkowo małe znaczenie.

Przykłady 147—149.

147. Obliczyć, jak wielka może być siła pozioma H w zadaniu 146, jeśli mur nie ma ulec przesunięciu wzdłuż płaszczyzny podstawy. Spółczynnik tarcia między ziemią a murem wynosi $f = 0,65$.

Tarcie na podstawie wynosi:

$$T = Cf = 3520 \cdot 0,65 = 2288 \text{ kg.}$$

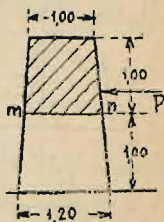
Siła H musi być zatem ze względu na tarcie mniejsza od 2288 kg; z uwagi jednak na stałość (na obrót) możemy ją dopuścić co najmniej w wielkości obliczonej w przykładzie 146, t. j. $H = 2010 \text{ kg}$,

148. Obliczyć, jak wielka może być siła pozioma P_1 , działająca na górną połowę muru obliczonego w przykład. 146 i 147, jeśli niema nastąpić przesunięcie części górnej muru po dolnej. Spółczynnik tarcia między murem a świeżą zaprawą przyjąć należy $f_1 = 0,7$ (rys. 241).

Ciężar górnej części muru wynosi:

$$C_1 = \frac{1,00 + 1,10}{2} 1,0 \cdot 1600 = 1680 \text{ kg.}$$

Rys. 241.



Tarcie wzdłuż krawędzi mn wystąpić może w największej wartości:

$$T = C_1 f_1 = 1680 \cdot 0,7 = 1176 \text{ kg.}$$

Tej więc wartości nie może przekroczyć wielkość parcia poziomego na górną połowę muru.

149. Jak wielka może być składowa pozioma oddziaływania na łożysku ruchomem przesuwowem dachu żelaznego?

Teoretycznie przyjmujemy w obliczeniach, że na łożysku ruchomem tarcia niema zupełnie. W rzeczywistości występuje ono w wielkości różnej, zależnej od ustroju łożyska.

Jeżeli współczynnik tarcia spoczynkowego (t. j. w chwili, gdy ruch się rozpoczyna) wynosi f , to najw. siła pozioma, jaką przenieść może łożysko (t. j. przy której ruch nie nastąpi), wynosić może $H = Of$, jeżeli O jest oddziaływaniem pionowem.

Dla łożysk z żelaza zlewnego spoczywających na płycie z tego samego materiału $f = 0,13$ dla łożysk niesmarowanych zatem $H = 0,13 O$, np. dla $O = 1000$ kg $H = 130$ kg. Dla łożysk smarowanych $f = 0,11$ ($H = 0,11 O$ względnie 110 kg).

§ 60. Mury wolno stojące.

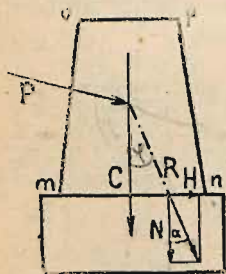
Wyżej (§ 58) udowodniliśmy, że ciało, a więc mur, ściana i t. d., narażone na siły ukośne (względnie poziome), nie obróci się około krawędzi, dopóki wypadkowa R z siły P i ciężaru C nie przejdzie poza tę krawędź, t. j. póki nie wyjdzie z przekroju. Nie jest to jednak warunek wystarczający.

Weźmy pod uwagę ścianę murowaną mnp stojącą na fundamencie (rys. 242), a pozostającą pod działaniem siły ukośnej P , która wraz z ciężarem C muru mnp daje wypadkową R . Siłę R możemy w przekroju mn rozłożyć na dwie składowe, pionową N , przyciskającą mur do podstawy i poziomą H , starającą się mur wzdłuż podstawy przesunąć. Działaniu temu przeciwwia się jednak tarcie powstające w płaszczyźnie mn , a wynoszące Nf (§ 59), gdzie f jest współczynnikiem tarcia między murem, a zaprawą. Jeśli zatem mur ma posiadać stałość przeciw przesunięciu, to siła przesuwająca H musi być mniejsza od tarcia $H < Nf$, a więc $H < Ntg\varphi$,

skąd $\frac{H}{N} < tg\varphi$. Ponieważ zaś $\frac{H}{N} = tg\alpha$, gdzie α jest kątem zawartym między wypadkową R , a pionową, przeto:

$$tg\alpha < tg\varphi \dots\dots\dots 226$$

t. j. kąt α musi być mniejszy od kąta tarcie.



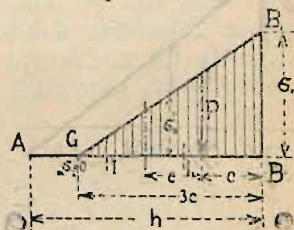
Rys. 242.

Warunek ten musi być spełniony wszędzie, gdzie tylko przesunięcie mogłoby nastąpić, t. j. w każdej stosudze.

Siła działająca na dowolny przekrój muru wywołuje w nim na całej jego powierzchni naprężenia. Wiemy jednak, że dla każdej konstrukcji budowlanej, a więc i dla muru musi być spełniony warunek, aby największe naprężenia, jakie w niej występują, pozostawały poniżej granicy dopuszczalnej (poniżej naprężenia dopuszczalnego). Jest to drugi warunek, jaki musi być spełniony przy obliczaniu murów.

Aby konstrukcja była jednak bardzo wytrzymała, żąda często jeszcze jednego warunku. Jak wyżej (§ 46) wspomnieliśmy, wytrzymałość zaprawy na rozciąganie jest bardzo mała; staramy się więc zwykle uniknąć zupełnie rozciągania w przekroju, a więc mur zbudować tak, aby siła cisnąca zaczepiała wewnątrz rdzenia, t. j. w środkowej trzeciej części przekroju. Jeśli ten warunek się spełnia, to największe naprężenie obliczymy wedle wzoru 168, a wykreślnie znajdziemy wedle rys. 202. Jeśli jednak wypadkowa wyjdzie z rdzenia, względnie, jeżeli naprężenie na rozciąganie przekroczy granice podane w § 46, to największe naprężenie obliczymy na innej zasadzie.

Zaprawa jest niewytrzymała na rozciąganie, szew muru pęknie więc, jeśli ono miało wystąpić, względnie naprężenie na rozciąganie przekroczy granice dopuszczalne. Ta część muru, na której pęknięcie wystąpi, przestanie zupełnie działać, możemy więc zupełnie wykluczyć ją z rachunku, czyli przyjąć, że mur istnieje tylko na tej części, na której występują ciśnienia i to od największej wartości σ_1 aż do zera. Wtedy wypadkowa sił działających (wedle § 46), zaczepia w punkcie rdzennym przekroju działającego.



Rys. 242.

Naprężenia rozłożą się zatem tylko na długości GB takiej, by punkt zaczepienia siły R leżał w jej punkcie rdzennym (por. § 46); jeśli zatem odległość siły R od krawędzi B wynosi e , to $GB = 3e$. Jeśli szerokość muru (prostokąt do rysunku) wynosi b , to w środku długości GB naprężenie ma

wartość $\sigma_0 = \frac{P}{3be}$. Największe naprężenie, występujące

w punkcie B wynosi $\sigma_1 = \frac{2P}{3be}$ i musi być mniejsze od naprężenia dopuszczalnego, tj. $\sigma_1 < k$. W punkcie G naprężenie $\sigma_2 = 0$

Aby zatem mur był w równowadze, wymagane są zazwyczaj następujące warunki:

1. Wypadkowa R musi w każdym razie mieścić się w przekroju i to z zachowaniem odpowiedniego stopnia pewności na przewrócenie (zwykle pewności $n = 1,5 - 2$). Jeżeli przytem chodzi o uniknięcie naprężeń rozciągających, to nie powinna wyjść z rdzenia przekroju. Jeżeli pewne naprężenia rozciągające są dopuszczalne (por. przepisy M. R. P.), to w każdym razie linia ciśnienia nie powinna zbliżyć się do krawędzi więcej niż na $\frac{1}{5}$ (względnie $\frac{1}{4}$) podstawy (por. 216).

2. Największe naprężenia muszą być mniejsze od dopuszczalnych.

3. Kąt α między wypadkową R , a prostopadłą do przekroju powinien być mniejszy od kąta tarcia φ .

Jeśli na mur działają prócz sił pionowych także poziome lub ukośne, to nie wystarczy obliczyć naprężenia u podstawy, ale należy zbadać stałość budowli w paru przekrojach. W tym celu dzieli się mur na kilka części i dla każdej z nich znajduje się położenie odpowiedniej wypadkowej i największe naprężenie. Punkty przecięcia poszczególnych wypadkowych z odpowiednimi przekrojami nazywamy środkami ciśnienia, zaś linię łączącą środki ciśnienia poszczególnych przekrojów linią ciśnienia lub linią naporową.

Jeśli siła R działa ukośnie do przekroju, to dla wyznaczenia naprężeń ściskających należy znaleźć składową prostopadłą do przekroju P i wartość tejże uwzględnić w obliczeniu (por. przykład 150).

Przykład 150.

150. Należy zbadać stateczność (stałość) filara mostowego, przedstawionego na rys. 244, na który działają obustronnie sklepienia, wywierające na 1 m szerokości parcie $P_1 = 15$ t, $P_2 = 20$ t, pod $\angle 45^\circ$. Ciężar właściwy materiału filara 2200 kg/cm^3 .

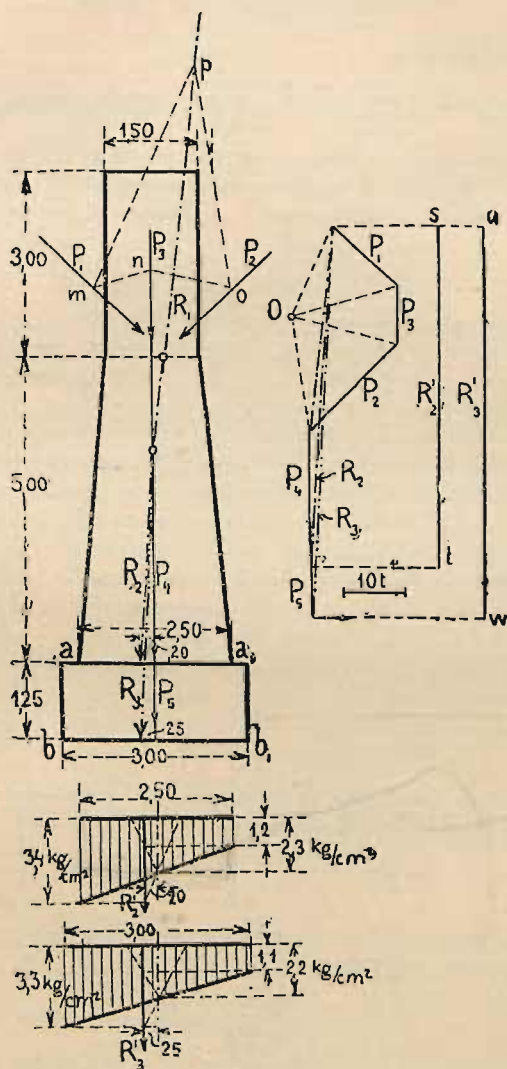
Składamy przedewszystkiem ciężary P_1 , P_2 i P_3 (ciężar najwyższej części filara), gdzie $P_3 = 3,00 \cdot 1,50 \cdot 1,00 \cdot 2,2 = 9,9$ t, zapomocą wieloboku sił o biegunie O i wieloboku sznurowego mnp , otrzymując wypadkową R_1 .

Wypadkową R_1 składamy z ciężarem środkowym części filara

$$P_4 = \frac{1,50 + 2,50}{2} \cdot 1,00 \cdot 5,00 \cdot 2,2 = 22 \text{ t}$$

zapomocą trójkąta sił (§ 6), otrzymując wypadkową R_2 .

Wreszcie składamy R_2 z ciężarem fundamentu $P_5 = 3,00 \times 1,25 \times 1,00 \times 2,2 = 8,3$ t, przyczem ostateczna wypadkowa przecina się z kierunkiem siły P_5 w tym samym punkcie.



Rys. 244 i 245.

Naprężenia w filarze zbadamy w warstwie aa_1 , gdzie wypadkowa (= linia ciśnienia) R_2 najbardziej oddala się od osi.

Siłą prostopadłą do przekroju jest tu składowa pionowa siły R_2 , tj. $R'_2 = st = 56$ t. Wtedy naprężenie w środku przekroju:

$$\sigma_0 = \frac{56000}{100 \times 250} = 2,3 \text{ kg/cm}^2,$$

zaś najw. naprężenie:

$$\text{najw. } \sigma = 2,3 \left(1 + \frac{6 \times 20}{250}\right) = 3,4 \text{ kg/cm}^2.$$

Największe ciśnienie na grunt w warstwie bb_1 otrzymamy z tegoż wzoru. Pionową składową siły działającej tu jest $R'_3 = uw = 64$ t (z wykresu). Wtedy:

$$\sigma_0 = \frac{64000}{100 \times 300} = 2,2 \text{ kg/cm}^2,$$

zaś najw. ciśnienie na grunt:

$$\text{najw. } \sigma = 2,2 \left(1 + \frac{6 \times 25}{300}\right) = 3,3 \text{ kg/cm}^2.$$

Te same wartości otrzymaliśmy z wykresu (rys. 244 i 245).

151. Jak wielkie naprężenia otrzymamy dla materiału niewytrzymałego na rozciąganie, jeżeli a) wypadkowa zaczepia w środku przekroju, b) w odległości $c = \frac{1}{3}h$ od krawędzi (w punkcie rdzennym), c) w odległości $c = \frac{1}{5}h$ od krawędzi (największe dozwolone wychylenie wedle przepisów budowy mostów M. R. P.), d) w odległości $\frac{1}{6}h$ od krawędzi. (Por. § 46).

a) Jeżeli wypadkowa zaczepia w środku przekroju, to naprężenia wyniosą:

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{P}{bh} = \sigma_0$$

b) Jeżeli wypadkowa zaczepia w punkcie rdzennym, otrzymamy największe naprężenie:

$$\sigma = \frac{2P}{F} = \frac{2P}{bh} = 2\sigma_0$$

c) Jeżeli wypadkowa zaczepia w odległości $c = \frac{1}{5}h$ od krawędzi, wynosi największe naprężenie:

$$\sigma = \frac{2P}{b \cdot 3c} = \frac{2P}{3b \cdot 0,2h} = \frac{10P}{3bh} = \frac{10}{3}\sigma_0 = \text{ok. } 3,33\sigma_0$$

d) Jeżeli wypadkowa zaczepia w odległości $c = \frac{1}{6}h$ od krawędzi, największe naprężenie wyniesie:

$$\sigma = \frac{2P}{b \cdot 3c} = \frac{2P}{3b \cdot \frac{1}{6}h} = 4\sigma_0$$

Dla materiału wytrzymałego na ściskanie i rozciąganie analogiczne wartości będą:

$$a) \quad \sigma = \frac{P}{F} = \sigma_0$$

$$b) \quad \sigma = 2 \sigma_0$$

c) Wedle wzoru 139 otrzymujemy:

$$\sigma = \frac{P}{bh} + \frac{6P \cdot 0,3h}{bh^2} = \frac{P}{bh} + 1,8 \frac{P}{bh} = 2,8 \frac{P}{bh} = 2,8 \sigma_0$$

d) Wedle tegoż wzoru:

$$\sigma = \frac{P}{bh} + \frac{Ph}{3} \cdot \frac{6}{bh^2} = \frac{P}{bh} + \frac{2P}{bh} = 3 \frac{P}{bh} = 3 \sigma_0$$

Widać stąd dla wypadków c) i d), o ile mniejsze naprężenia wystąpią w materiale wytrzymałym i na rozciąganie.

§ 61. Obliczanie kominów fabrycznych.

Murowany komin fabryczny (rys. 246) składa się z trzona (słupca), podnóża (odziomu) i fundamentu (posady). Przekrój trzona jest zwykle kołowy lub ośmioboczny; podnóże może być kształtem podobne do trzona, a różni się tylko wymiarami, czasem bywa jednak w przekroju kwadratowe; fundament jest prawie zawsze kwadratowy.

Na komin taki działa a) ciężar własny i b) parcie wiatru. Ciężar własny wyznacza się dla poszczególnych części komina, zwykle mających tę samą grubość ścian. Jeżeli wysokość jednego pierścienia wynosi h , średnica zewnętrzna w środku wysokości D_s (por. rys. 247), wewnętrzna d_s , to objętość muru dla komina okrągłego ma wartość:

$$O = \frac{\pi h}{4} (D_s^2 - d_s^2) = 0,785 (D_s^2 - d_s^2) h \quad . \quad 227$$

Rys. 246.

dla komina ośmiobocznego zaś:


$$O = 0,828 (D_s^2 - d_s^2) h \quad . \quad . \quad . \quad 228$$

gdzie D_s i d_s są średnicami kół wpisanych przekroju średniego. Ciężar odpowiedniego pierścienia wynosi wtedy:

$$C = Og \quad . \quad . \quad . \quad 229$$

gdzie g jest ciężarem gatunkowym muru. Zazwyczaj widuje się kominy na zaprawie cementowo-wapiennej. Wtedy c. g.

Poniżej podajemy momenty bezwładności i momenty wytrzymałości przekrojów najczęściej używanych w budowie kominów:

Przekrój	Moment bezwładności	Moment wytrzymałości względem osi	
		przekątnej	równoległej do boków
Koło	$0,0491 D^4 = \frac{\pi D^4}{64}$	$0,0982 D^3$	$0,0982 D^3$
Ośmiobok	$0,0547 D^4$	$0,101 D^3$	$0,1095 D^3$
Kwadrat	$0,0833 D^4 = \frac{D^4}{12}$	$0,118 D^3$	$0,167 D^3 = \frac{1}{6} D^3$
Koło z otworem 	$0,0491 (D^4 - d^4)$	$0,0982 \left(D^3 - \frac{d^4}{D} \right)$	$0,0982 \left(D^3 - \frac{d^4}{D} \right)$
Ośmiobok z otworem ośmiobocznym	$0,0547 (D^4 - d^4)$	$0,101 \left(D^3 - \frac{d^4}{D} \right)$	$0,1095 \left(D^3 - \frac{d^4}{D} \right)$
Ośmiobok z otworem kołowym	$0,0547 D^4 - 0,0491 d^4$	$0,101 D^3 - 0,091 \frac{d^4}{D}$	$0,1095 D^3 - 0,0982 \frac{d^4}{D}$
Kwadrat z otworem kwadratowym	$0,0833 (D^4 - d^4) = \frac{D^4 - d^4}{12}$	$0,118 \left(D^3 - \frac{d^4}{D} \right)$	$0,167 \left(D^3 - \frac{d^4}{D} \right) = \frac{1}{6} \left(D^3 - \frac{d^4}{D} \right)$
Kwadrat z otworem ośmiobocznym	$0,0833 D^4 - 0,0547 d^4$	$0,118 D^3 - 0,0774 \frac{d^4}{D}$	$0,167 D^3 - 0,1095 \frac{d^4}{D}$
Kwadrat z otworem kołowym	$0,0833 D^4 - 0,0491 d^4$	$0,118 D^3 - 0,0634 \frac{d^4}{D}$	$0,167 D^3 - 0,0982 \frac{d^4}{D}$

We wzorach powyższych D , względnie d , oznaczają średnicę koła wpisanego w odp. figurę (więc w kwadracie, bok kwadratu). Średnica koła opisanego, a tem samem długość przekątnej, wynosi w ośmioboku $D_1 = 1,0824 D$, zaś w kwadracie $1,4142 D$.

Zupełnie tak samo postępujemy i dla następujących pierścieni. Musimy tu uwzględnić parcie wiatru działające

Przykłady 152 i 153.

152. Obliczenie statyczne komina fabrycznego o wymiarach podanych na rys. 247. Komin wykonany z cegły promieniówki na zaprawie półcementowej (ciężar własny 1800 kg/m^3), podnóże z cegieł zwykłych (ciężar własny 1650 kg/m^3), fundament z betonu (ciężar własny 2200 kg/m^3).

Napór wiatru na trzon wynosi:

$$P_1 = 0,75 \cdot 130 \cdot \frac{1,10 + 2,40}{2} \cdot 24,0 = 4095 \text{ kg} \sim 4100 \text{ kg}.$$

Napór wiatru na podnóże (przekrój ośmioboczny):

$$P_2 = 0,89 \cdot 130 \cdot 2,72 \cdot 6,00 = 1890 \text{ kg} \sim 1900 \text{ kg}.$$

Obliczać należy naprężenia w wysokości każdej odsadzki komina, więc w przekrojach I, II, III... W tym celu należy znaleźć ciężar każdego pierścienia i napór wiatru na jego powierzchnię. Obliczenie najlepiej przeprowadzić według następującego schematu:

Przekrój poziomy	Grubość ścian	Powierzchnie średniego przekroju ^{*)}	Wysokość h	Objętość $O = a_s h$	Ciężar gatunkowy	Ciężar $C = Og$	Ciężar wszystkich pierścieni górnych ΣC	Powierzchnia podstawy F	Ciśnienie jednostkowe σ_0
	cm	m ²	m	m ²	kg/m ³	kg	kg	m ²	kg/cm ²
Trzon									
I	20	0,66	5	3,30	1800	5940	5940	0,73	0,8
II	25	0,99	5	4,95	—	8910	14850	1,09	1,4
III	31	1,41	5	7,15	—	12870	27730	1,56	1,8
IV	36	1,91	5	9,55	—	17190	44920	2,06	2,2
V	42	2,47	4	9,88	—	17780	62700	2,61	2,4
Podnóże									
VI	—	4,31	6	25,86	1650	42670	105370	4,47	2,4

Następnie musimy uwzględnić naprężenia powstające wskutek parcia wiatru na komin. Moment wypadkowej par-

*) Dla trzona wedle wzoru $(D_s^2 - d_s^2) \frac{\pi}{4}$, dla podnóża wedle wzoru $0,828 D^2 - d^2 \frac{\pi}{4}$.

cia wiatru na poszczególne części komina mierzone od szczytu do odp. odsadzek znajdziemy ze wzoru 232a w wielkości (w kilogrammetrach):

$$M_n^w = 0,75 \cdot 130 \cdot \frac{h_n^2}{6} (2 D_0 + D_n) = 16,25 h_n^2 (2 D_0 + D_n)$$

Moment wytrzymałości odp. przekroju (I, II...) wynosi:

$$W = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D}$$

a stąd naprężenia wskutek ciśnienia wiatru:

$$\sigma_w = \pm \frac{M_n^w}{W} \quad (\text{por. wzór 233})$$

względnie:

$$\sigma_w = \pm \frac{M_n^w}{10000 W} \quad (\text{por. wzór 233a})$$

Zatem sumaryczne najw. naprężenie:

$$\text{najw. } \sigma = \sigma_0 + \sigma_w$$

$$\text{najmn. } \sigma = \sigma_0 - \sigma_w$$

Najlepiej użyć następującego schematu:

Przekrój	Moment parcia wiatru $M_n^w = 16,25 h_n^2 (2 D_0 + D_n)$	Moment wytrzymałości $W = \frac{\pi D^4 - d^4}{32 D}$	Naprężenia od wiatru $\sigma_w = \frac{M_n^w}{10000 W}$	Skrajne naprężenia	
				największe $\sigma = \sigma_0 + \sigma_w$	najmniejsze $\sigma = \sigma_0 - \sigma_w$
	kgm	m ⁴	kg/cm ²	kg/cm ²	kg/cm ²
Trzon					
I	1452	0,192	0,8	1,6	0
II	6240	0,338	1,9	3,3	— 0,5
III	15037	0,552	2,7	4,5	— 0,9
VI	28470	0,828	3,4	5,4	— 1,2
V	43000	1,130	3,8	6,2	— 1,4

Dla podnóża otrzymujemy:

Moment wiatru względem podstawy podnóża:

$$M_p^w = M_v^w + P_1 h + P_2 \frac{h}{2} = 43060 + 4100 \cdot 6 + 1900 \cdot 3 = 43060 + 24600 + 5700 = 73360 \text{ kgm}$$

Moment wytrzymałości przekroju:

$$W_p = 0,101 D^3 - 0,091 \frac{d^4}{D} = 2,06 \text{ m}^3$$

Najw. naprężenie wskutek wiatru:

$$\sigma_w = \frac{M_p^w}{W_p} = \frac{73360}{2,06 \cdot 10000} = 3,6 \text{ kg/cm}^2$$

Najw. naprężenie sumaryczne:

$$\text{najw. } \sigma = 2,4 + 3,6 = 6,0 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{najmn. } \sigma = 2,4 - 3,6 = -1,2 \text{ kg/cm}^2$$

Obliczenie fundamentu:

$$\text{Ciężar słupa i podnoża} \dots \dots \dots = 105370 \text{ kg}$$

Ciężar murów fundamentowych (z cegły zwykłej): $[0,828 (3,00^2 \cdot 0,70 + 3,80^2 \cdot 0,60) - 1,50^2 \cdot$

$$\cdot \frac{\pi}{4} \cdot 1,08] \cdot 1600 \dots \dots \dots = 17100 \text{ kg}$$

$$\text{Ciężar ścianki: } (1,30^2 - 1,00^2) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 8,00 \cdot 1600 = 6660 \text{ kg}$$

$$\text{Ciężar ławy betonowej } 0,828 \cdot 4,70^2 \cdot 0,60 \cdot 2200 = 24130 \text{ kg}$$

$$\text{Razem} \dots \dots \dots G = 154260 \text{ kg}$$

Powierzchnia podstawy:

$$F = 0,828 \cdot 4,70^2 = 18,29 \text{ m}^2$$

Naprężenie od ciężaru własnego:

$$\sigma_0 = \frac{154260}{182900} = 0,8 \text{ kg/cm}^2$$

Moment wiatru względem podstawy fundamentu:

$$M_p^w = M_p^w + (P_1 + P) \cdot 1,90 = 73360 + (4100 + 1900) 1,9 = 84760 \text{ kgm}$$

Moment wytrzymałości podstawy fundamentu:

$$W = 0,101 \cdot 4,70^3 = 10,48 \text{ m}^3$$

Naprężenie wskutek wiatru:

$$\sigma_w = \frac{84760}{10,48 \cdot 10000} = 0,8 \text{ kg/cm}^2$$

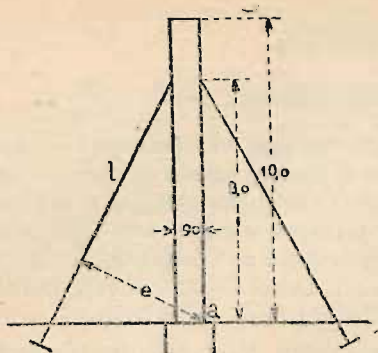
Najw. ciśnienie na grunt:

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma_w = 0,8 + 0,8 = 1,6 \text{ kg/cm}^2$$

Najmn. ciśnienie na grunt:

$$\sigma = \sigma_0 - \sigma_w = 0,8 - 0,8 = 0.$$

750
1000
1000
2400
1690



Rys. 248.

Wyniki rachunku stwierdzają, że w konstrukcji kominowej naprężenia w żadnym punkcie nie przekraczają naprężeń dopuszczalnych; ciśnienia na grunt zamykają się również w granicach dopuszczalnych.

153. Komin żelazny okrągły o wysokości $h=10$ m, a średnicy $d=90$ cm ustalony jest ze względu na parcie wiatru czterema linami żelaznymi wedle rys. 248.

Należy obliczyć ich przekrój. (Przykład ten nie należy zasadniczo do § 60; podajemy go jednak w tym miejscu obok obliczenia kominów murowanych dla uwidocznienia różnicy).

Parcie wiatru na komin wynosi wedle § 60:

$$W = dh \cdot \mu w = 0,9 \cdot 10 \cdot 0,75 \cdot 130 = 880 \text{ kg}$$

zaczepia zaś w wysokości $\frac{h}{2}$ od podstawy, wywołuje więc względem punktu a moment o wielkości:

$$M = W \frac{h}{2} = 880 \cdot \frac{10}{2} = 4400 \text{ kgm.}$$

Jeżeli wiatr działa od strony lewej, to stara się wywrócić komin w kierunku wskazówki na zegarze, czemu przeszkadza lina l ; inne liny natomiast wyginają się, a tem samem przestają działać*). Jeśli więc nastąpić ma równowaga, to siła P liny l dać musi ten sam moment, co M , zatem

$$W \frac{h}{2} = Pe = M \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 236$$

$$\text{a stąd:} \quad P = \frac{Wh}{2e} = \frac{M}{e} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 236 \text{ a}$$

$$\text{Jeżeli } e = 4,50 \text{ m, to } P = \frac{880}{4,50} = 196 \text{ kg} \approx 200 \text{ kg}$$

Przyjmując $k_r = 1200 \text{ kg/cm}^2$, otrzymamy przekrój potrzebny $F_p = 0,27 \text{ cm}^2$, zamiast czego przyjmiemy 10 mm ($F_u = 0,8 \text{ cm}^2$). Linę trzeba zakotwić.

*) Ciężar własny takiego kominu jest stosunkowo tak mały, że w obliczeniu wcale go się nie uwzględnia.

$$\begin{array}{r} 2080 \\ 340 \\ \hline 2420 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2080 \\ 90 \\ \hline 2170 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 340 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1980 \\ 30 \\ \hline 2010 \end{array}$$

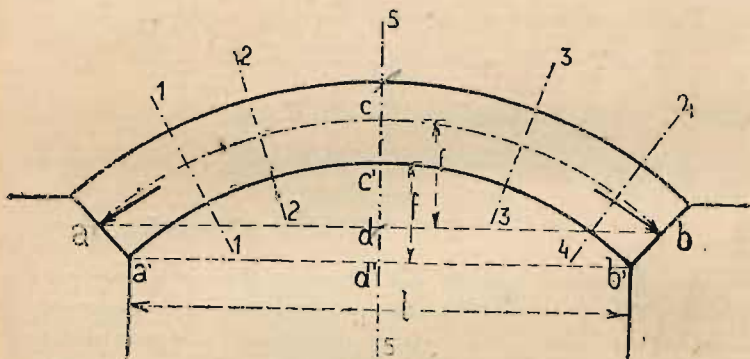
$$\begin{array}{r} 1980 \\ 90 \\ \hline 2070 \end{array}$$

B. Sklepienia.

§. 62. Pojęcia ogólne.

Łuki i sklepienia kamienne, ceglane czy betonowe, cisną na podpory nie pionowo, ale ukośnie, starając się je rozprzeć, oddalić od siebie (rys. 249). Wynika stąd, że nawet dla obciążenia wyłącznie pionowego (np. tylko dla własnego ciężaru), oddziaływania (odpory) ich są ukośne. Dlatego też obliczanie ich musi odbywać się inaczej niż belek prostych, o których dotychczas mówiliśmy.

Jeżeli połączymy środki ciężkości poszczególnych przekrojów 1—1, 2—2, 3—3..., to linja krzywa abc otrzymana w ten sposób, nazywa się osią łuku.



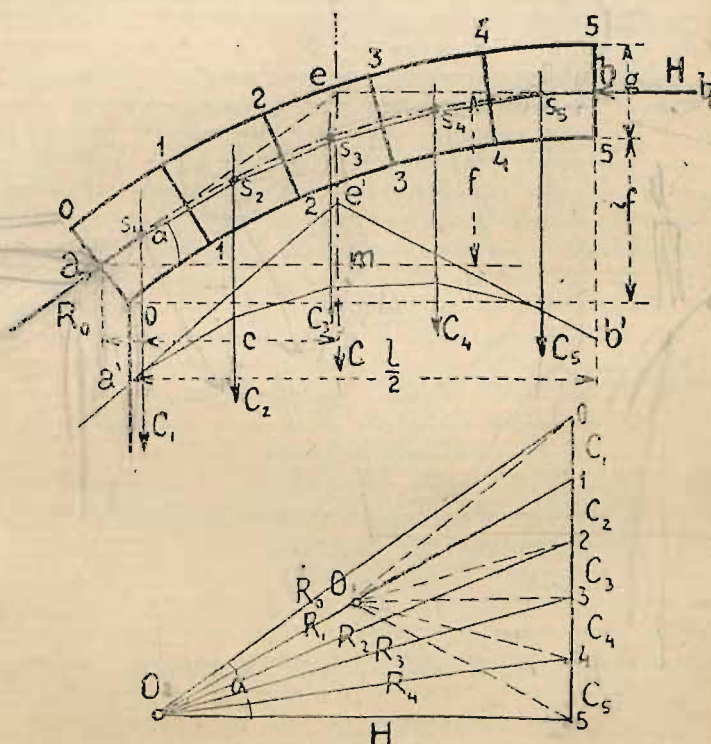
Rys. 249.

Odstęp podpór, mierzony poziomo $l = a'b'$, nazywamy rozpiętością w świetle, odstęp podpór teoretycznych ab rozpiętością teoretyczną, zaś wysokość klucza nad podporami $f = cd \approx c'd'$, strzałką łuku. Zwykle przy mniejszych łukach w rachunku uwzględniamy rozpiętość w świetle l .

Materiał sklepień jest ten sam, co murów; to więc, co mówiliśmy o zachowaniu się murów pod działaniem sił (§§ 46 i 60), dotyczy i sklepień. Można by je nazwać po prostu murami „o krzywej osi”. Ze względu jednak na zupełnie inny sposób podparcia, należy inaczej przystąpić do wyznaczenia sił zewnętrznych (oddziaływań), a tem samem i linji ciśnienia.

§. 63. Wyznaczenie linii ciśnienia dla obciążenia symetrycznego.

Weźmy pod uwagę sklepienie nieobciążone, t. j. takie, na które działa tylko ciężar własny — por. rys. 249 i 250. Obie jego połówki ab i bc wspierają się wzajemnie na sobie i tem samem cisną na siebie w kluczu, t. j. w punkcie b . Ciśnienie to mierzone w kluczu nazywamy rozporem poziomym lub parciem poziomem i oznaczamy zwykle literą H .



Rys. 250.

Jeżelibyśmy przecięli sklepienie płaszczyzną pionową 5—5 (rys. 250), przechodzącą przez klucz b , i usunęli np. prawą część jego bc , to pozostająca lewa część upadłaby. Podeprzyjmy ją więc np. poziomą belką drewnianą bb_1 . W belce tej powstanie oczywiście siła, równa ciśnieniu, jakie wywiera usunięta połówka sklepienia, więc równa parciu poziomemu H .

Jeżeli chcemy zbadać siły, jakie działają na pozostałą część sklepienia ab , to musimy z siłą H złożyć wszystkie ciężary działające na tę część, t. j. ciężar własny sklepienia. W tym celu dzielimy łuk na poszczególne części (kłince) i zaczepiamy ich ciężary w odpowiednich środkach ciężkości. Wypadkową C tych ciężarów C_1, \dots, C_n znaleźliśmy zapomocą wieloboku sznurowego $a'b'e'$, przyczem biegun O_1 przyjęliśmy po lewej stronie sił, wskutek czego wielobok sznurowy jest wypukły ku górze.

Na połówkę sklepienia ab działają więc następujące siły: rozpór poziomy H , ciężar pionowy (własny) C i oddziaływanie R_0 w punkcie a . Trzy te siły muszą być w równowadze, więc muszą przeciąć się w jednym punkcie, t. j. w punkcie e . Stąd możemy znaleźć wielkość dwu sił nieznanych R_0 i H , oraz kierunek siły R_0 . Długość 05 przedstawia nam sumę ciężarów pionowych $C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$. Poprowadźmy $0O_2 \parallel ae$, oraz $5O_2 \parallel be$ (t. j. poziomo), to długość $0O_2$, równa będzie oddziaływaniu R_0 na oporze a , zaś długość $5O_2$ rozporowi poziomemu H . Z trójkąta $05O_2$ znajdziemy:

$$H = C \cot \alpha$$

Albo $\triangle 05O_2 \cong e\alpha a$, więc $\cot \alpha = \frac{c}{f}$, a stąd:

$$H = C \frac{c}{f} \quad \dots \quad 237$$

Możemy przyjąć z najzupełniej wystarczającą dokładnością, że $c = \frac{1}{4}l$, a wtedy otrzymamy:

$$H = \frac{Cl}{4f} \quad \dots \quad 238$$

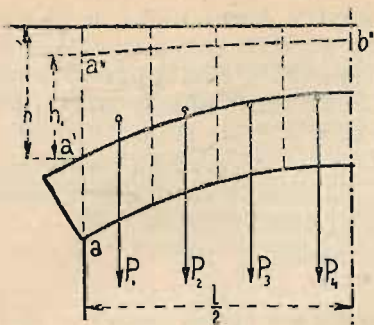
Nazywając przez Z ciężar całego sklepienia, otrzymamy $Z = 2C$, a więc:

$$H = \frac{Zl}{8f} \quad \dots \quad 238a$$

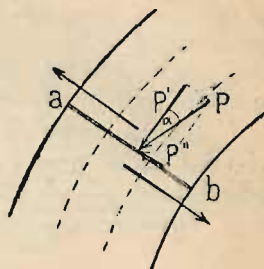
Jeśli zaś z oznacza ciężar na 1 mb, wtedy $Z = zl$, a stąd:

$$H = \frac{zl^2}{8f} \quad \dots \quad 238b$$

Z wzoru 238 wynika, że dla tej samej rozpiętości l parcie H jest tem większe, im sklepienie jest bardziej płaskie, t. j. im mniejsza jest strzałka f .



Rys. 251.



Rys. 252.

najniższego, ale tylko uwzględniamy go po linię pionową aa' , przechodzącą przez pionową ścianę przyczółka.

Znaleziona w ten sposób linia ciśnienia musi spełnić pewne warunki, jeśli sklepienie ma odpowiadać warunkom dobrej konstrukcji. Łącząc to, co powiedziano powyżej, z prawami, wyprowadzonymi na stałość murów, otrzymujemy następujące reguły:

1. Jeżeli w sklepieniu nie ma wystąpić rozciąganie, to w żadnym punkcie linia ciśnienia nie może wyjść poza jądro, t. j. poza środkową trzecią część przekroju dla prawie wyłącznie używanych sklepień o poprzecznym prostokątnym przekroju*). W sklepieniach betonowych dopuszczalne jest małe rozciąganie (por. tablice naprężeń dopuszczalnych); tu więc linia ciśnienia może wyjść nieco z rdzenia; trzeba jednak skontrolować, czy największe rozciąganie mieści się w granicach dopuszczalnych.

2. Niech P będzie siłą, działającą na przekrój ab (rys. 252), to rozkłada się ona na dwie siły: P' prostopadłą do ab (t. zw. siłę podłużną) i P'' leżącą w płaszczyźnie ab (t. zw. siłę poprzeczną). Siła P'' stara się klinić jeden po drugim przesunąć w płaszczyźnie ab , czemu sprzeciwia się tarcie wywołane siłą P' o wielkości $T = P'f = P'tg\varphi$ (por. § 59). Jeśli dla pewności pominiemy wytrzymałość zaprawy, to przesunięcie nie nastąpi, dopóki tarcie T będzie większe od siły poprzecznej $P'' = P'tga$. Zatem musi być $P'tg\varphi > P'tga$, czyli $\varphi > a$.

Wynika stąd, że linia ciśnienia nie powinna odchyłać się od prostopadłej do szwu więcej niż wynosi kąt tarcia, jeśli klince nie mają przesunąć się po sobie.

*) Środkowa część przekroju sklepienia, obejmująca jądro, odgraniczona jest na rysunkach 251 i 252 liniami kreskowanymi.

Jako współczynnik tarcia między kamieniem a kamieniem (bez zaprawy) przyjmujemy $f=0,58$ (czyli $\varphi=30^\circ$), dla kamieni z zaprawą starą $f=0,7$ ($\varphi=35^\circ$). Dla zaprawy świeżej jest tarcie bardzo małe tak, że średnio należy przy obliczeniu przyjmować $f=0,4$ ($\varphi=22^\circ$).

3. Największe naprężenie w przekroju nie powinno przekraczać współczynnika wytrzymałości, względnie naprężenia dopuszczalnego

Skrajne naprężenia wynoszą wedle § 46:

$$\sigma_1 = \frac{P}{bh} \left(1 + \frac{6c}{h} \right) = \sigma_0 \left(1 + \frac{6c}{h} \right) \quad . \quad . \quad . \quad 241$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{bh} \left(1 - \frac{6c}{h} \right) = \sigma_0 \left(1 - \frac{6c}{h} \right) \quad . \quad . \quad . \quad 241a$$

Jeśli siłę P obliczymy na 1 m szerokości sklepienia, to $b=1\text{ m}=100\text{ cm}$. Wyrażając P w kg, zaś h i c w cm, otrzymamy:

$$\sigma_1 = \frac{P}{100 bh} \left(1 + \frac{6c}{h} \right) \quad . \quad . \quad . \quad 242$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{100 bh} \left(1 - \frac{6c}{h} \right) \quad . \quad . \quad . \quad 242a$$

Jeśli linia ciśnienia przechodzi przez oś przekroju, t. j. jeśli $c=0$, otrzymamy:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{P}{bh} = \sigma_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 243$$

t. j. naprężenie rozdziela się jednostajnie na cały przekrój.

Jeśli linia ciśnienia przechodzi przez rdzeń, otrzymamy:

$$\sigma_1 = \frac{2P}{bh} \quad \sigma_2 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 244$$

Jeśliby, co być nie powinno, linia ciśnienia wyszła z rdzenia, to musimy uwzględnić, że mur nie przenosi rozciągania i obliczać naprężenie wedle § 60, z wzoru:

$$\sigma_1 = \frac{2P}{3be} \quad \sigma_2 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 245$$

Obciążenie symetryczne zupełne wywołuje największe parcie poziome H . Ponieważ zaś składowa pozioma oddziaływania $H_1 = H$, przeto przyczółki będą narażone na największą siłę poziomą przy obciążeniu całkowitem i tak się je oblicza. Dla ciężaru rozłożonego na całym sklepieniu jednostajnie $H = \frac{Zl}{8f} = \frac{zl^2}{8f}$ (por. wzór 238 a i b).

Przykład 154.

154. Chodnik o długości $l = 2,60$ m, a szerokości $b = 1,40$ m wykonano na sklepieniu betonowym o strzałce $f = 15$ cm, wspierającym się z jednej strony na dźwigarze żelaznym, zaś z drugiej na murze. Obliczyć wymiary tego dźwigara, jeśli ciężar stały i ruchomy chodnika wynosi $z = 700$ kg/m² (rys. 253).

Na dźwigar przenosi się ciężar pionowy $Z = \frac{1}{8} 1,40 \times \times 2,60 \times 700 = 1275$ kg. Stąd moment w płaszczyźnie pionowej:

$$M_v = \frac{1}{8} 1275 \cdot 2,60 = 41440 \text{ kgcm.}$$

Parcie poziome ma 1 mb wynosi:

$$H' = \frac{zb^2}{8f} = \frac{700 \cdot 1,40^2}{8 \cdot 0,15} = 1143 \text{ kg.}$$

Zaś na całą długość dźwigara: $H = 1143 \cdot 2,60 = 2972$ kg, a stąd moment poziomo zginający:

$$M_h = \frac{1}{8} Hl = \frac{1}{8} 2972 \cdot 2,60 = 96590 \text{ kgcm.}$$

Musielibyśmy zatem zastosować dźwigar INP 18 B, gdzie $W_x = 390$ cm², $W_y = 119$ cm³

$$\sigma = \frac{41440}{390} + \frac{96590}{119} = 918 \text{ kg/cm}^2.$$

Zastosujemy jednak dla zmniejszenia parcia poziomego dwie kotwy z żelaza okrągłego w odstępie $\frac{2,60}{3} = 0,87$ m.

Na dźwigar przenosi się wtedy parcie tylko z długości $l' = 0,87$ m, o wielkości

$$H' = 1143 \cdot 0,87 = \frac{1}{3} H = \frac{2972}{3} = 991 \text{ kg. Wtedy } M_h = \frac{1}{8} 991 \times \times 87 = 10780 \text{ kgcm.}$$

Użyjemy więc dźwigara INP 16, dla którego

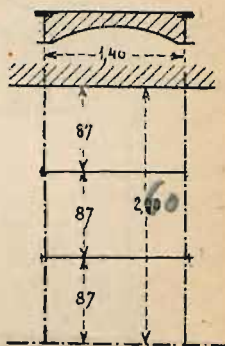
$$\sigma = \frac{41440}{117} + \frac{10780}{14,8} = 1082 \text{ kg/cm}^2.$$

Widać tu ogromną oszczędność materiału, gdyż INP 18 B waży 47,0 kg/mb, zaś INP 16 tylko 17,9 kg/mb.

Kotwy muszą otrzymać przekrój

$$F = \frac{H'}{k} = \frac{991}{1000} = 0,9 \text{ cm}^2.$$

Przyjmiemy jednakowoż pręty okrągłe o średnicy $d = \frac{3''}{4}$.



Rys. 253.

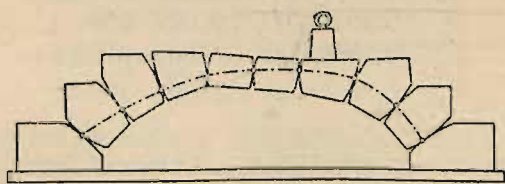
ciśnienia. Musi ona przejść bowiem przez punkty a , b i c ; promień $a'c'$ musi być zatem równoległy do ac , zaś $b'c'$ do bc . Poprowadźmy w wieloboku sił promień $O_1r//a'c'$ i $O_1s//b'c'$, to promienie te odpowiadają zamykającym $a'c'$ i $b'c'$. Prawdziwym kierunkiem tych zamykających jest przeciw ac , wzgl. bc . Wykreślmy więc z r i s promienie $rO_2//ac$ i $sO_2//bc$, a dostaniemy punkt, który jest właściwym biegunem linii ciśnienia. Z punktu O_2 , jako z bieguna, kreślimy teraz promienie O_1 , O_2 i t. d., a wykreślony dla nich przez punkty abc wielobok sznurowy jest szukaną linią ciśnienia.

Zupełnie w ten sam sposób wyznaczamy linię ciśnienia, jeśli samo sklepienie jest niesymetryczne.

Grubość sklepienia w kluczu można przyjmować wedle wzoru:

$$g = 0,03 l + 0,3 \text{ (wartości w metrach)} \quad . . . \quad 246$$

Największy rozpór poziomy H otrzymujemy dla obciążenia całkowitego, najmniejszy dla — ciężaru wyłącznie własnego. Przy obliczaniu przyczółków musimy uwzględnić rozpór największy, ale często także i najmniejszy. Dlatego zwykle z uwagi na przyczółek kreśli się jedną linię ciśnienia dla sklepienia obciążonego całkowicie, drugą dla sklepienia nieobciążonego, a trzecią z uwagi na sklepienie, dla obciążenia rozłożonego na $\frac{1}{2}$ lub na $\frac{3}{8}$ sklepienia.



Rys. 255.

Jeżelibyśmy sklepienie zrobili z kłinców zaokrąglonych, to linia ciśnienia będzie przechodziła przez ich punkty zetknięcia (porównaj rys. 255). Jeżeli takie sklepienie obciążymy np. ciężarem skupionym, to punkty zetknięcia przesuną się, a więc linia ciśnienia zmieni swój kształt, podnosząc się w miejscu działania ciężaru.

Przykład 155.

155. Znaleźć linię ciśnienia sklepienia, przedstawionego na rys. 256, obciążonego na połowie długości ciężarem 600 kg/mb. Ciężar gatunkowy sklepienia 2400 kg/m³.

Grubość sklepienia wynosi 0,38 m, co odpowiada wartości, obliczonej z wzoru 246 :

$$g = 0,03 \times 2,5 + 0,3 = \approx 0,38 \text{ m.}$$

Dzielimy sklepienie na paski o szerokości 25 cm.

Ciężary poszczególnych pasków wynoszą :

$$P_1 = 0,25 \times 1,00 \times 2400 = 600 \text{ kg}$$

$$P_2 = 0,25 \times 0,86 \times 2400 = 510 \text{ kg}$$

$$P_3 = 0,25 \times 0,75 \times 2400 = 450 \text{ kg}$$

$$P_4 = 0,25 \times 0,69 \times 2400 = 420 \text{ kg}$$

$$P_5 = 0,25 \times 0,66 \times 2400 = 400 \text{ kg.}$$

Paski $P_6 - P_{10}$ są obciążone również ciężarem ruchomym 600 kg/mb, który zamieniamy na warstwę muru wedle wzoru 240 :

$$h = \frac{600}{2400} = 0,25 \text{ m.}$$

Zatem ciężary tych pasków :

$$P_6 = 0,25 \times 0,91 \times 2400 = 550 \text{ kg}$$

$$P_7 = 0,25 \times 0,94 \times 2400 = 570 \text{ kg}$$

$$P_8 = 0,25 \times 1,00 \times 2400 = 600 \text{ kg}$$

$$P_9 = 0,25 \times 1,11 \times 2400 = 670 \text{ kg}$$

$$P_{10} = 0,25 \times 1,25 \times 2400 = 750 \text{ kg.}$$

Ciężary $P_1 \dots P_{10}$ odcinamy w skali sił i dla dowolnego bieguna O_1 kreślimy wielobok sznurowy $a'c'b'$. Prowadząc linie $O_1r//a'c'$, $O_1s//c'b'$ i $O_1f//a'b'$, a następnie $rO_2//ac$, $O_2s//cb$ i $O_2f//ab$ znajdujemy wedle § 63 biegun O_2 i dla tegoż kreślimy linię ciśnienia, przechodzącą przez środki szwów w kluczu i na podporach acb . Linja ta odchyła się najbardziej od osi w przekroju 1-1; tam więc otrzymamy największe naprężenie. Siłą działającą w tym przekroju jest $P//mn$, przyczem $P = O_2o = 4400 \text{ kg}$. Naprężenie w środku przekroju 1-1 wynosi zatem na 1 cm szerokości sklepienia :

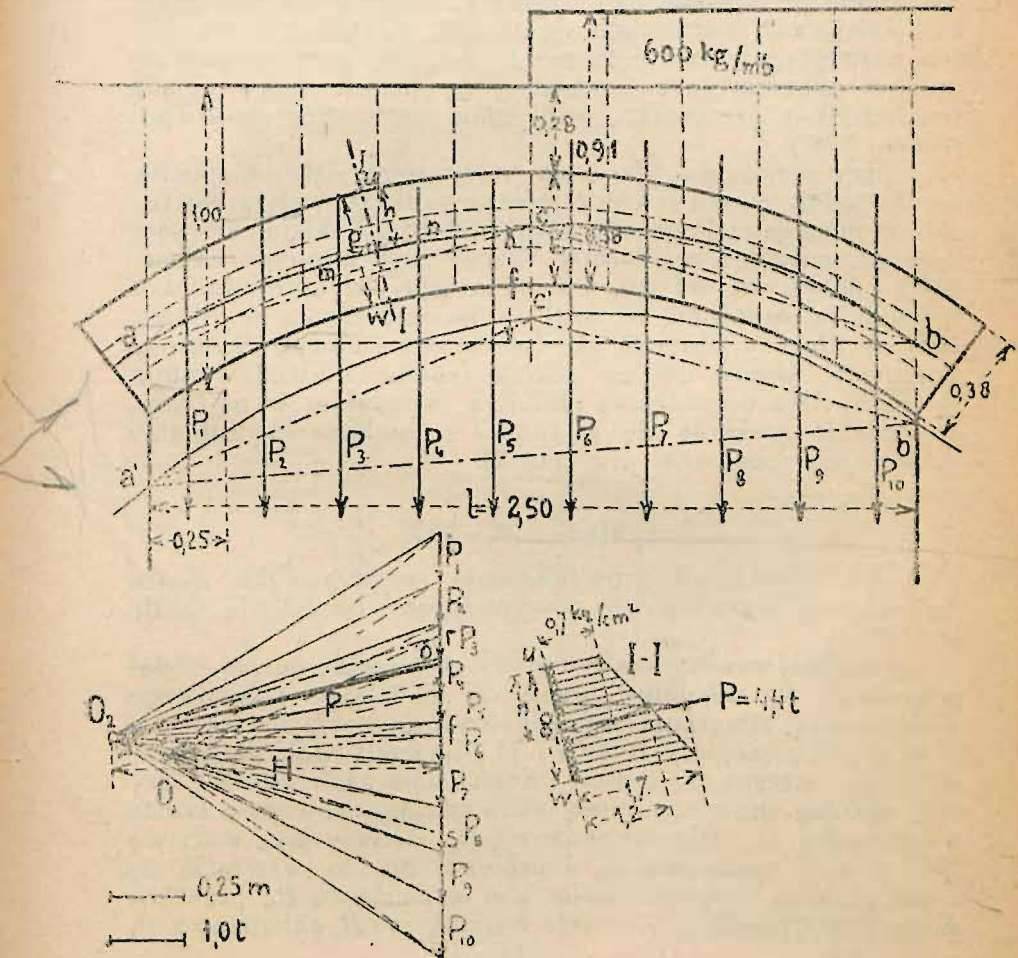
$$\sigma_c = \frac{4400}{100 \times 38} = \approx 1,2 \text{ kg/cm}^2.$$

Siła P oddalona jest od krawędzi u o długość n . Wrysowujemy siłę tę w odpowiednim miejscu i wedle konstrukcji podanej w § 45 znajdujemy naprężenie w przekroju $I-I$.

Wynoszą one:

$$\text{najw. } \sigma_c = 1,7 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{najmn. } \sigma_c = 0,7 \text{ kg/cm}^2$$



Rys. 256.

§ 65. Stateczność (stałość) przyczółków i filarów murowanych.

Przyczółkiem nazywamy budowlę, na której wspiera się sklepienie lub jakąkolwiek inną belka, np. mostowa.

Jeśli na takiej budowlu wspierają się sklepienia lub inne belki obustronnie, nazywamy ją filarem.

Obliczenie przyczółków i filarów odbywa się na tej samej zasadzie, co obliczenie murów wolno stojących (§ 60) czy sklepień (§ 63 i 64). Aby uwzględnić najniekorzystniejsze obciążenie ze względu na przyczółek, należy zwykle obciążyć całe sklepienie, wspierające się na nim, i uzyskać w ten sposób największe parcie poziome H . Później, przy omawianiu murów oporowych, zastanowimy się jeszcze, jak wygląda rozkład sił w przyczółku, jeśli działa nań parcie ziemi (porównaj § 67).

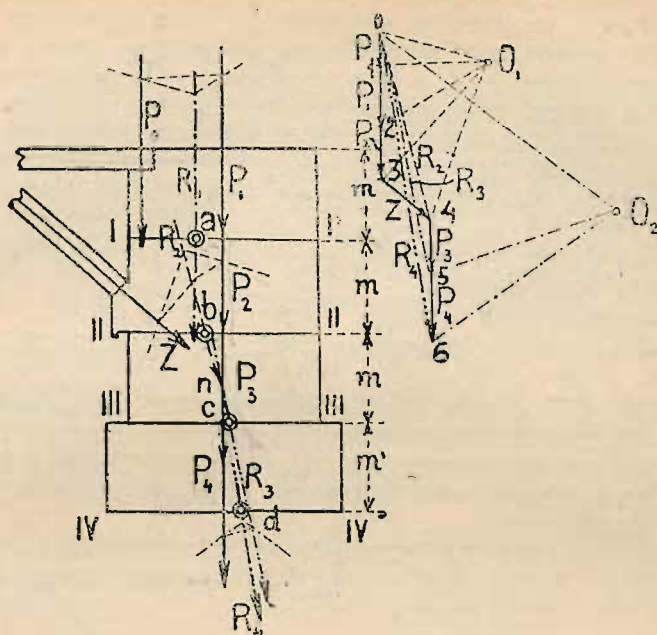
Przy obliczaniu filara, na który cisną dwa sklepienia, należy jedno z nich (zwykle większe) obciążyć ciężarem ruchomy m na całej długości*), natomiast drugie sklepienie i sam filar pozostawić nieobciążone. Wtedy linja ciśnienia najbardziej odchyli się od osi, a tem samem przyjmie najniekorzystniejsze położenie ze względu na naprężenia w filarze. Jeśli na filarze wspierają się dwa równe i równo obciążone sklepienia, wtedy ukośne parcia (równe oddziaływaniom sklepień) dają wypadkową pionową, wpadającą w oś filara, a ciśnienie rozkłada się w filarze i fundamencie zupełnie jednostajnie (porównaj przykład 3).

Przykłady 156–157.

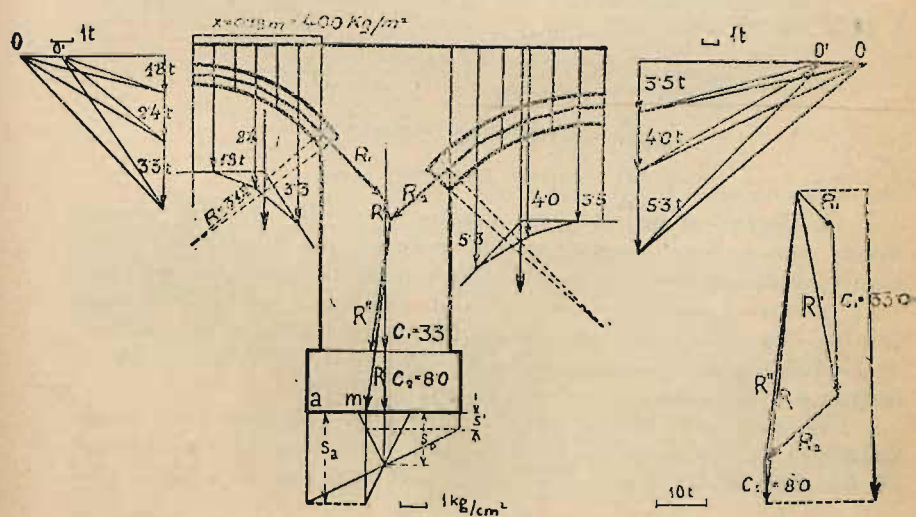
156. Wyznaczyć linję ciśnienia w przyczółku mostu drewnianego rozporowego o wymiarach i obciążeniu wedle rys. 257.

Oddziaływanie pionowe mostu P i ciężar górnej części przyczółka P_1 składowy zapomocą wieloboku sznurowego o biegunie O_1 , otrzymując wypadkową R_1 przecinającą warstwę II w a . Na część przyczółka II działają prócz R_1 jeszcze P_2 (ciężar własny tej części) i Z (ciśnienie zastrzału). Te trzy siły, złożone znów zapomocą wieloboku sznurowego o tymże wierzchołku O_1 , dają wypadkową R_2 , przecinającą warstwę $II-II$ w b . Wypadkową R_2 doprowadzamy do przecięcia się z siłą P_3 w n , wyprowadzając z n wypadkową R_3 , przechodzącą przez punkt c . Wreszcie wypadkową R_3 składowy z P_4

*) Samo sklepienie bada się jednak dla obciążenia na połowie lub na $\frac{3}{8}$ sklepienia (Por. § 64.)



Rys. 257.



Rys. 258.

przy pomocy wieloboku sznurowego o wierzchołku O_2 , otrzymując ostatecznie wypadkową wszystkich sił R_1 , która przecina podstawę w d , a więc wewnątrz rdzenia przekroju

157. Obliczyć wykreślnie stałość filara (rys. 258), na którym obustronnie wspierają się sklepienia. Lewe sklepienie obciążone jest ciężarem ruchomym 400 kg/m^2 .

Obliczenie przeprowadzamy na długości $1,00 \text{ m}$ prostopadle do rysunku.

Obie połówki sklepienia dzielimy każdą na trzy części, których ciężary wynoszą:

dla sklepienia lewego:	1,8 t;	2,4 t;	3,3 t.	
"	prawego:	3,5 t;	4,0 t;	5,3 t.
" filara		33,0 t;	8,0 t.	

W zwykły sposób (§ 63) wyznaczamy linię ciśnienia dla obu sklepień i ich oddziaływania na filar R_1 i R_2 . Składając następnie wykreślnie siły R_1 , R_2 i ciężar własny filara, otrzymujemy wypadkową ostateczną R , która przecina podstawę w punkcie m .

Składowa pionowa wypadkowej R wynosi 63 t : podstawa $3,00 \text{ m}$. Zatem naprężenie w środku podstawy (oznaczone na rys. 258 literą s_0)

$$\sigma = \frac{63,0}{3,0} = 21 \text{ t/m}^2 = 2,1 \text{ kg/cm}^2.$$

Największe ciśnienie na grunt powstaje w punkcie a i wynosi (z wykresu):

$$\sigma_a = s_a = 3,7 \text{ kg/cm}^2.$$

C. Budowle ziemne.

§ 66. Napór (parcie) wody.

Z fizyki wiadomo, że ciśnienie (czyli parcie, napór) wody na pewną powierzchnię równe jest ciężarowi słupa wody, którego podstawą jest dana powierzchnia, a wysokością pionową odległość jej środka ciężkości od powierzchni wody. Np. ciśnienie na poziomą powierzchnię $p = 0,5 \text{ m}^2$ w głębokości $h = 2,40 \text{ m}$ wynosi $P = phg = 0,5 \cdot 2,40 \cdot 1000 = 1200 \text{ kg}$ (gdzie $g = 1000 \text{ kg/m}^3$ jest ciężarem gat. wody).

Weźmy pod uwagę płaszczyznę ab o długości $l \text{ m}$, a szerokości 1 m , prostopadle do rysunku, sięgającą od zwierciadła aż do głębokości h (rys. 259), to środek jej znajduje się w głębokości $\frac{h}{2} \text{ m}$ pod zwierciadłem wody, a wielkość ciśnienia wody wynosi: