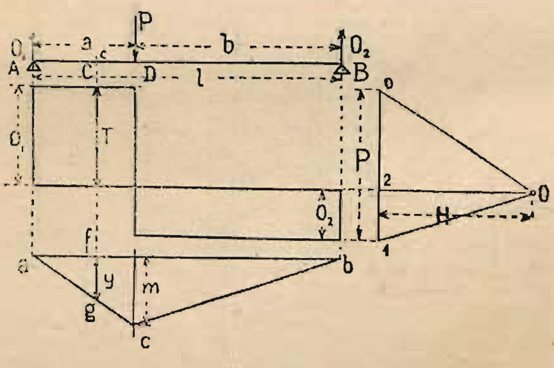
E. Belki najprostsze.

§ 23. Wykreślne wyznaczenie oddziaływań, sił poprzecznych i momentów belki prostej obciążonej ciężarami skupionemi.

Przystąpimy obecnie do omawiania sił, działających w płaszczyźnie na t. zw. belkę prostą.

Belką czyli dźwigarem nazywamy konstrukcyjną część budowli służącą do tego, by jakieś siły, ciężary, działające na nią, P_1, P_2..., przenieść na podpory A i B. Taką belką jest np. belka stropowa, która przenosi na mur ciężar stropu, oraz ciężary, jakie na niej stoją (i swój własny ciężar), — więzar dachowy, przenoszący na mury ciężar pokrycia, śniegu i wiatru, — most i t. d.

Jeśliby na belkę działały wyłącznie obciążenia jako siły zewnętrzne, to musiałaby się ona posunąć w kierunku wypadkowej tych sił. Jednakowoż belka pozostaje



Rys. 96.

w równowadze, a pozostaje dlatego, że jest podparta na podporach (na rys. 96 mamy dwie podpory A i B), gdzie ciśnie na mur i gdzie zupełnie tak samo ciśnie mur na nią (por. przykłady 25 i 34). Ciśnienie to, jakie mur wywiera na belkę, nazywamy oddziaływaniem podpór (lub odporem). Dla obliczenia wymiarów belki potrzebne jest wyznaczenie tego oddziaływania.

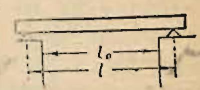
Jeśli przy obciążeniu pionowem belki, oddziaływania są też pionowe, to belkę nazywamy belką prostą.

Ponieważ belka pod wpływem obciążenia pozostaje w równowadze tylko dzięki oddziaływaniom, które równoważą działanie obciążenia, przeto zadanie: „znaleźć oddziaływanie“ znaczy: „znaleźć siły, powstające pod wpływem obciążenia w punktach podparcia belki i równoważące to obciążenie" (porównaj przykłady 25 i 34).

Obliczając jakąkolwiek belkę, musimy przedewszystkiem znać jej punkty podparcia. Rozróżnia się bowiem t. zw. rozpiętość w świetle l_0, tj. odstęp między murami, przyczółkami i. t. p. (rys. 96a), od rozpiętości teoretycznej, czyli rachunkowej l, którą wprowadzamy w obliczenie. Jeżeli belka spoczywa na specjalnych podporach (np. belka drewniana na ławie drewnianej, dźwigar żelazny na łożysku, lub na podciągu żelaznym), to za rozpiętość belki przyjmuje się odległość od środka jednej podpory do środka drugiej. Jeżeli jednak belki leżą bezpośrednio na murze lub na ciosie podporowym (dźwigary żelazne) to dla każdego takiego bezpośredniego podparcia należy wedle przepisów polskiego Ministerstwa Robót Publiczn. zwiększyć rozpiętość w świetle o 2,5%. Jeżeli zatem podparcie bezpośrednie jest obustronne, np. jeżeli belka żelazna obu swoimi końcami spoczywa na ciosach lub na murze, to rozpiętość teoretyczną l należy przyjąć równą

$$l = 1{,}05\, l_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 21$$

gdzie l_0 jest rozpiętością w świetle.



Rys. 96 a.

Weźmy najpierw pod uwagę belkę prostą, obciążoną tylko jednym ciężarem P. Postępując wedle § 13, przyjmujemy dla siły $P = 01$ biegun O i kreślimy doń promienie $O1$ i $O0$, oraz równoległe do nich promienie ac i cb wieloboku sznurowego. Jeśli oddziaływania O_1 i O_2 mają równoważyć się z siłą P, to wielobok ten musi się zamknąć, a nastąpi to wtedy, gdy połączymy jego punkty skrajne a i b; dlatego też tę prostą nazywamy linją zamykającą lub krótko zamykającą. Łączy ona oba oddziaływania, t. j. siły O_1 i O_2, a więc równoległy do niej promień ciągu sił łączyć musi biegun O z punktem 2 dzielącym oba oddziaływania. Wykreśliwszy ten promień $O2$, otrzymujemy tem samem wielkość oddziaływań: $O_1 = 20$ i $O_2 = 12$, które równoważą siłę P. Zamyka się bowiem wtedy ciąg sił (gdyż suma sił 20 i 12 równa się sile $P = 01$) oraz ciąg sznurowy.

Dla późniejszego obliczenia przekroju belki potrzebna jest także znajomość momentu statycznego sił zewnętrznych w każdym punkcie belki. W tym celu posłużą nam zasady poznane w § 17; belka AB jest bowiem obciążona wyłącznie ciężarami pionowymi. Dla znalezienia zatem momentu statycznego w dowolnym punkcie belki np. C, prowadzimy w tym punkcie linję pionową aż do przecięcia z bokami wieloboku sznurowego w punktach f i g, a odcinek $fg = y$

pomnożony przez odległość biegunową H daje moment statyczny w punkcie C:

$$M = fg \cdot H = yH \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 22$$

Zamiast mnożyć odcinek $fg = y$ przez odległość biegunową H możemy przy odpowiedniem uwzględnieniu skali sił i skali długości odczytać na nim moment wprost w kgm wedle § 18. Wtedy wszystkie odcinki pionowe powierzchni abc przedstawiać będą bezpośrednio momenty w odnośnych punktach belki. Powierzchnia ta określa zatem wprost rozkład momentów wzdłuż belki przy danem obciążeniu i dlatego nazywa się powierzchnią momentów. Największy moment występuje w punkcie działania ciężaru i wynosi $M_n = mH$, a przekrój belki w tym punkcie nazywamy przekrojem niebezpiecznym, gdyż tu zachodzi największe niebezpieczeństwo złamania belki.

Moment działający na belkę nazywamy często także momentem zginającym, gdyż stara się on wygiąć belkę i to tem więcej, im jest większy.

Podobnie postępuje się dla obciążenia belki kilku ciężarami skupionymi (rys. 97). Znajdujemy przedewszystkiem wielobok sznunowy $abcdef$, prowadzimy zamykającą af i z bieguna O kreślimy równoległy doń promień Om, który odetnie oba oddziaływania $O_1 = mO$ i $O_2 = 4m$. Odcinki pionowe powierzchni $abcdef$, t. zw. powierzchni momentów, zamkniętej wielobokiem sznurowym, odczytane w odpowiedniej skali, przedstawiają momenty zginające w poszczególnych punktach belki.

Dla obliczenia belki potrzebne jest wprowadzenie jeszcze jednego pojęcia. Znajdźmy mianowicie dla dowolnego punktu C wypadkową T wszystkich sił działających po jednej np. lewej stronie przekroju. Jeśli na belkę poziomą działają wyłącznie siły pionowe, to wypadkowa ta będzie t. zw. siłą poprzeczną.

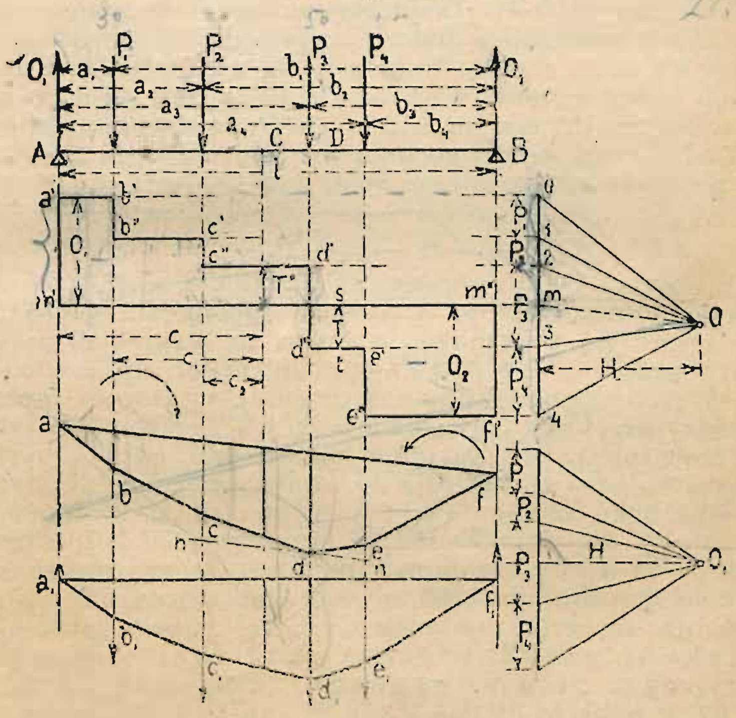
Jeśli p. C leży między punktem zaczepienia sił P_2 i P_3, to po lewej jego stronie działają siły O_1, P_1 i P_2, a więc wypadkowa T tych sił równa ich sumie będzie siłą poprzeczną. Ale siły O_1, P_1, i P_2 działające po lewej stronie p. C_1 są w równowadze z siłami P_3, P_4 i O_2 po prawej stronie, więc i ich wypadkowa jest równa tej samej sile poprzecznej T, tylko z przeciwnym znakiem. Wynika stąd, — że jeśli chodzi o bezwzględną wielkość siły T, — to obojętną jest rzeczą czy obliczając ją, uwzględnimy siły po lewej stronie przekroju, czy po prawej. Najczęściej uwzględniamy lewą i znak po tej stronie jest miarodajny dla siły poprzecznej.

Pomiędzy dwiema sąsiedniemi siłami skupionemi niema na belce żadnej siły; dla wszystkich przeto punktów na tej przestrzeni wartość siły poprzecznej pozostaje ta sama, równa sumie sił po jednej (lewej) stronie przekroju badanego C. Np. dla wszystkich punktów pomiędzy P_2 a P_3:

$$T'' = O_1 - P_1 - P_2 \quad \ldots\ldots \quad 23$$

W wieloboku sił otrzymamy tę wartość:

$$T'' = m0 - 01 - 12 = m2.$$



Rys. 97.

Odetnijmy tę wielkość $T'' = m2$ pod przekrojem badanym C i poprowadźmy przez jej końce proste poziome $m'm''$ i $c''d'$ na długości pomiędzy siłami P_2 a P_3, to każdy pionowy odcinek poprowadzony między P_2 a P_3 przedstawiać będzie wielkość siły poprzecznej w danem miejscu belki. Podobnie możemy uczynić i w innych miejscach, a wtedy otrzymalibyśmy wykres rozkładu sił poprzecznych na całej belce.

Wykres ten wykonujemy jednak zwykle inaczej. Poprowadźmy mianowicie z bieguna O promienie $O2$ i Om

równoległe do boków *cd* i *af* wieloboku sznurowego przeciętych przekrojem *CC'*, to odcinek *m*2 na wieloboku sił przedstawi nam siłę poprzeczną w danym punkcie. (Jest to sposób znalezienia wykreślnego siły poprzecznej, używany bardzo często zwłaszcza przy obciążeniach rozłożonych, o czem mówić będziemy poniżej). Prowadząc z *m* i 2 na długości między P_2 a P_3 linje poziome, otrzymamy znowu wykres ten sam, co poprzednio, wskazujący wielkość siły poprzecznej w każdym punkcie na długości między P_2 a P_3. Znajdźmy tak samo siłę poprzeczną *T* dla innych przekrojów belki i wykreślmy odpowiednie poziome *a'b' b''c'*... *e''f'*, to linja schodkowa otrzymana w ten sposób będzie przedstawiać rozkład sił poprzecznych na całej belce. Np siła poprzeczna w punkcie *D* przedstawia się w postaci odcinka *st*, odciętego linją sił poprzecznych na pionowej przeprowadzonej przez *D*.

W miejscu, w którem suma odjemników w wyrazie

$$T = O_1 - P_1 - P_2 - P_3 - \ldots$$

jest mniejsza od 0, siła poprzeczna przyjmuje wartość ujemną. Na rys. 97 następuje to w punkcie zaczepienia siły P_2, co uwidacznia się w rysunku przez to, że wykres sił poprzecznych przesuwa się pod linję *m' m''*, (Por. np. rzędną st).

Wyżej wspomnieliśmy, że przekrój, w którym moment zginający przybiera największą wartość, nazywamy przekrojem niebezpiecznym. Znajduje się on tam, gdzie prosta *nn* przeprowadzona równolegle do zamykającej *af* jest styczna do wieloboku momentów, t. j. w punkcie *d*. Promień *O*2 równoległy do promienia linji sznurowej *cd* bezpośrednio na lewo od *d* leży tuż ponad punktem *m*, zaś promień *O*3 równoległy do *de* tuż pod *m*. Siła poprzeczna na lewo od przekroju niebezp. ma znak „+", na prawo znak „—". Przekrój niebezpieczny leży więc w punkcie, w którym siła poprzeczna zmienia znak, na rys. 97 w punkcie działania siły P_3.

Niekiedy wygodnie jest mieć wykres momentów taki, aby linja zamykająca *af* była pozioma. Nie mając oddziaływań, a więc promienia *Om* wieloboku sznurowego, nie możemy tego uzyskać, postępujemy przeto tak: Wykreślamy w zwykły sposób wielobok sił z biegunem *O* i wielobok sznurowy *abcdef*, a prowadząc promień *Om* // *af* znajdujemy oddziaływanie *m*0 i 4*m*. Następnie kreślimy drugi wielobok sił, przyjmując jednak biegun O_1 na poziomej przechodzącej przez znany już punkt *m*. Wielobok sznurowy *a' b' c' d' e' f'* wykreślony dla tego bieguna O_1 ma zamykającą *af* poziomą, gdyż równoległą do poziomej linji $O_1 m$.

Jeżeli nie chcemy powtarzać wykresu sił dwukrotnie, możemy na tym samym wieloboku sił z punktu m wyprowadzić linję poziomą i na niej umieścić biegun O_1, a promienie sznurowe przechodzące przezeń dadzą nam wykres momentów o zamykającej poziomej.

§ 24. Rachunkowe wyznaczenie sił poprzecznych i momentów dla układu ciężarów skupionych.

Pierwszem zadaniem przy obliczeniu jakiejkolwiek belki, a więc i tutaj, jest znalezienie oddziaływań. Jak wiemy, oba oddziaływania muszą być w równowadze z siłami zewnętrznemi, w danym więc wypadku wyznaczenie ich nastąpi wedle § 19.

Jeśli ma nastąpić równowaga, to moment wszystkich sił działających (t. j. obciążeń i oddziaływań) względem którego-kolwiek punktu na danej płaszczyźnie musi się równać zeru. Ustawmy równanie momentów względem B, to:

$$O_1 l - P_1 b_1 - P_2 b_2 - \ldots = 0.$$

a stąd oddziaływanie:

$$O_1 = \frac{1}{l}(P_1 b_1 + P_2 b_2 + \ldots) \quad \ldots \ldots \quad 24$$

Drugie oddziaływanie B najłatwiej znaleźć na podstawie zasady, że dla równowagi suma wszystkich sił (obciążeń i oddziaływań) musi być równa zeru, t. j. musi być:

$$O_1 + O_2 - P_1 - P_2 - \ldots = 0 \quad \ldots \ldots \quad 25$$

a stąd:

$$O_2 = P_1 + P_2 + \ldots - O_1 \quad \ldots \ldots \ldots \quad 26$$

Wielkość oddziaływania O_2 znaleźć można także niezależnie od oddziaływania O_1 z równania momentów odniesionego do punktu A. Wtedy będziemy mieli:

$$P_1 a_1 + P_2 a_2 + \ldots - O_2 l = 0$$

$$O_2 = \frac{P_1 a_1 + P_2 a_2 + \ldots}{l} \quad \ldots \ldots \quad 24a$$

Jeżeli w ten sposób obliczymy O_2 (z wz. 24a), to możemy skontrolować dobroć obliczenia na mocy wzoru 25. Musi się spełnić mianowicie równanie:

$$P_1 + P_2 + \ldots = O_1 + O_2$$

czyli:

$$P_1 + P_2 + \ldots = \frac{1}{l}(P_1 b_1 + P_2 b_2 + \ldots + P_1 a_1 + P_2 a_2 + \ldots) =$$

$$= \frac{1}{l}\left[P_1(a_1 + b_1) + P_2(a_2 + b_2) + \ldots\right]$$

$O_1 l - Pb = 0$

$O_1 = \frac{1}{l} Pb$

$O_1 + O_2 - P = 0$

ale $\qquad a_1 + b_1 = a_2 + b_2 = \ldots = l$

a stąd:

$$P_1 + P_2 + \ldots = \frac{1}{l}(P_1 l + P_2 l + \ldots = \frac{1}{1}(P_1 + P_2 \ldots) = P_1 + P_2 \ldots$$

Podobną kontrolę należy wykonywać o ile możności jak najczęściej przy wszystkich obliczeniach statycznych.

Siłę poprzeczną T w dowolnym punkcie C znajdziemy, obliczając sumę sił działających po lewej stronie danego punktu C; wtedy:

$$T'' = O_1 - P_1 - P_2 \ldots \ldots \quad 27$$

Moment zginający zaś obliczymy, biorąc sumę momentów wszystkich sił działających po lewej stronie przekroju ze względu na dany punkt C; wtedy:

$$M' = O_1 c - P_1 c_1 - P_2 c_2 \ldots \ldots \quad 28$$

Jeśli na belkę działa tylko **jeden ciężar** (rys. 96), wtedy otrzymamy wzory powyższe w następującej formie:

$$O_1 = P\frac{b}{l} \qquad O_2 = P\frac{a}{l} \quad \ldots \quad 29$$

Siła poprzeczna między lewą podporą, a punktem D:

$$T = O_1 \ldots \ldots \quad 30$$

Siła poprzeczna między punktem D, a podporą prawą:

$$T = O_1 - P = P\frac{b}{l} - P = \frac{P}{l}(b - l) = -P\frac{a}{l} = -O_2 \quad . \quad 30a$$

Moment w punkcie działania ciężaru:

$$M = O_1 a = \frac{ab}{l} P \quad \ldots \ldots \quad 31$$

Jeśli na belkę działa **jedna siła w środku belki**, to otrzymamy (rys. 97):

Oddziaływanie $\quad O_1 = O_2 = \frac{P}{2} \quad \ldots \ldots \quad 32$

Siła poprzeczna między A a C:

$$T = O_1 = \frac{P}{2} \quad \ldots \ldots \quad 33$$

Siła poprzeczna między C a B: $\quad T = \frac{P}{2} - P \quad . \; . \quad 33a$

Moment w środku belki: $\quad M = O_1 \frac{l}{2} = \frac{Pl}{4} \quad . \; . \; . \quad 34$

Dla dwu sił równych i umieszczonych na belce symetrycznie, por. przykład 43 i wzory 35, 36 i 36a, tamże wyprowadzone.

Przykłady 42—44.

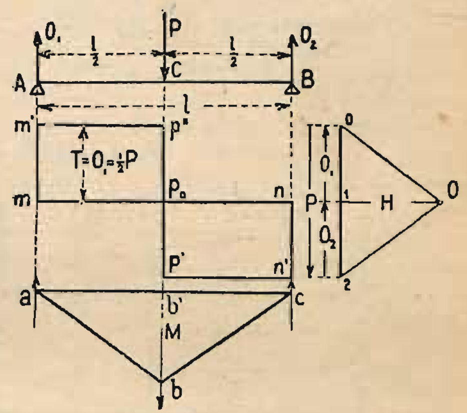
42. Obliczyć oddziaływanie siły poprzeczne i momenty belki wolno podpartej o długości $l=5$ m, obciążonej ciężarem $P=2$ t stojącym w środku belki:

$O_1=\frac{1}{2}P=1\,t$

$T=1\,t$ wzgl. $T'=-1\,t$

$M=\frac{1}{4}Pl=\frac{1}{4}2{,}0\,.\,5{,}0=$
$=2{,}5\ tm=250000$ kgcm.

Wykreślnie znaleźliśmy wartości te same.



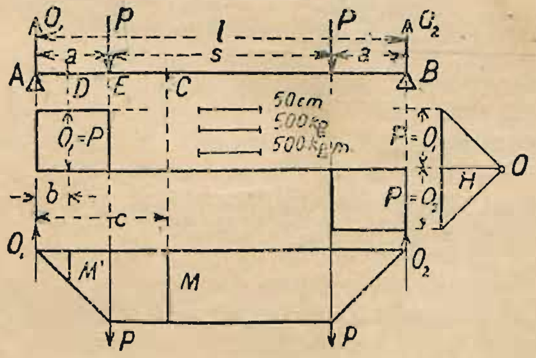
Rys. 98.

43. Znaleźć największ. moment zgięcia poprzecznicy mostowej obciążonej kołami wozu stojących na niej (por. rys. 99). $P=1000$ kg; odstęp kół $s=1{,}80$ m. Oddziaływania $O_1=O_2=P=1000$ kg

Moment w punkcie C w odległości c od podpory lewej:

$M=O_1c-P(c-a)=Pc-P(c-a)=Pa$ 35

Moment M jest między obu siłami (t. j. na długości s) niezależny od odległości c, a więc stały i wynosi $M=Pa$



Rys. 99.

Dla punktu D między A a E otrzymalibyśmy moment $M'=$
$=O_1b=Pb$, wprost proporcjonalny do odległości b.

W danym wypadku otrzymamy:

$$M=Pa=1000\,.\,0{,}60=600\text{ kgcm.}$$

Siła poprzeczna między A i E wynosi: $T = O_1$. 36

Pomiędzy siłami P siła poprzeczna równa się zeru, gdyż

$$T = O_1 - P = P - P = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 36a$$

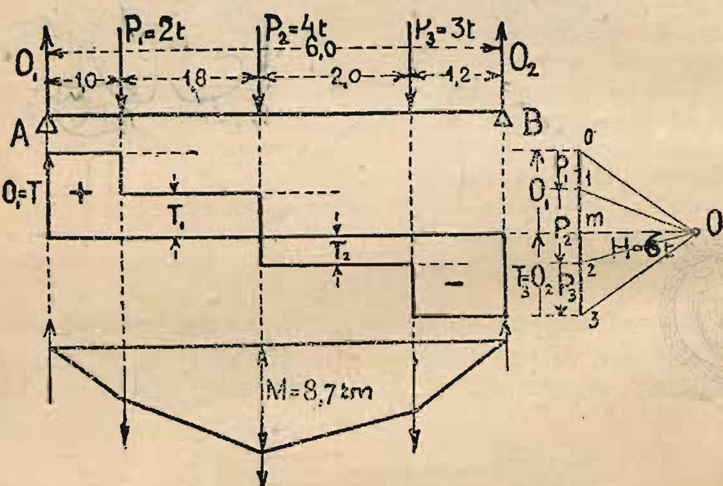
44. Dźwigar o rozpiętości 6,00 m przenosi obciążenie wedle rys. 100. Znaleźć jego momenty i siły poprzeczne.

Oddziaływanie O_1 wynosi:

$$O_1 = \frac{1}{6{,}0}(2000 \,.\, 5{,}0 + 4000 \,.\, 3{,}2 + 3000 \,.\, 1{,}2) = 4400 \text{ kg}$$

Zatem oddziaływanie O_2:

$$O_2 = 2000 + 4000 + 3000 - 4400 = 4600 \text{ kg}$$



Rys. 100.

Siła poprzecz. między A a P_1 wynosi $T = O_1 = 4400$ kg

„ „ „ P_1 a P_2 „ $T = O_1 - P_1 = 2400$ kg

Siła poprzecz. między P_2 a P_3 wynosi $T_2 = O_1 - P_1 - P_2 = -1600$ kg

Siła poprzecz. między P_3 a B $T_2 = O_1 - P_1 - P_2 - P_3 = -B = -4600$ kg.

Największy moment występuje tam, gdzie siła poprzeczna zmienia znak, t. j. pod ciężarem P_2; otrzymamy tam:

$$M = O_1 \,.\, 2{,}8 - P_1 \,.\, 1{,}8 = 8720 \text{ kgm} = 872000 \text{ kgcm}.$$

Chcąc znaleźć najw. moment wykreślnie, kreślimy wielobok sił, przyczem przyjęliśmy odległość biegunową $H = 6$ ton, oraz wielobok momentów. Otrzymamy z niego $M = 8{,}7$ cm = = 87000 kgcm, co prawie zupełnie zgadza się z wartością obliczoną.

§ 25. Obciążenie jednostajne zupełne.

Często mamy do czynienia z obciążeniem innego rodzaju, niż ciężary skupione, o których dotychczas mówiliśmy. Weźmy np. pod uwagę belki stropowe, które dźwigają ciężar podłogi na całej swej długości, lub dach, który obciążony jest na całej lub na części powierzchni warstwą śniegu. Tu obciążenie jest rozłożone na całej belce albo na jej części. Jeśli ten ciężar rozłożony jest równo (np. równo gruba warstwa śniegu), to obciążenie nazywamy jednostajnem lub równomiernem; jeśli zaś nadto rozciąga się na całą długość belki, to nazywamy je jednostajnem zupełnem lub jednostajnem całkowitem. Wielkość obciążenia, jaka przypada na jednostkę długości nazywamy obciążeniem jednostkowem, jednostkę długości zaś bardzo często jednostką bieżącą, np. 1 m bieżący, co zwykle pisze się 1 mb, 1 cmb i t. d., dlatego też jednostką obciążenia jednostkowego jest 1 kg na 1 mb, co pisze się 1 kg/mb, 1 t/mb, 1 kg/cmb i t. d. Jeśli np. na długości 1 m złożone jest 150 kg, to napiszemy: ciężar jednostkowy $q = 150$ kg/mb.

W rzeczywistości mamy do czynienia z ciężarem jednostajnie rozłożonym (biorąc rzecz praktycznie) najczęściej przy obliczaniu ciężaru własnego stropów, dachów, mostów itp. konstrukcji. O ile chodzi o obciążenie użytkowe (zmienne), to ciężar rozłożony jednostajnie, spotykamy stosunkowo rzadko; np. sprzęty w pokoju, ludzie przechodzący mostem, nie są to obciążenia rozłożone jednostajnie. Jednakowoż nie mogąc przewidzieć, gdzie i jaki ciężar stanie, oraz dla uproszczenia rachunku przyjmujemy obciążenie użytkowe najczęściej jako rozłożone jednostajnie na jednostce powierzchni w wielkościach określonych przez odpowiednie przepisy, a zależnych od przeznaczenia i rodzaju ubikacji, od rodzaju obciążenia i t. d. Np. dla mieszkań zwykłych przyjmuje się u nas obciążenie użytkowe 200 kg/m^2, dla małych domków mieszkalnych 150 kg/m^2, dla fabryk co najmniej 500 kg/m^2; ewentualne wstrząśnienia maszyn uwzględnia się, mnożąc ciężar ich przez spółczynnik t. zw. dynamiczny, wynoszący od 1,5 w górę, zależnie od rodzaju maszyn.

Dla obliczenia oddziaływań, sił poprzecznych T i momentów M przyjmiemy, że takie obciążenie ciągłe składa się z szeregu sił skupionych, działających jedna tuż obok drugiej. Niech obciążenie jednostkowe wynosi g kg/mb, to jego wypadkowa na długości a wynosi ga i zaczepia w połowie długości a (rys. 101); obciążenie więc na długości całej belki l równe jest zatem:

$$G = gl \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 37$$

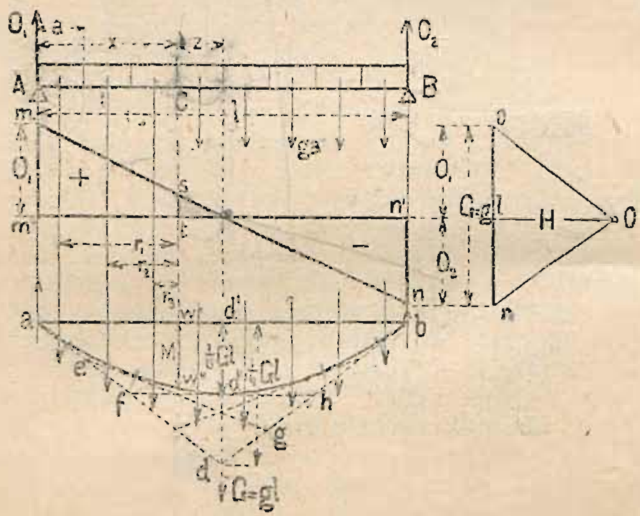
Obciążenie to rozkłada się równo na obie podpory, a zatem oba oddziaływania są równe i wynoszą:

$$O_1 = O_2 = \tfrac{1}{2} G = \tfrac{1}{2} gl \quad \ldots\ldots \quad 38$$

Siła poprzeczna w dowolnym punkcie C równa się sumie sił zewnętrznych po lewej stronie przekroju (z uwzględnieniem znaków) t. j. oddziaływaniu O_1 (działającemu do góry) pomniejszonemu o obciążenie na części belki od podpory A do punktu C, więc:

$$T_m = O_1 - gx = \frac{gl}{2} - gx = g\left(\frac{l}{2} - x\right) = gz \quad . . \quad 39$$

gdzie z równe jest oddaleniu punktu C od środka belki.



Rys. 101.

Wynika stąd, że **siła poprzeczna w dowolnym punkcie belki dla obciążenia całkowitego jednostajnego równa jest obciążeniu jednostkowemu pomnożonemu przez odległość tego punktu od środka belki.** Na podporze więc (t. j. właściwie niezmiernie blisko od podpory) siła poprzeczna $T = \frac{gl}{2} = O_1$; natomiast w środku belki, gdzie $z = 0$, siła poprzeczna $T = 0$; wreszcie na podporze B: $T = -\frac{gl}{2} = -O_2$ gdyż z mierzyć musimy w kierunku przeciwnym niż poprzednio, tj. ujemnym.

Wykreślnie przedstawić możemy rozkład sił poprzecznych odcinając na podporze A siłę $O_1 = \frac{gl}{2}$ w górę od przyjętej osi poziomej $m'm'$, na podporze B tę samą siłę $-\frac{gl}{2}$ pod osią i łącząc otrzymane w ten sposób punkty m i n linją prostą. Rzędne pionowe między osią a linją mn przedstawiają wielkość siły poprzecznej w każdym punkcie. (Np. st jest siłą poprzeczną w punkcie C; w środku rzędna jest równa zeru, gdyż $T=0$).

Dla obliczenia momentu zgięcia M w danym punkcie, robimy to samo przyjęcie Wtedy moment równa się momentowi oddziaływania zmniejszonemu o moment obciążenia na długości x. Długość x podzielić możemy na pewną ilość (np. 3) części, a obciążenia tych części uważać za ciężary skupione g_1, g_2... Moment tych sił względem punktu C będzie wynosić: $g_1r_1 + g_2r_2$... Zamiast brać moment szeregu sił, możemy jednak wyznaczyć ich wypadkową i obliczyć jej moment względem C. Ponieważ siły g_1, g_2... są równe, przeto ich wypadkowa leży w środku długości x, a wielkość jej równa się sumie składowych obciążeń, czyli całemu obciążeniu na długości x, tj. gx. Moment tej wypadkowej względem punktu C wynosi więc $gx \cdot \frac{x}{2} = g\frac{x^2}{2}$. Moment zginający w punkcie C równa się zatem:

$$M = O_1x - g\frac{x^2}{2} = g\frac{l}{2}x - g\frac{x^2}{2} = \frac{g}{2}x(l-x) \quad . \quad . \quad 40$$

Największy moment obliczony wedle tego wzoru przypada w środku belki. Otrzymujemy tam mianowicie:

$$x = \frac{l}{2}, \text{ a wtedy: } M = \frac{1}{2}g\cdot\frac{l}{2}\cdot\frac{l}{2} = \frac{gl^2}{8} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 41$$

Nazwijmy całe obciążenie belki G, to $G = gl$; możemy więc napisać:

$$M = \frac{gl^2}{8} = gl\frac{l}{8} = \frac{Gl}{8} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 42$$

Dla obliczania dźwigarów stropowych i t. p. wygodnie jest wyznaczyć obciążenie G i oddziaływania O_1 i O_2 w kilogramach, zaś momenty M w kilogramcentymetrach. W tym celu najlepiej jest obliczać:

a) obciążenie całkowite $G = gl$ kg, mnożąc g wyrażone w kg/mb przez długość l wyrażoną w metrach,

b) oddziaływanie $O_1 = O_2 = \frac{G}{2}$ kg,

c) największy moment ze wzoru $M = \frac{1}{8} Gl$, wyrażając G jak poprzednio w kg, natomiast l w centymetrach.

Dla wykreślnego znalezienia linji momentów moglibyśmy podobnie jak przy obliczeniu analitycznem przyjąć cały szereg sił skupionych, zastępujących obciążenie jednostajnie rozłożone i wykreślić dla nich wielobok sił i wielobok sznurowy, któryby tem samem odpowiadał linji momentów. Skrajne promienie sznurowe będą wtedy równoległe do skrajnych promieni wieloboku sznurowego ($Oo // ad_1$ $On // bd$).

Tę żmudną pracę możemy jednak ominąć uwzględniając wzór 40. Obliczmy mianowicie dla poszczególnych punktów belki wartości momentów wedle tego wzoru i odetnijmy pionowo od linji ab w przyjętej skali momentów, a przekonamy się, że końce ich leżą na paraboli, której największa rzędna (w środku) wynosi $\frac{gl^2}{8} = \frac{Gl}{8}$, a której równanie podane jest we wzorze 40. Parabola ta jest więc zupełnie zgodna z wielobokiem sznurowym*), jakibyśmy uzyskali wedle sposobu wyżej podanego; styczne podporowe będą więc równoległe do odpowiednich promieni wieloboku sił. Najłatwiej wykreślić ją w następujący sposób:

Z punktów a i b leżących na dowolnej poziomej prowadzimy równoległe do Oo i On aż do przecięcia się w punkcie d. Podzielmy długości ab i bd, na zupełnie dowolną, ale tę samą ilość części (np. 4) i połączmy kolejno punkty podziału np. e z g, f z h, a następnie wrysujmy w wielobok w ten sposób powstały linję krzywą styczną do boków ad, eg, fh..., to ta linja krzywa będzie parabolą, a rzędne jej np. $w'w''$ będą odpowiadały momentom w poszczególnych punktach. W samym środku otrzymamy rzędną $\frac{gl^2}{8}$.

Z własności paraboli wynika, że długość $d'd$ równa jest dwukrotnej długości $d'd''$. Parabolę momentów wykreślić można zatem nawet bez uprzedniego rysowania wieloboku sił: wystarczy odciąć w środku belki długość $d'd = 2 \times \frac{1}{8} gl^2 = \frac{1}{4} gl^2$ w odpowiedniej podziałce i narysować parabolę, zastosowawszy wyżej opisany sposób kreślenia.

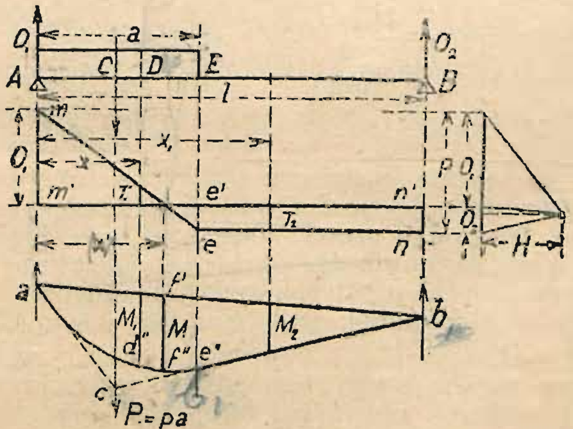
Dla obciążenia ciężarem skupionym G w środku belki otrzymujemy wedle wzoru 34 największy moment $M = \frac{Gl}{4}$.

*) Wielobok sznurowy jest tutaj właściwie krzywą sznurową.

Jeśli zatem całe obciążenie jednostajnie obciążonej belki $G = gl$ zaczepimy w jej środku jako ciężar skupiony, to uzyskany moment będzie dwa razy większy niż dla ciężaru rozłożonego; w wykresie (rys. 101) otrzymalibyśmy moment równy $d'd$, zaś wykres momentów adb. Zatem chcąc wyznaczyć linję momentów dla obciążenia jednostajnie rozłożonego, możemy wykreślić linję momentów dla ciężaru skupionego o równej wielkości $G = gl$ i wkreślić w nią parabolę styczną, która będzie linją momentów ciężaru jednostajnie rozłożonego.

§ 26. Obciążenie jednostajne częściowe.

Przy obciążeniu, nie rozmieszczonem na całej belce, czyli t. zw. obciążeniu częściowem postępujemy podobnie, jak przy całkowitem. Obciążenie na długości a wynoszące pa (rys 102), zastępujemy ciężarem skupionym o tej samej wielkości $P = ap$*) i wykreślamy linję momentów acb. Linja ta ważna jest jednak tylko na długości cb_1. Na długości obciążenia ac zastępujemy ją parabolą wykreśloną (jak w poprzednim paragrafie), a otrzymana w ten sposób powierzchnia $ad''f''e''b$ będzie powierzchnią momentów.



Rys. 102

Rachunkowo otrzymamy wielkość oddziaływania, biorąc moment oddziaływania O_1 i ciężaru $P = 1$ ze względu na punkt B:

*) Literami P i p oznaczać będziemy wogóle ciężar ruchomy (zmienny i użyteczny) w odróżnieniu od ciężaru stałego (własnego), który najczęściej oznacza się literami G i g.

$$O_1 l - pa\left(l - \frac{a}{2}\right) = 0$$

a stąd: $$O_1 = \frac{pa}{l}\left(l - \frac{a}{2}\right) = \frac{pa}{2l}(2l - a) \quad . \; . \; . \quad 43$$

Zatem wartość taka sama, jak gdyby ciężar $P = ap$ był skupiony w odległości $\frac{a}{2}$ od lewej podpory O_1. Na drugie oddziaływanie mamy wzór:

$$O_2 = P - O_1 = \frac{pa}{2l} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 43a$$

Przy kreśleniu linji sił poprzecznych musimy pamiętać o tem, że na części nieobciążonej BE siła poprzeczna nie zmienia się; natomiast na części obciążonej zmienia się, podobnie jak w § 25, t. j. wedle linji prostej. Wykres T otrzymamy zatem, odcinając na podporach oddziaływania (równe sile poprzecznej na podporze), na lewej $O_1 = m'm$, na prawej $O_2 = nn'$, prowadząc z n prostą poziomą ne aż do punktu e i łącząc punkt e z m.

Moment zginający w dowolnym punkcie D między A a E wynosi: $$M_1 = O_1 x - \frac{px^2}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 44$$

zaś moment w punkcie poza długością obciążoną (między E a B)

$$M_2 = O_1 x_1 - pa\left(x_1 - \frac{a}{2}\right) = O_2 (l - x_1) \quad . \; . \; . \quad 44a$$

Jeśli obciążenie częściowe działa na inną część belki (rys. 108), to najlepiej jest wyznaczyć największy moment wykreślnie. W środku części obciążonej zaczepiamy ciężar skupiony o wielkości równej obciążeniu i kreślimy wielobok sznurowy w linjach prostych; tylko na długości obciążenia wkreślamy weń parabolę, podobnie jak w wypadku wyżej omawianym (rys. 102).

Miejsce największego momentu (t. j. przekroju niebezpiecznego) możemy obliczyć i tutaj. Jak wiadomo z § 23, występuje on w miejscu, gdzie siła poprzeczna równa jest zeru; obliczając więc moment w tem miejscu, otrzymamy jego największą wartość.

Weźmy np. pod uwagę obciążenie, podane na rys. 102, gdzie $P = ap$. Jeżeli odległość przekroju niebezpiecznego od lewej podpory wynosi m, to całe obciążenie na długości m musi być równe oddziaływaniu (gdyż obciążenie to odjęte od oddziaływania daje na wynik zero).

Otrzymamy więc $pm = O_1$, a stąd uwzględniwszy, że $P = ap$,

$$m = \frac{O_1}{p} = \frac{O_1 a}{P} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 45$$

czyli wprowadzając wartość za O_1 z wzoru 43

$$m = \frac{pa(2l - a)}{2l} \cdot \frac{1}{p} = \frac{a(2l - a)}{2l} \quad \ldots \ldots \quad 45a$$

Moment zginający w tym punkcie, a więc największy moment działający na belkę, wynosi (uwzględniając, że $O_1 = pm$)

$$\text{najw. } M = O_1 m - pm \frac{m}{2} = O_1 m - O_1 \frac{m}{2} = O_1 \cdot \frac{m}{2} \quad \ldots \quad 46$$

$$\text{czyli: najw. } M = \frac{pa(2l - a)}{2} \cdot \frac{a(2l - a)}{2 \cdot 2l} = \frac{pa^2 (2l - a)}{8l} \quad 46a$$

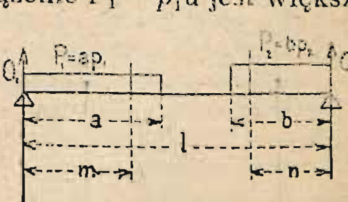
Obliczając najw. M dla różnych wartości „a“ przekonamy się, że bezwzględnie największy moment otrzymamy dla całkowitego obciążenia belki, t. j., gdy $l = a$. Jeżeli zatem jest możliwe, że obciążenie działać będzie na całą belkę, to dla obliczenia należy zastosować wzór: $M = {}^1/_8\, pl^2$.

Wypadek taki zachodzi np. przy obliczaniu belek stropowych. Działa na nie ciężar własny stropu z (nadsypką i podłogą) oraz ciężar ruchomy p, który składa się z ciężaru sprzętów i ciężaru ludzi. Ciężar ten z reguły rozkłada się nierównomiernie, chcąc jednak belkę wykonać tak silnie, aby była wytrzymała na każdy rozkład tego obciążenia ruchomego, rozmieszczamy je na całej długości i obliczamy najw. moment ze wzoru:

$$\text{najw. } M = {}^1/_8 (g + p)\, l^2 = {}^1/_8\, z\, l^2 = {}^1/_8 (G + P)\, l = {}^1/_8\, Zl \quad \ldots \quad 47$$

gdzie z (wzgl. Z) jest obciążeniem całkowitem czyli zupełnem.

Dla obciążenia, jak rys. 103, może przekrój niebezpieczny przypaść na długość a, jeżeli obciążenie $P_1 = p_1 a$ jest większe od oddziaływania, albo w przeciwnym wypadku na długość b. W pierwszym razie otrzymamy odległość $m = \frac{O_1 a}{P_1}$ tak samo, jak przy obciążeniu podanem na rys. 102; w drugim natomiast zamiast szukać odległości punktu niebezpiecznego od podstawy lewej, obliczymy ją od podpory prawej i otrzymamy w ten sam sposób:



Rys. 103.

$$n = \frac{O_2}{p_2} = \frac{O_2 b}{P_2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 45b$$

Jeżeli obciążenie odsunięte jest obustronnie od podpór, wyznacza się miejsce najw momentu podobnie (porównaj przykład 49).

Podobnie możemy postępować, jeśli oprócz obciążeń rozłożonych działają na belkę ciężary skupione; wtedy jednak prędzej prowadzi do celu metoda wykreślna (por. przykłady).

Przykłady 45—51.

45. Należy obliczyć oddziaływania i największy moment zginający dźwigara żelaznego stropowego „a" (por. rys. 109), jeśli ciężar własny wynosi $g = 380$ kg/m², ciężar ruchomy $p = 250$ kg/m², zaś odstęp dźwigarów „a" od siebie $n = 1{,}25$ m.

Dźwigar a przenosi ciężar tak wielki, jaki wypada na pole zakreskowane pionowo, czyli t. zw. pole obciążenia. Powierzchnia jego wynosi w metrach kwadratowych:

$$1{,}05\, ln = 1{,}05 \,.\, 4{,}00 \times 1{,}25 = 5{,}25 \text{ m}^2.$$

Całkowite obciążenie na 1 m²:

$$z = g + p = 380 + 250 = 630 \text{ kg/m}^2.$$

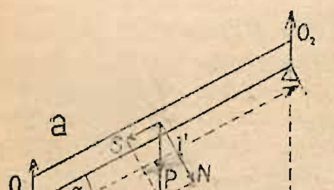
Całkowite obciążenie przypadające na dźwigar wynosi w kg:

$$Z = 1{,}05\, lnz = 5{,}25 \cdot 630 = 3310 \text{ kg}.$$

Zatem największy moment zginający w kgcm:

$$M = \tfrac{1}{8} Zl \,.\, 1{,}05\, l = \tfrac{1}{8}\, 3310 \,.\, 420 = 173780 \text{ kgcm}.$$

46. Jaki moment zginający przenosi się na dźwigar policzkowy schodów, jeśli długość jego ukośna wynosi l', długość pozioma l, zaś obciążenie jednostajnie rozłożone P kg (rys. 104).



Rys. 104 a i b.

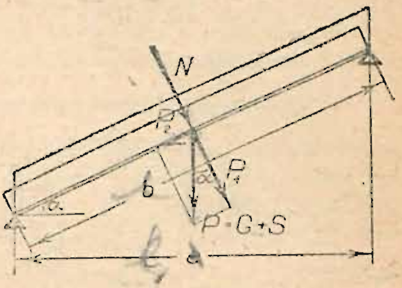
Jeśli α jest kątem nachylenia belki do poziomu, to rozłożywszy siłę P na prostopadłą i równoległą do belki, otrzymamy pierwszą z nich $N = P \cos \alpha$. Działa ona prostopadle na dźwigar o długości $l' = \dfrac{l}{\cos \alpha}$, zatem wywołuje moment zginający o wielkości

$$M = \tfrac{1}{8} N\, l' = \tfrac{1}{8} Z \cos \alpha \frac{l}{\cos \alpha} = \tfrac{1}{8} Z\, l,$$

więc tak wielki, jak gdyby dla dźwigara poziomego o długości l obciążonego ciężarem Z (porównaj rys. 104 b).

Składowa równoległa do policzka S wywołuje w nim siłę osiową, zwykle tak małą, że ją pomijamy w obliczeniach.

47. Krokiew dachowa o długości ukośnej $l = 3{,}35$ m, a poziomej $l_1 = 3{,}00$ m, obciążona jest na całej długości swej ciężarem pionowym, wynoszącym $G = 430$ kg, oraz parciem wiatru prostopadłem do połaci dachu, o wielkości $W = 240$ kg. Należy znaleźć całkowity moment zginający (rys. 105).



Rys. 105.

Ciężar pionowy i parcie wiatru rozkładają się jednostajnie na całej długości. Otrzymamy zatem z wzoru 42:

$$M_1 = \tfrac{1}{8} G l_1 = \tfrac{1}{8} 430 \,.\, 300 = 16130 \text{ kgcm}$$

gdzie l_1 jest długością poziomą tj. rzutem poziomym krokwi, gdyż ciężar G jest pionowy (por. przykład 46). Dla parcia wiatru musimy w rachunku uwzględnić długość belki ukośną (gdyż wiatr działa prostopadle do połaci); otrzymamy zatem:

$$M_2 = \tfrac{1}{8} W l = \tfrac{1}{8} 240 \,.\, 335 = 10050 \text{ kgcm}.$$

Oba największe momenty przypadają na środek belki; zatem najw. moment sumaryczny wynosi:

$$M = M_1 + M_2 = 16130 + 10050 = 26180 \text{ kgcm}.$$

48. Jaki największy moment przenosi się na belkę żelazną, która ma podtrzymać ścianę o grubości 0,30 cm, 7,70 m wysoką, z otworami wedle rys. 106, jeżeli w punkcie a belka podparta jest na skrajnym filarze budynku (por. uw. str. 90).

Rys. 106.

Jeżeliby w murze nie było żadnych otworów, to na belkę przenosiłby się ciężar muru leżącego przed belką, a ograniczonego linjami pionowemi przechodzącemi przez podpory*). Jednakowoż z części muru leżącego nad otworami przenosi się połowa na filar lewy, połowa na prawy. W danym wypadku więc ciężar części muru ponad otworami (niezakreskowanej) przenosi się na filar prawy i na belkę wcale nie oddziaływa, reszta zaś, t. j. ciężar części zakreskowanej, na filar lewy — i ten obciąża belkę.

*) Dla ścian wyższych przyjąć można, że na dźwigar przenosi się obciążenie tylko części muru ograniczonej linjami wychodzącemi z obu podpór dźwigara ku sobie pod kątem 60° (por. str. 89 i 90).

Całkowity ciężar, przenoszący się na belkę znajdziemy więc, obliczając ciężar muru *abef* na długości $(3{,}00 \times \frac{1}{2} 1{,}20) = 3{,}60$ m, a następnie odejmując ciężar odpowiedniej części otworów, t. j. dwu połówek drzwi:

$$P = \left(3{,}60 \,.\, 7{,}70 - 2 \cdot \frac{1{,}20}{2} \cdot 2{,}60\right) 0{,}30 \,.\, 1600 = 13284 \backsim 13300 \text{ kg.}$$

Oddziaływanie wynosi wtedy (wedle wzoru 43):

$$O_1 = \frac{13300 \,.\, (4{,}20 - 1{,}50)}{4{,}20} = 8550 \text{ kg.}$$

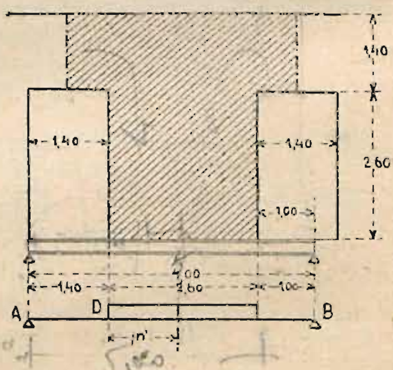
Przekrój niebezpieczny oddalony jest od podpory o odległość:

$$m = \frac{O_1 a}{P} = \frac{8550 \,.\, 3{,}00}{13300} = 1{,}93 \text{ m}$$

Największy moment wynosi z . :

$$M = \frac{O_1 m}{2} = \frac{8550 \,.\, 193}{2} = 82507 \backsim 825100 \text{ kgcm.}$$

49. Znaleźć największy moment zginający, przenoszący się na belkę, podtrzymującą ścianę z cegły pustej 0,15 m grubą, 4 m wysoką z otworami, jak na rys. 107.



Rys. 107.

Na belkę przenosi się ciężar muru od osi do osi drzwi o wielkości: P = [(0,70 + 2,60 + 0,70) 4,00 — 2 . 0,70 . 2,60] . 0,15 . . 1300 = 2410 kg.

Oddziaływanie wynosi:

$$O_1 = 2410 \, \frac{(\frac{1}{2}\, 2{,}60 + 1{,}00)}{5{,}00} =$$

$$= \frac{2410 \,.\, 2{,}30}{5{,}00} = 1109 \backsim 1110 \text{ kg.}$$

Długość m' obliczona z wzoru 43 przedstawiać tu będzie odległość przekroju niebezpiecznego od punktu D; wynosi ona:

$$m' = \frac{O_1 a}{P_1} = \frac{1110 \,.\, 2{,}60}{2410} = 1{,}20 \text{ m}$$

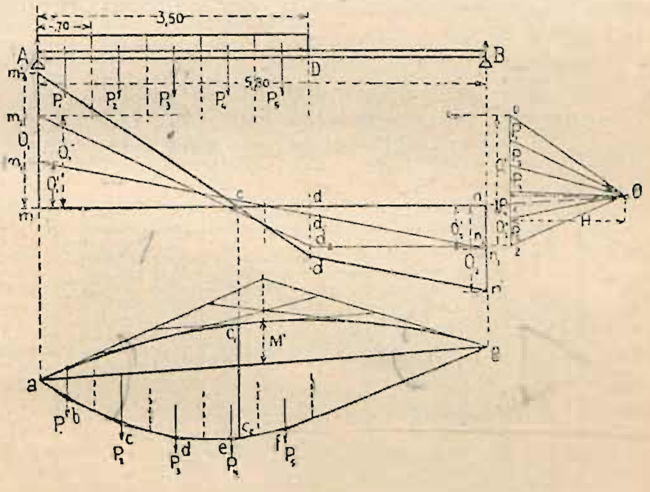
Momentu zginającego nie możemy oczywiście obliczać bezpośrednio z wzoru 46, ale sposobem ogólnym:

$$\text{najw. } M = O_1 (140 + m') - \frac{O_1 m'}{2} = O_1 \left(140 + m' - \frac{m'}{2}\right) =$$

$$= O_1 \left(140 + \frac{m'}{2}\right) = 1110 \,(140 + 60) = 222000 \text{ kgcm.}$$

50. Na belkę o długości 5,80 m działa obciążenie całkowite o wielkości $g = 200$ kg/mb, oraz obciążenie częściowe $p = 500$ kg/mb na długości 3,50 m (rys. 108). Należy znaleźć największy moment wykreślnie.

Aby znaleźć wykreślnie linję momentów dla obciążenia częściowego, dzielimy ją na pewną ilość np. 5 części, z których każda, obejmująca obciążenie na długości $\frac{3,50}{5} = 0,70$ m, przedstawia ciężar $P = 0,70 \,.\, 500 = 350$ kg. Odcinamy kolejno pięć sił $P_1 \ldots P_5$ w wieloboku sił w skali 1 cm = 1000 kg, i obierając biegun w odległości $H = 1,5$ cm = 1500 kg = 1,5 t, kreślimy wielobok momentów *abcdefg*. W wielobok ten



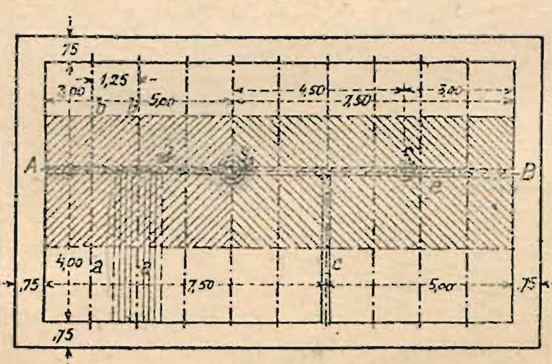
Rys. 108.

musimy jednak wkreślić parabolę na długości obciążenia t. j. na długości 3,50 m, przyczem w skali długości 1 cm = 1 m. Rzędne paraboli tej przedstawiają momenty w poszczególnych punktach, przyczem 1 cm przedstawia 1,5 . 1 = 1,5 tm. W tej samej skali wykreślić należy linję momentów dla obciążenia całkowitego; największy moment wskutek niego wynosi $M' = {}^1/_8\, gl^2 = {}^1/_8\, 200 \,.\, 5,80^2$ 841 kgm; rzędna paraboli w środku belki wynosić zatem powinna 841 kgm = 0,56 cm, a parabolę wykreślimy wedle § 25.

Położenie największego momentu znajdziemy albo wprost z wykresu, albo za pośrednictwem linji sił poprzecznych. W tym celu na pionowych przechodzących przez podpory odcinamy długości równe oddziaływaniom dla obciążenia całkowitego $O'_1 = mm_1 = nn_1 = \frac{1}{2}\,200 \,.\, 5{,}80 = 580$ kg i łączymy linją prostą wedle § 25, następnie długości $mm_2 = O_2''$ i $nn_2 = O''_2$ równe oddziaływaniom dla obciążenia częściowego znalezionym z wieloboku sił ($O''_1 = 01$ i $O''_2 = 12$) i prowadzimy linje $m_2 d_2$ i $d_2 n_2$ wedle § 26. Aby znaleźć linję sił poprzecznych dla obciążenia sumarycznego, odcinamy na podporze lewej długośćm, m' równą sumie oddziaływań lewych $mm' = mm_1 + mm = O_1' + O_1'' = O_1$, na podporze prawej długość $nn' = O_2' + O_2'' = O_2$, w punkcie D długość $dd' = dd_1 + dd_2$ i łączymy linją łamaną $m'd'n'$, która jest linją sił poprzecznych. Przybiera ona wartość równą zeru w punkcie c, w którym to punkcie otrzymujemy też największy moment. Odpowiednia długość rzędnej wieloboków momentów wynosi $c_1c_2 = 1{,}51$ cm, a ponieważ w skali momentów 1 cm = 1,5 tm, przeto najw. $M = 1{,}51 \,.\, 1{,}5 = 2{,}27$ tm

51. Obliczyć strop betonowy między dźwigarami żelaznymi, na rzucie poziomym, podanym na rys. 109.

Na podciągu e spoczywa słup pierwszego piętra S_1 o ciężarze $S_1 = 10000$ kg. Dźwigar c i podciągi d oraz e, oparte



Rys. 109.

na murach i na słupie parterowym S_2, dźwigają prócz tego ściankę gipsową 3,50 m wysoką o ciężarze 100 kg/m². Ciężar własny stropu wynosi 300 kg/m², ciężar ruchomy 250 kg/m².

Dźwigary *a*.

Całkowite obciążenie wynosi:

$Z_a = lnz = 4{,}00 \times 1{,}25 \times 550 = 2750$ kg.

$M_a = \frac{1}{8} Z_a\, l \,.\, 1{,}05 = \frac{1}{8} \,.\, 2750 \times 400 \times 1{,}05 = 144400$ kgcm

Dźwigary *b*.

$Z_b = lnz = 3{,}00 \times 1{,}25 \times 550 = \backsim 2060$ kg.

$M_b = {}^1/_8\, Z_b\, l \,.\, 1{,}05 = \frac{1}{8} \,.\, 2060 \times 300 \times 1{,}05 = 77700$ kgcm.

D ź w i g a r c.

Prócz ciężaru stropu o wielkości powyżej obliczonej Z_a przenosi się na ten dźwigar ciężar ścianki gipsowej o wielkości $G = 3{,}50 \times 400 \times 100 = 1400$ kg, wywołując moment $M_g = \frac{1}{8} Gl \,.\, 1{,}05 = \frac{1}{8}\, 1400 \times 400 \times 1{,}05 = 73500$ kgcm.

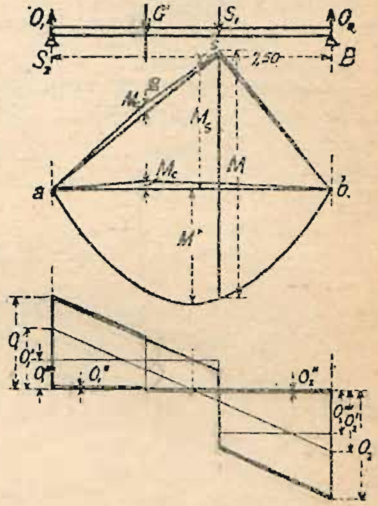
$Z = Z_a + G = 2750 + 1400 = 4150$ kg.

$M = M_a + M_g = 144400 + 73500 = 217900$ kgcm.

P o d c i ą g $d = AS_2$.

Ponieważ dźwigary leżą dość gęsto, przeto zamiast obliczać momenty jak dla ciężarów skupionych, możemy liczyć je jak dla ciężaru jednostajnie rozłożonego. O t r z y m a m y wtedy przy szerokości pola obciążenia $\frac{4{,}00 + 3{,}00}{2} = 3{,}50$ m, a długości $l = 5{,}00$ m obciążenie:

$Z'_d = 3{,}50 \times 5{,}00 \times 550 = 9265 \backsim 9270$ kg.



Rys. 110 i 111

Prócz tego na dźwigar ten przenosi się ciężar ścianki gipsowej o wielkości

$G_d = 3{,}50 \times 5{,}00 \times 100 = 1750$ kg.

Całkowity ciężar wynosi zatem:

$Z_d = Z'_d + G_d = 9270 + 1750 = 11020$ kg.

A stąd $M_d = \frac{1}{8}\, 11020 \times 500 = 688750 \backsim 688800$ kgcm.

P o d c i ą g $e = S_2B$. (Por. rys. 110 i 111).

Podciąg ten przenosi: 1) jednostajnie rozłożony ciężar stropu, 2) jednostajnie rozłożony ciężar ścianki gipsowej, 3) połowę ciężaru ścianki spoczywającej na dźwigarze c, oraz 4) ciężar słupa S. Momenty obliczamy metodą rachunkowo-wykreślną.

1) Ciężar jednostajnie rozłożony stropu wynosi:

$Z'_e = 3{,}50 \times 7{,}50 \times 5{,}50 = 13897 \backsim 13900$ kg.

2) Ciężar ścianki:

$Z''_e = 3{,}50 \times 7{,}50 \times 100 = 2625 \backsim 2630$ kg.

Oddziaływanie $O'_1 = O'_2 = \frac{1}{2}\,(13900 + 2630) = 8265$ kg.

$M' = \frac{1}{8}\,(13900 + 2630)\, 750 = 1549700$ kgcm $= 15{,}50$ tm.

3) Ciężar skupiony, przenoszący się przez dźwigar c z powodu obciążenia ścianką, ma wartość:

$G' = \frac{1}{2} G = 700$ kg.

Oddziaływanie powstające na słupie S_2 wynosi:

$$O''_1 = \frac{5,00}{7,50} \times 700 = 466 \infty 470 \text{ kg} \quad O''_2 = 700 - 470 = 230 \text{ kg}$$

Zatem moment zginający w punkcie C:

$M_c = 470 \times 250 = 117500$ kgcm $= 1,18$ tm.

4) Oddziaływanie na słupie S_2 z powodu obciążenia słupem S_1 wynosi:

$$O_1''' = \frac{3,00}{7,30} \times 10000 = 4000 \text{ kg} \quad O_2''' = 10000 - 4000 = 6000 \text{ kg.}$$

A stąd moment zginający w punkcie S_1:

$M_s = 4000 \times 450 = 1800000$ kgcm $= 18$ tm.

Momenty te możemy wykreślić w dowolnej skali momentów; wtedy otrzymamy dla obciążeń 1 i 2 parabolę, dla obciążeń 3 i 4 zaś trójkąty o wierzchołkach w C względnie w S_2. W rys. 110 przyjęliśmy podziałkę 1 *mm* = 100000 kgcm = 1 tm. Od linji ab odcięliśmy ku górze trójkąt o rzędnej najwyższej $M_s = 18$ *tm* $= 18$ *mm*, oraz drugi o rzędnej $M_c = 1,8$ *mm* $= 1,8$ tm, a następnie odnieśliśmy rzędne trójkąta drugiego na obwodzie pierwszego trójkąta, otrzymując kształt momentów trapezowy $agsb$ o największej rzędnej w pionowej punktu S_1. Poniżej linji ab wykreśliliśmy parabolę momentów dla ciężaru jednostajnie rozłożonego o największej rzędnej 15,5 t = = 15,5 *mm*, a łącząc ją z poprzednio otrzymaną powierzchnią $agsb$ otrzymamy wykres sumarycznych momentów.

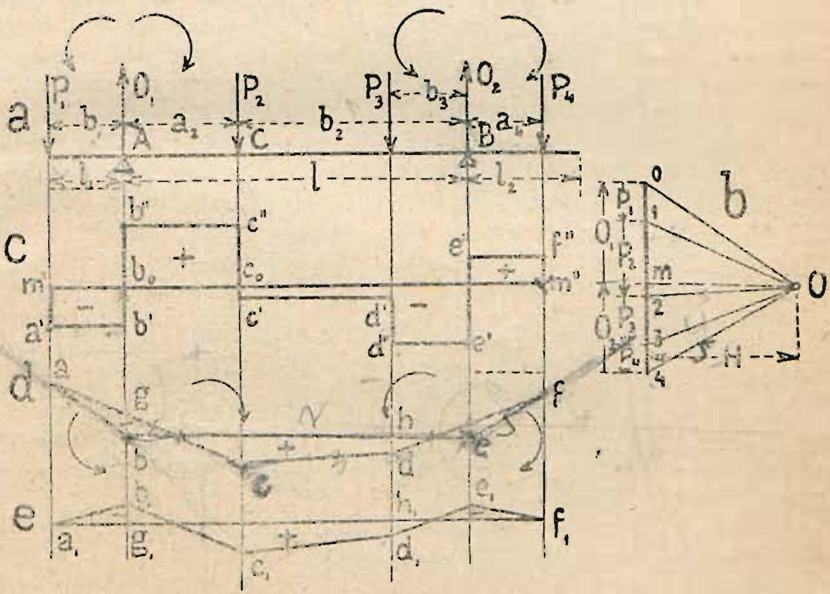
Dla znalezienia największego momentu wykreśliliśmy linję sił poprzecznych, odcinając na podporach oddziaływania i kreśląc linję, podobnie jak w przykładzie 50, otrzymaliśmy skok w punktach, w których działają ciężary skupione G' i S_2. Punkt zerowy linji tej przypada na punkt S_2, tu więc występuje największy moment, którego wielkość znajdziemy, biorąc sumę momentów wszystkich sił po prawej stronie przekroju (gdyż po tej stronie występuje mniejsza ilość sił, a tem samem otrzymujemy prostszy rachunek). Stąd największy moment:

$$M = (O_2 + O_2' + O_2'') \,.\, 3,00 - (3,5 \,.\, 550 + 3,5 \,.\, 100)\, 3,0 \,.\, 1,5 =$$
$$= (8265 + 230 + 6000)\, 3,0 - 10240 = 33250 \text{ kgm} = 33,25 \text{ tm.}$$

Tę samą ilość otrzymaliśmy też z wykresu.

§ 27. Belka wystająca czyli przewieszona.

Jeżeli belka wystaje poza punkty podparcia, to nazywamy ją **belką wystającą, przewieszoną** lub **wspornikową***) (por. rys. 112). Użyć jej możemy np. wtedy, gdy dźwigar stropowy ma zarazem podeprzeć balkon lub wykusz. Obliczenie belki wystającej przeprowadza się na zupełnie tej samej zasadzie, co belki omawianej w poprzednich ustępach. Kreślimy wielobok sił 01234*O* i wielobok sznurowy (rys. 112d), prowadząc promienie tegoż w następującym porządku: do siły P_1 bok $ba \parallel 0O$, między P_1 a P_2 bok $ac \parallel 1O$..., wreszcie bok $fe \parallel 4O$. Boki ab i fe przedłużamy aż do przecięcia się z kierunkami oddziaływań w punktach b i e, które,



Rys. 112.

połączone ze sobą, dają zamykającą fg. Promień Om wieloboku sił równoległy do gf daje wielkość oddziaływań $O_1 = mO$ i $O_2 = 4\,m$.

Linję sił poprzecznych wykreślimy od osi $m'\,m''$. Między siłą P_1 a oddziaływaniem O_1, siła poprzeczna $T = P_1$ działa w dół (jak siła P_1), jest ujemna; wielkość jej na rysunku więc przedstawia rzędna $m'a'$. Między O_1 a P_2 siła poprzeczna

*) Wystające części nazywamy wspornikami.

$T = O_1 - P_1$; w wykresie otrzymaliśmy ją, odcinając $b'b'' = O_1$, a wtedy $T = b'b'' - b'b_0 = b_0b'$. Postępując w ten sposób dalej, otrzymamy linię schodkową, $a'b'b''c''c'd'd''f'f''e''$, która w trzech miejscach, t. j. na obu podporach, oraz w punkcie działania siły P_2 zmienia znak, a tem samem przyjmuje wartość równą zeru. W tych też punktach występują największe momenty, które trzeba wyznaczyć dla obliczenia belki. Moment w punkcie c jest dodatni, natomiast momenty na podporach, t. zw. momenty podporowe mają znak ujemny, gdyż leżą w wykresie ponad zamykającą gf.

Dla wygodniejszego znalezienia momentów, zwłaszcza w częściach wystających, kreślimy nieraz linię momentów na podstawie poziomej (rys. 112e), w ten sposób, że na dowolnie obranej linji poziomej $a_1 f_1$ odnosimy wielkość momentów. Rzędne leżące w wykresie 112d pod linją $abef$, odnosimy pod linię a_1f_1 (np. $b_1g_1 = bg$) leżące nad $abef$ odnosimy też nad $a_1 f_1$ (np. $d_1 h_1 = dh$). Wtedy momenty ponad linją af, będą dodatnie, zaś pod nią ujemne.

Rachunkowo znajdujemy zwykle jedno oddziaływanie (np. O_1), biorąc moment wszystkich sił działających na belkę ze względu na drugą podporę (np. B). Otrzymamy wtedy:

$$-P_1(b_1 + l) + O_1 l - P_2 b_2 - P_3 b_3 + P_4 b_4 = 0$$

a stąd $$O_1 = \frac{1}{l}(P_1 . (b_1 + l) + P_2 b_2 + P_3 b_3 - P_4 b_4) \quad . . 48$$

Oddziaływanie O_2 znajdziemy z równania:

$$O_1 + O_2 = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \Sigma P$$

a stąd $$O_2 = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 - O_1 = \Sigma P - O_1 \quad . . 49$$

Moment podporowy M obliczymy, biorąc moment wszystkich sił po lewej stronie, t. j. w danym wypadku siły P_1 względem p. A:

$$M_1 = -P_1 b_1 \quad . . . . 50$$

Podobnie na drugiej podporze:

$$M_2 = P_4 b_4 \quad . . . . 50a$$

Największy moment dodatni w punkcie C:

$$M_c = -P_1(b_1 + a_2) + O_1 a_2 \quad . . . . . 51$$

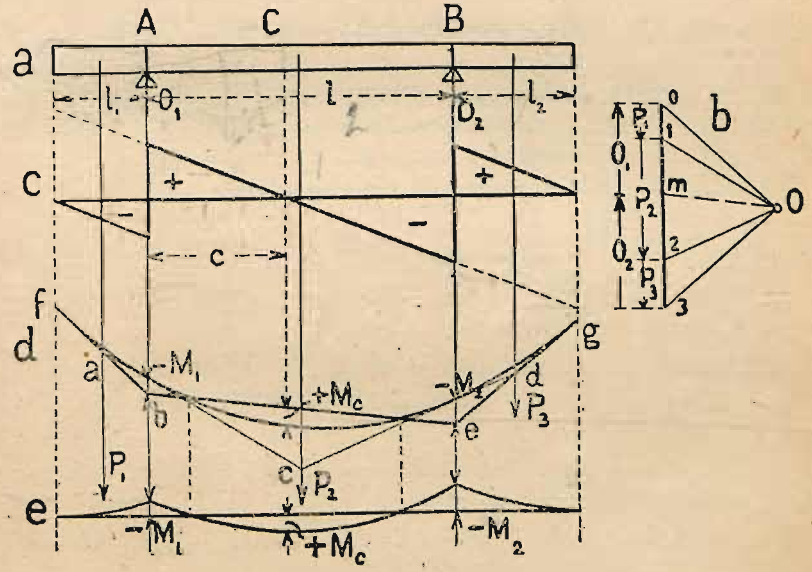
Jeżeli belka obciążona jest ciężarem jednostajnym, (rys. 113), postępujemy tak samo. Dzielimy obciążenie np. na trzy części, zaczepiamy wedle § 25 i 26 w środkach ciężkości ich ciężary $P_1 = pl$, $P_2 = pl$, $P_3 = pl_2$ i kreślimy wielobok $bacde$. Styczne końcowe, równoległe do $0O$ i do $3O$ przedłużamy do pionowych podporowych, zaś punkty b i e łączymy zamykającą be. Do stycznych af, ae, cd i dg kreślimy wreszcie parabolę momentów, która też ma w części środkowej rzędne dodatnie, w skrajnych — ujemne. Prowadząc wreszcie w wieloboku sił promień $Om \parallel be$, otrzymamy oddziaływanie $O_1 = m0$ i $O_2 = 30$, a tem samem możemy wykreślić linję sił poprzecznych podobnie, jak dla ciężarów skupionych (por. też §§ 25 i 26). Największe momenty wystąpią oczywiście tam, gdzie siła poprzeczna $T = 0$.

Rachunkowo otrzymamy oddziaływanie O_1, ustawiając równanie momentów względem podpory B. Wtedy:

$$-gl_1(\tfrac{1}{2}l_1 + l) + O_1 l - \tfrac{1}{2}gl^2 + \tfrac{1}{2}gl_2^2 = 0$$

a stąd $$O_1 = gl_1\left(\tfrac{1}{2}\frac{l_1}{2l} + 1\right) + \tfrac{1}{2}gl - \tfrac{1}{2}g\frac{l_2^2}{l} \quad \ldots\ldots 51$$

$$O_2 = g(l_1 + l + l_2) - O_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 51a$$



Rys 113.

Najw. moment w środkowej części belki wynosi zatem:

$$M_c = \tfrac{1}{2}g(l_1 + c)^2 - O_1 c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 53$$

Momenty podporowe wynoszą:

$$M_1 = -\tfrac{1}{2}gl_1^2 \qquad M_2 = -\tfrac{1}{2}gl_2^2 \quad \ldots\ldots 54$$

Na tej zasadzie znajdziemy momenty dla ciężarów kombinowanych (skupionych i rozłożonych).

Jeżeli część belki wystająca jest długa i silnie obciążona, zaś pozostała część belki wcale nie, lub też bardzo mało, to zdarzyć się może, że na podporze przeciwległej wypadnie oddziaływanie ujemne. Oznacza to, że belka w tem miejscu ma tendencję podniesienia się, i że trzeba ją tam silnie obciążyć lub zakotwić (por. przykład 53).

Moment dodatni belki wystającej jest tem mniejszy, im większe obciążenie jest na wsporniku. Jeżeli belka dźwiga zatem obciążenie stałe oraz obciążenie ruchome, to dla obliczenia najw. momentu dodatniego (pomiędzy podporami) należy obciążenie ruchome umieścić najniekorzystniej, a więc wspornika nie obciążać. Dla obliczenia najw. momentu podporowego (ujemnego) należy natomiast obciążenie ruchome umieścić i na wsporniku; wielkość obciążenia pomiędzy punktami podporowymi nie wpływa na wielkość momentu podporowego. (Porównaj przykład 54).

Przykłady 52—54.

52. Obliczyć oddziaływania, siły poprzeczne i największe momenty belki wystającej o wymiarach i obciążeniu wskazanych na rys. 112, przyjmując, że w podziałce sił 1 cm = kg, zaś w podziałce długości 1 cm = m.

Oddziaływanie O_1 wynosi (wedle wzoru 48):

$$O_1 = \frac{1}{4,50}(2,000 \,.\, 5,50 + 4000 \,.\, 3,0 + 2500 \,.\, 1,0 - 1500 \,.\, 1,0) = 5333 \text{ kg}$$

Wedle wzoru 49: $O_2 = \Sigma P - O_1 = 2000 + 4000 + 2500 + 1500 - 5333 = 10000 - 5333 = 4667$ kg.

Moment na podporze A wynosi:

$$M_1 = -P_1 b_1 = -2000 \,.\, 100 = -200000 \text{ kgcm}.$$

moment na podporze B:

$$M_2 = -P_4 b_4 = 1500 \,.\, 1,00 = -150000 \text{ kgcm}$$

najw. moment dodatni w punkcie C:

$$M_C = -P_1(b_1 + a_2) + O_1 a_2 = 2000\,(100 + 150) - 5333 \,.\, 150 = -500000 + 800000 = +300000 \text{ kgcm}.$$

53. Należy znaleźć największy moment działający na belkę jednostronnie wystającą, obciążoną ciężarem jednostajnie rozłożonym $p = 200$ kg/mb na całej długości oraz ciężarem skupionym $P = 1000$ kg na wystającym końcu belki (rys. 114):

Obciążenie na części belki AC wynosi:

$$P_1 = 2,0 \,.\, 200 = 400 \text{ kg}$$

Obciążenie na części belki AB: $P_2 = 4,0 \,.\, 200 = 800$ kg

Moment względem punktu B:

$$-P \,.\, (l_1 + l) - P_1\left(\frac{l_1}{2} + l\right) + O_1 l - P_2 \frac{l}{2} = 0,$$

a siąd $$O_1 = \frac{1}{l}\left[P_1(l_1+l)+P_1\left(\frac{l_1}{2}+l\right)+P_2\frac{l_1}{2}\right]=$$

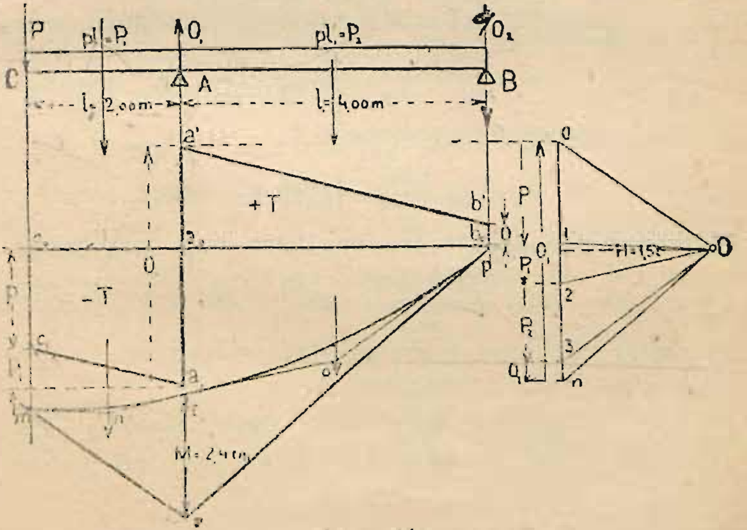
$$= \frac{1}{4{,}0}\,[1000\,.\,6{,}0+400\,.\,5{,}0+800\,.\,2]=2400 \text{ kg}.$$

$$O_2 = \Sigma P - O_1 = 1000+400+800-2400 = 2200-2400 = -200 \text{ kg}.$$

Znak „—" oznacza oddziaływanie ujemne. Ciężar P jest mianowicie tak wielki, że belka ma tendencję podniesienia się na podporze B; trzeba ją więc tu przytrzymać. Linja sił poprzecznych, wykreślona dla tych wartości, wskazuje punkt zerowy tylko na podporze A; tu więc występuje największy moment. Wynosi on:

$$M = -\left(Pl_1 + P_1\frac{l_1}{2}\right) = -l_1\left(P+{}^1/_2\,P_1\right)$$

więc: $M = -(1000+{}^1/_2\,400)\,.\,2{,}0 = -2400$ kgm $= -240000$ kgcm

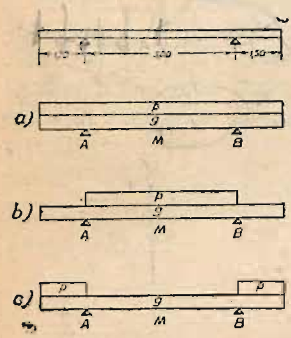


Rys. 114.

Obliczając belkę wykreślnie, rysujemy wielobok sił $0123O$, przyjąwszy odległość biegunową $H = 1{,}5$ t, następnie prowadzimy promienie wieloboku sznurowego $mr \parallel 0O$, $mn \parallel 1O$... Zamykająca łączyć musi punkty przecięcia promieni skrajnych z kierunkami oddziaływań, t. j. r i p. Nie otrzymaliśmy zatem nigdzie momentu ujemnego, zaś oddziaływania mają wartość $O_1 = 0n$ i $O_2 = n3$, z których ostatnie, skierowane ku górze, daje wartość ujemną o wielkości $O_2 = -200$ kg. Największy moment występuje na podporze A i wynosi $M = rt\,.\,H = 1{,}6$ m $.\,1{,}5$ t $= 2{,}4$ tm $= 240{,}000$ kgcm.

54. Obliczyć oddziaływania, siły poprzeczne i momenty zgięcia belki wystającej, obciążonej ciężarem stałym $g = 500$ kg/mb i ruchomym $p = 500$ kg/mb. Ciężar ruchomy należy przyjąć: a) rozłożony na całej długości belki, b) pomiędzy podporami, c) na wspornikach (porównaj rys. 115).

a) Ciężar rozłożony na całej długości belki.



Rys. 115.

Oddziaływanie O_A równa się oddziaływaniu O_B z powodu symetrji.

$$O_A = \tfrac{1}{2}\,(g + p)\,(3{,}00 + 5{,}00) = $$
$$= 3600 \text{ kg} = O_B$$

Siła poprzeczna na podporze A (właściwie tuż obok podpory) w części wystającej belki jest więc

$$T'_a = -(g + p)\,1{,}50 = -1350 \text{ kg},$$

zaś w A, tuż obok pod podpory, w części środkowej jest:

$$T''_a = \tfrac{1}{2}\,(g + p)\,5{,}00 = 2250 \text{ kg}$$

Moment zginający na podporze A:

$$M_a = -(g + p)\,\frac{1{,}50^2}{2} = 1012{,}5 \text{ kgcm.}$$

Moment zginający w środku belki, tj. w przekroju M:

$$M_m = 3600 \,.\, 2{,}50 - 3600\,\frac{1{,}50 + 2{,}50}{2} = 3600\,(2{,}50 - 2{,}00) = 1800 \text{ kgm.}$$

b) Ciężar ruchomy tylko między podporami.

Oddziaływanie na podporze A:

$$O_A = (g + p)\,2{,}50 + g \,.\, 1{,}50 = 2250 + 750 = 3000 \text{ kg} = O_B$$

Siła poprzeczna na podporze A (na lewo od podpory):

$$T'_a = -g \,.\, 1{,}50 = -750 \text{ kg},$$

zaś na prawo od podpory:

$$T''_a = (g \,.\, + p) \,.\, 2{,}50 = 2250 \text{ kg.}$$

Moment zginający na podporze A:

$$M_a = -g\,\frac{1.50^2}{2} = -562{,}5 \text{ kgm}$$

Moment zginający w środku belki:

$$M_m = 3000 \,.\, 2{,}50 - (g + p)\,\frac{2{,}50^2}{2} - g \,.\, 1{,}50\left(2{,}50 + \frac{1{,}50}{2}\right) =$$
$$= 7500 - 2812{,}5 - 2437{,}5 = 2250 \text{ kgm}$$

c) Ciężar ruchomy tylko na wspornikach:
Oddziaływanie na podporze A:

$$O_A = (g + p)\,1{,}50 + g\,.\,2{,}50 = 1350 + 1250 = 2600 \text{ kg}.$$

Siła poprzeczna na podporze A na lewo od podpory jest więc: $T_a' = -(g + p)\,.\,1{,}50 = -1330$ kg

na prawo od podpory: $T_a'' = g\,.\,2{,}50 = 1250$ kg.

Moment zginający na podporze A:

$$M_a = -(g + p)\frac{1{,}50^2}{2} = 1012{,}5 \text{ kgm}.$$

Moment zginający w środku belki:

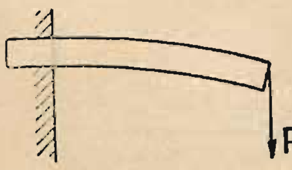
$$M_m = 2600\,.\,2{,}50 - (g + p)\,1{,}50\left(\frac{1{,}50}{2} + 2{,}50\right) - g\cdot\frac{2{,}50^2}{2} =$$

$$= 6500 - 4387{,}5 - 1562{,}5 = 550 \text{ kgm}.$$

Widzimy zatem, że najw. moment na podporze otrzymujemy dla obciążenia wspornika, — obciążenie przęsła jest obojętne; — zaś najw. moment w środku belki dla obciążenia przęsła przy wspornikach nieobciążonych.

§ 28. Belka jednym końcem utwierdzona (wspornik).

Prócz belek podpartych spotykamy w budownictwie bardzo często belki wmurowane jednym końcem w ścianę czyli wsporniki, np. belki podtrzymujące galerje, balkony (rys. 116). Każdy ciężar, umieszczony na takiej belce (i sam ciężar własny belki) stara się obrócić belkę około punktu A w kierunku strzałki (por rys. 117); w równowadze utrzymuje się belka tylko dzięki ciężarowi muru, jaki spoczywa na jej wmurowanym końcu.



Rys. 116.

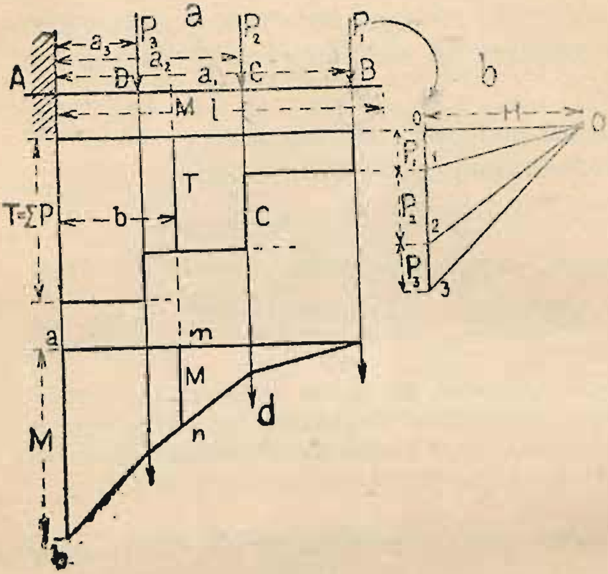
Siły poprzeczne i momenty oblicza się podobnie jak dla wypadków poprzednich. Dla sił P_1, P_2, P_3 kreślimy wielobok sił i wielobok sznurowy, a promienie tego ostatniego dają wielkość momentu w dowolnym punkcie. Np. długość mn odczytana w skali momentów daje wielkość momentu zginającego w punkcie M; zaś długość ab wielkość momentu na podporze. Jak widzimy, największy jest tu moment podporowy.

Rachunkowo otrzymamy moment w punkcie M:

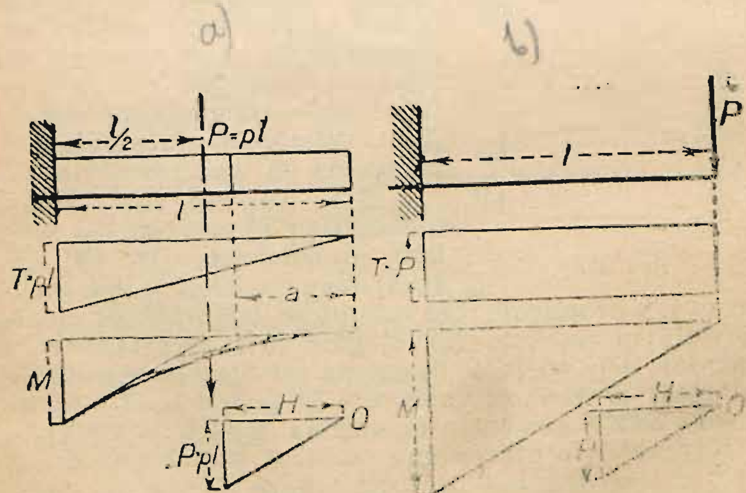
$$M = -P\,(a_1 - b) - P_2\,(a_2 - b) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 55$$

na podporze:

$$\text{najw. } M = -P_1 a_1 - P_2 a_2 - P_3 a_3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 56$$



Rys. 117.



Rys. 118.

Siła poprzeczna w każdym punkcie równa jest sumie wszystkich sił po jednej (tu prawej) stronie przekroju, więc

na długości BC: $T = -P_1$ 57

na długości CD: $T = -(P_1 + P_2)$ 57a

i t. d. Stąd wykreślnie otrzymujemy linję schodkową (rys. 117c). Siła poprzeczna ma znak ujemny, gdyż wszelkie siły działają w dół.

Dla jednego ciężaru P umieszczonego na końcu wspornika otrzymujemy najw. moment (na podporze):

najw. $M = Pl$ 58

$T = P$ 59

Wielobok momentów jest tu trójkątem o najw. rzędnej w miejscu wmurowania (por. rys. 118a), wielobok sił poprzecznych prostokątem o (stałej) wysokości $T = P$.

Dla ciężaru jednostajnie rozłożonego (rys. 118b) znajdujemy moment zginający w punkcie M, skupiając obciążenie na długości a w środku i biorąc jego moment względem odpowiedniego punktu:

$$M = -pa\frac{a}{2} = -p\frac{a^2}{2} \quad \ldots\ldots \quad 60$$

Na podporze moment wynosi:

$$\text{najw. } M = -pl\frac{l}{2} = -\frac{pl^2}{2} \quad \ldots\ldots \quad 61$$

Jeśli całkowite obciążenie pl nazwiemy P, to wzór ten otrzymamy w postaci:

$$\text{najw. } M = -\frac{Pl}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 62$$

Przykłady 55—57.

55. Ciężar $P = 900$ kg umieszczony jest na końcu wspornika o długości $l = 1.20$ cm (por. rys. 74). Jakie momenty i siły poprzeczne działają na wspornik (por. przykład 28).

Największy moment występuje w miejscu wmurowania i wynosi $M = Pl = -900 . 120 = 108000$ kgcm. Wykreślnie otrzymaliśmy wynik ten sam

Siła poprzeczna w każdym punkcie belki $T = P = 900$ kg.

56. Ciężar 750 kg/mb rozłożony jest jednostajnie na całej długości wspornika o dług. 1.20 m (rys. 75). Znaleźć momenty i siły poprzeczne (por. przykład 29)

$$\text{Najw. } M = -p\frac{l^2}{2} = -750 \cdot \frac{1.20^2}{2} = 540 \text{ kgm} = 54000 \text{ kgcm}$$

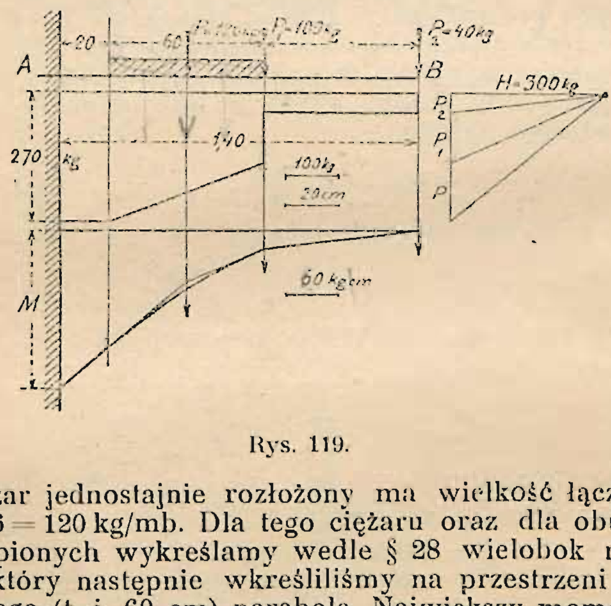
Również ze wzoru 59 otrzymamy:

$$P = pl = 750 \times 1{,}20 = 900 \text{ kg},$$

$$\text{najw. } M = -\frac{Pl}{2} = -\,{}^1/_2\, 900 \,.\, 1{,}20 = 5400 \text{ kgcm}$$

Jeżeli zatem ciężar ($P = 900$ kg) rozłożony jest na całej długości wspornika, to najw. moment jest dwukrotnie mniejszy, niż dla tegoż ciężaru, ale skupionego i umieszczonego na końcu belki.

57. Wyznaczyć linje momentów i sił poprzecznych wspornika, obciążonego ciężarem jednostajnie rozłożonym $p = 200$ kg/mb na długości 60 cm, oraz ciężarami skupionymi $P_1 = 100$ kg i $P_2 = 40$ kg (por. rys. 119).



Rys. 119.

Ciężar jednostajnie rozłożony ma wielkość łączną $P = 200 \,.\, 0{,}6 = 120$ kg/mb. Dla tego ciężaru oraz dla obu ciężarów skupionych wykreślamy wedle § 28 wielobok momentów, w który następnie wkreśliliśmy na przestrzeni ciężaru rozłożonego (t. j. 60 cm) parabolę. Największy moment wynosi: $M = -\left[P \,.\left(0.20 + \frac{0{,}60}{2}\right) + P_1 \,.\, 90 + P_2 \,.\, 1{,}40\right] = -\left[120 \,.\right.$

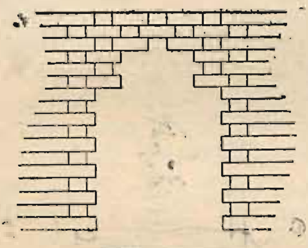
$\left. .\, 0{,}50 + 100 \,.\, 0{,}90 + 40 \,.\, 1{,}40\right] = -206 \text{ kgm} = -20600 \text{ kgcm}$. Tę samą wartość otrzymaliśmy z wykresu.

Linja sił poprzecznych, podana na rys. 119, nie wymaga bliższych wyjaśnień. Najw. siła poprzeczna $T = P + P_1 + P_2 = 120 + 100 + 40 = 260$ kg.

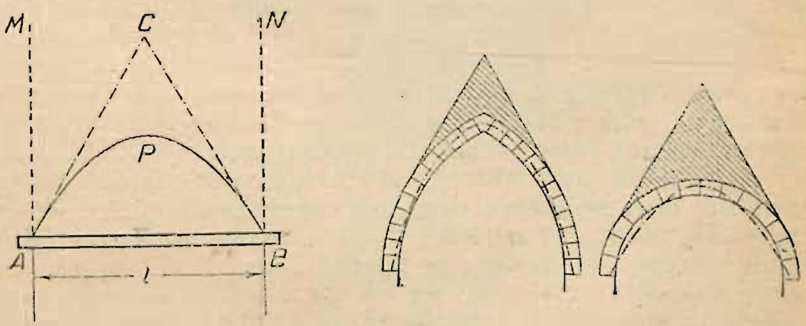
§ 29. Obciążenie niejednostajne.

Właściwie rzadko tylko zdarzają się belki obciążone jednostajnie. Np. belki stropowe obciążone są w rzeczywistości sprzętami, względnie ludźmi, zupełnie nieregularnie. Mimo jednak, obliczając tak te belki, jak i wiele innych, przyjmujemy, że obciążone są one ciężarem zupełnie jednostajnym; ułatwia to bowiem obliczenie, a nadto zapewnia bezpieczeństwo wobec tego, że nie można przewidzieć, gdzie i jak ciężkie przedmioty będą umieszczone, a zupełnie to samo dotyczy i innych dźwigarów.

Zdarzają się jednakowoż wypadki, w którychz góry przyjąć winniśmy obciążenie niejednostajne. Ma to miejsce np. przy obliczaniu belek i podciągów, podtrzymujących wysokie ściany, przy obliczaniu belek, dźwigających stropy o nieregularnym kształcie itd. W pierwszym wypadku z powodu następującego: Mur, dzięki wiązaniu cegieł i dzięki zaprawie w razie zawalenia się podciągu nie załamałby się wedle pionowych prostych AM i BN wychodzących z podpór, ale utworzyłoby się niejako sklepienie o kształcie zbliżonym do paraboli APB podtrzymujące wyższe części muru. (Por. rys. 120 i 120 a). Zamiast tej paraboli przyj-



Rys. 120.



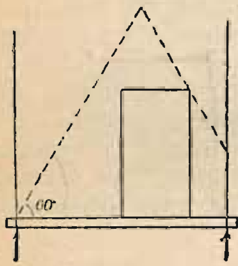
Rys. 120 a, b, c.

muje się często dla wygody obliczenia i dla zabezpieczenia pewności konstrukcji trójkąt ACB*). Tak też poleca obliczać takie podciągi polskie Ministerstwo Robót Publicznych i

*) To samo dotyczy też sklepień, porównaj rys. 120 b, c).

przyjmować pochylenie prostych ograniczających pod kątem 60°*). W razie gdy w ścianie znajdują się otwory (okna, dwrzi itp.) należy proste ograniczające przesunąć tak, aby nie „przecinały otworu (porównaj rys. 121).

Weźmy pod uwagę belkę obciążoną ciężarem rozłożonym niejednostajnie np. wedle rys. 122. W celu wyznaczenia linji momentów dzielimy powierzchnię obciążenia na poszczególne części o kształcie możliwie prostym, w danym wypadku na trapezy i trójkąty, i obliczamy ich ciężary. Np. ciężar na długości AC wynosi $P_1 = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)a$ i zaczepia w środku ciężkości trapezu $ACC'A'$, które łatwo możemy określić wedle § 22. 5. Podobnie znajdziemy ciężary $P_2 = \frac{1}{2}(p_2 + p_3)b_3$, $P_3 = \frac{1}{2}(p_3 + p_4)c$, oraz $P_4 = \frac{1}{2}p_4 d$. Ostatni ciężar zaczepia w środku ciężkości trójkąta EBE', więc w odległości $\frac{2}{3}d$ od podpory B. Kreślimy teraz wielobok sił 1234O i wielobok sznurowy, prowadząc promienie tegoż równolegle do promieni wieloboku sił, a więc $ap \parallel 0O$, $pr \parallel 1O$..., a wreszcie zamykającą ab. W długościach odpowiadających poszczególnym częściom obciążenia ac, cd... wkreślamy linje krzywe, styczne do wieloboku w punktach a, c, d..., które dają właściwy kształt linji momentów. Krzywe te dla obciążenia trójkątowego i trapezowego są parabolami sześciennemi.



Rys. 121.

Linje sił poprzecznych wykreślamy od osi $a' b'$, odcinając w m' rzędną $a' a''$, w c' rzędną $c' c''$ i t. d. Linja sił poprzecznych jest krzywą, przechodzącą przez punkty a'', c'', d'', e'', b'' i to parabolą drugiego stopnia dla obciążenia stopniowego lub trapezowego**). Największy moment występuje w miejscu, gdzie linja sił poprzecznych przecina oś, t. j., gdzie ma rzędną równą zeru, w danym wypadku w punkcie m.

Znalezienie największego momentu rachunkiem jest tu zazwyczaj dość uciążliwe, dlatego z reguły postępujemy drogą wykreślną, albo przynajmniej miejsce najw. momentu znajdujemy drogą wykreślną, a wielkość tegoż obliczamy, co zresztą najczęściej wykonuje się też dla kontroli rachunku wykreślnego. Można też podzielić obciążenie na bardzo wąskie paski i w poszczególnych punktach obliczać momenty ra-

*) Wedle przepisów M. R. P. grubość filara narożnego, podtrzymującego podciąg tak obliczony powinna być conajmniej równa $\frac{1}{2} l$, w przeciwnym razie podciąg należy obliczać na cały ciężar ściany, ograniczonej linjami pionowemi.

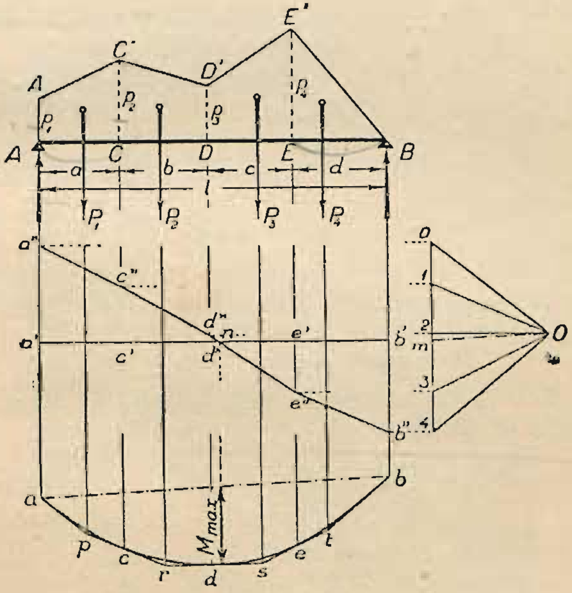
**) O ileby na pewnej części belki było obciążenie jednostajne, to na tej części linja sił poprzecznych będzie prostą.

chunkowo. Największy z momentów tak obliczonych nie będzie wprawdzie z reguły momentem bezwzględnie największym, ale różnica wielka nie będzie.

W wypadkach prostszych droga rachunkowa prowadzi prędzej do celu. Np. dla obciążenia por. rys. 123 w kształcie trójkąta równoramiennego, (a więc symetrycznie rozmieszczonego), najw. moment występuje w środku belki. Wtedy otrzymamy mianowicie:

$$P_1 = P_2 = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{l}{2} \cdot p = \tfrac{1}{4}\, lp \quad \ldots\ldots \quad 63$$

Oddziaływania: $O_1 = O_2 = P_1 = \tfrac{1}{4}\, lp$ 63a



Rys. 122

Najw. moment (w środku belki):

$$\text{najw.}\, M = O_1 \frac{l}{2} - P_1 \frac{l}{6} = \tfrac{1}{4}\, pl\left(\frac{l}{2} - \frac{l}{6}\right) = \tfrac{1}{12}\, pl^2 \quad \ldots \quad 64$$

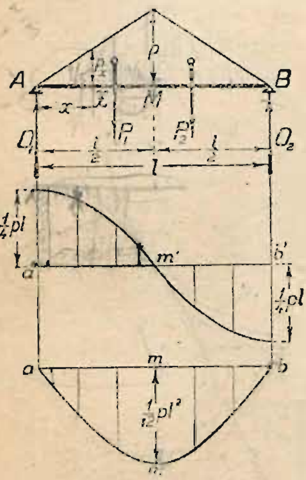
Jeżeli całkowite obciążenie belki wynosi $P = \tfrac{1}{2}\, pl$ to

najw. $M = \tfrac{1}{6}\, Pl$ 65

względnie najw. $M = \tfrac{1}{3}\, P_1 l$ 65a

Siła poprzeczna w środku belki: $T = O$ . . . 66

W dowolnym punkcie X otrzymujemy rzędną obciążenia $p_x = \frac{px}{{}^1/_2\, l} = \frac{2\,px}{l}$, a więc obciążenie na długości x:



Rys. 123.

$$P_x = {}^1/_2\, x \cdot \frac{2\,px}{l} = \frac{px^2}{l} \quad . \; . \; . \quad 67$$

a stąd moment w punkcie x:

$$M_x = O_1 x - \frac{px^2}{l} \cdot \frac{x}{3} = \frac{pl}{4} \cdot x -$$

$$- {}^1/_3\, p \frac{x^3}{l} = \frac{px\,(3\,l^2 - 4\,x^2)}{12\,l}$$

Linja momentów jest zatem parabolą sześcienną.

Siła poprzeczna w punkcie x wynosi:

$$T_x = O_1 - \frac{px^2}{l} = {}^1/_4\, pl - \frac{px^2}{l} =$$

$$\frac{p\,(l^2 - 4\,x^2)}{4\,l} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 68$$

Linja sił poprzecznych jest zatem parabolą.

Dla obciążenia symetrycznego trapezowego (rys. 124) otrzymamy: $P_1 = P_3 = {}^1/_2\, ap \qquad P_2 = bp$ 69

$$O_1 = O_2 = P_1 + {}^1/_2\, P_2 = {}^1/_2\, ap + {}^1/_2\, bp = {}^1/_2\, p\,(a + b) \quad . \; . \; . \quad 70$$

Moment w punkcie c:

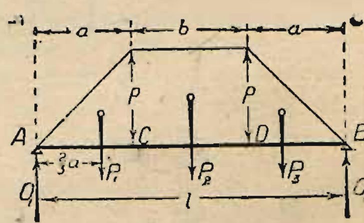
$$M_c = O_1\, a - \frac{P_1\, a}{3} = {}^1/_2\, p(a+b)a - {}^1/_2 ap \frac{a}{3} = {}^1/_6\, a(2a+3b)p \quad 71$$

Najw. moment w środku belki:

$$\text{najw. } M = O_1 \frac{l}{2} - P_1 \left(\frac{a}{3} + \frac{b}{2}\right) -$$

$$- {}^1/_2\, P_2\, \frac{b}{2} = {}^1/_2\, p(a+b)\, \frac{l}{2} -$$

$$- {}^1/_2\, ap \left(\frac{a}{3} + \frac{b}{2}\right) - {}^1/_2\, bp \frac{b}{2}$$



Rys. 124.

$$\text{najw. } M = \frac{a}{3}\,(a + {}^3/_2\, b)\,p \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 71a$$

Siła poprzeczna w punkcie C wynosi:

$$T_c = O_1 - P_1 = (P_1 + {}^1/_2\, P_2) - P_1 = {}^1/_2\, P_2 = {}^1/_2\, bp \quad . \; . \; . \quad 72$$

Analogicznie w punkcie D:

$$T_d = -\,{}^1\!/_2\, bp \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 72a$$

Między punktami C i D linja sił poprzecznych jest prostą; natomiast na długościach AC i DB jest parabolą drugiego stopnia; linja momentów między C i D parabolą drugiego stopnia, na długościach AC i DB parabolą sześcienną.

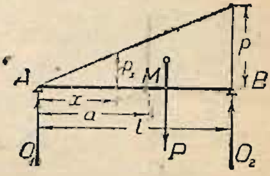
Dla obciążenia trójkątowego wedle rys. 125 otrzymujemy:

$$P = {}^1\!/_2\, pl$$

$$O_1 = {}^1\!/_3\, P = {}^1\!/_6\, pl \qquad O_2 = {}^2\!/_3\, P = {}^1\!/_3\, pl \quad . \quad 73$$

Moment w dowolnym punkcie x wynosi:

$$M = \frac{Px}{3l^2}(l^2 - x^2) = {}^1\!/_6 \frac{px}{l}(l^2 - x^2) \quad 74$$



Rys. 125.

Linja momentów jest więc parabolą sześcienną

Miejsce najw. momentu możemy znaleźć z warunku, że siła poprzeczna w tem miejscu musi być równa zeru.

Otrzymamy wtedy: $T = O_1 - P_a$, gdzie $P_a = p\frac{a^2}{2}$

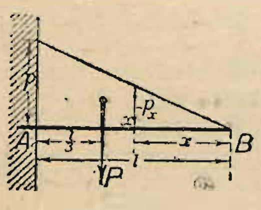
Podstawiając wartości za O_1 i P_a i przyrównując T do zera, otrzymamy: ${}^1\!/_6\, pl^2 - {}^1\!/_2\, pa^2 = 0$

a stąd $a = \frac{l}{\sqrt{3}} = 0{,}5774\, l$

Zaś najw. moment:

$$\text{najw. } M = {}^1\!/_6 \frac{pa}{l}(l^2 - a^2) = {}^1\!/_6 \frac{p}{l} \cdot \frac{l}{\sqrt{3}}\left(l^2 - \frac{l^2}{3}\right) =$$

$$= 0{,}064\, pl^2 - 0{,}128\, Pl \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 75$$



Rys. 126.

Dla wspornika obciążonego wedle trójkąta o największej rzędnej w punkcie A (por. rys. 126) otrzymamy najw. moment w miejscu wmurowania A.

Mamy tu:

$$P = {}^1\!/_2\, pl = \text{najw. } T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 76$$

$$\text{najw. } M = P\frac{l}{3} = {}^1\!/_2\, pl \cdot \frac{l}{3} = {}^1\!/_6\, pl^2 \quad 77$$

W dowolnym punkcie X oddalonym o długość x od końca wspornika mamy:

$$p_x = p\frac{x}{l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 78$$

$$T_x = \frac{1}{2} p_x x = \frac{1}{2} p \frac{x^2}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 79$$

$$M_x = \frac{1}{6} p_x x^2 = \frac{1}{6} \frac{p x^3}{l} = \frac{1}{3} \frac{P x^2}{l^2} \quad \ldots\ldots \quad 80$$

Przykłady 58—63.

58 Obliczyć największy moment zginający belki podtrzymującej ścianę z cegły zwykłej o grubości 0,42 m, (porównaj rys. 127).

Jeżeli rozpiętość w świetle wynosi $l^0 = 3{,}60$ m, to teoretyczny odstęp punktów podparcia belki wynosi: $l = 1{,}05\, l_0 = 1{,}05 \,.\, 3{,}60 = 3{,}78$ kg.

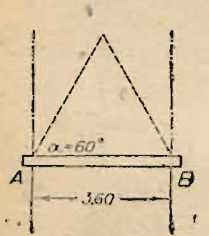
Całkowity ciężar muru działający na belkę:

$$P = 3{,}78 \cdot \frac{3{,}28}{2} \cdot 0{,}42 \,.\, 1600 = 4240 \text{ kg.}$$

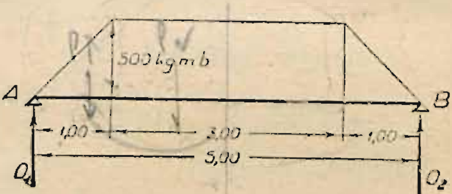
Oddziaływania $O_1 = O_2 = \frac{P}{2} = 2120$ kg.

Największy moment zginający w środku rozpiętości belki:

$$M = \frac{P l_1}{12} = \frac{4240 \,.\, 3{,}78}{12} = 1336 \text{ kgm.}$$



Rys. 127.



Rys. 128

59. Na belkę o długości 5,00 m działa obciążenie wedle rys. 128. Znaleźć największy moment zginający drogą rachunkową.

$P_1 = \frac{1}{2}\, 100 \times 500 = 250$ kg $\qquad P_2 = 1{,}50 \times 500 = 750$ kg

$$O_1 = O_2 = P_1 + P_2 = 250 + 750 = 1000 \text{ kg.}$$

Największy moment zginający w środku rozpiętości belki:

$$M = O_1 \frac{l}{2} - P_1 \left(\frac{b}{2} + \frac{a}{3}\right) - P_2 \frac{b}{4} = 1000 \,.\, 2{,}50 - 250 \left(1{,}50 + \frac{1{,}00}{3}\right) - 750 \frac{1{,}50}{2} = 2500 - 458 - 562 = 1480 \text{ kgm.}$$

60. Pal AB podparty górą na belce mostowej B, zaś dołem na podwalinie A, podtrzymuje zastawkę AB (Por. rys. 129). Jak wielki moment przenosi się na pal, jeżeli woda sięga do poziomu B. Odstęp sąsiednich pali od siebie wynosi $b = 1,50$ m.

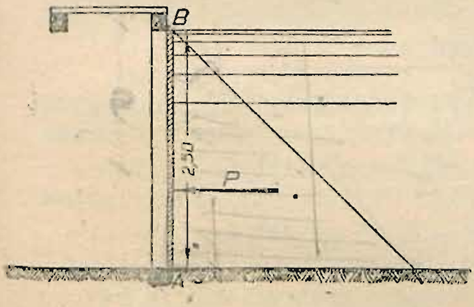
Parcie wody P działające w dolnej jednej trzeciej wysokości ma wielkość:

$$P = \frac{h^2}{2} g_w b = \frac{2{,}50^2}{2} 1000 \,.\, 1{,}50 = 4{,}69 \text{ t.}$$

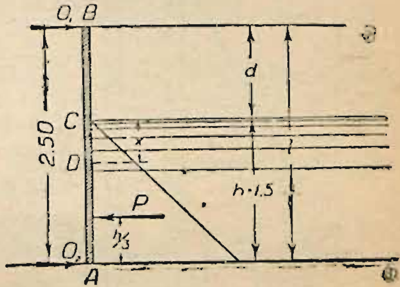
Oddziaływanie (względnie ciśnienie na belkę mostową), przeniesione przez pal w punkcie B wynosi wedle wzoru 73:

$$O_1 = \frac{P}{3} = 1{,}57 \text{ t},$$

zaś poziome ciśnienie pala (oddziaływanie podwaliny) w punkcie A: $O_2 = {}^2/_3\, P = 3{,}13$ t.



Rys. 129.



Rys. 130.

Największy moment występuje w odległości $a = 0{,}5774\, h = 0{,}5774 \times 2{,}50 = 1{,}44$ m, od punktu B, a więc w wysokości $2{,}50 - 1{,}44 = 1{,}06$ m od dna i wynosi wedle wzoru 75.

$$\text{najw. } M = 0{,}128\, P\, l = 0{,}128 \,.\, 4{,}69 \,.\, 2{,}50 = 1503 \text{ kgm}$$

61. Pal AB o długości $l = 2{,}50$ m podparty górą na belce mostowej B, zaś dołem na podwalinie A, podtrzymuje zastawkę. Obliczyć, jak wielki moment przenosi się na pal, jeżeli woda sięga do poziomu $h = 1{,}50$ m. (Por. rys. 130).

Wypadkowa parcia wody P działa w dolnej jednej trzeciej trójkąta parcia wody i wynosi:

$$P = {}^1/_2\, h^2 b g_w = 1{,}69 \text{ t.}$$

Ciśnienie w p. B znajdziemy z równania:

$$O_1 l = P \frac{h}{3}, \quad \text{skąd:} \qquad O_1 = P \frac{h}{3\,l} = 0{,}34 \text{ t}$$

Ciśnienie pala (oddziaływanie podwaliny) w punkcie A będzie: $O_2 = P - O_1 = 1{,}69 - 0{,}34 = 1{,}35$ t.

Moment w przekroju D, odległym o $(x+d)$ od podpory B wynosi: $M_x = O_1(x+d) - {}^1/_2 x^2 b g_w \frac{x}{3} = {}^1/_6 b g_w \left[3(x+d)h^2 - x^2\right]$

Miejsce działania najw. momentu otrzymamy na zasadzie, że siła poprzeczna w tym przekroju jest zerem.

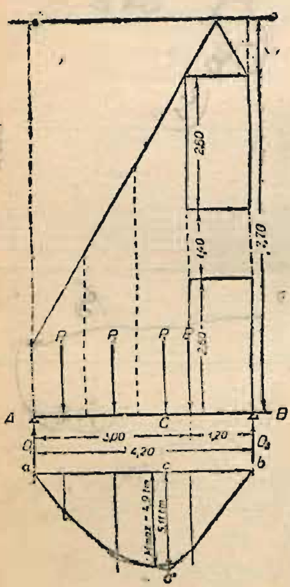
$$T = O_1 - P_x \qquad \text{gdzie } P_x = g_w b \frac{x^2}{2}$$

Podstawiając wartość za O_1 i P_x i przyrównując ostatecznie T (siłę poprzeczną) do zera, otrzymamy:

$$T = O_1 - P_x = 0$$

$$^1/_6 \frac{h^3}{l} b g_w - {}^1/_2 x^2 b g_w = 0$$

$$\text{skąd } x = \sqrt{\frac{h^3}{3l}} = 0{,}67 \text{ m}$$


Rys. 131.

Wstawiając wartość za x w równanie na M_x, otrzymamy najw. moment:

$$M_{max} = O_1(x+d) - {}^1/_6\, b\, g_w x^3 =$$
$$= 0{,}34(0{,}67+1{,}00) - {}^1/_6 1{,}50 . 1{,}00 . 0{,}67^3 =$$
$$= 0{,}568 - 0{,}075 = 0{,}483 \text{ tm.}$$

62. Obliczyć belkę żelazną dźwigającą ścianę o grubości 0,30 m, wysoką 7,70 m, z otworami jak przykład 48, jednakowoż na zasadzie trójkątowego rozkładu ciśnienia muru. (por. rys. 131).

Obciążenie belki przyjmiemy odpowiednio do przepisów Ministerstwa Robót Publicznych wedle figury ograniczonej od dołu prostą poziomą przechodzącą przez punkty podparcia A i B, z boku rzędnemi wychodzącemi z punktów A i B, jako też prostemi nachylonemi pod kątem 60^0 do poziomu, przechodzącemi przez naroża górnego otworu.

Ciężary poszczególnych pasków wynoszą wtedy:

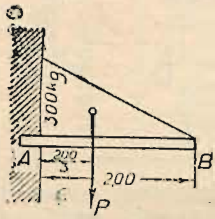
$$P_1 = 1600 . 0{,}30 . 4{,}45 . 0{,}50 = 1170 \text{ kg}$$
$$P_2 = 1600 . 0{,}30 . 7{,}95 . 0{,}50 = 1910 \text{ kg}$$
$$P_3 = 1600 . 0{,}30 . 11{,}45 . 0{,}50 = 2750 \text{ kg}$$
$$P_4 = 1600 . 0{,}30 (1{,}20 . 1{,}05 . 0{,}50 + 1{,}20 . 1{,}40) = 1100 \text{ kg.}$$

Oddziaływanie: $O_1 = \frac{1}{4{,}20}$ (1170.3,64 + 1910.2,66 +

$+ 2750\,.\,1{,}68 + 1100\,.\,1{,}20) = \frac{16460}{4{,}20} = 3680$ kg.

Momenty: $M_1 = O_1\,(4{,}20 - 3{,}64) = 2060$ kg

$M_2 = O_1\,.\,1{,}54 - P_1\,.\,0{,}98 = 5670 - 1150 = 4520$ kgm



Rys. 132.

$M_3 = O_1\,.\,2{,}52 - P_1\,.\,1{,}96 - P_2\,.\,0{,}98 =$
$= 9280 - 2300 - 1870 = 5110$ kgm.

$M_4 = O_1\,.\,3{,}00 - P_1\,.\,2{,}44 - P_2\,.\,1{,}46 -$
$- P_3\,.\,0{,}48 = 11040 - 2860 - 2790 - 1320 =$
$= 4070$ kgm

Moment największy wypada, jak widać z rysunków, w pobliżu p. 3. Różni się on jednak co do wielkości bardzo mało od M_3, tak, że przyjąć możemy i dla obliczenia, że najw. $M = M_3 = 5110$ kgm.

W rzeczywistości najw. moment znajdziemy wkreślając krzywą styczną do wieloboku sznurowego. Otrzymamy wtedy dokładnie najw. $M = 4900$ kgm

63. Obliczyć najw. moment belki wspornikowej, obciążonej wedle rys. 132.

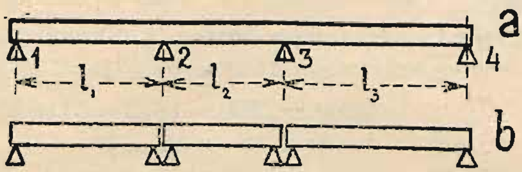
$$M = 300 \cdot \frac{2{,}00}{2} \cdot {}^1/_3\, 2{,}00 = 200 \text{ kgm}.$$

Najw. siła poprzeczna:

$$T = 300 \cdot \frac{2{,}00}{2} = 300 \text{ kg}.$$

§ 30. Belka ciągła.

Jeżeli belka spoczywa na większej ilości podpór, niż dwie, nazywamy ją b e l k ą c i ą g ł ą (rys. 133 a). Dokładne obliczenie jej jest znacznie trudniejsze, niż belek prostych; trzeba bowiem zbadać najpierw ugięcie belki (por. § 43), a powtóre oddziaływania, siły poprzeczne i momenty zależą w znacznym stopniu od wysokości podpór. Jeśli np. podpora środkowa leży niżej od skrajnych, to dźwiga mniej, tj. oddziaływanie jej jest mniejsze, niż gdyby leżała w równej wysokości z niemi; zmieniają się też siły poprzeczne i momenty. A że, nawet zbudowawszy podpory w równej wysokości, nigdy nie możemy być pewni, czy która z nich się nie obniży*), przeto stosunkowo rzadko używamy belek ciągłych i raczej stosujemy na ich miejscu odpowiednią ilość belek wolno podpartych. Tak np. zamiast belki ciągłej, podanej na rys. 133 a użyjemy raczej trzech belek wedle rys. 133 b, o (prawie) tych samych rozpiętościach l_1, l_2, l_3**).



Rys. 133 a i b.

Poniżej (str. 99) podajemy tabliczkę oddziaływań, najw. sił poprzecznych i najw. momentów dla belek ciągłych o równych przęsłach $l_1 = l_2 = l_3$, o podporach, leżących w równej wysokości, obciążonych ciężarem jednostajnym zupełnym.

Przykłady 64 i 65.

64. Podciąg żelazny AB, podtrzymujący strop sklepiony między dźwigarami, wspiera się na murach i na słupie S. Należy znaleźć największy moment nań działający dla $z = 600$ kg/m² (rys. 134 i 135).

Wedle tablicy na str. 99 największy moment dla belki ciągłej dwuprzęsłowej wynosi $M = -\,{}^1/_8\, zl^2$. W danym wypadku $z = 2 \cdot \frac{4,0}{2} \cdot 600 = 2400$ kg/mb, zatem $M = -\,{}^1/_8\, 2400 \,.\, 7,5^2 = -$ $- 1687,5$ kgm i na ten też moment należy belkę obliczyć.

Jeżelibyśmy użyli dwu belek, podpartych jedna w A i S, druga w S i B, to najw. moment wynosiłby też $M = {}^1/_8\, zl^2$, co znaczy, że dla zwykle używanych w budownictwie lądowem, musielibyśmy dać te same wymiary dla belki ciągłej, co dla dwu belek wolno podpartych. Ponieważ zaś obliczenie belki ciągłej nie jest nigdy zbyt pewne z powodów, podanych w § 30, przeto zastosujemy tu dwie belki wolno podparte.

65. Obliczyć największy moment zgięcia podciągu AB, w razie, gdyby spoczywał na czterech podporach, t. j. na murach AB, oraz na dwu słupach S_1 i S_2 (rys. 136).

*) Np. może mur w jednem miejscu osiąść więcej, niż w drugiem.

**) Natomiast często używamy belek ciągłych w konstrukcjach żelbetowych (żelazno-betonowych).

Ilość przęseł	Oddziaływania	Największe siły poprzeczne	Momenty podporowe*)	Największe momenty dodatnie	
2	$O_1 = O_3 = {}^3/_8\, zl =$ $= 0{,}375\, zl$ $O_2 = {}^5/_4\, zl = 1{,}25\, zl$	$T_1 = T_3 = O_1 =$ $= {}^3/_8\, zl = 0{,}375\, zl$ $T_2 = {}^1/_2\, O_2 = {}^5/_8\, zl$ $= 0{,}625\, zl$	$M_1 = M_3 = 0$ $M_2 = -\, {}^1/_8\, zl^2 =$ $= -\, 0{,}125\, zl^2$	najw. $+M = 0{,}07\, zl^2$	81
3	$O_1 = O_4 = 0{,}4\, zl$ $O_2 = O_3 = 1{,}1\, zl$	$T_1 = T_4 = O_1 = 0{,}4\, zl$ $-T_2 = +T_3 = 0{,}6\, zl$ $+T_2 = -T_3 = 0{,}5\, zl$	$M_1 = M_4 = 0$ $M_2 = M_3 = -0{,}1\, zl^2$	w przęsłach skrajnych najw. $+M =$ $= 0{,}08\, zl^2$ w przęśle środkowem najw. $+M =$ $= 0{,}025\, zl^2$	81a

*) Zarazem największe momenty ujemne.

Mamy tu do czynienia z belką trójprzęsłową o równych przęsłach. Momenty podporowe są ujemne i wynoszą wedle wzoru 81 a.

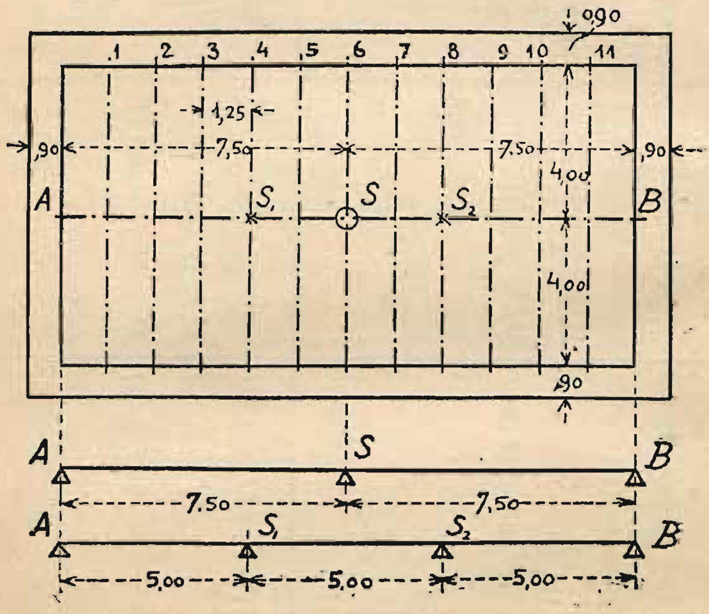
$$M_1 = M_2 = -\,{}^1\!/_{10}\, zl^2 = -\,{}^1\!/_{10}\, 2400 \,.\, 5{,}0^2 = -\,6000 \text{ kgm.}$$

Moment dodatni w przęśle skrajnem:

$$M = +\,0{,}08\, zl^2 = +\,0{,}08 \,.\, 2400 \,.\, 5{,}0^2 = -\,4800 \text{ kgm.}$$

Moment dodatni w przęśle środkowem:

$$M' = +\,0{,}025\, zl^2 = +\,0{,}025 \,.\, 2400 \,.\, 5{,}0^2 = +\,1500 \text{ kgm.}$$



Rys. 134, 135 i 136.