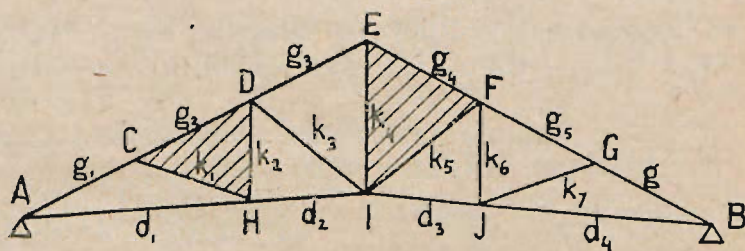


### III. Belki kratowe i więzary dachowe.

#### § 49. Ogólne uwagi o belkach kratowych.

Niekiedy, zwłaszcza przy większych rozpiętościach, nie budujemy belek jednolitych, ale składamy je z poszczególnych części, z t. zw. *prętów*, połączonych z sobą w trójkąty, tworząc w ten sposób t. zw. *belkę kratową*. Należą tu np. dachy żelazne czy drewniane, większe mosty żelazne i t. d. Części takich belek ograniczające ich zarys, a oznaczone na rys. 204 literami  $g_1, g_2, \dots, d_1, d_2, \dots$



Rys. 204.

nazywamy pasami; przyczem  $g_1—g_6$  jest *pasem górnym*, zaś  $d_1—d_4$  *dolnym*. Pręty, którymi są pasy połączone np.  $k_1, k_2 \dots$  nazywamy *krzyżulcami*; krzyżulce pionowe *slupami* (np.  $k_2$ ), ukośne *przekątniami* (np.  $k_3$ ), pręty ciśnione *zastrzałami*, ciągnięte *ścięgnami*. Poszczególne pręty łączą się z sobą w t. zw. *węzłach*, z których C, D, E są *węzłami górnymi*, zaś H, I, J. *dolnymi*.

Tworząc belkę kratową przyjmuje się zwykle układ z trzech prętów, złączonych w trójkąt, do którego przyłącza się wciąż po dwa pręty. Za taki trójkąt zasadniczy można uważać którykolwiek z trójkątów belki, np. na rys. 204 może to być trójkąt CDH lub trójkąt EFI. Ten trójkąt ma ilość węzłów  $w = 3$ , zaś prętów  $p = 3$ . Dołączając jeden nowy węzeł zapomocą dwu nowych prętów, otrzymamy układ, który będzie miał  $w = 4$ , zaś  $p = 5$ , następnie, po dołączeniu nowego węzła  $w = 5$ , zaś  $p = 7$ . Postępując w ten sposób dalej, przekonamy się, że dla belki kratowej ilość prętów równa jest podwójnej ilości węzłów pomniejszonej o 3

$$p = 2w - 3 \dots\dots 161$$

np. krata przedstawiona na rys. 204 ma  $w = 10$  węzłów, zaś  $p = 17$  prętów. Rzeczywiście z wzoru wynika  $p = 2w - 3 = 2 \cdot 10 - 3 = 17$  prętów.

Belkę o ilości prętów  $p = 2w - 3$  nazywamy *statycznie wyznaczalną* i o takich tylko będziemy tu mówić.

Najczęściej zdarza się, że obciążenia (=siły zewnętrzne) działają tylko w węzłach. Wtedy wszystkie pręty belki kratowej działają wyłącznie na ciągnięcie lub ciśnienie (wyboczenie); co daje nam najkorzystniejszy układ ze względu na małą ilość materiału, który może być najlepiej wyzyskany. Jeśli obciążenia działają na niektóre pręty pomiędzy węzłami, to w prętach tych powstają także natężenia zginające (oprócz sił osiowych), co znacznie zwiększa potrzebną ilość materiału, i czego zatem należy unikać (por. zad. 122).

## § 50. Ogólny ustrój dachów żelaznych.

Belki kratowe w budownictwie lądowym znajdują najczęściej zastosowanie jako więzary dachów żelaznych (i drewnianych \*).

Dachy takie składają się z następuj. części składowych (rys. 205):

1) Szereg poszczególnych wiązań t. zw. *więzarów*, które ustawia się prawie zawsze równolegle na murach lub (rzadziej) słupach.

\*) Wyjątkowo tylko używa się dachów, których pokrycie i płatwie wspierają się na belkach litych np. dźwigarach I.





równolegle od pasa górnego więzarów. Dla krycia szkłem umieszcza się na płatwiach szyny lub szczeble w odstępach 0,5—0,8 m.; dla krycia betonem używamy też krokwi żelaznych w odstępach 1,0—1,5 m.

4) Na krokwiach umieszcza się *pokrycie* dachu, które obliczeniu nie podlega (pomijając krycie blachą falistą).

5) Więzary łączą się z sobą zapomocą *tężników* połaciowych i pionowych, których też nie oblicza się.

Przy projektowaniu dachów należy przedewszystkiem przyjąć ogólny ustrój, odstęp i kształt więzarów, a dopiero potem przystąpić do obliczenia obciążeń, krokwi, potem płatwi i wreszcie więzarów.

### § 51. Obciążenie dachów.

Na *więzary* dachowe przenosi się całe obciążenie dachów przez płatwie i krokwie. Działa bowiem na nie przedewszystkiem *ciężar stały* dachu, t. j. pokrycia i konstrukcji dachowej, prócz tego zaś i *obciążenie* chwilowe t. zw. *zmiennie*, z powodu *śniegu*, jaki osiągnąć może na dachu, i z powodu *parcia wiatru*. Aby więzary obliczyć, trzeba znać przedewszystkiem obciążenie.

1) *Ciężar stały*. Należy tu ciężar pokrycia, ciężar płatwi i tężników, oraz ciężar własny więzarów. Ciężary pokrycia zależą od rodzaju tegoż, a zestawione są w tablicach w kilogramach, na 1 m<sup>2</sup> połaci dachu. Aby obliczyć więc obciążenie jednego węzła należy znaleźć, z jak wielkiej powierzchni przenosi się nań obciążenie i powierzchnię tę pomnożyć przez ciężar jednostkowy pokrycia.

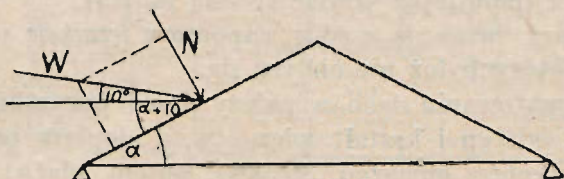
Ciężar własny płatwi i tężników połaciowych wynosi około 15 kg/m<sup>2</sup> połaci dachu.

Do ciężaru stałego należy wreszcie ciężar własny więzarów, który wynosi dla dachów żelaznych lekkich 15 — 20 kg/m<sup>2</sup>, dla ciężkich 20 — 30 kg/m<sup>2</sup> rzutu, dla dachów drewnianych około 20 kg/m<sup>2</sup> połaci.

2. *Obciążenie śniegiem*. Zwykle przyjmujemy, że śnieg osadza się na dachach jednostajną warstwą o grubości 65 cm.; ciężar jej wynosi zatem 80 kg/m<sup>2</sup> rzutu. Na dachach strąmszych śnieg



nie może się jednak utrzymać; dlatego też dla nachylenia dachu  $\alpha$  około  $40^\circ$  przyjmujemy tylko połowę obciążenia ( $40 \text{ kg/m}^2$  rzutu), zaś przy nachyleniu większym niż  $50^\circ$  nie uwzględniamy zupełnie obciążenia śniegiem.



Rys. 206.

3. *Parcie wiatru.* (Rys. 206). Kierunek wiatru jest zwykle nie poziomy, ale nachylony do poziomu pod kątem około  $10^\circ$ . Jednakowoż o ile chodzi o wpływ jego na dach, rozkłada się on na dwie składowe, z których jedna  $n$ , prostopadła do postaci, ciśnie na dach i wywołuje siły wewnętrzne w prętach, zaś druga równoległa do płaszczyzny dachu, ześlizguje się po nim i dlatego uwzględniać jej nie potrzeba.

Składowa parcia  $n$  prostopadła do powierzchni dachu wynosi:

$$n = w \sin (\alpha + 10) \text{ *)} \dots\dots\dots 163$$

Zwykle przyjmuje się wielkość parcia  $w = 150 \text{ kg/m}^2$ , (czasem  $125 \text{ kg/m}^2$ ). Dla budynków niskich, stojących między innymi wyższymi, a więc zasłoniętych od wiatru, można przyjmować wiatr o sile znacznie mniejszej, nawet  $w = 100 \text{ kg/m}^2$ . Natomiast dla wysokich wież, kominów i t. d., trzeba uwzględniać parcie większe, aż do  $200 \text{ kg/m}^2$ , lub nawet  $250 \text{ kg/m}^2$ .

Wiatr działa zawsze tylko z jednej strony; może to jednak nastąpić tak z prawej, jak i z lewej. Przy obliczeniu trzeba uwzględnić oba wypadki, gdyż powodują one w prętach dachowych różne siły nawet w dachach o kształcie symetrycznym.

\*) Na  $n$  istnieją różne wzory; powyżej podany jest jednak obecnie używany najchętniej.

## § 52. Obliczanie dachów żelaznych.

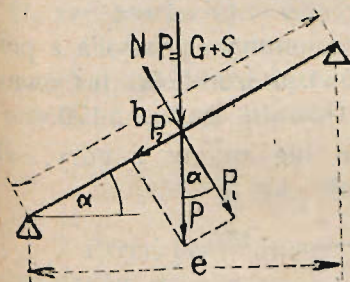
Wyżej powiedzieliśmy, że oblicza się najpierw krokwie, potem płatwie, a dopiero na końcu więzary.

1) *Krokwie* liczymy jako belki w dwu punktach wolno podparte o rozpiętości  $b$  równej odległości płatwi. Jeśli odległość krokwi od siebie wynosi  $e$  (zwykle ok. 1 m.), to całkowite obciążenie pionowe jednostajnie rozłożone wynosi:

$$G = gbe \text{ kg} \dots\dots\dots 164$$

(jeśli  $g$  dane jest w kg na 1 m<sup>2</sup> *połaci* dachu). Śnieg mamy zwykle dany w kg. na 1 m<sup>2</sup> rzutu poziomego; wtedy na jedną krokiew przypada:

$$S = sec \text{ kg} = 80ec \text{ kg} \dots\dots\dots 164a$$



Rys. 207.

gdzie  $e$  jest poziomym rzutem długości  $b$ . Całkowite obciążenie pionowe (rys. 207).

$$P = G + S \dots\dots\dots 165$$

rozkładamy na składową  $P_1$  prostopadłą i  $P_2$  równoległą do połaci dachu. Otrzymamy wtedy:

$$P_1 = P \cos \alpha \quad P_2 = P \sin \alpha \dots\dots\dots 166$$

gdzie  $\alpha$  jest kątem nachylenia krokwi do poziomu.

Prócz tego działa jeszcze na krokiew parcie wiatru prostopadłe do połaci. Wielkość jego wynosi:

$$N = nbe \dots\dots\dots 167$$

Całkowite obciążenie prostopadłe do połaci dachu wynosi zatem  $P_1 + N$ ; wywołuje ono moment zgięcia:

$$M = \frac{P_1 + N}{8} b \dots\dots\dots 168,$$

a więc natężenie  $\sigma = \frac{M}{W}$

Siła  $P_2$  działa w osi krokwi i wywołuje ciśnienie osiowe  $\sigma_2 = \frac{P_2}{F}$ , które zresztą jest bardzo małe i dlatego zwykle opuszczają się je. Natężenie całkowite wynosi zatem:



$$\sigma = \frac{P_2}{F} + \frac{M}{W} \dots\dots\dots 169.$$

Na krokwie przyjmujemy zwykle belki drewniane, najczęściej

o wymiarach  $\frac{13}{10}, \frac{15}{9}, \frac{16}{13}, \frac{18}{16}$  cm.

Przy kryciu szkłem używamy zwykle szyn kopalnianych lub specjalnych szczebli, które oblicza się zupełnie tak samo.

2) *Płatwie* ustawia się albo (najczęściej) pochyło, t. j. prostopadle do połaci dachu, albo, o wiele rzadziej, pionowo, co ma miejsce przy dachach płaskich; umieszcza się je w węzłach (górnych); wyjątkowo także i między węzłami.

Na płatwie przenosi się a) ciężar pionowy pokrycia z pola o długości a (równej odstępowi więzarów), a szerokości b (równej odległości węzłów górnych); wynosi on:  $G_1 = abg$  kg..... 170.

b) ciężar własny płatwi, którego nie znamy z góry, ale przyjmujemy w wielkości około 15 kg/m<sup>2</sup>

więc  $G_2 = 15 ab$  kg..... 170

c) ciężar śniegu, S wynoszący:  $S = a c s$  kg.

Całkowity ciężar pionowy wynosi zatem:

$$P = G_1 + G_2 + S \dots\dots\dots 171$$

a stąd moment zgięcia  $M_1 = \frac{1}{8} Pa$ ..... 172.

Wreszcie płatwie przejmują parcie wiatru prostopadle do połaci  $N = abn$  kg, a zatem moment w płaszczyźnie również prostopadłej do połaci  $M_2 = \frac{1}{8} Na$ ..... 173.

Moment  $M_1$  rozkłada się na  $M'_1$  prostopadły do połaci dachu i  $M''_1$  równoległy do niej. Wtedy największe napięcie płatwi wynosi:

$$\sigma = \frac{M'_1 + M_2}{W'} + \frac{M''_1}{W''} \dots\dots\dots 174$$

gdzie  $W'$  i  $W''$  są momentami wytrzymałości płatwi względem osi głównych równoległej, względnie prostopadłej do połaci.

3) Oddziaływania płatwi są zarazem obciążeniami węzłów więzara czyli t. zw. *ciężarami węzłowymi*. Należy dodać jednak do nich ciężar własny więzara  $G_3$  z pola  $ae$ ,

$$G_3 = aeg_w \text{ kg} \dots\dots\dots 175.$$

Całkowity ciężar węzłowy pionowy wynosi zatem:

$$P = G_1 + G_2 + G_3 + S \dots\dots\dots 176$$

zaś ciężar wiatru j. w.  $N = abn \text{ kg} \dots\dots\dots 176.$

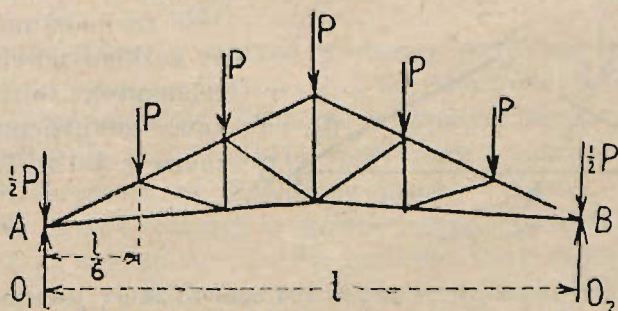
Na węzły podporowe t. j. leżące bezpośrednio nad podporą przenosi się obciążenie prawie dwukrotnie mniejsze, o ile niema wystającego okapu. Czasem jednak węzeł podporowy nie ma płatwi, a krokiew spoczywa wprost na ławie, leżącej na murze (t. zw. murlacie). Wtedy węzeł skrajny nie jest wcale obciążony.

Ciężary węzłowe zaokrąglamy zwykle w górę na setki lub przynajmniej dziesiątki kg. z uwagi na to, że zupełnie dokładnie obciążeń i tak obliczyć nie można.

### § 53. Wyznaczenie oddziaływań.

Przed przystąpieniem do obliczania sił działających w prętach więzarów dachowych należy wyznaczyć *oddziaływania* czyli odpory, zwykle osobno dla obciążenia pionowego, osobno dla parcia wiatru.

Wyznacza się je dla ciężarów pionowych na zasadzie, omówionej w § 23. Mamy tu (rys. 208) do czynienia z szeregiem cięża-



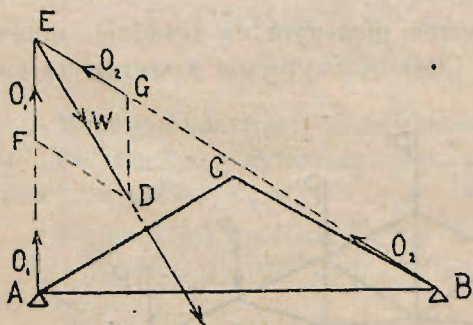
Rys. 208.



rów pionowych rozłożonych symetrycznie względem osi. Oba oddziaływania będą zatem pionowe, równe sobie, a zarazem równe połowie obciążenia jednego wiezara. Np. dla obciążenia zaznaczonego na rys. 208:  $R = 5P + 2\frac{P}{2} = 6P$ , a stąd oddziaływanie  $O_1 = O_2 = \frac{6P}{2} = 3P$ . Jeśli obciążenia są rozmieszczone niesymetrycznie, to należy wyznaczyć oddziaływanie wedle § 23.

Dla *parcia wiatru* musimy uwzględnić, że każdy (większy) dach żelazny posiada dwa różne łożyska, jedno stałe, drugie ruchome, pozwalające na małe przesunięcie belki w razie zmiany jej długości pod wpływem zmiany ciepłoty.\*) Przy obliczaniu belki przyjmujemy, że na łożysku ruchomem tarcia niema wcale; jeśliby zatem wystąpiła tu jakakolwiek siła pozioma, to belka przesunęłaby się po płycie. Ponieważ zaś belka przesunąć się nie może z powodu, że drugie łożysko jest stałe, przeto na łoż. ruchomem oddziaływanie musi być *pionowe*. Kierunek drugiego oddziaływania (na łożysku stałym) wypadnie z warunków równowagi. Belka jest statycznie wyznaczalna tylko wtedy, jeśli ma jedno łożysko stałe, drugie ruchome.

Weźmy pod uwagę wieżar (rys. 209) na który działa parcie wiatru z lewej strony, t. j. od strony łożyska ruchomego. Oddziaływanie z pow. wiatru  $O_1$



Rys. 209.

musi być zatem pionowe. Wypadkowa  $W$  parcia wiatru działa w środku połaci. Jeśli zachodzi nierównomierny rozkład parcia (np. dach załamany), to jego wypadkową znajdziemy w sposób znany z § 12. Ta wypadko-

\*) Ruch umożliwiony jest w ten sposób, że na jednym łożysku belki nie łączymy wcale z płytą podstawową, albo też (dla większych dachów) umieszczamy ją na walcach.

wa musi zrównoważyć się z obu oddziaływaniami, musi więc przecinać się z niemi w jednym punkcie. Przedłużmy kierunek (pionowy) oddziaływania  $O_1$  aż do przecięcia z W, to prosta łącząca punkt przecięcia K z podporą B da kierunek oddziaływania  $O_2$ .

Zupełnie tak samo możemy znaleźć oddziaływanie, jeśli wiatr działa ze strony prawej (rys. 211). Jeśli dach jest zupełnie symetryczny, to i położenie wypadkowej  $W_p$  będzie symetrycznie także same. Przedłużamy ją więc do przecięcia się z pionową przez podporę A t. j. do punktu L, a prosta LB da kierunek oddziaływania  $O''_2$ .

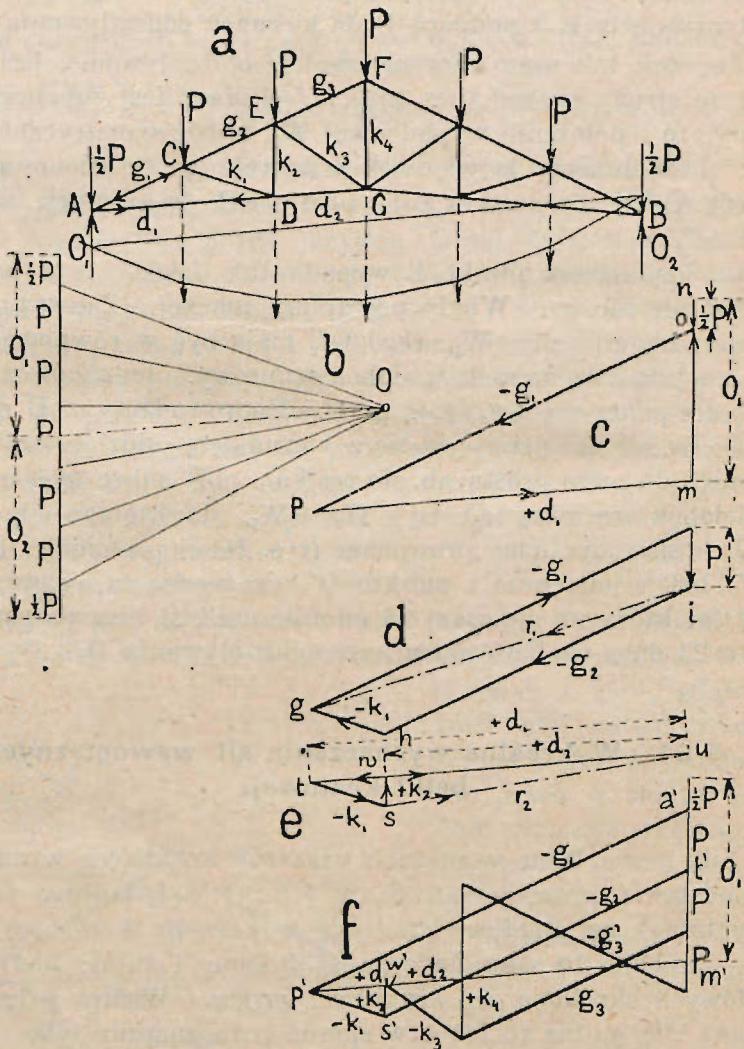
Czasem jednak punkt L wypada tak daleko, że konstrukcji tej użyć nie można. Wtedy postąpimy inaczej. Zauważmy mianowicie, że jeśli siły  $W_p$ ,  $O'_1$  i  $O''_2$  mają być w równowadze, to musi zamknąć się na nich wielobok sznurowy. Jednakowoż znamy tylko jeden punkt siły  $O''_2$ , t. j. p. B. Poprowadźmy z B dowolną prostą Ba aż do przecięcia się z kierunkiem oddziaływania  $O'_1$ , i również dowolną prostą ab, to trójkąt abB może być uważany za wielobok sznurowy sił  $O'_1$ ,  $O'_2$  i  $W_p$ , do którego odpowiedni wielobok sił znajdziemy prowadząc (rys. 211 c) promienie  $1 O' // ab$  i  $2 O' // bB$ , a następnie z punktu  $O'$ , uważanego za biegun, prostą  $3 O' // Ba$ , która na pionowej 13 odetnie wielkość oddziaływania  $O'_1$ . Prosta 23 daje wielkość i kierunek oddziaływania  $O'_2$ .

#### § 54. Wykreślne wyznaczenia sił wewnętrznych belki kratowej.

Siły wewnętrzne w prętach wiązarów kratowych wyznacza się na podstawie praw, podanych w § 9. Rozkładaliśmy tam siły (zewnątrzne) na *składowe, działające w pewnych określonych kierunkach*. Zupełnie to samo zadanie spotykamy i tutaj: kierunki sił składowych określone są *kierunkami prętów*. Wiemy jednakowoż, że daną siłę można rozłożyć w sposób jednoznaczny tylko na *dwie* składowe, t. j. w każdym punkcie możemy mieć tylko dwa pręty o nieznannej sile. Dachy kratowe są przecież najczęściej tak zbudowane, że tylko w dwu węzłach (czasem tylko w jednym węźle) schodzą się po dwa pręty; w pozostałych prętach jest ich więcej.



Weźmy pod uwagę więzar (rys. 210a) obciążony tylko ciężarami pionowymi. Tu tylko w punktach A i B schodzą się po-



Rys. 210.

dwa pręty  $d_1$  i  $g_1$ , działa na nie zaś oddziaływanie  $O_1$  (o wielkości  $m n$ ) w górę i siła  $\frac{P}{2}$  (równa  $n o$ ) w dół, dając wypadkową

również pionową o kierunku siły większej t. j. ku górze m. o. Siła ta rozkłada się na dwie siły wewnętrzne, w prętach  $g_1$  i  $d_1$ , a wielkość ich znajdziemy, prowadząc z m i o proste  $mp$  i  $op$  równoległe do odpowiednich prętów  $g_1$  i  $d_1$ . Ponieważ ma nastąpić równowaga, przeto wielobok sił musi się zamknąć, a strzałki będą miały ten sam kierunek, tak, abyśmy wychodząc z punktu m powrócili znów do niego. Wrysujemy te same strzałki na prętach  $g_1$  i  $d_1$  obok węzła A, to wskazywać będą one kierunki sił  $g_1$  i  $d_1$ . Siła w pręcie górnym  $g_1$  skierowana jest *do węzła*, „stara się go przycisnąć”, jest zatem *ciśnieniem*. Siła w pręcie dolnym  $d_1$  przeciwnie, skierowana jest na zewnątrz *od węzła*, stara się pręt wyciągnąć, jest zatem *ciągnięciem* o wielkości  $d_1 = pm$ .

Dla lepszego zrozumienia możemy sobie wyobrazić, że pręt jest sprężyną, jeśli w nim wystąpi ciśnienie, to sprężyna ta *skróci* się, zarazem jednak będzie wywierała *ciśnienie* na oba końce, t. j. na węzły; *siła pręta* skierowana jest więc *ku węzłom*. W razie ciągnięcia pręt się wydłuża, sprężyna jednak stara się węzły przyciągnąć do siebie, działa więc *od węzłów*. Znacząc siłę *ciągłą*, musimy zatem dać obustronnie strzałki *od węzłów*; strzałki będą zatem skierowane *ku sobie*. Przy ciśnieniu — przeciwnie — strzałki będą skierowane *od siebie*.

Dla wyznaczenia sił, występujących w prętach następnych weźmy pod uwagę węzeł C (rys. 210d). Działają tutaj: 1) ciężar węzłowy, 2) znana już siła  $g_1$ , 3) dwie niewiadome siły  $g_2$  i  $k_1$ . Siły wiadome P i  $g_1$  możemy złożyć w wypadkową, oznaczoną w rysunku (rys. 210d) linią „kreska—kropka” — — — — —, a ta wypadkowa rozłożona na siły  $g_2$  i  $k_1$  równoległe do prętów  $g_2$  i  $k_1$  da wielkości tych sił. Siła  $g_1$  jest w pręcie ściskaniem, zatem działa teraz ku węzłowi C i trzeba wrysować ją ze strzałką w tymże kierunku, a zatem przeciwnie niż poprzednio. Stąd wynika też kierunek wypadkowej i kierunki sił  $g_2$  i  $k_1$ : w obu występuje ciśnienie („do węzła”). Kreślenie wypadkowej można zresztą opuścić i wrysować tylko siły P i  $g_1$ , a do nich następnie  $g_2$  i  $k_2$  równoległe do prętów  $g_2$  i  $k_2$ . Trzeba pamiętać jednak o tem, *aby siły następowały po sobie w tym porządku, w jakim spotykamy je w węźle*, idąc np. w kierunku wskazówki na zegarze. Np. poczynając od



znanej siły  $g_1$  mamy w węźle C kolejno siły  $P_1$ ,  $g_2$  i  $k_1$ ; w tym samym porządku widzimy je też w wykresie.

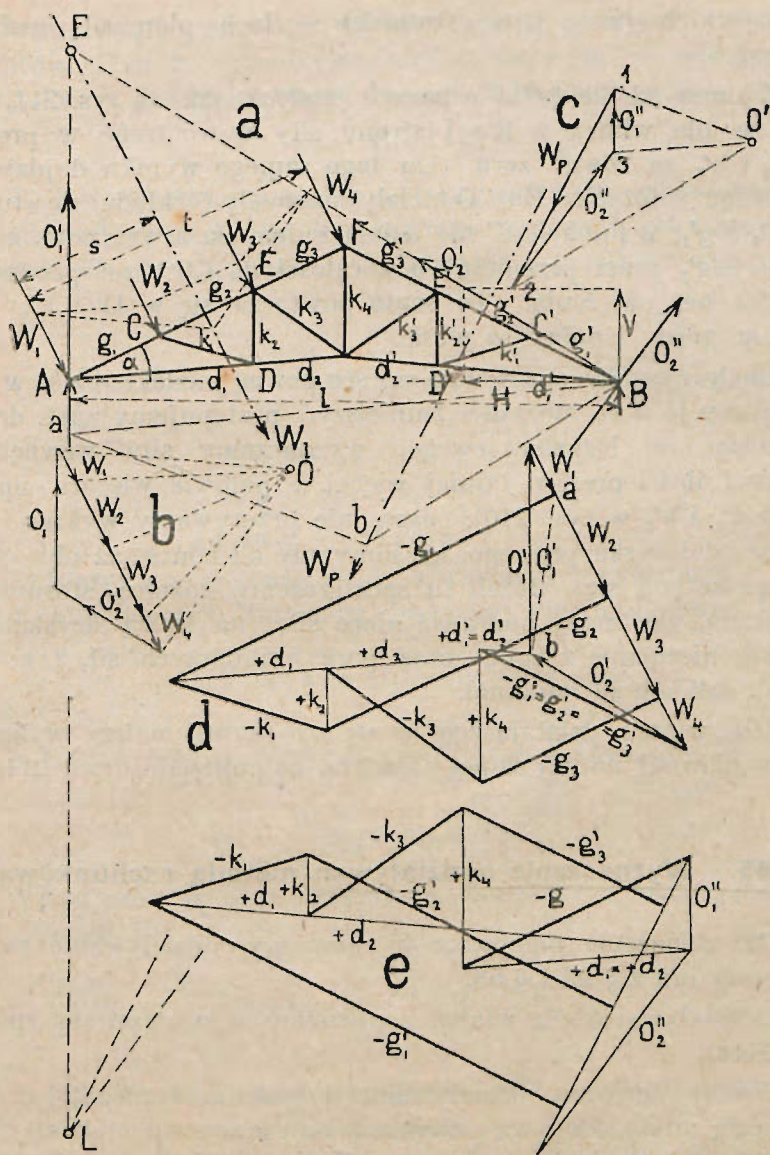
Zamiast jednak kreślić osobno plan sił dla węzła C, D i t. d., możemy umieścić go na tej samej figurze, co dla punktu podporowego (rys. f) prowadząc  $p's' // gh$  i  $s't' // hi$ . Siły  $p's'$  i  $s't'$  są identyczne bowiem z siłami  $gh$  i  $hi$ , a więc  $k_1$  i  $g_2$ . Podobnie postępujemy dalej biorąc węzeł D (znane  $d_1$  i  $k_1$ , niewiadome  $d_2$  i  $k_2$ ), następnie węzły E i F, rozkładając kolejno siły zwykle na wspólnym wykresie. Wykres ten podający odrazu wielkość i znak każdej z sił nazywamy *planem sił*.

Plan sił ma nast. ogromne zalety: siły przedstawione są w nim w sposób jasny i przejrzysty; każda kreśli się tylko raz; wreszcie znane siły są już wrysowane we właściwym porządku (t. j. po kolei, idąc za wskazówką na zegarze), więc przy rozpatrywaniu każdego węzła chodzi tylko o dobre włożenie sił nieznanych.

Ostatecznie dojdziemy do węzłów środkowych F i G. Jeśli kształt dachu i obciążenie jego jest symetryczne, to siły w prętach lewej połowy więzara będą równe odpowiednim siłom prawej jego połowy; wystarczy wyznaczyć więc plan sił tylko dla jednej połowy. Strzałek zwykle nie kreśli się, uzyskawszy pewną wprawę w odczytywaniu sił; wystarczy tylko oznaczyć siły znakami  $+$  i  $-$  w planie sił.

Tę metodę wyznaczania sił naz. *metodą wielobokową* (czasem metodą Cremony lub Maxwella).

Dla *parcia wiatru* siły wyznaczamy w ten sam sposób, co dla obciążenia pionowego (rys. 211). W punkcie A działają tu dwie siły: parcie wiatru  $W_1$  i oddziaływanie  $O_1$ , wypadkową ich jest ab. Prowadząc zatem z punktu a równoległą do AC, zaś z b równoległą do AD, otrzymamy wielkości sił  $g_1$  i  $d_1$ , przyczem  $d_1$  jako działająca od węzła jest ciągnięciem, zaś  $g_2$  skierowana do węzła ciśnieniem. W ten sam sposób postępujemy dalej; ponieważ jednak obciążenie nie jest symetryczne ze względu na środek więzara, przeto wyznaczyć musimy siły we *wszystkich* prętach. W przedostatnim węźle znajdziemy tylko jedną niewiadomą, w ostatnim, znalazłszy już poprzednio siły  $g'_1$  i  $d'_1$ , spostrzegamy, że muszą one



Rys. 211.

b<sub>yć</sub> w równowadze z oddziaływaniem  $O_2$ . Daje to nam możliwość kontroli, czy w wykreślaniu planu sił nie popełniliśmy błędu, gdyż



we wszystkich (więc i w ostatnich) węzłach plan sił musi się zamknąć.

Z planu sił dla belki o pasach *prostych*, jak na rys. 211, wynika, że dla wiatru z lewej strony siły wewnętrzne w prętach  $k'_1$ ,  $k'_2$  i  $k'_3$  są równe zero. Do tego samego wyniku dojdziemy, wychodząc z łożyska B. Oddziaływanie  $O_2$  rozkłada się tu na siły  $d'_1$  i  $g'_1$ ; w punkcie C' nie działa żadna siła zewnętrzna, zatem siła  $BC' = g'_1$  musi przenieść się w całości na C'E', zaś przekątnia pozostaje bez natężenia. To samo powtarza się w D' i E', o ile oba pasy górny i dolny są proste.

Błędy rysunku sprowadzą zawsze pewną niedokładność w planie sił; aby je o ile możności zmniejszyć, postępujemy nast. drogą: Wychodząc od łożyska lewego, wyznaczamy siły wewnętrzne w pewnej ilości prętów (mniej więcej w połowie wieżara np. do prętów  $g'_3$  i  $k'_3$  w rys. 210); następnie przerywamy wykres i wychodząc od łożyska prawego, kreślimy siły od końca, aż obie części wykresu zetkną się. Jeżeli tu spostrzeżemy różnicę stosunkowo nieznaczną, wystarczy poprawić nieco siłę, na którą uzyskaliśmy wartości niezgodne z sobą, oraz parę najbliższych sił, tak, aby plan sił całkiem się zamknął.

Dla wiatru działającego ze strony prawej należy wykreślić osobny plan sił na tej samej zasadzie, co poprzedni (rys. 211e).

## § 55. Wyznaczenie oddziaływań metodą rachunkową.

Dla obciążenia pionowego wyznaczamy oddziaływanie w sposób znany już z § 23 i § 53.

Oddziaływanie dla wiatru znajdziemy w następujący sposób: (rys. 211a)

Wiemy, że jedno oddziaływanie (łożyska ruchomego) jest pionowe; całą zatem składową poziomą wiatru przejmuje oddziaływanie drugie  $O_2$ . Jeśli dach przebiega w linii prostej swym pasem górnym, to dla nachylenia połaci dachu pod kątem  $\alpha$ , składowa pozioma wiatru, a tem samem i składowa pozioma oddziaływania  $O_2$  wynosi  $H = W \sin \alpha$ .

Oddziaływanie pionowe wyznaczamy na podstawie równania momentów. Niech wypadkowa wiatru zaczepia w odległości  $s$  od łożyska  $A$ , to przyjmując biegun w  $A$  otrzymamy równanie:

$$W \cdot s - V_b \cdot l = 0$$

gdzie  $V_b$  jest składową pionową oddziaływania  $O_2$ . Składowa pionowa oddziaływania  $H$  nie daje żadnego momentu, gdyż kierunek jej przechodzi przez punkt  $A$ . Z równania tego otrzymamy:

$$V_b = \frac{Ws}{l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 178.$$

Jeśli wypadkowa parcia wiatru zaczepia w środku długości  $AC$ ,

$$\text{to } s = \frac{AF}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{2 \cos \alpha}$$

$$V_b = \frac{Wl}{4l \cos \alpha} = \frac{W}{4 \cos \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 179.$$

Oddziaływanie  $O_1$  znajdziemy z warunku na równowagę składowych pionowych. Składowa pionowa wiatru wynosi  $W_v = W \cos \alpha$ , więc:

$$W \cos \alpha - O_1 - V_b = 0$$

a stąd:

$$O_1 = W \cos \alpha - V_b = W \cos \alpha - \frac{W}{4 \cos \alpha} = \frac{W}{4} \cos \alpha \left( 4 - \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right)$$

$$O_1 = \frac{W}{4} \cos \alpha (3 - \operatorname{tg}^2 \alpha) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 180.$$

W ten sam sposób otrzymamy dla wiatru działającego ze strony *prawej*:

$$H = W \sin \alpha \quad O_1 = \frac{W}{4 \cos \alpha} \quad V_b = \frac{W}{4} \cos \alpha (3 - \operatorname{tg}^2 \alpha) \quad . \quad . \quad . \quad 181.$$

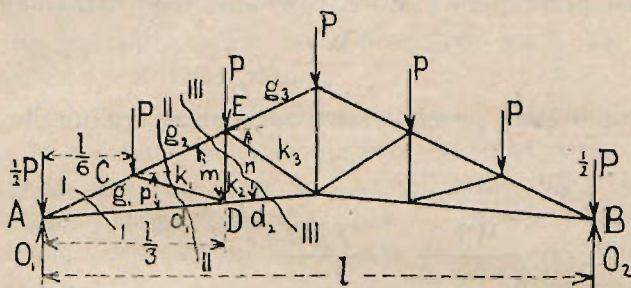
## § 56. Rachunkowe wyznaczenie sił wewnętrznych w prętach.

Sposób ten polega również na zasadzie, że jeżeli parę sił jest z sobą w równowadze, to moment ich względem dowolnie obranego punktu, t. zw. bieguna, musi równać się zeru. Jeśli z tych sił



są trzy niewiadome, to biegun możemy przyjąć w punkcie przecięcia dwu z nich, a wtedy moment tych dwu sił jest równy zero; mamy więc w równaniu tylko jedną siłę niewiadomą, która zatem łatwo da się obliczyć.

Dla wyznaczenia sił w przecie np.  $g_2$  (rys. 212), przetnijmy wiązar wedle linii III—III i zbadajmy jego odciętą lewą część. Jeśli ma się ona trzymać w równowadze, to wszystkie siły, działające



Rys. 212.

na nią muszą być też w równowadze. Siłami temi są nie tylko siły zewnętrzne  $O_1$  i siły  $P$ , działające na odciętą część belki, ale także siły w podtrzymujących ją prętach, któreśmy przecięli.  $g_2$ ,  $k_2$ ,  $d_2$  tj. te siły, których znalezienie jest właśnie naszym zadaniem. Chcąc znaleźć siłę np.  $g_2$ , uwzględnijmy że te wszystkie siły muszą dać moment równy zero ze względu na jakikolwiek punkt, a więc i ze względu na punkt D przecięcia się sił  $k_2$  i  $d_2$ . Ponieważ nie znamy dotąd znaku siły  $g_2$ , więc przyjmujemy na razie znak + (t. j. ciągnienie); otrzymamy wtedy:

$$O_1 \cdot \frac{l}{3} - P \cdot \frac{l}{6} + g_2 m = M + mg_2 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad 182.$$

jeśli  $M$  oznacza moment sił zewnętrznych działających na odciętą część belki ( $O_1$  i  $P_1$ ) względem punktu D

$$M = O_1 \frac{l}{3} - P \frac{l}{6} = \frac{l}{6} (2O_1 - P) = \frac{l}{6} (5P - P) = \frac{2}{3} Pl$$

Stąd otrzymamy:

$$g_2 = - \frac{M}{m} = - \frac{2}{3} \frac{Pl}{m} \quad . \quad . \quad . \quad 182a.$$

Ponieważ otrzymaliśmy na  $g_2$  znak —, a przyjęliśmy poprzednio +, więc przyjęcie nasze było fałszywe. W  $g_2$  panuje zatem ciśnienie.

Podobnie dla znalezienia siły  $d_2$  bierzemy moment wzgl. p. E; przyjmując dla tej siły znów znak +, otrzymamy wtedy:

$$M - d_2 n = \frac{2}{3} Pl - d_2 n = 0 \quad . . . . . 183.$$

$$d_2 = + \frac{2}{3} \frac{Pl}{n} \quad . . . . . 183a.$$

w  $d_2$  panuje zatem ciągnienie.

Dla  $k_2$  bierzemy moment względem p. przecięcia sił  $d_2$  i  $g_2$ , tj. względem A; otrzymamy więc:

$$P \frac{1}{6} - k_2 \frac{1}{3} = 0 \quad . . . . . 184.$$

$$k_2 = - \frac{1}{2} P \quad . . . . . 184a.$$

(więc ciśnienie). Podobnie prowadząc przekroje I, II .... znajdujemy siły w innych prętach, o ile to jest potrzebne. Zwykle jednak rachunkowo wyznacza się tylko jedną siłę, albo dla kontroli, czy wykres nie jest błędny, albo, jeżeli metodą podaną w § 54 nie można znaleźć wszystkich sił.

### Przykłady 124 127.

124. Wyznaczyć siły wewnętrzne belki kratowej o pasach równoległych obciążonych dwoma ciężarami  $P_1$  i  $P_2$  wedle rys. 213.

a) Metoda wykreślna. Przyjmujemy dowolny biegun  $S_2$  prowadzimy promienie wieloboku sił i wieloboku sznurowego dla sił  $O_1, P_1, P_2, O_2$ . Równoległa do zamykającej  $S_m$  odcina wielkości obu oddziaływań  $O_1, O_2$ . Następnie postępujemy drogą opisaną w § 54 znajdując kolejno siły  $k_1, d_1, k_2, g_1, k_3, d_2$  ....

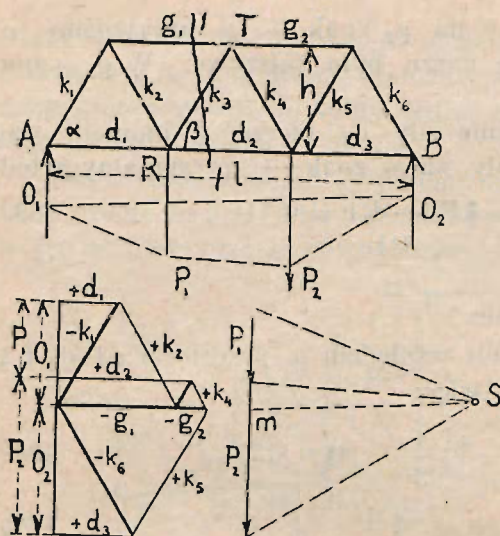
b) Metoda rachunkowa.

Oddziaływanie  $O_1$  i  $O_2$  znajdujemy z wzorów 23 i 25. Z warunku równowagi na podporze A otrzymamy:

$$k_1 \sin \alpha = O_1 \quad \text{stad} \quad k_1 = O_1 \operatorname{cosec} \alpha$$

$$k_1 \cos \alpha = d_1 \quad \text{,,} \quad d_1 = O_1 \cot \alpha$$





Rys. 213.

Prowadząc przekrój I—I, otrzymamy biorąc moment wzgl. p. T:

$$M_T - d_2 h = 0,$$

$$\text{stad } d_2 = + \frac{M_T}{h};$$

biorąc moment wzgl. p. R

$$M_R + g_1 h = 0,$$

$$\text{stad } g_1 = - \frac{M_R}{h}$$

Widzimy stad, że w belce o pasach równoległych siły wewnętrzne w pasach są wprost proporcjonalne do momentów sił wewnętrznych.

Dla znalezienia siły

$k_3$  nie możemy zastosować

prawa o momentach, gdyż oba prostopadłe przecięte pręty  $g_1$  i  $d_2$  są równoległe. Biorąc sumę rzutów pionowych sił działających na odciętą część belki, otrzymamy natomiast:

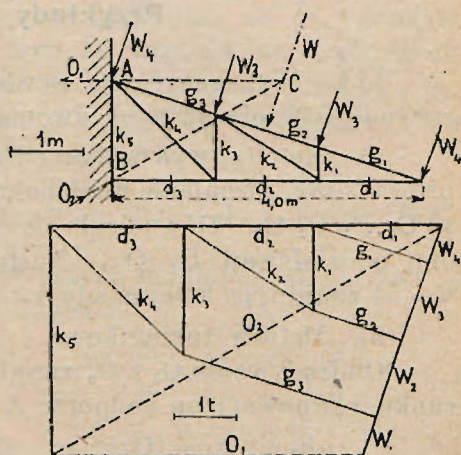
$$O_1 - P_1 + k_3 \sin \beta = 0 = T + P_3 \sin \beta$$

gdzie  $T = O_1 - P_1$  jest siłą poprzeczną w danym przekroju. Zatem:

$$k_3 = -T \operatorname{cosec} \beta.$$

125. Wyznaczyć siły wewnętrzne wieżara dachowego wspornikowego wedle rys. 214.

Najwygodniej rozpocząć wyznaczanie sił od węzła, w którym schodzą się pręty  $g_1$  i  $k_1$ , których siły wewnętrzne znajdziemy, rozkładając na odp. składowe siłę  $W_1$ . Podobnie znajdziemy kolejno siły w in-



Rys. 214.

nych prętach, dochodząc ostatecznie do węzłów A i B. Oddziaływanie  $O_1$  w kotwie poziomej znajdziemy z warunków równowagi dla węzła A; oddziaływanie  $O_2$  równe jest co do wielkości wypadkowej sił  $d_2$  i  $k_2$ .

Oddziaływanie można znaleźć wprost rozkładając wypadkową sił zewnętrznych W na siły:  $O_1$  poziomą i  $O_2$  przechodzącą przez punkty C i B.

126. Obliczenie dachu żelaznego o rozpiętości 18,00 m. Pokrycie papą. Odstęp więzarów  $a=5,40$  m (rys. 215—tablica).

Obciążenia pionowe na 1 m<sup>2</sup> dachu pochyłego:

Ciężar pokrycia, deskowania i krokwi . . .  $g_1 = 40$  kg/m<sup>2</sup>

Ciężar śniegu  $s_1 = s \cos \alpha = 80 \cos 11^\circ 20' = 78,5 \approx 80$  kg/m<sup>2</sup>

Razem na 1 m<sup>2</sup> dachu pochyłego . . .  $g = 120$  kg/m<sup>2</sup>

Parcie wiatru:

$n = 150 \sin (\alpha + 10) = 150 \sin (21^\circ 20') . . . = 55$  kg/m<sup>2</sup>

Obliczenie krokwi:

Odstęp krokwi wynosi (przy pięciu krokwiach pomiędzy więzarami)  $c = \frac{5,40}{5} = 1,08$  m

Składowa obciążenia prostopadła do połaci:

$g_1 = g \cos \alpha = 120 \cos 11^\circ 20' = 117,6 \approx 120$  kg/m<sup>2</sup>

Składowa równoległa do połaci:

$g_2 = g \sin \alpha = 120 \sin 11^\circ 20' = \approx 24$  kg/m<sup>2</sup>

Sumaryczne obciążenie prostopadłe do połaci:

$g_1 + n = 120 + 55 = 175$  kg/m<sup>2</sup>

Całkowite obciążenie płatwi prostopadłe do połaci:

$G_1 = 3,06 \cdot 1,08 \cdot 175 = 578,3 \approx 580$  kg

Największy moment zginający:

$M = \frac{1}{8} G l = \frac{1}{8} 580 \cdot 3,06 = 2218,5 \approx 22200$  kgcm

Całkowite obciążenie płatwi równoległe do połaci:

$G_2 = 3,06 \cdot 1,08 \cdot 24 = \approx 80$  kg.

Przyjmując przekrój krokwi  $13 \times 10$  ( $F=130$  cm<sup>2</sup>,  $W=282$  cm<sup>3</sup>); otrzymamy najw. natężenie:

$$\sigma = \frac{80}{130} + \frac{22200}{282} = 0,6 + 78,0 = 78,6 \text{ kg/cm}^2$$



(Widzimy stąd, że natężenie z powodu  $G_2$  jest stosunkowo tak małe, że możemy je śmiało opuścić w obliczeniu).

### Obliczenie płatwi:

Na płatew działają ciężary równe podwójnym oddziaływaniom krokwi.  $P_1 = 2 \cdot \frac{580}{2} = 580$  kg prostopadle do połaci dachu, oraz  $P_2 = 2 \cdot \frac{80}{2} = 80$  kg równolegle do połaci.

Największy moment w środku równy jest momentowi w punkcie podparcia krokwi drugiej z rzędu od wieżara i wynosi:

$$M = O_1 \frac{a}{2} - P \cdot \frac{3}{2} c - P \cdot \frac{1}{2} c = 2 P \cdot \frac{5}{2} - P \frac{3}{2} c - P \frac{1}{2} c = 3 P c$$

Zatem moment w płaszczyźnie prostopadłej do połaci wynosi:

$$M_1 = 3 P_1 c = 3 \cdot 580 \cdot 1,08 = 1890 \text{ kgm} = 189000 \text{ kgcm}$$

Moment w płaszczyźnie równoległej do połaci:

$$M_2 = 3 P_2 c = 3 \cdot 80 \cdot 1,08 = 269 \text{ kgm} = 26900 \text{ kgcm}$$

Przyjmując dźwigar NP. 24 otrzymamy najw. natężenie:

$$\sigma = \frac{M_1}{W_1} + \frac{M_2}{W_2} = \frac{189000}{398,7} + \frac{26900}{50,6} = 474 + 531 = 1005 \text{ kg/cm}^2$$

### Obliczenie wieżara głównego:

Obciążenie pionowe: Pokrycie papą: . . . 40 kg/m<sup>2</sup>

Ciężar płatwi i wieżaru 30 ..

Ciężar śniegu: . . . 80 ..

Całk. obciążenie pionowe:  $g = 150 \text{ kg/m}^2$  połaci.

Parcie wiatru j. w.  $n = 55 \text{ kg/m}^2$ .

Ciężary węzłowe wynoszą zatem dla obciążenia pionowego:

w węzł. II, III i IV:  $P = c \cdot a \cdot g = 3,06 \cdot 5,40 \cdot 2480 \approx 2500 \text{ kg}$ .

w węźle I:  $P_1 = \frac{1}{2} P = 1250 \text{ kg}$ .

Oddziaływania wieżara z powodu ciężaru pionowego wynoszą:

$$O_1 = O_2 = \frac{5 P + 2 P_1}{2} = \frac{5 \cdot 2500 + 2 \cdot 1250}{2} = 7500 \text{ kg}.$$

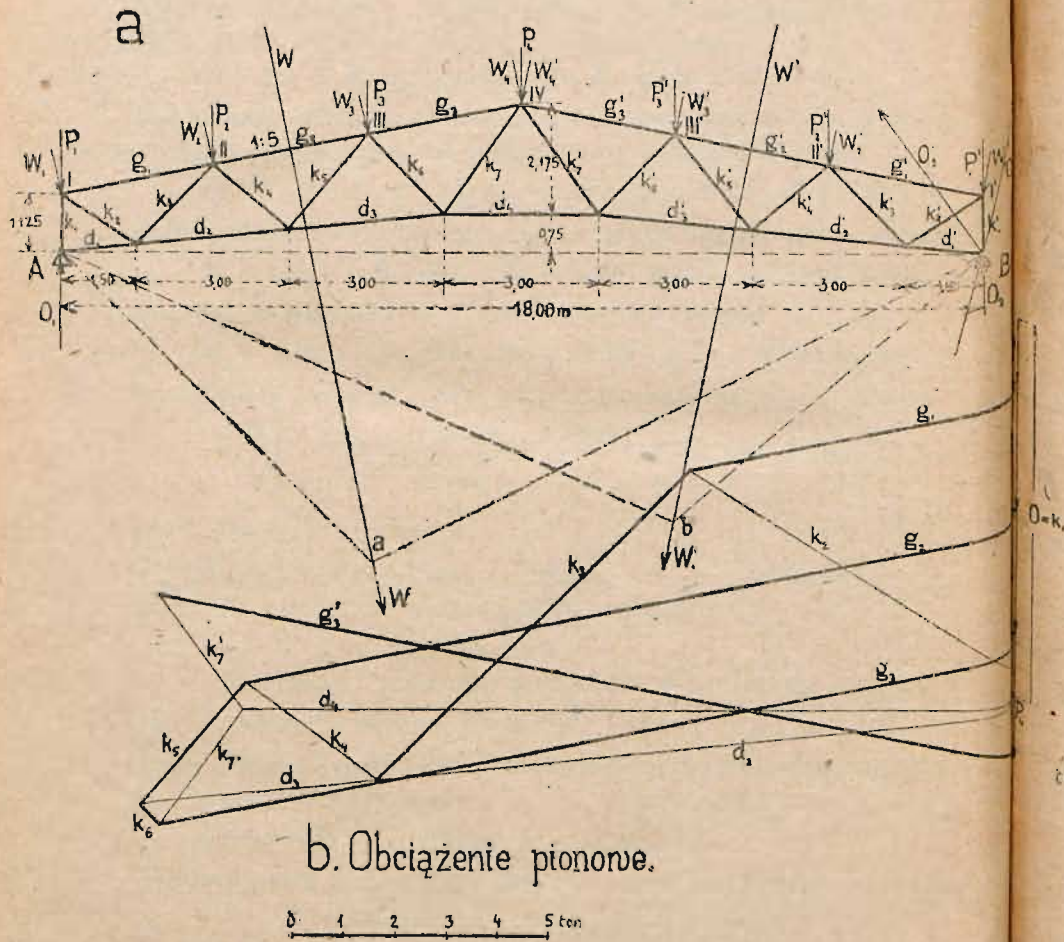
Ciężary węzłowe dla parcia wiatru wynoszą:

w węzłach II i III:  $W = 3,06 \cdot 5,40 \cdot 55 = 920 \text{ kg}$  .

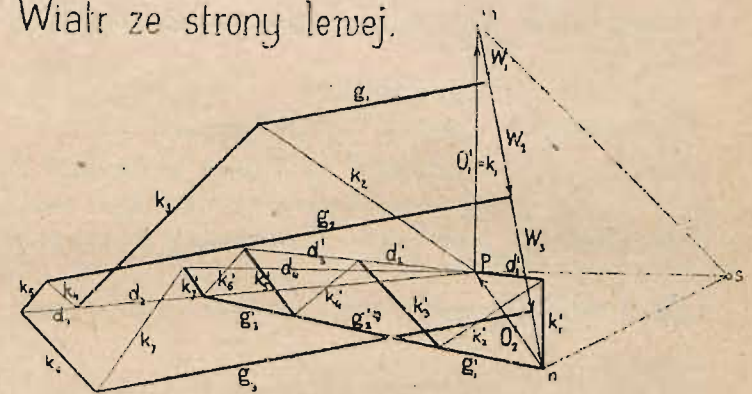
w węzłach I i IV:  $W_1 = \frac{1}{2} W = 460 \text{ kg}$ .

Oddziaływanie dla parcia wiatru znaleźliśmy wykreślnie.

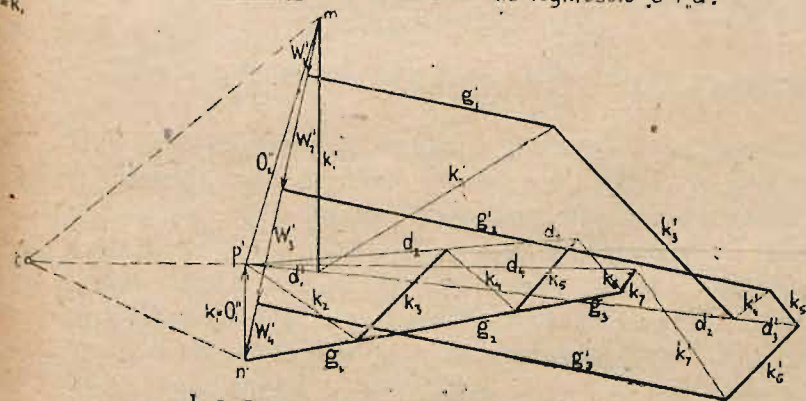
# Obliczenie dachu blaznego.



c. Wiatr ze strony lewej.



0 500 1000 kg Podziałka dla rysunków c i d.



d. Wiatr ze strony prawej



MP.493





	Pręt	Siły wewnętrzne wskutek			Najw. siły wewnętrzne
		obc. pion.	wiatru z lewej	wiatru z prawej	
Pas górny	$g_1$	— 7,62t	—1,84t	—0,88t	— 9,46t
	$g'_2$	—16,45	—3,68	—2,12	—20,13
	$g_3$	—18,08	—3,45	—3,00	—21,53
	$g'_4$	—18,08	—3,45	—3,73	—21,81
	$g'_2$	—16,45	—3,68	—3,88	—20,33
	$g'_1$	— 7,62	—1,84	—1,96	— 9,58
Pas dolny	$d_1$	0	0	0	0
	$d_2$	+13,60	+3,12	+1,56	+16,72
	$d_3$	+18,24	+3,56	+2,60	+21,80
	$d_4$	+16,22	+2,26	+3,04	+19,36
	$d'_3$	+18,24	+1,80	+4,32	+22,56
	$d'_2$	+13,60	+0,92	+3,70	+17,30
	$d'_1$	0	—0,54	+0,56	— 0,54
Krzyżulce	$k_1$	—7,50	—1,96	—0,75	— 9,44
	$k_2$	+8,82	+2,04	+1,04	+10,86
	$k_3$	—8,64	—2,02	—1,00	—10,66
	$k_4$	+3,20	+0,31	+0,72	+ 3,92
	$k_5$	—3,22	—0,32	—0,74	— 3,96
	$k_6$	—0,67	—0,86	+0,54	— 1,53
	$k_7$	+2,85	+1,18	—0,20	+ 4,03
	$k'_7$	+2,85	—0,23	+1,58	+ 4,43
	$k'_6$	—0,67	+0,50	—0,80	— 1,47
	$k'_5$	—3,22	—0,64	—0,35	— 3,86
	$k'_4$	+3,20	+0,67	+0,34	+ 3,87
	$k'_3$	—8,64	—0,92	—2,06	—10,70
	$k'_2$	+8,82	+0,96	+2,16	+ 9,78
	$k'_1$	—7,50	—0,68	—2,00	— 9,50

W kolumnie ostatniej podane są największe siły występujące w prętach więzara kratowego. Znaleźliśmy je sumując siły z powodu obciążenia pionowego z większą z sił wskutek wiatru.



Prę	Najw. siła	$F_0$	Przekrój	$F$	$N$	$P_u$	$l_0$	$i$	$\frac{l_0}{i}$	$\beta$	$\frac{E}{E_1}$ $\frac{E}{E_2}$ $\frac{E}{E_3}$
	1	cm. <sup>2</sup>		cm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	cm. <sup>2</sup>	mm	cm	cm		cm <sup>2</sup>
$g_1$	— 9,58.	9,6	2 $\overline{\text{I}}$ 80.80.10 2 $\overline{\text{I}}$ 80.80.10 + 160.10	30,2	1,8	28,4	3059	2,4	102	0,51	19,0
$g_2$	— 20,33	20,3		46,2	5,4	40,8	"	3,0	82	0,57	36,2
$g_3$	— 21,81	21,8		"	"	"	"	"	"	"	37,3
$d_1$	— 0,54	0,6	2 $\underline{\text{I}}$ 80.80.8	24,5	2,9	21,6	3059				
$d_2$	+ 17,30	17,3		"	"	"	"				
$d_3$	+ 22,56	22,6		"	"	"	"				
$d_4$	+ 19,36	19,4		"	"	"	"				
$k_1$	— 9,50	9,5	$\underline{\text{I}}$ 2 $\times$ 70.70.8 $\overline{\text{I}}$ 2 $\times$ 60.60.6 jak $k_1$ 2 $\overline{\text{I}}$ 40.40.4 2 $\overline{\text{I}}$ 50.50.5 $\underline{\text{I}}$ 2 $\times$ 40.40.4 "	21,3	2,6	18,7	1125	3,7	24	0,74	12,8
$k_2$	+ 10,86	10,9		13,8	1,9	11,9	1789				
$k_3$	— 10,70	10,7		21,3	2,6	18,7	2175	3,7	48	0,67	16,0
$k_4$	+ 3,92	3,9		6,1	1,0	5,1	1968				
$k_5$	— 3,96	4,0		9,6	1,2	8,4	2401	2,4	81	0,58	6,9
$k_6$	— 1,53	1,5		6,1	1,2	4,9	2175	2,0	91	0,55	2,7
$k_7$	+ 4,43	4,4		"	"	"	2520				

obustronnie nie potrzebuje wzajemnego połączenia. Np. pręty pasu górnego  $g_1$ ,  $g_2$  i  $g_3$  mają kątowniki 80 . 80 . 10, które oczywiście wykonamy na całą długość  $g_1 + g_2 + g_3$  z jednej sztuki. Wtedy ilość nitów w węźle II obliczamy na siłę:  $20330 - 9580 = 10750$  kg. Używając nitów dwuciętych  $d = 18$  mm, otrzymamy otrzymany siłę, jaką przenieść może jeden nit na ścinanie  $P = 4060$  kg, na ciśnienie  $P_1 = 3460$  kg. Potrzebne są zatem 4 nity, które mogą bezpiecznie przenieść 16240 kg na ścinanie, zaś 13840 kg na ciśn. dla 12 mm blach węzłowych; miarodajna jest siła mniejsza.

Obliczenie nitów najlepiej jest przeprowadzić wedle następującej tabeli:

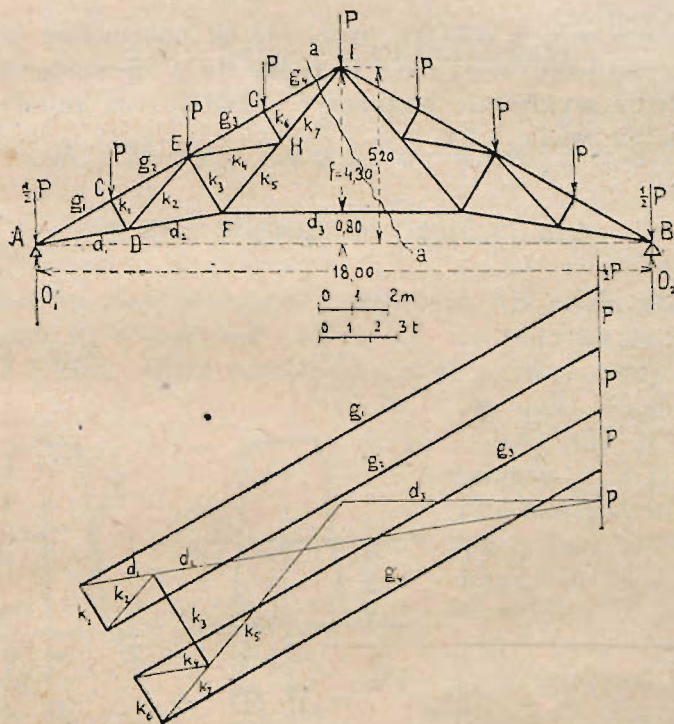
Pręt	Najw. siła do przeniesienia (kg)	Średnica nitu mm	Ilość nitów		Siła przeniesiona przez nity	
			razciętych	dwuciętych	na ścinanie kg	na ciśnienie kg
$g_1$	9,580	18		3	12180	10380
$g_2$	10,750*)	„		4	16240	13840
$g_3$	21,810	„	4	4	16240 + 8120	13840 + 11520
$d_1$	540	18		3	12180	10380
$d_2$	16,760*)	„		5	20300	17300
$d_3$	22,560	„	4	4	16240 + 8120	13840 + 11520
$d_4$	19,360	„	4	3	16240 + 6090	13840 + 5190
$k_1$	9,500	16	6		9600	12300
$k_2$	10,860	16		4	12600	12280
$k_3$	10,700	16		4	12600	12280
$k_4$	3,920	12		3	5600	4620
$k_5$	3,960	12		3	5600	5760
$k_6$	1,530	12	4		3600	3080
$k_7$	4,430	12	6		5400	4620

\*) Obliczone na różnicę sił:  $(g_3 - g_2)$ , wzgl.  $(d_2 - d_1)$ .



127. Na wieżar przedstawiony na rys. 216 (t. zw. wieżar podwójny systemu Polonceau) działa obciążenie pionowe symetryczne  $P = 2,4 \text{ t}$  w każdym węźle. Należy wyznaczyć siły wewnętrzne.

Znajdujemy wedle § 54 kolejno siły  $g_1, d_1$  (z węzła A),  $g_2, k_1$  (z węzła C),  $k_2, d_2$  (z węzła D). W następnych węzłach E i F mamy jednak po trzy niewiadome, wobec czego tego sa-



Rys. 216.

meo sposobu użyć tu nie możemy; postaramy się zatem wyznaczyć jedną z sił zaczepiających w węźle E, np. siłę  $k_4$ . W tym celu prowadzimy przekrój a—a. Dla równowagi musi być suma momentów sił zewnętrznych działających na odciętą lewą część belki (t. j. oddziaływanie  $O_1$  i siły  $\frac{P}{2}$  (w węźle A) oraz siły  $P$  (w węzłach C, E, G) oraz momentów sił wewnętrznych w prętach

przeciętych (t. j.  $d_3$ ,  $k_7$ ,  $g_4$ ) równa zero ze względu na dowolny punkt. Za punkt taki przyjmiemy wierzchołek I, gdyż przecinają się w nim dwa pręty przecięte  $g_4$  i  $k_7$ . Moment sił zewnętrznych wynosi:  $O_1 \cdot 9,00 - 4P \cdot 4,50 = 4P \cdot 4,50 = 18P = 43,2 \text{ tm}$ ; a stąd (przyjmując w  $d_3$  siłę ciągnącą) otrzymujemy:  $43,2 - d_3 f = 0$ , czyli:

$$d_3 = + \frac{43,2 \text{ tm}}{4,30 \text{ m}} = + 10,05 \text{ t}$$

Odcinając siłę  $d_3 = 10,05 \text{ t}$  w planie sił poczynając od końca siły  $d_2$  uzyskujemy w punkcie F tylko dwie niewiadome, które łatwo możemy wykreślnie wyznaczyć. Dalszy tok roboty postępuje normalnie wedle § 54.