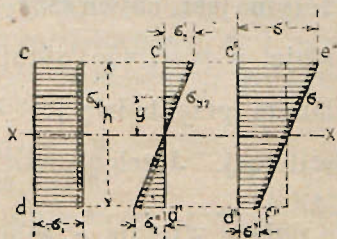


## E. Wytrzymałość złożona.

### § 43. Wytrzymałość złożona na zginanie i rozciąganie (ciągnienie) lub ściskanie (ciśnienie).

Jeżeli na belkę zginaną w sposób wyżej omawiany działa siła osiowa (wywierająca ciśnienie lub ciągnienie), to w każdym miejscu belki wystąpią *natężenia zginające*, oraz *natężenia ciskące*, wzgl. *ciągące*. Dla otrzymania najw. natężeń, trzeba jedno do drugich dodać.

Z § 31 wiemy, że natężenia z powodu siły osiowej rozkładają się jednostajnie na cały przekrój o wysokości  $h$  (rys. 179) i wynoszą  $\sigma_1 = \mp \frac{P}{F}$ , gdzie znak  $+$  oznacza ciągnienie, znak  $-$  ciśnienie. Ponieważ zaś na całej długości belki działa ta sama siła  $P$ , przeto natężenie  $\sigma_1$  jest stałe w każdym jej punkcie.



Rys. 179, 180, 181.

Natężenia zginające w dowolnym punkcie belki oddalonym o  $y$  od środka ciężkości przekroju wynoszą  $\sigma_y = \pm \frac{M}{J} y$  (§ 36); zatem natężenie sumaryczne w dowolnym punkcie:

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_y = \frac{P}{F} + \frac{M y}{J} \quad . \quad . \quad . \quad 138.$$

W pewnym punkcie przekroju belki natężenia  $\sigma_1$  (ciśnienie lub ciągnienie) rozkładają się w postaci prostokąta (por. rys. 179); natomiast natężenie zginające wedle rys. 180. Jeżeli mamy siłę  $P$  ciągnącą, to  $\sigma_1$  jest ciągnieniem ( $+$ ). Jeżeli więc z natężeń zginających górne są ciągnące, zaś dolne ciskające, to u góry natężenia się sumują, u dołu odejmują. Odcinając na  $c''d''$  (rys. 181) u góry  $c''e'' = \sigma_1 + \sigma'_2$ , zaś u dołu  $d''f'' = \sigma_1 + \sigma''_2$  (w kierunku przeciwnym) otrzymamy wykres natężeń sumarycznych, przedstawiający się w postaci trapezu. Z wykresu tego widać, że najw. natężenia

powstaną tam, gdzie nateżenia ciągnące sumują się z najw. nateżeniami ciągnącymi z powodu zginania (rys. 181) w warstwie skrajnej gdzie

$$\sigma_2 = \frac{Me}{I} = \frac{M}{W}$$

Największe nateżenia w przekroju wynoszą zatem:

$$\sigma' = \frac{P}{F} + \frac{Me}{I} = \frac{P}{F} + \frac{M}{W} \quad . . . . . 139$$

i będą oczywiście największe w warstwie skrajnej tego przekroju, w którym jest największy moment  $M$ . Najmniejsze nateżenie powstaje w warstwie skrajnej dolnej, gdzie  $\sigma'' = \frac{P}{F} - \frac{M}{W}$ . W danym przykładzie jest ono również ciągnieniem, jak i w warstwie dolnej. Jeżeli jednak  $\frac{M}{W}$  będzie większe niż  $\frac{P}{F}$ , to w warstwie dolnej wystąpi ściskanie o wielkości  $\sigma = -(\frac{P}{F} - \frac{M}{W})$ ; zatem wykres nateżeń przedstawi się wedle rys. 190. Mamy wtedy w jednym punkcie nateżenie równe zero, więc oś obojętną w przekroju.

Jeżeliby wreszcie największe nateżenie cisnące  $\frac{M}{W} = \frac{P}{F}$ , to w przekroju wystąpią wyłącznie ciągnienie o największej wartości  $\sigma = \frac{P}{F} + \frac{M}{W} = \frac{2P}{F}$  w warstwie skrajnej górnej, natomiast w warstwie dolnej  $\sigma = 0$ . Nateżenie warstwy środkowej t. j. w odległości  $e = \frac{h}{2}$  od górnej i od dolnej warstwy wynoszą  $\sigma = \frac{P}{F} + 0 = \frac{P}{F}$ ; są zatem dla belki o przekroju *symetrycznym* równe nateżeniu z powodu siły osiowej. W przekrojach *niesymetrycznych* warstwą środkową jest przechodząca przez środek ciężkości przekroju (por. § 36).

Dla belki o przekroju prostokąta mamy:

$$F = bh, \quad W = \frac{bh^2}{6}, \text{ a stąd: } \sigma = \frac{P}{bh} \pm \frac{6M}{bh^2} \quad . . . 140.$$



Mając obliczyć belkę narażoną na zginanie i ciśnienie (ew. ciągnięcie), obliczamy zwykle najpierw przekrój na zginanie; zamiast obliczonego bierzemy jednak większy i dla tego przyjętego kontrolujemy czy obliczone wedle wzoru  $\sigma = \frac{P}{F} + \frac{M}{W}$  są mniejsze od natężenia dopuszczalnego, t. j. czy  $k \leq \frac{P}{F} + \frac{M}{W}$ .

#### § 44. Ściskanie (ciśnienie) i rozciąganie (ciągnięcie) mimośrodowe.

Zupełnie tak samo rozdzielają się natężenia, gdy na przekrój działa siła  $P$  cisnąca lub ciągnąca, ale *mimośrodkowa*, t. j. nie zaczepiająca w środku przekroju. *Zachodzi tu identycznie ten sam wypadek* (rys. 182).

Niech np, środek ciężkości przekroju będzie w  $S$ ; natomiast punkt zaczepienia siły  $P$  w  $M$ . W punkcie  $S$  możemy zaczepić dwie siły równe i wprost przeciwne sobie, a znoszące się  $P' - P'' = 0$ ; stan równowagi nie ulegnie więc zmianie. Ugrupujmy te siły inaczej, podobnie jak to czyniliśmy w § 36. Na przekrój będą działać wtedy:

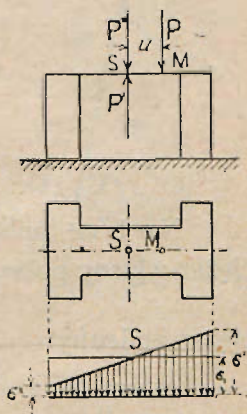
- 1) siła osiowa  $P''$
- 2) para sił  $P P'$ , której moment wynosi  $P \cdot u$ .

Siła  $P''$  wywoła natężenie cisnące o wielkości  $\sigma_1 = \frac{P''}{F} = \frac{P}{F}$ ; natomiast para sił natę-

żenie zginające o największej wartości  $\sigma_2 = \frac{M}{W} = \frac{Pu}{W}$ . Najw. natężenie sumaryczne wynosi więc:

$$\sigma = \frac{P}{F} + \frac{M}{W} = \frac{P}{F} + \frac{Pu}{W} \dots \dots \dots 141.$$

Podobnie, jak w § 43, możemy dojść tu do różnych wykresów natężeń (por. rys. 187—190), zależnie od wielkości siły  $P$  i od

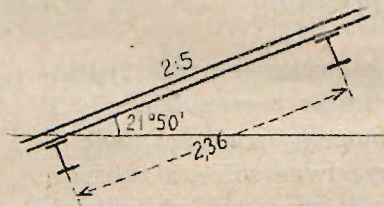


Rys. 181.

ległości jej u od środka przekroju. Przedewszystkiem ciekawy jest stan przejściowy (rys. 189), gdy w przekroju panują wyłącznie nażenia jednego znaku, ale gdy we włóknie skrajnem panuje natężenie równe zeru. Wtedy oś obojętna *dotyka* przekroju, czyli jest doń styczną; ale *nie przecina* go w żadnym punkcie.

### Przykłady 110 — 112.

110. Listwy żelazne (szyny kopalniane) podtrzymują świetlnie ze szkła drutowego. Długość ich 2,36 m, nachylenie do poziomu  $21^{\circ}50'$ , odstęp 55 cm. Należy obliczyć ich wymiary, przyjmując ciężar śniegu  $50 \text{ kg/cm}^2$  połaci dachu, zaś z wiatru, uwzględniając tylko składową pionową  $20 \text{ kg/cm}^2$  (rys. 183).



Rys. 183

Na  $1 \text{ m}^2$  połaci dachu przypada:

ciężar własny pokrycia:	szkło drutowe 7 m/m grube	20	kg/m <sup>2</sup>	połaci
	listwy żelazne (przyjęto)	10	„	„
ciężar zmienny:	śnieg	50	„	„
	wiatr	20	„	„

Razem na  $1 \text{ m}^2$  dachu pochyłego  $g = 100 \text{ kg/m}^2$  połaci

Ciężar ten rozkłada się na dwie składowe:  $g_1$  prostopadłą do połaci i  $g_2$  równoległą do niej, przyczem:

$$g_1 = 100 \cos 21^{\circ} 50' = 100 \cdot 0,928 = 93 \text{ kg/m}^2$$

$$g_2 = 100 \sin 21^{\circ} 50' = 100 \cdot 0,371 = 38 \text{ kg/m}^2$$

Zatem ciężar całkowity przypadający na jedną listwę:

$$G_1 = 2,36 \cdot 0,55 \cdot 93 = 120 \text{ kg}$$

$$G_2 = 2,36 \cdot 0,55 \cdot 38 = 40 \text{ kg}$$



Ciężar  $G_1$  wygina listwę i wywołuje najw. moment

$$M = \frac{1}{8} G_1 l = \frac{1}{8} 120 \cdot 2,36 = 3540 \text{ kgcm.}$$

Ciężar  $G_2$  działa jako siła osiowa ciągnąca. Przyjmując szynę kopalnianą  $\frac{50}{38}$  o powierzchni  $4,85 \text{ cm}^2$ , o momencie wytrzymałości  $W = 5,8 \text{ cm}^3$ , otrzymamy naj. natężenie (ciągnięcie):

$$\sigma = \frac{M}{W} + \frac{G_2}{F} = \frac{3540}{5,8} + \frac{49}{4,85} = 610 + 10 = 620 \text{ kg/cm}^2$$

111. Krokwie  $\frac{16}{12}$  dachu wieżowego, obciążone ciężarem pionowym pokrycia  $80 \text{ kg/m}^2$  połaci i parciem wiatru  $200 \text{ kg/m}^2$  połaci prostopadłym do niej, leżą w odstępach  $70 \text{ cm}$ . Należy znaleźć najw. natężenie (por. rys. 184).

Obciążenie pionowe wynosi:

$$G = 0,70 \cdot 4,65 \cdot 80 = \text{ok} 260 \text{ kg.}$$

Składowa  $G'$  prostopadła do kierunku krokwi:

$$G' = 260 \cdot \cos 75^\circ = 260 \cdot 0,259 = \text{ok} 62 \text{ kg.}$$

Składowe  $G''$  równoległe do tegoż kierunku:

$$G'' = 260 \cdot \sin 75^\circ = \text{ok} 250 \text{ kg}$$

Parcie wiatru:

$$W = 0,7 \cdot 4,65 \cdot 200 = \text{ok} 650 \text{ kg.}$$

Ciężary  $G'$  i  $W$  wywołują moment zginający krokiew o wielkości:

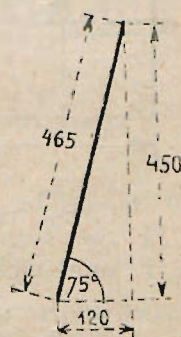
$$M = \frac{(G' + W)l}{8} = \frac{(62 + 650) 465}{8} = \text{ok} 41500 \text{ kg/cm}$$

Składowe  $G''$  wywołuje ciśnienie osiowe.

Dla przekroju  $\frac{16}{12}$  wynosi  $F = 12 \cdot 16 = 192 \text{ cm}^2$ , zaś  $W = \frac{1}{8} 12 \cdot 16^3 = 512 \text{ cm}^3$ . Zatem najw. natężenie:

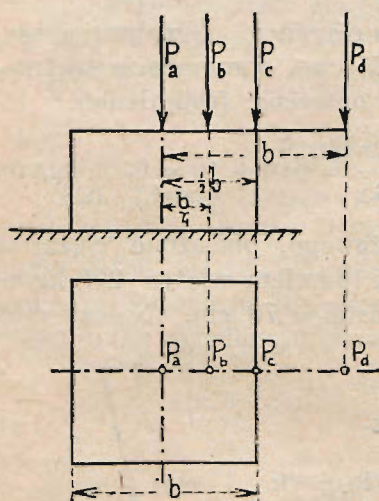
$$\text{na ciągnięcie: } \sigma = \frac{G''}{F} + \frac{M}{W} = \frac{250}{192} + \frac{41500}{512} = 82 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{na ciśnienie: } \sigma = \frac{G''}{F} - \frac{M}{W} = \frac{250}{192} - \frac{41500}{512} = -79 \text{ kg/cm}^2$$



Rys. 184.

112. Na pręt o przekroju kwadratowym, którego bok wynosi  $b$ , działa siła  $P$  a) osiowo, b) w odległości  $\frac{1}{4}b$  od osi, c) w krawędzi, d) w odległości  $b$  od osi (rys. 185). Należy znaleźć w każdym wypadku największe napięcie.



Rys. 185.

a) 
$$\sigma_a = \frac{P}{b^2}$$

b) Dodajmy w punkcie środkowym przekroju dwie siły  $P'$  i  $P''$  równe i wprost przeciwnie skierowane, co nie naruszy istniejącego stanu i złożmy siłę  $P'$  z siłą  $P$ ; otrzymamy wtedy siłę osiową  $P''=P$  i moment o wielkości  $M=P \cdot \frac{b}{4}$ . Z wzoru 139 otrzymamy wtedy:

$$\sigma_b = \frac{P}{F} + \frac{M}{W} = \frac{P}{b^2} + \frac{Pb}{4} \cdot \frac{6}{b^3} = \frac{5}{2} \frac{P}{b^2}$$

c) analogicznie do b) otrzymamy tu:

$$\sigma_c = \frac{P}{F} + \frac{M}{W} = \frac{P}{b^2} + \frac{Pb}{2} \cdot \frac{6}{b^3} = 4 \frac{P}{b^2}$$

d) 
$$\sigma_d = \frac{P}{F} + \frac{M}{W} = \frac{P}{b^2} + Pb \cdot \frac{6}{b^3} = 7 \frac{P}{b^2}$$

Widzimy stąd, jak szybko rosną napięcia, jeśli siła odsuwa się od osi: w położeniu c) otrzymujemy napięcie 4 razy większe, w położeniu d) 7 razy większe.

## § 45. Rdzeń (jądro) przekroju.

Weźmy pod uwagę przekrój poprzeczny belki zginanej o kształcie prostokątnym, dla którego  $F=bh$ , zaś  $W=\frac{1}{6}bh^2$  (rys. 186). Jeśli mają w nim panować napięcia o wyłącznie o jednym znaku, to w myśl ostatniego zdania poprzedniego paragrafu oś obojętna



musi być styczną do przekroju, a więc albo 1) leżeć w jednej z krawędzi (np. ab) albo 2) przechodzić przez jedno z naroży nie przecinając zupełnie jego boków (np. w linii mn).

Jeśli zachodzi wypadek pierwszy t.j. jeśli oś obojętna spada z jednej krawędzi np. ab, to natężenie tej krawędzi równa się zeru, czyli:

$$\sigma = \frac{P}{F} - \frac{M}{W} = \frac{P}{bh} - \frac{6Pr}{bh^2} = 0$$

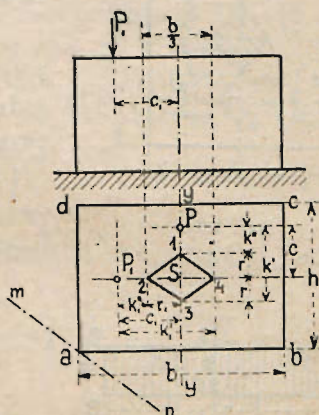
a stąd:  $r = \frac{1}{6}h$  . . . . 142.

Odcinając więc na osi yy odległość  $S_1 = r = \frac{1}{6}h$  otrzymamy punkt, w którym musi działać siła, aby oś obojętna leżała w ab. Dla osi oboj. w cd otrzymamy tak samo punkt 3 jako punkt zaczepienia siły P.

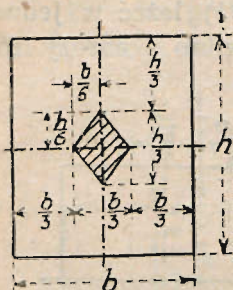
Podobnie dla osi obojętnej, leżącej w linii ad lub bc otrzymamy  $r_1 = \frac{1}{6}b$ ; odpowiednie zaś punkty zaczepienia siły P leżeć będą w odległości  $S_4 = S_2 = \frac{1}{6}b$  od środka.

Łącząc punkty 1, 2, 3, 4 ze sobą linjami prostymi otrzymamy powierzchnię zwaną rdzeniem lub jądrem przekroju abcd. Punkty na obwodzie naz. *punktami rdzennymi* lub *jędrnymi*, a linje 1 2 3 4 ograniczającą jądro linją ordzenną (ojędrną) lub krótko ordzenną (ojędrną). Rdzeń ma własność następującą: Jeśli siła zaczepia w którymkolwiek punkcie obwodu rdzenia, to odpowiednia *oś obojętna jest styczną do przekroju*. Jeżeli więc w przekroju mają wystąpić wyłącznie natężenia o jednym znaku np. wyłącznie ściskanie, to punkt zaczepienia siły P działającej na przekrój musi leżeć w *obrębie jądra*. Ważne jest to np. przy murach budowlanych na zaprawie wapiennej, której wytrzymałość na rozciąganie jest bardzo mała. Staramy się więc unikać rozciągania w przekroju, a więc *mur zbudować tak, aby siła cisnąca zaczepiała wewnątrz rdzenia*.

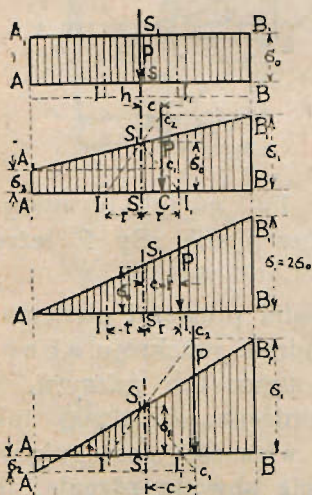
Z rys. 186a widać, że dla prostokąta rdzeń mieści się w środkowej z trzech części, na które podzieliliśmy bok ab prostokąta.



Rys. 186.



Rys. 186a.



Rys. 187, 188, 189 i 190.

Aby więc w przekroju ciśnionym nie występowało ciągnięcie, musi siła zaczepiać *wewnątrz t. zw. środkowej* (czyli średniej) trzeciej części przekroju.

Wykresy natężeń przy przesunięciu punktu zaczepienia siły  $P$  przedstawiają się zatem następująco dla pełnego przekroju prostokątnego:

a) Dla siły  $P$ , zaczepiającej w środku przekroju  $S$  mamy na całej szerokości przekroju natężenie o tej samej wielkości  $\sigma =$

$$= \frac{P}{F}. \text{ Niech w przyjętej przez nas podziale natężeń długości } \Delta A_1 = \sigma_0 =$$

$= \frac{P}{F} \text{ kg/cm}^2$ , to prostokąt  $A'A_1, B_1B$  przedstawia rozkład natężeń w omawianym wypadku (rys. 187).

b) Jeśli siła  $P$  zaczepia w dowolnym punkcie osi głównej między środkiem  $S$  a punktem jędrnym  $I$  lub  $I_1$ , to największe natężenia wynoszą:

$$\text{najw. } \sigma = \sigma_1 = \frac{P}{bh} + \frac{6Pc}{h^2} = \frac{P}{bh} \left( 1 + \frac{bc}{h} \right) = \sigma_0 \left( 1 + \frac{bc}{h} \right) \dots \dots 143$$

$$\text{najmn. } \sigma = \sigma_2 = \frac{P}{bh} \left( 1 - \frac{bc}{h} \right) = \sigma_0 \left( 1 - \frac{bc}{h} \right) \dots \dots 143a,$$

gdzie  $\sigma_0 = \frac{P}{bh}$  jest natężeniem powstającym, gdy siła  $P$  działa w środku ciężkości przekroju (por. wyp. a), zaś  $c$  odległością punktu zaczepienia siły  $P$  od środka. Dla wykreślnego znalezienia



rozkładu nateżeń w tym wypadku postępujemy przeto w następujący sposób: Odcinamy w środku  $SS_1 = \sigma_0 = \frac{P}{bh}$ ; łączymy  $S_1$  z punktami jednymi I i I oddalonymi od S o odległości  $SI = \frac{1}{3} AS_1$  przedłużamy  $S_1 I_1$  i  $S_1 I$  do przecięcia się z kierunkiem siły P w  $C_1$  wzgl.  $C_2$  i wykreślamy  $C_1 A_1$  i  $C_2 B_1$  równoległe do AB, to z podobieństwa trójkątów  $\triangle CC_2 I \sim SS_1 I$  oraz  $\triangle CC_1 I \sim SS_1 I_1$ , otrzymamy  $cc_2: \sigma_0 = \left(\frac{h}{6} + c\right) : \frac{h}{6}$ , a stąd  $cc_2 = \frac{P}{bh} \left(\frac{h}{6} + c\right) \cdot \frac{6}{h} = \frac{P}{bh} \left(1 + \frac{6c}{h}\right) = \text{najw. } \sigma = \sigma_1$ , oraz  $cc_1: \sigma_0 = \left(\frac{h}{6} - c\right) : \frac{h}{6}$ , a stąd  $cc_1 = \frac{P}{bh} \left(\frac{h}{6} - c\right) \cdot \frac{6}{h} = \frac{P}{bh} \left(1 - \frac{6c}{h}\right) = \text{najmn. } \sigma_2$ .

c) Siła P zaczepia w punkcie jedrym (np. w punkcie I). Wtedy  $u = \frac{1}{6} h$ , więc (rys. 189):

$$\left. \begin{aligned} \text{najw. } \sigma &= \frac{P}{bh} + \frac{1}{6} b P \cdot \frac{6}{bh} = \frac{2P}{bh} = \sigma_1 \\ \text{najmn. } \sigma &= \frac{P}{bh} - \frac{1}{6} b P \cdot \frac{6}{bh} = 0 \end{aligned} \right\} 144$$

Znaczy to, że nateżenie skrajne jest w tym wypadku dwukrotnie większe, niż gdyby siła P działała w środku ciężkości przekroju. W środku S w tym wypadku otrzymamy też nateżenie  $\sigma_0 = \frac{P}{F}$ . Innemi słowy: jeśli nateżenie we włóknach ma być równe nateżeniu dopuszczalnemu, to siła działająca na przekrój w punkcie rdzennym musi być dwukrotnie mniejsza, niżby mogła być ta sama siła działająca w środku.

Wykreślnie otrzymamy więc rozkład nateżeń, odnosząc w B długość  $BB_1 = 2\sigma_0$  i łącząc  $B_1$  z A. W środku będzie wtedy  $SS_1 = \frac{1}{2} BB_1 = \sigma_0 = \frac{P}{F}$ .

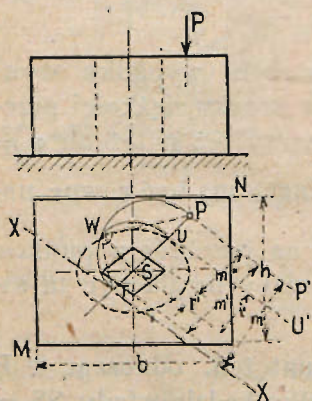
d) Jeśli siła wyjdzie poza punkt rdzenny, to konstrukcja pozostanie taka sama, jak w b (por. rys. 190); jednakowoż będziemy mieć nateżenie o obu znakach, t. j., po jednej stronie przekroju ciśnienie, po drugiej ciągnienie; oś obojętna przecina przekrój w O. Rozkład nateżeń będzie jednak inny, jeśli materiał nie jest wytrzymały na ciągnienie (np. mur). Przypadek ten omówimy niżej (§ 59).

Podstawmy wedle rys. 186  $k' = c + i = c + \frac{h}{6}$

$k'' = c - i = c - \frac{h}{6}$  to:

$$\left. \begin{aligned} \text{najw. } +\sigma &= \frac{P}{bh} \left( 1 + \frac{6c}{h} \right) = \frac{P}{bh} \left( 1 + \frac{c}{i} \right) = \frac{P}{bh} \cdot \frac{i+c}{i} = \frac{P}{bh} \cdot \frac{k'}{i} = \sigma_0 \frac{k'}{i} \\ \text{najw. } -\sigma &= \frac{P}{bh} \left( 1 - \frac{6c}{h} \right) = \frac{P}{bh} \left( 1 - \frac{c}{i} \right) = \frac{P}{bh} \cdot \frac{i-c}{i} = -\frac{P}{bh} \cdot \frac{k''}{i} = -\sigma_0 \frac{k''}{i} \end{aligned} \right\} 145$$

#### § 46. Wyznaczenie osi obojętnej.



Rys. 191.

Jeżeli punkt zaczepienia siły *nie leży w osi głównej*, to oś obojętna nie będzie równoległa do osi symetrii, a położenie jej znaleźć możemy przy pomocy elipsy środkowej. W tym celu łączymy punkt zaczepienia siły P ze środkiem przekroju S, a w punkcie przecięcia U linii SP z elipsą prowadzimy styczną UU' do niej. Oś obojętna XX będzie równoległa do tej stycznej (rys. 191).

Da się udowodnić, że odstęp środka S od punktu styczności elipsy środkowej SU jest średnią geometrycznie proporcjonalną między odległością p. S w punktach zaczepienia siły, a odległością osi obojętnej, mierzoną na prostej SP; t. j. że:



$$SU^2 = SP \cdot ST$$

czyli

$$ST = \frac{SU^2}{SP} \dots\dots\dots 146.$$

Długość ST możemy wyznaczyć też wykreślnie. W tym celu prowadzimy w S prostopadłą do PT i odcinamy na niej  $SW_1=SU$  (najlepiej prowadząc z S łuk o promieniu  $r=SU$ ; wreszcie w W prowadzimy WT prostopadłą do PW, którato prostopadła odcina na linii PS punkt T, przez który przechodzi oś obojętna.

Jeśli punktem zaczepienia siły jest punkt leżący wewnątrz elipsy środkowej np. p. T, to znowu ważne jest równanie  $SU^2 = SP \cdot ST$ , a więc oś obojętna będzie przechodzić przez punkt P i będzie równoległa do stycznej w U, t. j. do  $UU'$ . Osią obojętną będzie więc linja  $PP'$ .

Największe natężenia panować będą oczywiście we włóknach najbardziej oddalonych od osi obojętnej t. j. w punktach M i N. Jeżeli natężenie w środku przekroju, t. j. w S, jest  $\sigma_0 = \frac{P}{F}$ , to najw. natężenia w punkcie M wzgl. N wynoszą:

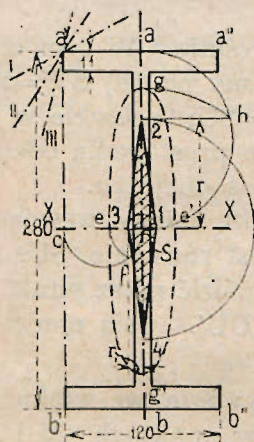
$$\text{najw. } \sigma = \frac{P}{F} \frac{m'}{r'} = \sigma_0 \frac{m'}{r'} \quad \text{wzgl. najmn. } \sigma = \frac{P}{F} \frac{m''}{r'} = \sigma_0 \frac{m''}{r'} \dots\dots 147.$$

## § 47. Wyznaczenie rdzenia (jądra) przekroju.

Znając elipsę środkową możemy bardzo łatwo znaleźć jądro przekroju. Wiemy bowiem, że jeśli środek ciśnienia leży na linii jędrnej, to linja obojętna musi być styczną do przekroju, w którym panuje *wyłącznie* ciśnienie (lub ciągnienie). Dla wyszukania więc rdzenia przyjmujemy parę położzeń osi obojętnej stycznej do przekroju i dla tych położzeń wyznaczamy odpowiednie punkty zaczepienia siły, które będą zarazem punktami ordzennej.

Weźmy np. pod uwagę dźwigar przedstawiony na rys. 192. Przyjmijmy, że oś obojętna przechodzi przez  $a'b'$ , to położenie punktu zaczepienia siły znajdziemy wedle § 46. Zatoczmy mianowicie na  $eS$  półkoło, zatoczmy ze środka S łuk  $ef$  promieniem  $Se=Sf$  i rzućmy z f linję  $f3$  prostopadłą do  $eS$ . Wtedy  $eS : fS =$

$=fS : 3S$ . Punkt rdzenny odpowiedni bokowi  $a'b'$  leży jednak *po przeciwnej stronie* środka  $S$ . Zatoczmy z  $S$  łuk promieniem  $S3=S1$  aż do punktu 1, to punkt 1 jest punktem jedrym odpowiednim osi  $a'b'$ .



Rys. 192.

Zapomocą tej samej konstrukcji znajdziemy punkty 2, 3 i 4, odpowiadające położeniom osi  $b'b''$ ,  $a''b''$  i  $a'a''$ . Punkty 1, 2, 3, 4 połączone linjami prostymi dają obwód jądra, jeśli bowiem oś obracająca się około punktu np.  $a'$  przyjmuje kolejno położenia I, II, III, to odpowiednie tym linjom punkty zaczepienia siły leżą na prostej 14.

Przy przekrojach zawilczych pamiętać należy przedewszystkiem o tem, że linji prostej przekroju odpowiada naroże ordzennej, zaś narożu przekroju linja prosta rdzenia. Również zważać trzeba, że punkt rdzenny odpowiadający pewnej osi obojętnej leży *po przeciwnej stronie* środka ciężkości  $S$ .

Dla przekrojów symetrycznych wygodniej jest niekiedy znajdować położenie punktów rdzennych rachunkowo. Otrzymujemy wtedy: (por. np. rys. 192)

$$1S : fS = fS : eS \quad \text{czyli} \quad r : i = i : e,$$

a stąd:

$$r = \frac{i^2}{e} \quad \dots \dots \dots 148.$$

Pomnożmy licznik i mianownik przez  $F$ , a otrzymamy  $r = \frac{i^2 F}{eF}$ . Wedle wz. 120 jednak  $i^2 F = I$ , a dalej  $\frac{I'}{e'} = W'$ ,

a stąd:

$$r = \frac{W'}{F} \quad \dots \dots \dots 149.$$



## Przykłady 113 116.

113. Znaleźć wykreslnie przekroju dźwigara NP. 28 (rys. 192).

Z tablic znajdujemy półoś elipsy bezwładności o wielkości  $i = 11,14 \text{ cm} = gS$ ,  $i_1 = 2,53 \text{ cm} = eS$ . Zakreślmy na długości  $aS$  półkoło, a następnie z punktu  $S$  koło promieniem  $i = Sg = Sh$  i prowadźmy prostą  $h2$  prostopadłą do  $aS$ , to odcinek  $2S$  będzie odległością jędrną, *jednakowoż po drugiej stronie punktu  $S$* . Jeśli zatoczmy więc łuk promieniem  $S2 = S4$ , to otrzymamy punkt 4, będący punktem rdzennym odpowiednim osi  $a'a''$ . Z powodu symetrii punkt 2 będzie p. jędrnym odp. osi  $b'b''$ . Dla osi  $a'b'$  znajdziemy w ten sam sposób punkt 1, dla osi  $a''b''$  punkt 3.

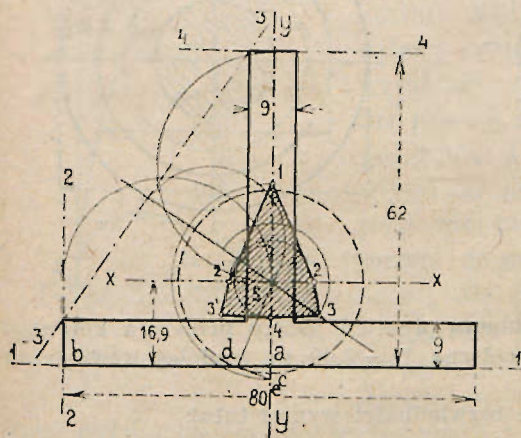
Miedzy położeniami osi  $a'b'$  i  $a'a''$  oś musiałaby się obracać około punktu  $a'$ , punkt rdzenny posunąłby się zatem na prostej 14, a podobny wynik otrzymamy i dla innych położen. Jeśli przeto połączymy z sobą punkty 1234 liniami prostymi, to otrzymamy rdzeń przekroju dźwigara.

Rachunkowo otrzymamy:

$$r_1 = S2 = S4 = \frac{i^2}{Sa} = \frac{i^2}{e} = \frac{11,14^2}{14} = 8,87 \text{ cm}$$

$$r_2 = S3 = S1 = \frac{i_1^2}{Sc} = \frac{i_1^2}{e} = \frac{2,53^2}{6} = 1,07 \text{ cm.}$$

Na rys. 192 i na rys. nast. liniami kreskowanymi wykonana jest elipsa bezwładności. Jądro przekroju na powierzchnię zakreskowaną.



Rys. 193.

114. Znaleźć rdzeń przekroju teownika 1.8 (por. zad. 102).

Ponieważ elipsa bezwładności jest prawie zupełnie dokładnie kołem, przeto wszystkie jej osi sprzężone będą prawie ściśle prostopadłe do siebie (rys. 193).

Położenie punktu jędrnego odpowiedniego podstawię 1—1, którą przecina elipsa bezwładności znajdziemy w sposób następujący: Prowadzimy w  $a$  prostą  $ab \perp sa$  (jest nią oś 11), zataczamy łuk  $bc$  promieniem  $sc = sd$  (jest nim tutaj promień koła bezwładności), a z punktu  $d$

przecięcia prostej 11 i łuku  $cd$  kreslimy  $de \perp sd$ ; — punkt 1 leżący po drzewiwej stronie punktu  $s$  w tej samej odległości będzie punktem jędr-

nym odpowiednim osi 11. Punkty jędrne 2, 3 i 4 odpowiadające kolejnym położeniom osi 22, 33 i 44 znajdziemy w sposób taki sam, jak w zadaniu poprzednim.

Jeśliśmy mieli do czynienia z *elipsą bezwładności*, to dla każdego położenia osi trzeba wyznaczyć odpowiednią oś sprzężoną i na niej wykonać omawianą konstrukcję dla znalezienia punktu jędrnego:

115. Znaleźć rachunkiem promień rdzenny przekroju ośmiobocznego pustego i wykreślić rdzeń, jeśli promień koła opisanego zewnętrznego wynosi  $D=2,00$  m, promień koła opisanego wewnętrznego  $d=1,50$  m (rys. 194).

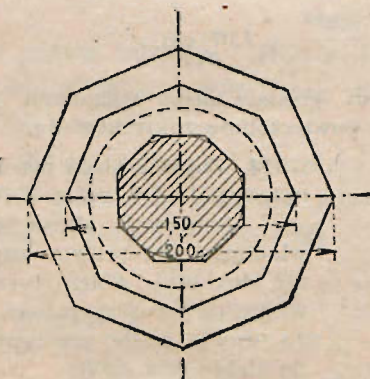
Dla osi poziomej otrzymujemy z tablic:

$$I = 0,0547 (2,00^4 - 1,50^4) = 0,54905 \text{ m}^4 = 54905000 \text{ cm}^4$$

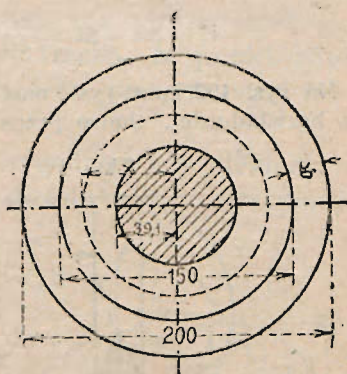
$$F = \frac{\pi}{4} (2,00^2 - 1,50^2) = 1,375 \text{ m}^2 = 13750 \text{ cm}^2$$

$$W = \frac{I}{e} = \frac{2I}{D} = \frac{0,54905}{1,00} = 0,54905 \text{ m}^3 = 549050 \text{ cm}^3$$

$$r = \frac{W}{F} = \frac{549050}{13750} = \text{ok. } 40 \text{ cm.}$$



Rys. 194.



Rys. 195.

116. Znaleźć drogą rachunkową promień jędrny przekroju kołowego wydrążonego, jeśli średnica zewnętrzna  $D=2,00$  m, średnica wewnętrzna  $d=1,50$  m (rys. 195).

Wedle tablic promień koła bezwładności wynosi tutaj:

$$i = \frac{1}{4} \sqrt{D^2 + d^2} \quad e = \frac{D}{2}, \text{ zatem:}$$

$$a = \frac{i^2}{e} = \frac{1}{16} (D^2 + d^2) \cdot \frac{2}{D} = \frac{1}{8} \left( D + \frac{d^2}{D} \right)$$



Widzimy stąd, że rdzeń jest tem większy, im mniejsza jest grubość pierścienia  $g = \frac{1}{2} (D-d)$ .

Do tej samej wartości dojdziemy z wzoru

$$r = \frac{W}{F} = \frac{\pi}{32} = \frac{D^4 - d^4}{D} \cdot \frac{4}{\pi (D^2 - d^2)} = \frac{D^2 + d^2}{8D} = \frac{1}{8} \left( D + \frac{d^2}{D} \right)$$

$$\text{U nas: } r = \frac{1}{8} \left( 2,00 + \frac{1,50^2}{2,00} \right) = 0,391 \text{ m} = 39,1 \text{ cm}$$

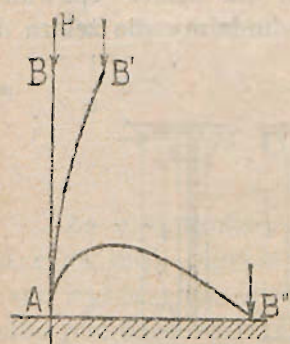
$$(i = \frac{1}{4} \sqrt{D^2 + d^2}) = \frac{1}{4} \sqrt{2,00^2 + 1,50^2} = 0,625 \text{ m} = 62500000 \text{ cm}^4.$$

Rdzeń jest kołem o promieniu  $r$ .

## F. Wytrzymałość na wyboczenie.

### § 48. Wytrzymałość na wyboczenie.

Weźmy pod uwagę pręt np. żelazny AB dość wysmukły (o długości większej niż pięciokrotny najmniejszy wymiar jego przekroju) i obciążmy go siłą osiową P. Pod jej wpływem pręt



Rys. 196.

zwolna zacznie się wyginać, przybierając kształt AB' (rys. 196). Jeśli siłę P będziemy zwiększać, to i wygięcie będzie wzrastało, aż ostatecznie gdy siła osiągnie pewną wielkość, pręt wygnie się do położenia AB'' i ostatecznie złamie. Mówimy, że pręt się *wyboczył*. Zniszczenie jego nie nastąpi więc przez zgniecenie mimo, że mamy do czynienia z siłą ciśnącą, ale przez złamanie, spowodowane wygięciem się pręta w bok, czyli *wyboczeniem*, a wytrzymałość, jaką pręt wykazuje w chwili wyboczenia nazywa-

my *wytrzymałością na wyboczenie*.

Jasna rzecz, że pręt wyboczy się tem prędzej, im jest dłuższy, im większa jest siła P, im ma większy współczynnik sprężystości, wreszcie im ma mniejszy przekrój (t. j. mniejszy moment bezwładności). Bardzo znaczny wpływ na wytrzymałość prętów

na wyboczenie ma także sposób utwierdzenia końców pręta. Np. pal wbity silnie w ziemię albo podparty zastrzałami, tak, że wygiąć się może tylko wedle rys. 198, udźwignie znacznie więcej nie wybacząc się, niż pal *oparty* tylko na belce na czop, a zatem mogący się wygiąć wedle rys. 197.

Wzór wprowadzony przez Eulera teoretycznie przy uwzględnieniu wszystkich wyżej wspomnianych okoliczności podaje, że największą siłą, jaką udźwignie pręt o długości  $l_0$  i momencie bezwł. I jest:

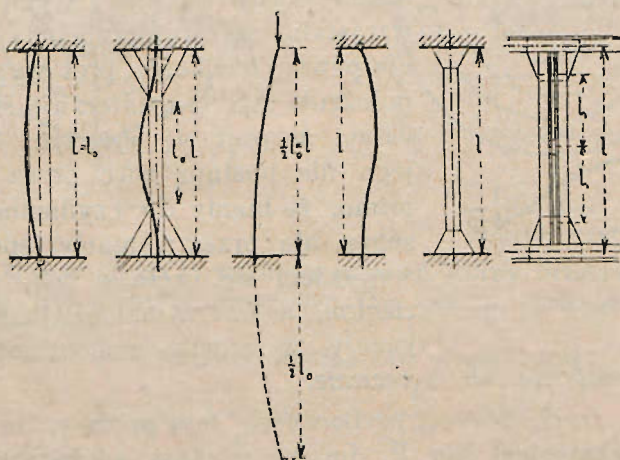
$$P = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2} \propto \frac{10 EI}{l_0^2} \dots\dots\dots 150$$

Siłę P nazywamy siłą wybaczącą.

Jest to t. zw. wzór Eulera na wyboczenie. Jeżeli chcemy uwzględnić, że dla  $n$ —tej pewności siła działająca może być tylko  $\frac{1}{n}$  — tą częścią siły wybaczącej, to otrzymamy wzór:

$$P < \frac{10 EI}{n l_0^2} \dots\dots\dots 151$$

( $n$  przyjmujemy zwykle dla drzewa  $n = 10$ , dla żelaza spawanego  $n = 5$ , dla żeliwa  $n = 6$  do 8; czasem schodzimy dla żelaza do  $n = 4$ ).



Rys. 197—202.



Wzór ten ważny jest jednak jedynie wtedy, gdy oba końce słupa są tylko przytrzymane t. j. dadzą się wolno obracać około punktów końcowych, np. jeśli słup drewniany połączony jest z podwaliną i oczepem na czop (rys. 197). Słup AB o jednym końcu utwierdzonym, drugim wolnym (jak np. słup telegraficzny) wygnie się tak, jak wygiąłby się słup BC o obu końcach BC przytrzymanych, a długości  $l_0 = 2 l$  (rys. 199). Aby zatem użyć wzoru 151, należy podstawić za  $l$  wartość  $l_0 = 2 l$ . Wzór przybierze wtedy postać:

$$P = \frac{10EI}{nl^2} = \frac{10}{4} \frac{EI}{nl^2} = 2,5 \frac{EI}{nl^2} \dots\dots\dots 152.$$

Długość tę  $l_0$ , którą we wzór Eulera 150 wzgl. 151 należy wstawić zamiast długości rzeczywistej pręta  $l$ , nazywamy *długością wolną*.

Słup o jednym końcu utwierdzonym, a drugim przytrzymanym (rys. 200), obliczać należy dla długości wolnej  $l_0 = 0,707 l$  t. j. dla

$$P \leq \frac{20EI}{nl^2} \dots\dots\dots 153.$$

Dla obu końców utwierdzonych (rys. 198) otrzymamy

$$l_0 = \frac{1}{2} \text{ więc}$$

$$P \leq \frac{40EI}{nl^2} \dots\dots\dots 154.$$

Za utwierdzony uważać można koniec słupa tylko wtedy, gdy styczna linji ugięcia w miejscu wmurowania nie zmieni się podczas wyboczenia, więc gdy słup (drewniany) jest albo silnie wbity albo podparty zastrzałami czy przyporami, albo (żelazny) przynitowany bardzo mocno na blachach węzłowych. Dla dachów żelaznych, gdzie pręty są przynitowane do blach nieznaczną ilością nitów (rys. 202) przyjmujemy dla pewności

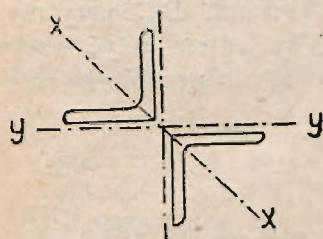
$$l_0 = 0,7 l - 0,8 l \dots\dots\dots 155$$

czasem nawet

$$l_0 = l \dots\dots\dots 156.$$

Dla słupów, których podstawy są dość szerokie i dobrze usztywnione (rys. 201) (co dotyczy zwłaszcza słupów żelaznych), należy przyjmować:

$$l_0 = (0,75 - 1,0) l \dots\dots\dots 157.$$



Rys. 203.

We wzorach powyższych należy uwzględniać moment bezwładności  $I$  najmniejszy z momentów bezwł. dla tych kierunków, dla których pręt może się wyboczyć. Czasem zdarza się, że wyboczenie nie może nastąpić w kierunku, dla którego moment bezwł.  $I$  jest najmniejszy. Np. na rys. 203 pręt złożony z dwu kątówek, przynitowanych do blachy węzłowej, nie może wy-

boczyć się pełną swoją długością dla osi  $xx$ , dla której m. bezwł.  $I$  jest najmniejszy, gdyż wtedy musiałyby skrócić się jego końce, przynitowane do blach węzłowych, co jest niemożliwe, o ile blachy są silne, a pręt niedługi. Należy zatem uważać taki pręt za utwierdzony w tym kierunku i liczyć go na wyboczenie dla kierunku  $YY$  równoległego do ramion kątówek.

Wogóle jednak, jeżeli pręt ma różną długość wolną i różny moment bezwładności w obu kierunkach, należy obliczać go dla obu tych kierunków.

Wzór Eulera daje wartości zgodne z rzeczywistością tylko dla prętów bardzo smukłych, t. j. bardzo wysokich przy małym momencie bezwładności. Doświadczenia czynione przez Tetmajera doprowadziły go ostatecznie do ustawienia wzorów na wyboczenie innych niż eulerowskie.

Powierzchnia  $F_p$  na wyboczenie dla siły  $P$  jest mianowicie większa aniżeli powierzchnia  $F_0 = \frac{P}{k_e}$  potrzebna tylko na ciśnienie dla tej samej siły. Możemy więc ogólnie napisać, że

$$F_p = \frac{F_0}{\beta} = \frac{P}{k\beta} \quad k = \frac{P}{F_0\beta} \dots\dots\dots 158.$$

Jeżeli  $k_e = \frac{P}{F_0}$  jest natężeniem dopuszczalnym na ciśnienie,



to analogicznie możemy nazwać  $k_w = \frac{P}{F_p}$  natężeniem dop. na wyboczenie. Wtedy otrzymamy:

$$k_w = \frac{P}{F_p \beta} = \frac{k_w}{\beta} \dots \dots \dots 159.$$

a stąd:  $k_w = \beta k \dots \dots \dots 160.$

Spółczynnik  $\beta$  jest mniejszy od jednostki ( $\beta < 1$ ); nazywamy go dlatego *spółczynnikiem zmniejszającym*.

Tetmajer (a po nim Jasiński) na mocy szeregu doświadczeń doszedł do wyniku, że współczynnik zmniejszający  $\beta$  jest zależny od materiału, od długości wolnej i od najmniejszego promienia bezwładności przekroju. Mianowicie dla poszczególnych wartości  $\frac{l}{i}$  otrzymał wartości na  $\beta$  zestawione u nas na osobnej tabelcy na końcu.

Cheąc obliczyć zatem przekrój na wyboczenie, musimy znać  $\frac{l}{i}$ .

Długość wolną  $l_0$  można z góry podać, znając rodzaj konstrukcji wedle wskazówek podanych wyżej; natomiast promień bezwładności  $i$  jest nieznany, gdyż nie znamy jeszcze przekroju obliczonego. Wiemy tylko, że za  $i$  przyjąć należy *najmniejszy* promień bezwładności, możliwy ze względu na kierunki, w jakich może nastąpić wyboczenie.

Postępujemy więc w sposób następujący: obliczamy powierzchnię potrzebną na ciśnienie  $F_0 = \frac{P}{k}$  i przyjmujemy przekrój  $F_u$  o powierzchni większej np. około  $1\frac{1}{2}$  — 2 razy i dla tego przyjętego przekroju obliczamy promień bezwładności  $i$ , stosunek  $\frac{l}{i}$  oraz współczynnik  $\beta$  i kontrolujemy czy natężenie  $\sigma = \frac{P}{F_u \beta}$  jest równe natężeniu dopuszczalnemu  $k$  (lub czy przynajmniej bardzo zbliża się do niego). Jeśli  $\sigma$  jest większe od  $k$ , to musimy przyjąć przekrój  $F'_u$  większy i cały rachunek powtórzyć. Jeśli zaś  $\sigma$  jest *znacznie* mniejsze od  $k$ , to z uwagi na konieczną zwykle oszczędność konstrukcji przyjmujemy przekrój  $F''_u$  mniejszy, tak jednak, aby jeszcze pozostać w granicach natężenia dopuszczalnego.

Obeenie używa się coraz częściej wzorów Tetmajera lub Jasińskiego w miejsce dawniejszego wzoru Eulera. Wzory te poleca też Polskie Ministerstwo Robót Publicznych.

Ponieważ niektóre władze wymagają wykazu największych nateżeń, które nie mogą przekroczyć nateżenia dopuszczalnego, przeto poszczególni konstruktorowie wprowadzili następujący sposób wyznaczania najw. nateżeń przy wyboczeniu. Jeżeli  $F_0$  jest przekrojem na ciśnienie obliczonym dla pewnego  $k_c$  (np.  $k_c = 1000 \text{ kg/cm}^2$ ) to  $F_p = \frac{F_0}{\beta}$  jest przekrojem, przy którym nateżenie na wyboczenie jest też równe  $k_w = k_c$ . Jeżeli zatem zastosujemy w konstrukcji przekrój użyteczny  $F_u$ , to nateżenie w nim będzie wynosiło  $\sigma_w = \frac{F_p}{F_u} k_w$ .

Przy obliczaniu na wyboczenie konstrukcji żelaznych, których przekroje łączy się na nity, oblicza się promień bezwładności i bez odtrącenia powierzchni nitów; natomiast przy obliczeniu samej powierzchni  $F$  odejmuje się pow. nitów.

Jeśli przekrój jest złożony z paru kształtówek (por. zad. 121 i in.) to należy połączyć je ze sobą na całej długości pręta; chodzi bowiem o to, by poszczególne części nie wyboczyły się z osobna. Odstęp łączników  $l_1$  zależy od przekroju kształtówek; zwykle przyjmuje się conajwyżej  $l_1 \leq 50 i_1$  (gdzie  $i_1$  jest najmniejszym promieniem bezwładności jednej kształtówki). Zwykle jednak, nie licząc, przyjmujemy  $l_1 = 30 \text{ do } 50 \text{ cm}$ .

### Przykłady 117—123.

117. Jakie obciążenie  $P$  może udźwignąć słup drewniany 4 m długi o przekroju  $24 \times 18 \text{ cm}$  obustronnie utwierdzony zastrzałami? Obliczenie należy przeprowadzić wedle Eulera dla  $n = 10$ ,  $E = 120000 \text{ kg/cm}^2$ .

Najmniejszy moment bezw. wynosi dla prostokąta:

$$I = \frac{hb^3}{12} = \frac{24 \cdot 18^3}{12} = 11664 \text{ cm}^4$$



Wedle wzoru 154:

$$P = 40 \frac{EI}{nl^2} = 40 \frac{120000 \cdot 11664}{10 \cdot 400^2} = 35000 \text{ kg.}$$

118. Słup okrągły pusty z żelaza lanego o średnicach  $D = 140 \text{ mm}$  i  $d = 100 \text{ mm}$ , a długości  $5 \text{ m}$  narażony jest na ściskanie. Jak wielki ciężar zdoła unieść dla  $n = 8$ , a obu końców utwierdzonych? Obliczenie należy przeprowadzić wedle Eulera.

$$I = \frac{D^4 \pi}{64} - \frac{d^4 \pi}{64} = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4) = 1395 \text{ cm}^4$$

$$P = 10 \frac{EI}{nl^2} = 10 \frac{1,000000 \cdot 1395}{8 \cdot 500^2} = 6980 \text{ kg.}$$

Natężenie na ciśnienie wynosi tu tylko  $92 \text{ kg/cm}^2$  (por. zad. 56). skąd widać ogromny wpływ wyboczenia.

119. Obliczyć słup jak w przykł. 117, wedle Tetmajera.

Najmniejszy promień bezwładności wynosi:

$$i = \sqrt{\frac{I}{F}} = \sqrt{\frac{11664}{24 \times 18}} = 5,2 \text{ cm}$$

$$\frac{l_0}{i} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 400}{5,2} = 38,5 \quad \beta = 0,78$$

Przyjmując natężenie dopuszczalne dla drzewa  $k = 80 \text{ kg/cm}^2$  otrzymamy z wz. 158:

$$\text{najw. dop. } P = k \beta F_p = 80 \times 0,78 \times (24 \times 18) = 26900 \text{ kg.}$$

Widzimy stąd, że słup ten sam liczony wedle Tetmajera, dopuszcza tylko mniejsze obciążenie. Rozporządzenie Polsk. Minist. Robót Publicznych poleca też liczyć wedle Tetmajera.

120. Jaką siłę cisnącą przenieść może dźwigar  $\text{I NP30}$  o długości  $6,00 \text{ m}$  obustronnie utwierdzony?

Z tablic  $i = 2,55 \text{ cm}$

$$\frac{l_0}{i} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 600}{2,55} = 117,5 \quad \beta = 0,40$$

$$\text{najw. dop. } P = k \beta F = 1200 \cdot 0,4 \cdot 69 = 33,100 \text{ kg.}$$

121. Obliczyć przekrój słupa z żelaza lanego, obciążonego osiowo siłą 18,6 t o długości wolnej 3.00 m (natężenie dopuszczalne na ciśnienie  $k_c = 800 \text{ kg/cm}^2$ )

$$F_0 = \frac{18600}{800} = 23,2 \text{ cm}^2$$

Przyjmując przekrój kołowy pusty o zewnętrznej średnicy 18 cm, wewnętrznej 15 cm, otrzymujemy

$$F_u = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} (18^2 - 15^2) = 77,7 \text{ cm}^2.$$

Promień bezwładności  $i = \frac{1}{4} \sqrt{18^2 + 15^2} = 5,86 \text{ cm}$

$$\frac{l_0}{i} = \frac{300}{5,86} = 51 \quad \beta = 0,38 \quad F_p = \frac{23,2}{0,38} = 63,0 \text{ cm}^2.$$

Zatem przekrój obrany wystarczy.

122. Obliczyć przekrój słupa składającego się z czterech kątowników w kwadrat dla obciążenia 56000 kg, a długości wolnej 4,50 m.

$$F_0 = \frac{56000}{1000} = 56 \text{ cm}^2.$$

Przyjmujemy 4 kątowniki 100 . 100 . 12 o powierzchni użytecznej (po odtrąceniu dziur na nity)  $F_u = 90,9 - 15,4 = 75,5 \text{ cm}^2$  (żelazo zlewne).

Moment bezwładności kątowników wynosi:

$$I = 4 (204,7 + 22,72 \times 13,1^2) = 16414 \text{ cm}^4$$

$$i = \sqrt{\frac{16414}{90,9}} = 13,45 \text{ cm} \quad \frac{l}{i} = \frac{450}{13,45} = 33,4 \quad \beta = 0,71$$

$F_p = \frac{F_0}{\beta} = \frac{56}{0,71} = 73,1 \text{ cm}^2$ , więc mniej niż  $F_u$ , więc przekrój przyjęty wystarczy.

123. Obliczyć wymiary słupa żelaznego przenoszącego ciężar osiowy  $P = 15000 \text{ kg}$ , jeśli długość wolna wynosi 3,90 m. Słup należy wytworzyć z ćwierćkołowników rozsuniętych o grubość blach węzłowych  $g = 8 \text{ mm}$  ( $k = 750 \text{ kg/cm}^2$ ).



Przekrój potrzebny na ciśnienie:  $F_0 = \frac{15000}{750} = 20,0 \text{ cm}^2$ . Ze

względu na wyboczenie przyjmujemy jednak przekrój większy, złożony z 4 ćwierćkołówek NP. 10 o grubości ścian 8 mm, którego powierzchnia użyteczna wynosi:  $F_u = 4 \cdot 12,0 \cdot 0,8 \cdot 1,2 \cdot 2 = 40,32 \text{ cm}^2$ ,

zaś moment bezwładności:  $I = 4 \left[ I_x + F \left( e_1 + \frac{e}{2} \right)^2 \right] =$   
 $= [82,7 + 12 (3,47 + 0,4)^2] = 1049,7 \text{ cm}^4$  (por. zad. 103) zaś pro-

mień bezwładności  $i = \sqrt{\frac{I}{F}} = \sqrt{\frac{1049,7}{48}} = 4,67 \text{ cm}$ .

Wedle Tetmajera dla  $\frac{l_0}{i} = \frac{390}{4,67} = 83,5$  otrzymujemy współczynnik zmniejszający  $\beta = 0,56$ . Wtedy przekrój, potrzebny na wyboczenie  $F = \frac{F_0}{\beta} = \frac{20,0}{0,56} = 35,7 \text{ cm}^2$ . Przyjęty przekrój wystarczy przeto w zupełności.