

VI. EULER. — D'ALEMBERT. — DANIEL BERNOULLI. — CLAIRAUT. — WATT.

W poprzednim wykładzie mówiłem o pracach najznakomitszego z twórców mechaniki Newtona, który przez odkrycie ciężenia poszechnego rozszerzył zakres mechaniki fizycznej i wygłosił prawa, stanowiące do dziś podstawę nauki o ruchu. Wywody jego były, podobnie jak Huyghensa, czysto geometryczne. Wielki twórca analizy matematycznej do zadań mechaniki stosował wyłącznie syntezę; stosowaniem zaś do tych zadań nowych metod analitycznych zajmowali się Jakub i Jan Bernoulliowie. Znakomicie rozwinięte przez nich te metody zawładnęły w XVIII w. całym obszarem mechaniki teoretycznej; na czele zaś promotorów tego ruchu stanęli znakomici matematycy ówczesni: Euler, d'Alembert i Daniel Bernoulli.

Leonard Euler urodził się w r. 1707 w Bazylei. Dwudziestoletniego uczonego Szwajcara pociągnęli za sobą do Petersburga koledzy rodacy, dwaj synowie Jana Bernoulliego, Daniel i Mikołaj, którzy obaj byli tam członkami świeżo założonej za poradą Leibniza Akademii Nauk. Wkrótce Daniel Bernoulli, nie mogąc znosić klimatu petersburskiego, wrócił do Bazylei — a Euler objął po nim w uniwersytecie katedrę matematyki wyższej.

Lecz i jemu nie sprzyjał Petersburg; gdy z nadmiaru pracy zapadł na zdrowiu, w chorobie tej utracił prawe oko. W r. 1741 powołała Eulerą Akademia berlińska na dyrektora klasy matematyki. Pracował tam przez lat 25, a gdy, wezwany ponownie do Petersburga w r. 1766, w przejeździe bawił przez 10 dni w Warszawie, przyjmowany był przez Stanisława Augusta. Zaraz po przybyciu do Petersburga, poddał się operacji zdjęcia katarakty na lewym oku; operacja się nie udała i Euler został prawie zupełnie niewidomym. Na czarnej tablicy mógł dojrzeć zaledwie grubą białą linię, lecz dzięki nadzwyczajnej pamięci i wyobraźni pracował i tworzył do zgonu, który nastąpił w r. 1783. Liczba pism, rozpraw i dzieł Eulerą, pisanych po łacinie, francusku i niemiecku, dochodzi prawie do ośmiuset. Niemal wszystkie osobno wydane jego dzieła stały się klasycznymi, wywarły wielki wpływ na postęp nauki i dziś jeszcze czytane być mogą z korzyścią, dla bogactwa treści, oryginalności spostrzeżeń i niezrównanej jasności wykładu.

Szereg prac nad mechaniką analityczną rozpoczął Euler dziełem: *Mechanica sive motus scientia analitice exposita*, wydanem w Petersburgu w r. 1736. Traktował w niem wyłącznie analitycznie zadania, które przed nim Newton i Herrman, również Szwajcar, autor *Foronomji* wydanej w Amsterdamie w 1716, rozwiązywali metodą syntetyczną. W dwóch księgach tego dzieła rozważa ruchy punktu fizycznego, w księdze pierwszej punktu swobodnego, a w księdze drugiej — przebiegającego wyznaczoną drogę. Rozkłada przytem ruchy według kierunków, odpowiadających poszczególnym zadaniom i najczęściej używa rozkładu, według stycznej i normalnej do krążnej. Rzuty ruchów na trzy osie prostokątne nie były jeszcze znane; użyte zostały po raz pierwszy przez Maclaurina, profesora

matematyki w Edymburgu, w jego dziele *Treatise on Fluxions* z r. 1742.

W tych czasach także wprowadzoną została do mechaniki, dziś już pomijana w podręcznikach, zasada najmniejszego działania. Twórcą jej był prezes berlińskiej Akademii Nauk, matematyk francuski Maupertuis — a brzmienie czysto metafizyczne: „Gdy jaka zmiana następuje w naturze, to potrzebna dla jej dokonania ilość pracy jest możliwie najmniejszą.“ Pracę określał Maupertuis, jako iloczyn z masy, prędkości i drogi przebieżonej, a zasadę opierał na mądrości Stwórcy i Rządcy świata, który nie dopuszcza marnowania pracy. Analitycznie zasada Maupertuisa polegała na tem, że w ruchu ciał, działających jedno na drugie, suma iloczynów z mas przez prędkości i przebieżone drogi, jest minimum. W zastosowaniu schodziła się z zasadą prędkości przygotowanych, co zwłaszcza było wyraźnem dla przypadku równowagi w tak zwanem „prawie spokoju“ następującem: „Warunki równowagi są wypełnione, jeżeli potrzebna do jej naruszenia ilość pracy w pobliżu położenia równowagi jest minimum.“ Byłaby też ta zasada przeminęła bez śladu, gdyby nie Euler. Ten wielki mąż, pozostawiając zasadzie jej nazwę a Maupertuisowi chwałę odkrycia, wytworzył z niej zasadę nową, praktyczną i dającą się spożytkować. W swym traktacie o izoperimetrach: *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes* z r. 1744, rzucił Euler pierwszą myśl zasady, polegającej na tem, że w krążnych, obieganych przez ciała pod działaniem sił centralnych, całka prędkości, pomnożona przez element krzywej, daje zawsze maximum lub minimum. Prosty przykład pozwala zdać sobie sprawę z tej zasady Eulera. Skoro ciało podczas ruchu nie może opuszczać danej powierzchni, jego ruch pod

działaniem jakiegokolwiek impulsu będzie taki, że między punktem wyjścia a dojścia przebiegnie drogę najkrótszą. Zasadą tą posługują się teorie wiatrów i prądów morskich.

Przy badaniu ruchów dynamika abstrahowała zrazu kształt ciał i rozważała tylko ruchy niepodzielnych punktów. Im bliższemi wszakże ukończenia stawały się te poszukiwania, tem więcej starano się wyznaczać także ogólne ruchy całych systemów punktów czyli ciał. Ruchy wszakże niezmiennych systemów punktów, czyli ciał absolutnie sztywnych, które najprzód badać zaczęto, okazały się trudniejszemi do rozpatrzenia, od wszystkich innych zadań mechanicznych dotąd traktowanych, a to przede wszystkim dlatego, że szło tu o wprowadzenie do wzorów matematycznych nie tylko ruchów prostoliniowych postępowych, ale także ruchów obrotowych, wielokrotnie składanych. Gdy ciało, na które siła w sposób ciągły nie działa, porusza się w skutku otrzymanego uderzenia, to nie tylko bieży naprzód w przestrzeń, ale także, w jakikolwiek bądź sposób obraca się około osi stałych lub zmiennych. Huyghens, rozważając wahadło fizyczne, zapoczątkował tę dziedzinę, a jakkolwiek szło tam tylko o obrót około jednej osi stałej bez ruchu postępowego, to jednak miał do zwalczenia znaczne trudności. Tymczasem, mechanika musiała się zająć temi kwestjami, — astronomja zwłaszcza domagała się ich rozpatrzenia. Dopóki planety przyjmowano za kule geometryczne, można je było traktować jako punkty, w których ześrodkowywała się ich masa. Gdy wszakże zauważono nieregularności kształtu, jak spłaszczenie, musiano sobie postawić pytanie, jaki to ma wpływ na ich obrót, i spodziewano się znaleźć w odpowiedzi objaśnienie wielu nieprawidłowości ich ruchu, jak np. poprzedzania punktów równonocnych. Daniel Bernoulli i Euler wykazali już w r. 1737 że ciało, po otrzymaniu ukośnego uderzenia

poddane jest w swym ruchu dwóm prawom: 1. środek ciężkości ciała porusza się w ten sposób, jak gdyby uderzenie było nań wprost skierowane, 2. jednocześnie ciało obraca się około swego środka ciężkości, jakby tenże był nieruchomy. Chodziło więc o dalsze rozwinięcie teorii podobnego obrotu około jednego punktu. Obrót ten może się dokonywać około stałej osi, przechodzącej przez środek ciężkości, ale także może być złożony, t. j. oś obrotu może jednocześnie zmieniać swe położenie. Zawsze wszakże obrót rozłożony być może, podobnie jak ruch postępowy, według trzech osi, — to jest, zastąpić go można trzema równoczesnymi obrotami około trzech osi, do siebie prostopadłych, a przechodzących przez środek ciężkości. Tę teorię osi głównych obrotu z dalszemi jej rozwinięciami ufundował Euler w swem znakomitem dziele *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum* z r. 1765. Był to pierwszy systematyczny wykład mechaniki systemów niezmiennych. Nadmienić trzeba wszakże, że o trzech osiach głównych obrotu pisał już w r. 1753 Segner, Węgier, wynalazca koła wodnego o oddziaływaniu, w dziele *Specimen theoriae turbine*.

Wśród słynnych matematyków XVIII stulecia po Eulerze pierwsze miejsce zajął d'Alembert. W r. 1717 w Paryżu nad znalezionem na stopniach kościoła St. Jean le Rond, wątłym dzieckiem zlitował się komisarz policji i zamiast je odesłać do domu podrzutków powierzył na odchowanie żonie biednego rzemieślnika. Pod jej macierzyńską opieką słaby zrazu chłopczyk wnet przyszedł do sił i zdrowia a że zadziwiające okazywał zdolności, w dwunastym roku życia oddany został przez dobroczynne osoby do Collège Mazarin, gdzie we wszystkich klasach odbierał pierwsze nagrody. Wyrósłszy na młodzieńca, najprzód poświęcał się prawu, następnie medy-

cynie aż wreszcie dwie prace matematyczno-fizyczne zwróciły nań powszechną uwagę. Były to rozprawy: o ruchu ciał stałych w płynach i o rachunku całkowym, które Akademia Nauk oceniła tak wysoko, że dwudziesto-czteroletniego ich autora, Jana le Rond d'Alemberta, obrała swoim członkiem. Dalsze jego prace wywarły wielki wpływ na rozwój matematyki, mechaniki i mechaniki niebieskiej.

W swem dziele *Traité de dynamique* z r. 1743 rozstrzygnął długotrwały spór Leibniza ze zwolennikami Descartes'a w kwestji: czy działanie siły jest proporcjonalne do prędkości, jaką siła nadaje ciału, czy też do kwadratu z tej prędkości — i wykazał, że spór ten w istocie rzeczy jest bezprzedmiotowy, bo jeżeli siły działają na jednakie masy przez czas jednaki, działanie ich jest proporcjonalne do prędkości, jakie masom nadają; jeżeli zaś działają na masy w ciągu ich ruchu po jednakich drogach, to są proporcjonalne do kwadratu z prędkości. W temże dziele wyłożył słynną swą zasadę, która dała metodę ogólną rozwiązywania zadań, dotyczących się ruchu układów ciał, połączonych ze sobą jakimkolwiek sposobem. Zadania tego rodzaju zaprzętały długo uwagę najznakomitszych uczonych, jak tego przykład przedstawiałem, mówiąc o pracach Huyghensa i Jakuba Bernoulliego nad środkiem wahań. Trudność polegała na wykryciu sił, któremi zastąpić należało połączenia, aby badanie ruchu ciał, związanych ze sobą, sprowadzić do ruchu punktów materialnych, zupełnie swobodnych. Pokonywano tę trudność w szczególnych przypadkach, lecz dopiero d'Alembert podał zasadę ogólną badania ruchu iluokolwiek ciał, działających na siebie w sposób jakikolwiek. Zasada ta wyrażaną dziś bywa w krótkich słowach: „W każdej chwili w skutku połączeń zachodzi równowaga między siłami wprost przyłożonemi a siłami bezwładności.“

Oprócz zasady, noszącej jego imię, dał jeszcze d'Alembert, w swojej *Dynamice*, rozszerzenie zasady newtonowskiej, orzekającej, że stan spoczynku lub ruchu środka ciężkości wielu ciał nie ulega zmianie, przy jakimkolwiek wzajemnem działaniu na siebie tych ciał, tak że środek ciężkości ciał, działających jedno na drugie w jakikolwiek sposób, czyto przez nitki, czy przez pręty, albo przez wzajemne przyciąganie, gdy niema żadnego działania ani żadnej przeszkody zewnętrznej, pozostaje zawsze w spoczynku, lub w ruchu jednostajnym po linii prostej. D'Alembert wykazał, że jeżeli na każde ciało działa siła przyspieszająca stała, równoległa do sił, działających na inne ciała, lub skierowana wraz z niemi do stałego punktu i działa w stosunku do odległości, to środek ciężkości wszystkich ciał opisuje tę samą krzywą, jak gdyby wszystkie ciała były swobodne.

Trzeci z wybitnych matematyków pierwszej połowy XVIII w. Daniel Bernoulli, syn Jana, urodzony w r. 1700, o którym parokrotnie już przyszło mi wspominać, pozostawiwszy swego młodego kolegę Eulera na swem miejscu w Petersburgu, wrócił do Bazylei i tam pracował do zgonu w r. 1772. Równocześnie z Eulerem i francuskim matematykiem, kawalerem d'Arcy, wprowadził do mechaniki w r. 1746 nową zasadę, zwaną zasadą zachowania momentu ruchu obrotowego. Z trzech matematyków, o których mowa, Bernoulli i Euler uważali, że przy ruchu wielu ciał około pewnego środka stałego suma iloczynów z masy każdego ciała, przez prędkość obrotu około środka i przez odległość od tegoż jest zawsze niezależna od działań wzajemnych, jakie wywierają na siebie ciała jedno na drugie, i pozostaje stałą, gdy niema żadnego działania ani żadnej przeszkody z zewnątrz. Do postawienia tej zasady doprowadziło ich obu badanie ruchu wielu ciał, poruszających się wewnątrz rury o danym przekroju, która może

się tylko obracać około jednego punktu, czyli stałego środka obrotu. Kawaler d'Arcy wyraził tę zasadę inaczej, twierdząc, że suma iloczynów z masy każdego ciała przez powierzchnię, jaką zakreśla jego promień, wodzący w ruchu około stałego środka, jest zawsze proporcjonalną do czasu. Tak wyrażona zasada jest uogólnieniem twierdzenia Newtona o powierzchniach, zakreślanych przy działaniu jakichkolwiek sił dośrodkowych, a jej analogję, a raczej tożsamość z zasadą Daniela Bernoulliego i Eulera dostrzec można, zważywszy, że prędkość obrotu wyraża się ilorazem z elementu łuku koła przez element czasu i że pierwszy z tych elementów, pomnożony przez odległość od środka, daje element powierzchni, opisanej wokół tego środka.

Zasadę zachowania sił żywych, której autorem był jego ojciec, uogólnił Daniel Bernoulli w r. 1748, wykazując, jak stosować ją można do ruchu ciał, uskutecznianego pod działaniem jakichkolwiek wzajemnych przyciągań, lub też przyciągań do środków stałych, przyczem przyciągania są proporcjonalne do jakichkolwiek funkcji odległości od tych środków.

Od mechaniki ciał stałych przechodząc do hydromechaniki, przypomnieć winieniem, że z pomocą zasady prędkości przygotowanych w kształcie, nadanym jej jeszcze przez Descartes'a, objaśnił Pascal główną własność cieczy, mianowicie równomierne rozchodzenie się w nich ciśnień we wszystkich kierunkach. Z tej własności wyprowadzona być mogła cała hydrostatyka, dalsze jednak prace uczonych podążały do tego celu innemi drogami. Ścisłym przedmiotem tych prac była słynna kwestja określenia kształtu ziemi, uważanej jako masa cieczy, która pozostaje wciąż w równowadze pod działaniem na każdą cząsteczkę siły ciężkości i siły odśrodkowej ruchu obrotowego. Pracując nad określeniem kształtu ziemi, przyjął

Huyghens za zasadę równowagi masy ciekłej, prostopadłość ciśnienia do powierzchni, a Newton równość ciężarów słupów cieczy, schodzących się w środku ziemi. Bouguer zauważył, że oddzielne stosowanie każdej z tych zasad dawać może niejednaki wynik, i wnosił, że dla określenia równowagi masy ciekłej przyjąć trzeba jednocześnie obie zasady i ich zgodność przy ustalaniu kształtu powierzchni zewnętrznej. Clairaut dowiódł, że i przy tej zgodności równowaga w niektórych przypadkach nie zostaje osiągniętą, a Maclaurin uogólnił zasadę Newtona, ustalając, że w masie ciekłej w równowadze każda cząstka winna być jednakowo naciskana przez wszystkie prostopadłe słupy cieczy, które się na niej opierają, a których wierzchołki leżą na powierzchni zewnętrznej masy ciekłej.

Jak w mechanice ciał stałych, tak i w hydromechanice nie ustawało dążenie do ściślejszego dowodzenia zasad, dostatecznie sprawdzonych doświadczeniem. Prawo równowagi cieczy w naczyniach połączonych wyprowadzał Daniel Bernoulli z zasady, że powierzchnia cieczy w spoczynku jest poziomą, a d'Alembert, znajdując, że to dowodzenie nie jest wystarczającym, przybierał do pomocy zasadę Pascala, równomiernego rozchodzenia się na wszystkie strony ciśnienia w płynach. W słynnej pracy Clairauta *Théorie de la figure de la terre, tirée des principes de l'hydrostatique* z r. 1743 spotykamy pierwsze usiłowania sprowadzenia zasad hydrostatyki do ogólnych praw statyki. Chodzi tam najprzód o podporządkowanie wzmiankowanych hipotez Huyghensa i Newtona pewnej rozleglejszej i pełniejszej zasadzie. Clairaut więc przyjmuje zasadę następującą: warunkiem równowagi całej masy ciekłej jest równowaga cieczy w jakimkolwiek dowolnym kanalikule idealnym, idącym od środka masy do powierzchni zewnętrznej, lub tworzącym obwód zamknięty, wewnątrz

którego wszystkie dążenia cząstek do poruszania się wzajemnie się znoszą. Opierając się na tej zasadzie, wywiódł Clairaut prawa równowagi masy ciekłej, na której wszystkie cząstki działają jakiekolwiek siły, i podał pierwszy znane trzy równania hydrostatyki o pochodnych cząstkowych. On także dał nazwę powierzchni poziomym powierzchniom w płynie, których wszystkie punkty ponoszą jednakie ciśnienie.

Kanalik Clairauta zastąpić można bezpośrednio zasadą prostszą, przypominającą wzmiankowany pomysł Maclaurina. Można mianowicie, wychodząc z zasady równości ciśnień we wszystkich kierunkach, przyjmować ciecż, jako rozłożoną na nieskończenie małe prostościány, i dla dwóch ścianek przeciwległych brać pod uwagę ciśnienie, przeciwcisnienie i siłę zewnętrzną. Sumy rzutów tych sił na każdą z trzech osi współrzędnych, przyrównane do zera, dają żądane trzy równania równowagi. W ten sposób wywiódł Euler równania równowagi ciecży, wprowadzając do nich po raz pierwszy w miejsce przyjmowanego do jego czasów pojęcia ciśnienia, jako ciężaru słupa ciecży, ciśnienie na jednostkę powierzchni, wielkość niezależną od kierunku, która pomnożona przez prostopadły do niej element powierzchni daje ciśnienie na ten element. Wywód Eulera, podany w jego rozprawie *Principes généraux de l'état de l'équilibre des fluides* z r. 1755 powtarza się do dziś przy wykładach hydrostatyki.

Teorję stateczności równowagi ciał pływających podał pierwszy wspomniany matematyk i fizyk francuski Bouguer w swem dziele *Traité du navire* z roku 1746. On to nazwał metacentrem punkt przecięcia wyporu z osią pływania na przekroju poprzecznym ciała pływającego.

Z hydrodynamiki, mówiąc o pracach Newtona, opisywałem jak usiłował on wywieść teoretycznie twierdzenie Torricelliego o wypływie wody z naczyń. Proponowana przez Newtona teoria, stanowiąc najmniej zadowalniający ustęp jego pomnikowego dzieła, ma jednak pewne historyczne znaczenie. Porównywując bowiem jej wyniki z wypadkami doświadczeń, Newton pierwszy zauważył ciekawe zjawisko ścieśnienia żyły wodnej, wychodzącej przez otwór w cienkiej ścianie i o zjawisku tem podał wiadomość w drugim wydaniu *Principjów* z r. 1714.

Twierdzenie Torricelli'ego, dotąd doświadczalnie tylko sprawdzone, okazało się szczególnym przypadkiem wywiedzionego przez Daniela Bernoulliego w jego dziele *Hydrodynamica* z r. 1728 ogólniejszego twierdzenia, dającego prędkość na któremkolwiek przecięciu żyły wodnej. Nie znając ani liczby, ani kształtu cząstek cieczy i nie mogąc określić ruchu każdej z nich po szczególe, Bernoulli wziął pod uwagę wypływ cieczy przez otwór w dnie naczynia, w którym powierzchnia poziomu utrzymwaną jest na niezmiennej wysokości. Wyobraziwszy sobie całą masę cieczy, podzieloną na nieskończoną liczbę warstw poziomych, jednakiej objętości, przyjął, że podczas wypływu warstwy te pozostają stale w zetknięciu jedna z drugą, a wszystkie ich punkty obniżają się w kierunkach pionowych z prędkościami, odwrotnie proporcjonalnemi do przekrojów poziomych naczynia. Do oznaczenia ruchu którejkolwiek warstwy zastosował zasadę, nazwaną przez jego ojca Jana Bernoulliego zasadą zachowania sił żywych, i doszedł do twierdzenia, noszącego imię Daniela Bernoulliego, na którem się do dziś opiera większość podań hydrauliki.

Przyjętej przez Daniela Bernoulliego hipotezy równoległości warstw trzymał się jeszcze d'Alembert w swem dziele: *Traité de l'équilibre et du mouvement*

des fluides z r. 1744; podaną w niem wszakże teorię ruchu płynów oparł już na noszącej jego imię zasadzie, która przez wprowadzenie pozornych sił bezwładności pozwala sprowadzać zadania ruchu do zadań równowagi. Zastosowanie tej zasady do wywiedzionych wtedy właśnie przez Clairauta równań ogólnych równowagi płynów pozwoliło otrzymać natychmiast zasadnicze równania hydrodynamiki. W ten też sposób doszedł do tych równań d'Alembert w rozprawie: *Essai d'une nouvelle théorie sur la resistance des fluides* z r. 1753. Euler uzupełnił je, jak to uczynił dla równań hydrostatyki, przez ściśle określenie ciśnienia w płynach.

Naukę o wytrzymałości tworzyw zubożyły w omawianym perjodzie pierwsze poszukiwania w przedmiocie stałości sklepień i podpór sklepieniowych. Jakkolwiek bowiem zasady budowy sklepień były już znane w starożytności, to jednak dopiero Lahire podał w r. 1712 pierwsze sposoby geometryczne sprawdzania ich stałości. Wychodził on z przypuszczenia, iż każde sklepienie, nie mogące utrzymać się w równowadze, pęka w połowie łuku, między kluczem a podporą — i, uważając część górną łuku za jedną bryłę, a część dolną wraz z podporą za drugą bryłę klinowatą, obliczał ciśnienie jednej na drugą z zupełnem pominięciem tarcia w stosudze pęknięcia. Taki sposób uważania rzeczy prowadził naturalnie do wypadków bardzo niepewnych, a przytem teoria ta nie dawała prawdziwego punktu przyłożenia wypadkowej ciśnień ani w stosudze pęknięcia, ani w kluczu i łożysku oporowem, a tem samem nie mogła służyć do sprawdzenia wywrotności zworników. Mimo jednak te braki, teoria Lahire'a utrzymywała się w nauce przez pół wieku przeszło. W ciągu tego czasu jeden tylko Couplet starał się ją sprostować, przedstawiając Akademji w r. 1729 nową teorię sklepień, opartą na przypuszczeniu, że w chwili

zerwania równowagi zworniki sklepienia obracają się około swych krawędzi. Praca jego wszakże, jakkolwiek obfitująca w poglądy, spożytkowane przez późniejszych autorów, przeszła niepostrzeżenie.

W teorii belek prostych utrzymywały się tymczasem wyniki prac Mariotte'a, poprawione przez Parenta, lecz nie poparte dostateczną liczbą doświadczeń. Zwrócono się też do fizycznego próbowania mocy tworzyw i w r. 1720, fizyk holenderski Musschenbrock opisał długi szereg wykonanych doświadczeń nad łamaniem, rozrywaniem i zgniataniem drzew różnego gatunku, żelaza, surowca, różnych metali a nawet płyt szklanych. Doświadczenia te posłużyły do obliczenia mocy bezwzględnej tworzywa, wykazując przytem ciekawą własność ciał sprężystych, iż wytrzymałość prętów podłużnie ściskanych jest odwrotnie proporcjonalna do kwadratu z długości, czego później dowiódł Euler. Równocześnie francuski artylerzysta Belidor ogłaszał swoje próby nad wyginaniem małych beleczek drewnianych i układał tablice wytrzymałości do praktycznego użytku, a Włoch Poleni doświadczał mocy pasów żelaznych, przeznaczonych do wzmocnienia kopuły Ś-go Piotra w Rzymie. Wszakże najważniejszymi ze wszystkich były prace Buffona z lat 1740/1. W doświadczeniach swych uwzględniał Buffon wiek i gęstość drzewa, rozróżniał rdzeń od biału a wierzchołek od pnia drzewnego. Twierdząc, iż z powodu gnicia słoików obsadzanie drzewa w murze nie przedstawia tyle korzyści, ile mu teoria przypisuje, dochodził tylko mocy sztuk, wolno leżących na dwóch podporach, do czego jednak używał belek wielkości naturalnej, a nie zmniejszonych modeli, jak jego poprzednicy. Doświadczenia te wykazały zgodnie z twierdzeniem Galileusza iż ciężary, odpowiadające złamaniu, są proporcjonalne do szerokości, do kwadratu z wysokości a odwrotnie proporcjonalne do długości belki, — i że,

w belkach mocno obciążonych strzałka wygięcia rośnie zczasem aż do zupełnego złamania.

W tym czasie także prowadzone były badania „krzywych sprężystych,” t. j. krzywych, według których wyginają się obciążone belki proste. Już Jakub Bernoulli wykazał główne własności tych krzywych, opierając się na zasadzie, której dowiódł, że: „w jakimkolwiek punkcie promień krzywizny jest odwrotnie proporcjonalny do momentu siły wyginającej, branego względem tego punktu”. Wszakże dopiero Euler w dodatku do wspomnianego dzieła o izoperimetrach z r. 1744 podał dokładną klasyfikację krzywych sprężystych płaskich i dowiódł, że dla tych krzywych: „całka elementu łuku, podzielona przez kwadrat z promienia krzywizny, jest minimum.” Z pośród tych krzywych zwróciła na siebie uwagę geometrów krzywa, odnosząca się do słupów, obciążonych pionowo, w których siła zewnętrzna czyni kąt bardzo mały z kierunkiem włókna środkowego. Krzywa ta bowiem nie może się utworzyć, zanim siły zewnętrzne nie osiągną pożądanego napięcia — a raz utworzona, powiększa ustawicznie swą krzywiznę, bo moment sił zewnętrznych rośnie wskutek wygięcia. Ta napozór szczególna okoliczność, że napięcie musi przejść pewne granice, zależne od sprężystości, aby pręt prosty, podłużnie ściskany, zaczął się wyginać, wywołała liczne spory naukowe, które Euler dopiero w r. 1757 zwycięsko zakończył, dowiodłszy, że siła, potrzebna do wygięcia słupa, zależy nie tylko od sprężystości materji, ale jest nadto odwrotnie proporcjonalna do kwadratu z długości słupa.

Powstanie hydromechaniki stosowanej, czyli hydrauliki, przedstawiałem w poprzednim perjodzie, wymieniając prace Castelliego, Torricelliego Pascala i Mariotte'a. Wydane w r. 1718 przez Lahire'a pośmiertne dzieło Mariotte'a: *Traité du mouvement des eaux*

et des autres corps fluides uważane być może jako pierwszy podręcznik hydrauliki. Nazwy: hydrodynamika i hydraulika nie miały jeszcze ustalonego znaczenia — a *Hydrodynamica* Daniela Bernoulli'ego z r. 1729 nie różniła się zakresem treści od dzieła: *Hydraulica* jego ojca Jana z r. 1743. W obu tych dziełach podane twierdzenie Daniela Bernoulliego dało podstawę teoretyczną dalszemu rozwojowi hydrauliki w dzisiejszem jej znaczeniu, stanowiącej zbiór prawideł które kierować mogą inżyniera, przy rozwiązywaniu zadań dotyczących równowagi i ruchu płynów. Równocześnie z pośmiertnem wydaniem Mariotte'a, wyszło dzieło: *De castellis per quae derivantur fluviorum aquae*, Jana Poleniego z Wenecji, który pierwszy zauważył że wydatek otworu w cienkiej ścianie powiększa się przez dodanie przystawki walcowej. Nad rurami wodociągowemi w Wersalu zrobił w r. 1732 Couplet kilka doświadczeń i przekonał się, że prawo prędkości Torricelliego nie może być stosowane do biegu wody w rurach. Wyniki tych doświadczeń posłużyły później następcom Coupleta do wyprowadzenia doświadczalnych praw tego biegu. Większe znaczenie miały dla biegu wody w kanałach prace Pitota. W jednej z nich, z r. 1732, opisał Pitot wynaleziony przez siebie przyrząd, do dziś używaną rurkę, noszącą jego imię a służącą do mierzenia prędkości na różnych głębokościach w rzece, i podał tablicę prędkości, odpowiadających wysokościom spadku, która ułatwia czynione z pomocą tego przyrządu obserwacje. Pitot przekonał się, że wzdłuż jednej pionowej prędkości zmniejszają się, postępując od powierzchni do dna, i przypisał to zmniejszanie tarcia wody o ściany koryta. Równocześnie hydraulik włoski Guido Grandi obmyślił swą skrzynkę piezometryczną, przyrząd służący

do tego samego celu, co rurka Pitota, nie nadający się jednak do takiego udoskonalenia, jak ta rurka.

Z maszyn wodnych powstały w tym czasie koła o oddziaływaniu. Wspomniany już Segner, profesor w Getyndze, a następnie Euler w r. 1752 zajęli się badaniem tych maszyn. Dla sprawdzenia wyników swych poszukiwań teoretycznych zbudował Euler w r. 1754 turbinę, noszącą jego imię. Z maszyn do podnoszenia wody zajmowano się ulepszeniem, koła ślimakowego, dawnego rzymskiego Tympanum, opisanego w 1665 przez jezuitę Jana François. Zmieniony został kształt tej maszyny a twórcą tych poprawek był Jan de la Faye w r. 1717. Lahire w r. 1716 opisywał pompy o podwójnem działaniu, a Denissart i Deville w r. 1731 — maszyny słupowodne. Pierwotny pomysł tych maszyn rozwinął Belidor w swem dziele: *Architecture hydraulique* z r. 1732 i wytłumaczył ich zasadę i znaczenie. W dziesięć lat później niemiecki inżynier Hoell zbudował pierwszą maszynę słupowodną w Schemnitz na Węgrzech.

W poprzednim wykładzie mówiłem o maszynie parowej Savery'ego i o ważnym jej braku, wynikającym z bezpośredniego działania pary na wodę. W r. 1705 Leibniz, będąc w Anglii, widział tam w ruchu te maszyny i przysłał rysunek jednej z nich Papinowi do Marburga. Pobudziło to niestrudzonego wynalazcę do obmyślenia ulepszeń, jakie należało wprowadzić do oziębialnika Savery'ego, aby uniknąć bezpośredniego stykania się pary z zimną wodą. W miejsce dalszego rozwijania dwóch świetnych pomysłów, jakie tkwiły w niemożliwym do urzeczywistnienia jego projekcie maszyny parowej z roku 1690, polegających: pierwszy — na bezpośredniem działaniu pary na tłok w cylindrze, a drugi — na wytwarzaniu próżni przez skraplanie pary, — projektował Papin w swem piśmie: *Nouvelle manière pour lever l'eau*

par le moyen du feu, wydanem w Cassel w r. 1707, umieszczenie w oziębialniku Savery'ego pływaka, nie dopuszczającego bezpośredniego stykania się pary z wodą. Oziębialnik Papina był cylindryczny; na kotle umieszczoną była stanowiąca również jego wynalazek kłapa bezpieczeństwa. Maszyna podnosić miała wodę do zbiornika górnego, skąd woda spadałaby na koło wodne, mające dostarczać pracy. Nie przyjęły się jednak proponowane ulepszenia; maszynę Savery'ego zastępować zaczęła już inna, urzeczywistniająca pierwotny pomysł Papina z roku 1690.

Przed swym zgonem, który nastąpił w r. 1714, zaprojektował jeszcze Papin maszynę parową o wysokiem ciśnieniu, dwucylindrową, z dwoma wahaczami, komunikującemi ruch tłokom dwóch pomp tłoczących, które podnosiły wodę. W maszynie tej para podnosiła tłok w jednym z cylindrów, podczas gdy z drugiego wychodziła swobodnie na powietrze i tłok opadał własnym ciężarem. Rysunek tej maszyny Papina o wysokiem ciśnieniu podał Leupold w dziewiątym tomie swego wielkiego dzieła *Theatrum machinarum universale* z roku 1730.

Maszyna Savery'ego nie mogła podnosić wody na większe wysokości i nie nadawała się dla kopalń. To też od samego początku XVIII w. pracowano w Anglii nad zbudowaniem innej. Jednego z pracowników, Tomasza Newcommena, ślusarza w Darmouth, zaznajomił wspomniany już uczoney Robert Hooke z projektem Papina z r. 1690. Cylinder, który u Papina miał być bezpośrednio ogrzewany a następnie chłodzony przez usunięcie ognia i oblanie wodą, połączył Newcommen z oddzielnym kotłem rurą, zamykaną kurkiem. Więc, gdy kurek otwarty, para z kotła wchodzi do cylindra i podnosi tłok, wiszący na wahaczu. Drugie ramię wahacza wtedy się obniża,

wraz z zawieszoną na nim przeciwwagą. Gdy tłok dochodzi do wierzchu cylindra, kurek zostaje zamknięty, a puszczone na cylinder strumień wody zimnej wywołuje skroplenie pary i wytwarza próżnię pod tłokiem. Powietrze atmosferyczne ciśnie na tłok i spycha tłok napowrót do spodu cylindra.

Newcommen obmyślił tę maszynę wspólnie ze szkłem Cawleyem; nie mogli oni jednak uzyskać na nią patentu wynalazku z powodu wydanego przedtem Savery'emu i zmuszeni byli przypuścić go do spółki. W roku 1712 nowa ta maszyna atmosferyczna pompowała już wodę w Wolwerhampton. Cylinder miał sporą średnicę; ciśnienie powietrza, działające na dużą powierzchnię tłoka, podnosiło za każdym ruchem wahacza znaczną ilość wody — i z maszyny zadowoleni byli właściciele kopalń, jakkolwiek pracowała wolno, bo wahacz nie robił więcej poruszeń jak dwa lub trzy na minutę. Newcommen i Cawley, obserwujący często bieg maszyny, zauważyli raz nagłe zwiększenie się energii i nie mogli zdać sobie z niego sprawy. Po długich badaniach, przekonali się, że tłok miał pęknięcia, przez które woda oziębiająca cylinder dostawała się do jego wnętrza i przyspieszała skraplanie pary. Wprowadzili więc zaraz ulepszenie, zamieniając oblewanie cylindra z zewnątrz, wstrzykiwaniem wody zimnej do jego wnętrza. Podnosiło to liczbę ruchów wahacza, który mógł już wykonywać ich pięć do sześciu na minutę.

Kolejne otwieranie i zamykanie kurków od pary i od wody zimnej skutecznianem było ręcznie, co nie mogło zapewniać regularnego ruchu maszyny. W r. 1713 przy jednej z maszyn Newcommena pracę tę wykonywał młody chłopiec Humphry Potter. Znużony tą robotą, przemysłiwając jakby się od niej uwolnić, doszedł do zauważenia, że położenia wahacza i kurków pozostają

ze sobą w związku i że przez połączenie zapomocą sznurków pewnych punktów wahacza z kurkami osiągnąć można automatyczne ich otwieranie i zamykanie. Newcommen zastąpił sznurki prętami i maszyna mogła działać bez ciągłej pomocy robotnika. Tak ulepszona rozpowszechniała się zwolna w Anglii, służąc początkowo wyłącznie do pompowania wody z kopalń. W r. 1718 Britton zaopatrzył ją w klapę bezpieczeństwa i ulepszył stawidła automatyczne. Wkrótce potem pojawiają się te maszyny we Francji i w Niemczech. Do innych zastosowań, jak do podnoszenia wody, brakło im jeszcze korby i koła rozprędogo. Proponował zastosowanie tych organów w roku 1736 Jonathan Hulls, a w r. 1752 opisywał Fitzgerald, w jaki sposób z ich pomocą regulować można ruch maszyn, lecz aż do czasów Watta na pomysły te nie zwracano uwagi a zdaje się, że i sam wielki wynalazca nie miał o nich wiadomości.

James Watt urodził się w r. 1736 w Greenok w Szkocji. Jako osiemnastoletni młodzian przybył do Londynu na naukę do fabrykanta narzędzi fizycznych. Dla słabego zdrowia wrócił wkrótce do Glasgow, gdzie pracował jako mechanik. Naprawiając różne modele i przyrządy dla uniwersytetu, dał się poznać niektórym profesorom i korzystał z ich pomocy, aby się wykształcić. Prof. Black, zajmujący się wtedy w Glasgowie badaniami nad cieplikiem utajonym, skierował jego uwagę na maszynę parową. Zapoznał się więc z opisami tej maszyny w dziełach Desaguliersa i Belidora, mierzył siłę pary w kociołku Papina i ułożył tablice sprężystości pary. W roku 1764 gabinet fizyczny uniwersytetu dał mu do naprawy model maszyny Newcommena i to go pobudziło do pracy nad jej ulepszeniem. Wiadomości z fizyki, jakie posiadał, pozwoliły mu ocenić, ile pary traci się w maszynie atmosferycznej przez wstrzykiwanie wody zimnej do cylindra.

Doprowadziło go to naprzód do oddzielenia cylindra od skraplacza, a następnie do zamiany ciśnienia powietrza na ciśnienie pary, co było urzeczywistnieniem pierwszego z dwóch pomysłów Papina z r. 1690. Zamknął więc zwierzchu cylinder, uszczelnił tłok w cylindrze a jego drążek w pokrywie. Obciążanie drugiego ramienia wahacza, służące do podciągania tłoka w górę, stało się zbytecznem po sztywnem związaniu drążka tłoka z wahaczem, gdyż para działać mogła na obie strony tłoka. Cały ten szereg zmian i ulepszeń zamknął Watt swem stawidłem automatycznym i równoległobokiem, noszącym jego imię, i w ten sposób z maszyny atmosferycznej Newcommena powstała pierwotna maszyna parowa Watta. W r. 1768 w spółce z dr. Roebuckiem zbudował ją Watt dla kopalń węgla księcia Hamilton'a; w r. następnym żądał dla niej patentu, lecz stan majątkowy Roebucka wstrzymał dalszy bieg przedsięwzięcia. Dopiero spółka z Boultonem, zawarta w r. 1773, umożliwiła rozpowszechnienie w przemyśle maszyny parowej Watta i dalszy jej rozwój, którego dzieje nie wchodzą już w zakres moich wykładów.