6 II. ZASADA TERMODYNAMIKI

6.1. PODSTAWY TEORETYCZNE

6.1.1. Przemiany odwracalne i nieodwracalne, pojęcie entropii, układ T-s

II zasada termodynamiki mówi, że aby ciepło mogło być zamienione na pracę muszą istnieć co najmniej dwa różne źródła ciepła o różnych temperaturach. Matematyczny zapis tej zasady może być wyrażony zależnością:

$$dS \geqslant \frac{dQ}{T}, \tag{6.1}$$

gdzie: dS - nieskończenie mała zmiana entropii układu,
dQ - nieskończenie mała ilość wymienionego ciepła,
T - temperatura bezwzględna źródła.

Znak nierówności dotyczy procesów nieodwracalnych, a znak równości procesów odwracalnych, dla których

$$dQ = T\ dS\ .$$

Korzystając z pierwszego równania termodynamiki można napisać

$$T\ dS = dU + p\ dV\ . \tag{6.2}$$

Zmiana entropii właściwej dla gazów doskonałych wynosi:

$$ds = \frac{dq}{T}\quad J/(kg{\cdot}deg) \tag{6.3}$$

Przyrosty entropii właściwej czynnika wyznacza się ze wzorów:

$$s_2 - s_1 = c_v\ \ln\frac{T_2}{T_1} + R\ \ln\frac{v_2}{v_1} \tag{6.4a}$$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{p_2}{p_1} + c_p \ln \frac{v_2}{v_1}, \qquad (6.4b)$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}. \qquad (6.4c)$$

Przyjmując dla pewnych parametrów stanu $p_o v_o T_o$ wartość entropii $s = 0$, można obliczyć entropię gazu dla dowolnych parametrów odniesioną do tego zerowego poziomu. Entropię czynnika o masie m oblicza się podobnie, jak dla entalpii czy energii wewnętrznej:

$$S = m \cdot s.$$

Równania procesów termodynamicznych w układzie ciepła T-s można przedstawić następująco:
przemiana izochoryczna

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1}, \qquad (6.5)$$

przemiana izobaryczna

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}, \qquad (6.6)$$

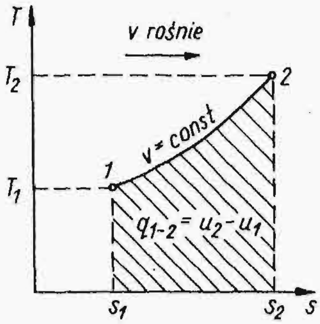
przemiana izotermiczna

$$T = \text{const},$$

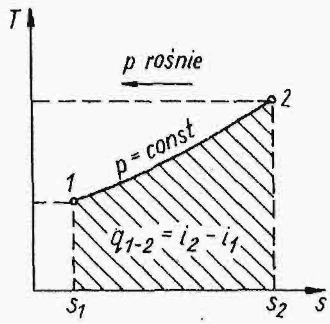
$$s_2 - s_1 = R \ln \frac{v_2}{v_1} = R \ln \frac{p_1}{p_2}. \qquad (6.7)$$

Ciepło przemiany $q_{1-2} = T(s_2 - s_1)$. (6.8)

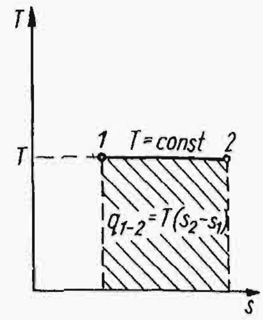
Położenie izochor i izobar w układzie T-s pokazano na rys.6.1 i 6.2. Pola pod krzywymi są miarą ciepła przemiany, a więc zmiany energii wewnętrznej i entalpii. Izotermę pokazano na rys.6.3, pole pod linią T = const odpowiada ciepłu przemiany q_{1-2}.



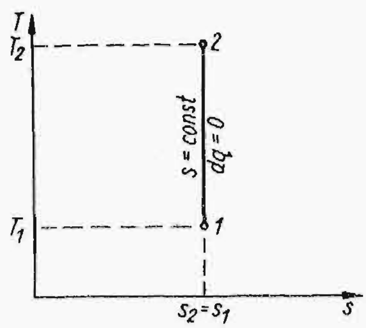
Rys.6.1



Rys.6.2



Rys.6.3



Rys.6.4

Równanie przemiany adiabatycznej

$$s = \text{const}, \qquad (6.9)$$

ponieważ

$$dq = ds\,T = 0,$$

więc

$$ds = 0.$$

Prosta przemiany będzie więc prostopadła do osi odciętych (rys.6.4) Równanie przemiany politropowej

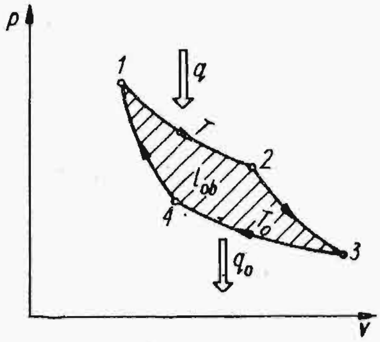
$$s_2 - s_1 = c \ln \frac{T_2}{T_1}, \qquad (6.10)$$

przy czym

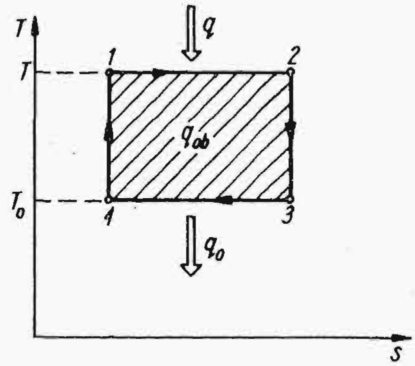
$$c = c_v \frac{z-k}{z-1}.$$

6.1.2. Obieg Carnota

Jeżeli przemiany termodynamiczne przebiegają w ten sposób, że stan końcowy pokrywa się ze stanem początkowym, a stany pośrednie są różne, to noszą one nazwę obiegu.
Obiegiem teoretycznym ilustrującym w termodynamice pracę maszyn cieplnych jest obieg Carnota. Składa się on z dwóch adiabat i dwóch izoterm (rys.6.5) i (6.6).



Rys.6.5



Rys.6.6

Ilość doprowadzonego ciepła ze źródła górnego o temperaturze T wynosi:

$$q = R\,T\,\ln\frac{v_2}{v_1}. \tag{6.11}$$

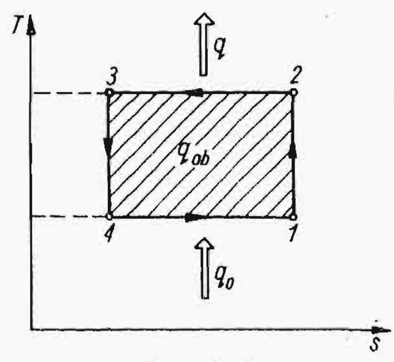
Ilość odprowadzonego ciepła do źródła dolnego:

$$q_o = R\,T_o\,\ln\frac{v_3}{v_4}. \tag{6.12}$$

Sprawność teoretyczna obiegu Carnota:

$$\eta_c = \frac{q - q_o}{q} = \frac{q_{ob}}{q} = \frac{T - T_o}{T}. \tag{6.13}$$

Sprawność teoretyczna obiegu Carnota zależy więc wyłącznie od różnicy temperatur źródła górnego i dolnego.
Jeżeli $T = T_o$, tó wówczas $\eta_c = 0$.
Dla maszyn chłodniczych obiegiem wzorcowym jest obieg Carnota - wstecz (rys.6.7).W tym przypadku nie używa się pojęcia sprawności obiegu lecz określa się tzw. wydajność chłodzenia ε_c będącą stosunkiem odprowadzonego ciepła q_o ze źródła dolnego do włożonej pracy obiegu:



Rys.6.7

$$\varepsilon_c = \frac{q_o}{q_{ob}} = \frac{q_o}{q - q_o} \qquad (6.14a)$$

lub

$$\varepsilon_c = \frac{T_o}{T - T_o} = \frac{T_o}{T} - 1. \qquad (6.14b)$$

Podobnie jak w zależności (3.13), o wydajności chłodzenia decyduje różnica temperatur źródła górnego i dolnego.

6.2. ZADANIA

6.2.1. Obliczyć entropię 1 kg tlenu o ciśnieniu $p = 0,8\ MN/m^2$ i temperaturze $T = 573^oK$ (300^oC). Za poziom zerowy entropii przyjąć temperaturę $T_o = 273,15^oK$ (0^oC) i $p_o = 10^5\ N/m^2$ (1 bar). Tlen traktować jak gaz doskonały.

Rozwiązanie

Na podstawie zależności (6.4c) entropia gazu wynosi:

$$s = c_p \ln \frac{T}{T_o} - R \ln \frac{p}{p_o} \ [J/(kg \cdot deg)].$$

Molowe ciepło właściwe dla gazu dwuatomowego odczytano z tab.7 $M_B c_p = 29,31$ kJ/(kmol·deg), $M_B = 32$ kg/kmol, więc

$$c_p = \frac{29,31}{32} = 0,915 \ kJ/(kg \cdot deg) = 915 \ J/(kg \cdot deg),$$

a zatem

$$s = 915 \cdot 2,303 \lg \frac{573}{273} - \frac{8315}{32} \cdot 2,303 \lg \frac{8 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^5},$$

$$s = 138 \ J/(kg \cdot deg).$$

6.2.2. Obliczyć entropię azotu o masie $m = 6,4$ kg, ciśnieniu $p = 0,49\ MN/m^2$ i $T = 573^oK$ (300^oC). Azot traktować jak gaz doskonały. Poziom zerowy entropii przyjąć jak w zadaniu 6.2.1.

Odp. $S = 1,96$ kJ/deg.

6.2.3. Tlen o masie 1 kg i temperaturze $T_1 = 400^oK$(127^oC) rozpręża się do chwili, kiedy $v_2 = 5\ v_1$. W trakcie tej przemiany temperatura gazu zmniejsza się do $T_2 = 300^oC$ (27^oC). Przyjmując stałość ciepła właściwego obliczyć zmianę entropii gazu.

Odp. $s_2 - s_1 = 230{,}3$ J/(kg·deg).

6.2.4. Wyznaczyć entropię $m = 5$ kg powietrza o temperaturze $T = 700^oK$ (420^oC), jeżeli wiadomo, że od poziomu odniesienia $(p_o = 10^5$ N/m^2, $T_o = 273^oK)$ czynnik sprężany był: izochorycznie, izobarycznie, adiabatycznie, politropowo: $z = 1{,}8$. Przedstawić schematycznie wszystkie przemiany w układzie p-v i T-s. Ciepło właściwe powietrza uważać za stałe.

Rozwiązanie

Sprężanie izochoryczne, wg wzoru (6.5):

$$S_2 - S_1 = m \cdot c_v \cdot \ln \frac{T_2}{T_1},$$

$$c_v = \frac{20{,}93}{28{,}97} = 0{,}724 \text{ kJ/(kg·deg)} = 724 \text{ J/(kg·deg)},$$

$$S_2 - S_1 = 5 \cdot 724 \cdot 2{,}303 \cdot \lg \frac{700}{273} = 3410 \text{ J/deg} = 3{,}41 \text{ kJ/deg}.$$

Sprężanie izobaryczne, wg wzoru (6.6):

$$S_2 - S_1 = m \cdot c_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1},$$

$$c_p = \frac{29{,}31}{28{,}97} = 1{,}013 \text{ kJ/kg·deg} = 1013 \text{ J/(kg.deg)},$$

$$S_2 - S_1 = 5 \cdot 1013 \cdot 2{,}303 \cdot \lg \frac{700}{273} = 4770 \text{ J/deg} = 4{,}77 \text{ kJ/deg}.$$

Sprężanie adiabatyczne

$$S_2 - S_1 = 0.$$

Sprężanie politropowe, wg wzoru (6.10):

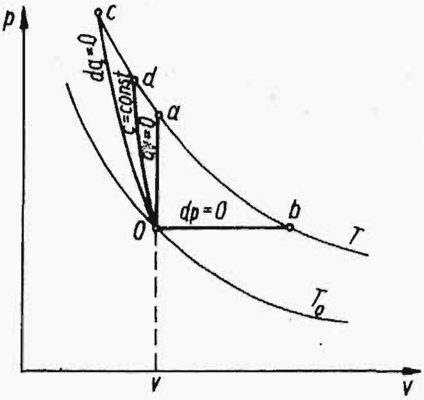
$$S_2 - S_1 = m \cdot c \cdot \ln \frac{T_2}{T_1},$$

$$c = c_v \frac{z-k}{z-1} = 724 \frac{1{,}8 - 1{,}4}{1{,}8 - 1} = 362 \text{ J/(kg·deg)},$$

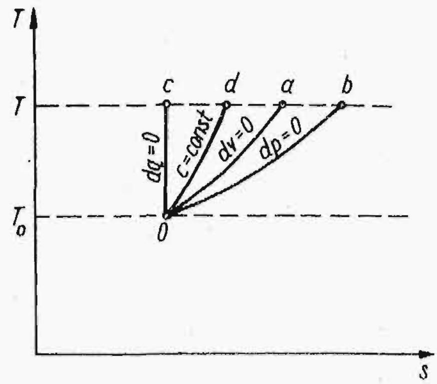
więc

$$S_2 - S_1 = 365 \cdot 2{,}303 \cdot \lg \frac{700}{273} \cdot 5 = 1720 \text{ J/deg} = 1{,}720 \text{ kJ/deg}.$$

Na rys.6.8 i 6.9 pokazano schematycznie przebieg poszczególnych przemian.



Rys.6.8



Rys.6.9

6.2.5. Początkowe parametry powietrza o masie $m = 2$ kg wynoszą $p_1 = 1{,}471$ MN/m^2 i $T_1 = 333^\circ$K (60°C). Obliczyć zmianę entropii powietrza przy rozprężaniu politropowym, jeżeli wiadomo, że ciepło właściwe przemiany $c = 0{,}573$ kJ/(kg·deg), a końcowe ciśnienie $p_2 = 0{,}686$ MN/m^2. Narysować przebieg procesu w układzie p-v i T-s.

Odp. $S_2 - S_1 = -0{,}586$ kJ/deg.

6.2.6. W przeciwprądowym wymienniku ciepła powietrze ochładza się od temperatury $T_1 = 513^\circ$K (240°C) do $T_2 = 333^\circ$K (60°C) podgrzewając wodę od $T_3 = 288^\circ$K (15°C) do $T_4 = 305^\circ$K (32°C). Obliczyć zmianę entropii układu powietrze - woda w ciągu 1 s. Ilość przepływającej przez wymiennik wody $\dot{m}_w = 0{,}0694$ kg/s. Ciepło właściwe powietrza przyjąć równe $c_p = 1$ kJ/(kg·deg), wody $c_w = 4{,}187$ kJ/(kg·deg). Założyć, że w wymienniku ciepła nie zachodzą straty na rzecz otoczenia.

Odp. $\Delta S = 4{,}84$ J/(deg·s).

6.2.7. 1 kg powietrza pracuje w obiegu Carnota pomiędzy temperaturami $T = 900^oK$ (627^oC) i $T_o = 300^oK$ (27^oC). Najwyższe ciśnienie powietrza w obiegu $p_1 = 6\ MN/m^2$, a najniższe $p_3 = 0,1\ MN/m^2$. Obliczyć:

- parametry punktów charakterystycznych,
- pracę obiegu,
- ilość doprowadzonego i odprowadzonego ciepła,
- sprawność teoretyczną obiegu.

Rozwiązanie

Obieg Carnota w układzie p-v i T-s wraz z oznaczeniami punktów charakterystycznych pokazano na rys.6.5, 6.6.

Punkt 1. $p_1 = 6\cdot10^6\ N/m^2$ $T_1 = T_o = 900^oK$.

Objętość właściwą czynnika określono z równania stanu gazu $R = 287\ J/(kg\cdot{}^oK)$,

$$v_1 = \frac{R\ T_1}{p_1} = \frac{287\cdot900}{6\cdot10^6} = 0,0431\ m^3/kg.$$

Punkt 2. $T_2 = T_1 = 900^oK$.

Z równania adiabaty (5.22c) wynika, że

$$p_2 = p_3\left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{\frac{k}{k-1}},$$

ponieważ

$$p_3 = 1\cdot10^5\ N/m^2,\quad T_3 = T_o = 300^oK,\quad k = 1,4,$$

więc

$$p_2 = 1\cdot10^5\left(\frac{900}{300}\right)^{\frac{1,4}{0,4}} = 46,8\cdot10^5\ N/m^2 = 4,68\ MN/m^2.$$

Z równania izotermy (1-2) obliczono objętość v_2

$$p_1v_1 = p_2v_2,$$

$$v_2 = \frac{p_1\cdot v_1}{p_2} = \frac{6\cdot10^6}{4,68\cdot10^6}\cdot0,0431 = 0,0539\ m^3/kg.$$

Punkt 3. $p_3 = 1 \cdot 10^5$ N/m^2, $T_3 = 300^oK$,

$$v_3 = \frac{RT_3}{p_2} = \frac{287 \cdot 300}{10^5} = 0,861 \text{ m}^3/\text{kg}.$$

Punkt 4. $T_4 = T_3 = 300^oK$.

Z równania adiobaty (4-1) wynika, że

$$p_4 = p_1\left(\frac{T_4}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = 6 \cdot 10^6\left(\frac{300}{900}\right)^{\frac{1,4}{0,4}} = 1,282 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2,$$

a z równania izotermy (3-4)

$$p_3 v_3 = p_4 v_4,$$

$$v_4 = \frac{p_3}{p_4} \cdot v_3 = \frac{1 \cdot 10^5}{1,282 \cdot 10^5} \cdot 0,861 = 0,672 \text{ m}^3/\text{kg}.$$

Sprawność teoretyczna obiegu Carnota określa wzór (6.14)

$$\eta_c = \frac{T - T_o}{T} = \frac{900 - 300}{300} = 0,666,$$

ponieważ $T_1 = T$, $T_3 = T_o$.

Ilość doprowadzonego ciepła q obliczono za pomocą wzoru (6.12)

$$q = R\ T \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} = 287 \cdot 900 \cdot 2,303 \cdot \lg \frac{0,0539}{0,0431} = 64,1 \cdot 10^3 \text{ J/kg},$$

$$q = 64,1 \text{ kJ/kg}.$$

Ilość odprowadzonego ciepła q_o wyznaczono z zależności (6.13)

$$q_o = R\ T_o \cdot \ln \frac{v_3}{v_4} = 287 \cdot 300 \cdot 2,303 \cdot \lg \frac{0,861}{0,672} = 21,22 \cdot 10^3 \text{ J/kg},$$

$$q_o = 21,22 \text{ kJ/kg}.$$

Sprawdzenie przeprowadzono obliczając sprawność na podstawie wzoru (6.13a)

$$\eta_c = \frac{q - q_o}{q} = \frac{64,1 - 21,22}{64,1} = 0,668.$$

Występująca różnica jest wynikiem przeprowadzenia obliczeń na suwaku.

6.2.8. Wyznaczyć zależność sprawności teoretycznej obiegu Carnota od temperatury źródła górnego T przy stałej wartości temperatury źródła dolnego $T_o = 300^oK$ (27^oC). Narysować wykres zależności $\eta_c = f(T)$ przy T_o = const.
Rozpatrywać zmianę wartości T w granicach $600 \div 1000^oK$.
Odp.

$T\ ^oK$	600	700	800	[illegible]	1000
η_c	0,500	0,572	0,625	0,667	0,700

6.2.9. Obliczyć parametry punktów charakterystycznych obiegu Carnota, przyrosty entropii, entalpii, energii wewnętrznej, pracę bezwzględną poszczególnych przemian oraz pracę i sprawność teoretyczną obiegu.
Wiadomo, że: $p_1 = 2\ MN/m^2$, $v_1 = 0,1\ m^3/kg$, ciepło doprowadzone $q = 80$ kJ, $p_2/p_3 = p_1/p_4 = 12$. Czynnikiem termodynamicznym jest powietrze o masie 1 kg i stałym cieple właściwym $c_p = 1$ kJ/(kg·deg) oraz $k = 1,4$ i $R = 287$ J/(kg·^{o}K). Oznaczenia jak na rys.6.5, 6.6.
Odp.

P u n k t y	1	2	3	4
ciśnienie p kN/m^2	2000	1340	111,6	166,7
temperatura ^oK	697	697	342,5	342,5
objętość właściwa m^3/kg	0,100	0,149	0,880	0,589

Przemiany	Δs J/(kg·^{o}K)	Δi J/kg	Δu J/kg	l J/kg
1-2	115	0	0	$80 \cdot 10^3$
2-3	0	$-354,5 \cdot 10^3$	$-255 \cdot 10^3$	$255 \cdot 10^3$
3-4	-115	0	0	$-393 \cdot 10^3$
4-1	0	$354,5 \cdot 10^3$	$255 \cdot 10^3$	$-255 \cdot 10^3$

$\eta_c = 0,509$; $l_{ob} = 40,7$ kJ/kg.

6.2.10. Obliczyć moc teoretyczną silnika powietrznego oraz jego sprawność, jeżeli silnik pobiera ciepło ze źródła górnego o $T = 800^oK$ (527^oC), a oddaje do źródła dolnego o $T_o = 300^oK$ (27^oC). Najniższe ciśnienie w cylindrze wynosi $p_3 = 1 \cdot 10^5 N/m^2$. Prędkość kątowa wału silnika $\omega = 52,4$ rad/s, objętość cylindra w punkcie 3 wynosi $v_3 = 2\ dm^3$, a w punkcie 1 obiegu $v_1 = 0,05\ dm^3$. Ponadto obliczyć ilość ciepła pobieranego ze źródła górnego. Silnik pracuje wg obiegu Carnota. Przyjąć $k = 1,4$, $R = 287\ J/(kg \cdot {}^oK)$. Oznaczenia punktów charakterystycznych obiegu jak na rys.6.5 i 6.6.

Wskazówka: w czasie obrotu wału o kąt pełny (2π rad) dokonany zostaje jeden obieg.

Odp. $N_t = 3,49$ kW, $\eta_c = 0,625$, $\dot{Q} = 5510$ J/s $= 5,51$ kW.

6.2.11. Silnik cieplny pracujący pomiędzy temperaturami źródła górnego $T = 1000^oK$ (723^oC) i źródła dolnego $T_o = 300^oK$ (27^oC) ma sprawność teoretyczną $\eta_t = 0,4$, zaś moc silnika wynosi $N_t = 500$ kW. Obliczyć:

- ilość ciepła pobieranego ze źródła górnego,
- ilość ciepła oddawanego do źródła dolnego,
- jaka byłaby moc silnika, gdyby pracował on pomiędzy tymi samymi źródłami wg obiegu Carnota.

Rozwiązanie

Ponieważ

$$\eta_t = \frac{N_t}{\dot{Q}},$$

gdzie: $\dot{Q}$ - ilość ciepła dostarczonego do silnika ze źródła górnego, kW,

więc

$$Q = \frac{N_t}{\eta_t} = \frac{500}{0,4} = 1250\ kW = 1250\ kJ/s,$$

$$N_t = \dot{Q} - \dot{Q}_o,$$

zatem ilość ciepła oddawanego do źródła dolnego

$$\dot{Q}_o = \dot{Q} - N_t = 1250 - 500 = 750\ kW = 750\ kJ/s.$$

Moc silnika pracującego wg obiegu Carnota wynika z zależności (3.13)

$$N_c = \eta_c\,\dot{Q} = \frac{T - T_o}{T}\,\dot{Q}\,,$$

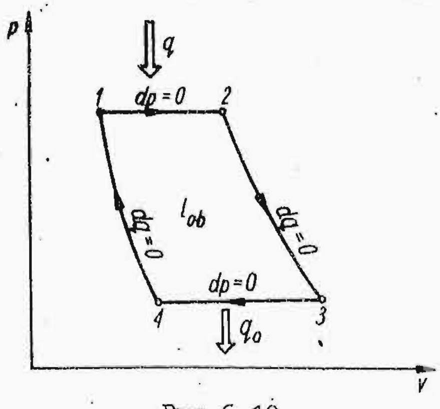
$$N_c = \frac{1000 - 300}{1000}\cdot 1250 = 875\ \mathrm{kW}\,.$$

6.2.12. Silnik cieplny pracujący pomiędzy dwoma źródłami ciepła o temperaturach $T = 900^{o}K$ ($627^{o}C$) i $T_o = 280^{o}K$ ($7^{o}C$) realizuje obieg Carnota. Moc silnika $N = 1000$ kW. Aby zapewnić możliwość wymiany ciepła (przy skończonych wymiarach wymienników) różnice temperatur pomiędzy źródłami ciepła a czynnikiem termodynamicznym wynoszą: dla źródła górnego $\Delta T = 30$ deg, dla źródła dolnego $\Delta T_o = 20$ deg. Obliczyć:

- ilość ciepła pobranego ze źródła górnego przez silnik,
- o ile wzrosła sprawność silnika, gdy $\Delta T = \Delta T_o = 10$ deg.

Odp. $\dot{Q} = 1526$ kW $= 1526$ kJ/s, $\delta_{\eta_c} = 2,9\%$.

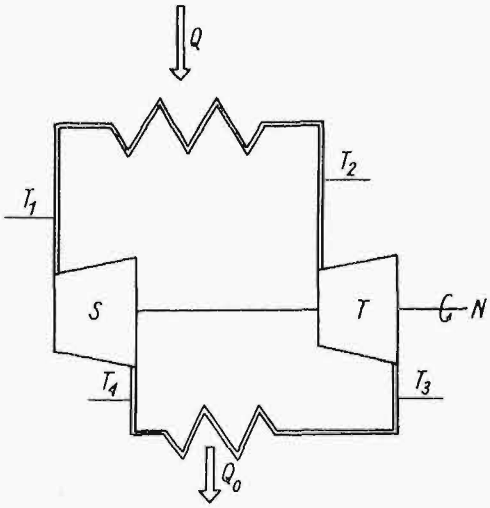
6.2.13. Obieg turbiny gazowej (rys.6.10) składa się z dwóch przemian izobarycznych i dwóch adiabatycznych. Określić moc turbiny i jej sprawność, ilość doprowadzonego i odprowadzonego ciepła, jeżeli wiadomo, że: $p_4 = 1\cdot 10^5\ \mathrm{N/m^2}$, $T_4 = 300^{o}K$ ($27^{o}C$), $T_2 = 973^{o}K$ ($700^{o}C$), $p_1/p_4 = 10$ i $k = 1,4$. Czynnikiem termodynamicznym jest powietrze, którego stałe ciepło właściwe $c_p = 1\ \mathrm{kJ/(kg\cdot deg)}$. Natężenie przepływu powietrza przez turbinę $\dot{m} = 50$ kg/s.



Rys.6.10

Odp. $\dot{Q} = 19,55$ MW, $\dot{Q}_o = 10,1$ MW, $N_t = 9,45$ MW, $\eta_t = 0,484$.

6.2.14. W zamkniętym obiegu turbiny gazowej (rys.6.11), składającego się z dwóch adiabat i dwóch izobar, najwyższa temperatura czynnika $T_2 = 900^{o}K$ ($627^{o}C$) (za nagrzewnicą),



Rys.6.11

a najniższa $T_4 = 300^oK$ (27^oC) (za chłodnicą). Stosunki ciśnień podczas sprężania w sprężarce (S) i rozprężania w turbinie wynoszą $p_2/p_3 = p_1/p_4 = 5$. Układ ma moc $N = 736$ kW. Czynnikiem jest dwuatomowy gaz doskonały. Obliczyć:

- sprawność cieplną obiegu,
- moc cieplną chłodnicy,
- moc cieplną nagrzewnicy,
- wzrost mocy, jaki nastąpiłby przy zrealizowaniu obiegu Carnota pomiędzy temperaturami T_3 i T_4, przy tych samych mocach cieplnych chłodnicy i nagrzewnicy czynnika.

Odp. $\eta_t = 0,368$, $\dot{Q} = 1,988$ MW, $\dot{Q}_o = 1,263$ MW, $\Delta N =$
$= 598$ kW.