

# 12

## WYMIANA CIEPŁA

### 12.1. PODSTAWY TEORETYCZNE

Wymiana ciepła zajmuje się zagadnieniami rozchodzenia się ciepła w przyrodzie. Rozchodzenie się ciepła jest zjawiskiem nieodwracalnym przy którym zachodzi samorzutne wyrównywanie się różnic temperatury.

Podstawowymi rodzajami wymiany ciepła są:

przewodzenie - polega na przenoszeniu ciepła wewnątrz ośrodka lub między ośrodkami przez te same cząstki nie zmieniające położenia.

konwekcja (unoszenie) - polega na przenoszeniu ciepła przez cząstki zmieniające swoje położenie (mieszanie)

promieniowanie - polega na przenoszeniu energii przez kwanty promieniowania elektromagnetycznego o pewnym zakresie długości fal.

W przyrodzie wymiana ciepła zachodzi jednocześnie wszystkimi rodzajami. Jednoczesne występowanie przewodzenia i konwekcji co ma miejsce przy wymianie ciepła między ciałem stałym i płynem nosi nazwę przejmowania ciepła (konwekcyjne przejmowanie ciepła).

Wymiana ciepła może zachodzić w sposób nieustalony lub ustalony. Większość zagadnień inżynierskich rozpatruje się przy ustalonej wymianie ciepła, charakteryzującej się niezmiennością temperatur w czasie w poszczególnych punktach ośrodka.

#### 12.1.1. Wymiana ciepła przez przewodzenia

Podstawowym prawem przewodzenia ciepła jest równanie Fouriera

$$dQ^2 = -dF \lambda \frac{dv}{dn} d\tau$$

słuszne dla ustalonego i nieustalonego przepływu ciepła bez względu na to czy czynnik, w którym zachodzi przewodzenie ciepła jest w spoczynku, czy też porusza się.

Zapis równania Fouriera dla skończonej wartości spadku temperatury przyjmuje postać

$$Q_0 = F \lambda \frac{\Delta v}{\delta} \tau, \quad (12.1)$$

gdzie:  $Q_0$  - ciepło przewodzone między powierzchniami [J],  
 $F$  - powierzchnia [ $m^2$ ],  
 $\lambda$  - współczynnik przewodzenia ciepła [ $W/(m \cdot deg)$ ],  
 $\Delta v$  - różnica temperatur między temperaturami na powierzchniach ograniczających przegrodę [ $^{\circ}C$ ],  
 $\delta = \Delta n$  - grubość przegrody [m].

Gęstość strumienia ciepła:

$$q = \frac{Q_0}{F \tau} = \frac{\lambda}{\delta} \Delta v = \frac{\Delta v}{R}, \quad (12.1a)$$

gdzie:  $R = \frac{\delta}{\lambda}$  - opór przewodzenia ciepła przegrody  $m^2 deg/W$ ,  
 $q$  - gęstość strumienia ciepła  $W/m^2$ ,  
 $Q = \frac{Q_0}{\tau}$  - strumień ciepła W.

Przegroda płaska jednowarstwowa:

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (v_n - v_o) = \frac{v_n - v_o}{R} \quad (12.1b)$$

gdzie:  $v_n, v_o$  - temperatura powierzchni ścianki.

Przegroda płaska wielowarstwowa:

$$q = \frac{v_n - v_o}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}} = \frac{v_n - v_o}{\sum R_i} \quad (12.1c)$$

Opór przewodzenia przegrody wielowarstwowej  $\sum R_i$  nie zależy od kolejności poszczególnych warstw.

Przebiega rurowa:

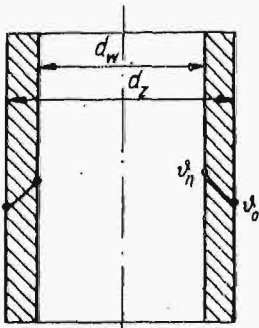
$$q = \frac{q_1}{\pi d}, \quad (12.2)$$

gdzie:  $d$  - średnica powierzchni cylindrycznej, w stosunku do której określa się gęstość strumienia ciepła,

$q_1$  - strumień ciepła przewodzonego przez rurę o długości 1 m (jednostkowy strumień ciepła) W/m.

Jednostkowy strumień ciepła  $q_1$  dla:

- rury jednowarstwowej (rys.12.1)



Rys.12.1

$$q_1 = \frac{\pi(t_n - t_o)}{R_o}, \quad (12.2a)$$

$$R_o = \frac{1}{2 \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{d_z}{d_w}, \quad (12.2b)$$

gdzie:  $d_z$  - średnica zewnętrzna,

$d_w$  - średnica wewnętrzna;

- rury wielowarstwowej

$$q_1 = \frac{\pi(t_n - t_o)}{\sum R_{oi}}. \quad (12.2c)$$

#### 12.1.2. Konwekcyjne przejmowanie ciepła

Zjawisko wymiany ciepła między ciałem stałym a płynem opisane jest równaniem Newtona:

$$Q_o = F \alpha(t_1 - t_1) \tau, \quad (12.3)$$

$$Q_o = F \alpha(t_2 - t_2) \tau,$$

gdzie:  $\alpha$  - współczynnik przejmowania ciepła [W/(m<sup>2</sup>·deg)],

$t_1, t_2$  - temperatura płynu [°C],

$t_1, t_2$  - temperatura ścianki [°C],

$F$  - powierzchnia przez którą zachodzi wymiana ciepła [m<sup>2</sup>].

Współczynnik  $\alpha$  zależy od charakteru przepływu płynu (laminarny, przejściowy, burzliwy), od którego zależy też grubość warstewki przyściennej, przez którą zachodzi wymiana ciepła przez przewodzenie.

Przepływ płynu może być swobodny powodowany różnicą gęstości cząsteczek płynu i wymuszony powodowany np. urządzeniem mechanicznym.

Obliczanie współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha$  dokonuje się na podstawie równania kryterialnego

$$Nu = f(Re, Pr, Gr, \frac{d}{L}), \quad (12.4)$$

gdzie:  $Nu$  - kryterium bezpośredniej wymiany ciepła (stosunek ciepła oddawanego przez przejmowanie do ciepła oddawanego przez przewodzenie)

$$Nu = \frac{\alpha l_e}{\lambda} \quad \text{liczba Musselta}; \quad (12.4a)$$

$Re$  - kryterium kinematyczne przepływu (stosunek siły bezwładności do siły tarcia wewnętrzznego)

$$Re = \frac{w l_e}{\nu} \quad \text{liczba Reymoldsa}; \quad (12.4b)$$

$Pr$  - kryterium właściwości fizycznych płynu (stosunek lepkości kinematycznej do współczynnika wyrównywania temperatury)

$$Pr = \frac{\nu}{a} \quad \text{liczba Prandtla}; \quad (12.4c)$$

$Gr$  - kryterium siły wyporu (stosunek siły wyporu do siły tarcia wewnętrzznego pomnożony przez  $Re$ )

$$Gr = \frac{g \beta l_e^3 \Delta t}{\nu^2} \quad \text{liczba Grashofa}; \quad (12.4d)$$

przy czym:  $l_e$  - charakterystyczny wymiar liniowy ciała stałego [m],

$\lambda$  - współczynnik przewodzenia płynu [W/(m.deg)],

$\beta$  - objętościowy współczynnik rozszerzalności termicznej płynu [1/deg],

$\nu$  - kinematyczny współczynnik lepkości płynu [m<sup>2</sup>/s],

$d$  - średnica rury [m],

$L$  - długość rury [m],

$\Delta t$  - różnica temperatur między temperaturą ścianki  $t_w$  a średnią temperaturą płynu  $t_f$ ,

$g$  - przyspieszenie grawitacyjne [m/s<sup>2</sup>].

Właściwości fizyczne płynu dla obliczenia liczb kryterialnych określa się w zależności od temperatury odniesienia  $t_e$ , którą może być:

- średnia temperatura przepływającego płynu  $t_f$ :

$$t_f = \frac{t_1 + t_2}{2}, \quad (12.5a)$$

gdzie:  $t_1, t_2$  - średnie temperatury płynu odniesione do skrajnych umownych przekrojów przez które przepływa płyn;

- średnia temperatura warstwy granicznej  $t_m$ :

$$t_m = \frac{t_f + \vartheta}{2}, \quad (12.5b)$$

gdzie:  $\vartheta$  - średnia temperatura ścianki przejmującej ciepło;

- średnia temperatura ścianki  $t_w$ :

$$t_w = \vartheta.$$

#### Wymiana ciepła w ośrodku niesograniczonym przy swobodnym ruchu płynu

Ruch płynu omywającego ciało stałe zależy od różnicy temperatur  $\Delta t$  między temperaturą ścianki a temperaturą płynu w znacznej odległości od niego, jak również od wymiarów geometrycznych ciała.

Średnią wartość liczby  $Nu$  dla płynów, których  $Pr \geq 0,5$  określa się ze wzoru:

$$Nu = c(Pr \cdot Gr)^n \left( \frac{Pr}{Pr_w} \right)^{0,25}. \quad (12.6)$$

Temperatura odniesienia  $t_e = t_m$ .

$Pr_w$  - liczba Prandtla odniesiona do temperatury  $t_w$ .

Wartości  $c, n$  podano w tabeli 12.1.

Tabela 12.1

Pr·Gr	$10^{-3}$	$10^{-3} \div 5 \cdot 10^2$	$5 \cdot 10^2 \div 2 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^7 \div 1 \cdot 10^{13}$
c	0,45	1,18	0,54	0,135
n	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$

Charakterystycznym wymiarem liniowym  $l_e$  występującym w liczbach kryterialnych jest dla:

- kuli i rury
- pionowej płyty i rury
- płyty poziomej
- średnica ( $d$ ),
- wysokość ( $h$ ),
- mniejszy bok.

Wartość współczynnika przejmowania ciepła dla płyt poziomych  $\alpha$  zależy od kierunku, w którym zwrócona jest powierzchnia wymieniająca ciepło, a mianowicie dla:

- powierzchni zwróconej do góry

$$\alpha' = 1,3 \alpha ; \quad (12.6a)$$

- powierzchni zwróconej do dołu

$$\alpha'' = 0,7 \alpha , \quad (12.6b)$$

przy czym:  $\alpha$  oblicza się ze wzoru (12.6).

Dla przegród budowlanych współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha$  może być obliczony ze wzorów:

Powierzchnie wewnętrzne:

przy  $t_{f_1} - \vartheta_1 < 5^{\circ}\text{C}$

$$\alpha = 3,49 + 0,093(t_{f_1} - \vartheta_1); \quad (12.6c)$$

przy  $t_{f_1} - \vartheta_1 > 5^{\circ}\text{C}$

$$\alpha = \varphi \sqrt[4]{t_{f_1} - \vartheta_1}, \quad (12.6d)$$

przy czym:  $\varphi = 2,32$  - dla powietrza w zamkniętym pomieszczeniu,

$\varphi = 3,2$  - dla powietrza w pomieszczeniach produkcyjnych z wirującymi elementami maszyn  
względnie w pobliżu bardzo zimnych powierzchni (okna, zewnętrzne drzwi.

Powierzchnie zewnętrzne:

$$\alpha = 7,34^{0,656} + 3,78 \cdot e^{-1,91 w} \quad (12.6e)$$

przy czym:  $w$  - największa średnia miesięczna prędkość wiatru w sezonie ogrzewczym. W przypadku stropów przykrytych strzechami zabezpieczonymi przed wiatrem, przyjmuje się  $w = 0,5$  m/s.

Przy przybliżonych obliczeniach drugi składnik we wzorze (12-6e) można pominąć.

Wymiana ciepła w ośrodku ograniczonym (zamkniętym)

Ośrodkiem ograniczonym z punktu widzenia wymiany ciepła jest taki ośrodek, w którym ruch swobodny cząsteczek hamowany jest tarciem. Siły hamujące zależą od odległości ścian, między którymi znajduje się płyn.

Pomijając przekazywanie ciepła między ściankami w drodze promieniowania, strumień ciepła dla tego przypadku określa się z równania:

$$Q = F \frac{\lambda_z}{\delta} (t_1 - t_2), \quad (12.7)$$

$$\lambda_z = \epsilon_k \lambda, \quad (12.7a)$$

gdzie:  $\lambda_z$  - równoważny współczynnik przewodzenia ciepła,  
 $t_1, t_2$  - temperatura powierzchni ścianek od strony płynu,  
 $\epsilon_k$  - współczynnik uwzględniający wpływ konwekcji  
 $\epsilon_k = f(\text{Pr} \cdot \text{Gr})$ ,  
 $\lambda$  - współczynnik przewodzenia ciepła dla płynu,  
 $\delta$  - odległość między ściankami (grubość warstwy płynu).

Wartość  $\epsilon_k$  określa się ze wzorów w zależności od  $(\text{Pr} \cdot \text{Gr})$  dla:

$$(\text{Pr} \cdot \text{Gr}) < 10^3 \text{ przyjmuje się } \epsilon_k = 1, \quad (12.7b)$$

$$10^3 < (\text{Pr} \cdot \text{Gr}) < 10^6 \text{ przyjmuje się } \epsilon_k = 0,105(\text{Pr} \cdot \text{Gr})^{0,3}, \quad (12.7c)$$

$$10^6 < (\text{Pr} \cdot \text{Gr}) < 10^{10} \quad " \quad " \quad \epsilon_k = 0,40(\text{Pr} \cdot \text{Gr})^{0,2}. \quad (12.7d)$$

W przypadku gdy nie chodzi o dużą dokładność dla dowolnych wartości  $(\text{Gr} \cdot \text{Pr})$  można posługiwać się wzorem:

$$\epsilon_k = 0,18(\text{Pr} \cdot \text{Gr})^{0,25}. \quad (12.7e)$$

W obliczeniach przyjmuje się:

$$\text{temperaturę odniesienia } t_e = \frac{t_1 + t_2}{2}$$

charakterystyczny wymiar liniowy  $l_e = \delta$   
 Występująca w liczbie  $Gr \Delta t = \vartheta_1 - \vartheta_2$ .

Wymiana ciepła przy wymuszonym przepływie płynu

Współczynnik przejmowania ciepła oblicza się stosując równania zestawione w tabl.12.2 dla najczęściej spotykanych przypadków przejmowania ciepła. Ponieważ przepływ może zachodzić w kanałach o różnych przekrojach poprzecznych, za wymiar charakterystyczny liniowy przyjmuje się średnicę dla przekroju kołowego  $l_e = d$  dla innych przekrojów średnicę równoważną  $d_r$  obliczoną ze wzoru:

$$d_r = \frac{4 \cdot F}{O}, \quad (12.8)$$

gdzie:  $F$  - pole poprzecznego przekroju kanału, przez który przepływa płyn,

$O$  - obwód przekroju zwilżanego przez płyn.

Dla rur zakrzywionych przy promieniu krzywizny  $R = \frac{D}{2}$  i  $Re$  w zakresie  $11,6(\frac{d}{D})^{-0,5} \leq Re \leq 18\,500(\frac{d}{D})^{0,28}$  współczynnik  $\alpha$  oblicza się wg równania z tabeli (12.2).

W przypadku gdy  $Re > 10^4$  obliczoną wartość  $Nu$  wg wzoru z tabeli (12.2) należy pomnożyć przez współczynnik korygujący  $\varepsilon_D$

$$\varepsilon_D = 1 + 3,54 \frac{d}{D}. \quad (12.9)$$

Wymiana ciepła przez powierzchnie ożebrowane

Zależności wyprowadzone dla pręta krótkiego (skończonej długości) umieszczonego jednym końcem w ośrodku o stałej temperaturze słuszne są również dla żebra prostego o jednakowej grubości  $\delta_z = \text{const.}$  Poniżej podano zależność dla żebra (pręta) z pominięciem ciepła oddanego przez powierzchnię czołową żebra (pręta).

Rozkład różnicy temperatury  $\vartheta_x = f(x)$  w przecie:  
 - o nieskończonej długości

$$\vartheta_x = \vartheta_0 e^{-mx}; \quad (12.10)$$



Tabela 12.2

## Równania kryterialne dla przepływu wymuszonego

Ip.	Charakter przepływu	O g ó l n e	Dla gazów dwustanowych przy $Pr = 0,71$	U w a g i
Przejmowanie ciepła przy przepływie płynu wewnątrz kanałów i rur				
1	$Re \leq 2300$	$Nu = 0,17 Re^{0,35} Pr^{0,43} Gr^{0,1} \left(\frac{Pr}{Pr_w}\right)^{0,25} \cdot \epsilon_1$	$Nu = 0,147 Re^{0,33} Gr^{0,1} \epsilon_1$	$\epsilon_1$ wg tabeli (12.3)
2	$Re = 2300 \div 10000$	$Nu = K_0 Pr^{0,43} \left(\frac{Pr}{Pr_w}\right)^{0,25}$		$K_0$ wg tabeli (12.4)
3	$Re = (0,01 \div 5) \cdot 10^6$	$Nu = 0,021 Re^{0,8} Pr^{0,43} \left(\frac{Pr}{Pr_w}\right)^{0,25} \cdot \epsilon_1$	$Nu = 0,018 Re^{0,8} \epsilon_1$	$t_e = t_f$ $l_e = d$ lub $l_e = d_f$
	$Pr = 0,6 \div 2500$			
Przejmowanie ciepła przy omywaniu powierzchni zewnętrznej				
1. Przepływ wzdłuż płyty płaskiej				
4	$Re < 10^5$	$Nu = 0,76 Re^{0,5} Pr^{0,43} \left(\frac{Pr}{Pr_w}\right)^{0,25}$	$Nu = 0,66 Re^{0,5}$	$t_e = t_p$ temperatura początkowa płynu
5	$Re > 10^5$	$Nu = 0,037 Re^{0,8} Pr^{0,43} \left(\frac{Pr}{Pr_w}\right)^{0,25}$	$Nu = 0,032 Re^{0,8}$	$l_e =$ długość kanału w kierunku przepływu
Powyższe wzory pozwalają na przybliżone określenie współczynnika $\alpha$ dla cieczy. Dla małych prędkości należy dodatkowo obliczyć $\alpha$ wg wzoru (12.6) i przyjąć większy z nich.				
2. Przepływ w poprzek pojedynczego cylindra (rury)				
6	$10 < Re < 10^3$	$Nu = 0,5 Re^{0,5} Pr^{0,38} \left(\frac{Pr}{Pr_w}\right)^{0,25} \cdot \epsilon_y$	$Nu = 0,44 Re^{0,5} \epsilon_y$	$l_e = d_z$ średnica zewnętrzna
7	$10^3 < Re < 2 \cdot 10^5$	$Nu = 0,25 Re^{0,6} Pr^{0,38} \left(\frac{Pr}{Pr_w}\right)^{0,25} \cdot \epsilon_y$	$Nu = 0,22 Re^{0,5} \epsilon_y$	$\epsilon_y =$ wg tabeli (12.5) $t_e = t_f$

Sredni współczynnik przejmowania  $\alpha_p$   
dla pęczka z rur gładkich o 3 i więcej rzędach w kierunku przepływu

Układ szeregowy		Układ przestawiony		$P_1, P_2$ - powierzchnia rur rzędu pierwszego, drugiego $\alpha$ - współczynnik przejmowania ciepła dla 3 rzędu rur
$\alpha_p = \frac{0,6 P_1 + 0,9 P_2 + \sum_{i=1}^{1+n} P_i}{\sum_{i=1}^{1+n} P_i} \alpha$		$\alpha_p = \frac{0,6 P_1 + 0,7 P_2 + \sum_{i=1}^{1+n} P_i}{\sum_{i=1}^{1+n} P_i} \alpha$		
Równanie dla 3 i dalszych rzędów rur przy $200 < Re < 2 \cdot 10^5$				
Układ szeregowy		Układ przestawiony		$l_e = d_2, \quad t_e = t_f$  Re w odniesieniu do prędkości w największym przekroju między rurkami $\xi_v$ - tabela 12.5 $\xi_n$ - tabela (12.6)
Nu = $0,23 Re^{0,65} Pr^{0,33} \left( \frac{Pr}{Pr_w} \right)^{0,25} \cdot \xi_v \cdot \xi_n$ dla powietrza Nu = $0,21 Re^{0,65} \cdot \xi_v \cdot \xi_n$		Nu = $0,41 Re^{0,6} Pr^{0,33} \left( \frac{Pr}{Pr_w} \right)^{0,25} \cdot \xi_v \cdot \xi_n$ dla powietrza: Nu = $0,37 Re^{0,6} \cdot \xi_v \cdot \xi_n$		
Przepływ w poprzek pęczka rur żebrowych				
Zakres zastosowania	Kształt żebra	Układ rur w pęczku		$d$ - średnica zewnętrzna rury $h$ - wysokość żebra $b$ - rozstaw żeber $t_e = t_w + \Delta t_1$ $\Delta t_1$ - wg (12.40) $l_e = b$
		szeregowy	przestawiony	
10 Re = $(3-25)10^3$	okrągłe	Nu = $0,104 Re^{0,72} \left( \frac{d}{b} \right)^{-0,54} \left( \frac{h}{b} \right)^{-0,14}$	Nu = $0,223 Re^{0,65} \left( \frac{d}{b} \right)^{-0,54} \left( \frac{h}{b} \right)^{-0,14}$	
11 $3 < \frac{d}{b} < 4,8$  w - prędkość w odniesieniu do $P_n = \left[ 1 - \frac{d}{s_1} \left( 1 + 2 \frac{h}{b} \cdot \frac{d_2}{d} \right) \right] \cdot P$ , (bez pęczka), $s_1$ - rozstaw rur w rzędzie	kwadratowe	Nu = $0,096 Re^{0,72} \left( \frac{d}{b} \right)^{-0,54} \left( \frac{h}{b} \right)^{-0,14}$	Nu = $0,205 Re^{0,65} \left( \frac{d}{b} \right)^{-0,54} \left( \frac{h}{b} \right)^{-0,14}$  F - przekrój swobody przewod	
12 Pojedyncza rura okablowana:		$l_e = \frac{D^2}{2b} + d$		D - średnica żebra $t_e = t_f$

Tabela 12.3

Współczynnik korygujący  $\epsilon_1$

$\frac{1}{d_r}$ Re	1	2	5	10	15	20	30	40	50
Re $\leq$ 2000	1,90	1,70	1,44	1,28	1,18	1,13	1,05	1,02	1,00
$10^4$	1,65	1,50	1,34	1,23	1,17	1,13	1,07	1,03	1,00
$2 \cdot 10^4$	1,51	1,40	1,27	1,18	1,13	1,10	1,05	1,02	1,00
$5 \cdot 10^4$	1,34	1,27	1,18	1,13	1,10	1,08	1,04	1,02	1,00
$10^5$	1,28	1,22	1,15	1,10	1,08	1,03	1,03	1,02	1,00
$10^6$	1,14	1,11	1,08	1,05	1,04	1,02	1,02	1,01	1,00

Tabela 12.4

Wartość liczby  $K_0$

Re $\cdot 10^3$	2,2	2,3	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0	6,0	7	8	9	10
$K_0$	2,2	3,6	4,9	7,5	10	12,2	16,5	20	24	27	30	33

Tabela 12.5

Współczynnik korygujący  $\epsilon_\psi$

$\psi_0$ (kąt natarcia)	90	80	70	60	50	40	30	20	10
$\epsilon_\psi$ Pojedyn. rura	1,00	1,00	0,98	0,94	0,87	0,76	0,66	0,60	0,56
Pęk rur	1,00	1,00	0,98	0,94	0,88	0,78	0,67	0,52	0,42

Tabela 12.6

Współczynnik korekcyjny  $\epsilon_n$

układ	szeregowy	przestawiony
rzęd		
rzęd 1	0,6	0,6
2	0,9	0,7
3 i dalszy	1,0	1,0

- krótkim (o skończonej długości  $l$  przy zębrze prostym płaskim  $h$ )

$$\begin{aligned} \vartheta_x &= \vartheta_0 \frac{1}{e^{ml} + e^{-ml}} e^{m(x-l)} + e^{-m(x-l)} = \\ &= \vartheta_0 \frac{\cosh[m(x-l)]}{\cosh(ml)}. \end{aligned} \quad (12.11)$$

Różnica temperatur między temperaturą na końcu zębra prostego (pręt krótki) a otoczeniem:

$$\vartheta_h = \vartheta_0 \frac{1}{\frac{1}{2}(e^{mh} + e^{-mh})} = \vartheta_0 \frac{1}{\cosh(mh)}. \quad (12.12)$$

Strumień ciepła zębra prostego

$$Q = \lambda m f \vartheta_0 \frac{e^{mh} - e^{-mh}}{e^{mh} + e^{-mh}} = \lambda m f \vartheta_0 \tanh(mh); \quad (12.13)$$

- dla pręta o nieskończonej długości:

$$\tanh(mh) = 1, \quad \vartheta_0 = t_0 - t_f; \quad \vartheta_h = t_k - t_f; \quad \vartheta_x = t_x - t_f,$$

przy czym:  $t_0$  - temperatura u podstawy zębra (pręta)  $^{\circ}C$ ,  
 $t_x$  - temperatura na końcu zębra (pręta),  
 $t_f$  - temperatura płynu przejmującego ciepło,  
 $t_x$  - temperatura pręta w odległości  $x$  od podstawy,  
 $h$  - wysokość zębra (długość pręta)  $[m]$ ,  
 $f$  - poprzeczny przekrój zębra (pręta)  $[m^2]$ ,  
 $n$  - charakterystyka pręta (zębra)  $\left[\frac{1}{m}\right]$ .

$$m = \sqrt{\frac{\alpha_0}{\lambda f}} = 2 \sqrt{\frac{\alpha}{\lambda d_r}}; \quad (12.14)$$

- dla zębra o grubości  $\delta_z$ ; wysokość  $h$  i długość  $l$  przy założeniu:

$$f = \delta_z l; \quad \alpha_z \approx 2 l; \quad \frac{\alpha_z}{f} \approx \frac{2}{\delta_z}$$

$$m = \sqrt{\frac{2 \cdot \alpha_z}{\lambda \cdot \delta_z}}, \quad (12.14a)$$

przy czym:  $O_z$  - obwód przekroju poprzecznego pręta (żebra),  
 $\alpha_z$  - współczynnik przejmowania ciepła od bocznych powierzchni żebra ( $\alpha$  dla pręta),  
 $\lambda_z$  - współczynnik przewodzenia ciepła materiału z którego wykonane jest żebro (pręt).

W obliczeniach technicznych pominięto we wzorach (12.12) i (12.13) ilość ciepła oddaną przez czołowe powierzchnie. Tę ilość ciepła można uwzględnić przez podstawienie w tych wzorach w miejsce wysokości  $h$  wartość

$$h_z = h + \frac{\delta_z}{2}.$$

Zastępczy (zredukowany) współczynnik przejmowania ciepła od powierzchni ożebrowanej ( $F_{z_c}$ )

$$\alpha_{z_c} = \frac{1}{F_{z_c}} (\alpha_z E F_z + \alpha_r F_r); \quad (12.15)$$

można przyjąć w przybliżeniu, że  $\alpha_z = \alpha_r$ ,

$$\alpha_{z_c} = \frac{\alpha_z}{F_{z_c}} (E F_z + F_r), \quad (12.15a)$$

gdzie:  $F_z$  - powierzchnia żebier (pomija się powierzchnię czołową żebra,

$F_r$  - powierzchnia ścianki między żebierami,

$$F_{z_c} = F_z + F_r \text{ [m}^2\text{]},$$

$\alpha_z$  - współczynnik przejmowania ciepła od powierzchni żebra  $F_z$  (oblicza się wg wzoru 11 lub 12 tabeli (12.2) stosując mnożnik 0,85 uwzględniający nierównomierne przejmowanie ciepła od powierzchni żebra),

$\alpha_r$  - współczynnik przejmowania ciepła od powierzchni ścianki  $F_r$  między żebierami na której są nasadzone żebra,

$E$  - współczynnik efektywności (skuteczności, sprawności) żebra.

Dla żebier prostych, płaskich o jednakowej grubości

$$E = \frac{\psi_m}{\psi_0} = \frac{\tanh(m h)}{m h}, \quad (12.16)$$

gdzie:  $\Delta t_m$  - średni przyrost temperatury między powierzchnią żebra a płynem.

Dla żeber okrągłych lub prostokątnych o przekroju prostokątnym, osadzonych na walcu, w miejsce  $h$  we wzorze (12.16) podstawi się:

żebra okrągłe

$$h' = h(1 + 0,35 \ln \frac{D}{d}); \quad (12.17)$$

żebra kwadratowe

$$h' = \frac{d}{2} \left( \frac{L}{d} - 1 \right) \left[ 1 + 0,35 \ln \left( 1,28 \frac{L}{d} \sqrt{\frac{L_1}{L}} - 0,2 \right) \right], \quad (12.17a)$$

gdzie:  $d$  - średnica walca (wewnętrzna żebra),

$D$  - średnica zewnętrzna żebra,

$L, L_1$  - wymiary żebra  $L_1 > L$ .

Dla żeber o przekroju trapezowym współczynnik efektywności  $E'$  określa się ze wzoru:

$$E' = E \xi. \quad (12.18)$$

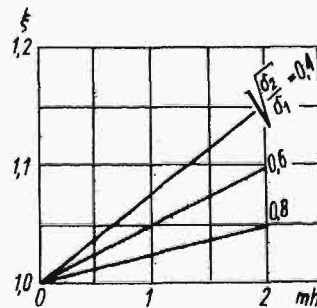
Obliczenie  $E$  dokonuje się dla:

$$\delta_z = \frac{1}{2} (\delta_1 + \delta_2),$$

gdzie:  $\delta_1, \delta_2$  - grubość żebra u podstawy i na jego końcu,

$\xi$  - współczynnik korygujący (określa się z wykresu rys.12.2).

Strumień ciepła dla żebra oblicza się ze wzoru:



Rys.12.2.

$$Q = \alpha_z F_z \Delta t_m E. \quad (12.19)$$

### 12.1.3. Wymiana ciepła przy zmianie stanu skupienia

#### Przejmowanie ciepła przy wrzeniu cieczy

Równanie kryterialne słuszne dla:

$$10^{-5} < Re_x < 10^4, \quad 0,86 < Pr < 7,6,$$

ma postać

$$Nu_x = C Re_x^n Pr^{1/3}, \quad (12.20)$$

gdzie:  $Nu_x = \frac{\alpha l_x}{\lambda}$

$$Re_x = \frac{w_k l_x}{\nu}$$

$$w_k = \frac{q}{r \rho''}$$

$$l_x = \frac{c \rho \delta T_s}{(r \rho'')^2},$$

przy czym:  $w_k$  - prędkość tworzenia się pary [m/s],  
 $c$  - ciepło właściwe [J/(kg·deg)],  
 $q$  - gęstość strumienia ciepła [W/m<sup>2</sup>],  
 $\delta$  - napięcie powierzchniowe [N/m],  
 $T_s$  - temperatura nasycenia,  
 $r$  - ciepło parowania [J/kg];

$C, n$  wartości stałe zależne od  $Re_x$  dla:

$$Re_x \leq 0,01, \quad C = 0,0625, \quad n = 0,5,$$

$$Re_x > 0,01, \quad C = 0,125, \quad n = 0,65.$$

Właściwości fizyczne i kryteria podobieństwa określa się dla  $t_e = t_s$ . Indeks " dotyczy pary nasyconej suchej. Współczynnik  $\alpha$  dla pary wodnej w zakresie ciśnień  $p = 1 \div 40$  bar oblicza się wg wzorów:

$$\alpha = 3,14 \cdot p^{0,15} \cdot q^{0,7}, \quad (12.20a)$$

$$\alpha = 45,8 \cdot p^{0,5} \cdot (\Delta t)^{2,33}. \quad (12.20b)$$

Krytyczną gęstość strumienia ciepła  $q_{kr}$  przy wrzoniu (dla konwekcji swobodnej w dużej objętości) oblicza się wg wzoru:

$$q_{kr} = 0,14 \cdot r \cdot \sqrt{\rho''} \cdot \sqrt[4]{6(\rho - \rho'')g}. \quad (12.21)$$

Przejmowanie ciepła przy błonkowym skraplaniu pary

Przejmowanie ciepła przy skraplaniu się pary na pionowych ściankach naczyń zamkniętych i powierzchniach pionowych, wzdłuż których zachodzi przepływ pary ze średnią prędkością pary  $w_s''$  spełniającej warunek  $(w_s'' \varphi'') < 30$  i  $Pr > 0,5$ .

Laminarny spływ skroplin po ściance przy  $Re < Re_{kr}$   
 $\Delta t < \Delta t_{kr}$       $Re_{kr} = 100$

$$\alpha = 1,13 \cdot \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \varphi'^2 r \cdot g}{\eta \Delta t H}} \quad (12.22)$$

$$t_e = 0,5(t_s + t_w)$$

$$\Delta t = t_s - t_w.$$

Laminarny spływ skroplin w górnych partiach ścianki, a burzliwy w dolnych partiach przy  $Re > Re_{kr}$ ,  $\Delta t < t_{kr}$ ,  
 $0,6 < Pr < 5$

$$\alpha = 0,16 \cdot \lambda \sqrt[3]{\frac{g Pr}{\nu^2}} \cdot \frac{Re}{Re - 100 + 63 \sqrt[3]{Pr}} \quad (12.22a)$$

Kryterium  $Re$  dla warstwy skroplin o grubości  $\delta$

$$Re = \frac{w \delta}{\nu} = \frac{G}{\eta} = \frac{q H}{\eta r}, \quad (12.23)$$

gdzie:  $w$  - średnia prędkość warstwy skroplin  $[m/s]$ ,

$G$  - ilość skroplin spływająca na szerokości 1 m  $[kg/(m \cdot s)]$

$H$  - wysokość ścianki  $[m]$ ,

$t_e = t_s$ .

$r$  - ciepło parowania  $[J/kg]$ .

Krytyczną różnicę temperatur między temperaturą nasycenia a temperaturą ścianki oblicza się wg wzoru:

$$\Delta t_{kr} = 395 \frac{r}{c} \cdot \frac{Pr}{H} \cdot \sqrt[3]{\frac{\nu^2}{g}}, \quad (12.23a)$$

$$t_e \approx t_s.$$



Skraplanie na ścianie pochylej pod kątem  $\varphi$

$$\alpha_{\varphi} = \alpha \cdot \sqrt[4]{\sin \varphi},$$

$\alpha$  - dla rury pionowej.

Przejmowanie ciepła przy skraplaniu pary na rurach poziomych przy ( $w_s'' \varphi''$ )  $< 30$  i  $Pr > 0,5$ .

Skraplanie pary na pojedynczej rurze poziomej

$$\alpha = 0,72 \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \rho^2 r \cdot g}{\eta \Delta t d}}. \quad (12.24)$$

Temperatura odniesienia

$$t_e = 0,5(t_s + t_w).$$

Skraplanie się pary na pęczku rur

Współczynnik przejmowania ciepła dla rzędu  $n$  licząc od najwyższego

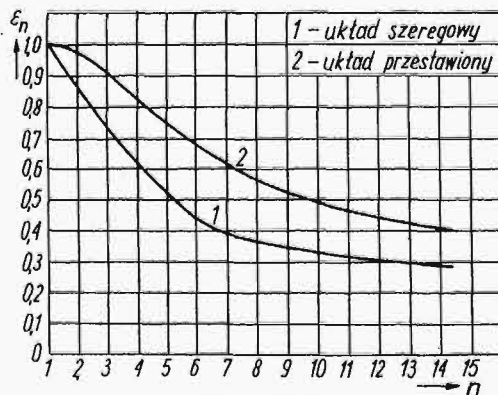
$$\alpha_n = \alpha_1 \varepsilon_n. \quad (12.24a)$$

Współczynnik przejmowania ciepła dla pęczka  $n$ -rzednego

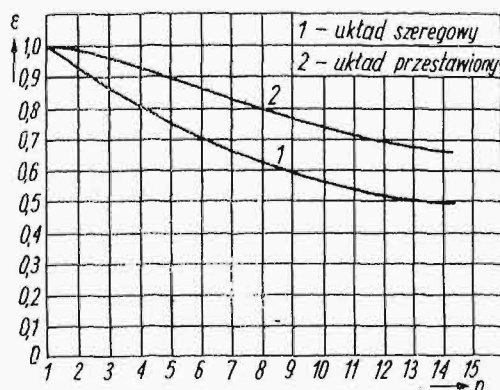
$$\alpha = \alpha_1 \varepsilon, \quad (12.24b)$$

$\varepsilon_n$  - określa się z rys.12.3,

$\varepsilon$  - określa się z rys.12.4,



Rys.12.3



Rys. 12.4

$\alpha_1$  - współczynnik przejmowania ciepła dla najwyższego rzędu obliczony wg (12.24).

#### 12.1.4. Wymiana ciepła na drodze promieniowania

Podstawowe prawa promieniowania ciała absolutnie czarnego

Prawo Plancka

$$E_{0\lambda} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} \quad (12.26)$$

Prawo Stefana - Boltzmannna

$$E_0 = \sigma_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4, \quad (12.27)$$

gdzie:  $E_{0\lambda}$  - widmowe natężenie promieniowania ciała  $W/m^3$  (określonej długości fali),

$\lambda$  - długość fali m (dla promieniowania cieplnego  $(0,8 - 400) \cdot 10^{-6}$  m),

$T$  - temperatura bezwzględna,  $^{\circ}K$ ,

$E_0$  - gęstość strumienia promieniowania całkowitego (w całym zakresie fal od  $\lambda = 0$  do  $\lambda = \infty$ )  $W/m^2$

$c_1 = 3,69 \cdot 10^{-16} W \cdot m^2$ ,  $c_2 = 1,44 \cdot 10^{-2} m \cdot ^{\circ}K$

$\sigma_0 = 5,67 W/m^2 \cdot ^{\circ}K^4$  (stała promieniowania).

#### Promieniowanie ciał szarych

Prawa Plancka i Stefana-Boltzmannna mają zastosowanie do ciał szarych z tym, że otrzymane wartości  $E_{0\lambda}$  i  $E_0$  dla

ciała doskonale czarnego należy pomnożyć przez stopień czarności  $\varepsilon$  (zdolność emisji):

$$E_{\lambda} = \varepsilon_{\lambda} E_{0\lambda}, \quad (12.27a)$$

$$E = \varepsilon E_0, \quad (12.27b)$$

dla ciał szarych  $\varepsilon_{\lambda} = \varepsilon$ .

Przejmowanie ciepła między dwoma szarymi ciałami.

Strumień ciepła wymienionego między dwoma ciałami szarymi:

$$Q_{12} = \varepsilon_{12} \sigma_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] F_1 \quad (12.28)$$

gdzie:  $\varepsilon_{12}$  - zastępczy stopień czarności układu dwóch ciał szarych

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{1 + \left( \frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) \cdot \varphi_{12} + \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \cdot \varphi_{21}}, \quad (12.29)$$

przy czym:  $\varphi_{12}$ ,  $\varphi_{21}$  - współczynnik konfiguracji powierzchni wymieniających ciepło przez promieniowanie

$$\varphi_{12} = \frac{Q_{1,0}}{Q_1}; \quad \varphi_{21} = \frac{Q_{2,0}}{Q_2} \quad (12.29a)$$

gdzie:  $Q_{1,0}$  - część energii wypromieniowanej z powierzchni  $F_1$  padającej na powierzchnię  $F_2$

$Q_{2,0}$  - część energii wypromieniowanej z powierzchni  $F_2$  padającej na powierzchnię  $F_1$

$Q_1$ ,  $Q_2$  - całkowita energia wypromieniowana z poszczególnych powierzchni  $F_1$ ,  $F_2$ ;

$\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  - stopień czarności ciał wymieniających ciepło,

$$\varphi_{12} F_1 = \varphi_{21} F_2. \quad (12.30)$$

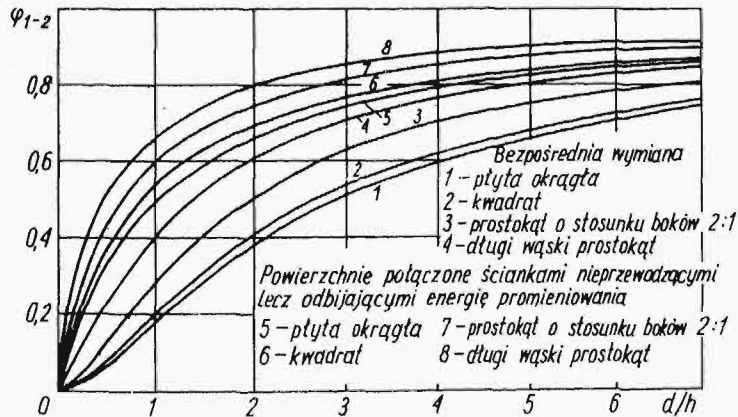
Wartość  $\varphi_{12}$  i  $\varphi_{21}$  zależy od układu powierzchni wymieniających między sobą ciepło. W tabeli (12.7) zestawiono wartości  $\varphi_{12}$ ,  $\varphi_{21}$  dla niektórych układów.

Tabela 12.7

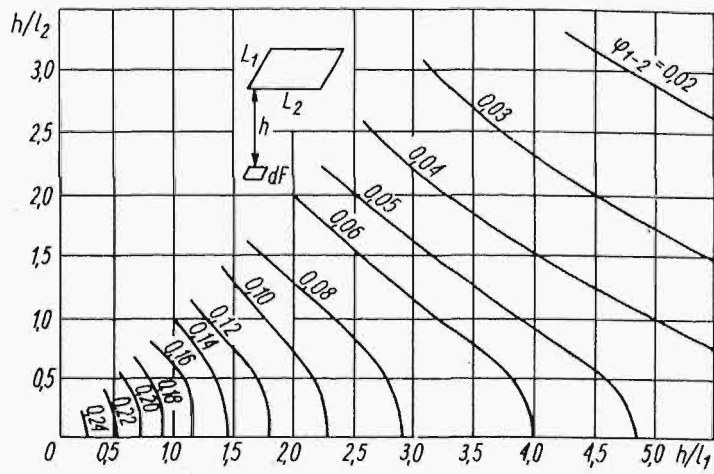
Lp.	Układ powierzchni wymieniających ciepło	$\varphi$
1	Dwie powierzchnie równoległe, których wymiary są znacznie większe od odległości między nimi	$\varphi_{12} = \varphi_{21} = 1$
2	Powierzchnia mniejsza $F_1$ bez wgłębień, zamknięta wewnątrz ciała o powierzchni $F_2$	$\varphi_{12} = 1$ $\varphi_{21} = \frac{F_1}{F_2}$
3	Dwie jednakowe powierzchnie leżące w płaszczyznach równoległych do siebie, których wymiary nie spełniają warunku układu 1	wg rys.12.5
4	Elementarna powierzchnia płaska $dF_1$ równoległa do prostokąta $F$ . Prostopadła do $dF_1$ przechodzi przez wierzchołek prostokąta i środek powierzchni $dF_1$	wg rys.12.6
5	Dwa prostokąty prostopadłe o wspólnej krawędzi	wg rys.12.7

Dla ciał o dużej zdolności pochłaniania  $\varepsilon_{12}$  określa się w sposób przybliżony z zależności:

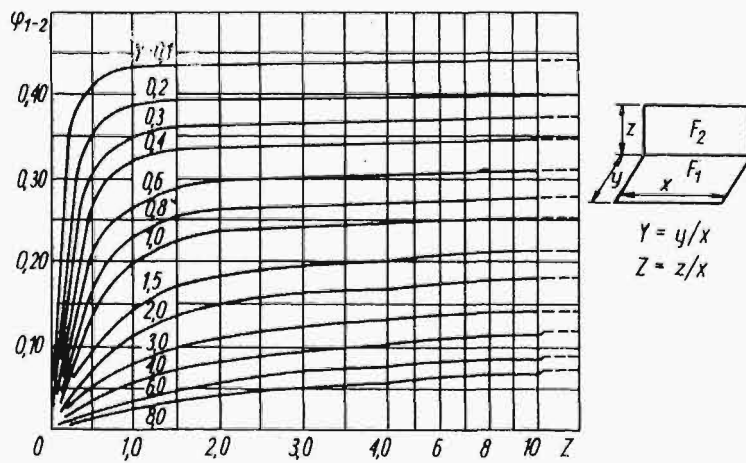
$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_1 \varepsilon_2. \quad (12.31)$$



Rys. 12.5



Rys. 12.6



Rys. 12.7

### Ekran

Skutecznym sposobem ochrony przed promieniowaniem jest stosowanie ekranów.

Ilość ciepła wymieniana między powierzchniami przy zastosowaniu ekranu określa się ze wzoru (12.28) przy

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 + \sum_{i=1}^{i=n} \left( \frac{1}{\varepsilon'_i} + \frac{1}{\varepsilon''_i} - 1 \right)} \quad (12.32)$$

$\varepsilon'_i, \varepsilon''_i$  - stopień czarność ekranu  $i$ .

W przypadku gdy  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon'_i = \varepsilon''_i = \varepsilon$ ,

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{(n+1)\left(\frac{2}{\varepsilon} - 1\right)} \quad (12.33)$$

gdzie:  $n$  - ilość ekranów.

Przejmowanie ciepła z uwzględnieniem promieniowania słońca

Strumień ciepła oblicza się wg wzoru:

$$Q_{1-2} = \varepsilon_1 \cdot 5,67 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_0}{100} \right)^4 \right] F'_1 - a_1 F_1 E_s, \quad (12.34)$$

gdzie:  $a_1$  - zdolność absorpcyjna promieni słonecznych,

$E_s$  - efektywna energia promieniowania słonecznego

$$E_s = 5,67 \cdot \varphi d_a T_s^4,$$

$\varphi$  - współczynnik konfiguracji,

$d_a$  - współczynnik przejrzystości atmosfery  $d_a \approx 0,82$ ,

$T_s$  - temperatura słońca  $T_s \approx 6000^\circ\text{K}$ ,

$F_1$  - powierzchnia przejmująca promieniowanie słoneczne,

$F'_1$  - powierzchnia wymieniająca ciepło na drodze promieniowania między ciałem a otoczeniem,

$T_0$  - efektywna temperatura przestrzeni  $T_0 \approx 230^\circ\text{K}$ ,

$T_1$  - temperatura powierzchni ciała  $^\circ\text{K}$ .

Całkowity współczynnik przejmowania ciepła

$$\alpha = \alpha_p + \alpha_k, \quad (12.35)$$

gdzie:

$$\alpha_p = \frac{q_{12}}{t_1 - t_2}, \quad (12.35a)$$

$\alpha_p$  - współczynnik przejmowania ciepła przez promieniowanie,  
 $\alpha_k$  - współczynnik przejmowania ciepła przez unoszenie.

#### 12.1.5. Przenikanie ciepła

Przepływ ciepła między dwoma płynami poprzez ściankę z ciała stałego nazywa się przenikaniem.

Przy założeniu ustalonego przepływu ciepła zjawisko przenikania ujmują równania strumienia ciepła:

$$Q = \alpha_1 F_1 (t_{f_1} - \vartheta_1), \quad (12.36)$$

$$Q = \frac{\lambda}{\delta} F_0 (\vartheta_1 - \vartheta_2), \quad (12.36a)$$

$$Q = \alpha_2 F_2 (\vartheta_2 - t_{f_2}). \quad (12.36b)$$

Strumień ciepła przenikającego przez ściankę rozdzielającą dwa płyny

$$Q = k F_0 (t_{f_1} - t_{f_2}), \quad (12.36c)$$

$$Q = k_1 \pi l (t_{f_1} - t_{f_2}), \quad (12.36d)$$

gdzie:  $\alpha_1, \alpha_2$  - całkowity współczynnik przejmowania ciepła,

$F_1, F_2$  - powierzchnia przejmująca ciepło od płynu o średniej temperaturze  $t_{f_1}$  i  $t_{f_2}$  [m<sup>2</sup>];

$F_0$  - powierzchnia odniesienia:

ścianka płaska  $F_0 = F_1 = F_2$ ,

ścianka cylindryczna  $F_0 = \pi d_z l$ ,

ścianka ożebrowana  $F_0 = F_{z_c}$ ;

$k$  - współczynnik przenikania ciepła [W/(m<sup>2</sup>·deg)],

$k_1$  - współczynnik przenikania ciepła odniesiony do jednostki długości przewodu [W/(m·deg)].

#### Współczynnik przenikania ciepła

Ścianka płaska jednowarstwowa

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \text{ W/(m}^2\text{·deg)}. \quad (12.37)$$

Ścianka płaska wielowarstwowa

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} \left[ W/(m^2 \cdot \text{deg}) \right]. \quad (12.37a)$$

Ścianka cylindryczna jednowarstwowa

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_w} + \frac{1}{2 \cdot \lambda} \ln \frac{d_z}{d_w} + \frac{1}{\alpha_2 d_z}} \left[ W/(m^2 \cdot \text{deg}) \right]. \quad (12.37b)$$

Ścianka cylindryczna wielowarstwowa

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_{w_1}} + \sum \frac{1}{2 \cdot \lambda} \ln \frac{d_{z_i}}{d_{w_1}} + \frac{1}{\alpha_2 d_{z_i}}} \left[ W/(m^2 \cdot \text{deg}) \right]. \quad (12.37c)$$

Ścianka ożebrowana:

- w odniesieniu do powierzchni gładkiej  $F_0 = F_1$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \cdot \frac{F_1}{F_2}} \left[ W/(m^2 \cdot \text{deg}) \right]; \quad (12.37d)$$

- w odniesieniu do powierzchni ożebrowanej  $F_0 = F_2$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} \cdot \frac{F_2}{F_1} + \frac{\delta}{\lambda} \cdot \frac{F_2}{F_1} + \frac{1}{\alpha_2}} \left[ W/(m^2 \cdot \text{deg}) \right], \quad (12.37e)$$

gdzie:  $\frac{F_2}{F_1}$  - współczynnik ożebrowania,

$$F_2 = F_z + F_r,$$

$\delta$  - grubość ścianki (rury)

$$\alpha_2 < \alpha_1.$$



#### 12.1.6. Podstawy obliczeń cieplnych rekuperatywnych wymienników ciepła

Urządzenie, w którym zachodzi oddawanie ciepła od czynnika nośnego ciepło o wyższej temperaturze do czynnika o niższej temperaturze nosi nazwę wymiennika ciepła.

W zależności od zasady działania wymienniki dzieli się na rekuperatywne, regeneratywne i zmieszania.

Do najczęściej spotykanych wymienników zalicza się wymienniki rekuperatywne (wymiana ciepła między czynnikami zachodzi przez ściankę).

Dla wymiennika ciepła musi być spełnione równanie:

$$Q = m_1 \Delta i_1 = m_2 \Delta i_2; \quad (12.38)$$

$$Q = k F_0 \Delta t_1, \quad (12.39)$$

przy czym:

$m_1, m_2$  - natężenie przepływu masy czynników wymieniających ciepło  $\text{kg/s}$ ,

$\Delta i_1, \Delta i_2$  - różnice średnich wartości (w przekrojach brzegowych) entalpii czynników wymieniających ciepło przed i po podgrzaniu (ochłodzeniu). W przypadku gdy nie zachodzi zmiana stanu skupienia czynnika wymieniającego ciepło

$$\Delta i = c \left| \begin{matrix} t'' \\ t' \end{matrix} \right| (t' - t''), \quad (12.39a)$$

$t'_1, t''_1$  - średnia temperatura czynnika w przekrojach brzegowych,

$\Delta t_1$  - średnia różnica temperatur między czynnikami wymieniającymi ciepło o średnich temperaturach  $t_{f1}$  i  $t_{f2}$ .

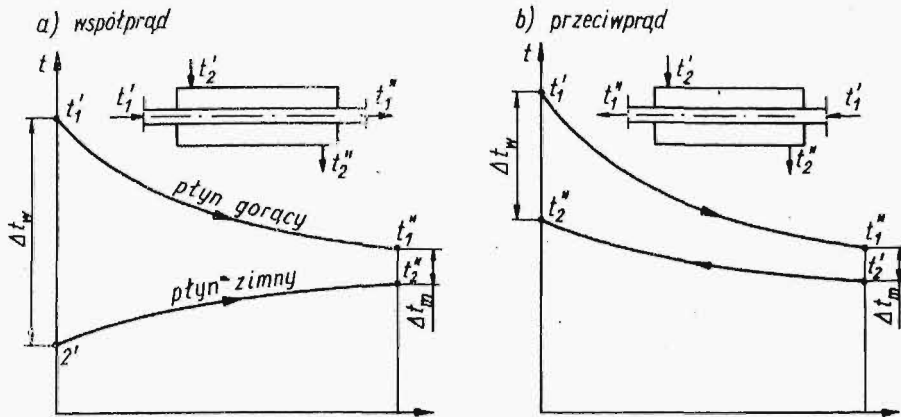
Wobec trudności jakie napotyka się przy określaniu  $t_{f1}$  i  $t_{f2}$  (12.36c i 12.36d) średnią różnicę temperatur określa się ze wzoru:

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta t_w - \Delta t_m}{\ln \frac{\Delta t_w}{\Delta t_m}}, \quad (12.40)$$

przy czym

$$\Delta t_w > \Delta t_m.$$

Wartość  $\Delta t_1$  zależy od układu przepływu (kierunku przepływu) czynników wymieniających ciepło. Podstawowymi układami są układy współprądowe i przeciwprowadowe.



Rys.12.8

W niektórych przypadkach można dla obliczenia  $\Delta t$  posługiwać się następującymi zależnościami:

gdy

$$\frac{\Delta t_w}{\Delta t_m} \leq 4,5$$

to

$$\Delta t_1 = 0,5(\Delta t_w + \Delta t_m) - 0,1(\Delta t_w - \Delta t_m); \quad (12.40a)$$

gdy

$$\frac{\Delta t_w}{\Delta t_m} \leq 1,8$$

to

$$\Delta t_1 = 0,5(\Delta t_w + \Delta t_m), \quad (12.40b)$$

przy czym:  $\Delta t_w$ ,  $\Delta t_m$  - większa i mniejsza różnica temperatur między czynnikami wymieniającymi ciepło o przekrojach brzegowych.

## 12.2. ZADANIA

### Przejmowanie ciepła przy ruchu swobodnym płynu

12.2.1. Po jednej stronie ściany płaskiej grubości  $\delta = 40$  cm wykonanej z cegły temperatura na powierzchni  $t_n = 200^\circ\text{C}$ .

Zakładając ustalony przepływ ciepła, współczynnik przewodzenia ciepła dla cegły  $\lambda = 0,25$  W/(m·deg) oraz  $t_n > t_o$  określić:

- opór przewodzenia ciepła  $R$ ,
- temperaturę  $t_o$  na powierzchni po drugiej stronie ściany, jeśli gęstość strumienia ciepła  $q = 20$  W/m<sup>2</sup>,
- strumień ciepła  $Q$  przewodzonego przez ścianę o wymiarach  $2,8 \times 4,5$  m,
- ilość ciepła  $Q_o$  przewodzonego w ciągu  $\tau = 1$  godzina przez ścianę o powyższych wymiarach.

Rozwiązanie

$$R = \frac{\delta}{\lambda}, \quad R = \frac{0,4}{0,25}, \quad R = 1,6 \text{ (m}^2 \cdot \text{deg)/W}$$

$t_o$  oblicza się ze wzoru (12.1b) po jego przekształceniu

$$t_o = 200 - 1,6 \cdot 20, \quad t_o = 168^\circ\text{C};$$

$$Q = F q, \quad Q = 20 \cdot 2,8 \cdot 4,5, \quad Q = 252 \text{ W};$$

$$Q_o = Q \tau, \quad Q_o = 252 \cdot 3600, \quad Q_o = 907 \text{ kJ}.$$

12.2.2. Określić grubość ściany zewnętrznej (płaskiej) wykonanej z kamienia  $\lambda = 1,49$  W/(m·deg), aby przy gęstości strumienia ciepła  $q = 50$  W/m<sup>2</sup> nie występowało rosenie ścian, jeśli wilgotność względna powietrza w pomieszczeniu przy temperaturze  $t = 20^\circ\text{C}$   $\varphi = 75\%$ , a temperatura na zewnętrznej powierzchni ściany  $t_2 = -10^\circ\text{C}$ .

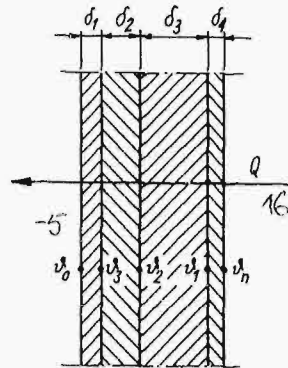
Odp.  $\delta = 0,775$  m.

12.2.3. Dla ściany płaskiej wielowarstwowej, o konstrukcji i kierunku przepływu ciepła podanym na rys.12.9, składającej się z następujących warstw:

- zaprawa wapienna  $\delta_1 = 1,5 \text{ cm}$ ,  $\lambda_1 = 0,81 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}$ ,
- płyta wiórowo-cement.  $\delta_2 = 5 \text{ cm}$ ,  $\lambda_2 = 0,15 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}$ ,
- cegła  $\delta_3 = 25 \text{ cm}$ ,  $\lambda_3 = 0,23 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}$ ,
- glazura  $\delta_4 = 0,5 \text{ cm}$ ,  $\lambda_4 = 1,03 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}$ ,

określić:

- opór cieplny ściany  $\sum R_i$ ,
- strumień ciepła  $Q$  przewodzonego przez ścianę o wymiarach  $3 \times 5 \text{ m}$ , jeśli temperatury powierzchni po obu stronach ściany  $\vartheta_n = 16^\circ\text{C}$ ,  $\vartheta_o = -5^\circ\text{C}$ ,
- temperaturę powierzchni na styku poszczególnych warstw  $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$ ,
- jakiej grubości  $\delta_d$  ścianą wykonaną z drewna  $\lambda_d = 0,174 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}$  można zastąpić ww. ścianę wielowarstwową spełniając wymagania co do temperatur na powierzchniach po obu stronach ścianki.



Rys.12.9

Odp.  $\sum R_i = 1,4433 \text{ (m}^2\cdot\text{deg)/W}$ ,  $Q = 218 \text{ W}$ ,  $\vartheta_1 = 15,73^\circ\text{C}$ ,

$\vartheta_2 = 10,88^\circ\text{C}$ ,  $\vartheta_3 = -4,93^\circ\text{C}$ ,  $\delta_d \approx 12 \text{ cm}$ .

12.2.4. Określić grubość  $\delta_s$  izolacji wykonanej ze styropianu  $\lambda = 0,037 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}$  dla zbiornika w kształcie prostopadłościanu zawierającego ściankę o temperaturze  $t = -10^\circ\text{C}$ , aby temperatura na powierzchni izolacji była  $\vartheta_n = 20^\circ\text{C}$ . W obliczeniach przyjąć, że godzinowy zysk ciepła z otoczenia  $Q_o = 3,2 \text{ GJ}$  a powierzchnia, przez którą przewodzone jest ciepło  $F = 16 \text{ m}^2$ .

Odp.  $\delta_s = 20 \text{ mm}$ .

12.2.5. Betonową ( $\lambda_b = 1,28 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}$ ) ścianę płaską o grubości  $\delta_b = 15 \text{ cm}$  i wymiarach  $2 \times 5 \text{ m}$  dzielącą pomieszczenie kuchni od pomieszczenia chłodni ocieplono płytami styropianu  $\lambda_s = 0,037 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}$  tak, aby na powierzchni ściany od strony kuchni nie zachodziło skraplanie pary. Zakładając strumień ciepła  $Q = 570 \text{ W}$ , parametry powietrza w kuchni  $t = 25^\circ\text{C}$ ,  $\varphi = 85\%$ , temperaturę na powierzchni ściany od strony chłodni  $\vartheta_o = 0^\circ\text{C}$ . Określić:

- grubość warstwy styropianu  $\delta_s$ ,
- temperaturę na powierzchni styku warstwy styropianu  $\delta_s$  ze ścianką betonową w przypadku ułożenia styropianu od strony kuchni  $\vartheta_k$  oraz chłodni  $\vartheta_o$ .

Rozwiązanie

Korzystając ze wzoru (12.1c) określa się opór przewodzenia ciepła przegrody, po uprzednim ustaleniu wymaganej temperatury na powierzchni ściany od strony kuchni  $\vartheta_n$  (która będzie równa temperaturze punktu rosy dla parametrów powietrza w kuchni) oraz gęstości strumienia ciepła  $q$

$$\vartheta_n = 22^{\circ}\text{C},$$

$$q = \frac{570}{2 \cdot 5} = 57 \text{ W/m}^2,$$

$$\sum R_i = \frac{22 - 0}{57},$$

$$\sum R_i = 0,387 \text{ (m}^2 \cdot \text{deg)/W},$$

$\delta_s$  oblicza się ze wzoru

$$\sum R_i = \frac{\delta_b}{\lambda_b} + \frac{\delta_s}{\lambda_s};$$

$$\frac{\delta_s}{\lambda_s} = 0,387 - \frac{0,15}{1,28}, \quad \frac{\delta_s}{\lambda_s} = 0,27;$$

$$\delta_s = 0,27 \cdot 0,037,$$

$$\delta_s = 10 \text{ mm}, \quad \delta_s > 10 \text{ mm}.$$

Temperaturę  $\vartheta_k$  i  $\vartheta_o$  oblicza się ze wzoru (12.1b) po jego przekształceniu,

- temperatura  $\vartheta_k$ :

$$\vartheta_k = 22 - 57 \cdot \frac{0,01}{0,037},$$

$$\vartheta_k = 22 - 15,4, \quad \vartheta_k = 6,6^{\circ}\text{C};$$

- temperatura  $t_o$  :

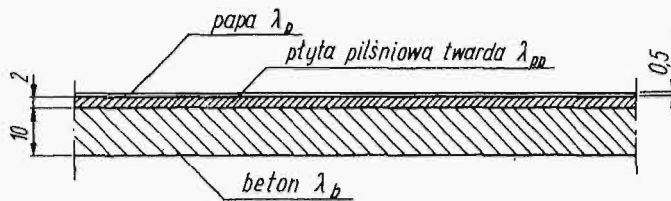
$$t_o = 22 - 57 \frac{0,15}{1,28},$$

$$t_o = 22 - 6,7, \quad t_o = 15,3^{\circ}\text{C}.$$

12.2.6. Na powierzchniach po obu stronach płytki o wymiarach  $200 \times 200 \text{ m}$  i grubości  $\delta = 10 \text{ mm}$  w wyniku przepływu ciepła  $Q = 18 \text{ W}$  ustaliły się temperatury  $t_n = 46^{\circ}\text{C}$  i  $t_o = 6^{\circ}\text{C}$ . Określić współczynnik przewodzenia ciepła  $\lambda$  materiału, z którego wykonano płytkę.

Odp.  $\lambda = 0,2 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}$ .

12.2.7. Stropodach garażu o wymiarach  $3,5 \times 8 \text{ m}$  wykonano w postaci płyty wielowarstwowej o konstrukcji jak na rys.12.10.



Rys.12.10

Po obu stronach płyty ustaliły się temperatury  $t_n = 5^{\circ}\text{C}$  i  $t_o = -5^{\circ}\text{C}$ . Przyjmując w obliczeniach  $\lambda_p = 0,23 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}$ ,  $\lambda_{pp} = 0,22 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}$ ,  $\lambda_b = 1,28 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}$ , określić:

- stratę ciepła  $Q_o$  przez stropodach garażu w czasie jednej godziny,

- stratę ciepła  $Q'_o$  w czasie jednej godziny zachowując warunki zadania z tym, że stropodach został pokryty warstwą świeżego śniegu ( $\lambda_s = 0,47 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}$ ) grubości  $\delta'_s = 6 \text{ cm}$ ;

- maksymalną grubość warstwy świeżego śniegu  $\delta'_{s, \max}$ , która dla warunków zadania może utrzymywać się na stropodachu.

Rozwiązanie

$$Q_o = q F \tau.$$

Wartość  $q$  określa się ze wzoru (12.1c) po uprzednim obliczeniu  $\sum R_i$ :

$$\sum R_i = \frac{0,10}{0,28} + \frac{0,02}{0,22} + \frac{0,005}{0,23},$$

$$\sum R_i = 0,191 \text{ m}^2 \cdot \text{deg/W};$$

$$q = \frac{5 + 5}{191} = 52,3 \text{ W/m}^2;$$

$$Q_0 = 52,3 \cdot 3,5 \cdot 8 \cdot 3600,$$

$$Q_0 = 5,275 \text{ MJ}.$$

Obliczenie  $Q'_0$  przeprowadza się podobnie jak  $Q_0$

$$\sum R_i = 0,191 + \frac{0,06}{0,47} = 0,319 \text{ (m}^2 \cdot \text{deg)/W},$$

$$q = \frac{5 + 5}{0,319} = 31,4 \text{ W/m}^2,$$

$$Q'_0 = 31,4 \cdot 3,5 \cdot 8 \cdot 3600,$$

$$Q'_0 = 3,17 \text{ MJ}.$$

Ponieważ temperatura na powierzchni styku śniegu z powierzchnią papy musi być maksimum  $0^\circ\text{C}$ , należy określić przy jakiej gęstości strumienia ciepła ten warunek będzie spełniony

$$q = \frac{5}{0,191} = 26,15.$$

Znając  $q$  określa się opór cieplny przegrody wielowarstwowej ze wzoru (12.1c)

$$\sum R_i = \frac{5}{26,15} = 0,382 \text{ (m}^2 \cdot \text{deg)/W}.$$

Znając  $\sum R_i$  ze wzoru  $\sum R_i = \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i}$  oblicza się grubość warstwy śniegu

$$\frac{\delta_s}{\lambda_s} = 0,382 - 0,191 = 0,192.$$

$$\delta_s = 0,192 \cdot 0,47,$$

$$\delta_s = 90 \text{ mm}.$$

12.2.8. Powierzchnię ścianki kotła żeliwnego grubości  $\delta_z = 10$  mm  $\lambda_z = 63$  W/(m·deg) pokrywa warstwa kamienia kotłowego  $\lambda_k = 2$  W/(m·deg) grubości  $\delta_k = 15$  mm. Określić temperaturę  $\vartheta_k$  powierzchni ścianki kotła na styku z warstwą kamienia, jeśli przy gęstości strumienia ciepła  $q = 25\ 000$  W/m<sup>2</sup> temperatura na powierzchni  $\vartheta_o = 120^\circ\text{C}$ .

Odp.  $\vartheta_k = 307,5^\circ\text{C}$ .

12.2.9. Dla stalowego przewodu rurowego  $\lambda = 45$  W/(m·deg) o średnicy  $d_z = 139$  mm,  $d_w = 130$  mm określić:

- jednostkowy strumień ciepła  $q_1$  przewodzonego przez ściankę przewodu, jeśli różnica temperatur po obu stronach ścianki  $\vartheta_n - \vartheta_o = 0,5$  deg;

- gęstość strumienia ciepła  $q$  w odniesieniu do zewnętrznej powierzchni rury.

Rozwiązanie

$q_1$  oblicza się wg wzoru (12.2a) po uprzednim obliczeniu  $R_o$  posługując się wzorem (12.2b):

$$R_o = \frac{1}{2 \cdot 45} 2,3 \log \frac{139}{130} = \frac{1}{2 \cdot 45} \cdot 2,3 \cdot 0,028,$$

$$R_o = 0,000716 \text{ (m·deg)/W},$$

$$q_1 = \frac{\pi \cdot 0,5}{0,000716} = 2190 \text{ W/m}.$$

Gęstość strumienia ciepła  $q$  oblicza się wg wzoru (12.2)

$$q = \frac{2190}{\pi \cdot 0,139}, \quad q = 5020 \text{ W/m}^2.$$

12.2.10. Dla przewodów rurowych stalowych  $\lambda_s = 45$  W/(m·deg) o grubości ścianki  $\delta = 4$  mm, średnicy wewnętrznej: 50, 80, 100, 125 mm, różnicy temperatur po obu stronach ścianki  $\vartheta_n - \vartheta_o = 0,2$  deg określić:

- stratę w czasie jednej godziny ciepła przy długości przewodu  $l = 5$  m,

- gęstość strumienia ciepła odniesioną do średnicy wewnętrznej przewodu  $d_w$ .



Odp.

$d_w \text{ mm}$	50	80	100	125
$Q_o \text{ GJ}$	6,91	10,8	13,4	16,4
$q \text{ W/m}^2$	2445	2390	2370	2320

12.2.11. Obliczyć ile razy  $n$  zwiększy się gęstość strumienia ciepła, w przypadku gdy w zadaniu 12.2.10 przewody będą wykonane z miedzi  $\lambda = 383 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}$  a  $\vartheta_n - \vartheta_o = 0,1 \text{ deg}$ .

Odp.  $n = 4,26$ .

12.2.12. Przewodem rurowym długości  $l_o = 60 \text{ m}$ , średnicy  $d_w = 40 \text{ mm}$  i ściance  $\delta = 3 \text{ mm}$  wykonanym z winiduru  $\lambda_w = 0,15 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}$  płynie woda ciepła z prędkością  $w = 0,4 \text{ m/s}$ . W wyniku strat ciepła do otoczenia temperatura wody obniżyła się od  $t_1 = 40^\circ\text{C}$  do  $t_2 = 38^\circ\text{C}$ . Obliczyć:

- średnią temperaturę  $\vartheta_o$  powierzchni zewnętrznej przewodu, jeśli średnia temperatura na wewnętrznej powierzchni przewodu wynosiła  $\vartheta_n = 35^\circ\text{C}$ ,

- średnią temperaturę  $\vartheta'_o$ , gdyby rurociąg był wykonany ze stali  $\lambda_s = 45 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}$  przy założeniu pozostałych danych jak dla przewodu winidururowego.

Rozwiązanie

Temperaturę  $\vartheta_o$  określa się ze wzoru (12.2a) po uprzednim obliczeniu  $R_o$  ze wzoru (12.2b) oraz jednostkowego strumienia ciepła  $q_1$  ze wzoru:

$$q_1 = \frac{Q}{l_o},$$

$$Q = \frac{\pi d_w^2}{4} w \rho c (t_1 - t_2),$$

posługując się tabl.10 i 11 określa się dla temperatury  $\frac{t_1 + t_2}{2}$  wartość  $\rho$  i  $c$

$$Q = \frac{\pi \cdot 0,04^2}{4} \cdot 0,4 \cdot \frac{1}{0,0010061} \cdot 4,178 \cdot 10^3 (40 - 38),$$

$$Q = 4180 \text{ W};$$

$$q_1 = \frac{4180}{60},$$

$$q_1 = 69,7 \text{ W/m};$$

$$R_0 = \frac{1}{20,15} \cdot 2,3 \log \frac{46}{40},$$

$$R_0 = 0,46 \text{ (m} \cdot \text{deg)/W};$$

$$\vartheta_0 = 35 - \frac{69,7 \cdot 0,46}{\pi},$$

$$\vartheta_0 = 35 - 10,2,$$

$$\vartheta_0 = 24,8^\circ \text{C}.$$

W tym przypadku zmienia się tylko  $R_0$

$$R_0 = \frac{1}{2 \cdot 45} \cdot 2,3 \log \frac{46}{40}, \quad R_0 = 0,001532 \text{ (m} \cdot \text{deg)/W};$$

$$\vartheta'_0 = 35 - \frac{69,7 \cdot 0,001532}{\pi}, \quad \vartheta'_0 = 34,966^\circ \text{C}.$$

12.2.13. Sprawdzić czy przy temperaturze powierzchni gruntu  $t_{g1} = -5^\circ \text{C}$  na głębokości  $\delta_g = 1 \text{ m}$  będzie zachodziło zamarzanie wody na wewnętrznej powierzchni przewodu wodociągowego wykonanego z winiduru o średnicy  $d_z = 150 \text{ mm}$  i grubości ścianki  $\delta = 5 \text{ mm}$ . Przykład rozwiązać przy założeniu, że: współczynnik przewodzenia ciepła dla gruntu  $\lambda_g = 0,652 \text{ W/(m} \cdot \text{deg)}$ , gęstość strumienia ciepła dla gruntu  $q_g = 1,5 \text{ W/m}^2$ , jednostkowy strumień ciepła dla przewodu  $q_1 = 40 \text{ W/m}$ .

Rozwiązanie

Dla sprawdzenia czy będzie występowało zamarzanie wody należy określić temperaturę na wewnętrznej powierzchni rurociągu  $\vartheta_n$ . W tym celu należy ustalić temperaturę powierzchni zewnętrznej rurociągu, którą przy dobrym kontakcie przewodu z gruntem przyjmuje się równą temperaturze gruntu  $t_{g2}$  na głębokości  $\delta_g$ . Temperaturę  $t_{g2}$  określa się z równania (12.7b)

$$t_{g2} = \frac{1,5 \cdot 1}{0,652} - 5,$$

$$t_{g2} = -2,7^{\circ}\text{C};$$

$$t_{g2} = \vartheta_0;$$

$$\vartheta_n = \vartheta_0 + \frac{q_1 R}{\pi},$$

$$R_0 = \frac{1}{2 \cdot 0,15} 2,3 \log \frac{160}{150} = \frac{2,3}{0,3} \cdot 0,028 = 0,2145,$$

$$\vartheta_n = -2,7 + \frac{40 \cdot 0,2145}{\pi},$$

$$\vartheta_n = +0,03^{\circ}\text{C}.$$

Ponieważ  $\vartheta_n > 0^{\circ}\text{C}$  nie będzie zachodziło zamarzanie wody.

12.2.14. Rurociąg stalowy  $\lambda = 0,45 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{deg})$  o średnicy  $d_z = 57 \text{ mm}$  i  $\delta = 2,75 \text{ mm}$  zaizolowano warstwą waty szklanej  $\lambda = 0,037 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{deg})$  grubości  $\delta_w = 30 \text{ mm}$ . Zakładając temperaturę na powierzchni wewnętrznej rury  $\vartheta = 165^{\circ}\text{C}$  oraz na zewnętrznej powierzchni izolacji  $\vartheta_0 = 50^{\circ}\text{C}$  obliczyć:

- jednostkowy strumień ciepła  $q_1$ ,
- gęstość strumienia ciepła w odniesieniu do wewnętrznej powierzchni rurociągu  $q_r$  i do zewnętrznej powierzchni izolacji  $q_w$ ,
- stratę ciepła w czasie jednej godziny  $Q_0$  przez rurociąg długości  $l_0 = 50 \text{ m}$ .

Rozwiązanie

Jednostkowy strumień ciepła  $q_1$  określa się wg (12.2c):

$$\sum R_{oi} = \frac{1}{2 \cdot 45} 2,3 \log \frac{57}{51,5} + \frac{1}{2 \cdot 0,037} \cdot 2,3 \log \frac{117}{57},$$

$$\sum R_{oi} = 0,00115 + 9,7,$$

$$\sum R_{oi} = 9,7 \text{ (m} \cdot \text{deg)/W};$$

$$q_1 = \frac{\pi(165 - 50)}{9,7},$$

$$q_1 = 37,2 \text{ W/m};$$

$$q_r = \frac{37,2}{\pi \cdot 0,0515}, \quad q_r = 230 \text{ W/m}^2;$$

$$q_w = \frac{37,2}{\pi \cdot 0,117}, \quad q_w = 101,2 \text{ W/m}^2;$$

$$Q_o = 3600 \cdot q_1 \cdot l_c = 3600 \cdot 37,2 \cdot 50,$$

$$Q_o = 6,7 \text{ MJ}.$$

12.2.15. Stalowym przewodem parowym o średnicy zewnętrznej  $d_z = 108 \text{ mm}$  i  $\delta = 3,75 \text{ mm}$  przepływa para wodna nasycona przy ciśnieniu  $p = 10 \text{ bar}$ . Dla obniżenia straty ciepła do otoczenia zastosowano izolację składającą się z kilku warstw ułożonych w następującej kolejności licząc od rurociągu:

sznur azbestowy	$\delta_1 = 10 \text{ mm}$	$\lambda_1 = 0,11 \text{ W/(m} \cdot \text{deg)},$
wata szklana	$\delta_2 = 30 \text{ mm}$	$\lambda_2 = 0,037 \text{ W/(m} \cdot \text{deg)},$
papier falisty	$\delta_3 = 5 \text{ mm}$	$\lambda_3 = 0,064 \text{ W/(m} \cdot \text{deg)},$
gips	$\delta_4 = 10 \text{ mm}$	$\lambda_4 = 0,29 \text{ W/(m} \cdot \text{deg)}.$

Zakładając jednostkowy strumień ciepła  $q_1 = 60 \text{ W/m}$  oraz temperaturę na powierzchni wewnętrznej przewodu  $\vartheta_n$  równą temperaturze pary, obliczyć:

- temperaturę na zewnętrznej powierzchni warstwy gipsu  $\vartheta_g$ ,
- temperaturę  $\vartheta_w$  na powierzchni styku warstwy sznura azbestowego z warstwą waty szklanej.

$$\text{Odp. } \vartheta_g = 55,4^\circ\text{C}, \quad \vartheta_w = 165,3^\circ\text{C}.$$

12.2.16. Dla zabezpieczenia komina stalowego przed wykraplaniem się pary wodnej na jego wewnętrznej powierzchni zastosowano wewnątrz komina izolację wykonaną z termalitu.

$\lambda = 0,52 \text{ W/(m} \cdot \text{deg)}$ . Obliczyć grubość warstwy termalitu  $\delta_t$  jeśli średnica zewnętrzna stalowego komina  $d_z = 700 \text{ mm}$  a grubość  $\delta_s = 7 \text{ mm}$ . W obliczeniach przyjąć: jednostkowy strumień ciepła  $q_1 = 1800 \text{ W/m}$ , temperaturę na wewnętrznej powierzchni termalitu  $t = 65^\circ\text{C}$  a na zewnętrznej powierzchni komina  $\vartheta_o = 5^\circ\text{C}$ .

$$\text{Odp. } \delta_t = 76 \text{ mm}.$$

12.2.17. Wężownicę z rur o średnicy zewnętrznej  $d_z = 20$  mm zanurzano w jeziorze w pozycji poziomej. Zakładając temperaturę na powierzchni wężownicy  $t_f = 50^\circ\text{C}$  i temperaturę wody  $t_f = 10^\circ\text{C}$  obliczyć:

- współczynnik przejmowania ciepła od powierzchni wężownicy do wody  $\alpha_{kw}$ ,

- współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_{kp}$ , gdyby tę samą wężownicę umieszczono w powietrzu przy tych samych temperaturach wężownicy i powietrza,

- jednostkowy strumień ciepła  $q_l$  i gęstość strumienia ciepła  $q$  dla wężownicy zanurzonej w jeziorze.

#### Rozwiązanie

Warunki zadania wskazują na przypadek przejmowania ciepła w ośrodku nieograniczonym przy konwekcji swobodnej, a zatem dla obliczenia współczynnika  $\alpha_{kw}$  posługujemy się wzorem (12.6).

Właściwości fizyczne wody określa się z tabl.15 dla temperatury odniesienia  $t_e = t_m$ :

$$t_e = \frac{50 + 10}{2} = 30^\circ\text{C},$$

$$\beta = 3 \cdot 10^{-4} \text{ 1/deg}; \quad \lambda = 0,615 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)};$$

$$\nu = 0,805 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}; \quad \text{Pr} = 5,4; \quad \text{Pr}_w = 3,55;$$

$$\text{Gr} = \frac{9,81 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot 0,020^3 (50 - 10)}{(0,805 \cdot 10^{-6})^2} = 1,455 \cdot 10^6,$$

$$\text{Gr} \cdot \text{Pr} = 7,86 \cdot 10^6 \text{ tej wartości w tabeli (12.1) odpowiada wartość } C = 0,54, \quad n = 1/4$$

$$\text{Nu} = 0,54 (\text{Gr} \cdot \text{Pr})^{1/4} \cdot \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_w}\right)^{0,25}$$

$$\text{Nu} = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda}$$

$$\alpha_{kw} = \frac{0,615}{0,020} \cdot 0,54 (7,86 \cdot 10^6)^{1/4} \left(\frac{5,4}{3,55}\right)^{0,25}$$

$$\alpha_{kw} = 978 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}.$$

Tok obliczeń  $\alpha_{kp}$  jak przy  $\alpha_{kw}$ . Dla  $t_e = t_m = 30^\circ\text{C}$  z tabl. 14 określa się właściwości fizyczne powietrza:

$$\lambda = 0,0258 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}; \quad \nu = 16,58 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s};$$

$$\text{Pr} = 0,71; \quad \text{Pr}_w = 0,71,$$

$$\beta = \frac{1}{273 + t} = 0,0033 \text{ 1/deg},$$

$$\text{Gr} = \frac{9,81 \cdot 0,0033 \cdot (0,02)^3 \cdot (50 - 10)}{(16,58 \cdot 10^{-6})^2} = 3,78 \cdot 10^4,$$

$$\text{Gr} \cdot \text{Pr} = 26,85 \cdot 10^3 \quad \text{tej wartości w tabeli (12.1) od-}$$

powiada  $C = 0,54, \quad n = 1/4,$

$$\alpha = \frac{\lambda}{d} \cdot 0,54 (\text{Gr} \cdot \text{Pr})^{1/4} \left( \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_w} \right)^{0,25},$$

$$\alpha_{kp} = \frac{0,0258}{0,02} \cdot 0,54 (3,78 \cdot 10^4)^{1/4} \left( \frac{0,71}{0,71} \right)^{0,25},$$

$$\alpha_{kp} = 9,7 \text{ W/m}^2 \cdot \text{deg}.$$

$$q_1 = \pi d_z \alpha_k (\vartheta - t_f),$$

$$q_1 = \pi \cdot 0,02 \cdot 9,78 (50 - 10), \quad q_1 = 2460 \text{ W/m};$$

$$q_i = \frac{q_1}{\pi d_z} = \alpha_k (\vartheta - t_f),$$

$$q = 978 \cdot (50 - 10), \quad q = 39120 \text{ W/m}^2.$$

12.2.18. Przez środek hali fabrycznej na wysokości  $h = 4,5 \text{ m}$  nad poziomem podłogi przeprowadzono przewód stalowy o średnicy zewnętrznej  $d_z = 108 \text{ mm}$ , przez który przepływa para nasycona o ciśnieniu  $p = 2 \text{ bar}$ . Obliczyć:

- ilość ciepła  $Q_0$ , które w ciągu godziny przejmie powietrze w pomieszczeniu hali, jeśli długość przewodu wynosi  $l = 100 \text{ m}$  a temperatura w hali  $t = 20^\circ\text{C}$  przy założeniu, że temperatura zewnętrznej powierzchni przewodu równa jest temperaturze pary;

- ilość ciepła  $Q_0$ , którą w ciągu godziny przejmie powietrze w pomieszczeniu hali, jeśli przewód zostanie zaizolowany izolacją grubości  $\delta = 50$  mm a temperatura na zewnętrznej powierzchni izolacji  $\vartheta'_0 = 60^\circ\text{C}$ .

Odp.  $Q_0 = 86$  MJ;  $Q'_0 = 47,9$  MJ.

12.2.19. Średnia temperatura powierzchni pieca kaflowego wynosi  $\vartheta_0 = 100^\circ\text{C}$  a temperatura w pomieszczeniu (w znacznej odległości od pieca)  $t_f = 20^\circ\text{C}$ . Obliczyć:

- współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_k$ , jeśli wysokość pieca  $h = 1,7$  m, a boki  $a = 0,60$  m;  $b = 0,80$  m.

- ilość ciepła  $Q_0$  przejętego w ciągu godziny od bocznych ścian pieca.

Rozwiązanie

Treść przykładu wskazuje na przypadek wymiany ciepła w przestrzeni nieograniczonej i konwekcji swobodnej. Dla tego przypadku współczynnik przejmowania ciepła określa się ze wzoru (12.6).

Temperaturę  $t_e$  oblicza się wg wzoru (12.5a)

$$t_m = \frac{100 + 20}{2} = 60^\circ\text{C} \quad t_e = 60^\circ\text{C}.$$

Dla ustalenia wartości  $C$ ,  $n$  we wzorze (12.6) należy obliczyć liczby kryterialne  $Pr$  i  $Gr$ .

Posługując się temperaturą  $t_e = t_m = 60^\circ\text{C}$  z tabl.14 odczytuje się właściwości fizyczne powietrza występujące we wzorach do obliczenia liczb kryterialnych  $Nu$ ,  $Pr$  i  $Gr$  a mianowicie:  $\nu = 19,4 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s;  $\alpha = 27,6 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s;  $\lambda = 0,0279$  W/(m·deg);  $\beta = \frac{1}{273+60} = 0,003$  1/deg.

Posługując się wzorem (12.4c) oblicza się liczbę  $Pr$

$$Pr = \frac{19,4 \cdot 10^{-6}}{27,6 \cdot 10^{-6}},$$

$$Pr = 0,703.$$

Wartość liczby  $Pr$  można określić z wystarczającą dokładnością również z tabl.14.

Posługując się wzorem (12.4d) oblicza się liczbę Gr. W omawianym przypadku charakterystycznym wymiarem liniowym  $l_e$  jest wysokość pieca  $l_e = h$

$$Gr = \frac{9,81 \cdot 0,003 \cdot 1,7^3 \cdot (100 - 20)}{(19,4 \cdot 10^{-6})^2},$$

$$Gr = 30,85 \cdot 10^9.$$

Dla iloczynu  $(Gr \cdot Pr)$  określa się z tabl. (12.1) wartość  $C$  i  $n$

$$Gr \cdot Pr = 30,85 \cdot 10^9 \cdot 0,703,$$

$$Gr \cdot Pr = 21,7 \cdot 10^9;$$

$$C = 0,135, \quad n = \frac{1}{3}.$$

Dla powietrza we wzorze (12.6) pomija się czynnik  $\left(\frac{Pr}{Pr_w}\right)^{0,25}$

$$Nu = 0,135 (Gr \cdot Pr)^{1/3},$$

$$Nu = 0,135 \cdot (21,7 \cdot 10^9)^{1/3},$$

$$Nu = 376.$$

Posługując się wzorem (12.4a) oblicza się

$$\frac{\alpha_k l_e}{\lambda} = 376,$$

$$\alpha_k = \frac{0,0279}{1,7} \cdot 376,$$

$$\alpha_k = 6,18 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}.$$

Ilość ciepła  $Q_0$  oblicza się wg wzoru (12.3)

$$Q_0 = 1,7(2 \cdot 0,8 + 2 \cdot 0,6) 6,18 \cdot (100 - 20) \cdot 3600,$$

$$Q_0 = 8,46 \text{ MJ}.$$



12.2.20. W zbiorniku w kształcie sześcianu o boku  $a=2$  m zabudowano dwie jednakowe pod względem wymiarów grzałki elektryczne z tym, że jedną umieszczono poziomo a drugą pionowo. Znając wymiary grzałek - długość  $l = 1,5$  m i średnicę  $d_z = 76$  mm oraz średnie temperatury, na powierzchni grzałek  $\vartheta_n = 120^\circ\text{C}$  i wody w zbiorniku  $t_f = 40^\circ\text{C}$  określić:

- współczynnik przejmowania ciepła dla grzałki pionowej  $\alpha_{kp}$  i poziomej  $\alpha_{kh}$ ,
- całkowita ilość ciepła  $Q_o$  oddanego przez obie grzałki w ciągu godziny.

Odp.  $\alpha_{kp} = 2050 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg})$ ;  $\alpha_{kh} = 102,8 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg})$ ;  
 $Q_o = 222 \text{ MJ}$ .

12.2.21. Obliczyć współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_k$  dla wewnętrznej powierzchni ściany, której wysokość  $h = 2,5$  m, jeśli temperatura na powierzchni ściany  $\vartheta_o = 18^\circ\text{C}$  przy temperaturze w pomieszczeniu  $t_f = 22^\circ\text{C}$ .

Odp.  $\alpha_k = 2,47 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg})$ .

12.2.22. Do ogrzewania łazienek w budownictwie mieszkaniowym zastosowano pionową rurę o średnicy zewnętrznej  $d_z = 20$  mm i długości  $l = 2,5$  m. Zakładając średnią temperaturę powierzchni rury  $\vartheta_o = 78^\circ\text{C}$  i temperaturę w pomieszczeniu łazienki  $t_f = 22^\circ\text{C}$  obliczyć ilość ciepła przejętego od rury w czasie  $\tau = 1$  godziny.

Odp.  $Q_o = 192,5 \text{ kJ}$ .

12.2.23. Przewodem stalowym o średnicy zewnętrznej  $d_z = 89$  mm i grubości ścianki  $\delta = 3,25$  mm podwieszonym (poziomym) przepływa czynnik chłodniczy. Obliczyć temperaturę na wewnętrznej powierzchni przewodu  $\vartheta_o$ , jeśli izolacja rurociągu była wykonana z korka o  $\delta_k = 50$  mm,  $\lambda_k = 0,038 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{deg})$ , a pomierzona temperatura na powierzchni izolacji wynosiła  $\vartheta_n = 18^\circ\text{C}$  przy temperaturze otoczenia  $t_f = 22^\circ\text{C}$ .

Odp.  $\vartheta_o = -3,65^\circ\text{C}$ .

12.2.24. W pomieszczeniu pralni podwieszono przewód wodociągowy stalowy o średnicy zewnętrznej  $d_z = 113,5$  mm i  $\delta = 4,25$  mm, przewód ułożono częściowo w płaszczyźnie pozi-

mej i pionowej z tym, że najdłuższy odcinek pionowy ma długość  $h_{\max} = 3$  m a najkrótszy  $h_{\min} = 1$  m. Dla zabezpieczenia przewodu przed wykraplaniem się na jego powierzchni pary wodnej zaizolowano go warstwą waty szklanej  $\lambda = 0,037$  W/(m·deg) grubości  $\delta_w = 50$  mm. Zakładając przeciętne parametry powietrza w pomieszczeniu pralni  $t_f = 26^\circ\text{C}$  i  $\varphi = 90\%$ , określić: temperaturę  $\vartheta_n$  na wewnętrznej powierzchni przewodu stalowego, poniżej której nastąpi wykraplanie się pary na powierzchni izolacji.

Odp.  $\vartheta_o = 19,1^\circ\text{C}$  na odcinku pionowym  $h = 3$  m,  
 $\vartheta_o = 15,5^\circ\text{C}$  na odcinkach poziomych,  
 $\vartheta_o = 17,1^\circ\text{C}$  na odcinku pionowym  $h = 1$  m.

12.2.25. Obliczyć ilość ciepła wymienionego między dwoma płytami o wymiarach  $2 \times 4$  m odległymi od siebie o  $\delta = 1$  cm. Szczelinę między płytami wypełnia powietrze. Obliczyć ilość ciepła wymienionego w czasie  $\tau = 1$  godziny między płytami, jeśli temperatura na powierzchniach płyt od strony powietrza wynosi  $\vartheta_1 = 20^\circ\text{C}$  i  $\vartheta_2 = 0^\circ\text{C}$ .

Rozwiązanie

Obliczenia dokonuje się wg wzoru (12.7) po uprzednim obliczeniu  $\lambda_z$  wg wzoru (12.7a).  
 Obliczenie współczynnika  $\epsilon_k$  występującego we wzorze (12.7a)  
 Temperatura odniesienia

$$t_e = \frac{20 + 0}{2} = 10^\circ\text{C},$$

$$\beta = \frac{1}{273 + 10} = 0,00353 \text{ 1/deg}; \quad \nu = 14,66 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \text{Pr} = 0,71,$$

$$\lambda = 0,0244 \text{ W/(m·deg)};$$

$$\text{Gr} = \frac{9,81 \cdot 0,00353 \cdot 0,01^3 \cdot 20 \cdot 10}{14,66^2} = 3,22 \cdot 10^3,$$

$$\text{Gr} = \frac{9,81 \cdot 3,53 \cdot 20 \cdot 10^3}{215},$$

$$\text{Gr} \cdot \text{Pr} = 0,71 \cdot 3,22 \cdot 10^3 = 2,285 \cdot 10^3.$$

Ponieważ obliczony iloczyn (Pr.Gr) mieści się w granicach  $10^3 < \text{Pr.Gr} < 10^6$ , wartość  $\epsilon_k$  oblicza się ze wzoru (12.7c)

$$\epsilon_k = 0,105(2,285 \cdot 10^3)^{0,3}; \quad \epsilon_k = 1,057$$

$$\lambda_z = 1,057 \cdot 0,0244 \quad \lambda_z = 0,0258 \text{ W/(m.deg)}$$

$$Q_0 = 2 \cdot 4 \cdot \frac{0,0258}{0,01} (20 - 0) \cdot 3600$$

$$Q_0 = 1,475 \text{ MJ.}$$

12.2.26. Obliczyć przy jakiej szerokości szczeliny wypełnionej płynem o temperaturze  $t_e = 10^\circ\text{C}$  będzie zachodził przepływ ciepła tylko na drodze przewodzenia. Zadanie rozwiązać przy wypełnieniu szczeliny powietrzem  $\delta_p$ , wodą  $\delta_w$  przy założeniu różnicy temperatur  $\Delta t = \vartheta_1 - \vartheta_2 = 20^\circ\text{C}$ .

$$\text{Odp. } \delta_p = 7,59 \text{ mm, } \delta_w = 2,12 \text{ mm.}$$

12.2.27. Ściankę płaską wykonano z dwu szyb  $\lambda_{sz} = 0,79 \text{ W/(m.deg)}$ , każda grubość  $\delta_{sz} = 3 \text{ mm}$ , przedzielonych warstwą powietrza. Określić grubość warstwy powietrza  $\delta$  przy gęstości strumienia ciepła  $q = 25 \text{ W/m}^2$  i temperaturach na zewnętrznych powierzchniach szyb  $\vartheta_n = 15^\circ\text{C}$  i  $\vartheta_o = -2^\circ\text{C}$ .

Rozwiązanie

Gęstość strumienia ciepła przepływającego przez warstwę powietrza określa się wstępnie ze wzoru (12.7) po podstawieniu w miejsce  $\lambda_z$  wartości ze wzoru (12.7e),

$$q = \frac{\epsilon_k \lambda}{\delta} (\vartheta_1 - \vartheta_2). \quad (a)$$

Posługując się wzorem (a) oraz wzorem (12.7e) znajduje się zależność, z której wyznacza się grubość warstwy,

$$\frac{q \delta}{\lambda(\vartheta_1 - \vartheta_2)} = 0,18 \left( \text{Pr} \frac{9,81 \cdot \delta^3 (\vartheta_1 - \vartheta_2)}{(273 + t_f) \cdot \nu^2} \right)^{0,25}.$$

Dla określenia właściwości fizycznych powietrza należy określić temperatury wewnętrznych powierzchni szyb  $\vartheta_1$  i  $\vartheta_2$ , które wyznacza się ze wzoru (12.1b):

$$t_1 = 15 - 25 \frac{0,001}{0,79}$$

$$t_1 = 14,9^{\circ}\text{C}$$

$$t_2 = -2 + 25 \frac{0,003}{0,79}$$

$$t_2 = -1,9^{\circ}\text{C}.$$

Z tablic dla  $t_f = \frac{14,9 - 1,9}{2} = 6,5^{\circ}\text{C}$  określa się właściwości fizyczne powietrza:  $\beta = 0,00357 \text{ 1/deg}$ ,  $\text{Pr} = 0,71$ ,  $\nu = 14,38$   
 $\nu = 14,38 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\lambda = 0,0242 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}$ ; po podstawieniu otrzymuje się:

$$\frac{25 \cdot \delta}{0,0242(14,9 + 1,9)} = 0,18 \left( 0,71 \frac{9,81 \cdot \delta^3 (14,9 + 1,9)}{(273 + 6,5)(14,38 \cdot 10^{-6})^2} \right)^{0,25}$$

$$\delta = 0,147 \text{ m} = 147 \text{ mm}.$$

Obliczona wartość  $\delta$  obarczona jest błędem, ponieważ w obliczeniach posłużono się wzorem (12.7e). Dokładne obliczenie można wykonać opierając się na wzorach (12.7c) lub (12.7d) w zależności od iloczynu ( $\text{Pr} \cdot \text{Gr}$ ).

Posługując się przybliżoną wartością  $\delta = 147 \text{ mm}$  oblicza się wartość ( $\text{Pr} \cdot \text{Gr}$ ).

$$\text{Gr} = \frac{9,81 \cdot 0,147^3 (14,9 + 1,9)}{(273 + 6,5) \cdot (14,38 \cdot 10^{-6})^2} = 9,03 \cdot 10^6,$$

$$(\text{Pr} \cdot \text{Gr}) = 6,42 \cdot 10^6.$$

Przy obliczeniach należy skorzystać ze wzoru (12.7d)

$$\frac{25 \cdot \delta}{0,0242(14,9 + 1,9)} = 0,4 \left( 0,71 \frac{9,81 \cdot \delta^3 (14,9 + 1,9)}{(273 + 6,5)(14,38 \cdot 10^{-6})^2} \right)^{0,2},$$

$$\delta = 0,154 \text{ m} = 154 \text{ mm}.$$

12.3.28. Obliczyć równoważny współczynnik przewodzenia ciepła  $\lambda_z$  oraz grubość  $\delta$  warstwy powietrza między ściankami

płaskimi o temperaturach wewnętrznych powierzchni  $\vartheta_1 = 30^\circ\text{C}$   
i  $\vartheta_2 = 10^\circ\text{C}$ , jeśli iloczyn  $(Pr \cdot Gr) = 10^6$ .  
Odp.  $\lambda_z = 0,156 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}$ ;  $\delta = 0,0815 \text{ m}$ .

Przejmowanie ciepła przy wymuszonym przepływie płynu

12.2.29. Rurociągiem długości  $l = 10 \text{ m}$  o swobodnym przekroju poprzecznym  $F = 0,0001178 \text{ m}^2$ , przepływa  $m = 34,8 \text{ kg/h}$  wody przy średnich temperaturach: wody  $t_f = 50^\circ\text{C}$  i ścianki wewnętrznej  $\vartheta_n = 20^\circ\text{C}$ . Obliczyć współczynnik przejmowania ciepła od wody do ścianki, w przypadku gdy przekrój swobodny będzie: 1) kołem, 2) kwadratem, 3) prostokątem o stosunku boków  $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$ .

Rozwiązanie

Parametry wody odczytane z tabl.15 dla  $t_f = 50^\circ\text{C}$ :

$$\beta = 4,6 \cdot 10^{-4} \text{ 1/deg}; \quad \lambda = 0,647 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}; \quad \rho = 988,1 \text{ kg/m}^3$$

$$\nu = 0,556 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}; \quad Pr = 3,55$$

$$\text{dla } t_w = \vartheta_n = 20^\circ\text{C} \quad Pr_w \approx 7.$$

$$\text{Obliczenie kryterium } Re = \frac{w \cdot l_e}{\nu}.$$

Prędkość przepływu wody

$$w = \frac{34,8}{3600 \cdot 988,1 \cdot 0,0001178},$$

$$w = 0,0831 \text{ m/s}.$$

Charakterystyczny wymiar liniowy  $l_e$  określa się w zależności od przekroju poprzecznego dla:

koła  $l_e = d$

$$d = 12,25 \text{ mm};$$

kwadratu  $l_e = d_r$  oblicza się ze wzoru (12.8)

$$d_r = a \quad (\text{długość boku})$$

$$d_r = 10,85 \text{ mm};$$

prostokąta  $l_e = d_r = \frac{2 \cdot a \cdot b}{a + b}$

$d_r = 9,8 \text{ mm.}$

	koło	kwadrat	prostokąt
Re	1830	1620	1465

Ponieważ  $Re < 2300$ , przepływ ma charakter laminarny, współczynnik przejmowania ciepła oblicza się wg wzoru 1 tabl.(12.2).  
Obliczenie kryterium Gr i Nu

$$Gr = \frac{9,81 \cdot 4,6 \cdot 10^{-4} (l_e)^3 \cdot (50 - 20)}{(0,556 \cdot 10^{-6})^2},$$

$$Nu = 0,17 \cdot Re^{0,33} \cdot 3,55^{0,43} \cdot Gr^{0,1} \left(\frac{3,55}{7}\right)^{0,25} \cdot 1,$$

ponieważ  $\frac{1}{d} = \frac{10}{0,01225} \approx 820$ , to zgodnie z tabelą (14.3)  $\epsilon_1 = 1$   
Współczynnik  $\alpha$  oblicza się wg wzoru (12.4a)

$$\alpha = \frac{Nu \cdot 0,647}{l_e}.$$

	koło	kwadrat	prostokąt
Gr	$8,06 \cdot 10^5$	$5,6 \cdot 10^5$	$4,13 \cdot 10^5$
Nu	11,5	10,66	10
$\alpha \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$	607	635	660

12.2.30. Przez rurociąg długości  $l = 2 \text{ m}$  i średnicy wewnętrznej  $d_w = 68 \text{ mm}$  przepływa woda z prędkością  $w = 0,023 \text{ m/s}$  podgrzewając się od  $t_1 = 10$  do  $t_2 = 50^\circ\text{C}$ . Określić:

- współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha$  przez wodę do ścianki wewnętrznej rurociągu, jeśli średnia temperatura ścianki

$t_w = t_o = 100^\circ\text{C},$

- ilość ciepła  $Q_o$  przejętą przez wodę w ciągu  $\tau = 1$  godziny.

Odp.  $\alpha = 328 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}; \quad Q_o = 35,2 \text{ MJ.}$

12.2.31. Nawiązując do treści zadania 12.2.23, określić wartość współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha$  między czynnikiem chłodniczym i wewnętrzną powierzchnią przewodu, spełniającym warunki zadania, jeśli średnia temperatura czynnika wynosiła  $t_f = -3,8^\circ\text{C}$ .

Odp.  $\alpha = 177 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg})$ .

12.2.32. Obliczyć temperaturę spalin  $t_2$  u wylotu z kominu stalowego o średnicy wewnętrznej  $d_w = 800 \text{ mm}$  i wysokości  $H = 40 \text{ m}$  przepływających z prędkością  $w = 6 \text{ m/s}$ . Zadanie rozwiązać przy założeniach:

- średnia temperatura wewnętrznej powierzchni kominu

$\vartheta_n = 100^\circ\text{C}$ ,

- średnia temperatura spalin przepływających przez komin

$t_f = 250^\circ\text{C}$ ,

- spaliny traktować jako powietrze suche,

- w obliczeniach pominąć ciepło oddane przez promieniowanie.

Odp.  $t_2 = 213^\circ\text{C}$ .

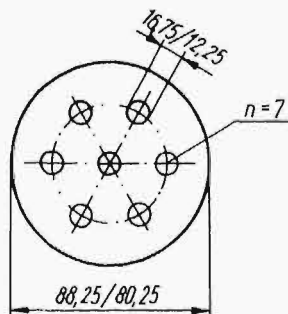
12.2.33. Dla wymiennika ciepła o konstrukcji jak podano na rysunku 12.11 i średnich temperaturach: przepływającej wo-

dy  $t_f = 80^\circ\text{C}$  i ścianki  $\vartheta_n = 110$  oraz natężeniu przepływającej wody  $\dot{m} = 1500 \text{ kg/h}$ . Określić:

- współczynnik przejmowania ciepła dla przypadku przepływu wody wewnątrz rurek  $\alpha_1$ ,

- d i t t o między rurkami  $\alpha_2$ .

Zadanie rozwiązać przy założeniu, że  $\frac{1}{d} > 50$ .



Rys. 12.11

#### Rozwiązanie

Parametry wody dla  $t_e = t_f = 80^\circ\text{C}$

$\lambda = 0,673 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{deg})$ ;  $\nu = 0,364 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ;  $\rho = 971,8 \text{ kg}/\text{m}^3$ ;

$\text{Pr} = 2,25$ ;  $\text{Pr}_w = 1,57$  (dla  $\vartheta_n = 110^\circ\text{C}$ ).

Obliczenie współczynnika  $\alpha_1$

Określenie charakteru przepływu (Re)

Prędkość przepływu wody

$$w = \frac{1500 \cdot 4}{971,8 \cdot 7 \cdot \pi \cdot 0,01225^2 \cdot 3600}; \quad w = 0,52 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{0,52 \cdot 0,01225}{0,364 \cdot 10^{-6}}; \quad Re = 17\,500.$$

Obliczenia kryterium Nu dokonuje się na podstawie równania 3 z tabl. 12.2

$$Nu = 0,021 \cdot 17\,500^{0,8} \cdot 2,25^{0,43} \left( \frac{2,25}{1,57} \right)^{0,25} \cdot 1,$$

$$Nu = 80,8,$$

$$\alpha_1 = \frac{80,8 \cdot 0,673}{0,01225} \quad \alpha_1 = 4450 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$$

Obliczenie współczynnika  $\alpha_2$

Określenie charakteru przepływu (Re)

Prędkość przepływu wody

$$w = \frac{1500 \cdot 4}{971,8 \cdot \pi \cdot (0,08025^2 - 7 \cdot 0,01675^2) \cdot 3600},$$

$$w = 0,122 \text{ m/s};$$

średnica równoważna przekroju

$$d_r = \frac{0,08025^2 - 7 \cdot 0,01675^2}{0,08025 + 7 \cdot 0,01675},$$

$$d_r = 0,02265 \text{ m};$$

$$Re = \frac{0,122 \cdot 0,02265}{0,364 \cdot 10^{-6}}, \quad Re = 7600.$$

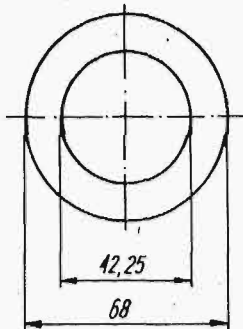
Obliczenia kryterium Nu dokonuje się na podstawie równania 2 z tabl. 12.2 po uprzednim określeniu z tabeli 12.4 wartości liczby  $K_0 = 25,8$  (drogą interpolacji)



$$Nu = 25,8 \cdot 2,25^{0,43} \left( \frac{2,25}{1,57} \right)^{0,25},$$

$$Nu = 40,2$$

$$\alpha_2 = \frac{40,2 \cdot 0,673}{0,02265}, \quad \alpha_2 = 1190 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}.$$



Rys.12.12

12.2.34. W wymienniku o konstrukcji podanej na rys.12.12 przez przekrój pierścieniowy przepływa w ciągu godziny  $\dot{m} = 8000 \text{ kg/h}$  wody o średniej temperaturze  $t_f = 30^\circ\text{C}$ . Określić gęstość strumienia ciepła  $q$  przejętego od powierzchni przewodu o średnicy  $d_z = 42,25 \text{ m}$  i długości  $l = 1,5 \text{ m}$  przy średniej temperaturze powierzchni  $t = 70^\circ\text{C}$ .

$$\text{Odp. } q = 242 \text{ kW/m}^2.$$

12.2.35. Obliczyć ilość ciepła  $Q_0$ , które zostało przejęte w czasie  $\tau = 1$  godziny od wody przepływającej wewnątrz spiralnej wężownicy o średnicy spirali  $D = 600 \text{ mm}$ , wykonanej z rury o średnicy zewnętrznej  $d_z = 21,25 \text{ m}$  przy  $\delta = 2,75 \text{ mm}$  i długości rury  $l = 7,5 \text{ m}$ , jeśli średnia temperatura wody  $t_f = 100^\circ\text{C}$ , średnia temperatura wewnętrznej powierzchni ścianki  $t_n = 60^\circ\text{C}$  a prędkość przepływającej wody w wężownicy  $w = 0,6 \text{ m/s}$ .

Rozwiązanie

Parametry wody

$$t_e = t_f = 100^\circ\text{C}, \quad \lambda = 0,682 \text{ W/(m} \cdot \text{deg)}; \quad \nu = 0,294 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s},$$

$$Pr = 1,75, \quad Pr_w = 3.$$

Określenie charakteru przepływu (Re)

$$Re = \frac{0,6 \cdot 0,01575}{0,294 \cdot 10^{-6}}, \quad Re = 32 \cdot 100.$$

Obliczenie kryterium  $Nu^*$  dla rury zakrzywionej określa się ze wzoru:

$$Nu^* = \varepsilon_D \cdot Nu.$$

Obliczenia kryterium  $Nu$  dokonuje się wg równania 3 z tabl. 12.2, przy  $\varepsilon_1 = 1$ , natomiast  $\varepsilon_D$  wg wzoru (12.9):

$$Nu = 0,021 \cdot 32100^{0,8} \cdot 1,75^{0,43} \left(\frac{1,75}{3}\right)^{0,25},$$

$$Nu = 0,021 \cdot 4025 \cdot 1,285 \cdot 0,875^3,$$

$$Nu = 95,$$

$$\varepsilon_D = 1 + 3,54 \frac{15,75}{600},$$

$$\varepsilon_D = 1,093$$

$$Nu^* = 1,093 \cdot 95$$

$$Nu^* = 104$$

$$\alpha = \frac{104 \cdot 0,682}{0,01575}$$

$$\alpha = 4500 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)};$$

$$Q_0 = \pi \cdot 0,01575 \cdot 7,5 \cdot 4500 (100 - 60) 3600,$$

$$Q_0 = 240 \text{ MJ.}$$

12.2.36. Do chłodzenia próbek wody pobieranych z kotła zastosowano wymiennik ciepła składający się z wężownicy (którą przepływa woda) w postaci spirali umieszczonej w naczyniu, przez które przepływa woda. Wężownicę o średnicy spirali  $D = 100 \text{ mm}$  wykonano z rury o średnicy  $d_z = 10 \text{ mm}$  i  $\delta = 1 \text{ mm}$ . Określić długość rury  $l$  potrzebnej do wykonania spirali przy założeniu że:

przepływ  $V = 5 \text{ l}$  wody w czasie  $\tau = 1$  minuty

ochłodzenie wody od  $t_1 = 140^\circ\text{C}$  do  $t_2 = 20^\circ\text{C}$ ,

temperatura wewnętrznej powierzchni ścianki  $\vartheta_n = 40^\circ\text{C}$ .

Odp.  $l = 3,03 \text{ m}$ .

12.2.37. Wzdłuż gładkiej ściany o szerokości  $b = 1,5 \text{ m}$  i długości  $l = 2,5 \text{ m}$  przepływa powietrze (przepływ powietrza równoległy do powierzchni ścianki) z prędkością  $w = 3 \text{ m/s}$  i temperaturze początkowej  $t_p = 20^\circ\text{C}$ . Przyjmując średnią temperaturę powierzchni ściany  $\vartheta_0 = 150^\circ\text{C}$  obliczyć

ilość ciepła  $Q_0$ , które przejmie powietrze w czasie  $\tau = 1$  godziny.

Rozwiązanie

Parametry powietrza określa się dla  $t_o = t_p = 20^\circ\text{C}$

$$\lambda = 0,0251 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}; \quad \nu = 15,7 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}.$$

Określenie charakteru przepływu

$$\text{Re} = \frac{3 \cdot 2,5}{15,7 \cdot 10^{-6}}, \quad \text{Re} = 47,75 \cdot 10^4.$$

Kryterium Nu oblicza się wg równania 5 z tabl.12.2

$$\text{Nu} = 0,032 \cdot (47,75 \cdot 10^4)^{0,8},$$

$$\text{Nu} = 1135,$$

$$\alpha = \frac{1135 \cdot 0,0251}{2,5}, \quad \alpha = 11,4 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}.$$

Obliczenie współczynnika  $\alpha$  przy założeniu swobodnej konwekcji. Kryterium Nu określa się z równania (12.6)

$$t_e = t_n = \frac{20 + 150}{2} = 85^\circ\text{C};$$

$$\beta = \frac{1}{358} \text{ 1/deg}; \quad \nu = 22,16 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s};$$

$$\lambda = 0,0297 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}, \quad \text{Pr} = 0,71$$

$$\text{Gr} = \frac{9,81 \cdot (1,5)^3 \cdot (150 - 20)}{358 \cdot (22,16 \cdot 10^{-6})^2}$$

$$\text{Gr} = 24,5 \cdot 10^9$$

$$\text{Pr} \cdot \text{Gr} = 17,4 \cdot 10^9$$

$$\text{Nu} = 0,135 (17,4 \cdot 10^9)^{1/3}$$

$$\text{Nu} = 350$$

$$\alpha = \frac{350 \cdot 0,0297}{1,5}, \quad \alpha = 6,94 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}.$$

Do obliczenia  $Q_o$  przyjmuje się  $\alpha = 11,4 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg})$

$$Q_o = 1,5 \cdot 2,5 \cdot 11,4 (150 - 20) \cdot 3600,$$

$$Q_o = 20 \text{ MJ}.$$

12.2.38. Wzdłuż ściany budynku mieszkalnego długości  $l = 50 \text{ m}$  przepływa powietrze o temperaturze  $t_p = 0^\circ\text{C}$  z prędkością  $w = 5 \text{ m/s}$ . Obliczyć współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha$ .

$$\text{Odp. } \alpha = 9,6 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg}).$$

12.2.39. Rozwiązać zadanie 12.2.38 przy założeniu, że temperatura powietrza obniży się do  $t_p = -20^\circ\text{C}$ .

$$\text{Odp. } \alpha = 10,48 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg}).$$

12.2.40. Przewód rurowy o średnicy zewnętrznej  $d_z = 75,5 \text{ m}$  omywa strumień wody o średniej temperaturze  $t_f = 20^\circ\text{C}$  skierowany prostopadłe do osi przewodu. Obliczyć jednostkowy strumień ciepła  $q_1$ , jeśli średnia temperatura powierzchni przewodu  $t_o = 80^\circ\text{C}$  a prędkość przepływu wody  $w = 1,5 \text{ m/s}$ .

Rozwiązanie

Parametry powietrza określa się dla  $t_e = t_f = 20^\circ\text{C}$

$\nu = 1,006 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ;  $\lambda = 0,597 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{deg})$ ;  $Pr = 7$ ;  $Pr_w = 2,25$  (dla  $t_w = t_o = 80^\circ\text{C}$ ).

Określenie charakteru przepływu ( $Re$ )

$$Re = \frac{1,5 \cdot 0,0755}{1,006 \cdot 10^{-6}}, \quad Re = 112\,500.$$

Kryterium  $Nu$  oblicza się wg równania 7 z tabl. 12.2 przy  $\varepsilon_\psi = 1$ , ponieważ przepływ jest prostopadły do osi rury.

$$Nu = 0,25 \cdot 112500^{0,6} \cdot 7^{0,38} \left(\frac{7}{2,25}\right)^{0,25} \cdot 1,$$

$$Nu = 747,5;$$

$$\alpha = \frac{747,5 \cdot 0,597}{0,0755}, \quad \alpha = 5910 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg});$$

$$q_1 = \pi \cdot 0,0755 \cdot 5910 (80 - 20), \quad q_1 = 84,2 \text{ kW/m}.$$

12.2.41. Określić ilokrotnie  $n$  zmniejszy się współczynnik przejmowania ciepła, jeśli w zadaniu 12.2.40 czynnikiem przejmującym ciepło będzie powietrze.

Odp.  $n \approx 381$ .

12.2.42. Przez kanał wentylacyjny przeprowadzono poziomy rurociąg wodociągowy o średnicy zewnętrznej  $d_z = 101$  mm tak, że z osią kanału tworzy on kąt  $\psi = 40^\circ$ . Prędkość przepływu powietrza w kanale  $w = 20$  m/s przy średniej temperaturze  $t_f = 60^\circ\text{C}$ . Określić ilość ciepła  $Q_0$  przejętego w czasie  $\tau = 1$  godziny od powietrza, jeśli średnia temperatura powierzchni rurociągu  $t_n = 20^\circ\text{C}$  a długość przewodu  $l = 0,9$  m.

Odp.  $Q_0 = 1,95$  MJ.

12.2.43. W korycie rzeki płynącej z prędkością  $w = 0,2$  m/s ułożono poziomy rurociąg ciepłej wody o średnicy zewnętrznej  $d_z = 222$  mm, który z osią rzeki tworzy kąt  $\psi = 30^\circ$ . Obliczyć jednostkowy strumień ciepła  $q_1$  przejętego od przewodu, jeśli średnia temperatura wody  $t_f = 10^\circ\text{C}$  a powierzchni rurociągu  $t_0 = 40^\circ\text{C}$ .

Odp.  $q_1 = 53,6$  kW/m.

12.2.44. W kanale wentylacyjnym o wymiarach  $0,8 \times 0,8$  m, przez który przepływa powietrze z prędkością  $w = 10$  m/s przy średniej temperaturze  $t_f = 30^\circ\text{C}$  zabudowano pęk rur długości  $a = 0,8$  m i średnicy zewnętrznej  $d_z = 42,25$  mm, rozmieszczonych w 4 rzędach w kierunku przepływu po  $n = 13$  szt. w rzędzie. Rury w pęku ułożono w układzie szeregowym prostopadle do kierunku przepływu powietrza.

Określić współczynnik przejmowania ciepła dla:

rzędu	- 3	$\alpha_3$
rzędu	- 1	$\alpha_1$
rzędu	- 2	$\alpha_2$
rzędu	- 4	$\alpha_4$
dla pęczka rur		$\alpha_p$

Rozwiązanie

Parametry powietrza:  $t_e = t_f = 30^\circ\text{C}$   
 $\nu = 16,58 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s;  $\lambda = 0,0258$  W/(m·deg);  $Pr = 0,71$ .

Określenie kryterium Re

Obliczenie prędkości przepływu  $w_0$  w największym przekroju między rurami

$$\frac{w_0}{w} = \frac{F}{F_0} = \frac{F}{F - n d_z a},$$

$$w_0 = 10 \cdot \frac{0,8 \cdot 0,8}{0,8 \cdot 0,8 - 13 \cdot 0,04225 \cdot 0,8},$$

$$w_0 = 31,85 \text{ m/s},$$

$$Re = \frac{31,85 \cdot 0,04225}{16,58 \cdot 10^{-6}}, \quad Re = 8,12 \cdot 10^4.$$

Współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_3$  i  $\alpha_4$  oblicza się na podstawie kryterium Nu dla układu szeregowego, wyznaczone wg równania 9 z tabl. 12.2 przy  $\varepsilon_\psi = 1$  i  $\varepsilon_n = 1$

$$Nu_3 = 0,21 \cdot (8,12 \cdot 10^4)^{0,65} \cdot 1 \cdot 1,$$

$$Nu_3 = 326,5;$$

$$\alpha_3 = \frac{326,5 \cdot 0,0258}{0,04225}; \quad \alpha_4 = \alpha_3 = 199 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}.$$

Współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$  określa się na podstawie kryterium Nu określone dla 3 rzędu, stosując współczynnik  $\varepsilon_n$  wg tabeli 12.6

$$Nu_1 = 326,5 \cdot 0,6, \quad Nu_1 = 196,$$

$$\alpha_1 = \frac{196 \cdot 0,0258}{0,04225}; \quad \alpha_1 = 119,5 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$$

$$Nu_2 = 326,5 \cdot 0,9; \quad Nu_2 = 294$$

$$\alpha_2 = \frac{294 \cdot 0,0258}{0,04225}; \quad \alpha_2 = 179,3 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}.$$

Współczynnik przejmowania ciepła dla pęczka  $\alpha_p$  rur omywanych poprzecznym strumieniem płynu określa się wg wzoru 8 z tabeli 12.2. Po uprzednim obliczeniu powierzchni rur poszczególnych rzędów a mianowicie:

Rząd 1

$$F_1 = 13 \cdot 0,04225 \cdot 0,8; \quad F_1 = 1,38 \text{ m}^2.$$

Rząd 2

$$F_2 = 13 \cdot 0,04225 \cdot 0,8; \quad F_2 = 1,38 \text{ m}^2.$$

Rząd 3 i 4 łącznie

$$\sum_{i=3}^{i=4} F_i = 2(13 \cdot \pi \cdot 0,04225 \cdot 0,8); \quad \sum_{i=3}^{i=4} F_i = 2,76 \text{ m}^2.$$

Całego pęczka

$$\sum_{i=1}^{i=4} F_i = 4(13 \cdot \pi \cdot 0,04225 \cdot 0,8); \quad \sum_{i=1}^{i=4} F_i = 5,52 \text{ m}^2,$$

$$\alpha_p = \frac{0,6 \cdot 1,38 + 0,9 \cdot 1,38 + 2,72}{5,52} \cdot 199,$$

$$\alpha_p = 174 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}.$$

12.2.45. Rozwiązać zadanie 12.2.44 przy założeniu układu przedstawionego rur w pęczku.

$$\text{Odp. } \alpha_1 = 119,5 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}; \quad \alpha_3 = \alpha_4 = 199 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)};$$

$$\alpha_2 = 139,5 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}; \quad \alpha_p = 164 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}.$$

12.2.46. Pęk rur o układzie szeregowym składający się z 5 rzędów w kierunku przepływu po  $n = 20$  szt. w rzędzie, średnicy zewnętrznej rury  $d_z = 48,25$  mm i długości pęczka  $l = 1$  m (jednej rury) omywa poprzecznie ( $\psi = 90^\circ$ ) strumień wody przepływający z prędkością  $w = 0,2$  m/s.

Pomiary temperatury wykazały średnią temperaturę wody przed podgrzaniem  $t_1 = 10^\circ\text{C}$  i po podgrzaniu  $t_2 = 70^\circ\text{C}$  oraz temperaturę powierzchni zewnętrznej rur w pęczku  $t_0 = 100^\circ\text{C}$ . Obliczyć masę wody  $m_w$ , która może być podgrzana w tym wymienniku ciepła w czasie  $\tau = 1$  godziny.

$$\text{Odp. } m_w = 36\,500 \text{ kg}.$$

12.2.47. Nawiązując do treści zadania 12.2.46 określić współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_2$  dla drugiego rzędu rur przy założeniu układu przedstawionego.

Odp.  $\alpha_2 = 2410 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$ .

Wymiana ciepła przez powierzchnie ożebrowane

12.2.48. Pręt stalowy  $\lambda_s = 45 \text{ W/(m} \cdot \text{deg)}$  o średnicy zewnętrznej  $d_z = 50 \text{ mm}$  i nieskończonej długości umieszczono jednym końcem w ośrodku o temperaturze  $t_o = 400^\circ\text{C}$ . Zakładając, że pręt omywa powietrze o średniej temperaturze  $t_f = 20^\circ\text{C}$  przy współczynniku przejmowania ciepła od pręta  $\alpha = 5 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$ . Obliczyć:

- temperaturę pręta  $t_x$  w odległości  $x = 50 \text{ cm}$  od podstawy,
- strumień ciepła przejmowanego od pręta  $Q$ ,
- ilość ciepła  $Q_o$  przejętego od pręta w czasie  $\tau = 1 \text{ godziny}$ .

Rozwiązanie

Obliczenie  $t_x$  dokonuje się wg wzoru (12.10) po uprzednim wyznaczeniu charakterystyki pręta wg wzoru (12.14)

$$m = \sqrt{\frac{5 \cdot \pi \cdot 0,05}{45 \cdot \pi \cdot \frac{0,05^2}{4}}}, \quad m = 2,98 \frac{1}{\text{m}},$$

$$\psi_x = (400 - 20) \cdot e^{-2,98 \cdot 0,5},$$

Wartość  $e^{-1,49}$  odczytuje się z tabeli 16

$$\psi_x = 83,6$$

$$t_x = 83,6 + 20$$

$$t_x = 103,6^\circ\text{C}.$$

Obliczenia  $Q$  dokonuje się wg wzoru (12.13) przy  $\text{th}(m \cdot h) = 1$

$$Q = 45 \cdot 2,98 \cdot \pi \cdot \frac{0,05^2}{4} \cdot (400 - 20),$$

$$Q = 100 \text{ W}.$$



Ilość ciepła

$$Q_0 = 100 \cdot 3600,$$

$$Q_0 = 360 \text{ kJ}.$$

12.2.49. Dla zadania 12.2.48 przy założeniu długości pręta  $l = 1 \text{ m}$  określić:

- temperaturę  $t_x$  pręta w odległości  $x = 50 \text{ cm}$ ,
- temperaturę na końcu pręta  $t_k$ ,
- ilość ciepła  $Q_0$  przejętego od pręta.

Rozwiązanie

Rozpatrywany przypadek dotyczy pręta o skończonej długości. Obliczenia  $t_x$  dokonuje się ze wzoru (12.11)

$$\vartheta_x = (400-20) \frac{\cosh[2,98(0,5 - 1)]}{\cosh(2,98 \cdot 1)},$$

$$\vartheta_x = 380 \frac{\cosh(-1,49)}{\cosh(2,98)}.$$

Wartości funkcji hiperbolicznych odczytuje się z tabeli 16

$$\vartheta_x = 380 \frac{2,352}{10,068}, \quad \vartheta_x = 83,6^\circ\text{C};$$

$$t_x = 83,6 + 20 \quad t_x = 103,6^\circ\text{C}.$$

Oblicza się wg wzoru (12.12)

$$\vartheta_h = (400-20) \frac{1}{\cosh(2,98 \cdot 1)}; \quad \vartheta_h = 35,6^\circ\text{C}$$

$$t_k = 35,6 + 20 \quad t_k = 55,6^\circ\text{C}$$

Ilość ciepła  $Q_0$  oblicza się ze wzoru  $Q_0 = Q \tau$  po uprzednim obliczeniu strumienia ciepła w oparciu o wzór (12.13)

$$Q = 45 \cdot 2,98 \cdot \pi \cdot \frac{0,05^2}{4} (400-20) \operatorname{tgh}(2,98 \cdot 1)$$

$\operatorname{tgh}(2,98) = 0,995$  odczytany z tabl.16

$$Q = 99,5 \text{ W},$$

$$Q_0 = 358 \text{ kJ}.$$

12.2.50. Określić minimalną długość pręta stalowego  $l_{\min}$  o średnicy zewnętrznej  $d_z = 20$  mm używanego przy obsłudze paleniska kotła o długości  $l_k = 2,5$  m, jeśli temperatura w palenisku  $t_o = 1000^\circ\text{C}$  a temperatura na końcu pręta powinna być  $t_k = 35^\circ\text{C}$ . W obliczeniach przyjąć średnią temperaturę powietrza przejmującego ciepło  $t_f = 15^\circ\text{C}$  i współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha = 6$  W/(m·deg).

Odp.  $l_{\min} = 2,5 + 0,885 = 3,385$  m.

12.2.51. Dla żebra prostego płaskiego wykonanego z aluminium  $\lambda_a = 203$  W/(m·deg) o wymiarach: wysokość  $h = 40$  mm, długość  $l = 300$  mm, grubość  $\delta_z = 3$  mm, przy założeniu temperatury u podstawy  $t_o = 100^\circ\text{C}$ , średniej temperatury płynu przejmującego ciepło  $t_f = 30^\circ\text{C}$  i współczynnika przejmowania ciepła od żebra  $\alpha_z = 10$  W/(m<sup>2</sup>·h). Określić:

- strumień ciepła  $Q$ ,
- temperaturę na końcu żebra  $t_k$ ,
- ilokrotnie  $n$  zmniejszy się strumień ciepła, jeśli

$\delta_z = 1$  mm.

Odp.  $Q = 16,55$  W;  $t_k = 98,2$ ;  $n = 1,03$ .

12.2.52. Nawiązując do treści zadania 12.2.51 określić:

- przy jakiej wysokości żebra  $h$  temperatura na jego końcu będzie równa  $t_k = 55^\circ\text{C}$ ,
- temperaturę na końcu żebra  $t_k$ , jeśli byłoby ono wykonane ze stali.

Odp.  $h = 0,295$  m;  $t_k = 92,4^\circ\text{C}$ .

12.2.53. Określić współczynnik efektywności  $E$  i średni przyrost temperatury  $\vartheta_m$  dla żebra prostego o wymiarach  $h = 50$  mm,  $l = 1000$  mm,  $\delta_z = 0,2$  mm przy temperaturze żebra u podstawy  $t_o = 80^\circ\text{C}$ , średniej temperaturze płynu  $t_f = 30^\circ\text{C}$  i współczynnika przejmowania  $\alpha_z = 7$  W/(m<sup>2</sup>·deg). Obliczenia przeprowadzić dla żebra wykonanego ze stali, aluminium oraz miedzi  $\lambda_m = 383$  W/(m·deg).

Odp.

	stal	aluminium	miedź
$E$	0,888	0,977	0,988
$\vartheta_m$	44,4	48,8	49,4

12.2.54. Do płyty stalowej o wymiarach: szerokość  $a = 0,5$  m i długości  $b' = 1$  m przyspawano stalowe żebra proste długości  $l = a$ , grubości  $\delta_z = 2$  mm, wysokości  $h = 60$  mm zachowując rozstawienie żeber  $b = 20$  mm. Zakładając średnią temperaturę u podstawy żebra  $t_o = 100^\circ\text{C}$ , powietrza  $t_f = 35^\circ\text{C}$  i współczynnik przejmowania ciepła od bocznej powierzchni żebra i powierzchni między żebrami  $\alpha_z = \alpha_r = 20 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg})$ , określić:

- strumień ciepła  $Q$  dla powierzchni ożebrowanej,
- zastępczy współczynnik przejmowania ciepła od powierzchni ożebrowanej  $\alpha_{z0}$ .

Rozwiązanie

Ilość ciepła przejęta od powierzchni ożebrowanej  $Q$  składa się z ciepła przejętego od żeber  $Q_z$  oraz od powierzchni między żebrami  $Q_r$ .

Obliczenie  $Q_z$

$$Q_z = n \cdot Q'_z$$

gdzie:  $n$  = ilość żeber,

$Q'_z$  - ilość ciepła przejęta od jednego żebra.

Ilość żeber  $n$

$$n = \frac{b'}{b} = \frac{1000}{20} = 50 \text{ szt.}$$

Ilość ciepła  $Q'_z$  oblicza się wg wzoru (12.13) po uprzednim obliczeniu charakterystyki  $m$  (12.14a) oraz  $\tanh(m \cdot h)$  z tabeli 16

$$m = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{45 \cdot 0,002}} \qquad m = 21,10 \frac{1}{\text{m}}$$

$$m \cdot h = 21,06 \cdot 0,06$$

$$m \cdot h = 1,265 \qquad \tanh(1,265) = 0,8524,$$

$$Q'_z = 45 \cdot 21,1(0,002 \cdot 0,5)(100 - 35) \cdot 0,8524$$

$$Q'_z = 52,6 \text{ W},$$

$$Q_z = 52,6 \cdot 50$$

$$Q_z = 2635 \text{ W}.$$

Obliczenie  $Q_r$

$$Q_r = (b' - n \cdot \delta_z) \cdot a \cdot \alpha_r (t_o - t_f)$$

$$Q_r = (1 - 50 \cdot 0,002) \cdot 0,5 \cdot 20 (100 - 35)$$

$$Q_r = 585 \text{ W}$$

$$Q = 2635 + 585 \quad Q = 3220 \text{ W.}$$

Współczynnik  $\alpha_{zc}$  oblicza się ze wzoru (12.15a) po uprzednim obliczeniu powierzchni  $F_{zc}$ ,  $F_z$ ,  $F_r$  i współczynnika efektywności żebra  $E$  ze wzoru (12.16)

$$F_{zc} = F_z + F_r$$

$$F_z = n \cdot 2 \cdot h \cdot a$$

$$F_z = 50 \cdot 2 \cdot 0,060 \cdot 0,5 \quad F_z = 3 \text{ m}^2$$

$$F_r = b' (a - n \cdot \delta_z)$$

$$F_r = 1(0,5 - 50 \cdot 0,002) \quad F_r = 0,4 \text{ m}^2$$

$$F_{zc} = 3,4 \text{ m}^2$$

$$E = \frac{\tanh(1,265)}{1,265} = \frac{0,8524}{1,265}$$

$$E = 0,674$$

$$\alpha_{zc} = \frac{20}{3,4} (0,674 \cdot 3 + 0,4)$$

$$\alpha_{zc} = 143, \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg}).$$

12.2.55. Na obwodzie rury stalowej pionowej o średnicy zewnętrznej  $d_z = 33,5 \text{ mm}$  i długości  $b' = 1 \text{ m}$  przyspawano  $n = 16$  szt. żeber długości  $l = b'$ , wysokości  $h = 50 \text{ mm}$  i grubości  $\delta_z = 1 \text{ mm}$ . Temperatura u podstawy żebra  $t_o = 100^\circ\text{C}$ , średnia temperatura powietrza  $t_f = 40^\circ\text{C}$ , współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_z = 15 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg})$ . Obliczyć

ilość ciepła  $Q_0$  przejętą w ciągu  $\tau = 1$  godziny od powierzchni rury ożebrowanej.

Odp.  $Q_0 = 2,49$  MJ.

12.2.56. Określić strumień ciepła  $Q$  przejmowanego przez powietrze od żebra żeliwnego  $\lambda = 63$  W/(m·deg) okrągłego o przekroju prostokątnym przy temperaturze żebra u podstawy  $t_0 = 120^\circ\text{C}$ , temperatura powietrza  $t_f = 40^\circ\text{C}$  i współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha_z = 10$  W/(m<sup>2</sup>·deg). Średnica walca na którym nasadzono zebro  $d = 60$  mm, średnica żebra  $D = 150$  mm przy grubości  $\delta_z = 2$  mm.

Rozwiązanie

Strumień ciepła  $Q$  określa się z równania (12.19) po uprzednim obliczeniu powierzchni żebra  $F_z$  i współczynnika efektywności  $E$  wg wzoru (12.16) opierając się na  $h'$  wg wzoru (12.17) i  $m$  wg wzoru (12.14a).

$$F_z = \frac{\pi}{4} (0,15^2 - 0,06^2) \cdot 2, \quad F_z = 0,02964 \text{ m}^2;$$

$$h' = \frac{0,15 - 0,06}{2} (1 + 0,35 \cdot 2,3 \log \frac{150}{60})$$

$$h' = 0,0593 \text{ m}$$

$$m = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{63 \cdot 0,002}} \quad m = 12,6 \frac{1}{\text{m}}$$

$$m h' = 0,747$$

$$\tanh 0,747 = 0,635 \quad (\text{wg tabl.16})$$

$$E = \frac{0,635}{0,747} \quad E = 0,85$$

$$Q = 10 \cdot 0,02964 (120 - 40) \cdot 0,85$$

$$Q = 20,2 \text{ W.}$$

12.2.57. Obliczyć ilość ciepła  $Q_0$  przyjętą w czasie  $\tau = 1$  godz. przez powietrze od  $l = 1$  m poziomej rury ożebrowanej z okrągłymi żebrami stalowymi o przekroju prostokątnym. Średnice żebra  $D = 200$ , zewnętrzna średnica rury  $d = 76$  mm, grubość żebra  $\delta_z = 1$  mm, ilość żeber  $n = 65$  szt/m. Temperatura na powierzchni rury  $t_0 = 100^\circ\text{C}$ , powietrza

$t_f = 20^\circ\text{C}$ , współczynnik przejmowania ciepła od żebra  
 $\alpha_z = 5 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg})$ .

Odp.  $Q_0 = 2,56 \text{ MJ}$ .

12.2.58. Dla rury żebrowej o konstrukcji podanej w zadaniu 12.2.57 i tych samych temperaturach  $t_0$  i  $t_f$  określić współczynnik przejmowania ciepła od żebra  $\alpha_z$  i zastępczy  $\alpha_{zc}$  przy prędkości przepływu powietrza w najmniejszym przekroju  $w = 5 \text{ m/s}$ .

Rozwiązanie

Obliczenia  $\alpha_z$  dokonuje się wg równania 12 z tabeli 12.2. Obliczenie liczb kryterialnych  $Re$  i  $Nu$

$$b = \frac{10x}{65} = 15,4 \text{ mm}$$

$$l_e = \frac{0,2^2 - 0,076^2}{2 \cdot 0,0154} + 0,076$$

$$l_e = 1,188 \text{ m}$$

$$t_f = 20^\circ\text{C} \quad v = 15,7 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad \lambda = 0,0251 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{deg})$$

$$Re = \frac{5 \cdot 1,188 \cdot 10^6}{15,7} = 3,78 \cdot 10^5$$

$$Nu = 0,17(3,78 \cdot 10^5)^{0,68}$$

$$Nu = 1045$$

$$\alpha_z = \frac{1045 \cdot 0,0251}{1,188} = 22,1 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg}).$$

Zastępczy współczynnik oblicza się ze wzoru (12.15a)

$$F_z = 65 \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{4} (0,2^2 - 0,076^2); \quad F_z = 3,49 \text{ m}^2$$

$$F_r = \pi \cdot 0,076(1 - 65 \cdot 0,001); \quad F_r = 0,223 \text{ m}^2$$

$$F_{zc} = 3,713 \text{ m}^2.$$

Obliczenie współczynnika efektywności żebra  $E$

$$m = \sqrt{\frac{2 \cdot 22,1}{45 \cdot 0,001}} \quad m = 31,4 \frac{1}{m}$$

$$h' = \frac{0,2 - 0,076}{2} (1 + 0,35 \cdot 2,3 \log \frac{200}{76})$$

$$h' = 0,083$$

$$mh' = 2,60$$

$$\tanh(2,63) = 0,989$$

$$E = \frac{0,989}{2,60}$$

$$E = 0,380$$

$$\alpha_{zo} = \frac{22,1}{3,713} (0,380 \cdot 3,49 + 0,223)$$

$$\alpha_{zc} = 9,22 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}.$$

12.2.59. Określić ilokrotnie zwiększy się strumień ciepła przejmowanego od żebra, jeśli w zadaniu 12.2.57 prędkość przepływu wzrośnie 5-krotnie a ilość żeber 2-krotnie.

Odp. 1,54 raza.

12.2.60. Dla płyty płaskiej stalowej o wymiarach  $1 \times 1$  m ożebrowanej stalowymi żebrami prostymi o wymiarach: długość  $l = 1$  m, wysokość  $h = 75$  mm, grubość  $\delta_z = 2$  mm, i rozstawieniu  $b = 20$  mm. Określić współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_z$  i  $\alpha_{zc}$ , jeśli temperatura płyty  $t_o = 80^\circ\text{C}$ , temperatura powietrza przed podgrzaniem  $t_p = 10^\circ\text{C}$  prędkości przepływu powietrza wzdłuż żebra  $w = 10$  m/s.

Odp.  $\alpha_z = 36,2 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$ ;  $\alpha_{zc} = 18,1 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$ ;

(kryterium  $Nu$  określono wg równania 5 tabeli 12.2).

12.2.61. Obliczyć zastępczy współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_{zc}$  dla rury ożebrowanej pionowej o konstrukcji i długości jak w zadaniu 12.2.55, jeśli temperatura żebra u podstawy  $t_o = 90^\circ\text{C}$  a średnia temperatura powietrza przejmującego ciepło  $t_f = 30^\circ\text{C}$ .

Rozwiązanie

Współczynnik przejmowania ciepła od żebra  $\alpha_z$  określa się wstępnie z równia kryterialnego dla swobodnej konwekcji (12.6)

$$t_e = t_m = \frac{90 + 30}{2} = 60^\circ\text{C}$$

$$\beta = 0,003 \text{ 1/deg}; \quad \nu = 19,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}; \quad \text{Pr} = 0,71$$

$$\lambda = 0,0279 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}$$

$$\text{Gr} = \frac{9,81 \cdot 0,003 \cdot 1^3 \cdot (90 - 30)}{(19,4 \cdot 10^{-6})^2}; \quad \text{Gr} = 4,7 \cdot 10^9$$

$$\text{Gr Pr} = 3,34 \cdot 10^9$$

$$\text{Nu} = 0,135 \cdot (3,34 \cdot 10^9)^{1/3} \quad \text{Nu} = 202$$

$$\alpha_z = \frac{191,5 \cdot 0,0279}{1} = 5,6 \text{ W/(m}^2\cdot\text{deg)}.$$

Sprawdzenie prawidłowości obliczenia  $\alpha_z$   
Kryterium Gr obliczone przy założeniu  $\Delta t = 90 - 30$ ; właściwą wartością  $\Delta t$ , którą należało podstawić jest  $\vartheta_m$  (średni przyrost między temperaturą powierzchni żebra a temperaturą płynu)

$$\vartheta_m = \vartheta_o \cdot E$$

$$m = \sqrt{\frac{2 \cdot 5,6}{45 \cdot 0,001}} \quad m = 15,8 \frac{1}{\text{m}}$$

$$m h = 0,79 \quad \text{tgh}(0,79) = 0,658$$

$$E = 0,831$$

$$\vartheta_m = (90 - 30) \cdot 0,831 \quad \vartheta_m \approx 50^\circ\text{C}$$

Wobec dużej rozbieżności między założoną wartością  $\Delta t$  a  $\vartheta_m$  należy obliczenia przeprowadzić dla  $\Delta t = 50^\circ\text{C}$  tj. przy średniej temperaturze żebra  $t = 80^\circ\text{C}$

$$\text{Gr} \cdot \text{Pr} = 2,92 \cdot 10^9$$

$$\text{Nu} = 192 \quad \alpha_z = 5,3 \text{ W/(m}^2\cdot\text{deg)}$$

Obliczenie współczynnika efektywności żebra E

$$m = \sqrt{\frac{2 \cdot 5,3}{45 \cdot 0,001}} \quad m = 15,3$$

$$m h = 0,768 \quad \text{tgh}(0,768) = 0,646 \quad E = 0,841$$



Wobec małej różnicy między obliczonymi współczynnikami  $\alpha_z$  przyjmuje się do dalszych obliczeń  $\alpha_z = 5,3 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$ .

Obliczenie współczynnika  $\alpha_{zc}$

$$F_z = 16 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 0,05 \qquad F_z = 1,6 \text{ m}^2$$

$$F_r = \pi \cdot 0,0335 \cdot 1 - 16 \cdot 1 \cdot 0,001 \qquad F_r = 0,089$$

$$F_{zc} = 1,689 \text{ m}^2$$

$$\alpha_{zc} = \frac{5,3}{1,689} (0,841 \cdot 1,6 + 0,089)$$

$$\alpha_{zc} = 4,5 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}.$$

12.2.62. Obliczyć współczynnik przejmowania ciepła dla żebra  $\alpha_z$  oraz zastępczy współczynnik przejmowania ciepła od powierzchni ożebrowanej  $\alpha'_{zc}$  dla nagrzewnicy ramowej wielorzędowej z rur ożebrowanych o układzie szeregowym i wymiarach: średnica zewnętrzna rury  $d = 13,25 \text{ mm}$ , średnica żebra  $D = 61,25 \text{ mm}$  grubość żebra  $\delta_z = 0,7 \text{ mm}$ . Rozstawienie żeber  $b = 3 \text{ mm}$ , rozstawienie rur w rzędzie  $s_1 = 63 \text{ mm}$ , materiał - stal. Średnia temperatura ścianki rury  $t_o = 120^\circ\text{C}$ , średnia temperatura powietrza  $t_f = 40^\circ\text{C}$ . Nagrzewnicę zabudowano w kanale o wymiarach  $0,82 \times 0,82 \text{ m}$ , przez który przepływa  $32\ 300 \text{ kg/h}$  powietrza przy ciśnieniu barometrycznym  $1 \text{ bar}$ .

Rozwiązanie

Średni współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_z$  oblicza się wg wzoru

$$\alpha_z = 0,85 \alpha.$$

Wartość  $\alpha$  określa się wg równania 11 tablicy 12.2.

Określenie kryterium  $Re$ ,  $Nu$ .

Właściwości fizyczne powietrza przy  $t_e = t_f = 40^\circ\text{C}$ ,  
 $\rho = 1,092 \text{ kg/m}^3$ ;  $\nu = 17,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ;  $\lambda = 0,0265 \text{ W/(m} \cdot \text{deg)}$ ;  
 $Pr = 0,71$ .

Obliczenie prędkości powietrza w przekroju  $F_n$

$$F_n = \left[ 1 - \frac{13,25}{63} \left( 1 + 2 \cdot \frac{24}{3} \cdot \frac{0,7}{13,25} \right) \right] \cdot 0,82 \cdot 0,82$$

$$F_n = 0,411 \text{ m}^2$$

$$w = \frac{32300}{1,092 \cdot 3600 \cdot 0,411} = 20 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{20 \cdot 0,003}{17,6 \cdot 10^{-6}} \quad Re = 3,4 \cdot 10^3$$

$$Nu = 0,104 (3,4 \cdot 10^3)^{0,72} \left( \frac{13,25}{3} \right)^{-0,54} \cdot \left( \frac{24}{3} \right)^{-0,14}$$

$$Nu = 12,1$$

$$\alpha = \frac{12,1 \cdot 0,0265}{0,003} \quad \alpha = 107 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$$

$$\alpha_z = 0,85 \cdot 107 \quad \alpha_z = 91 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}.$$

Obliczenie  $\alpha_{zc}$

Powierzchnie  $F_z$ ,  $F_r$  i  $F_{zc}$  określa się dla 1 m rury ożebrowanej.

Ilość żeber na 1 m rury  $n = \frac{1000}{3} = 333$  szt.

$$F_z = \frac{\pi}{4} (0,06125^2 - 0,001325^2) \cdot 2 \cdot 333 = 1,870$$

$$F_r = \pi \cdot 0,01325 (1 - 333 \cdot 0,0007) = 0,032$$

$$F_{zc} = 1,902 \text{ m}^2$$

$$m = \sqrt{\frac{2 \cdot 91}{45 \cdot 0,0007}} \quad m = 76 \frac{1}{m}$$

$$h' = \frac{0,06125 - 0,01325}{2} (1 + 0,35 \cdot 2,3 \log \frac{61,25}{13,25})$$

$$h' = 0,0368$$

$$m h' = 76 \cdot 0,0368$$

$$m h' = 2,8$$

$$\tanh(2,8) = 0,9926$$

$$E = \frac{0,8826}{2,8}; \quad E = 0,354$$

$$\alpha_{zc} = \frac{91}{1,902} (0,354 \cdot 1,87 + 0,032)$$

$$\alpha_{zc} = 33,3 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}.$$

12.2.63. Rozwiązać zadanie 12.2.62 przy założeniu przedstawionego układu rur w nagrzewnicy.

Odp.  $\alpha_z = 111 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$ ;  $\alpha_{zc} = 53,9 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$ .

12.2.64. Rozwiązać zadanie 12.2.62 przy założeniu żeber kwadratowych o wymiarach  $L = D = 61,25 \text{ mm}$  dla układów:

a) szeregowego, b) przestawionego.

Odp. a)  $\alpha_z = 84 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$ ; b)  $\alpha_z = 102 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$ ;

$\alpha_{zc} = 31 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$ ;  $\alpha_{zc} = 34,4 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$ .

#### Wymiana ciepła przy zmianie stanu skupienia

12.2.65. W kotle parowym płomienicowym o powierzchni ogrzewalnej  $F = 80 \text{ m}^2$  tworzy się para sucha nasycona przy ciśnieniu  $p_n = 9 \text{ bar}$ . Obliczyć ilość pary  $\dot{m}$  wytworzonej w kotle w czasie  $\tau = 1 \text{ godziny}$ , jeśli średnia temperatura na powierzchni ścianki wynosi  $t_w = 184^\circ\text{C}$ .

#### Rozwiązanie

Obliczenie ilości ciepła przejętego od powierzchni kotła w czasie  $\tau$ :

$$Q_o = F \cdot \alpha (t_o - t_s)$$

współczynnik  $\alpha$  określa się z zależności (12.20b)

$$\alpha = 45,8 \cdot 10^{0,5(184 - 179,88)^{2,33}}, \quad \alpha = 3900 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$$

$$\dot{m} = \frac{80 \cdot 3900 (184 - 179,88) \cdot 3600}{2015 \cdot 1000}, \quad \dot{m} = 2285 \text{ kg}$$

12.2.66. W zbiorniku o dużej objętości zachodzi wrzenie wody przy ciśnieniu  $p_n = 18 \text{ bar}$ . Określić współczynnik przejmowania ciepła, jeśli gęstość strumienia ciepła  $q = 350\,000 \text{ W/m}^2$ .

Obliczenia przeprowadzić za pomocą wzorów (12.20) i (12.20a) i wykazać rozbieżność obliczonych wartości w procentach.

#### Rozwiązanie

Obliczenie liczb kryterialnych występujących we wzorze (12.20). Właściwości fizyczne wody wrzącej i pary suchej nasyconej dla  $t_s$  przy ciśnieniu  $p = 19 \text{ bar}$ :

$$t_s = 209,75 \approx 200^\circ\text{C}; \quad \rho = 862,8 \text{ kg/m}^3; \quad c = 4,501 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{deg)}$$

$$\lambda = 0,665 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}; \quad \nu = 0,16 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}; \quad \text{Pr} = 0,95;$$

$$\rho'' = 9,549 \text{ kg/m}^3 \text{ (para)}; \quad r = 1901 \text{ J/kg}; \quad \beta = 376,5 \cdot 10^{-4} \text{ N/m}$$

$$l_x = \frac{4,501 \cdot 10^3 \cdot 862,8 \cdot 376,5 \cdot 10^{-4} (273 + 200)}{(1901 \cdot 10^3 \cdot 9,549)^2} = \frac{69,4 \cdot 10^6}{330}$$

$$l_x = 0,21 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$w_k = \frac{350 \ 000}{1,901 \cdot 10^3 \cdot 9,549}$$

$$w_k = 19,3 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{Re}_x = \frac{19,3 \cdot 10^{-3} \cdot 0,21 \cdot 10^{-6}}{0,16 \cdot 10^{-6}}$$

$$\text{Re}_x = 25,35 \cdot 10^{-3}$$

Ponieważ  $\text{Re}_x > 0,01$  przyjmuje się  $c = 0,125$  i  $n = 0,65$

$$\text{Nu}_x = 0,125 (0,02535)^{0,65} \cdot (0,95)^{1/3}$$

$$\text{Nu}_x = 0,0123$$

$$\alpha = \frac{0,0123 \cdot 0,665}{0,21 \cdot 10^{-6}}$$

$$\alpha = 35 \ 600 \text{ W/(m}^2\cdot\text{deg)}$$

Obliczenie  $\alpha$  wg wzoru (12.20a)

$$\alpha = 3,14 \cdot 19^{0,15} \cdot 350 \ 000^{0,7}$$

$$\alpha = 36 \ 800 \text{ W/(m}^2\cdot\text{deg)}$$

Różnica wyników wynosi 3,53%.

12.2.67. Parownik amoniakalny urządzenia chłodniczego o powierzchni  $F = 2,5 \text{ m}^2$  umieszczono w pomieszczeniu o temperaturze  $t_f$ . Określić temperaturę powierzchni parownika  $t_0$ , jeśli ilość ciepła pobieranego przez parownik w czasie  $\tau = 1$  godziny wynosiła  $Q_0 = 135 \text{ MJ}$  a temperatura wrzenia amoniaku  $t_s = -10^\circ\text{C}$ . Właściwości fizyczne amoniaku przy  $t_s = -10^\circ\text{C}$

$$\rho = 652 \text{ kg/m}^3; \quad c = 4,55 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{deg)}; \quad r = 1290 \text{ kJ/kg};$$

$$\lambda = 0,562 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}; \quad \rho'' = 2,39 \text{ kg/m}^3; \quad \nu = 2,64 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s};$$

$$\mu = 298 \cdot 10^{-4} \text{ N/m}; \quad \text{Pr} = 1,38.$$

Odp.  $t_0 = 5,7^\circ\text{C}.$

12.2.68. Obliczyć krytyczną: gęstość strumienia ciepła  $q_{kr}$ , różnicę temperatur  $\Delta t_{kr}$  i współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_{kr}$  dla warunków zadania 12.2.65.

Odp.  $q_{kr} = 27,9 \cdot 10^6 \text{ W/m}^2, \quad \Delta t_{kr} = 19,4^\circ\text{C}$   
 $\alpha_{kr} = 144 \text{ 000 W/(m}^2\cdot\text{deg)}.$

12.2.69. Na ściankach pionowych zamkniętego naczynia o wymiarach podstawy  $0,8 \times 1$  i wysokości  $H = 0,8 \text{ m}$  skrapla się para wodna przy ciśnieniu  $p_n = 1,3 \text{ bar}$ . Określić ilość ciepła  $Q_0$  przejętego od pary w czasie  $\tau = 1$  godziny, jeśli temperatura ścianki  $t_w = 120^\circ\text{C}$ .

Rozwiązanie

Na wstępie ustala się charakter spływu skroplin o czym decyduje różnica temperatur  $\Delta t = t_w - t_s$ .

Właściwości fizyczne skroplin dla  $t_e = 0,5 (t_w + t_s)$

$$t_e = 0,5(124,71 + 120) \quad t_e = 122,35^\circ\text{C}$$

$$\lambda = 0,685 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}; \quad \rho = 941,2 \text{ kg/m}^3; \quad \eta = 229,46 \cdot 10^{-6} \text{ Ns/m}^2$$

$$\nu = 0,24 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}; \quad c = 4,236 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{deg)}; \quad r = 2189 \text{ kJ/kg}$$

$$(\text{dla } t_s) \quad \text{Pr} = 1,4$$

Obliczenie krytycznej różnicy temperatur  $\Delta t_{kr}$  wg (12.23a)

$$\Delta t_{kr} = 395 \frac{2189}{4,236} \cdot \frac{1,4}{0,8} \cdot \sqrt{\frac{(0,24 \cdot 10^{-6})^2}{9,81}}$$

$$\Delta t_{kr} = 6,4^\circ\text{C} \quad \Delta t = 124,71 - 120 = 4,71^\circ\text{C}.$$

Ponieważ  $\Delta t < \Delta t_{kr}$  obliczenia współczynnika  $\alpha$  dokonuje się wg wzoru (12.22)

$$\alpha = 1,13 \cdot \sqrt[4]{\frac{0,685^3 \cdot 941,2^2 \cdot 2189 \cdot 10^3 \cdot 9,81}{229,46 \cdot 10^{-6} \cdot 4,71 \cdot 0,8}}$$

$$\alpha = 10\,350 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)},$$

$$Q_0 = 0,8 \cdot 3,6 \cdot 10350 \cdot 4,71 \cdot 3600,$$

$$Q_0 = 478 \text{ MJ}.$$

Sprawdzenie, czy spełniony jest warunek  $Re < Re_{kr}$ , dla którego słuszny jest wzór (12.22).

$$Re = \frac{10\,350 \cdot 4,71 \cdot 0,8}{229,46 \cdot 10^{-6} \cdot 2189 \cdot 10^3}$$

$$Re = 78,5 \quad Re < 100.$$

12.2.70. Na zewnętrznej powierzchni pionowych rur wymiennika ciepła zbudowanego z  $n = 30$  szt. rur o średnicy zewnętrznej  $d = 33,5$  mm i długości  $H = 1,2$  m skrapla się para wodna przy ciśnieniu  $p_n = 3$  bar. Określić:

- współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha$  przy różnicy temperatur między parą i ścianką  $\Delta t = \Delta t_{kr}$ ,

- ilość pary  $D$  wykroplonej na powierzchni rurek w czasie  $\tau = 1$  godziny.

$$\text{Odp. } \alpha = 10\,400 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}; \quad m = 2170 \text{ kg}.$$

12.2.71. W wymienniku paro-wodnym o pionowym układzie rurek podgrzewana jest woda w ilości  $\dot{m}_w = 5000$  kg/h. Powierzchnia wymiany ciepła składa się z  $n = 30$  szt. rurek o średnicy zewnętrznej  $d = 0,335$  i długości  $H = 1,2$  m. Obliczyć współczynnik przejmowania ciepła od skraplającej się pary, jeśli wymiennik zasilany jest parą o ciśnieniu  $p_n = 2,6$  bar a przyrost temperatury podgrzewanej wody  $\Delta t_w = 40^\circ\text{C}$ .

Rozwiązanie

Właściwości fizyczne skroplin określa się przy  $t_e = t_s = 139,87^\circ\text{C}$ ;  $t_e \approx 140^\circ\text{C}$ .

Określenie charakteru spływu skroplin na ścianie.

Wobec braku danych odnośnie temperatury ścianki  $t_w$  nie można określić charakteru spływu w zależności od  $\Delta t_{kr}$ . W tym

przypadku charakter spływu skroplin określa się w odniesieniu do  $Re$  obliczonego wg wzoru (12.23).

$$q = \frac{\dot{m}_w c \Delta t_w}{F}.$$

Wobec braku danych co do średniej temperatury wody przyjmuje się  $c = 4,187 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{deg})$

$$q = \frac{5000 \cdot 4,187 \cdot 10^3 \cdot 40}{3600 \cdot \pi \cdot 0,0335 \cdot 1,2 \cdot 30} = \frac{83,5 \cdot 10^6}{13,65 \cdot 10^3},$$

$$q = 61\,300 \text{ W/m}^2;$$

$$Re = \frac{61300 \cdot 1,2}{201,036 \cdot 10^{-6} \cdot 2145 \cdot 10^3}, \quad Re = 170,5.$$

Wobec tego, że  $Re > 100$  spływ skroplin nie ma charakteru czysto laminarnego, obliczenia  $\alpha$  dokonuje się wg wzoru (12.22a)

$$\alpha = 0,16 \cdot 0,684 \cdot \sqrt[3]{\frac{9,81 \cdot 1,23}{(0,212 \cdot 10^{-6})^2}} \cdot \frac{170,5}{170,5 - 100 + 63 \sqrt[3]{1,23}}$$

$$\alpha = 8760 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg}).$$

Obliczenia temperatury  $t_w$  dokonuje się z zależności:

$$q = \alpha(t_s - t_w),$$

$$t_w = 139,87 - \frac{61\,300}{8760}$$

$$t_w = 132,87^\circ\text{C}.$$

12.2.72. Obliczyć współczynnik przejmowania ciepła przy skraplaniu się pary o ciśnieniu  $p_n = 1,5 \text{ bar}$  na poziomej rurze o średnicy  $d = 60 \text{ mm}$  przy temperaturze ścianki  $t_w = 93^\circ\text{C}$ .

$$\text{Odp. } \alpha = 7550 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg}).$$

12.2.73. Powierzchnię grzejną wymiennika ciepła stanowi 7 rzędowy pęczek rur poziomych o średnicy zewnętrznej

$d = 33,5 \text{ mm}$  i układzie szeregowym. Wymiennik zasilany jest parą o ciśnieniu  $p_n = 1,9 \text{ bar}$ . Określić współczynnik przejmowania ciepła przy temperaturze ścianki  $t_w = 107,6^\circ\text{C}$  dla 7 rzędu  $\alpha_7$  oraz średni współczynnik dla całego pęczka  $\alpha$ .

Rozwiązanie

Obliczenia współczynnika przejmowania ciepła dla 7 rzędu  $\alpha_7$  dokonuje się wg wzoru (12.24a) po uprzednim obliczeniu  $\alpha_1$  wg wzoru (12.24) i odczytaniu współczynnika  $\varepsilon_n$  z wykresu rys.12.3.

Właściwości fizyczne skroplin określa się dla  $t_e = 0,5(132,4 + 107,6)$   $t_e = 120^\circ\text{C}$

$$\alpha_1 = 0,72 \cdot \sqrt[4]{\frac{0,65^3 \cdot 943,5^2 \cdot 2167 \cdot 10^3 \cdot 9,81}{235,2 \cdot 10^{-6} (132,4 - 107,6) \cdot 0,0335}}$$

$$\alpha_1 = 9500 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$$

$$\varepsilon_7 = 0,38$$

$$\alpha_7 = 0,38 \cdot 9500, \quad \alpha_7 = 3610 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}.$$

Średni współczynnik przejmowania ciepła dla pęczka:

$$\alpha = 0,65 \cdot 9500, \quad \alpha = 6170 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}.$$

12.2.74. Nawiązując do treści zadania 12.2.73 określić:

- współczynnik przejmowania ciepła pęczka rur  $\alpha'$  przy założeniu średnicy zewnętrznej rury  $d = 60 \text{ mm}$ ,
- współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_7$  i  $\alpha$  przy założeniu układu przestawionego.

Odp.  $\alpha' = 5340 \text{ W/m}^2$ ;  $\alpha_7 = 5900 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$ ;

$$\alpha = 7900 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}.$$

#### Wymiana ciepła przez promieniowanie

12.2.75. Określić widmowe natężenie promieniowania ciała doskonale czarnego  $E_{0\lambda}$  dla długości fali  $\lambda = 20 \cdot 10^{-6} \text{ m}$  przy temperaturze powierzchni  $t = 300^\circ\text{C}$ .

$$\text{Odp. } E_{0\lambda} = 32,7 \cdot 10^6 \text{ W/m}^3.$$



12.2.76. Nawiązując do zadania 12.2.75 określić ilokrotnie  $n$  zwiększy się widmowe natężenie promieniowania  $E_{0\lambda}$ , jeśli temperatura powierzchni wzrośnie do  $t = 800^{\circ}\text{C}$  oraz ile wynosić będzie dla tej temperatury widmowe natężenie promieniowania ciała szarego  $E_{\lambda}$ , dla którego stopień emisyjności  $\varepsilon_{\lambda} = 0,6$ .

Odp.  $n = 1,8$ ;  $E_{\lambda} = 35,4 \cdot 10^6 \text{ W/m}^2$ .

12.2.77. Określić ilość ciepła wypromieniowanego w czasie  $\tau = 1$  godziny z płyty stalowej o wymiarach  $3 \times 4 \text{ m}$  i temperaturze  $t = 500^{\circ}\text{C}$ .

Rozwiązanie

Ilość ciepła określa się z zależności:

$$Q_0 = E \cdot F \cdot \tau.$$

Gęstość strumienia  $E$  oblicza się z równania (12.27b).

Współczynnik emisyjności dla stali wg tablicy 17  $\varepsilon = 0,8$ .

$$E = 0,8 \cdot 5,67 \left( \frac{273 + 500}{100} \right)^4, \quad E = 16150 \text{ W/m}^2;$$

$$Q_0 = 16150 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3600; \quad Q_0 = 697 \text{ MJ}.$$

12.2.78. Obliczyć ilość ciepła wymienionego na drodze promieniowania w czasie  $\tau = 1$  godziny, między grzejnikiem płytowym stalowym o wymiarach  $0,8 \times 1 \text{ m}$  zainstalowanym w pomieszczeniu o wymiarach  $4 \times 5$  i wysokości  $3 \text{ m}$ , jeśli temperatura powierzchni grzejnika  $t_1 = 100^{\circ}\text{C}$  a otaczających powierzchni  $t_2 = 16^{\circ}\text{C}$ .

Rozwiązanie

Podany w zadaniu układ powierzchni wymieniających ciepło odpowiada układowi 2 wg tabl. 12.7, dla którego współczynniki konfiguracji oblicza się wg wzorów:

$$\varphi_{12} = 1, \quad \varphi_{21} = \frac{F_1}{F_2}.$$

Obliczenie strumienia ciepła na drodze promieniowania przeprowadza się wg równania (12.28) po uprzednim obliczeniu wartości  $\varepsilon_{12}$  wg wzoru (12.29)

$$\varphi_{21} = \frac{0,8 \cdot 1}{2 \cdot 4 \cdot 5 + 2 \cdot 4 \cdot 3 + 2 \cdot 5 \cdot 3} = 0,0085.$$

Stopień czarności ciał ustala się wg tabeli 17 dla grzejnika  $\varepsilon_1 = 0,8$  dla pomieszczenia  $\varepsilon_2 = 0,91$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{0,8} - 1\right) \cdot 1 + \left(\frac{1}{0,91} - 1\right) \cdot 0,0085},$$

$$\varepsilon_{12} = 0,8;$$

$$Q_{12} = 0,8 \cdot 5,67 \left[ \left( \frac{273 + 100}{100} \right)^4 - \left( \frac{273 + 16}{100} \right)^4 \right] \cdot 0,8 \cdot 1$$

$$Q_{12} = 447,5 \text{ W}$$

$$Q_0 = 447,5 \cdot 3600$$

$$Q_0 = 1,61 \text{ MJ.}$$

12.2.79. Obliczyć ile razy  $n$  zmniejszy się ilość ciepła wymienionego w drodze promieniowania, jeśli grzejnik w zadaniu 12.2.78 zostanie pomalowany farbą aluminiową  $\varepsilon = 0,3$ .

Odp.  $n = 2,67$ .

12.2.80. Przewód wodociągowy stalowy  $\varepsilon_1 = 0,75$  o średnicy zewnętrznej  $d_z = 101 \text{ mm}$  i długości  $l = 50 \text{ m}$  przeprowadzono przez pomieszczenie hali  $\varepsilon_2 = 0,85$ . Obliczyć ilość ciepła  $Q_0$  wymienionego na drodze promieniowania w czasie  $\tau = 1$  godziny, jeśli temperatura w pomieszczeniu hali  $t_f = 20^\circ\text{C}$  a zewnętrznej powierzchni rurociągu  $t_w = 10^\circ\text{C}$ .

Odp.  $Q_0 = 2,74 \text{ MJ.}$

12.2.81. Przewód parowy zaizolowany (pokryty warstwą gipsu) o średnicy zewnętrznej izolacji  $d = 250 \text{ mm}$  długości  $l = 100 \text{ m}$  przeprowadzono przez halę z tym, że na odcinku  $50 \text{ m}$  przewód prowadzony był w obudowie z cegły czerwonej o przekroju kwadratowym, którego bok  $a = 600 \text{ mm}$ . Określić straty ciepła przez promieniowanie na poszczególnych odcinkach przewodu, jeśli temperatura na powierzchni izolacji  $t_w = 50^\circ\text{C}$  a otoczenia  $t_f = 20^\circ\text{C}$ .

Odp.  $Q'_0 = 24,2 \text{ MJ}$  (w obudowie);  $Q''_0 = 24,7 \text{ MJ.}$

12.2.82. Obliczyć ilość ciepła wymienionego w czasie  $\tau = 1$  godziny na drodze promieniowania między dwoma powierzchniami cylindrycznymi zamkniętymi umieszczonymi osiowo jedna w drugiej, wysokość cylindra małego  $l_1 = 350$  mm, dużego  $l_2 = 380$  mm. Średnica zewnętrzna małego cylindra  $d_z = 100$  mm, dużego cylindra  $d_w = 130$  mm. Temperatura na zewnętrznej powierzchni cylindra małego  $t_1 = 100^\circ\text{C}$ , dużego  $t_2 = 20^\circ\text{C}$ . Obliczenia przeprowadzić dla przypadku, gdy obie powierzchnie będą wykonane:

- 1) ze srebra polerowanego  $\varepsilon = 0,02$ ; 2) stali  $\varepsilon = 0,8$ .

Odp. 1)  $Q_0 = 3,46$  kJ; 2)  $Q_0 = 304$  kJ.

12.2.83. Obliczyć ilość ciepła  $Q_0$  wymienionego w czasie  $\tau = 1$  godziny przez promieniowanie między sufitem a podłogą z klepki dębowej, w pomieszczeniu o wymiarach  $a = 3$  m,  $b = 6$  m i wysokość  $h = 2,5$  m. Temperatura sufitu  $t_1 = 35^\circ\text{C}$  i  $\varepsilon_1 = 0,91$  a podłogi  $t_2 = 20^\circ\text{C}$  i  $\varepsilon_2 = 0,895$ .

Rozwiązanie

Określenie współczynnika konfiguracji  $\varphi_{12}$ ,  $\varphi_{21}$ . Zakładając, że ściany pomieszczenia mają staranną i dobrą izolację można je uznać za nieprzewodzące ciepła. Współczynnik  $\varphi_{12}$  określa się z rysunku 12.5 wg linii 7, ponieważ stosunek boku prostokąta jest  $2:1$ . Dla  $\frac{a}{h} = \frac{3}{2,5} = 1,2$  odczytana wartość  $\varphi_{12} = 0,633$ . Opierając się na zależności (12.30)  $\varphi_{21} = \varphi_{12}$ :

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{0,91} - 1\right) \cdot 0,633 + \left(\frac{1}{0,895} - 1\right) \cdot 0,633},$$

$$\varepsilon_{12} = 0,876;$$

$$Q_0 = 0,876 \cdot 5,67 \left[ \left( \frac{273+35}{100} \right)^4 - \left( \frac{273+20}{100} \right)^4 \right] \cdot 3 \cdot 6 \cdot 3600$$

$$Q_0 = 5,79 \text{ MJ}.$$

12.2.84. Nawiązując do treści zadania 12.2.83 obliczyć ilość wymienionego ciepła przez promieniowanie w przypadku gdy pomieszczenie będzie miało kształt:

- a) kwadratu o tej samej powierzchni co prostokąt,  
b) koła o tej samej powierzchni co prostokąt.

Odp.

	a	b
$Q_0$ MJ	5,78	5,81

12.2.85. Nawiązując do treści zadania 12.2.81. określić straty ciepła przez promieniowanie, gdyby przewód zaizolowany zastąpiono nieizolowanym przewodem stalowym o tej samej średnicy ( $d = 250$  mm), jeśli temperatura powierzchni rurociągu  $t_w = 150^\circ\text{C}$ .

Odp.  $Q'_0 = 1,570$  GK (w obudowie);  $Q''_0 = 1,577$  GJ.

12.2.86. Obliczyć ilość ciepła wymienionego na drodze promieniowania w czasie  $\tau = 1$  godziny między powierzchnią prostokąta  $F_1 = 25$  cm<sup>2</sup> o temperaturze  $t_1 = 500^\circ\text{C}$  i  $\epsilon_1 = 0,776$  a równoległą do niej powierzchnią prostokąta o wymiarach  $a = 8$  m,  $b = 10$  m o  $t_2 = 20^\circ\text{C}$  i  $\epsilon_2 = 0,895$  oddalonych od siebie o  $h = 5$  m. Prostopadła wystawiona ze środka powierzchni  $F_1$  trafia w środek prostokąta o powierzchni  $F_2$ .

Rozwiązanie

Określenie współczynnika konfiguracji  $\varphi_{12}$ ,  $\varphi_{21}$

Wobec bardzo małej powierzchni  $F_1$  w porównaniu z  $F_2$  przyjęty w zadaniu układ powierzchni spełnia warunki układu 4 z tabeli 12.7. Prostokąt  $F_2$  dzieli się na 4 (cztery) mniejsze prostokąty, których jeden wierzchołek znajduje się w punkcie przebicia prostopadłej z powierzchnią  $F_2$ . Wartość współczynnika  $\varphi_{12}$  będzie sumą współczynników  $(\varphi_{12})_i$  dla każdego małego prostokąta. Ponieważ punkt przebicia leży w środku prostokąta, otrzymuje się 4 małe prostokąty o jednakowej powierzchni. Wymiary małego prostokąta  $L_1 = \frac{8}{2} = 4$  m,  $L_2 = \frac{10}{2} = 5$  m.

Posługując się wykresem podanym na rys.12.6 i wartościami  $\frac{h}{L_1} = \frac{5}{4} = 1,25$  oraz  $\frac{h}{L_2} = \frac{5}{5} = 1,0$  można określić wielkość współczynnika konfiguracji dla małego prostokąta  $(\varphi_{12})_i = 0,12$ . Współczynnik konfiguracji prostokąta o powierzchni  $F_2$ :

$$\varphi_{12} = 4 \cdot 0,12 = 0,48.$$

Współczynnik konfiguracji  $\varphi_{21}$  określa się z zależności (12.30)

$$\varphi_{21} = 0,48 \frac{25 \cdot 10^{-4}}{80}; \quad \varphi_{21} = 0,000015.$$

Zastępczy stopień czarności  $\epsilon_{12}$

$$\epsilon_{12} = \frac{1}{1 + \left( \frac{1}{0,776} - 1 \right) \cdot 0,48 + \left( \frac{1}{0,895} - 1 \right) \cdot 0,000015}$$

$$\epsilon_{12} = 0,877$$

Ilość ciepła wymienionego na drodze promieniowania

$$Q_0 = 0,877 \cdot 5,67 \left[ \left( \frac{273+500}{100} \right)^4 - \left( \frac{273+20}{100} \right)^4 \right] \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 3600$$

$$Q_0 = 158 \text{ kJ}.$$

12.2.87. Opierając się na treści zadania 12.2.86 określić ilość wymienionego ciepła w przypadku, gdy prosta prostopadła przechodząca przez środek powierzchni  $F_1$  przechodzi przez:

- a) wierzchołek prostokąta  $F_2$ ,
- b) punkt na powierzchni  $F_2$  położony w odległości 2 m od boku  $b$  i 3m od boku  $a$ .

$$\text{Odp. a) } Q_0 = 168 \text{ kJ; b) } Q_0 = 154 \text{ kJ}.$$

12.2.88. Określić zastępczy stopień czarności  $\epsilon_{12}$  między dwoma powierzchniami prostokątnymi prostopadłymi do siebie i tworzącymi wspólną krawędź. Wymiary powierzchni  $F_1$   $a = 3 \text{ m}$ ,  $b = 6 \text{ m}$  przy  $\epsilon_1 = 0,8$  natomiast powierzchni  $F_2$   $a' = 8 \text{ m}$ ,  $b' = 6 \text{ m}$  przy  $\epsilon_2 = 0,3$ .

$$\text{Odp. } \epsilon_{12} = 0,742.$$

12.2.89. Obliczyć ilość ciepła  $Q_0$  wymienionego przez promieniowanie w czasie  $\tau = 1$  godziny o godzinie  $9^{00}$  między ścianą budynku o wymiarach  $20 \times 50 \text{ m}$  skierowaną na południe, jeśli ściana wykonana jest z cegły a temperatura na jej powierzchni  $t_1 = 20^\circ\text{C}$ .

Rozwiązanie

Do obliczeń korzysta się z równania (12.34) po uprzednim ustaleniu z tabl.17  $\epsilon_1 = 0,93$ , z tabl.18  $a_1 = 0,70$  oraz z tabl.19  $E_s = 81 \text{ W/m}^2$ .

Powierzchnia  $F_1' = 20 \times 50 = 1000 \text{ m}^2$  w tym przypadku  $F_1 = F_1'$  ponieważ cała powierzchnia przejmuje promieniowanie słoneczne.

$$Q_0 = \left\{ 0,93 \cdot 5,67 \left[ \left( \frac{273+20}{100} \right)^4 - \left( \frac{230}{100} \right)^4 \right] \cdot 1000 - 0,7 \cdot 1000 \cdot 81 \right\} \cdot 3600$$

$$Q_0 = 667 \text{ MJ.}$$

12.2.90. Nawiązując do treści zadania 12.2.89 określić ilość ciepła wymienionego przez promieniowanie o godzinie 12<sup>00</sup>.

$$\text{Odp. } Q_0 = 265 \text{ MJ.}$$

12.2.91. Obliczyć ilość ciepła wymienionego w czasie  $\tau = 1$  godziny w drodze promieniowania między zbiornikiem stalowym pokrytym rdzą ustawionym na zewnątrz budynku a otoczeniem w jasny dzień o godz. 12<sup>00</sup>, jeśli temperatura powierzchni zbiornika  $t_1 = 25^\circ\text{C}$  a jego wymiary: średnica  $d_z = 6 \text{ m}$  wysokość  $h = 25 \text{ m}$ .

$$\text{Odp. } Q_0 = 38,8 \text{ MJ.}$$

12.2.92. W celu ograniczenia wymiany ciepła przez promieniowanie między stalową płytą o wymiarach  $a = 3 \text{ m}$ ,  $h = 5 \text{ m}$  (wysokość) i temperaturze  $t_1 = 300^\circ\text{C}$  a pomieszczeniem dużej hali której  $t_2 = 20^\circ\text{C}$  i  $\epsilon_2 = 0,85$ , zastosowano ekran składający się z 2 cienkich blach stalowych ocynkowanych (szarych). Obliczyć:

- ilość ciepła wymienionego w czasie  $\tau = 1$  godziny w drodze promieniowania bez zastosowania ekranu  $Q_0$ ,
- d i t t o przy zastosowaniu ekranu  $Q_{0e}$ ,
- temperaturę  $t_{3e}$  na powierzchni ostatniej płyty ekranu (licząc od powierzchni o temperaturze  $t_1$ ).

Rozwiązanie

Obliczenie  $Q_0$  wg równania (12.28)

Przyjmuje się układ z tabeli 12.7; z treści zadania wynika, że  $\frac{F_1}{F_2} \approx 0$ . Dla takiego układu

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1\right) \cdot 1} = \varepsilon_1,$$

$$Q_0 = 0,8 \cdot 5,67 \left[ \left( \frac{273+300}{100} \right)^4 - \left( \frac{273+20}{100} \right)^4 \right] \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3600,$$

$$Q_0 = 245 \text{ MJ.}$$

Ilość ciepła określa się z równania (12.28) po uprzednim obliczeniu  $\varepsilon_{12}$  w zależności (12.32):

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{\frac{1}{0,8+0,85^{-1}} + \left( \frac{1}{0,8+0,276^{-1}} \right) + \left( \frac{1}{0,276+0,276^{-1}} \right) + \left( \frac{1}{0,276+0,85^{-1}} \right)}$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{1,43 + 3,88 + 6,26 + 3,81},$$

$$\varepsilon_{12} = 0,065;$$

$$Q_{0e} = 0,065 \cdot 5,67 \left[ \left( \frac{273+300}{100} \right)^4 - \left( \frac{273+20}{100} \right)^4 \right] \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3600,$$

$$Q_{0e} = 18,37 \text{ MJ.}$$

Temperaturę  $t_{3e}$  określa się z porównania strumienia energii cieplnej wymienionej z otoczeniem przy zastosowaniu ekranu  $Q_e$  ze strumieniem ciepła wymienionego między powierzchnią ostatniego ekranu i otoczeniem  $Q_{3e-2}$

$$Q_e = Q_{3e-2},$$

$$Q_{3e-2} = \varepsilon_{3e-2} \cdot 5,67 \left[ \left( \frac{273+t_{3e}}{100} \right)^4 - \left( \frac{273+t_2}{100} \right)^4 \right] \cdot F$$

$\varepsilon_{3e-2}$  oblicza się ze wzoru (12.29) dla układu 1 z tablicy 12.7

$$\varepsilon_{3e-2} = \frac{1}{\frac{1}{0,276} + \frac{1}{0,85} - 1}, \quad \varepsilon_{3e-2} = 0,263;$$

$$Q_e = 0,065 \cdot 5,67 \left[ \left( \frac{273+300}{100} \right)^4 - \left( \frac{273+20}{100} \right)^4 \right] \cdot 3 \cdot 5$$

$$Q_e = 5520 \text{ W}$$

$$5520 = 0,263 \cdot 5,67 \left[ \left( \frac{273+t_{3e}}{100} \right)^4 - \left( \frac{273+20}{100} \right)^4 \right] \cdot 3 \cdot 5$$

$$t_{3e} = 167^{\circ}\text{C}.$$

12.2.93. Nawiązując do treści zadania 12.2.92 obliczyć przy jakiej ilości ekranów  $n$ , wykonanych z tego samego materiału co powierzchnia ściany, temperatura na powierzchni ostatniego ekranu osiągnie temperaturę  $t_n = 100^{\circ}\text{C}$ .

Odp.  $n = 12$  szt.

12.2.94. Określić całkowity współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha$  od poziomego przewodu stalowego  $\varepsilon_1 = 0,8$  o średnicy zewnętrznej  $d_z = 150$  mm podwieszono w hali, dla której  $\varepsilon_2 = 0,89$ . Temperatura powierzchni przewodu  $t_w = 100^{\circ}\text{C}$  a temperatura otoczenia  $t_f = 20^{\circ}\text{C}$ .

Rozwiązanie

Całkowity współczynnik przejmowania ciepła określa się z równania (12.35).

Obliczenie współczynnika przejmowania ciepła przez promieniowanie  $\alpha_p$ .

Gęstość strumienia ciepła przejmowanego przez promieniowanie  $q_{1-2}$  określa się z równania (12.28) po podzieleniu przez powierzchnię  $F$ .

Treść zadania wskazuje na układ z tablicy 12.7 przy  $\frac{F_1}{F_2} \approx 0$ .

Dla tego przypadku

$$\varepsilon_{1-2} = \varepsilon_1 = 0,8$$

$$q_{1-2} = 0,8 \cdot 5,67 \left[ \left( \frac{273+100}{100} \right)^4 - \left( \frac{273+20}{100} \right)^4 \right]$$

$$q_{12} = 540 \text{ W/m}^2$$

$$\alpha_p = \frac{540}{100 - 20}, \quad \alpha_p = 6,75 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}.$$

Obliczenie współczynnika przejmowania ciepła przez unoszenie  $\alpha_k$ .

Współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_k$  określa się wg równania (12.6):



$$t_e = 0,5(100+20) = 60^{\circ}\text{C},$$

$$G_r = \frac{9,81 \cdot 0,15^3 \cdot (100-20)}{(273+60) \cdot (19,4 \cdot 10^{-6})^2}$$

$$G_r = 21,2 \cdot 10^6$$

$$\text{Pr} \cdot \text{Gr} = 0,71 \cdot 21,2 \cdot 10^6$$

$$\text{Pr} \cdot \text{Gr} = 15,05 \cdot 10^6$$

$$\text{Nu} = 0,54(15,05 \cdot 10^6)^{1/4}$$

$$\text{Nu} = 33,6$$

$$\alpha_k = \frac{33,6 \cdot 0,0279}{0,15}$$

$$\alpha_k = 6,25 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg})$$

$$\alpha = 6,75 + 6,25,$$

$$\alpha = 13 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{deg}).$$

12.2.95. W nawiązaniu do treści zadania 12.2.92 określić całkowity współczynnik przejmowania ciepła dla przypadku:

- niestosowania ekranu  $\alpha'$  ( $t_1 = 300^{\circ}\text{C}$ ),

- stosowania ekranu  $\alpha''$  ( $t_1 = 100^{\circ}\text{C}$ ).

Odp.  $\alpha' = 24,1 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg})$ ,  $\alpha'' = 10,45 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg})$ .

12.2.96. Obliczyć całkowity współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha$  od zewnętrznej powierzchni ściany zewnętrznej  $\xi_1 = 0,93$  budynku, jeśli jej temperatura  $t_2 = -18,2^{\circ}\text{C}$ , temperatura otaczającego powietrza  $t_{f2} = -20^{\circ}\text{C}$  a średnia prędkość wiatru  $W = 6 \text{ m/s}$ .

Rozwiązanie

Współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_k$  oblicza się wg wzoru (12.6e)

$$\alpha_k = 7,34 \cdot 6^{0,656} + 3,78 \cdot e^{-1,91 \cdot 6},$$

$$\alpha_k = 23,8 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg}).$$

Współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_p$  oblicza się ze wzoru (12.75) po uprzednim obliczeniu  $Q_{12}$  wg wzoru (12.28)

$$q_{1-2} = 0,93 \cdot 5,67 \left[ \left( \frac{273-18,2}{100} \right)^4 - \left( \frac{273-20}{100} \right)^4 \right],$$

$$q_{1-2} = 6,58 \text{ W}/\text{m}^2;$$

$$\alpha_p = \frac{6,58}{18,2+20}, \quad \alpha_p = 3,66;$$

$$\alpha = 23,8 + 3,66, \quad \alpha = 27,46 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$$

12.2.97. Obliczyć całkowity współczynnik przejmowania ciepła dla wewnętrznej powierzchni ściany zewnętrznej  $\varepsilon_2 = 0,903$ , jeśli wewnętrzna temperatura wewnątrz pomieszczenia  $t_{f1} = 20^\circ\text{C}$ , a temperatura wewnętrznej powierzchni ściany  $\vartheta_1 = 15,5^\circ\text{C}$ . Zadanie rozwiązać przy założeniu, że  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$  oraz  $\frac{F_1}{F_2} \approx 1$ .

Odp.  $\alpha = 9,11 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$ .

12.2.98. Obliczyć średnią prędkość wiatru w omywającego zewnętrzną powierzchnię ściany zewnętrznej, jeśli pomiar temperatur wykazał:  $t_{f1} = 18^\circ\text{C}$ ,  $\vartheta_1 = 13,2^\circ\text{C}$ ,  $\vartheta_2 = -18^\circ\text{C}$ ,  $t_{f1} = -20^\circ\text{C}$ . W obliczeniach przyjąć dla wewnętrznej powierzchni  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,9$  i  $\frac{F_1}{F_2} \approx 1$  a dla zewnętrznej powierzchni  $\varepsilon_1 = 0,91$ .

Odp.  $w \approx 2,92 \text{ m/s}$ .

#### Przenikanie ciepła

12.2.99. Obliczyć ilość ciepła  $Q_0$  przenikającego w czasie  $\tau = 1$  godziny przez ściankę płaską jednowarstwową wykonaną z cegły wapienno-piaskowej  $\lambda = 0,93 \text{ W/(m} \cdot \text{deg)}$  grubości  $\delta = 24 \text{ cm}$  i wymiarach  $6 \times 2,5 \text{ m}$ , jeśli temperatura powietrza po jednej stronie wynosi  $t_1 = 20^\circ\text{C}$  a po drugiej  $t_2 = 20^\circ\text{C}$  a całkowity współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_1 = 8 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$  i  $\alpha_2 = 23 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}$ .

Odp.  $Q_0 = 5,07 \text{ MJ}$ .

12.2.100. W nawiązaniu do treści zadania 12.2.99 określić:

- temperatury na powierzchniach granicznych ścianki  $\vartheta_1$  i  $\vartheta_2$ ,
- temperaturę wewnątrz ścianki  $\vartheta_x$  na głębokości  $x=15 \text{ cm}$  w kierunku przepływu strumienia ciepła.

#### Rozwiązanie

Temperaturę na powierzchniach granicznych oblicza się z równania strumienia ciepła (12.36), (12.36a) lub (12.36b).

Opierając się na obliczonej w zadaniu 12.2.99 ilości ciepła  $Q_0$  określa się strumień ciepła:

$$Q = \frac{5\,070\,000}{3600}, \quad Q = 1410 \text{ W};$$

$$1410 = 8 \cdot 6 \cdot 2,5(20 - \vartheta_1); \quad \vartheta_1 = 8,23^\circ\text{C},$$

$$1410 = \frac{0,93}{0,24} \cdot 6 \cdot 2,5(8,23 - \vartheta_2); \quad \vartheta_2 = -16,0^\circ\text{C}.$$

Temperaturę  $\vartheta_x$  w odległości  $x = 15 \text{ cm}$  oblicza się z równania strumienia ciepła (12.36a)

$$1410 = \frac{0,93}{0,15} \cdot 6 \cdot 2,5(8,23 - \vartheta_x)$$

$$\vartheta_x = -6,93^\circ\text{C}.$$

12.2.101. Zbiornik stalowy o grubości ścianki  $\delta = 5 \text{ mm}$  wypełniony skroplinami o  $t_1 = 100^\circ\text{C}$  zaizolowano warstwą korka grubości  $\delta = 5 \text{ cm}$  ( $\lambda = 0,038 \text{ W/(m}\cdot\text{deg)}$ ). Obliczyć ilość ciepła  $Q_0$ , które w czasie  $\tau = 1$  godziny przenika przez  $F = 5 \text{ m}^2$  ścianki, jeśli temperatura w pomieszczeniu, w którym ustawiono zbiornik wynosi  $t_{f2} = 25^\circ\text{C}$  a całkowite współczynniki przejmowania ciepła po stronie skroplin  $\alpha_1 = 10 \text{ W/(m}^2\cdot\text{deg)}$  po stronie powietrza  $\alpha_2 = 6 \text{ W/(m}^2\cdot\text{deg)}$ .

Odp.  $Q_0 = 852 \text{ kJ}$ .

12.2.102. Przez kanał wentylacyjny wykonany z blachy stalowej o grubości ścianki  $\delta = 1,5 \text{ mm}$  przepływa powietrze o temperaturze  $t_{f1}$ . Kanał przebiega przez pomieszczenie o temperaturze  $t_{f2} = 30^\circ\text{C}$ . Obliczyć temperaturę powietrza  $t_{f1}$ , jeśli temperatura powierzchni zewnętrznej kanału  $\vartheta_2 = 25^\circ\text{C}$  a całkowite współczynniki przejmowania ciepła od powietrza płynącego w kanale  $\alpha_1 = 30 \text{ W/(m}^2\cdot\text{deg)}$  a od zewnętrznej powierzchni kanału  $\alpha_2 = 8 \text{ W/(m}^2\cdot\text{deg)}$ .

Odp.  $t_{f1} = 23,65^\circ\text{C}$ .

12.2.103. Po jednej stronie płaskiej ścianki miedzianej  $\delta = 3 \text{ mm}$  przepływa woda o średniej temperaturze  $t_{f1} = 5^\circ\text{C}$ . Po drugiej stronie przepływa czynnik chłodniczy o temperaturze  $t_{f2} = -10^\circ\text{C}$ . Średnia temperatura powierzchni ścianki po stro-

nie czynnika chłodniczego  $\vartheta_2 = -2^\circ\text{C}$  a współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_2 = 500 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg})$ . Określić:

- współczynnik przejmowania ciepła po stronie wody  $\alpha_1$ ,
  - temperaturę powierzchni ścianki po stronie wody  $\vartheta_1$ .
- Odp.  $\alpha_1 = 574 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg})$ ;  $\vartheta_1 = -1,97^\circ\text{C}$ .

12.2.104. Obliczyć współczynniki przenikania ciepła  $k_1$  dla przewodu rurowego wykonanego z winiduru  $\lambda_w = 0,15 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{deg})$  o średnicy zewnętrznej  $d_z = 100 \text{ mm}$  i grubości ścianki  $\delta_w = 10 \text{ mm}$ , jeśli całkowity współczynnik przejmowania ciepła po stronie wewnętrznej przewodu  $\alpha_1 = 380 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg})$  a po stronie zewnętrznej  $\alpha_2 = 800 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg})$ .

Odp.  $k_1 = 1,27 \text{ W}/\text{m}$ .

12.2.105. Obliczyć jednostkowy strumień ciepła  $q_1$ , gęstość strumienia  $q$  (odniesioną do wewnętrznej powierzchni przewodu) dla rurociągu stalowego o średnicy zewnętrznej  $d_z = 139 \text{ mm}$  i grubości  $\delta_s = 4,5 \text{ mm}$ , zaizolowanego watą szklaną  $\lambda_w = 0,037 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{deg})$  o grubości  $\delta_w = 50 \text{ mm}$ . Średnia temperatura płynów po obu stronach ścianki  $t_{f1} = 150^\circ\text{C}$  i  $t_{f2} = 20^\circ\text{C}$  a całkowite współczynniki przejmowania ciepła  $\alpha_1 = 1100 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg})$  i  $\alpha_2 = 15 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg})$ .

Rozwiązanie

Obliczenie  $q_1$  dokonuje się w oparciu o równanie (12.36d) po uprzednim określeniu  $k_1$  wg wzoru (12.37c):

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{1100 \cdot 0,130} + \frac{1}{2 \cdot 4,5} \ln \frac{139}{130} + \frac{1}{2 \cdot 0,037} \ln \frac{239}{139} + \frac{1}{15 \cdot 0,239}}$$

$$k_1 = 0,132 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{deg})$$

$$q_1 = 0,132 \cdot (150 - 20)$$

$$q_1 = 53,8 \text{ W}/\text{m}$$

Obliczenia  $q$  dokonuje się wg wzoru (12.2)

$$q = \frac{53,8}{\pi \cdot 0,13} \quad q = 132 \text{ W}/\text{m}^2$$

12.2.106. Nawiązując do treści zadania 12.2.105 określić:

- ilość straconego ciepła  $Q_0$  w czasie  $\tau = 1$  godziny przy długości przewodu  $l = 30 \text{ m}$ ,
- temperaturę na powierzchni zewnętrznej izolacji  $\vartheta_2$ ,

- współczynnik przenikania ciepła  $k$  W/(m<sup>2</sup>·deg) odniesiony do wewnętrznej powierzchni rurociągu.

Odp.  $Q_0 = 5,82$  MJ;  $t_2 = 24,8^\circ\text{C}$ ,  $k = 1,02$  W/(m<sup>2</sup>·deg).

12.2.107. W wymienniku przeponowym po jednej stronie ścianki płaskiej grubości  $\delta = 3$  mm przepływa ciecz o średniej temperaturze  $t_{f1} = 120^\circ\text{C}$  przy współczynniku przejmowania ciepła  $\alpha_1 = 3800$  W/(m<sup>2</sup>·deg), po drugiej stronie przepływa ciecz o średniej temperaturze  $t_{f2} = 40^\circ\text{C}$  przy współczynniku przejmowania ciepła  $\alpha_2 = 2500$  W/(m<sup>2</sup>·deg). Określić gęstość strumienia ciepła przenikającego w przypadku gdy ścianka będzie wykonana:

a) ze stali  $\lambda_s = 45$  W/(m·deg), b) z miedzi  $\lambda_m = 383$  W/(m·deg).

Odp. a)  $q_s = 109,8$  kW/m<sup>2</sup>; b)  $q_m = 119,5$  kW/m<sup>2</sup>.

12.2.108. Wewnątrz przewodu stalowego o średnicy wewnętrznej  $d_w = 27$  mm, grubości ścianki  $\delta = 3,25$  mm i temperaturze ścianki  $t_1 = 100^\circ\text{C}$  przepływa woda o średniej temperaturze  $t_{f1} = 120^\circ\text{C}$ . Prędkość przepływu wody wewnątrz przewodu  $w = 1$  m/s. Po zewnętrznej stronie przewodu przepływa woda o średniej temperaturze  $t_{f2}$ , i współczynniku przejmowania ciepła  $\alpha_2 = 4000$  W/(m<sup>2</sup>·deg). Określić:

- temperaturę wody przepływającej po zewnętrznej stronie przewodu  $t_{f2}$ ;

- współczynnik przenikania ciepła  $k_1$  W/(m·deg) (odniesiony do  $d_w$ );

- współczynnik przenikania ciepła  $k$  W/(m<sup>2</sup>·deg);

- współczynnik przenikania ciepła  $k'_1$  W/(m·deg) (odniesiony do  $d_w$ ), jeśli przewód po zewnętrznej stronie pokryje się warstwą kamienia kotłowego grubości  $\delta_k = 1$  mm,  $\lambda_k = 2$  W/(m·deg).

Odp.  $t_{f2} = 66,0^\circ\text{C}$ ;  $k_1 = 64$  W/(m·deg);

$k = 2370$  W/(m<sup>2</sup>·deg);  $k'_1 = 33,3$  W/(m·deg).

12.2.109. W wymienniku ciepła o konstrukcji jak na rys. 12.12 wewnątrz rurki miedzianej o średnicy zewnętrznej  $d_z = 42,25$  mm i  $\delta = 2$  mm przepływa woda o średniej tempe-

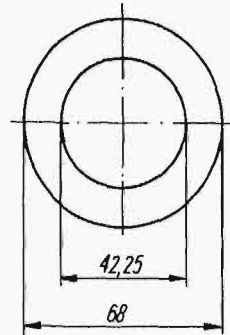
raturze  $t_{f1} = 100^{\circ}$  z prędkością  $w_1 = 1,5$  m/s. Po zewnętrznej stronie rurki przez przekrój pierścieniowy przepływa woda o średniej temperaturze  $t_{f2} = 60^{\circ}\text{C}$  z prędkością  $w_2 = 1$  m/s. Obliczyć współczynnik przenikania ciepła  $k_1$ .

Rozwiązanie

Współczynnik  $k_1$  określa się wg wzoru (12.37b) po uprzednim obliczeniu  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$ . Obliczenie liczb kryterialnych dla wody o  $t_{f1} = 100^{\circ}\text{C}$

$$\text{Re}_1 = \frac{1,5 \cdot 0,03825}{0,294 \cdot 10^{-6}},$$

$$\text{Re} = 195\ 000.$$



Rys. 12.12

Ponieważ  $\text{Re} > 10\ 000$  kryterium  $\text{Nu}$  określa się wg równania 3 z tabl. 12.2.

Dla określenia kryterium  $\text{Pr}_w$  zakłada się, że temperatura ścianki  $\vartheta_1 = 0,5(t_{f1} - t_{f2}) = 80^{\circ}\text{C}$

$$\text{Nu}_1 = 0,021 \cdot 195\ 000^{0,8} \cdot 1,75^{0,43} \left( \frac{1,75}{2,25} \right)^{0,25} \cdot 1$$

$$\text{Nu}_1 = 428;$$

$$\alpha_1 = \frac{428 \cdot 0,682}{0,03825}, \quad \alpha_1 = 7640 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}.$$

Obliczenie liczb kryterialnych dla wody o  $t_{f1} = 60^{\circ}\text{C}$ . Średnica zastępcza  $d_r$

$$d_r = 68 - 42,25, \quad d_r = 25,75 \text{ mm};$$

$$\text{Re}_2 = \frac{1 \cdot 0,02575}{0,478 \cdot 10^{-6}}, \quad \text{Re}_2 = 53\ 800.$$

Dla określenia kryterium  $\text{Pr}_w$  zakłada się  $\vartheta_2 = \vartheta_1 = 80^{\circ}\text{C}$

$$\text{Nu}_2 = 0,021 \cdot 53800^{0,8} \cdot 3^{0,43} \left( \frac{3}{2,25} \right)^{0,25}$$

$$\text{Nu}_2 = 225;$$

$$\alpha_2 = \frac{225 \cdot 0,658}{0,02575}, \quad \alpha_2 = 5750 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)};$$

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{7640 \cdot 0,03825} + \frac{1}{2 \cdot 383} \ln \frac{43,25}{38,25} + \frac{1}{5750 \cdot 0,04225}},$$

$$k_1 = 130,3 \text{ W/(m} \cdot \text{deg)}.$$

Sprawdzenie temperatury na powierzchniach ścianki  $\vartheta_1$  i  $\vartheta_2$ .

Obliczenia  $\vartheta_1$  i  $\vartheta_2$  dokonuje się opierając się na równaniach (12.36c) i (12.36) po obliczeniu strumienia ciepła wg równania (12.36d)

$$Q = 130,3 \cdot \pi \cdot 1(100 - 60), \quad Q = 16\,400 \text{ W}$$

$$16\,400 = 7640 \cdot \pi \cdot 0,03825(100 - \vartheta_1)$$

$$\vartheta_1 = 82,15^\circ\text{C}$$

$$16\,200 = 5600 \cdot \pi \cdot 0,04225(\vartheta_2 - 60)$$

$$\vartheta_2 = 81,50^\circ\text{C}.$$

Obliczone wartości temperatur  $\vartheta_1$  i  $\vartheta_2$  wykazują, że nie popełniono dużego błędu obliczając  $\vartheta_1 = \vartheta_2 = 0,5(t_{f1} + t_{f2}) = 80^\circ\text{C}$ .

12.2.110. Obliczyć współczynnik przenikania ciepła  $k_1$  od pary o ciśnieniu  $p_n = 7$  bar skraplającej się na zewnętrznej powierzchni poziomego miedzianego przewodu, do wody o średniej temperaturze  $t_{f2} = 100^\circ\text{C}$  przepływającej wewnątrz przewodu z prędkością  $w = 0,75$  m/s. Średnica zewnętrzna przewodu  $d_z = 60$  mm a grubość ścianki  $\delta = 3,75$  mm.

Rozwiązanie

Współczynnik  $k_1$  określa się wg wzoru (12.37b) po uprzednim obliczeniu  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$ .

Wobec braku danych w zadaniu co do temperatury ścianki  $t_w$ , zadanie rozwiązuje się po uprzednim określeniu strumienia ciepła metodą graficzną przy założeniu  $\vartheta_1 = \vartheta_2 = t_w$ . Takie założenie dopuszczalne jest tylko przy dużych wartościach  $\lambda$  materiału, z którego wykonana jest ścianka.

Metoda graficznego określenia strumienia ciepła polega na wykreśleniu w układzie współrzędnych ( $Q, t_w$ ) linii określających

zależność strumienia ciepła po stronie jednego  $Q_1 = f(t_w)$  i drugiego czynnika wymieniającego ciepło  $Q_2 = f(t_w)$ . Punkt przecięcia się tych linii określa strumień ciepła dla danego przypadku przenikania i szukaną temperaturę  $t_w$ . Równanie strumienia ciepła od strony pary

$$Q_1 = \alpha_1 \cdot \pi \cdot d_z \cdot l \cdot (t_s - t_w),$$

od strony wody

$$Q_2 = \alpha_2 \cdot \pi \cdot d_w \cdot l \cdot (t_w - t_f).$$

Określenie współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha_1$ .  
Temperatura nasycenia pary  $t_s = 170^\circ\text{C}$

$$\alpha_1 = 0,72 \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \cdot \rho^2 \cdot 2048 \cdot 10^3 \cdot 9,81}{\eta (170 - t_w) \cdot 0,06}}$$

Po uproszczeniu

$$\alpha_1 = 85 \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \cdot \rho^2}{\eta \cdot (170 - t_w)}}$$

Określenie współczynnika przejmowania ciepła  $\alpha_2$

$$\text{Re} = \frac{0,75 \cdot 0,0525}{0,294 \cdot 10^{-6}}, \quad \text{Re} = 133\,500.$$

Ponieważ  $\text{Re} > 10\,000$  współczynnik  $\alpha_2$  określa się wg równania 3 z tabeli 12.2

$$\alpha_2 = \frac{0,682}{0,0525} \cdot 0,021 \cdot 133\,500^{0,8} \cdot 1,75^{0,43} \left( \frac{1,75}{\text{Pr}_w} \right)^{0,25},$$

po uproszczeniu

$$\alpha_2 = 5010 \cdot \frac{1}{\text{Pr}_w^{0,25}},$$

$$Q_1 = 85 \cdot \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \rho^2}{\eta (170 - t_w)}} \cdot \pi \cdot 0,060 \cdot 1 \cdot (170 - t_w),$$



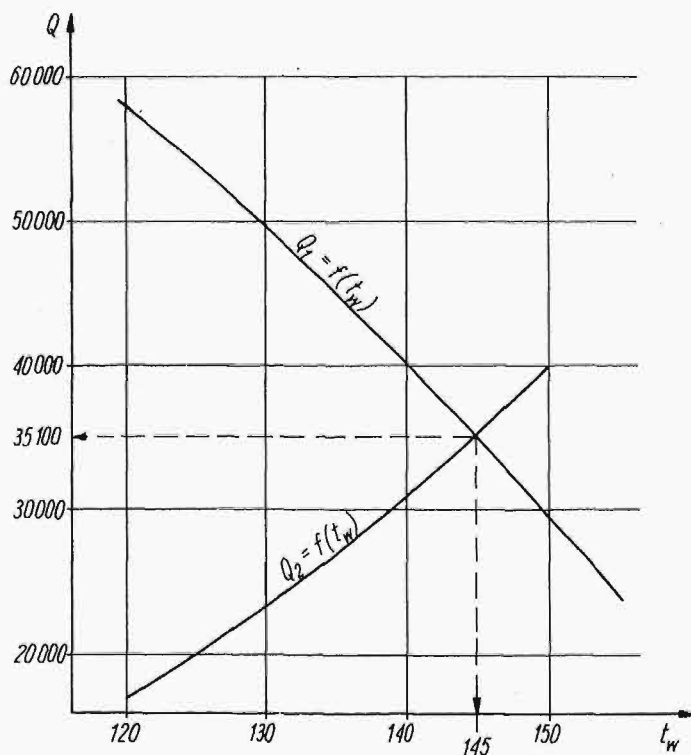
$$Q_1 = 16(170 - t_w) \cdot \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \cdot Q^2}{\eta(170 - t_w)}},$$

$$Q_2 = 5100 \cdot \frac{1}{Pr_w^{0,25}} \cdot \pi \cdot 0,0525 \cdot 1(t_w - 100),$$

$$Q_2 = 840 \frac{t_w - 100}{Pr_w^{0,25}}.$$

Zestawione w tabelce wyniki obliczeń naniesiono na wykres  
rys.12.13

$t_w$	120	130	140	150
$Q_1$	58 300	49 750	40 250	29 800
$Q_2$	16 800	23 500	31 900	40 300



Rys.12.13

Z wykresu rys. 12.13 odczytuje się temperaturę na powierzchni ścianki  $t_w = 145^\circ\text{C}$  i strumień ciepła  $Q = 35\,100\text{ W}$ . Znajac strumień ciepła  $Q$  określa się współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$ ;

$$\alpha_1 = \frac{35\,100}{(170 - 145) \cdot \pi \cdot 0,060 \cdot 1},$$

$$\alpha_1 = 7450\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg});$$

$$\alpha_2 = \frac{35\,100}{(145 - 100) \cdot \pi \cdot 0,0525 \cdot 1}$$

$$\alpha_2 = 4730\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg});$$

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{7450 \cdot 0,06} + \frac{1}{2,383} \ln \frac{0,060}{0,0525} + \frac{1}{4730 \cdot 0,0525}},$$

$$k_1 = 156\text{ W}/(\text{m} \cdot \text{deg}).$$

Wartość  $k_1$  można określić również ze wzoru (12.36d) znając  $Q$

$$k_1 = \frac{35\,100}{\pi \cdot (170 - 100)}$$

$$k_1 = 160\text{ W}/(\text{m} \cdot \text{deg}).$$

Obliczone wartości  $k_1$  są bardzo zbliżone do siebie.

12.2.111. Dla rury żebrowej o konstrukcji jak w zadaniu 12.2.57, przy średnicy wewnętrznej rury  $d_w = 68\text{ mm}$ , określić współczynnik przenikania ciepła odniesiony do gładkiej powierzchni ( $F_1$ )  $k'$  oraz do powierzchni ożebrowanej  $k''$ , jeśli współczynnik przejmowania ciepła od powierzchni gładkiej  $\alpha_1 = 4500\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg})$  a po stronie ożebrowanej  $\alpha_2 = \alpha_{z.c} = 10\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg})$ .

$$\text{Odp. } k' = 165,8\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg}); \quad k'' = 9,5\text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{deg}).$$

12.2.112. Obliczyć średnią różnicę temperatur między dwoma czynnikami wymieniającymi ciepło w wymienniku przeponowym dla układu współprądowego  $\Delta t_{wp}$  i przeciwprądowego  $\Delta t_{pp}$  dla temperatur  $t_1' = 120^\circ\text{C}$ ,  $t_1'' = 80^\circ\text{C}$ ,  $t_2' = 10^\circ\text{C}$ ,  $t_2'' = 70^\circ\text{C}$ .

$$\text{Odp. } \Delta t_{wp} = 89^\circ\text{C}; \quad \Delta t_{pp} = 59,5^\circ\text{C}.$$

12.2.113. Do podgrzewania wody zastosowano wymiennik o konstrukcji podanej na rys.12.12 wykonany z rur stalowych o średnicy zewnętrznej:  $d_{z1} = 48,25 \text{ mm}$  i  $\delta_1 = 3,5 \text{ mm}$  oraz  $d_{z2} = 101 \text{ mm}$  i  $\delta_2 = 4,25 \text{ mm}$ . Określić powierzchnię ogrzewalną wymiennika  $F_0$  i długość  $l$  rury o średnicy  $d_{z1}$ , jeśli przy zastosowaniu układu współprądowego w czasie  $\tau = 1$  godziny w wymienniku podgrzewa się  $m_2 = 9000 \text{ kg}$  wody, przepływającej przez przekrój między rurami. Woda podgrzewa się od  $t_2' = 10$  do  $t_2'' = 60^\circ\text{C}$ . Czynnikiem grzejnym jest woda przepływająca wewnątrz rury o  $d_{z1}$  oziębiająca się od  $t_1' = 110$  do  $t_1'' = 70^\circ\text{C}$ .

Rozwiązanie

Obliczenie średniej różnicy temperatur  $\Delta t_1$  między czynnikami wymieniającymi ciepło wg (12.40)

$$t_w = 110 - 10 = 100^\circ\text{C}; \quad t_m = 70 - 60 = 10^\circ\text{C};$$

$$t_1 = \frac{100 - 10}{2,3 \log \frac{100}{10}}, \quad t_1 = 39,1^\circ\text{C}.$$

Średnia temperatura czynnika grzejnego  $t_{f1}$

$$t_{f1} = \frac{110 + 70}{2}, \quad t_{f1} = 90^\circ\text{C}.$$

Średnia temperatura czynnika grzejnego  $t_{f2}$

$$t_{f2} = t_{f1} - \Delta t_1, \quad t_{f2} = 50,9^\circ\text{C}.$$

Obliczenie współczynnika przejmowania ciepła od czynnika grzejnego  $\alpha_1$

$$t_e = 90^\circ\text{C} \text{ zakłada się } t_w = t_1 = 80^\circ\text{C}.$$

Prędkość przepływu wody oblicza się ze wzoru

$$w_1 = \frac{m_2 \cdot c (t_2'' - t_2')}{c (t_1'' - t_1') \cdot \frac{\pi d_{w1}^2}{4} \cdot 3600 \cdot \rho_1},$$

$$w_1 = \frac{9000 \cdot 4,178(60 - 10)}{4,202(110-70) \cdot \frac{\pi \cdot 0,04125^2}{4} \cdot 3600 \cdot 965,3},$$

$$w_1 = 2,42 \text{ m/s};$$

$$Re_1 = \frac{2,42 \cdot 0,04125}{0,326 \cdot 10^{-6}}, \quad Re = 306 \ 000.$$

$\alpha_1$  określa się z tabl. (12.2)

$$Nu_1 = 0,021 \cdot (306 \ 000)^{0,8} \cdot (1,95)^{0,43} \left(\frac{1,95}{2,25}\right)^{0,25}$$

$$Nu_1 = 675$$

$$\alpha_1 = \frac{675 \cdot 0,678}{0,04125}, \quad \alpha_1 = 11 \ 100 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}.$$

Obliczenie współczynnika przejmowania ciepła przez czynnik grzejny  $\alpha_2$

$$t_e = 50,9^\circ\text{C} \quad \text{zakłada się} \quad t_w = t_2 = 90^\circ\text{C}$$

$$w_2 = \frac{9000}{988,1 \cdot \frac{\pi}{4} (0,0925^2 - 0,04825^2) \cdot 3600}$$

$$w_2 = 0,516 \text{ m/s}.$$

Średnica równania przekroju pierścieniowego

$$d_r = 0,0925 - 0,04825, \quad d_r = 0,04425 \text{ m};$$

$$Re_2 = \frac{0,516 \cdot 0,04425}{0,556 \cdot 10^{-6}}, \quad Re_2 = 41 \ 000;$$

$$Nu_2 = 0,021 \cdot (41 \ 000)^{0,8} \cdot (3,55)^{0,43} \left(\frac{3,55}{2,02}\right)^{0,25},$$

$$Nu_2 = 0,021 \cdot 4900 \cdot 1,725 \cdot 1,16,$$

$$Nu_2 = 205;$$

$$\alpha_2 = \frac{205 \cdot 0,647}{0,0925}, \quad \alpha_2 = 1440 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}.$$

Obliczenie współczynnika przenikania ciepła  $k_1$  wg (12.37b)

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{11 \cdot 100 \cdot 0,04125} + \frac{1}{2 \cdot 45} + 2,3 \log \frac{48,25}{41,25} + \frac{1}{1440 \cdot 0,04825}}$$

$$k_1 = 61 \text{ W/(m} \cdot \text{deg)};$$

$$k = \frac{61}{0,04825}$$

$$k = 1265 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{deg)}.$$

Obliczenie długości przewodu  $l$  wg (12.36d) i powierzchni  $F_0$  wg (12.36c).

Strumień ciepła wymienionego między czynnikami

$$Q = m_2 \cdot c \cdot (t_2'' - t_1') \frac{1}{3600},$$

$$Q = 9000 \cdot 4,202 \cdot 10^3 (60 - 10) \frac{1}{3600},$$

$$Q = 526 \ 000 \text{ W};$$

$$l = \frac{526 \ 000}{61 \cdot \pi \cdot 39,1}, \quad l = 70,25 \text{ m};$$

$$F_0 = \frac{526 \ 000}{1265 \cdot 39,1}, \quad F_0 = 10,62 \text{ m}^2.$$

Sprawdzenie temperatury  $\vartheta_1$  i  $\vartheta_2$

$$\vartheta_1 = 90 - \frac{526 \ 000}{11 \cdot 100 \cdot 10,62} = 85,55^\circ\text{C},$$

$$\vartheta_2 = 50,9 + \frac{526 \ 000}{1440 \cdot 9,1} = 91^\circ\text{C}.$$

12.2.114. Rozwiązać zadanie 12.2.113 przy założeniu układu przeciwprądowego.

$$\text{Odp. } l = 43 \text{ m}; \quad F_0 = 6,5 \text{ m}^2.$$

12.2.115. W instalacji centralnego ogrzewania do podgrzewania wody zastosowano wymiennik o konstrukcji jak w zadaniu 12.2.33. Zakładając układ przeciwprądowy, temperatura wody grzejnej płynącej wewnątrz rurek  $d_z = 16,75 \text{ mm}$ ,  $t_1' = 150^\circ\text{C}$ ,  $t_1'' = 80^\circ\text{C}$ , temperatura wody grzanej  $t_2' = 70^\circ\text{C}$ ,  $t_2'' = 95^\circ\text{C}$ . Obliczyć powierzchnię ogrzewalną wymiennika  $F_0$ , jeśli straty ciepła budynku w czasie 1 godziny wynoszą  $Q_0 = 200 \text{ MJ}$ .  
Odp.  $F_0 = 2,02 \text{ m}^2$ .

12.2.116. Rozwiązać zadanie 12.2.115 przy założeniu, że woda grzana przepływa wewnątrz rurek a czynnikiem grzejącym jest para wodna przy ciśnieniu  $p_n = 3,8$  bar. Obliczenia przeprowadzić dla poziomego położenia wymiennika.

Rozwiązanie

Średnia różnica temperatur  $\Delta t_1$

$$\Delta t_1 = \frac{80,31 - 55,31}{2,3 \log \frac{80,31}{55,31}}; \quad \Delta t_1 = 67,1^\circ\text{C}.$$

Średnia temperatura czynników nośnych ciepła

$$t'_{f_1} = t_s = 150,31^\circ\text{C},$$

$$t_{f_2} = 83,21^\circ\text{C}.$$

Wobec braku danych o temperaturze na powierzchni rurki  $\vartheta_1$  i  $\vartheta_2$ . Zadanie rozwiązuje się drogą graficznego określenia jednostkowego strumienia ciepła  $q_1$  przy  $\vartheta_1 = \vartheta_2 = t_w$  wg której oblicza się powierzchnię wymiennika  $F_0$ :

$$F_0 = \frac{Q_0 \pi d_z}{3600 \cdot q_1}.$$

Określenie zależności  $\alpha_1 = f(t_w)$  i  $\alpha_2 = f(t_w)$ . Współczynnik  $\alpha_1$  określa się ze wzoru (12.24b) obliczając  $\alpha$  ze wzoru (12.24) i oznaczając  $\varepsilon = 0,96$  z wykresu rys.12.4 dla układu przedstawionego

$$\alpha_1 = 0,96 \cdot 0,72 \cdot \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \cdot \varrho^2 \cdot 2747 \cdot 10^3 \cdot 9,81}{\eta (150,31 - t_w) \cdot 0,01675}},$$

$$\alpha_1 = 139 \cdot \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \cdot \varrho^2}{\eta (150,31 - t_w)}}.$$

Obliczenie kryterium  $Re_2$

$$t_c = t_{f_2} = 83,21^\circ\text{C};$$

$$w_2 = \frac{200\ 000\ 000}{3600 \cdot 969,9 \cdot 4,196 \cdot 10^3 (95-70)7 \cdot \frac{\pi \cdot 0,01225^2}{4}},$$

$$w_2 = 0,6625 \text{ m/s};$$

$$Re_2 = \frac{0,6625 \cdot 0,01225}{0,349 \cdot 10^{-6}}, \quad Re_2 = 23\ 250;$$

$$\alpha_2 = \frac{0,675}{0,01225} \cdot 0,021 \cdot 23250^{0,8} \cdot 2,13^{0,43} \left( \frac{2,13}{Pr_w} \right)^{0,25},$$

$$\alpha_2 = 55,1 \cdot 0,021 \cdot 3115 \cdot 1,19 \cdot 1,21 \cdot \frac{1}{Pr_w^{0,25}},$$

$$\alpha_2 = 5190 \cdot \frac{1}{Pr_w^{0,25}};$$

$$q_1 = \pi \cdot 0,01675 (150,31 - t_w) 139 \cdot \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \cdot \varrho^2}{\eta (150,31 - t_w)}}$$

$$q_1 = 7,3 (150,31 - t_w) \cdot \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 \cdot \varrho^2}{\eta (150,31 - t_w)}};$$

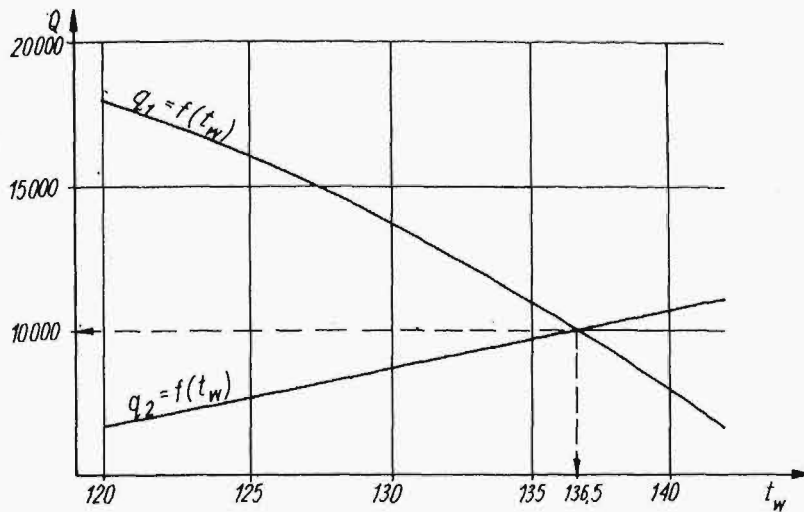
$$q_2 = \pi \cdot 0,01225 (t_w - 83,21) 5190 \frac{1}{Pr_w^{0,25}},$$

$$q_2 = 199 \frac{t_w - 83,21}{Pr_w^{0,25}}.$$

Zakładając  $t_w$  oblicza się  $q_1$  i  $q_2$

$t_w$	120	130	140
$q_1$	18000	13430	8180
$q_2$	6680	8660	10700

Z wykresu podanego na rys.12.14 w miejscu przecięcia się linii  $q_1 = f(t_w)$  odczytuje się strumień ciepła  $q_1 = 10\ 000\text{ W/m}$  i temperaturę  $t_w = 136,5^\circ\text{C}$ .



Rys.12.14

Powierzchnia  $F_o$  będzie równa:

$$F_o = \frac{200 \cdot 10^6 \cdot \pi \cdot 0,01675}{3600 \cdot 10\ 000},$$

$$F_o = 0,292\text{ m}^2.$$