5 PRZEMIANY CHARAKTERYSTYCZNE GAZÓW DOSKONAŁYCH I PÓŁDOSKONAŁYCH

5.1. PODSTAWY TEORETYCZNE

Podstawowymi przemianami termodynamicznymi są:

- przemiana izochoryczna, gdy objętość nie ulega zmianie;
- przemiana izobaryczna, gdy ciśnienie ma wartość stałą;
- przemiana adiabatyczna, gdy czynnik nie wymienia ciepła z otoczeniem;
- przemiana politropowa przebiegająca przy stałej wartości ciepła właściwego;
- zjawisko dławienia, gdy rozprężający się czynnik nie wykonuje pracy.

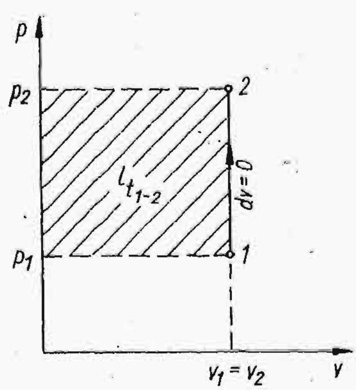
P r z e m i a n a   i z o c h o r y c z n a

Na wykresie p-v (rys.5.1) przemianę izochoryczną opisuje prosta równoległa do osi rzędnej. Równanie tej prostej (izochory) wyraża zależność

$$v = \text{const}, \qquad (5.1a)$$

czyli

$$dv = 0 \qquad (5.1b)$$



Rys.5.1

Podstawowe równanie przemiany izochorycznej ma postać

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}. \qquad (5.2)$$

Ilość pracy bezwzględnej wynika z wzoru definicyjnego:

$$dl = p\,dv,$$

czyli

$$dl = 0$$

lub

$$l_{1-2} = 0. \tag{5.3}$$

Praca techniczna w tej przemianie wynosi:

$$dl_t = - vdp$$

$$l_{t_{1-2}} = v(p_1 - p_2) \tag{5.4a}$$

lub

$$L_{t_{1-2}} = mv(p_1 - p_2) = V(p_1 - p_2). \tag{5.4b}$$

Ciepło przemiany obliczyć można z pierwszego równania termodynamiki

$$dq = du + pdv ,$$

wobec

$$dv = 0$$

$$dq = du ,$$

skąd

$$q_{1-2} = u_2 - u_1 \tag{5.5a}$$

bądź

$$Q_{1-2} = m(u_2 - u_1) = U_2 - U_1. \tag{5.5b}$$

Wyrażając ciepło przemiany w funkcji podstawowych parametrów stanu gazu można napisać:

$$\Delta u_{1-2} = q_{1-2} = c_v(T_2 - T_1) = c_v \cdot T_1\left(\frac{p_2}{p_1} - 1\right), \tag{5.6a}$$

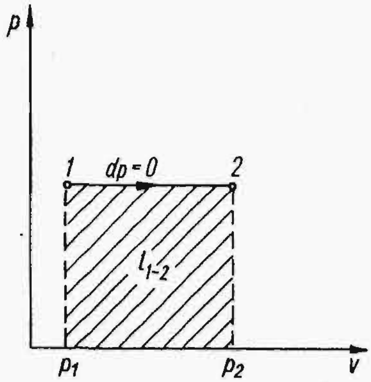
$$\Delta U_{1-2} = Q_{1-2} = mc_v(T_2 - T_1) = mc_v \cdot T_1\left(\frac{p_2}{p_1} - 1\right). \tag{5.6b}$$

P r z e m i a n a   i z o b a r y c z n a

Na wykresie p-v (rys.5.2) przemianę izobaryczną opisuje prosta równoległa do osi odciętych. Równanie tej prostej (izobary) ma postać:

$$p = \mathrm{const}, \qquad (5.7)$$

czyli $dp = 0$.



Rys.5.2

Z równania stanu gazu dla przemiany izobarycznej wynika zależność:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}. \qquad (5.8)$$

Zgodnie z definicyjnym wzorem pracy bezwzględnej:

$$dl = pdv,$$

skąd

$$l_{1-2} = p(v_2 - v_1) \qquad (5.9a)$$

lub

$$L_{1-2} = mp(v_2 - v_1) = p(V_2 - V_1). \qquad (5.9b)$$

Praca techniczna określona jest wzorem:

$$dl_t = - v\,dp,$$

więc

$$dl_t = 0,$$

czyli

$$l_{t1-2} = 0. \qquad (5.10)$$

Ilość ciepła przemiany oblicza się z pierwszego równania termodynamiki w jego drugiej postaci:

$$dq = di - v\,dp,$$

więc

$$dq = di$$

$$q_{1-2} = i_2 - i_1, \qquad (5.11a)$$

lub

$$Q_{1-2} = m(i_2 - i_1) = I_2 - I_1. \qquad (5.11b)$$

Ciepło przemiany można też obliczyć z zależności:

$$dq = c_p \, dT,$$

więc

$$q_{1-2} = c_p(T_2 - T_1) \qquad (5.12a)$$

lub

$$Q_{1-2} = mc_p(T_2 - T_1). \qquad (5.12b)$$

Korzystając z zależności (5.8) można napisać

$$q_{1-2} = c_p \, T_1\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right), \qquad (5.13a)$$

$$Q_{1-2} = m \, c_p \, T_1\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right). \qquad (5.13b)$$

Często w technice stosuje się pojęcie tzw. pracy użytecznej. Praca ta jest równa różnicy pracy bezwzględnej wykonanej przez czynnik znajdujący się w cylindrze pod tłokiem i pracy przetłaczania gazu przez zewnętrzną powierzchnię tłoka.
Praca przetłaczania przy $p = b = const$ wynosi:

$$L_{p1-2} = b(V_2 - V_1). \qquad (5.14)$$

Zatem praca użyteczna

$$Lu_{1-2} = L_{1-2} - L_{p1-2} = \int_{V_1}^{V_2} pdV - b(V_2 - V_1), \qquad (5.15a)$$

$$Lu_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} (p-b)dV, \qquad (5.15b)$$

gdzie: b - ciśnienie barometryczne (otoczenia).

P r z e m i a n a   i z o t e r m i c z n a

Równanie definicyjne przemiany izotermicznej ma postać:

$$dT = 0,$$

więc

$$T = \text{const}.$$

Z równania stanu gazu w tym przypadku wynika:

$$p \cdot V = \text{const} \tag{5.16}$$

lub

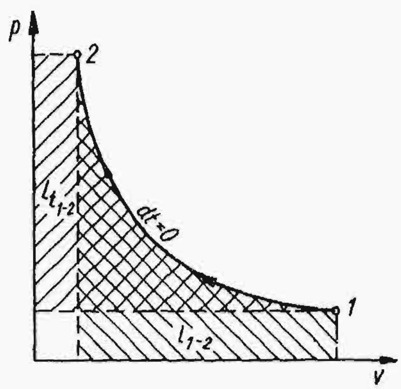
$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1}. \tag{5.17}$$

Zależność (5.16) opisuje prawo Boyle'a-Mariotte'a, a równocześnie w układzie p-v przedstawia rodzinę hiperbol równobocznych - izoterm (rys.5.3).

Pracę bezwzględną gazu doskonałego obliczyć można ze wzorów:

$$l_{1-2} = RT \ln \frac{v_2}{v_1}, \tag{5.18a}$$

$$l_{1-2} = RT \ln \frac{p_1}{p_2}, \tag{5.18b}$$



Rys.5.3

$$l_{1-2} = p_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1}, \tag{5.18c}$$

$$l_{1-2} = p_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2}. \tag{5.18d}$$

Jeżeli w procesie bierze udział m kg czynnika, to

$$L_{1-2} = m\, l_{1-2};$$

wtedy wzory (5.18c) i (5.18d) można przedstawić w postaci:

$$L_{1-2} = p_1 V_1 \ln \frac{v_2}{v_1}, \tag{5.18e}$$

$$L_{1-2} = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}. \tag{5.18f}$$

Pracę techniczną można obliczyć w sposób analogiczny. Ponieważ z pierwszego równania termodynamiki w jego obu postaciach wynika, że:

$$dq = c_v\ dT + dl$$

$$dq = c_p\ dT + dl_t$$

wobec

$$dT = 0$$

otrzymuje się

$$dl_t = dl = dq$$

oraz

$$l_{t_{1-2}} = l_{1-2} = q_{1-2}. \qquad (5.19)$$

Zmianę entalpii oraz energii wewnętrznej gazu oblicza się z zależności:

$$di = c_p\ dT,$$

$$du = c_v\ dT.$$

W przemianie izotermicznej $dT = 0$, więc można napisać

$$di = du = 0, \qquad (5.20)$$

czyli

$$\Delta i_{1-2} = \Delta u_{1-2} = 0 \qquad (5.20a)$$

oraz

$$i = const,$$

$$u = const.$$

Logarytm naturalny występujący we wzorach (5.18) zamienia się na dziesiętny korzystając z zależności:

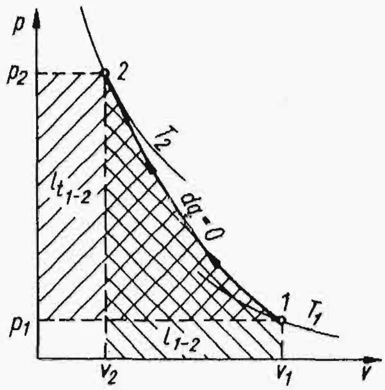
$$\ln x = 2,303\ \lg x.$$

P r z e m i a n a   a d i a b a t y c z n a

Przemiana adiabatyczna zachodzi wówczas, gdy zmiana od stanu początkowego do końcowego odbywa się bez wymiany ciepła pomiędzy gazem a źródłem ciepła. Równanie adiabaty w układzie p-v (rys.5.4) przy stałym cieple właściwym ma postać:

$$pv^k = \text{const}, \qquad (5.21)$$

gdzie: $k = \frac{c_p}{c_v}$ – wykładnik adiabaty.



Rys.5.4

Zależność pomiędzy początkowymi a końcowymi parametrami określają równania wynikające ze wzoru (5.21) oraz z równania stanu gazu:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^k \qquad (5.22a)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}, \qquad (5.22b)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \qquad (5.22c)$$

Pracę przemiany 1 kg gazu oblicza się ze wzorów:

$$l_{1-2} = \frac{1}{k-1}\,(p_1 v_1 - p_2 v_2), \qquad (5.23a)$$

$$l_{1-2} = \frac{p_1\,v_1}{k-1}\left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}\right], \qquad (5.23b)$$

$$l_{1-2} = \frac{R}{k-1}\,(T_1 - T_2), \qquad (5.23c)$$

$$l_{1-2} = \frac{p_1\,v_1}{k-1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]. \qquad (5.23d)$$

Przy obliczaniu pracy przemiany wykonanej przez m kg gazu we wzorach (5.23a,b,d) należy zamienić objętość właściwą v na całkowitą objętość V lub mnożyć wartość l_{1-2} przez m, tak jak w przypadku wzoru 5.23c:

$$L_{1-2} = \frac{m\,R}{k-1}\,(T_1 - T_2)\,. \tag{5.24}$$

Pracę techniczną oblicza się z pierwszego równania termodynamiki, w którym w przemianie adiabatycznej $dq = 0$:

$$\Delta u_{1-2} = c_v(T_2 - T_1) = -\,l_{1-2}, \tag{5.25a}$$

$$\Delta i_{1-2} = c_p(T_2 - T_1) = -\,l_{t_{1-2}}. \tag{5.25b}$$

Dzieląc stronami otrzymuje się

$$\frac{l_{t_{1-2}}}{l_{1-2}} = \frac{c_p}{c_v} = k,$$

skąd

$$l_{t_{1-1}} = k l_{1-2}. \tag{5.26}$$

Z przytoczonych wzorów jest widoczne, że zarówno praca bezwzględna jak i techniczna wykonywane są kosztem zmniejszania energii wewnętrznej czynnika, tzn. że przy rozprężaniu adiabatycznym temperatura gazu maleje.

P r z e m i a n a   p o l i t r o p o w a

Definicyjne równanie przemiany politropowej ma postać:

$$p\,v^{z} = \mathrm{const} \tag{5.27a}$$

lub

$$p^{\frac{1}{z}}\,v = \mathrm{const}, \tag{5.27b}$$

przy czym z - wykładnik politropy wynosi:

$$z = \frac{c - c_p}{c - c_v}; \tag{5.28a}$$

z równania tego wynika, że

$$c = c_v \frac{z - k}{z - 1}. \qquad (5.28b)$$

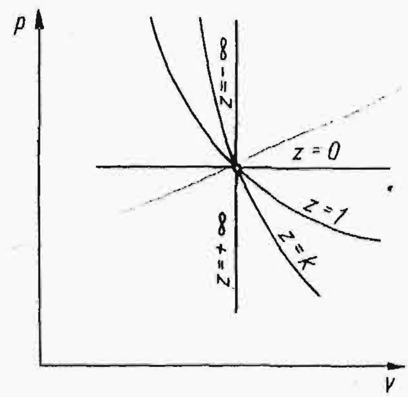
Dla przemiany politropowej obowiązują wszystkie zależności wyprowadzone dla adiabaty, jeżeli w miejsce wykładnika k wstawi się wykładnik politropy z.

Z równania politropy wyprowadzić można wszystkie poprzednio omówione równania przemian, jeżeli dla każdej z przemian wykładnik politropy obliczony zostanie ze wzoru (5.28a) po podstawieniu odpowiedniej wartości ciepła właściwego przemiany.

Tak więc dla:

izochory $c = c_v$; $z = \infty$; $p^0 v = v = \text{const}$;
izobary $c = c_p$; $z = 0$; $p v^0 = p = \text{const}$;
izotermy $c = \infty$; $z = 1$; $p v^1 = pv = \text{const}$;
adiabaty $c = 0$; $z = k$; $pv^k = \text{const}$.

Ponieważ wartość ciepła właściwego c może ulegać zmianie, co pociąga za sobą zmianę wartości wykładnika politropy, krzywa przemiany w układzie p-v może przebiegać rozmaicie (rys.5.5).



Rys.5.5

Przy procesie rozprężania gazu wyszczególnia się następujące przypadki:

- $z < 1$ ciepło jest doprowadzane ($q_{1-2} > 0$), energia wewnętrzna czynnika rośnie ($\Delta u_{1-2} > 0$);
- $k > z > 1$ ciepło jest doprowadzane ($q_{1-2} < 0$), energia wewnętrzna czynnika maleje ($\Delta u_{1-2} < 0$);
- $z > k$ ciepło jest doprowadzane ($q_{1-2} < 0$), energia wewnętrzna czynnika maleje ($\Delta u_{1-2} < 0$).

Przy procesie sprężania odpowiednio można napisać:

gdy $z < 1$, to $q_{1-2} < 0$ oraz $\Delta u_{1-2} < 0$;
gdy $k > z > 1$, to $q_{1-2} < 0$ oraz $\Delta u_{1-2} > 0$;
gdy $z > k$, to $q_{1-2} > 0$ oraz $\Delta u_{1-2} > 0$.

Zależności pomiędzy początkowymi i końcowymi parametrami określają równania:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^z, \tag{5.29a}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{z-1}, \tag{5.29b}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{z-1}{z}}. \tag{5.29c}$$

Pracę 1 kg masy gazu w procesie politropowym określają równania:

$$l_{1-2} = \frac{1}{z-1}(p_1v_1 - p_2v_2), \tag{5.30a}$$

$$l_{1-2} = \frac{p_1v_1}{z-1}\left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{z-1}\right], \tag{5.30b}$$

$$l_{1-2} = \frac{R}{z-1}(T_1 - T_2), \tag{5.30c}$$

$$l_{1-2} = \frac{p_1v_1}{z-1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{z-1}{z}}.\right] \tag{5.30d}$$

Jeżeli ilość ciepła przemiany jest znana, to praca bezwzględna może być obliczona wg wzoru:

$$l_{1-2} = \frac{k-1}{k-z}\, q_{1-2}. \tag{5.30e}$$

Przy obliczaniu pracy przemiany wykonanej przez m kg gazu we wzorach (5.30a,b,d) należy zamienić objętość właściwą v na objętość całkowitą V lub mnożyć wartość l_{1-2} przez m tak, jak w przypadku wzoru (5.30c) i (5.30e)

$$L_{1-2} = m\,\frac{R}{z-1}(T_1 - T_2) \tag{5.31a}$$

oraz

$$L_{1-2} = m\left(\frac{k-1}{k-z}\cdot q_{1-2}\right) = \frac{k-1}{k-z}\, Q_{1-2}. \tag{5.31b}$$

Praca techniczna podobnie jak dla przemiany adiabatycznej:

$$l_{t1-2} = z l_{1-2}. \tag{5.32}$$

Ciepło przemiany wynosi:

$$q_{1-2} = c(T_2 - T_1) = c_v \frac{z-k}{z-1}(T_2 - T_1), \tag{5.33a}$$

$$Q_{1-2} = m\, c(T_2 - T_1) = m\, c_v \frac{z-k}{z-1}(T_2 - T_1), \tag{5.33b}$$

$$Q_{1-2} = L_{1-2} \frac{k-z}{k-1}. \tag{5.33c}$$

Zmianę energii wewnętrznej gazu wyraża zależność:

$$\Delta u_{1-2} = c_v(T_2 - T_1) = \frac{z-1}{z-k} q_{1-2}. \tag{5.34}$$

5.2. ZADANIA

5.2.1. W zamkniętym zbiorniku o pojemności $V = 1{,}2\ m^3$ znajduje się powietrze o ciśnieniu $p_1 = 0{,}6\ MN/m^2$ i temperaturze $T_1 = 295°K$ (22°C). Powietrze zostaje ochłodzone do temperatury $T_2 = 275°K$ (2°C). Zakładając, że gaz ma stałe ciepło właściwe obliczyć:

- ciśnienie panujące w zbiorniku po ochłodzeniu gazu,
- ilość odprowadzonego ciepła i zmianę energii wewnętrznej gazu.

Rozwiązanie

Masa powietrza wypełniającego zbiornik wynosi:

$$m = \frac{p_1\ V}{R\ T_1} = \frac{6 \cdot 10^5 \cdot 1{,}2}{287 \cdot 295} = 8{,}5\ kg;$$

$R = 287\ J/(kg \cdot °K)$ - stała gazowa powietrza (zad.4.2.1).
Ciepło właściwe oraz względną masę cząsteczkową powietrza odczytano z tabl.7 (gaz dwuatomowy)

$$M_B\ c_v = 20{,}93\ kJ/(kmol \cdot deg)$$

$$\mu = M_B = 28{,}97\ kg/kmol,$$

zatem

$$c_v = \frac{20{,}93}{28{,}97} = 0{,}724\ kJ/(kg \cdot deg).$$

Ponieważ gaz jest ochładzany izochorycznie, więc ilość odprowadzanego ciepła oraz zmianę energii wewnętrznej obliczono wg wzoru (5.6b):

$\Delta U_{1-2} = Q_{1-2} = m\, c_v(T_2 - T_1) = 8{,}5 \cdot 0{,}724(275 - 295) = - 123$ kJ.

Końcowe ciśnienie w zbiorniku

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 6 \cdot 10^5 \cdot \frac{275}{295} = 5{,}6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

5.2.2. W zbiorniku o pojemności $V = 0{,}8$ m^3 znajduje się dwutlenek węgla. Manometr podłączony do zbiornika wskazuje ciśnienie 0,8 MN/m^2. Temperatura gazu wynosi $T_1 = 623$°K (350°C). W trakcie ochładzania czynnika odprowadzono $Q = 450$ kJ ciepła.
Obliczyć temperaturę CO_2 po ochłodzeniu traktując go jako gaz doskonały. Ciśnienie zewnętrzne równe jest $b = 0{,}982 \cdot 10^5$ N/m^2.
 Odp. $T_2 = 507$°K (234°C).

5.2.3. Zbiornik o objętości $V = 2$ m^3 wypełniony jest azotem o ciśnieniu $p_1 = 1$ MN/m^2 i temperaturze $T_1 = 273$°K (0°C).
Obliczyć ilość ciepła jaką należy doprowadzić w celu podniesienia ciśnienia gazu w zbiorniku do $p_2 = 2$ MN/m^2.
Uwzględnić zmienność ciepła właściwego.
 Odp. $Q = 5130$ kJ.

5.2.4. Mieszanina gazów doskonałych znajduje się pod tłokiem w cylindrze ustawionym pionowo. Pojemność cylindra wynosi $V = 50$ dm^3, a jego średnica $d = 300$ mm. Masowy skład mieszaniny określony jest udziałami: $g_{H_2} = 0{,}09$, $g_{CO} = 0{,}30$, $g_{N_2} = 0{,}61$. Początkowe ciśnienie bezwzględne w cylindrze równe jest $p_1 = 4{,}9 \cdot 10^5$ N/m^2, a temperatura $T_1 = 343$°K (70°C). Jaką siłę należy przyłożyć do zewnętrznej powierzchni tłoka, aby po doprowadzeniu $Q = 41{,}87$ kJ ciepła mieszaninie gazowej, objętość pod tłokiem pozostała stała.
 Odp. $F = 23{,}4$ kN.

5.2.5. W cylindrze zamkniętym tłokiem poruszającym się bez tarcia znajduje się $V_1 = 0{,}8$ m^3 powietrza. Początkowe parametry gazu: ciśnienie $p_1 = 0{,}5$ MN/m^2 i $T_1 = 300$°K (27°C).

Na skutek izobarycznego doprowadzenia ciepła powietrze wykonało pracę $L_{1-2} = 250$ kJ.
Przy założeniu stałego ciepła właściwego obliczyć:
- temperaturę i objętość po doprowadzeniu ciepła,
- zmianę energii wewnętrznej i entalpii czynnika.

Rozwiązanie

Pracę przemiany oblicza się ze wzoru (5.9b):

$$L_{1-2} = p(V_2 - V_1) = 5\cdot 10^5(V_2 - 0{,}8) = 250\ 000\ \mathrm{J},$$

skąd

$$V_2 = \frac{250\ 000}{5\cdot 10^5} + 0{,}8 = 1{,}3\ \mathrm{m}^3 .$$

Masa powietrza

$$m = \frac{p\ V_1}{R\ T_1} = \frac{5\cdot 10^5\cdot 0{,}8}{287(273 + 27)} = 4{,}65\ \mathrm{kg} .$$

Temperaturę końcową wyznaczono z zależności (5.8):

$$T_2 = \frac{V_2}{V_1}\cdot T_1 = \frac{1{,}3}{0{,}8}\cdot 300 = 486^{\circ}\mathrm{K} .$$

a zmianę energii wewnętrznej i entalpii powietrza ze wzorów (5.6b) i (5.12b). Korzystając z tabl.7 i pamiętając, że dla powietrza $M_B = 28{,}97$:

$$\Delta U_{1-2} = m\ c_v(T_2 - T_1) = 4{,}65\ \frac{20{,}93}{28{,}97}\ (486 - 300) = 874\ \mathrm{kJ} ,$$

$$\Delta I_{1-2} = m\ c_p(T_2 - T_1) = 4{,}65\ \frac{29{,}3}{28{,}97}\ (486 - 300) = 627\ \mathrm{kJ} ,$$

5.2.6. W nagrzewnicy powietrze zostaje podgrzane od temperatury $T_1 = 263^{\circ}$K (-10°C) do $T_2 = 343^{\circ}$K (70°C) przy ciśnieniu $p = 1\cdot 10^5$ N/m^2. Masowe natężenie przepływu powietrza wynosi $\dot{m} = 0{,}834$ kg/s.
Traktując powietrze jako gaz półdoskonały obliczyć:
- objętościowe natężenie przepływu powietrza za nagrzewnicą,
- zmianę energii wewnętrznej i entalpii gazu,
- moc cieplną nagrzewnicy.

Odp. $\dot{V}_2 = 0{,}821\ m^3/s$, $\Delta u_{1-2} = 57{,}4$ kJ/kg, $\Delta i_{1-2} =$
$= 804$, kJ/kg, $\dot{Q} = 67{,}1$ MW.

5.2.7. W cylindrze pionowym zamkniętym tłokiem o średnicy $d = 0{,}5$ m znajduje się wodór o temperaturze $T_1 = 300^oK$ (27^oC). Ciężar tłoka $G = 15$ kN, a przestrzeń pod tłokiem wynosi $V = 0{,}2\ m^3$. Ciśnienie barometryczne (działające na górną powierzchnię tłoka) wynosi $b = 0{,}98 \cdot 10^5\ N/m^2$. Obliczyć o ile podniesie się tłok, jeżeli do gazu doprowadzi się ciepło w ilości $Q = 100$ kJ. Ponadto wyznaczyć końcową temperaturę gazu i pracę przemiany.

Wodór traktować jako gaz doskonały.

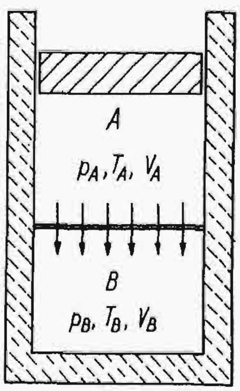
Odp. $\Delta h = 0{,}82$ m, $T_2 = 544^oK$ (271^oC), $L_{1-2} = 28{,}25$ kJ.

5.2.8. Sprężarka zasysa powietrze atmosferyczne o parametrach $T_1 = 293^oK$ (20^oC) i $b = 0{,}98 \cdot 10^5\ N/m^2$ w ilości $\dot{V} = 0{,}0834\ m^3/s$, po czym tłoczy je do przeponowej chłodnicy wodnej. Obliczyć wydatek masowy wody przepływającej przez chłodnicę, jeżeli powietrze opuszczające sprężarkę na ciśnienie $p_2 = 0{,}784\ MN/m^2$ i temperaturę $T_2 = 453^oK$ (180^oC). Przyrost temperatury wody w chłodnicy wynosi $\Delta T_w = 18$ deg a temperatura ochłodzonego powietrza $T_3 = 308^oK$ (35^oC). Obliczenia przeprowadzić zakładając, że:

- straty ciepła w chłodnicy są znikome,
- chłodzenie powietrza odbywa się izobarycznie.

Uwzględnić zmienność ciepła właściwego.

Odp. $\dot{m}_w = 0{,}189$ kg/s.



Rys.5.6

5.2.9. Cylinder zamknięty swobodnie poruszającym się tłokiem (bez tarcia) przedzielony jest przegrodą dobrze przewodzącą ciepło (rys.5.6). Zarówno w części A jak i B znajduje się wieloatomowy gaz doskonały o parametrach początkowych: $p_{A1} = 0{,}2\ MN/m^2$, $T_{A1} = 800^oK$ (527^oC) i $p_{B1} = 0{,}5\ MN/m^2$, $T_{B1} = 300^oK$ (27^oC). Objętości obu przestrzeni wynoszą $V_{A1} = 0{,}1\ m^3$, $V_B = 0{,}05\ m^3$. Na skutek wymiany ciepła przez przegrodę po pewnym czasie nastąpi wyrównanie temperatur. Wtedy w obu przestrzeniach

$T_{A2} = T_{B2} = T_2$. Zakładając, że straty ciepła na rzecz otoczenia, pojemności cieplne ścianek cylindra, przegrody i tłoka są znikome, obliczyć:

- końcową temperaturę gazu T_2,
- objętość przestrzeni V_{A2} pod tłokiem przy T_{A2},
- pracę przemiany gazu w przestrzeni A i B.

Odp. $T_2 = 439^oK$, $V_{A2} = 0,055\ m^3$, $L_A = -\ 9,0\ kJ$, $L_{tB} = -\ 11,6\ kJ$.

5.2.10. Powietrze o masie $m = 5$ kg zostało sprężone izotermicznie od nadciśnienia $p_n = 0,15\ MN/m^2$ i temperatury $T = 283^oK$ (10^oC) tak, że objętość jego zmalała trzykrotnie. Ciśnienie barometryczne $b = 0,92\cdot 10^5\ N/m^2$. Obliczyć:

- ciśnienie końcowe powietrza,
- pracę sprężania i ilość odprowadzonego ciepła,
- zmianę energii wewnętrznej gazu.

Rozwiązanie

Początkowe ciśnienie bezwzględne wynosi:

$$p_1 = b + p_n = (0,92 + 1,5)\cdot 10^5 = 2,42\cdot 10^5\ N/m^2.$$

Ciśnienie końcowe wyznaczono ze wzoru (5.17):

$$p_2 = p_1\frac{v_1}{v_2} = p_1\frac{3v_2}{v_2} = 2,42\cdot 10^5\cdot 3 = 7,26\cdot 10^5\ N/m^2.$$

Pracę bezwzględną przemiany najwygodniej jest obliczyć z zależności (5.18a):

$$l_{1-2} = R\ T\ \ln\frac{v_2}{v_1} = R\ T\ \ln\frac{v_2}{3v_2},$$

$$l_{1-2} = 287\cdot 283\cdot 2,303\cdot \log\frac{1}{3} = -\ 8,91\cdot 10^4\ J/kg\ ,$$

$$l_{1-2} = -\ 89,1\ kJ/kg,$$

$$L_{1-2} = m\ l_{1-2} = -\ 5\cdot 89,1 = -\ 445,5\ kJ.$$

Z równania (5.19) i (5.20) wynika

$$Q_{1-2} = L_{1-2} = L_{t1-2}$$

oraz

$$\Delta U_{1-2} = 0\,,$$

ponieważ

$$du = c_v\, dT = 0\,.$$

5.2.11. Dwutlenek węgla w ilości $n = 0{,}0223$ kmol o parametrach początkowych: $p_1 = 24{,}5 \cdot 10^5\ N/m^2$, $T_1 = 632^oK$ (359^oC) został rozprężony izotermicznie do ciśnienia $p_2 = 1{,}19\ MN/m^2$. Obliczyć:

- ilość doprowadzonego ciepła i pracę przemiany,
- objętość właściwą gazu w stanie początkowym i końcowym,
- zmianę energii wewnętrznej i entalpii.

Odp. $Q_{1-2} = L_{1-2} = 83{,}74$ kJ, $v_1 = 0{,}0754\ m^3/kg$, $v_2 = 0{,}1556\ m^3/kg$, $\Delta U_{1-2} = \Delta I_{1-2} = 0$.

5.2.12. Ile razy zwiększy się praca bezwzględna przemiany izotermicznej sprężania 1 kg gazu doskonałego o temperaturze T_1(^oK), i ciśnieniu $0{,}1\ MN/m^3$, jeżeli ciśnienie końcowe $p_2 = 1{,}0\ MN/m^2$ zostanie zwiększone 10-, 100- i 1000-krotnie. Jak zmieni się wielkość pracy, jeżeli temperatura początkowa T_1 zostanie zwiększona 10-krotnie.

Odp. Praca zwiększy się odpowiednio 2, 3, 4 razy. Przy podwyższonej 10-krotnie temperaturze T_1 praca sprężania zostanie powiększona też 10-krotnie.

5.2.13. Od $0{,}1\ m^3$ powietrza o początkowych parametrach $p_1 = 1\ MN/m^2$ i $T_1 = 473^oK$ (200^oC) odprowadzono przy stałej temperaturze czynnika $Q = 125$ kJ ciepła. Obliczyć:

- ciśnienie i objętość gazu na końcu przemiany,
- pracę techniczną i bezwzględną przemiany.

Odp. $p_2 = 3{,}5\ MN/m^2$, $V_2 = 0{,}0286\ m^3$, $L_{t1-2} = L = -125$ kJ.

5.2.14. Powietrze w ilości $m = 0{,}4$ kg zostaje rozprężone od początkowego ciśnienia $p_1 = 1{,}98 \cdot 10^5\ N/m^2$ do osiągnięcia objętości właściwej $v_2 = 1{,}68\ m^3/kg$; temperatura w trakcie rozprężania nie ulega zmianie i wynosi $T = 573^oK$ (300^oC). Z kolei gaz podlega przemianom: izobarycznej i izochorycznej, po których osiąga parametry stanu początkowego. Narysować obieg w układzie p-v. Traktując powietrze jako gaz półdoskonały obliczyć dla każdej przemiany:

- zmianę energii wewnętrznej i entalpii,
- wykonaną pracę bezwzględną,
- parametry punktów charakterystycznych obiegu.

Odp. Przy $dT = 0$ $\Delta U_{1-2} = \Delta I_{1-2} = 0$, $L_{1-2} = 46{,}1$ kJ.

Przy $dp = 0$ $\Delta U_{2-3} = -85$ kJ, $\Delta I_{2-3} = -118$,

$L_{2-3} = 33{,}1$ kJ.

Przy $dv = 0$ $\Delta U_{3-1} = 85$ kJ, $\Delta I_{2-3} = 118$ kJ,

$L_{3-1} = 0$ kJ.

Parametry podano w tabelce:

P a r a m e t r		p u n k t		
		1	2	3
p	bar	1,98	0,981	0,981
v	m^3/kg	0,83	1,68	0,83
T	^oK	573	573	283

5.2.15. Powietrze o masie $m = 1$ kg, ciśnieniu $p_1 = 0{,}1\ MN/m^2$ i temperaturze $T_1 = 303^oK$ (30^oC) sprężono adiabatycznie do ciśnienia $p_2 = 1{,}0\ MN/m^2$. Obliczyć:

- objętość właściwą i temperaturę gazu przy ciśnieniu p_2,
- włożoną pracę.

Rozwiązanie

Ze wzoru (5.22c) oblicza się końcową temperaturę czynnika:

$$T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

Dla powietrza (gaz dwuatomowy) z tablicy 7 odczytano:

$$M_Bc_v = 20{,}93\ kJ/(kmol\cdot deg),\quad M_Bc_p = 29{,}31\ kJ/(kmol\cdot deg).$$

Ponieważ

$$k = \frac{c_p}{c_v},$$

więc

$$k = \frac{M_B c_p}{M_B c_v} = \frac{29,31}{20,93} = 1,4.$$

Wstawiając otrzymano

$$T_2 = 303\left(\frac{10}{1}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 303\cdot 10^{0,286} = 585^{o}K.$$

Pracę bezwzględną sprężania najwygodniej jest w tym przypadku obliczyć ze wzoru (5.23c):

$$l_{1-2} = \frac{R}{k-1}(T_1 - T_2) = \frac{287}{1,4-1}(303 - 585) = -202,3\cdot 10^3 \text{ J/kg},$$

$$l_{1-2} = -202,3 \text{ kJ/kg}.$$

Objętość właściwa przy ciśnieniu p_2 i temperaturze T_2 wynosi:

$$v_2 = \frac{RT_2}{p_2} = \frac{287\cdot 585}{10\cdot 10^5} = 0,168 \text{ m}^3/\text{kg}.$$

5.2.16. Jaka była początkowa temperatura azotu, jeżeli końcowa temperatura po adiabatycznym sprężaniu wynosi $T_2 = 1023^{o}K$ ($750^{o}C$). Wiadomo, że stopień sprężania gazu $\varepsilon = v_1/v_2 = 10$. Przyjąć, że ciepło właściwe gazu jest stałe.

Odp. $T_1 = 407^{o}K$ ($134^{o}C$).

5.2.17. Powietrze ($k=1,4$) powinno być ochłodzone od początkowej temperatury $T_1 = 293^{o}K$ ($20^{o}C$) do $T_2 = 132^{o}K$ ($-141^{o}C$) poprzez adiabatyczne rozprężanie. Jakie powinno być ciśnienie początkowe, jeżeli ciśnienie końcowe wynosi $p_2 = 0,9807\ 10^5$ N/m^2.

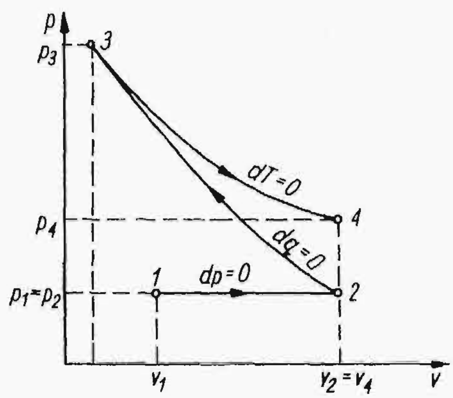
Odp. $p_1 = 1,588$ MN/m^2.

5.2.18. Butla o pojemności $V = 40$ dm^3 wypełniona była tlenem o ciśnieniu $p_1 = 13,73$ MN/m^3 i temperaturze równej temperaturze otaczającego powietrza $T_1 = 293^{o}K$ ($20^{o}C$). Na skutek nagłego upuszczenia pewnej ilości tlenu ciśnienie w butli spadło do $p_2 = 6,86$ MN/m^2. W krótkim czasie otwarcia zaworu upustowego ilość wymienionego ciepła pomiędzy tlenem znajdującym się w butli a powietrzem otaczającym była tak niewielka, że proces rozprężania tlenu uważać można za adiabatyczny. Po pewnym czasie temperatura w butli wzrosła i wyrównała się z temperaturą otoczenia.

Obliczyć temperaturę w butli zaraz po upuszczeniu gazu. Jaka część tlenu została upuszczona z butli? Jakie panuje ciśnienie w butli po wyrównaniu się temperatur? Ile tlenu należy wypuścić z butli, jeżeli proces ten będzie przebiegał bardzo powoli, a co za tym idzie temperatura gazu w butli praktycznie będzie stała i równa temperaturze otoczenia a końcowe ciśnienie $p_2 = 6,86$ MN/m^2.

Odp. Po upuszczeniu gazu $T_2 = 250^\circ$K (-23°C), $\Delta m = 2,99$ kg, $p_3 = 8,05$ MN/m^2 przy $T_2 = T_1$, $\Delta m = 3,61$ kg.

5.2.19. Powietrze o masie 1 kg i początkowych parametrach $p_1 = 200$ kN/m^2 i $T_1 = 310^\circ$K (37°C) podlega kolejno przemianom (rys.5.7): od stanu początkowego izobarycznie osiąga stan, przy którym $V_2 = 2,85\ V_1$, po czym adiabatycznie zostaje sprężone do ciśnienia $p_3 = 2,8$ MN/m^2, po osiągnięciu którego izotermicznie rozpręża się do $V_4 = V_2$. Obliczyć:



Rys.5.7

- parametry podstawowe punktów charakterystycznych,
- ilość ciepła doprowadzonego lub odprowadzonego,
- zmianę energii wewnętrznej i entalpii w poszczególnych przemianach,
- wykonaną pracę bezwzględną.

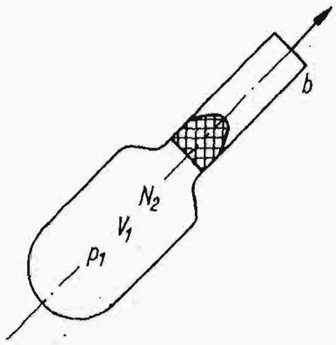
Powietrze traktować jako gaz doskonały.

Odp.

Punkt	p kN/m^2	v m^3/kg	T $^\circ$K
1	200	0,444	310
2	200	1,265	883
3	2800	0,1921	1875
4	426	1,265	1875

Nr przemiany	q	Δu	Δi	l
	kJ/kg			
1 - 2	575	411	575	164
2 - 3	0	711	996	-711
3 - 4	1011	0	0	1011

5.2.20. Zbiornik wyrzutni (rys.5.8) o objętości $V_1=0,5\ m^3$ wypełniony jest azotem o nadciśnieniu $p_1 = 2\ MN/m^2$. W trakcie wyrzucania pocisku o masie m = 10 kg azot rozpręża się do objętości $V_2 = 0,7\ m^3$. Ciśnienie otoczenia $b = 100\ kN/m^2$.



Rys.5.8

Obliczyć prędkość pocisku w chwili opuszczania wyrzutni pomijając straty energii wywołanej tarciem pocisku w lufie wyrzutni.

Rozwiązanie

Proces rozprężania się azotu w zbiorniku wyrzutni przebiega w tak krótkim czasie, że ilość wymienionego ciepła pomiędzy azotem a otaczającym powietrzem jest znikoma. Dlatego proces rozprężania traktować można jako adiabatyczny.
Wykonaną pracę bezwzględną obliczono z zależności (5.23b):

$$L_{1-2} = \frac{p_1\ V_1}{k - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1}\right]\ [J].$$

Wykładnik adiabaty dla gazu dwuatomowego wyznaczono w zadaniu 5.2.15: k = 1,4

$$p_1 = 2\ MN/m^2 = 2\cdot 10^6\ N/m^2, \qquad b = 100\ kN/m^2 = 10^5\ N/m^2.$$

Wstawiając otrzymano

$$L_{1-2} = \frac{2\cdot 10^6\cdot 0,5}{1,4 - 1}\left[1 - \left(\frac{0,5}{0,7}\right)^{1,4-1}\right] = 3\cdot 10^5\ \ J.$$

Praca wytłaczania powietrza z lufy zgodnie ze wzorem 5.14 wynosi:

$$L_{p1-2} = b(V_2 - V_1) = 10^5(0,7 - 0,5) = 0,2\cdot10^5 \ \text{J}.$$

Praca użyteczna:

$$L_{u1-2} = L_{1-2} - L_{p1-2} = (3-0,2)\cdot10^5 = 2,8\cdot10^5 \ \text{J}.$$

Energia kinetyczna pocisku opuszczającego wyrzutnię równa jest wykonanej pracy użytecznej:

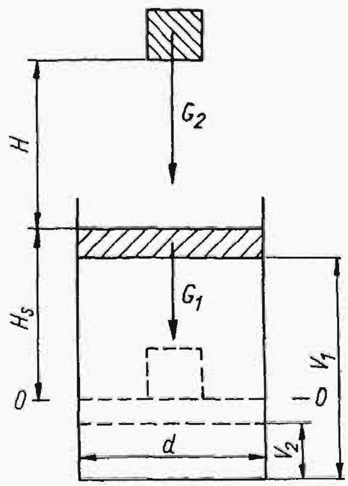
$$E_k = \frac{1}{2} mw^2 = L_{u1-2},$$

skąd

$$w = \sqrt{\frac{2L_{u1-2}}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot2,8\cdot10^5}{10}} = 236,6 \ \text{m/s},$$

$$w = 236,6 \ \text{m/s}.$$

5.2.21. Pionowy cylinder (rys. 5.9) o średnicy d = 30 mm zamknięty jest tłokiem, którego ciężar G_1 = 20 N. Przestrzeń pod tłokiem o objętości $V_1 = 0,001$ m^3 wypełniona jest palną mieszaniną gazową o gęstości $\varrho = 0,6$ kg/m^3 i temperaturze $T_1 = 293^oK$ (20°C). Ciepło właściwe mieszaniny c_v=1,820 kJ/kg. Ciśnienie barometryczne ma wartość $b = 9\cdot10^4$ N/m^2.



Rys.5.9

Obliczyć wysokość H (mierzonej od górnej powierzchni tłoka), z której należy upuścić na tłok ciężar G_2 = 50 N, aby nastąpił zapłon mieszaniny. Temperatura zapłonu wynosi $T_2 = 750^oK$ (477°C). Mieszaninę traktować jak gaz doskonały.

Rozwiązanie

Bilans energetyczny układu można napisać w postaci:

$$E_p' + E_p'' + E_p''' = U_2 - U_1,$$

gdzie: E_p' – energia potencjalna ciężaru na poziomie $H + H_s$ od poziomu 0 – 0 (rys.5.8),

E_p'' – energia potencjalna tłoka na poziomie H_s,

E_p''' – energia (praca) przetłaczania powietrza atmosferycznego,

U_2-U_1 – przyrost energii wewnętrznej mieszaniny.

Ponieważ

$$E_p' = G_2(H + H_s) \quad [J],$$

$$E_p'' = G_1 \cdot H_s \quad [J],$$

$$E_p''' = L_{p1-2} = b(V_2 - V_1) \quad [J],$$

więc wstawiając

$$G_2(H + H_s) + G_1 \cdot H_s + b(V_2 - V_1) = U_2 - U_1,$$

skąd szukana wysokość

$$H = \frac{(U_2 - U_1) - H_s(G_1 + G_2) - b(V_2 - V_1)}{G_2} \quad [m].$$

Przyrost energii wewnętrznej mieszaniny oblicza się z zależności (5.6a):

$$U_2 - U_1 = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1),$$

gdzie masa mieszaniny:

$$m = \frac{p_1 V_1}{R T_1}.$$

Ciśnienie początkowe panujące w cylindrze wynosi:

$$p_1 = b + \frac{G_1}{S} = b + \frac{4 \cdot G_1}{\pi \cdot d^2} = 9 \cdot 10^4 + \frac{4 \cdot 20}{\pi \cdot 0{,}03^2} = 11{,}83 \cdot 10^4 \ N/m^2.$$

Stała gazowa mieszaniny

$$R = \frac{p_1}{\varrho \cdot T_1} = \frac{11{,}83 \cdot 10^4}{0{,}6 \cdot 293} = 673 \quad J/(kg \cdot {}^oK),$$

$$m = \frac{11{,}83 \cdot 10^4 \cdot 0{,}001}{673 \cdot 293} = 6 \cdot 10^{-4} \ kg,$$

więc

$$U_2 - U_1 = 6\cdot 10^{-4}\cdot 1820(750 - 293) = 499 \text{ J}.$$

Wielkość obniżenia tłoka

$$H_s = \frac{V_2 - V_1}{S} = \frac{4(V_2 - V_1)}{\pi d^2}.$$

Sprężanie gazu przebiega adiabatycznie, więc V_2 obliczyć można z zależności 5.22b:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1},$$

skąd

$$V_2 = V_1\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{k-1}}.$$

Ciepło właściwe c_p wynika z równania Mayera (3.8a):

$$c_p = R + c_v = 673 + 1820 = 2493 \text{ J/kg}\cdot\text{deg}.$$

Wykładnik adiabaty:

$$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{2493}{1820} = 1{,}37,$$

$$V_2 = 0{,}001\left(\frac{293}{750}\right)^{\frac{1}{1,3-1}} = 77{,}5\cdot 10^{-6} \text{ m}^3,$$

więc

$$H_s = \frac{4(0{,}001 - 77{,}5\cdot 10^{-6})}{\pi\cdot 0{,}03^2} = 0{,}318 \text{ m}.$$

Po wstawieniu obliczonych wartości do równania na H otrzymano:

$$H = \frac{499 - 0{,}318(20 + 50) - 9\cdot 10^4(0{,}001 - 77{,}5\cdot 10^{-6})}{50} = 9{,}12 \text{ m},$$

$$H = 9{,}12 \text{ m}.$$

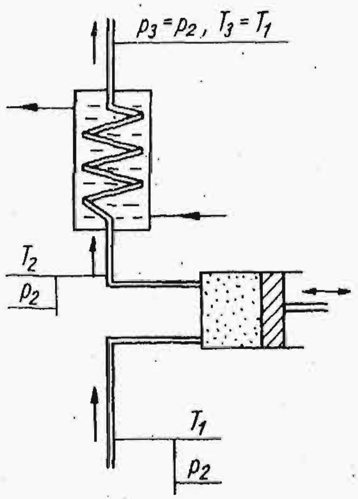
5.2.22. W silniku wysokoprężnym następuje samozapłon dostarczonego do cylindra paliwa na skutek sprężenia powietrza do ciśnienia, przy którym temperatura jego jest co najmniej równa temperaturze zapłonu paliwa.
Obliczyć najmniejszy stopień sprężania $\varepsilon = v_1/v_2$ i końcowe ciśnienie sprężania p_2, jeżeli temperatura zapłonu paliwa wynosi $T = 903^oK$ (630^oC). Na początku sprężania powietrze w cylindrze ma parametry: $p_1 = 9{,}7 \cdot 10^4$ N/m^2, $T_1 = 333^oK$ (60^oC). Zadanie rozwiązać przyjmując, że proces sprężania był adiabatyczny, powietrze jest gazem półdoskonałym, a wykładnik adiabaty $k = 1{,}4$.

Odp. $\varepsilon = 12{,}1$, $p_2 = 3{,}17$ MN/m^2.

5.2.23. Powietrze o parametrach początkowych $p_1 = 1 \cdot 10^5$ N/m^2 i $T_1 = 300^oK$ (27^oC) zostaje sprężone adiabatycznie (rys.5.10) do ciśnienia $p_2 = 6 \cdot 10^5$ N/m^2. Sprężarka tłoczy powietrze do chłodnicy izobarycznej. Za chłodnicą temperatura $T_3 = T_1$. Moc silnika sprężarki ma wartość $N = 10$ kW. Zakładając, że 60% dostarczonej energii zostaje zużyte na wykonanie pracy sprężenia oraz traktując powietrze jako gaz doskonały obliczyć:

- ilość sprężanego powietrza w jednostce czasu,
- moc cieplną wymiennika (chłodnicy).

Narysować przebieg przemian w układzie p-v.



Rys.5.10

Rozwiązanie

Praca sprężania 1 kg gazu zgodnie z zależnością (5.23d) i (5.26) wynosi

$$l_{t1-2} = p_1 \cdot v_1 \cdot \frac{k}{k-1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right] \quad [J];$$

ponieważ

$$\dot{m} \cdot l_{t1-2} + 0{,}6\, N = 0 \quad [W],$$

więc

$$0{,}6\ N = -\ \dot{m}\ p_1\ v_1\ \frac{k}{k-1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]\ [W],$$

skąd

$$\dot{m} = -\ \frac{0{,}6\ N(k-1)}{p_1 v_1 k\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}\ [kg/s],$$

gdzie $\dot{m}$ - ilość sprężonego powietrza w ciągu 1 s [kg/s],
$0{,}6\ N$ - moc silnika zużywana na sprężenie powietrza [W].

Objętość właściwa powietrza v_1 wynosi:

$$v_1 = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{287 \cdot 300}{1 \cdot 10^5} = 0{,}861\ m^3/kg.$$

Po wstawieniu wyznaczonych wartości

$$\dot{m} = -\ \frac{0{,}6 \cdot 10 \cdot 10^3(1{,}4 - 1)}{1 \cdot 10^5 \cdot 0{,}861 \cdot 1{,}4\left[1 - \left(\frac{6 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^5}\right)^{\frac{1{,}4-1}{1{,}4}}\right]} = 0{,}0297\ kg/s,$$

$$\dot{m} = 0{,}0297\ kg/s.$$

Temperatura gazu za sprężarką wynika z zależności (5.22c):

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

Po przekształceniu

$$T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 300\left(\frac{6 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^5}\right)^{\frac{1{,}4-1}{1{,}4}} = 500{,}6^{o}K.$$

Moc cieplna chłodnicy:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_p(T_2 - T_3)\ \ [J/s].$$

Ciepło właściwe posługując się tabl.7 i pamiętając, że M_B = = 28,97 kg/kmol wynosi:

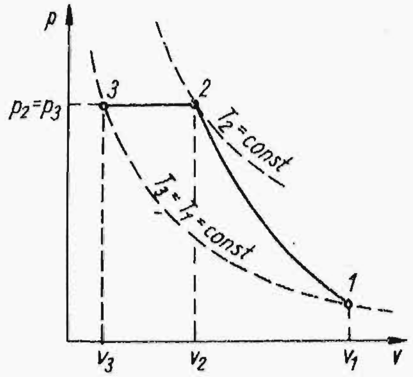
$$c_p = \frac{M_B \cdot c_p}{M_B} = \frac{29,31}{28,97} = 1,013 \text{ kJ/(kg·deg)} = 1013 \text{ J/(kg·deg)}.$$

Więc ostatecznie moc cieplna, pamiętając, że $T_3 = T_1$,

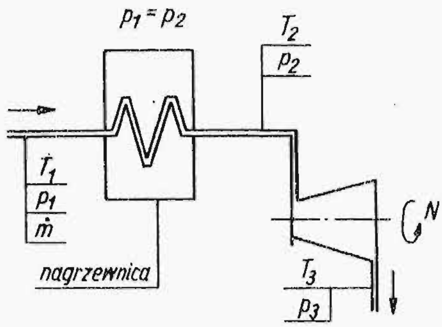
$$\dot{Q} = 0,0292 \cdot 1013(500,6 - 300) = 5920 \text{ J/s} = 5920 \text{ W}.$$

$$\dot{Q} = 5,92 \text{ kW}.$$

Przebieg przemian pokazano na rys.5.11.



Rys.5.11



Rys.5.12

5.2.24. Powietrze (gaz doskonały) o parametrach początkowych $p_1 = 1,5$ MN/m^2 i $T_1 = 300^oK$ (27^{o}C) zostaje podgrzane w nagrzewnicy izobarycznej do temperatury T_2. Po osiągnięciu tej temperatury powietrze jest rozprężone adiabatycznie w turbinie gazowej (rys.5.12) do ciśnienia p_3 = 150 kN/m^2. Masowe natężenie przepływu gazu płynącego przez sprężarkę $\dot{m}$=0,1 kg/s. Moc maszyny ma wartość N = 36 kW.
Zakładając brak jakichkolwiek strat energii rozprężającego się gazu obliczyć:

- końcową temperaturę czynnika T_3,
- moc cieplną nagrzewnicy.

Odp. $T_3 = 385^oK$, $\dot{Q}$ = 45 kW.

5.2.25. Powietrze o masie m = 3 kg zostaje sprężone politropowo od ciśnienia p_1 = 96 kN/m^2 do p_2 = 1 MN/m^2. Temperatura początkowa powietrza wynosiła $T_1 = 291^oK$ (18^{o}C), a końcowa $T_2 = 400^oK$ (127^{o}C). Traktując powietrze jako gaz doskonały obliczyć:

- wykładnik politropy,
- pracę bezwzględną i techniczną przemiany,
- ciepło przemiany.

Rozwiązanie

Zależność (5.29c) można napisać w postaci:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{z}{z-1}}.$$

Po zlogarytmowaniu i wstawieniu wartości liczbowych

$$\lg \frac{p_2}{p_1} = \frac{z}{z-1} \lg \left(\frac{T_2}{T_1}\right),$$

$$\lg \frac{1 \cdot 10^6}{96 \cdot 10^3} = \frac{z}{z-1} \lg \frac{400}{291},$$

skąd

$$z = 1{,}156.$$

Pracę bezwzględną i techniczną obliczono z zależności (5.30c) i (5.32):

$$L_{1-2} = m \frac{R}{z-1} (T_1 - T_1) = 3 \frac{287}{1{,}156-1} (291-400) = -6{,}02 \cdot 10^5 \text{ J},$$

$$L_{t1-2} = zL_{1-2} = -1{,}156 \cdot 6{,}02 \cdot 10^5 = -6{,}95 \cdot 10^5 \text{ J}.$$

Ciepło właściwe przemiany wyraża wzór (5.28b):

$$c = c_v \frac{z-k}{z-1},$$

$c_p = 1{,}013$ kJ/(kg·deg) (zad.5.2.23) korzystając z równania Mayera (3.8a) można napisać:

$$c_v = c_p - R = 1013 - 287 = 726 \text{ J/(kg·deg)} = 0{,}726 \text{ kJ/(kg·deg)},$$

zatem

$$c = 0{,}726 \frac{1{,}156 - 1{,}4}{1{,}156 - 1} = -1{,}136 \text{ kJ/(kg·deg)}.$$

Ciepło przemiany oblicza się ze wzoru (5.33b):

$$Q_{1-2} = m\cdot c(T_2 - T_1) = -3\cdot 1,136(400 - 291) = -370 \text{ kJ}$$

lub w sposób bardziej bezpośredni z zależności (5.33c):

$$Q_{1-2} = L_{1-2}\cdot \frac{k-z}{k-1} = -602\cdot \frac{1,4 - 1,156}{1,4 - 1} = -367 \text{ kJ}.$$

Niezgodność wyników spowodowana jest niedokładnością suwaka.

5.2.26. Sprężarka o wydajności $\dot{m} = 0,754$ kg/s zasysa powietrze o parametrach $p_1 = 0,98\cdot 10^5$ N/m^2 i $T_1 = 298^oK$ (25°C) sprężając je do ciśnienia $p_2 = 9,90\cdot 10^5$ N/m^2. Sprężanie przebiega politropowo z wykładnikiem $z = 1,20$. Obliczyć jaką ilością wody należy chłodzić cylinder sprężarki, jeżeli jej przyrost temperatury wynosi $\Delta T = 15$ deg.

Odp. $\dot{m}_w = 1,194$ kg/s.

5.2.27. Azot o masie 1 kg i początkowych parametrach $p_1 = 2,5$ MN/m^2 i $T_1 = 973^oK$ (700°C) został politropowo rozprężony do $p_2 = 1\cdot 10^5$ N/m^2. Wykładnik politropy $z = 1,180$. Obliczyć:

- zmianę energii wewnętrznej gazu,
- ciepło przemiany,
- pracę bezwzględną przemiany.

Obliczenia przeprowadzić uwzględniając zmienność ciepła właściwego.

Odp. $\Delta u_{1-2} = -310$ kJ, $q_{1-2} = 313$ kJ, $l_{1-2} = 622$ kJ/kg.

5.2.28. W zadaniu 5.2.27 obliczyć ciepło przemiany zakładając, że azot jest gazem doskonałym. Wyznaczyć błąd względny spowodowany tym założeniem.

Odp. $\delta q = 9,22\%$.

5.2.29. Przy politropowym rozprężaniu się dwuatomowego gazu doskonałego objętość jego zwiększyła się o 20%, a bezwzględna temperatura zmniejszyła się o 12%. Przedstawić na wykresie p-v politropę oraz obliczyć wartość molowej pracy bezwzględnej $M_B l_{1-2}$ oraz wykładnik politropy.

Odp. $M_B l_{1-2} = 712$ kJ/kmol, $z = 1,701$.

5.2.30. Proces rozprężania się tlenu opisany został parametrami trzech wybranych punktów pośrednich

1) $p_1 = 2,0\ MN/m^2$, $T_1 = 760^oK\ (487^oC)$,

2) $p_2 = 1,0\ MN/m^2$, $v_2 = 0,427\ m^3/kg$,

3) $v_3 = 0,300\ m^3/kg$, $T_3 = 576^oK\ (303^oC)$.

Określić charakter przemiany. W przypadku procesu politropowego obliczyć wykładnik politropy.

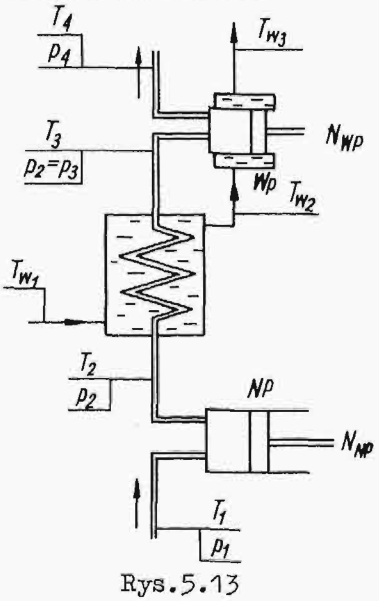
Odp. $z = 0,90$.

5.2.31. Na skutek politropowego sprężania 1 kg azotu objętość jego zmniejszyła się 6-krotnie. Obliczyć zmianę ciśnienia w tej przemianie, jeżeli początkowa temperatura gazu $T_1 = 290^oK\ (17^oC)$. Ponadto obliczyć wykładnik politropy.

Odp. $p_2/p_1 = 7,18$, $z = 1,1$.

5.2.32. Wydajność dwustopniowej sprężarki powietrznej (rys.5.13) wynosi $\dot{m} = 0,015\ kg/s$. Sprężarka wyposażona jest w chłodnicę międzystopniową, której obieg wodny połączono szeregowo z płaszczem cylindra wysokoprężnego.

W cylindrze niskoprężnym (NP) powietrze sprężane jest adiabatycznie zaś w cylindrze wysokoprężnym (W.P.) - politropowo. Parametry powietrza wynoszą:



Rys.5.13

przed cylindrem NP	$p_1 = 0,97\cdot10^5\ N/m^2$
	$T_1 = 300^oK\ (27^oC)$
za chłodnicą międzystopniową	$T_3 = 300^oK\ (57^oC)$
za cylindrem WP	$p_4 = 2,2\ MN/m^2$
	$T_4 = 350^oK\ (77^oC)$

Temperatura wody: przed chłodnicą $T_{w1} = 293^oK$ (20^oC)

za chłodnicą $T_{w2} = 303^oK$ (30^oC)

Moc teoretyczna silnika cylindra NP $N_{NP} = 3,5$ kW.

Zakładając, że przepływ gazu w chłodnicy międzystopniowej odbywa się przy $p = const$ oraz, że powietrze zachowuje się jak gaz doskonały obliczyć:

- moc teoretyczną silnika napędzającego cylinder WP,
- ilość wody chłodzącej,
- temperaturę końcową wody chłodzącej.

Narysować proces sprężania w układzie p-v.

Rozwiązanie

Obliczenie temperatury i ciśnienia powietrza za cylindrem NP. Wykładnik adiabaty $k = 1,4$, stała gazowa powietrza $R = 287$ J/(kg·^oK).

Z zależności (5.23c) i (5.26) wynika:

$$L_{t1-2} = \frac{k}{k-1}\dot{m}R(T_1 - T_2),$$

skąd

$$T_2 = T_1 - L_{t1-2}\frac{k-1}{k}\frac{1}{\dot{m}R}.$$

Po wstawieniu za $L_{t1-2} = N_{NP} = -3500$ W $= -3500$ J/s otrzymano:

$$T_2 = 300 + 3500\cdot\frac{1,4-1}{1,4}\cdot\frac{1}{0,015\cdot 287} = 533^oK.$$

Równanie (5.22c) ma postać:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}},$$

skąd

$$p_2 = p_1\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = 0,97\cdot 10^5\left(\frac{533}{300}\right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 7,27\cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Obliczenie wydatku masowego wody przepływającej przez chłodnicę. Ciepło przemiany przy $p_2 = const$,

$$\dot{Q}_{2-3} = \dot{m}c_p(T_3 - T_2),$$

gdzie

$$c_p = 1013 \text{ J/kg deg}, \quad T_3 = 330^{\circ}\text{K}.$$

Ilość ciepła przekazanego wodzie

$$\dot{Q}_w = \dot{m}_w \cdot c_w(T_{w2} - T_{w1}),$$

gdzie: $\dot{m}_w$ - kg/s ilość przepływającej wody,

$c_w = 4186,7$ J/(kg·deg).

Ponieważ $\dot{Q}_w + \dot{Q}_{2-3} = 0$,

więc

$$\dot{m}_w \cdot c_w(T_{w2} - T_{w1}) + \dot{m}c_p(T_3 - T_2) = 0,$$

skąd

$$\dot{m}_w = \frac{\dot{m}c_p(T_2 - T_3)}{c_w(T_{w2} - T_{w1})} \; [\text{kg/s}]$$

a po wstawieniu danych

$$\dot{m}_w = \frac{0,015 \cdot 1013(533 - 330)}{4186,7(303 - 293)} = 0,074 \text{ kg/s},$$

$$\dot{m}_w = 0,074 \text{ kg/s}.$$

Obliczenie mocy teoretycznej silnika napędzającego cylinder WP. Wykładnik politropy obliczyć można z zależności (2.29c)

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{z-1}{z}}$$

pamiętając, że $p_2 = p_3$ otrzymano

$$\frac{z-1}{z} = \frac{\lg\left(\frac{T_4}{T_3}\right)}{\lg\left(\frac{p_4}{p_2}\right)} = \frac{\lg \frac{350}{330}}{\lg \frac{22 \cdot 10^5}{13,34 \cdot 10^5}} = 0,1175,$$

a zatem

$$z = \frac{1}{1 - 0{,}1175} = 1{,}134.$$

Z zależności (5.30c) i (5.32) wynika:

$$L_{t3-4} = \frac{z}{z-1}\cdot mR(T_3 - T_4),$$

$$L_{t3-4} = \frac{1{,}134}{1{,}134-1}\cdot 0{,}015\cdot 283(330 - 350) = -709\ \mathrm{J/s},$$

$$N_{wP} = \left|L_{t3-4}\right| = 0{,}709\ \mathrm{kW}.$$

Obliczenie temperatury końcowej wody chłodzącej. Ciepło przemiany politropowej wynosi (wg 5.35b):

$$\dot{Q}_{3-4} = \dot{m}c(T_4 - T_3).$$

Ciepło pochłonięte przez wodę

$$\dot{Q}_w = \dot{m}_w c_w(T_{w3} - T_{w2}).$$

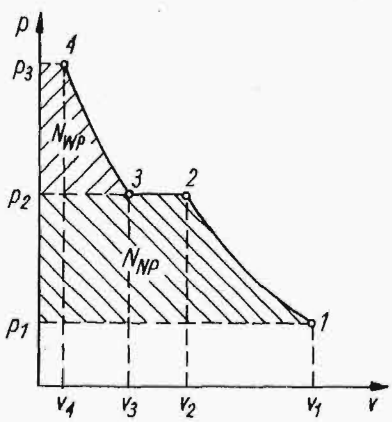
Ponieważ

$$\dot{Q}_{3-4} + \dot{Q}_w = 0,$$

$$\dot{m}c(T_4 - T_3) + \dot{m}_w c_w(T_{w3} - T_{w2}) = 0,$$

skąd

$$T_{w3} = \frac{\dot{m}c}{\dot{m}_w c_w}(T_3 - T_4) + T_{w2}.$$



Rys.5.14

Ze wzoru (5.28b) obliczono ciepło właściwe przemiany

$$c = c_v\,\frac{z-k}{z-1}$$

$c_v = 726\ \mathrm{J/(kg\cdot deg)}$ z zad.5.2.26,

więc

$$c = 726\cdot\frac{1{,}134 - 1{,}4}{1{,}134 - 1} =$$

$$= -1436\ \mathrm{J/(kg\cdot deg)}.$$

Ostatecznie otrzymano:

$$T_{w3} = -\frac{0,015\cdot 1436}{0,074\cdot 4186,7}(330 - 350) + 303 = 316,9^{o}K,$$

$$T_{w3} = 316,9^{o}K\ (43,9^{o}C).$$

Na rys.5.14 przedstawiono proces sprężania powietrza.

5.2.33. Sprężarka tłokowa zasysa powietrze o parametrach $p_1 = 0,981\cdot 10^5\ N/m^2$ i $T_1 = 283^{o}K$ ($10^{o}C$) i spręża je politropowo do ciśnienia $p_2 = 3,43\cdot 10^5\ N/m^2$ i $T_2 = 358^{o}K$ ($85^{o}C$). Moc teoretyczna sprężarki ma wartość $N = 47,8$ kW. Obliczyć:

- wykładnik politropy z,
- objętościowe natężenie przepływu powietrza w rurociągu ssącym ($\dot{V}_s$) i tłoczącym ($\dot{V}_t$),
- wydajność sprężarki $\dot{m}$.

Odp. $z = 1,23$, $\dot{V}_s = 0,345\ m^3/s$, $\dot{V}_t = 0,1244\ m^3/s$,
$\dot{m} = 0,414$ kg/s.

5.2.34. Powietrze zostaje sprężone politropowo w sprężarce, której cylinder chłodzony jest wodą. Parametry powietrza zasysanego wynoszą: $p_1 = 0,981\cdot 10^5\ N/m^2$ i $T_1 = 290^{o}K$ ($17^{o}C$), powietrze za sprężarką osiąga ciśnienie $p_2 = 3,94\cdot 10^5\ N/m^2$. Moc teoretyczna sprężarki $N = 73,55$ kW, moc cieplna chłodnicy cylindra $Q = 34,9$ kW. Obliczyć:

- wykładnik politropy z,
- wydajność sprężarki.

Od. $z = 1,18$, $\dot{m} = 0,499$ kg/s.