

13.1.1. Ocena roli błędów bezwzględnych przy zastosowaniu metody równych wpływów.

Jeśli szukany wielkość y jest funkcją kilku zmiennych wielkości wyznaczonych drogą bezpośredniego pomiaru tzn.

$$y = f(x_1, x_2 \dots x_n) \quad 1.13$$

to zgodnie z wzorem 4.12 błąd bezwzględny można wyrazić przy pomocy wzoru:

$$\Delta y = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n \quad 2.13$$

Najbardziej dogodnie warunki mierzenia będą wtedy, gdy błędy bezwzględne w każdym z poszczególnych ogniw procesu mierzenia będą w przybliżeniu jednakowe, tzn., gdy

$$\left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| \cdot \Delta x_1 = \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \right| \cdot \Delta x_2 = \dots = \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \right| \cdot \Delta x_n = \frac{\Delta y}{n} \quad 3.13$$

gdzie: n - liczba wartości zmiennych, obarczonych błędami pomiarowymi.

W przeciwnym bowiem przypadku dokładność końcowego wyniku określona jest przez dokładność jednej tylko wielkości, a mianowicie tej, której błąd pomiaru jest największy.

Na podstawie równań 3.13 można wyznaczyć wartości błędów bezwzględnych poszczególnych zmiennych, przy założeniu, że znany względnie zadany jest błąd bezwzględny Δy :

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= \frac{\Delta y}{n \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|} \\ \Delta x_2 &= \frac{\Delta y}{n \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \right|} \\ &\vdots \\ \Delta x_n &= \frac{\Delta y}{n \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \right|} \end{aligned} \quad 4.13$$

Analizując otrzymane wartości $\Delta x_1, \Delta x_2 \dots \Delta x_n$ możemy stwierdzić, które z tych wartości wpływają w największym stopniu na wynik błęd końcowego. Stąd otrzymamy wskazówkę, którą wielkość należy szczególnie starannie zmierzyć, aby nie został przekroczony całkowity błąd pomiaru.

Przykład. Obliczyć dopuszczalne błędy pomiaru promienia $r = 3,2$ cm oraz wysokości $h = 4,7$ cm przy obliczaniu objętości walca, aby błąd bezwzględny objętości walca był nie większy niż $\Delta V = 1$ cm³. Różniczkując wzór na objętość walca

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

względem $n=3$ zmiennych tzn. π , r oraz h otrzymamy:

$$3 \cdot \Delta V = r^2 h \Delta \pi + 2 \pi r h \Delta r + \pi r^2 \Delta h$$

Stosując metodę równych wpływów otrzymamy wyrażenia na wartości bezwzględne

$$\Delta V = r^2 h \Delta \pi, \quad \Delta V = 2 \pi r h \Delta r, \quad \Delta V = \pi r^2 \Delta h$$

skąd otrzymamy:

$$\Delta \pi = \frac{\Delta V}{r^2 h}, \quad \Delta r = \frac{\Delta V}{2 \pi r h}, \quad \Delta h = \frac{\Delta V}{\pi r^2}$$

Podstawiając odpowiednie dane liczbowe do powyższych wzorów otrzymamy dopuszczalne poszczególne błędy bezwzględne

$$\Delta \pi = 0,02 \quad \Delta r = 0,01 \text{ cm} \quad \Delta h = 0,03 \text{ cm}$$

przy których możemy osiągnąć założoną dokładność.

13.1.2. Ocena roli błędów względnych przy zastosowaniu metody równych wpływów.

W przypadku, gdy znana jest wartość błędu względnego δ_y szukanej wielkości $y = f(x_1, x_2 \dots x_n)$, to jest ona funkcją wielkości wielu zmiennych, określonych wzorem

$$\delta_y = \left| \frac{x_1}{y} \right| \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| \delta_{x_1} + \left| \frac{x_2}{y} \right| \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \right| \delta_{x_2} + \dots + \left| \frac{x_n}{y} \right| \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \right| \delta_{x_n} \quad 5.13$$

Stosując metodę równych wpływów robimy założenie, że wszystkie człony równania 5.13 są sobie równe. Stąd otrzymamy wyrażenia na błędy względne poszczególnych zmiennych, obciążonych błędami:

$$\delta_{x_1} = \frac{\delta_y}{n \left| \frac{x_1}{y} \right| \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|}$$

$$\delta_{x_2} = \frac{\delta_y}{n \left| \frac{x_2}{y} \right| \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \right|}$$

$$\delta_y = \frac{\delta_x}{n \left| \frac{x_n}{y} \right| \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \right|}$$

6.13

Należy zauważyć, że z wyrażenia dla błędów cząstkowych względnych opisanych przez równanie 5.13 można otrzymać błędy bezwzględne i odwrotnie, z wyrażenia 4.13 na wartości bezwzględnych błędów cząstkowych można otrzymać błędy względne. W praktyce jednak, w przypadku obliczeń przybliżonych, czasami dwa formalnie ekwiwalentne wzory mogą dać różne wyniki. Dlatego też w przypadku wykonywania ważnych pomiarów należy zastosować obie przedstawione metody, a w przypadku otrzymania różnych wyników, wybierać tę metodę, która jest wygodniejsza przy wykonywaniu obliczeń.

Przykład. Stosując tę metodę do danych z poprzedniego przykładu obliczamy najpierw błąd względny objętości:

$$\delta_v = \frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta v}{\frac{1}{3} \pi r^2 h} = \frac{1}{\frac{1}{3} \pi 3,2^2 4,7} = 0,02$$

Wykorzystując wzory 13.6 otrzymamy dopuszczalne błędy względne dla poszczególnych $n = 3$ zmiennych:

$$\delta_\pi = \frac{\delta_v}{3 \left| \frac{1}{3} \pi r^2 h \right| \left| \frac{1}{3} r^2 h \right|} = \frac{\delta_v}{3} = 0,007$$

$$\delta_r = \frac{\delta_v}{3 \left| \frac{1}{3} \pi r^2 h \right| \left| \frac{1}{3} 2\pi \cdot h \cdot r \right|} = \frac{\delta_v}{6} = 0,003$$

$$\delta_h = \frac{\delta_v}{3 \left| \frac{1}{3} \pi r^2 h \right| \left| \frac{1}{3} \pi r^2 \right|} = \frac{\delta_v}{3} = 0,007$$

Dopuszczalne błędy bezwzględne dla poszczególnych zmiennych wyniosą:

$$\Delta \pi = \delta_\pi \pi = 0,02$$

$$\Delta r = \delta_r r = 0,01 \text{ cm}$$

$$\Delta h = \delta_h h = 0,03 \text{ cm}$$

Jak widać przy pomocy tej metody otrzymaliśmy wyniki identyczne jak w poprzednim przypadku.

13.1.3. Wpływ liczb przybliżonych na wartość błędu wyniku złożonego.

Przy wyznaczaniu wartości błędu pomiaru złożonego często mamy do czynienia z takimi liczbami przybliżonymi jak π , podstawa logarytmów naturalnych e, wartości tablicowe niektórych stałych fizycznych itp. W takich wypadkach należy wziąć wartości przybliżone z taką ilością cyfr znaczących, aby błąd wynikły z tego powodu można byłoby zaniedbać. Dokładność opracowania materiału liczbowego powinna być uzależniona od dokładności samych pomiarów.

W celu pominięcia błędów wynikłych z przybliżenia liczb wyżej wymienionych należy zawsze przestrzegać zasady, aby błąd otrzymany w wyniku dokonywania obliczeń był znacznie mniejszy od ogólnego błędu pomiaru. Na ogół przyjmuje się, że błąd ten powinien wynosić mniej niż 1/10 sumy pozostałych błędów cząstkowych pomiaru złożonego. Wtedy możemy być przekonani, że w rezultacie działań arytmetycznych dokonywanych na wynikach pomiarów nie obarczamy ostatecznego wyniku dodatkowym błędem. W praktyce obliczamy błąd pomiaru złożonego według wzorów 4.12 lub 6.12 traktując w pierwszej fazie liczby przybliżone jako zmienne obciążone błędami, a następnie obliczamy błąd bezwzględny ΔP z wzoru:

$$\Delta P \leq \frac{P}{10} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| |\Delta x_i| \quad 7.13$$

gdzie: P - liczba przybliżona, zaokrąglona do trzech, a nawet do dwóch cyfr znaczących.

Warto zaznaczyć, że nie interesuje nas sama wartość P, lecz liczba cyfr znaczących jaką przy tym obliczeniu otrzymujemy. Jeśli z taką samą dokładnością /a nie taką samą ilością cyfr znaczących/ weźmiemy do obliczeń liczbę przybliżoną, to błąd wynikły z zaokrąglenia liczby przybliżonej możemy pominąć, tzn. nie brać go pod uwagę w rachunku błędów.

Przykład. Przy wyznaczaniu objętości V cylindra o wysokości h i promieniu podstawy korzystamy z wzoru:

$$V = \pi r^2 h$$

Stosując wzór 11.12 otrzymamy wyrażenie na błąd względny objętości cylindra:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta \pi}{\pi} + 2 \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta h}{h}$$

Zakładając, że $\frac{\Delta r}{r} = 0,03$, a $\frac{\Delta h}{h} = 0,01$ oraz korzystając z wzoru 7.13 otrzymamy:

$$\Delta \pi = \frac{\pi}{10} \left(2 \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta h}{h} \right) = \frac{3,14}{10} (2 \cdot 0,03 + 0,01) = 0,02198 \approx 0,022$$

tzn. biorąc wartość $\pi = 3,142$ do obliczenia wartości V możemy zaniedbać wartość $\frac{\Delta \pi}{\pi}$ w rachunku błędów.

13.3. Określenie najbardziej dogodnych warunków pomiaru.

Najbardziej dogodne warunki pomiarów będą miały oczywiście miejsce w tym przypadku, gdy wartości błędów będą miały możliwie najmniejszą wartość. Z matematycznego punktu widzenia zagadnienie sprowadza się do znalezienia minimum wartości funkcji na maksymalny błąd względny. Przyprowadzając pierwszą pochodną błędu względnego do zera, możemy wyznaczyć ekstremum funkcji /minimum/, a stąd najbardziej korzystne warunki przeprowadzania doświadczeń. Należy tu zaznaczyć, że nie zawsze uda nam się wyznaczyć najbardziej dogodne warunki pomiarów, gdyż nie każda funkcja posiada minimum.

Przykład. Przy określaniu oporu przewodnika metodą mostka Wheatstone'a nieznaną opór wyliczamy z wzoru:

$$R_x = R_0 \frac{l_1}{l_2}$$

gdzie: R_0 - opór stały,

l_1, l_2 - odpowiednie długości przewodnika w mostku, między którymi znajduje się kontakt /styki/ przy zerowym położeniu galvanometru.

Określimy najbardziej dogodne położenie ruchomego kontaktu /styku/ przy którym względny błąd maksymalny będzie miał najmniejszą wartość. Jeśli oznaczymy przez L długość przewodu po którym przemieszcza się kontakt, to możemy napisać:

$$L = l_1 + l_2$$

a wzór na opór przyjąć postać:

$$R_x = R_0 \frac{l_1}{L - l_1}$$

Logarytmując, a następnie różniczkując obie strony powyższego równania otrzymamy wyrażenie na błąd względny:

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{L - l_1} \right) \cdot \Delta l_1$$

Wyrażenie to będzie miało minimum przy minimalnej wartości współczynnika stojącego przy Δl_1 . Oznaczając go przez z tzn.

$$z = \frac{1}{l_1} + \frac{1}{L - l_1}$$

możemy znaleźć pierwszą pochodną

$$\frac{dz}{dl_1} = \frac{1}{(L - l_1)^2} - \frac{1}{l_1^2}$$

oraz drugą pochodną

$$\frac{d^2z}{dl_1^2} = \frac{2}{(L - l_1)^2} + \frac{2}{l_1^3}$$

Ponieważ l_1 jest zawsze mniejsze od L , to druga pochodna ma wartość dodatnią. Funkcja posiada minimum dla takiej wartości l_1 , dla której pierwsza pochodna równa się zero. Możemy więc napisać:

$$\frac{1}{(L - l_1)^2} - \frac{1}{l_1^2} = 0$$

skąd otrzymamy:

$$l_1 = \frac{L}{2}$$

tzn. najbardziej dogodny warunki pomiaru będziemy mieli dla przypadku gdy ruchomy kontakt /styk/ będzie się znajdował mniej więcej w połowie długości L tzn. gdy $l_1 = l_2$. Położenie takie uzyskamy, dobierając odpowiednią wartość R_0 .

14. Analiza graficzna rezultatów pomiarów.

Przedstawienie wyników uzyskanych z pomiarów doświadczalnych można przedstawić w postaci tablic, diagramów, wykresów itp.



Rys.14.1. Wykreślenie krzywych na podstawie niemających punktów doświadczalnych.

14.1. Tablice.

Tablice /tabele/ są bardzo wygodne do przedstawienia zestawień wyników. Każda z tablic winna mieć odpowiedni tytuł, poprawnie określone nagłówki oraz podane właściwe jednostki. Układ tablic powinien być bardzo przejrzysty, a każda z nich winna służyć przedstawieniu tylko jednej zasadniczej koncepcji.

14.2. Diagramy.

Za pomocą diagramów można przedstawić wyniki w formie bardziej ilustracyjnej niż za pomocą tabel. W każdym z diagramów należy przedstawić tylko kilka istotnych cech i każdy z nich powinien stanowić w sposób jasny i prosty ilustrację tylko jednej idei.

14.3. Wykresy.

Dane doświadczalne otrzymujemy często w wyniku pomiaru zmiennej zależnej y dla szeregu wartości innej zmiennej niezależnej x , uważając przy tym aby inne ważne czynniki nie ulegały zmianom. Zazwyczaj zmienną niezależną odkłada się na osi poziomej, a zmienną zależną na osi pionowej, a następnie usiłuje się narysować możliwie łagodną krzywą jak najbliższej zaznaczonych punktów /rys. 14.1/. Ze względu na błędy pomiarowe krzywa z reguły nie będzie przechodziła dokładnie przez punkty pomiarowe odpowiadające wszystkim obserwacjom.

Wykres przedstawia funkcję w sposób bardziej poglądowy i ilustracyjny niż wartości zebrane w formie tabel. Tabele bowiem nie pokazują jasno zachowania się funkcji, natomiast jest ono widoczne w przypadku graficznego przedstawienia danych na papierze milimetrowym.

Przy graficznym przedstawieniu danych doświadczalnych w większości przypadków przyjmujemy, prostokątny układ współrzędnych. Inne układy współrzędnych np. współrzędne biegunowe, są rzadziej brane pod uwagę przy sporządzaniu wykresów.

Każdy wykres powinien być poprawnie tytułowany oraz opatrzony informacją o odpowiadających mu parametrach. Osie pionowe i poziome winny być właściwie i wyraźnie opisane z zaznaczeniem jednostki miary. Dla każdej krzywej należy wskazać odpowiadające

jej parametry, a w przypadku zaznaczenia na wykresie punktów pomiarowych, trzeba ich symbole np. kółka, krzyżyki, trójkąty itp. opisać w legendzie.

Graficzna metoda przedstawiania danych ma wiele cennych zalet, z których najważniejszymi są:

- a/ dobre uzmysłowienie jakościowej natury zależności jednej zmiennej od drugiej, pozwalające na bezpośrednie prześledzenie przebiegu funkcji, występowania jej maksimów, punktów przegięć itp.,
- b/ łatwość oceniania wartości znajdującej się pomiędzy wartościami wyznaczonymi doświadczalnie /interpolacja/, a nawet poza zakresem zmierzonych wartości /ekstrapolacja/,
- c/ możliwość wyeliminowania, co czasami jest możliwe, wpływów błędów przypadkowych /wygładzanie danych/,
- d/ możliwość wykonywania pewnych operacji np. różniczkowania lub całkowania,
- e/ możliwość ustalenia prawa w formie wzoru empirycznego, wyróżniającego zależność jednej zmiennej od drugiej.

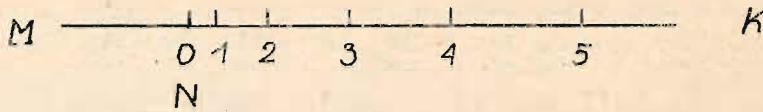
Sporządzając wykres na podstawie wartości tablicowych, należy wybrać najodpowiedniejszą do tego celu skalę, przy czym skale na osi poziomej i pionowej mogą być takie same lub różne.

14.4. Skale funkcyjne.

Sporządzając prostoliniową skalę funkcyjną, umieszczamy ją na osi liczbowej, na której został:

- a/ wyróżniony zwrot, co zaznaczamy strzałką,
- b/ wyróżniony punkt, zwany punktem zerowym lub początkiem osi,
- c/ wybrana jednostka długości, którą odkładamy od punktu zerowego.

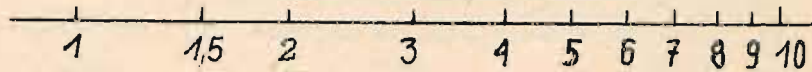
Każdemu punktowi na każdej z osi przyporządkujemy liczbę - współrzędną punktu, która jest jego odległością od początku osi. Te skale, które są naniesione na zwykłe linijki pomiarowe nazywamy skalami równomiernymi. W niektórych przypadkach skale równomierne nie wystarczają i zachodzi potrzeba konstruowania innego rodzaju skal tzw. skal funkcyjnych. Znajdują one szerokie zastosowanie przy opracowywaniu danych doświadczalnych, dzięki temu, że wykresy funkcji można w wyniku specjalnego doboru skal funk-



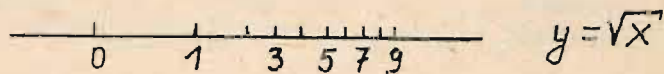
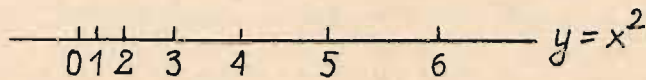
Rys.14.2. Skala funkcyjna.



Rys.14.3. Skala równomierna o module $m = 0.25$



Rys.14.4. Skala logarytmiczna.



Rys.14.5. Skale funkcyjne dla funkcji $y = x^2$ i $y = \sqrt{x}$

cyjnych przekształcić w linię prostą.

14.4.1. Moduł i długość skali.

Jeśli weźmiemy pod uwagę jakąkolwiek funkcję

$$y = f(x)$$

i wyliczymy wartość tej funkcji dla szeregu argumentów x , np. 0, 1, 2, 3 itd., to otrzymamy odpowiadające temu szeregowi ciąg wartości

$$y_0 = f(0), \quad y_1 = f(1), \quad y_2 = f(2), \quad y_3 = f(3)$$

Te wartości funkcji y możemy odłożyć na prostej MK od pewnego dowolnego punktu A /rys.14.2/ a pisać wartości argumentu x tzn. oznaczyć liczbami 0, 1, 2, 3 ... W rezultacie otrzymamy skalę z równomiernymi odstępami, ale z numeracją taką, jak u zwykłych liniowych skal. Tak zbudowana skala nazywa się skalą funkcyjną lub skalą danej funkcji $f(x)$. W celu zbudowania skali funkcyjnej należy wybrać pewną długość odcinka i przyjąć go za jednostkę. Tę przyjętą jednostkę nazywamy modułem skali i oznaczamy przez m . Jeśli długość skali przyjmiemy za d , a $y_0 = f(x_0)$ i $y_n = f(x_n)$ oznaczają wartości dwóch skrajnych punktów na skali, to

$$m \leq \frac{d}{y_n - y_0} \quad 1.14$$

tzn., że moduł skali nie powinien być większy od długości skali podzielonej przez różnicę skrajnych wartości funkcji. Im większy jest moduł skali, z tym większą dokładnością potrafimy odczytać wartości funkcji i zaznaczyć punkty o danych wartościach. Jak wynika z wzoru 1.14 liczby występujące w liczniku i mianowniku posiadają określone miano, stąd również liczba m powinna posiadać miano. Odstępuje się jednak od tej zasady, uważając, że liczba niemianowana m wskazuje ilokrotnie należy rozciągnąć skalę funkcji $f(x)$ o module 1 cm, aby otrzymać skalę tej funkcji długości d cm.

14.4.2. Rodzaje skal funkcyjnych.

W zależności od potrzeb możemy stosować różnego rodzaju skale funkcyjne. Najczęściej spotykanymi skalami w praktyce są

skale równomierne, logarytmiczne, potęgowe, trygonometryczne. Niekiedy stosujemy skale o specjalnym przeznaczeniu np. skale do wyznaczania rozkładu Gaussa, rozkładu logarytmicznego itp.

A. Skale równomierne.

Najprostrzymi skalami powszechnie stosowanymi są skale równomierne tj. takie, w których jednakowym różnicom cech odpowiadają równe odcinki. Np. skala linijki centymetrowej jest skalą równomierną o module $m = 1$. Na rys.14.3 przedstawiono skalę równomierną o module $m = 0,25$.

Własnością skal równomiernych jest ich stała dokładność bezwzględna.

B. Skala logarytmiczna.

Często używaną skalą przy sporządzaniu wykresów jest skala logarytmiczna. Istotną jej zaletą jest to, że błąd względny przy odczytywaniu cechy każdego punktu skali logarytmicznej jest jednakowy. Dobrym przykładem tego typu skali jest skala suwaka logarytmicznego. Jednostką jest tu długość suwaka, która najczęściej przyjmuje wartości 15 cm, 25 cm i 50 cm. Warto zwrócić uwagę na fakt, że na skali logarytmicznej nie może znajdować się punkt o cesze 0, gdyż logarytm zera nie istnieje. Przykład skali logarytmicznej pokazano na rys.14.4.

C. Skala potęgowa.

Skala potęgowa w ogólnym przypadku może być określona przy pomocy funkcji typu

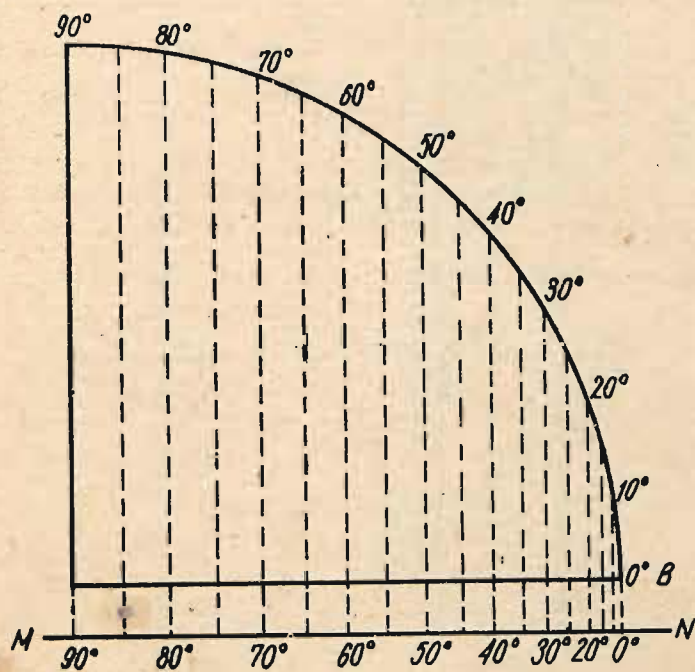
$$y = x^n$$

gdzie: n może przybierać wartości całkowite lub ułamkowe.

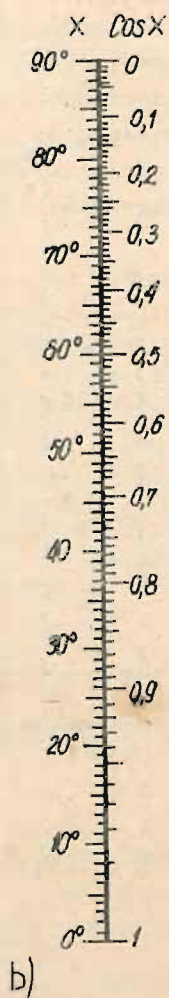
Najczęściej mamy do czynienia z przypadkiem, gdy n równa się 2,3 lub $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{3}$. Praktycznie skale potęgowe wykonuje się przy względnie małych wartościach x . Na rys.14.5 przedstawiono skalę funkcyjną dla funkcji $y = x^2$ i $y = \sqrt{x}$.

D. Skala trygonometryczna.

Skale trygonometryczne możemy wykonać w najprostrzy sposób stosując metodę graficzną. Chcąc wykreślić skalę funkcyjną np. funkcji $y = \cos x$, wykreślamy ćwiartkę okręgu o promieniu równym

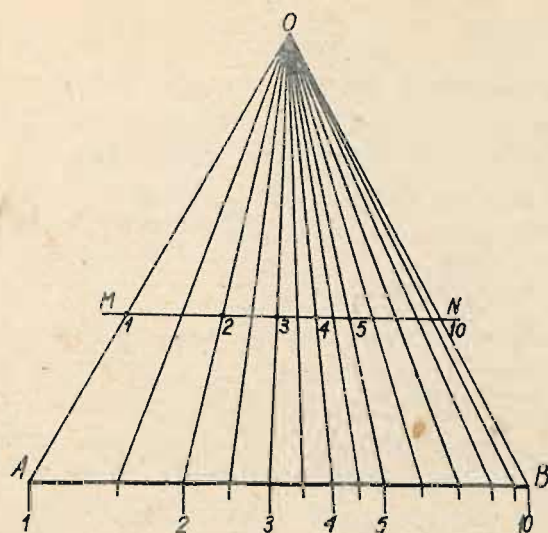


Rys.14.6. Sposób wykreślenia skali funkcyjnej funkcji $y = \cos x$.

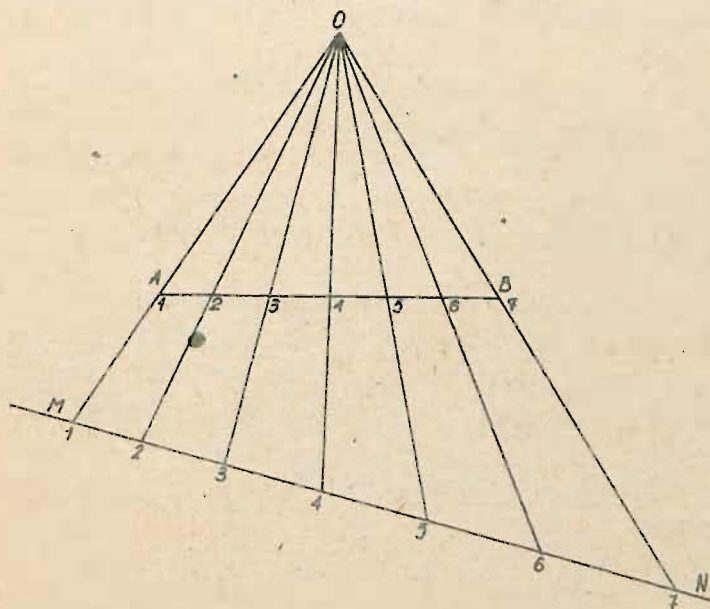


Rys. 14.7 a i b.

Przykład skali podwójnej dla wartości x i $\cos x$.



Rys.14.8. Wykreślania skal funkcyjnych metodą wykreślną /tzw. harfy/.



Rys.14.9. Sposób konstruowania skal liniowo-ułamkowych.

długości skali, a następnie na obwodzie tego okręgu zaznaczamy punkty odpowiadające kątom np. co 10° /rys.14.6/. Równolegle do promienia OB w pewnej dowolnej odległości rysujemy prostą MN. Z zaznaczonych punktów na okręgu prowadzimy proste prostopadłe do prostej MN. W podobny sposób na prostej MN możemy otrzymać skalę funkcji np. funkcji $y = \sin x$.

E. Skale podwójne.

Jeśli na jednym odcinku wraz ze skalą funkcyjną $y = f(x)$ sporządzi się skalę równomierną wartości x , to takie skale nazywamy skalami podwójnymi. Skale podwójne możemy rozpatrywać jako założenie skali równomiernej i skali funkcyjnej, przy czym początkowe i końcowe punkty tych skal winny się pokrywać. Przykład skali podwójnej pokazano na rys.14.7 a i b. Podwójną skalę można stosować do znajdowania wartości funkcji $f(x)$ lub odwrotnie mając wartość funkcji $f(x)$ możemy znaleźć wartość argumentu x .

14.5. Wykreślanie skal funkcyjnych przy pomocy "Harfy".

Mając do dyspozycji narysowaną dowolną skalę funkcyjną można wyrysować metodą graficzną skalę tej funkcji o innym module.

W tym celu na odcinku AB umieszczamy daną skalę funkcyjną $f(x)$. Z dowolnego punktu O /rys.14.8/ prowadzimy proste łączące punkty 1, 2, 3 ... n na danej skali funkcyjnej. W dowolnej odległości od prostej AB prowadzimy do niej prostą równoległą MN otrzymując w ten sposób daną skalę funkcyjną, ale już o innym module.

Przy pomocy tej metody możemy zmniejszać lub powiększać dowolne skale funkcyjne np. równomierne, logarytmiczne, trygonometryczne itp. W przypadku np. rysowania skal logarytmicznych skalę AB można nanieść bezpośrednio ze skali suwaka logarytmicznego.

Bardzo często metoda ta służy do wykreślania skal liniowo-ułamkowych typu:

$$y = \frac{ax + b}{cx + d}$$