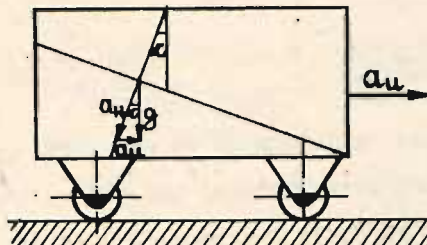


się pasy bezpieczeństwa.

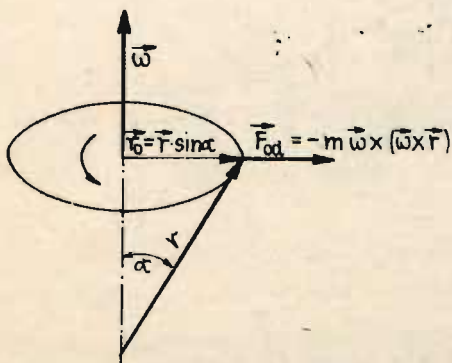


Rys. 3.11. Wóz kolejowy poruszający się z przyspieszeniem po poziomym torze prostoliniowym

11.1.2. Siły bezwładności w ruchu obrotowym

Gdy układ wiruje ze stałą prędkością $\omega = \text{const.}$ wówczas obserwator nieinercyjny odczuwa działanie siły odśrodkowej i siły Coriolisa. /rys. 4.11/.

Siła odśrodkowa



Rys. 4.11. Kierunek siły odśrodkowej

Siła odśrodkowa wyróżniająca się wzorem

$$\vec{F}_{od} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

jest skierowana wzdłuż promienia obrotu od osi na zewnątrz.

Wartość jej wynosi

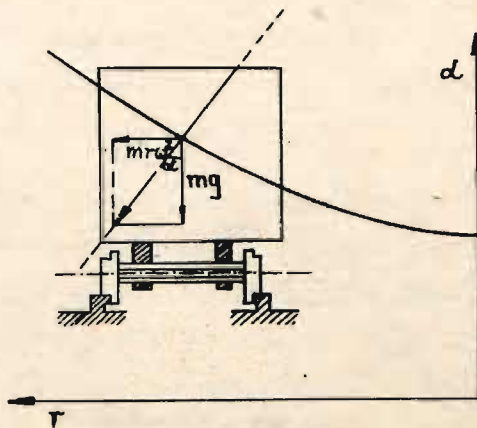
$$F_{od} = m\omega^2 \cdot r_0$$

gdzie promień r_0 jest prostopadły do osi /rys. 4.11/. Siła ta występuje tylko w układzie obracającym się, a obserwator inercyjny jej nie odczuwa.

Jeśli układ obraca się jednostajnie około osi pionowej z prędkością kątową ω , to odchylenie od kierunku pionowego na zewnątrz o kąt α określamy równaniem /rys. 5.11/

$$\tan \alpha = \frac{r\omega^2}{g}$$

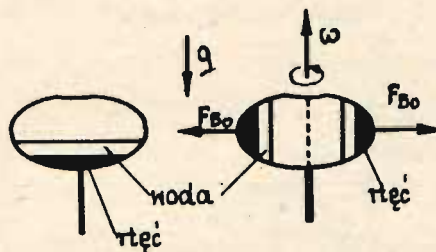
Widzimy, że odchylenie α nie jest stałe, jak w przypadku ruchu jednostajnie postępowego, lecz rośnie wraz z promieniem r . Wartość kąta α nie zmienia się tylko dla punktów leżących na tej samej pionowej.



Rys. 5.11. Odchylenie pionu od kierunku poziomego w funkcji promienia r dla układu obracającego się wokół osi pionowej

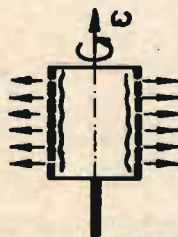
Kąt nachylenia α związany z siłą odśrodkową odgrywa istotną rolę przy budowie dróg, torów kolejowych, tramwajowych, torów kolarskich itp.

Ponieważ siła odśrodkowa zależy od masy ciała tzn. jest do tej masy wprost proporcjonalna, to fakt ten jest wykorzystywany do rozdzielania cieczy o różnej gęstości np. wody i rtęci /rys.6.11/.



Rys. 6.11. Separator odśrodkowy

Na tej zasadzie oparte jest działanie wirówki, służącej do oddzielania drobnych cząstek zawieszonych w cieczy. Siłę odśrodkową wykorzystuje się np. do odsączania resztek wody z mokrej bielizny /rys. 7.11/



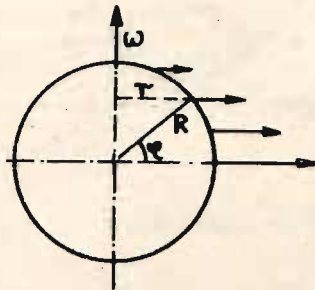
Rys. 7.11. Odsączanie resztek wody w wirówce

11.2. Ziemia jako układ obracający się

W zagadnieniach dynamicznych w zasadzie traktujemy Ziemię jako układ inercyjalny. Ziemia jak wiemy wykonuje złożone ruchy obrotowe:

a/ znajduje się w ruchu obrotowym wokół własnej osi z prędkością kątową $\omega = \frac{2\pi}{T} = 7,25 \cdot 10^{-5} [s]$

b/ pod wpływem sił ciężenia obiega Słońce po torze eliptycznym z prędkością liniową $v = 29 \text{ km/s}$



Rys. 8.11. Wartość siły odśrodkowej w funkcji szerokości geograficznej

Wartość siły odśrodkowej na powierzchni Ziemi można znaleźć ze wzoru

$$F_{od} = m\omega^2 \cdot R \cos \varphi$$

/1/

gdzie φ - szerokość geograficzna, R - promień kuli ziemskiej. Z powyższego wzoru wynika, że ciało na Ziemi obraca się po kołach równoleżnikowych, których promień r jest zawsze mniejszy od promienia Ziemi R . /rys. 8.11/.

Wobec tego siła odśrodkowa zmniejsza się w miarę zbliżania się do bieguna, aż wreszcie na biegunie siła odśrodkowa

a z nią i przyspieszenie odśrodkowe całkowicie znikają.

Maksymalna wartość siły odśrodkowej dla $\sin \varphi = 1$ /dla równika/
wyniesie :

$$F_{od} = m \omega^2 \cdot R$$

Stąd stosunek maksymalnej siły odśrodkowej do ciężaru ciała wynosi

$$\frac{(F_{od})_{max}}{mg} = \frac{\omega^2 R}{g} \approx 0,003$$

Prędkość wirowania Ziemi dookoła własnej osi musiałaby wzrosnąć około 18 razy, aby na równiku wystąpił stan nieważkości, tzn. doba musiałaby trwać 1 godz. i 19 minut.

Z obliczeń wynika, że przyspieszenie ziemskie na równiku powinno być o $3,4 \text{ cm/s}^2$ mniejsze od przyspieszenia ziemskiego na biegunie. Pomiaru doświadczalne dają wartość przyspieszenia ziemskiego na biegunach $g_p = 983 \text{ cm/s}^2$, zaś na równiku $g_r = 978 \text{ cm/s}^2$. Różnica 5 cm/s^2 nie da się wytłumaczyć samym ruchem obrotowym Ziemi, gdyż ruch obrotowy uwzględnia tylko różnicę $3,4 \text{ cm/s}^2$. Pozostałe $1,6 \text{ cm/s}^2$ mają przyczynę w spłaszczeniu Ziemi, gdyż w tym wypadku ciało umieszczone na biegunie znajduje się nieco bliżej środka Ziemi, aniżeli to samo ciało umieszczone na równiku. Wynika z tego, że siła przyciągania ciała przez Ziemię, a wraz z nią przyspieszenie grawitacyjne musi być nieco większe na biegunie niż na równiku, właśnie o tę wartość $1,6 \text{ cm/s}^2$.

Wartość przyspieszenia ziemskiego można z wystarczającą dokładnością wyznaczyć z wzoru Helmerta

$$g_{\varphi} = g_0 (1 + 0,005302 \sin^2 \varphi - 0,000007 \sin^2 2 \varphi)$$

gdzie $g_0 = 978,030$ /na równiku/

φ - szerokość- geograficzna.

Stwierdzone w niektórych miejscach Ziemi różnice między obliczonymi z powyższego wzoru g_{φ} i otrzymanym z bezpośrednich pomiarów wartości g pozwalają zdać sobie sprawę z rozmieszczenia mas w jej wnętrzu. Te tzw. anomalie są największe w górach, gdzie jak np. w Himalajach dochodzą do $0,52 \text{ cm/s}^2$, w Karpatach wynoszą przeciętnie $0,06 \text{ cm/s}^2$, a najmniejsze, z wyjątkiem nielicznych stosunkowo miejsc na oceanach.

Znajomość pola siły ciężkości Ziemi pozwala rozwiązać szereg problemów geodezji i geofizyki stosowanej. Badania anomalii siły ciężkości pozwala wyliczyć odchylenie geoidy od elipsoidy. Z charakteru pola grawitacyjnego można wnioskować również o zmianach gęstości ośrodka w rejonie obserwacji, co jest wykorzystywane w badaniach struktur geologicznych i przy poszukiwaniu złóż kopalin. Na podstawie periodycznych zmian wartości g można wnioskować, że w twardej powłoce Ziemi występują zjawiska przepływowe, co z kolei umożliwia wnioskowanie o sprężystych własnościach Ziemi.

Warto tu zaznaczyć, że dokładne pomiary siły ciężkości wykonane na szczytach gór oraz na terenach płaskich i oceanicznych potwierdziły, że w okolicach górskich siła ciężkości jest mniejsza od średniej wartości, podczas, gdy nad oceanami przewyższa tę średnią wartość. Dodatkowo okazało się, że jednostkowe radialne wycinki globu, niezależnie od tego, czy zawierają góry, czy oceany, mają niemal równe masy /należy oczywiście wyłączyć efekty zmian ciążenia związane z szerokością geograficzną/. Zjawisko to nosi nazwę izostazji lub równowagi izostatycznej. Jak się okazało, lekkie skały, z których zbudowana jest zewnętrzna część skorupy ziemskiej, głębiej sięgają pod górami niż pod basenami oceanów. Natomiast cięższe skały płaszczu stanowiące podłoże skorupy

ziemskiej zajmują pod oceanami położenie bliższe powierzchni globu niż pod kontynentami /rys. 9.11/.



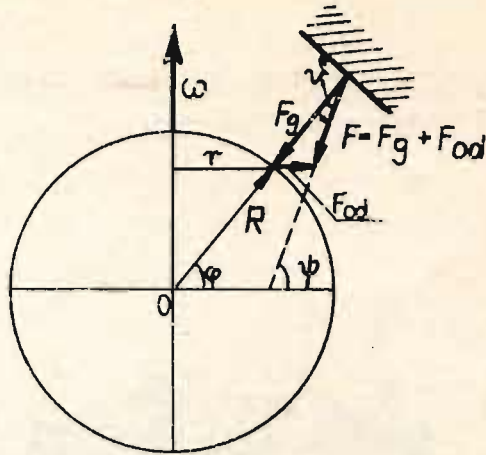
Rys. 9.11. Siła ciężkości w górach i pod oceanami

11.2.1. Kierunek pionu Ziemi

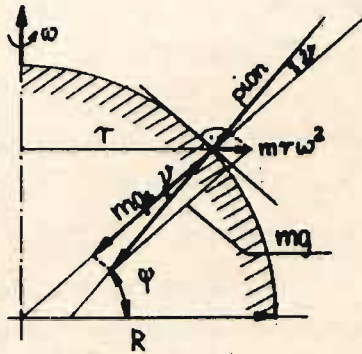
Jak już było powiedziane ^{na} ciało zawieszone nad powierzchnią Ziemi działa siła ciężkości $F = mg$ i siła odśrodkowa $F_{od} = m\omega^2 R \cos\varphi$. Wypadkową tych sił, a wraz z nią kierunek linii pionowej jest odchylony od kierunku siły ciężkości o kąt φ . Ciężarem ciała nazywamy wypadkową siły ciężkości i siły odśrodkowej. Zależność między obu przyspieszeniami jest taka jak między siłami tzn. /rys. 10.11/.

$$m\vec{g} = m\vec{g}_e + m\vec{r}\omega^2$$

Rzutuując wektory powyższego równania na kierunek pionu i kierunek prostopadły do pionu otrzymamy /rys.11.11/



Rys. 10.11. Odchylenie się kierunku pionowego na Ziemi



Rys. 11.11. Rozkład przyspieszeń na kuli ziemskiej

$$mg_6 \cdot \cos \psi = mg - mr\omega^2 \cdot \cos \psi$$

$$mg_6 \cdot \sin \psi = mr\omega^2 \cos (90 - \psi)$$

Z równań tych można obliczyć kąt odchylenia ψ , który dla $\psi = 0$ staje się zerem. tzn. na równiku a także $\psi = 0$ dla $r = 0$ tzn. na biegunach, gdzie ponadto $g_6 = g$.

Uważając w pierwszym przybliżeniu Ziemię za kulę o promieniu $R = 6370 \text{ km}$, znajdujemy $R\omega^2 = 3,4 \text{ cm/s}^2$ co wynosi około $\frac{1}{289}$ wartości przyspieszenia bezwzględnego $g_0 = 982 \text{ cm/s}^2$.

Kąt jest tak mały, iż bez większego błędu można podstawić $\cos\psi \approx 1$ oraz $r = R \cos(\psi - \vartheta) \approx R \cos\psi$

Po tych uproszczeniach otrzymamy

$$g_0 = g + \frac{1}{289} \cdot g_0 \cdot \cos^2\psi$$

skąd $\rightarrow g = g_0 \cdot \left[1 - \left(\frac{\cos\psi}{17} \right)^2 \right]$

Podobnie wynika z drugiego równania

$$\sin\vartheta = \frac{1}{289} \sin\psi \cdot \cos\psi$$

Pierwsze równanie wyraża, że przyspieszenie ziemskie maleje od biegunów ku równikowi, gdzie staje się o $\frac{1}{289}$ mniejsze niż na biegunach. Z równania drugiego można wyciągnąć wniosek, że odchylenie pionu od kierunku promienia Ziemi osiąga największą wartość dla szerokości geograficznej $\psi = 45^\circ$. Wówczas $\sin\vartheta = \frac{1}{578}$ tzn. $\vartheta = 0,00173$. Odchylenie od pionu ϑ jest równe zeru na równiku /siła odśrodkowa jest przeciwnie skierowana do siły ciężkości/ i na biegunach ($F_{od}=0$), natomiast maksymalne w średnich szerokościach geograficznych.

Istnienie siły dośrodkowej powoduje także ściślejsze określenie szerokości geograficznej. Jeśli przez szerokość geograficzną rozumiemy kąt ψ między kierunkiem lokalnego pionu a płaszczyzną równika, to w tym wypadku kąt φ między promieniem wodzącym danego punktu na kuli ziemskiej a płaszczyzną równika, /dotychczas uważany za szerokość geograficzną/ nazywamy szerokością geocentryczną. Między tymi kątami istnieje związek

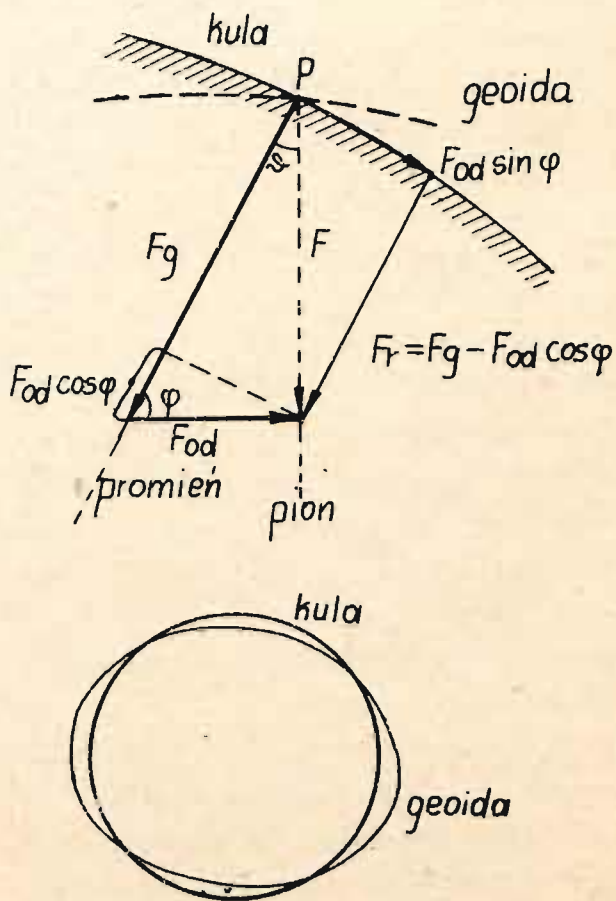
$$\varphi = \psi - \vartheta$$

W większości przypadków stosowanych w technice i życiu codziennym można utożsamiać ze względu na mały kąt ϑ szerokość geograficzną z szerokością geocentryczną. Różnice te jednak mają duże znaczenie

w geodezji i nawigacji kosmicznej.

11.2.2. Kształt Ziemi

Siła odśrodkowa powodowała również spłaszczenie Ziemi, działając na masę samej Ziemi.



Rys. 12.11. Kształt powierzchni kuli ziemskiej

Ciężar dowolnego ciała na powierzchni Ziemi można rozłożyć na dwie składowe, a mianowicie wzdłuż promienia Ziemi i prostopadle do niego, tzn. stycznie do powierzchni kuli. Różnica między siłą ciężkości F_G a składową radialną F_n będzie równa

$$F_G - F_n = F_{od} \cdot \cos \varphi = m \omega^2 R \cos^2 \varphi$$

Ze względu na mały kąt φ możemy napisać

$$F = F_n = F_G - m \omega^2 R \cos^2 \varphi$$

Składowa styczna ciężaru do powierzchni kuli wyniesie

$$F_s = m \omega^2 R \cos \varphi \cdot \sin \varphi$$

Ta składowa siły, powoduje spychanie ciała w kierunku równika.

Wobec tego, przy pewnej plastyczności Ziemi, a tym bardziej gdy miała ona stan ognisto-płynny, siły styczne doprowadziły do jej spłaszczenia. Partie biegunowe masy Ziemi usadowiły się bliżej środka Ziemi aniżeli partie równikowe. Przemieszczanie się trwało do tego momentu, dopóki Ziemia nie przybrała kształtu, przy którym siły styczne przestały istnieć. Wówczas powierzchnia była wszędzie prostopadła do ciężaru, przyjmując kształt geoidy. Wszelkie niejednorodności masy Ziemi odbiegające od geoidy zostały wykryte przez sztuczne satelity Ziemi.

Powierzchnia ograniczająca geoidę jest powierzchnią ekwipotencjalną o równaniu

$$U - V = C$$

/1/

gdzie U - potencjał siły przyciągania ziemskiego

V - potencjał siły odśrodkowej, wywołanej obrotem Ziemi

C - stała, równa wartości potencjału siły ciężkości dla punktów geoidy.

Potencjał siły przyciągania ziemskiego wynosi

$$U = - \int F dr = - \int G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} dr = G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$$

gdzie G - stała grawitacji

M - masa Ziemi

m - masa punktu materialnego

r - odległość punktu materialnego o masie m od środka Ziemi przy jej obrocie za kulę.

Potencjał siły odśrodkowej wyniesie

$$V = -\int F_{\text{od}} \cdot dr = -\int m\omega^2 r \cdot dr = -m \frac{\omega^2 r^2}{2}$$

gdzie ω - prędkość kątowna Ziemi

m - masa punktu materialnego

r - odległość punktu materialnego o masie m od osi obrotu Ziemi.

Wartość potencjału Ziemi wyniesie więc:

$$G \frac{Mm}{r} - m \frac{\omega^2 r^2}{2} = C$$

Wyrażenie to jest słuszne dla punktów leżących nad powierzchnią Ziemi w odległości $r \geq R$ od jej środka i odległości r od jej osi obrotu dobowego.

11.2.3. Siły odływowe i przypływowe

Jednym z najważniejszych zastosowań teorii potencjału jest obliczenie tzw. sił przypływowych i odływowych, czyli sił działających na cząstki globu ziemskiego, niezależnie od grawitacji wzajemnej tych cząstek. Źródłem ich są siły przyciągania innych ciał niebieskich, z których na pierwszy plan wybijają się oczywiście Słońce i Księżyc. Skutek tych sił nie byłby dostrzegalny na Ziemi gdyby cała Ziemia była ciałem sztywnym, nie pokrytym w znacznej części wodą oceanów. Siły te wywołują przede wszystkim fluktuacje zwierciadła tych wód, znane od wieków pod nazwą przypływów i odływów.