Nr. 40—41. Warszawa, dnia 14 Października 1925 r. Tom LXIII.

PRZEGLĄD TECHNICZNY

TYGODNIK POŚWIĘCONY SPRAWOM TECHNIKI I PRZEMYSŁU.

TREŚĆ:

SOMMAIRE:

Prace Laboratorjum Aerodynamicznego Polit. Warsz., prowadzone pod kierunkiem prof. C. Witoszyńskiego.

Zmiana kierunku prądu jednostajnego o 180°.[1]

Przygotował do druku J. Bonder.

Wypadek ogólniejszy kanału o ściankach krzywych.

Obecnie rozpatrzymy proste uogólnienie omawianego potencjału zespolonego (14); mianowicie, zachowując oznaczenia poprzednio przyjęte, potencjał zespolony określimy równaniem:

$$\cosh\frac{\Phi+i\Psi}{au}=\frac{2e^{\frac{z}{a}}-m-1}{1-m}. \tag{21}$$

Przy $m=-1$ otrzymujemy zbadany już potencjał (14). Jak przekonamy się, z potencjału tego (21) wynika układ linij prądu, posiadający cały szereg ciekawych własności.

Ograniczymy się do zbadania przepływu dla $|m|<1$, gdyż, jeśli $|m|>1$, to wystarczy wziąć we wzorze (21) zamiast parametru m parametr $m_1=\frac{1}{m}$, a otrzymamy:

$$\cosh\frac{\Phi+i\Psi}{au}=\frac{2e^{\frac{z}{a}}-\frac{1}{m}-1}{1-\frac{1}{m}},$$

czyli:

$$\cosh\frac{\Phi+i(\Psi+\pi)}{au}=\frac{2e^{\frac{z}{a}+\ln m}-1-m}{1-m},$$

t. j. przepływ, różniący się od poprzedniego przepływu z parametrem m tylko tem, że układ spółrzędnych jest przesunięty o $z_0=a\ln m$, a wartości Ψ są na odpowiednich linjach prądu mniejsze o π.

Pamiętając więc, że $|m|<1$, określamy ze wzoru (21) układ prędkości:

$$v_x-iv_y=u\frac{e^{\frac{z}{a}}}{\sqrt{(e^{\frac{z}{a}}-m)(e^{\frac{z}{a}}-1)}}, \tag{22}$$

z którego wynika, że prędkość staje się nieskończenie wielką w punktach:

$$\frac{z}{a}=2k\pi i, \quad \text{bądź} \quad \frac{z}{a}=\ln m+2k\pi i,$$

gdzie k — dowolna liczba całkowita. Należy tu rozróżnić dwa wypadki: $0<m<1$ oraz $-1<m<0$. W pierwszym wypadku bieguny (t. j. punkty, w których prędkość jest nieskończenie wielka) leżą parami na prostych, równoległych do osi x i odległych od siebie o $2\pi a$; w drugim — bieguny ułożone są w szachownicę — szereg biegunów: $\frac{z}{a}=2k\pi i$ zostaje na swojem miejscu, podczas gdy drugi szereg: $\frac{z}{a}=\ln m+2k\pi i=\ln(-m)+\pi i+2k\pi i$ ulega przesunięciu o πa do góry lub na dół.

Najpierw zajmiemy się wypadkiem:

$$\underline{0<m<1.}$$

Ponieważ układ linij prądu powtarza się przy przesunięciu w kierunku osi y o $2\pi a$, wystarczy uwzględniać y tylko w granicach: $-\pi a<y<\pi a$.

Z równania (21), przyrównywując do siebie oddzielnie części rzeczywiste i urojone, otrzymamy:

$$\left.\begin{aligned}\cosh\frac{\Phi}{au}\cos\frac{\Psi}{au}&=\frac{2e^{\frac{x}{a}}\cos\frac{y}{a}-m-1}{1-m},\\ \sinh\frac{\Phi}{au}\sin\frac{\Psi}{au}&=\frac{2e^{\frac{x}{a}}\sin\frac{y}{a}}{1-m},\end{aligned}\right\} \tag{23}$$

[1]) Dokończenie do str. 588 w № 39 r. b.

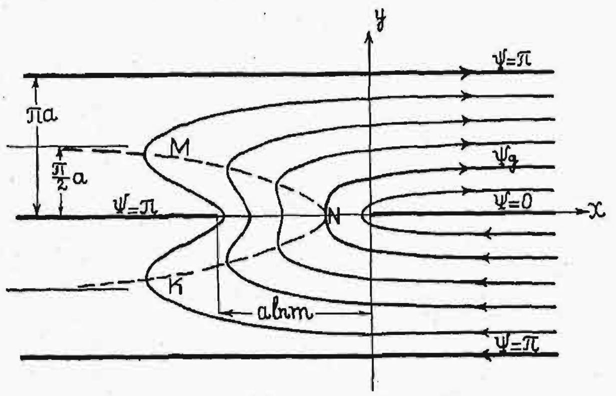
a rugując stąd Φ, dochodzimy do następującego równania linij prądu $\Psi = \mathrm{const}$:

$$4\left(\cos^2\frac{y}{a}-\cos^2\frac{\Psi}{au}\right)e^{\frac{2x}{a}}+$$

$$-4(m+1)\cos\frac{y}{a}\left(1-\cos^2\frac{\Psi}{au}\right)e^{\frac{x}{a}}+$$

$$+\left[(1+m)^2-(1-m)^2\cos^2\frac{\Psi}{au}\right]\left(1-\cos^2\frac{\Psi}{au}\right)=0. \quad (24)$$

Z równań (23) widać, że linję prądu $\Psi = 0$ tworzy dodatnia strona osi x ($y = 0$; $x > 0$). Linja prądu $\Psi = \pi$ składa się z części osi x, mianowicie $y = 0$, $x < a \ln m$ oraz z dwóch prostych równoległych do tejże osi: $y = \pm \pi a$ (rys 6). Na odcinku osi x, dla $a \ln m < x < 0$ mamy $\Phi = 0$; w pozostałych zaś punktach potencjał Φ określony jest równaniem:



Rys. 6.

$$\sinh\frac{\Phi}{au} = \frac{2e^{\frac{x}{a}}\sin\frac{y}{a}}{(1-m)\sin\frac{\Psi}{au}}. \quad (25)$$

Z równania (22) odczytujemy odrazu, że:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{gdy} & x = +\infty \text{ mamy } v_x - iv_y = \pm u, \\ \text{a gdy} & x = -\infty \text{ mamy } v_x - iv_y = 0,\end{array}\right\} \quad (26)$$

czyli w $+\infty$ mamy jednostajny prąd powietrza, a w $-\infty$ prąd ten zawraca. Chcąc bliżej określić charakter linij prądu, podnieśmy obie strony równania (22) do kwadratu:

$$v_x^2 - v_y^2 - 2iv_x v_y = u^2 \frac{e^{\frac{2x}{a}}}{\left(e^{\frac{x}{a}}-m\right)\left(e^{\frac{x}{a}}-1\right)},$$

skąd otrzymamy:

$$v_x v_y = \frac{u^2 e^{\frac{2x}{a}}\left[(1+m)e^{\frac{x}{a}} - 2m\cos\frac{y}{a}\right]\sin\frac{y}{a}}{2\left[\left(e^{\frac{x}{a}}-m\cos\frac{y}{a}\right)^2+m^2\sin^2\frac{y}{a}\right]\left[\left(e^{\frac{x}{a}}-\cos\frac{y}{a}\right)^2+\sin^2\frac{y}{a}\right]}. \quad (27)$$

Jak widać z tego wzoru, mianownik jest zawsze dodatni, naskutek czego znak iloczynu prędkości $v_x v_y$ zależy jedynie od znaku wyrażenia:

$$L = \left[(1+m)e^{\frac{x}{a}} - 2m\cos\frac{y}{a}\right]\sin\frac{y}{a}. \quad (28)$$

Jest rzeczą oczywistą, że strona, w którą pochylone są styczne do linij prądu, jest w zupełności określona znakiem iloczynu $v_x v_y$, niezależnie od znaków poszczególnych czynników, których znajomość jest potrzebna dopiero wtedy, gdy chodzi o wyznaczenie zwrotu przepływu, t. j. o określenie, czy przepływ odbywa się od A do B, czy też od B do A. To jednakże pozostaje dowolne, a właściwie zależy od tego, jaki znak postawimy przed pierwiastkiem we wzorze (22). Wystarczy więc dla określenia charakteru układu linij prądu zbadać znak iloczynu $v_x v_y$ i to jedynie dla $y > 0$, gdyż układ ten jest symetryczny względem osi x. Przy tem założeniu wynika ze wzoru (27), że dla $x > 0$ mamy bez wyjątku $v_x v_y > 0$; natomiast przy $x < 0$, t. j. $e^{\frac{x}{a}} < 1$ należy rozróżnić dwa wypadki (rys. 6):

1) $\cos\frac{y}{a} < \frac{(1+m)e^{\frac{x}{a}}}{2m}$, wówczas: $v_x v_y > 0$;

2) $\cos\frac{y}{a} > \frac{(1+m)e^{\frac{x}{a}}}{2m}$, wówczas $v_x v_y < 0$.

A zatem, gdy $\cos\frac{y}{a} = \frac{(1+m)e^{\frac{x}{a}}}{2m}$, mamy wtedy $v_x v_y = 0$, a właściwie, jak przekonywa rzut oka na rys. 6, $v_x = 0$. Powiemy więc, że równanie:

$$\cos\frac{y}{a} = \frac{1+m}{2m}e^{\frac{x}{a}} \quad (29)$$

wyraża miejsce geometryczne punktów, dla których $v_x = 0$ (na rys. 6 krzywa MNK).

Krzywa ta przecina oś x w punkcie N o odciętej

$$\frac{x}{a} = \ln\frac{2m}{1+m} \quad (30)$$

i posiada asymptoty: $y = \pm\frac{\pi}{2}a$.

Przyjrzyjmy się jeszcze układowi prędkości na osi x w przedziale: $a \ln m < x < 0$. Z równania (22) dla $y = 0$ i x zawartego w powyższym przedziale otrzymujemy:

$$v_x = 0;\ v_y = V = \frac{u\,e^{\frac{x}{a}}}{\sqrt{\left(e^{\frac{x}{a}}-m\right)\left(1-e^{\frac{x}{a}}\right)}}. \quad (31)$$

Jak łatwo się przekonać przez proste różniczkowanie, prędkość ta przechodzi przez minimum, gdy:

$$e^{\frac{x}{a}} = \frac{2m}{1+m},$$

a więc minimum prędkości na osi x ma miejsce w punkcie N, w którym przecina ją linja MNK (rys. 6). Linję prądu Ψ_g, która przechodzi przez ten punkt, będziemy nazywali linją graniczną. Wartość jej parametru Ψ_g określamy z równania (23); po uskutecznieniu podstawień:

$$y = 0;\ \Phi = 0;\ e^{\frac{x}{a}} = \frac{2m}{1+m};$$

otrzymamy:

$$\cos\frac{\Psi_g}{au} = -\frac{1-m}{1+m}; \tag{32}$$

ponieważ:

$$0 < m < 1, \text{ więc: } \frac{\pi}{2} < \frac{\Psi_g}{au} < \pi.$$

Minimum prędkości na osi x posiada wartość [wzór (31)]:

$$V_{min} = \frac{2u}{1-m}\sqrt{m}. \tag{33}$$

Chcąc, by istniał przedział na osi x, w którym panowałaby prędkość mniejsza od prędkości u prądu jednostajnego, z jakim mamy do czynienia dla $x = +\infty$, należy uczynić $V_{min} < u$ t. j. $\frac{2\sqrt{m}}{1-m} < 1$, skąd:

$$0 < m < 3-2\sqrt{2} \approx 0,1716. \tag{34}$$

Jeśli ten warunek jest spełniony, to wśród rozpatrywanego układu linij prądu są dwie o parametrach Ψ_1 i Ψ_2, na których przecięciu z osią x prędkość $V = u$. W celu wyznaczenia wartości tych parametrów, rugujemy z wzorów (31) i (23) zmienną x, co przy założeniu $y = 0$, $\Phi = 0$ doprowadza do następującego wzoru na prędkość V na osi x:

$$V = u\,\frac{(1-m)\cos\frac{\Psi}{au} + 1 + m}{(1-m)\sin\frac{\Psi}{au}}. \tag{35}$$

Zakładając $V = u$, otrzymamy wzór do wyznaczenia parametrów Ψ_1 i Ψ_2:

$$\sin\left(\frac{\Psi_{1,2}}{au} - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1+m}{1-m}\frac{\sqrt{2}}{2}. \tag{36}$$

Przy założeniu (34) mamy:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{1+m}{1-m}\frac{\sqrt{2}}{2} < 1,$$

skąd:

$$\frac{\pi}{4} < \frac{\Psi_{1,2}}{au} - \frac{\pi}{4} < \frac{3}{4}\pi \text{ albo: } \frac{\pi}{2} < \frac{\Psi_{1,2}}{au} < \pi.$$

Wartości parametrów, które czynią zadość równaniu (36), związane są zależnością:

$$\Psi_1 + \Psi_2 = \frac{3}{2}\pi. \tag{37}$$

Utwórzmy (rys. 7) z tych dwóch linij prądu kolano tunelu aerodynamicznego, przyczem tak dobierzemy parametry Ψ_1 i Ψ_2, aby stosunek q odległości h zewnętrznej ścianki kanału od osi tunelu do światła kanału b był w celu łatwiejszego porównania taki sam, jak w przykładzie, którego szkic podaje rys. 4. A więc:

$$q = \frac{h}{b} = \frac{\Psi_2}{\Psi_2 - \Psi_1} = 3,43; \quad \text{skąd w połączeniu}$$

z równością (37) otrzymamy:

$$\Psi_1 = 0,622\,\pi a u, \quad \Psi_2 = 0,878\,\pi a u,$$

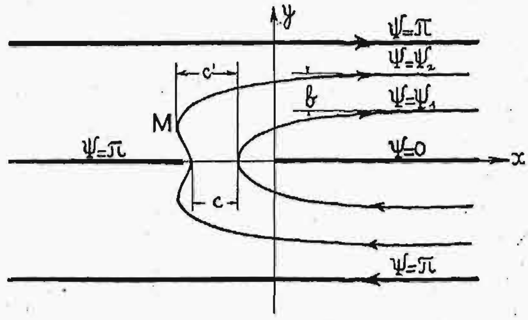
co pozwala już określić światło kanału:

$$b = \frac{\Psi_2 - \Psi_1}{u} = 0,804\,a,$$

oraz wyznaczyć z równania (36) wartość parametru $m = 0,131$. Te dane określają już całkowicie układ linij prądu. Tak więc, posiłkując się równaniami (23), określimy światło kolana c:

$$c = -(x_2 - x_1) = 0,905\,a.$$

Należy tu jednakże zauważyć, że ponieważ linja $\Psi = \Psi_2$ posiada wypukłość w okolicy punktu M (rys. 7), więc — jeśli chodzi o porównanie dwóch kolan ze względu na miejsce, jakie zajmują — miarodajnym jest nie wymiar c, lecz c', który nazwiemy szerokością kolana: $c' = -(x_M - x_1)$. Tutaj x_M oznacza odciętą punktu M, którego spółrzędne są pierwiastkami układu równań (24) i (29), przyczem $\Psi = \Psi_2 = 0,878\,\pi a u$. Po przeprowadzeniu rachunków otrzymamy: $c' = 1,086\,a$, skąd stosunek szerokości kolana do światła kanału $p' = \frac{c'}{b} = 1,35$, a więc nieco lepszy niż w przykładzie, z którym przeprowadzamy porównanie (tam otrzymaliśmy: $p = 1,42$).



Rys. 7.

Przechodzimy teraz do przedyskutowania wypadku:

$$-1 < m < 0.$$

Poprzednie wzory formalnie zostają w mocy; ze względu jednak na to, że m jest obecnie ujemne, otrzymamy z nich inne wyniki. A więc ze wzoru (22) odczytujemy, że jeden biegun jest, jak poprzednio, w punkcie $z = 0$; natomiast drugi, określony równaniem: $e^{\frac{z}{a}} = m$, posiada spółrzędne: $x = a\ln(-m)$; $y = \pi a$. Równanie (23) daje położenie głównych linij prądu Ψ i jednakowego potencjału prędkości Φ:

$\Psi = 0$ — dodatnia strona osi x, czyli $y = 0$; $x > 0$;

$\Psi = \pi$ — część prostej równoległej do osi x, t. j. $y = \pi a$; $x > a\ln(-m)$;

$\Phi = 0$ — pozostałe części tychże prostych t. j. $y = 0$, $x < 0$ albo $y = \pi a$, $x < a\ln(-m)$.

Przechodząc do zbadania układu prędkości, mamy tak samo, jak i przy m dodatnim, że znak iloczynu składowych prędkości $v_x v_y$, określający w którą stronę pochylone są linje prądu, jest identyczny ze znakiem wyrażenia (28):

$$L = \left[(1+m)e^{\frac{x}{a}} - 2m\cos\frac{y}{a}\right]\sin\frac{y}{a}.$$

Ze względu na to, że: $-1 < m < 0$, będzie:

$$v_x v_y > 0, \text{ o ile } \cos\frac{y}{a} > \frac{1+m}{2m}e^{\frac{x}{a}};$$

$$\text{natomiast} \quad v_x v_y < 0, \quad \text{gdy} \quad \cos\frac{y}{a} < \frac{1+m}{2m}e^{\frac{x}{a}}.$$

Z tych zależności wynika schemat układu linij prądu podany na rys. 8. Krzywa MNK jest miejscem geometrycznem punktów, w których $v_y = 0$. Jej równanie jest następujące:

$$\cos \frac{y}{a} = \frac{1+m}{2m} e^{\frac{x}{a}}. \tag{38}$$

Krzywa ta przecina prostą $y = \pi a$ w punkcie N, określonym równością:

$$e^{\frac{x}{a}} = \frac{-2m}{1+m}; \quad \text{skąd:} \quad x = a \ln(-m) + a \ln \frac{2}{1+m};$$

asymptotami jej są proste: $y_a = \frac{\pi}{2} a$ oraz $y_a = \frac{3\pi}{2} a$.

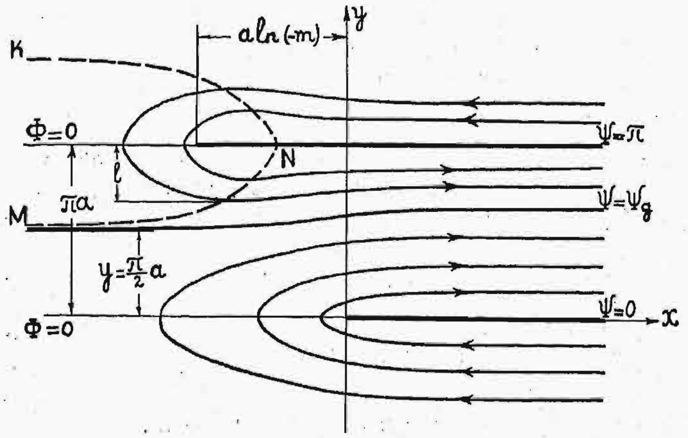
Jak widać z rys. 8, linje prądu rozpadają się na dwie grupy, oddzielone od siebie linją graniczną Ψ_g, która biegnie od $-\infty$ do $+\infty$. A więc, by otrzymać wzór na jej parametr Ψ_g, należy w równaniu (23):

$$\cosh \frac{\Phi}{au} \cos \frac{\Psi}{au} = \frac{2 e^{\frac{x}{a}} \cos \frac{y}{a} - m - 1}{1-m}.$$

założyć: $\Phi = 0$, $\frac{x}{a} = -\infty$, $y = 0$; odrazu wypadnie:

$$\cos \frac{\Psi_g}{au} = -\frac{1+m}{1-m} < 0. \tag{39}$$

Mamy więc: $\frac{\pi}{2} < \frac{\Psi_g}{au} < \pi$. Gdy weźmiemy $m = -1$, otrzymamy $\Psi_g = \frac{\pi}{2} au$ i dojdziemy do przepływu poprzednio rozpatrywanego; gdy zaś $m = 0$, będzie $\Psi_g = \pi a u$ i mamy do czynienia, jak widać ze wzoru (21), z tym samym przepływem — tylko w innej skali.



Rys. 8.

Podstawiając wzór (39) do równania (24), otrzymamy równanie linji granicznej $\Psi = \Psi_g$:

$$e^{\frac{x}{a}} = \frac{-4m(m+1)\cos \frac{y}{a}}{(m-1)^2 \cos^2 \frac{y}{a} - (m+1)^2}, \tag{40}$$

z którego widać, że linja graniczna posiada dwie asymptoty (rys. 8):

1) $x = +\infty$; $\cos \frac{y}{a} = -\frac{1+m}{1-m} = \cos \frac{\Psi_g}{au}$,

skąd $y_a = \frac{\Psi_g}{u} > \frac{\pi}{2} a$;

2) $x = -\infty$; $\cos \frac{y}{a} = 0$, a więc $y_a = \frac{\pi}{2} a$.

Zauważmy tu jeszcze, że linje prądu, położone powyżej linji granicznej, zajmują szerokość większą od tej, jaką obejmują ich asymptoty (rys. 8). Odległość najdalszego punktu linji prądu od prostej $y = \pi a$ oznaczymy przez l; odległość ta jest większa od odległości odpowiedniej asymptoty od prostej $y = \pi a$. Dla otrzymania spółrzędnych punktu, o jakim mowa, a który leży na przecięciu rozpatrywanej linji prądu z krzywą MNK, należy rozwiązać układ równań (24) i (38).

Pozostaje jeszcze do przedyskutowania zmienność prędkości przepływu przez oś x i prostą $y = \pi a$. Ze wzoru (22) wynika, że na osi x dla $y = 0$, $x < 0$ będzie prędkość V:

$$V = v_y = \frac{u e^{\frac{x}{a}}}{\sqrt{(e^{\frac{x}{a}} - m)(1 - e^{\frac{x}{a}})}}.$$

Jak łatwo się przekonać, prędkość ta od wartości nieskończenie wielkiej w punkcie $x = 0$, $y = 0$ maleje do zera dla $x = -\infty$.

Analogicznie znajdziemy prędkość V na prostej $y = \pi a$, gdzie $z = x + i\pi a$, przyczem $x < a \ln(-m)$; po wykonaniu prostych przekształceń dojdziemy do wzoru:

$$V = v_y = -\frac{u e^{\frac{x}{a}}}{\sqrt{(1 + e^{\frac{x}{a}})(-m - e^{\frac{x}{a}})}}.$$

I tu prędkość od wartości nieskończenie wielkiej w punkcie $z = a \ln(-m) + i\pi a$ maleje do zera. Oba te wzory można połączyć w jeden, uwzględniając, że według wzoru (23) dla $\Phi = 0$ i $y = 0$ mamy:

$$e^{\frac{x}{a}} = \frac{(1-m)\cos \frac{\Psi}{au} + 1 + m}{2},$$

zaś dla $\Phi = 0$, lecz $y = \pi a$ będzie:

$$e^{\frac{x}{a}} = -\frac{(1-m)\cos \frac{\Psi}{au} + 1 + m}{2}.$$

W obydwu więc wypadkach otrzymamy:

$$V = u \frac{(1-m)\cos \frac{\Psi}{au} + 1 + m}{(1-m)\sin \frac{\Psi}{au}}. \tag{41}$$

Z powyższego wzoru możemy wyznaczyć parametr Ψ_1 względnie Ψ_2 linji prądu, określonej warunkiem, że prędkość w jej punkcie przecięcia z osią x względnie prostą $y = \pi a$ ma być równa prędkości u, jaka panuje w punktach o odciętej $x = +\infty$. Należy tylko, uwzględniając wskazany na rys. 8 kierunek przepływu, założyć w pierwszym wypadku $V = u$, a w drugim $V = -u$. Po wykonaniu łatwych przekształceń, otrzymamy:

$$\sin\left(\frac{\Psi_1}{au} - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{1+m}{1-m}; \tag{42}$$

$$\cos\left(\frac{\Psi_2}{au} - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{1+m}{1-m}. \tag{43}$$

Uwzględniając, że: $-1 < m < 0$, otrzymujemy następujące granice na parametry Ψ_1 i Ψ_2:

$$\frac{\pi}{4} < \frac{\Psi_1}{au} < \frac{\pi}{2}; \quad \frac{3}{4}\pi < \frac{\Psi_2}{au} < \pi.$$

Parametry te związane są prostą zależnością:

$$\frac{\Psi_2}{au} - \frac{\Psi_1}{au} = \frac{\pi}{2}. \tag{44}$$

Powyżej wyprowadzone wzory pozwalają już rozwiązać zadanie określenia wymiarów tunelów, ograniczonych dwiema linjami prądu rozpatrywanego przepływu. Oczywiście obydwie linje muszą należeć do tej samej grupy krzywych, t. j. położonych albo pod krzywą graniczną Ψ_g, albo — nad nią.

Dla orjentacji podamy kilka przykładów liczbowych.

Utwórzmy najpierw tunel z krzywych, położonych poniżej linji granicznej. Jako zarys jednej ścianki niech służy linja prądu Ψ_1; zarysem drugiej niech będzie linja prądu Ψ_λ, określona warunkiem, że na przecięciu jej z osią x prędkość jest równa λu. Chcąc mieć materjał porównawczy do poprzednio podanych przykładów odmiennych przepływów, z góry postawimy warunek, by spółczynnik $q = \frac{h}{b}$ posiadał tę samą wartość, jaką miał w poprzednich przykładach, t. j. $q = 3{,}43$, skąd wynika:

$$\Psi_\lambda = 1{,}41\,\Psi_1.$$

P r z y k ł a d I: $m = -0{,}5$. Z równania (42): $\Psi_1 = 1{,}02\,au$, a zatem: $\Psi_\lambda = 1{,}44\,au$, skąd światło kanału: $b = 0{,}42\,a$; światło zaś kolana $c = -(x_\lambda - x_1)$ znajdujemy, wyznaczając odcięte x_λ i x_1 z równań (23), otrzymamy tedy $c = 0{,}61\,a$; wobec czego: $p = \frac{c}{b} = 1{,}46$; układ prędkości częściowo charakteryzuje spółczynnik: $\lambda = 0{,}46$ [ze wzoru (41)].

P r z y k ł a d II: $m = -0{,}2$. Postępując analogicznie do poprzedniego, otrzymamy: $\Psi_1 = 1{,}28\,au$; $\Psi_\lambda = 1{,}80\,au$; $b = 0{,}52\,a$; $c = 0{,}82\,a$; $p = 1{,}57$; $\lambda = 0{,}45$.

Dla $m = 0$ lub $m = -1$ otrzymalibyśmy wymiary takie, jak w przykładzie dla potencjału (14).

A teraz dla tych samych wartości m utworzymy tunel z linij prądu, położonych poniżej linji granicznej; w tym więc wypadku będziemy mieli przedewszystkiem do spełnienia zależność: $\pi a \frac{\Psi_\lambda}{u} = 1{,}41\left(\pi a - \frac{\Psi_2}{u}\right)$.

P r z y k ł a d III: $m = -0{,}5$; $\pi - \frac{\Psi_2}{au} = 0{,}55$; $\pi - \frac{\Psi_\lambda}{au} = 0{,}77$; $b = 0{,}22\,a$; $c = 0{,}30\,a$; $p = 1{,}33$; $\lambda = -0{,}56$. Prócz tego należy tu dołączyć wymiar $l_2 = 0{,}62\,a$ dla krzywej $\Psi = \Psi_2$, oraz odpowiednio $l_\lambda = 0{,}95\,a$ dla $\Psi = \Psi_\lambda$.

P r z y k ł a d IV: $m = -0{,}2$; $\pi - \frac{\Psi_2}{au} = 0{,}29$; $\pi - \frac{\Psi_\lambda}{au} = 0{,}41$; $b = 0{,}12\,a$; $c = 0{,}15\,a$; $p = 1{,}24$; $\lambda = -0{,}63$; $l_2 = 0{,}39\,a$; $l_\lambda = 0{,}57\,a$.

Zagadnienia techniczne rozwiązywane zapomocą metody fotoelastyczności [1].

Napisał Prof. Dr. E. G. Coker, czł. Ak., czł. Royal Society,
Dziekan Wydziału Inżynieryjnego Uniwersytetu Londyńskiego.

Dynamometry sprężynowe w zastosowaniu do doświadczeń nad modelami przeźroczystemi. Dalszą, choć mniejszą już trudność, napotykaną często przy badaniu rozkładu naprężeń w modelu, stanowi prawidłowe obciążenie go w sposób łatwy i dogodny. Prawdopodobnie, najwygodniejszym do tego byłby ciężar (odważnik), o ile możnaby było go wszędzie stosować. Jest tak jednak istotnie tylko w razie badań skutków zginania, natomiast obciążenie takie staje się wysoce niewygodnem, a czasem nawet wręcz niewykonalnem, w wypadku sił rozciągających, ściskających lub ścinających, ponieważ rząd wielkości naprężenia, przy którem zachowuje moc proste prawo optyczne [2]), jest zazwyczaj bardzo duży, naprz. dla nitrocelulozy naprężenie to wynosi 250 kg/cm^2 (3500 funt. na 1 cal kw.). Manipulowanie tak wielkiemi ciężarami, jakie byłyby potrzebne do wywołania tego rodzaju naprężeń, jest więc zazwyczaj bardzo trudne. Można jednak z wielką korzyścią stosować do tych badań małe maszyny probiercze o pojedyńczej lub podwójnej dźwigni, obciążane zapomocą wagi sprężynowej o dużej skali z odpowiednią podziałką.

Urządzenie takie stosuje się naprz., w wypadku porównywania naprężeń w rozciąganej próbce z naprężeniami, zaobserwowanemi w badanym modelu. Bardzo korzystnem jest wówczas użycie bardzo małej dwudźwigniowej maszyny probierczej, ustawionej na krążku, zaopatrzonym w podziałki oraz w otwór, przez który przechodzi wiązka promieni. Krążek jest umocowany na pręcie pionowym zapomocą odpowiedniego zacisku, nadto posiada poziome prowadnice krzyżowe w podstawie i wreszcie może się obracać około osi optycznej wiązki spolaryzowanych promieni. Zapomocą tych trzech urządzeń nastawnych, rozciąganej próbce może być nadane dowolne położenie w polu widzenia.

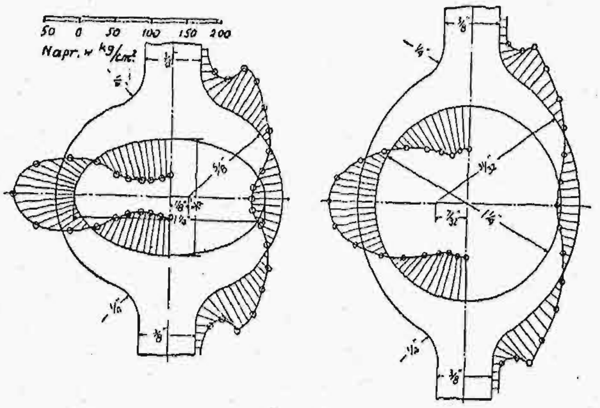
Dla niektórych wszakże pomiarów nawet i ten przyrząd może się okazać niewygodnym, i z większą korzyścią mogłyby być stosowane wagi sprężynowe o małych wymiarach, aczkolwiek są one zwykle zbyt duże dla niezbędnych w danym wypadku średnich obciążeń, sięgających od 90 do 220 *kg*. Stało się tedy istotnie niezbędnem utworzenie odmiennej postaci wagi sprężynowej, mianowicie posiadającej sprężynę pierścieniową tak ukształtowaną, by w granicach sprężystości każdej jej części powstawała dostatecznie wielka zmiana dłu-

---

[1]) Ciąg dalszy do str. 580 w № 39 r. b.

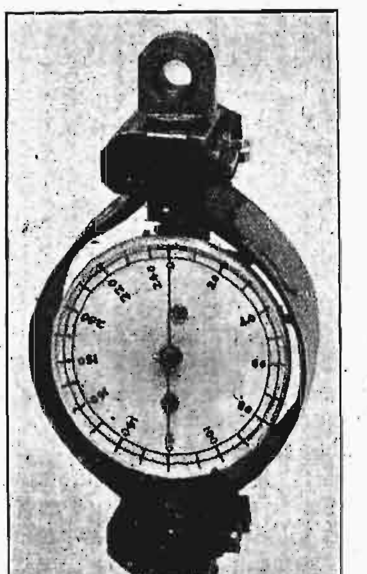
[2]) Patrz wykaz bibljograficzny, p. 26.

gości w pewnym kierunku, którą to zmianę możnaby było uwidocznić w powiększeniu zapomocą wskazówki i cyferblatu. Dla osiągnięcia odpowiedniego kształtu sprężyny, możnaby było skorzystać z doświadczeń nad modelami przeźroczystemi, celem znalezienia takiego

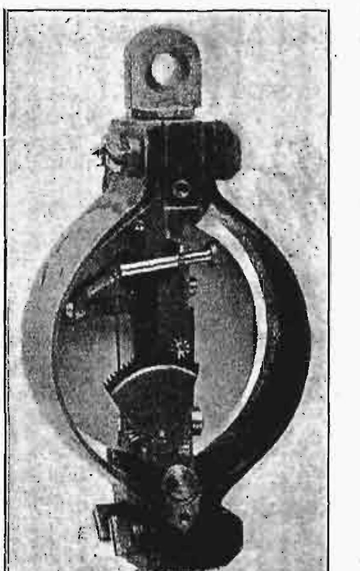


Rys. 9.
Rozkład naprężeń wzdłuż konturów pierścieniowej sprężyny.

jej kształtu, aby naprężenia we wszystkich miejscach były poniżej granicy sprężystości. Niektóre też modele obciążone tych sprężyn były ostatnio zbadane zapomocą światła spolaryzowanego, co dało możność łatwego zdania sobie sprawy z charakterystycznych cech rozkładu w nich naprężeń, ponieważ najczęściej mniejsze naprężenia główne nie były tak wielkie, by wywoływały silne efekty kolorowe i zapomocą zwykłej skali barw można było bardzo dokładnie ocenić występujące naprężenia. Na rys. 9 widoczne są dwa ze zbadanych kształ-

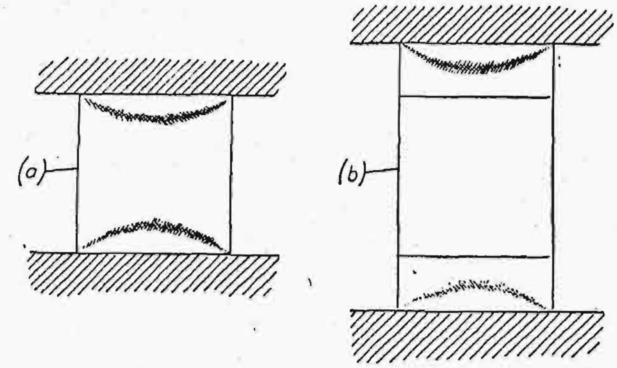


Rys. 10.
Dynamometr.



Rys. 11.
Widok mechanizmu dynamometru.

tów takich sprężyn wraz z zaznaczeniem znalezionych naprężeń, panujących na obwodach. Po ustaleniu w ten sposób najodpowiedniejszego kształtu sprężyny, pozostawało tylko powiększyć wydłużenia jej w jakimkolwiek obranym kierunku, naprz., w kierunku działania sił rozciągających lub też w kierunku poprzecznym do nich, zapomocą mechanizmu, wolnego od błędu zerowego. Po przezwyciężeniu pewnych trudności, warunek ten został spełniony i wykonano w ten sposób wiele przyrządów sprężynowych o wielkości mniej więcej dużego zegarka, które pracowały z wynikiem zupełnie zadowalniającym. Na rys. 10 widzimy taki dynamometr sprężynowy, z cyferblatem o średnicy 50 *mm*, ważący 35 *g*, który mierzy obciążenia do 110 *kg*. Byłoby tak samo łatwo wykonać tę sprężynę dynamometryczną do mierzenia obciążeń sięgających 1 *t* lub, idąc w kierunku przeciwnym, do ważenia listów, nie zmieniając wymiarów więcej, niż tego wymagają proporcje

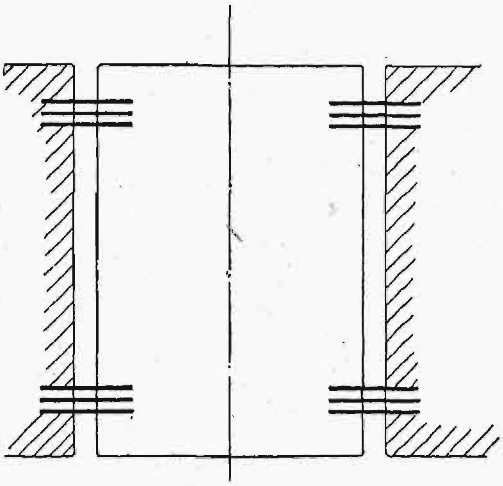


Rys. 12.
a) Przeźroczysty klocek ściskany między płytami maszyny probierczej.
b) Ten sam klocek ściskany za pośrednictwem klocków dodatkowych z tego samego materjału i o tym samym przekroju poprzecznym.

samej sprężyny. Dalszą zaletą tego kształtu, prócz znacznego zmniejszenia wymiarów, jest to, że energja nagromadzona w sprężynie jest tak niewielka, iż w razie pęknięcia modelu, uwolniona energja jest zbyt nieznaczna, by mogła wywołać jakiekolwiek uszkodzenie przyrządu lub samej wagi, wskutek raptownego cofnięcia się wskazówki na zero wraz z połączonym z nią mechanizmem.

W związku z pomiarami obciążeń byłoby może pożytecznem nadmienić, że wypadek czystego ściskania wymaga specjalnego rozważenia, ponieważ jest nadzwyczaj trudno odtworzyć go dokładnie, ze względu na wadliwości ustrojów większości stosowanych obecnie maszyn probierczych, oraz z powodu charakteru układu naprężeń stykowych, jaki powstaje przy ściskaniu ciał o różnych właściwościach fizycznych i o różnych wymiarach. Okazało się bowiem, że jeśli np. sześcian poddamy ściskaniu pomiędzy dwiema płytkami równoległemi, to powstaje naogół na każdej jego podstawie obszar, w którym naprężenia zależą po części od różnicy właściwości fizycznych obu stykających się ciał, po części zaś od wymiarów ich powierzchni, tak iż czyste ściskanie wystąpi tylko w części środkowej, jak to wskazano na rys. 12.

Jeżeli jednak klocek jest ściskany między dwiema płytkami o tych samych co on wymiarach i z tego samego materjału, to — jak widać z tegoż rysunku-zakłócenia miejscowe układu naprężeń zachodzą tylko w płytkach, zaś w środkowym klocku występują prawie równomierne naprężenia ściskające. Zachowanie równoległości płyt ściskających, a nadto zapewnienie możności mierzenia całkowitego obciążenia związane jest z poważnemi trudnościami mechanicznemi. Trudności te najskuteczniej są usunięte w znanej maszynie probierczej Emery'ego. Małe jednak maszyny ściskające, jakie są potrzebne przy badaniach zjawisk fotoelastyczności, dogodnie jest stosować tej postaci [3]), jaka od wielu lat była w użyciu w mojem laboratorjum i która składa się z długiego tłoczka cylindrycznego (rys. 13), osadzonego w głównej ramie maszyny za pośrednictwem współśrodkowych przeponek (diafragm) na każdym końcu, umożliwiających drobne przesunięcia osiowe przy odkształceniach sprężystych przepon pierścieniowych. Obciążenie dolnej płyty może być wykonane w jakikolwiek odpowiedni sposób, byleby tylko była zapewniona ścisła równoległość obydwu płyt cisnących. Siła P, przyłożona do związanej z tłokiem górnej płyty, jest mierzona dogodnie zapomocą pojedyńczej dźwigni, która z jednej strony łączy się z tłokiem za pośrednictwem cienkiej płytki sprężynowej, zaś z drugiej jest zamocowana pokrętnie na innej płytce sprężynowej w podobny sposób, jak w maszynie probierczej Emery'ego. Zastosowanie płytek sprężynowych i prowadnic przeponowych, zmontowanych w stanie nienaprężonym, zamiast zespołu noży, posiada tę dodatkową zaletę, że energja nagromadzona w nich wskutek odkształcenia odzyskuje się przez powrót do położenia równowagi i współdziała osiągnięciu tego stanu, podczas gdy działanie wszystkich mechanizmów ciernych jest nieodwracalne.

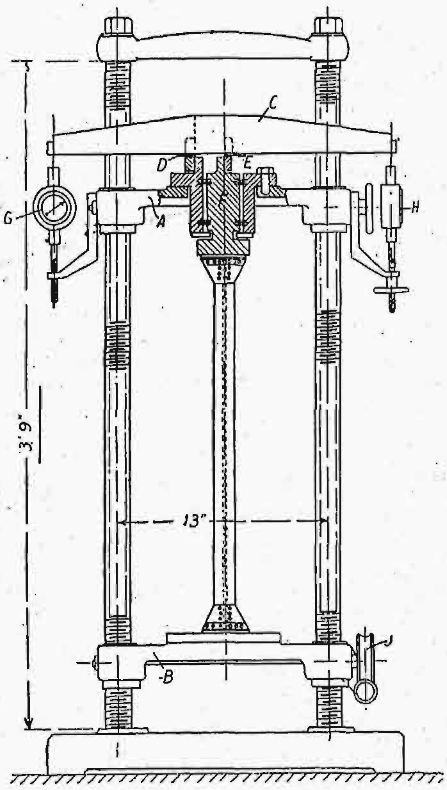


Rys. 13. Tłoczek, zabezpieczony przez przepony, o ograniczonym skoku osiowym.

Siła obciążająca może być mierzona ciężarkami na końcu dźwigni, albo—jeśli jest zbyt duża — zapomocą małego dynamometru sprężynowego, o którym była mowa. Tego rodzaju maszyna, w większej skali, nadaje się do zastosowania przy badaniu modeli o znacznych wymiarach; jedna z maszyn tego typu była zbudowana przed paru laty przez General Electric Company of America, przyczem szczegóły jej zaprojektowane były wspólnie z przedstawicielami tego T-wa, pp. A. L. Kimball'em, F. H. Whitecomb'em i Macklow Smith'em. Maszyna ta nadawała się zarówno do prób na rozciąganie, jak i na ściskanie. W większej maszynie, zbudowanej obecnie w londyńskiem Kolegjum Uniwersyteckiem, zastosowano to samo urządzenie, widoczne na rys. 14. Obie głowice tej maszyny: górna A, wraz z przyrządem mierniczym, i dolna B, do której przykładane są obciążenia, są umocowane na gwintowanych stojakach na wpustach; napęd ślimakowy pozwala ustawić każdą głowicę w dowolnem położeniu. Główna dźwignia C do mierzenia obciążenia opiera się na stalowym nożu D, którego kształt jest tak określony (drogą zastosowania metod fotoelastyczności), że jego tendencja do wyboczenia pod bezpośredniem obciążeniem jest sprowadzona do minimum; w ten sposób uniknięto trudności napotykanej w poprzednich konstrukcjach. Końce tej płyty są tak ukształtowane, że zapewniają szeroką powierzchnię podparcia jej na ramie, zaś dźwignia główna jest tak wykonana, że nie może zachodzić poślizg między nożem a dźwignią. Druga podobna płyta stalowa (nóż) E do tłoka F ma ten sam kształt; wreszcie każdy koniec dźwigni C jest zaopatrzony w podobne płyty stalowe do umocowania ciężarów lub, o ile stosowane są duże obciążenia, do dynamometrów G i H opisanego wyżej ustroju.

Na rysunku widzimy kolumnę ustawioną do badania i obciążoną przez dolną głowicę zapomocą koła ślimakowego J. Obciążenie mierzone jest zapomocą dynamometru H, zaś dynamometr G jest wyłączony przez wyjęcie wpustu.

Związek pomiędzy układem naprężeń w modelach przeźroczystych a naprężeniami w ustrojach rzeczywistych i maszynach. Pytanie, jak dalece można polegać na naprężeniach obserwowanych w płaskich modelach przeźroczystych przy ocenie naprężeń w rzeczywistych ustrojach i częściach maszyn, wydaje się zupełnie naturalnem. To też sprawa ta była poddana szczegółowym badaniom pod wszelkiemi możliwemi względami. Można udowodnić, że naogół zachodzi tu zupełna tożsamość, dowodzenie to jednak byłoby zbyt długie, by je tu przytaczać. Możemy więc wskazać tylko, że dowód ten znaleźć można w wielu pracach mojego kolegi, prof. Filon'a, Mesnager'a i moich własnych. Wskazuje on, że przy zachowaniu podobieństwa, układy naprężeń, wywołanych w ciałach z różnych materjałów, są ściśle te same w granicach sprężystości każdego materjału, jeżeli ciało jest ograniczone prostym konturem, lub jeżeli obciążenia na poszczególnych konturach równoważą się same przez się. Jest to uzasadnione teoretycznie i, chociaż dowód ten można znaleźć w rozprawach o sprężystości, zasługuje on jednak na to, by go przytoczyć na tem miejscu.



Rys. 14. Maszyna probiercza do dużych modeli przeźroczystych.

[3]) Patrz wykaz bibljograficzny, p. 11.

Równania równowagi dla płyty obciążonej w jej własnej płaszczyźnie mają postać następującą:

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial T_z}{\partial y} = \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial T_z}{\partial x} = 0, \qquad (1)$$

jeśli pominiemy, jako nieistotne, wyrazy zawierające siły na jednostkę objętości. Rozwiązanie tych równań daje naprężenia w zależności od funkcji χ w postaci:

$$N_x = \frac{\partial^2\chi}{\partial y^2},\ N_y = \frac{\partial^2\chi}{\partial x^2},\ T_z = -\frac{\partial^2\chi}{\partial x\, \partial y}, \qquad (2)$$

podczas gdy równania odkształceń mogą być z łatwością przekształcone w:

$$\frac{\partial^2 e_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 e_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 g_z}{\partial x \partial y} = 0. \qquad (3)$$

Równania dające zależność między odkształceniami i naprężeniami, są nast.:

$$\left.\begin{aligned} m\,Ee_x &= m\,N_x - N_y \\ m\,Ee_y &= m\,N_y - N_x \\ m\,Ee_z &= -(N_x + N_y) \\ m\,Eg_z &= 2\,(m+1)\,T_z \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

i można łatwo wyrazić równanie zasadnicze płaskich naprężeń zapomocą tych zależności tylko w funkcji χ w postaci:

$$\frac{\partial^4\chi}{\partial x^4} + \frac{\partial^4\chi}{\partial y^4} + 2\,\frac{\partial^4\chi}{\partial x^2 \partial y^2} = 0,$$

nie zawierającej, jak widać, spółczynników sprężystości, a zatem naprężenia, które są wszystkie funkcjami χ, nie mogą zależeć od tych spółczynników.

Mamy zatem, poza doświadczeniem, wniosek oparty na podstawach teoretycznych, że doświadczenia nad modelami przeźroczystemi mogą istotnie pouczyć nas, jakie są naprężenia w materjałach używanych przez inżynierów. Gdyby było możliwe rozwiązanie ostatniego równania $\nabla^4.\chi = 0$ w sposób najzupełniej ogólny, moglibyśmy wyznaczyć rachunkowo naprężenia w każdem płaskiem ciele, poddanem jakiemukolwiek obciążeniu w jego własnej płaszczyźnie. Zdaje się jednak nieprawdopodobnem, by takie rozwiązanie miało być znalezione, a nawet gdyby tak było, to zapewne jego zbyt skomplikowana postać uniemożliwiałaby zastosowanie go w większości wypadków zdarzających się w praktyce.

Aczkolwiek do opisywanych tutaj doświadczeń dalsze rozważania teoretyczne nie będą potrzebne, muszę jednakże choć w paru słowach wspomnieć o ważnej kwestji rozkładu naprężeń w ciałach, stanowiących części mechanizmów wieloczłonowych, w rodzaju naprz. korbowodu, w których obciążenia na konturach wewnętrznych nie równoważą się zosobna i niezależnie jedne od drugich. W tym wypadku zasadnicze równanie naprężeń nie jest wolne od spółczynników sprężystości, i badania przy pomocy metod fotoelastyczności wymagają poprawki, uwzględniającej różnice właściwości materjałów ciała i modelu. Ostatnie jednak badania Filona[4]) wskazują, że w większości wypadków poprawka ta mieści się w granicach błędów doświadczenia, i że w każdym wypadku wartość jej może być określona doświadczalnie.

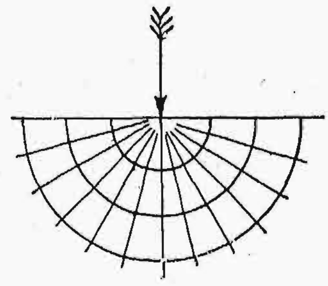
Obciążenia stykowe i naprężenia. *Styk punktowy.* Obszernem polem prac, na którem badania przy pomocy metody fotoelastyczności mogą oddać znaczne usługi, jest sprawa rozkładu sił stykowych pomiędzy współdziałającemi powierzchniami płaskiemi i krzywemi. Taki zespół powierzchni styku znajduje w praktyce liczne zastosowania techniczne. Najprostszym z możliwych tu wypadków jest ten, kiedy obciążenie siłą skupioną P jest przyłożone prostopadle do prostej krawędzi półnieskończonej tarczy, dla której rozwiązanie równania (5), daje

$$\chi = \frac{P}{\pi}\, \widehat{r\Theta} \sin\Theta, \qquad (6)$$

czyniąc zadość wszelkim warunkom zadania, i dając układ naprężeń na podstawie równań (2), wyrażający się w współrzędnych biegunowych (r, Θ) w sposób nast.[5]):

$$\widehat{\Theta\Theta} = \widehat{r\Theta} = 0,\ \widehat{rr} = \frac{2P}{\pi}\cdot\frac{\cos\Theta}{r},$$

a więc naprężenie rozchodzi się promieniowo we wszystkich kierunkach płyty od punktu przyłożenia siły, i linjowo ze wzrostem odległości, zmieniając się również w zależności od kąta pochylenia kierunku, proporcjonalnie do jego cosinusa. Linje naprężeń głównych schodzą się wszystkie w punkcie przyłożenia siły, zaś rzut pionowy układu naprężeń składa się z kół, zakreślonych z punktu przyłożenia obciążenia, jak to widać na rys. 15; trzeba jednak zaznaczyć, że te ostatnie są linjami zerowych naprężeń głównych, ponieważ tu $\widehat{\Theta\Theta} = 0$. Optycznie ten układ naprężeń przedstawia się jako szereg kolorowych prążków o kształcie zamkniętych kół, stycznych do obciążonej powierzchni w punkcie przyłożenia siły, których środki leżą na linji jej oddziaływania, ponieważ w tym wypadku zachodzą związki:



Rys. 15. Linje naprężeń głównych przy normalnem obciążeniu, skupionem w punkcie krawędzi cienkiej płytki.

$$p - q = \widehat{rr} = \widehat{\Theta\Theta} = \frac{2P}{\pi}\cdot\frac{\cos\Theta}{r} = A, \qquad (8)$$

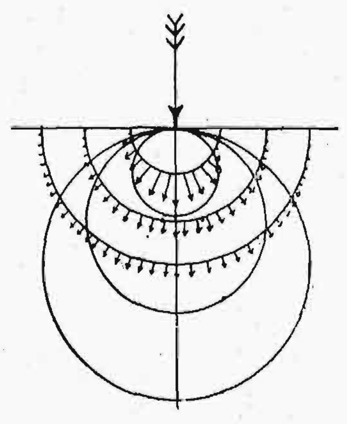
gdzie wielkość A zależy od porządku prążka kolorowego.

Dla określonej więc wartości A, mamy przy odległości R_o, bezpośrednio pod punktem przyłożenia:

$$\frac{2P}{\pi}\,\frac{1}{R_o} = A,$$

tak że: $r = R_o \cos\Theta$.

Niektóre z kół, odpowiadających temu ostatniemu równaniu, są pokazane na rys. 16, na którym uwidocznione są również układy naprężeń, przecinających koła naprężeń głównych.



Rys. 16. Rozkład naprężeń przy normalnem obciążeniu, skupionem w punkcie krawędzi cienkiej płytki.

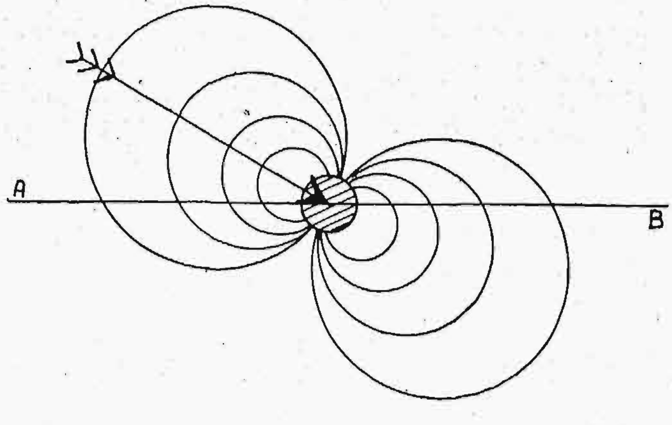
Taki układ naprężeń był w przybliżeniu sprawdzony przez Carus Wilson'a[6]), jak również przez

[4]) „On Stresses in Multiply-connected Plates", Prof. Filon, F. R. S., British Association Report, 1922.

[5]) $\widehat{rr}$ — naprężenie normalne w kierunku promienia wodzącego, $\widehat{\Theta\Theta}$ — naprężenia normalne prostopadłe do promienia wodzącego.

[6]) „The Influence of Surface Loading in the Flexure of Beams", Prof. C. A. Carus-Wilson, Phil Mag., Dec., 1891. Patrz także wykaz bibljograficzny, p. 30.

Mesnager'a[7]). Należy podkreślić, że jeżeli skupione obciążenie jest przyłożone wewnątrz obwodu bardzo rozległej płyty, nie zaś do jej krawędzi, to powstaną dokoła promieniowe naprężenia (styczne), wyobrażane przez dwa układy prążków kolorowych w kształcie kół, których środki leżą wzdłuż linji działania siły, i które przechodzą przez punkt jej przyłożenia, jak to wskazano na rys. 17; można to wykazać, zaciskając w bardzo małym zacisku płytkę nitroceluloidową i przykładając do niej siły styczne.



Rys. 17. Układ wstęg barwnych przy obciążeniu siłą styczną w jakimkolwiek punkcie płytki.

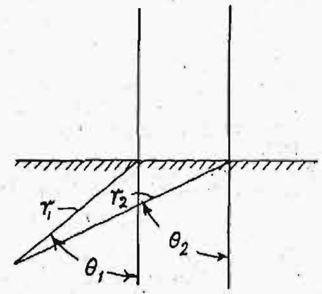
W praktyce skupienie obciążenia nigdy nie jest tak dokładne, jak to przyjmuje prosta teorja. Działanie siły zawsze rozpościera się na obszar skończony. Jeżeli przytem rozkład jest równomierny i ciśnienie wzdłuż prostej krawędzi tarczy ma wartość p, to można je obliczyć, ponieważ wtedy równanie

$$\chi = \frac{p}{2\pi}(r_1^2\,\Theta_1 - r_2^2\,\Theta_2) \qquad (10)$$

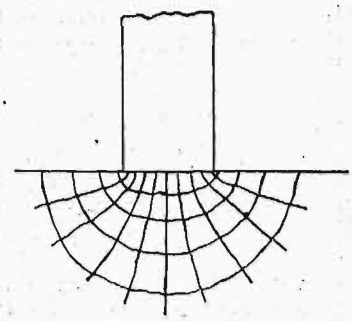
czyni zadość wszystkim warunkom, o ile r_1, Θ_1 i r_2, Θ_2 są mierzone od końców obciążonej części krawędzi (rys. 18). Mamy w tym wypadku następujący układ naprężeń:

$$\left.\begin{aligned} \widehat{rr} &= \frac{p}{\pi}(\alpha + \sin\alpha) \\ \widehat{\Theta\Theta} &= \frac{p}{\pi}(\alpha - \sin\alpha) \\ \widehat{r\Theta} &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

odniesiony do początku, położonego na przecięciu dwusiecznej kąta $(\Theta_1 - \Theta_2) = \alpha$ z krawędzią tarczy. Linjami naprężeń są przeto stożkowe współogniskowe, których ogniska leżą w końcach obciążonej części krawędzi tarczy, jak to widać na rys. 19. Jednakże nawet w wypadku bardzo dużej płyty nie można otrzymać ściśle powyższego układu, jako że jednostajne rozłożenie ciśnienia na bardzo małym obszarze, stanowiącym część obszaru większego, zdaje się być niemożliwem. Potwierdza to doświadczenie, w którem kwadratowa płytka o boku 25 *mm* jest obciążona w środku jednego boku za pośrednictwem drugiej płytki o długości boku 3 *mm*; występuje bardzo skomplikowany układ naprężeń, spowodowany nierównomiernem ciśnieniem na powierzchni styku; naprężenia w punktach krańcowych są znacznie większe niż w innych. Wykazano rzeczywiście[8]), iż zachodzi nietylko niejednakowe ciśnienie, lecz że naogół podparta krawędź dolna wielkiej płyty (tarczy), obciążonej na górnej krawędzi w sposób wyżej opisany, znajduje się także pod wpływem nierównomiernego ciśnienia stykowego, które usiłuje zeŚrodkować się około linji obciążenia, podczas gdy części zewnętrzne krawędzi, poza linją obciążeń, mają skłonność do unoszenia się ku górze.

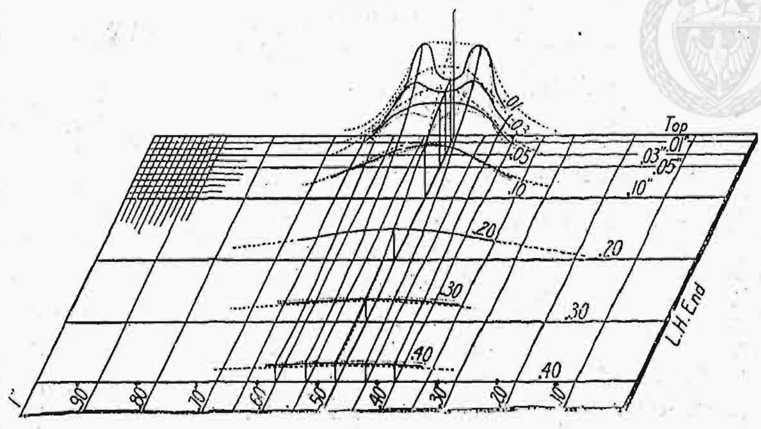


Rys 18. Układ współrzędnych dla płyty jednostajnie obciążonej na części krawędzi.



Rys. 19. Linje naprężeń głównych przy równomiernem obciążeniu normalnem drobnej części krawędzi bardzo dużej płyty.

Było to także wykazane niezależnie przez prof. Filon'a[9]), który dowiódł, że klocek o wysokości b nie może się dotykać swą dolną krawędzią do podpory poza granicami 1,35 b od linji działania pojedyńczej siły skupionej. Na szczególną uwagę zasługuje zagadnienie, jak wielkie jest ciśnienie stykowe na końcach obciążonego obszaru górnej powierzchni tarczy. Pomiary rozkładu naprężeń potwierdzają, iż naprężenia są w tych punktach bardzo wielkie; układ ich wskazuje wyraźnie widok półperspektywiczny, podany na rys. 20. Widzimy zeń, że w samym środku linji styku ciśnienie jest najmniejsze i zbliża się do maximum w punktach końcowych. Co więcej, opisany typ układu naprężeń zachodzi nie tylko na krawędzi, lecz zachowuje się i niżej i zanika tylko bardzo powoli w miarę posuwania się w dół tarczy, aż wreszcie będąc wciąż nierównomiernym osiąga w przekrojach poziomych, wartość



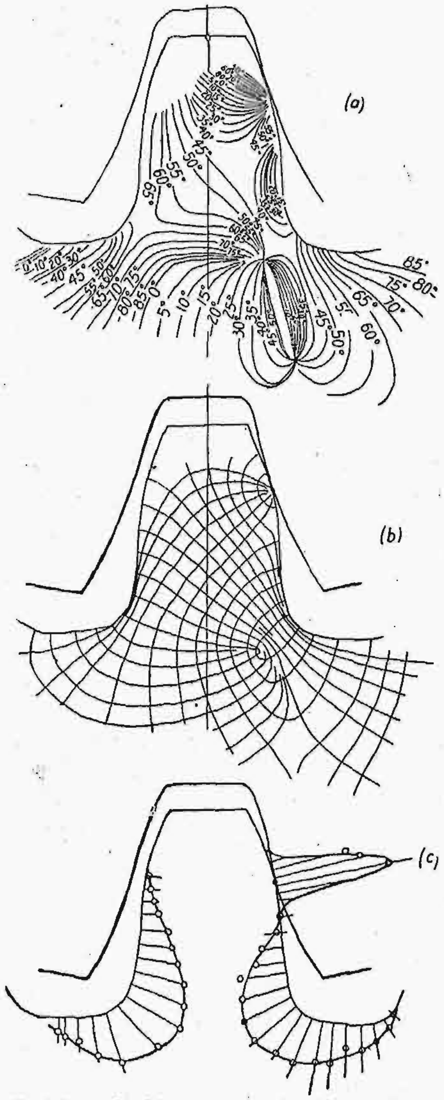
Rys. 20. Rzeczywisty rozkład naprężeń w klocku, obciążonym normalnie na małej części krawędzi.

[7]) Utilisation de la double réfraction accidentelle du Verne à l'etude des efforts intérieurs dans les solides", M. A. Mesnager, Association Internationale pour l'essai des matériaux. VI-e Congrès. New York. 1912.

[8]) Patrz wykaz bibljograficzny, p. 30.

[9]) „On the Approximate Solution for the Bending of a Beam of Rectangular Cross-section under Any System of Load", L. N. G. Filon, Trans. Royal Soc., Series A, Vol. 207.

największą w punktach środkowych. Jakżeśmy to już widzieli wcześniej, nawet w wypadku obciążenia



Rys. 21. *a*) Izokliny. *b*) Linje naprężeń głównych. *c*) Naprężenia na konturze zęba koła zębatego.

klocka na całej powierzchni obu jego przeciwległych podstaw, naprężenia nie są na nich równomierne, o ile stykają się ze sobą różne materjały, jak to prawie zawsze bywa przy badaniach na ściskanie sześcianów lub prostopadłościanów z cementu, cegieł i t. p. Wydaje się istotnie rzeczą niemożliwą osiągnięcie bezwzględnie jednostajnych naprężeń w tych wypadkach, przynajmniej dopóki stykające się powierzchnie nie są wykonane z tego samego materjału i nie mają tych samych wymiarów.

Przechodząc do układu naprężeń w wypadku stykania się krzywych powierzchni, znajdujemy oszałamiającą różnorodność zagadnień praktycznych, pochłaniających naszą uwagę. Zatrzymam się jednak po krótce tylko na jednem z nich, mianowicie na ciśnieniach stykowych zębów kół zębatych.

Obserwując model takich zębów w polaryskopie, nie możemy nie zwrócić uwagi, że ciśnienia na krzywych powierzchniach wywołują układy prążków kolorowych tegoż typu co przy kontakcie linjowym, cokolwiek jeno zmienione w stosunku do opisanego poprzednio wypadku, wobec krzywości konturów. Nadto występują tu znaczne naprężenia wywołane przez siły zginające, które powodują niebezpieczne naprężenia w pniach zębów. Była już na to zwrócona uwaga w jednej z poprzednich prac[10]). Doświadczenia[11]) dokonane przez mego poprzedniego asystenta Dr. Chakko, obecnego profesora uniwersytetu w Madrasie, dają nam obraz linij naprężeń głównych w zębie, z których jeden przykład jest pokazany na rys. 21 *b*. Ten układ naprężeń jest nieco skomplikowanym wypadkiem naprężeń stykowych, ze względu na zakrzywiony kształt konturu, na którym, jak to wskazują prążki barwne, naprężenia osiągają wartości maksymalne. Układ naprężeń na konturze tego zęba, w danem jego położeniu, jest pokazany na rys. 21 *c*. Zmiany tych naprężeń wzdłuż konturu wskazują, jak wielkie są tu naprężenia stykowe i jak dalece odbiegają one od wartości, branych obecnie w rachubę przy obliczeniach zwykłemi sposobami. W ostatnich czasach podobnemi metodami były wyznaczane układy naprężeń w kołach zębatych przekładni od silników w lokomotywach kolei elektrycznych[12]). W laboratorjum mojem były również zbadane naprężenia w pierścieniach tłokowych i w ogniwach łańcuchów.

(*d. c. n.*)

Zmiana sposobu obliczania blach kotłowych.*)

Napisał Prof. **Edwin Hauswald.**

Do obliczania grubości blach kotłów i naczyń dla większych ciśnień używa się, zgodnie z międzynarodowemi przepisami, wzoru

$$s = \frac{D p}{2 k z}, \tag{1}$$

zawierającego w mianowniku czynnik z, zwany „stosunkiem wytrzymałości przekroju" blachy $(t-d)s$ w linji otworów na nity, do przekroju pełnego ts:

$$z = \frac{t-d}{t}. \tag{2}$$

W nowszych przepisach niemieckich nazwano z stosunkiem dobroci blachy (Güteverhältnis). Litery we wzorach oznaczają: s grubość blachy w *cm*, D — średnicę wewnętrzną walca o stosunkowo cienkiej ścianie w *cm*, t — długość podziałki, d — średnicę otworu na nit, a zarazem średnicę gotowego nita, k — naprężenie dopuszczalne w kg/cm^2, czyli R/x, to znaczy graniczną wytrzymałość blachy na ciągnienie, podzieloną przez obrany stosownie stopień pewności x.

Użycie czynnika z opiera się na zastarzałej już hipotezie o sposobie działania połączeń nitowych, wedle której blachy ze sobą złączone ślizgają się b e z t a r c i a po sobie i przenoszą siły na szyjki nitowe, narażone przytem na silne ciśnienia i na ścinanie, wy-

*) Referat wygłoszony na 2-m Zjeździe Inż. Mech. w Warszawie, dn. 19.IV.1925 r.

[10]) Wykaz bibljograficzny, p. 4 i 20.

[11]) Wykaz bibljograficzny, p. 36.

[12]) „Stress Distribution in Electric.-Railway Motor Pinions as Determined by the Photo-elastic Method". P. Heymans and A. L. Kimball, Am. Soc. Mech. Engrs, Dec., 1922.

jątkowo też na zginanie. Hipoteza ta była dogodną abstrakcją, nie liczącą się jednak z rzeczywistym stanem rzeczy i wiodącą skutkiem tego do stosowania niepotrzebnie grubych i zbyt sztywnych blach kotłowych.

Wpływ czynnika z na grubość blachy jest przy połączeniach na zakładkę (bez łubek) bardzo silny.

Dla nitowania:

1-rzędnego na zakładkę $z = 0{,}58$, $1/z = 1{,}72$

2 „ „ „ $z = 0{,}7$, $1/z = 1{,}43$.

Dla połączenia:

2-rzędnego z 2 łubkami $z = 0{,}76$, $1/z = 1{,}32$.

Jak widać, czynnik ten zmusza nas do zgrubienia blachy w pierwszym przypadku o 72%, w drugim o 43%, w trzecim zaś o 32%.

Przy użyciu większych prężności pary, ta metoda obliczania wiedzie do grubości, nie dających się praktycznie zastosować, a nie zapewnia konstrukcji większego stopnia bezpieczeństwa, ponieważ zbyt sztywne blachy są w tych razach gorsze od ścian bardziej podatnych.

Badania doświadczalne i liczne spostrzeżenia z praktyki technicznej nie potwierdziły słuszności założenia, na którem oparła się hipoteza o osłabieniu blachy przez szew nitowy, gdyż szwy nitowe okazywały się zawsze o wiele mocniejszemi, niż przypuszczano. Już dawniejsze doświadczenia wykonane w Anglji (Unwin, Report on riveting etc.) wykazały dla połączeń na zakładkę z 1-rzędnem nitowaniem ponad 90% wytrzymałości w stosunku do wytrzymałości blachy pełnej, zaś dla połączeń trójrzędnych ponad 87%. (Unvin, Machine design, str. 139). Nowsze doświadczenia dały zaś dla połączeń 1-rzędnych na zakładkę 93% lub więcej, dla dwurzędnych zaś nawet 103% wytrzymałości stosunkowej. Wyniki te są niewątpliwie zgodne z odczuciem stanu rzeczy na podstawie oceny przybliżonej. Przy dobrze wykonanych połączeniach tego rodzaju, łby nitów wywierają bezpośrednio ciśnienia jednostkowe, wynoszące średnio około 2000 *at*, przyciskając blachy do siebie z wielką siłą, skutkiem czego w zwykłych warunkach obciążenia, różniących się znacznie od warunków istniejących przy próbach krańcowych, dokonywanych na zerwanie, względnie zniszczenie konstrukcji, blachy nie mogą się względem siebie i nitów przesuwać, a naprężenia rozkładają się wzdłuż linji podziału odmiennie, niż według starej hipotezy, masy zaś żelaza skupione w szyjkach i łebkach nitów zupełnie zastępują części blachy, usunięte przy wywierceniu otworów nitowych. Jeżeli więc obawiać się można pewnego osłabienia walczaka kotłowego pod wpływem połączeń nitowych, to właściwie tylko przez oddziaływanie innego rodzaju, jak np. miejscowe zwiększenie masy żelaza w szwie nitowym, miejscowe i dosyć nagle zmieniające się usztywnienie powłoki naczynia, zbyt silne rozpieranie ścianek w otworach nitowych przy użyciu nadmiernego ciśnienia nitarki, szkodliwe następstwa nierównego rozgrzania tych części, zginanie połączeń odchylonych od kształtu kołowego i t. p. Do wyrównania jednak niepewności powstałych pod wpływem tych drugorzędnych następstw, wystarczy powiększenie teoretycznie obliczonej grubości blachy pełnej o 10 do 20%, zamiast dodatków od 30 do 70%, jakich wymaga dotychczasowy sposób liczenia.

Prof. Bach, po ogłoszeniu znanej swej teorji o znaczeniu oporu przeciw przesunięciu się blach nitowanych, dodał w dziele Maschinenelemente (XI wyd., str. 204, uwaga I) następujące wskazówki:

„Powyższy sposób obliczenia opiera się na przypuszczeniu, że przekrój $(t - d)\,s$ przenosi całą siłę przypadającą na szerokość podziałki t. Dopóki jednak blachy nie ślizgają się po sobie, założenie to nie jest uzasadnione. Przy przenoszeniu bowiem siły uczestniczą wszystkie części, w których tkwi opór przesunięcia, a więc także i te części do siebie przyciśnięte, które znajdują się przed osią szwa nitowego. Gdyby tedy przyjąć, że połowę siły przenoszą części blachy położone przed osią szwa, drugą zaś połowę części położone za osią, w takim razie na przekrój $(t - d)\,s$ przypadłaby tylko połowa siły. Dodać jednak należy, iż naprężenia w tym przekroju nie będą rozłożone jednostajnie".

Nie przytaczając dalszych uwag krytycznych, sądzę, że dawny sposób obliczania grubości blachy przy użyciu liczby z, który miał tylko pozory racjonalnej teorji, ale zupełnie nie odpowiada stanowi rzeczywistemu w dzisiejszych warunkach wykonywania połączeń nitowych, należy usunąć i zastąpić nowemi wskazówkami, lepiej dostosowanemi do różnych wpływów, jakim połączenia nitowe w użyciu technicznem ulegają. Przytem trzeba będzie uwzględnić także korzystne i szkodliwe następstwa robót dodatkowych, jak np. doszczelniania ręcznego lub mechanicznego, albo też dokładnego uszczelnienia szwa zapomocą samorodnego lub elektrycznego stapiania (spawania) krawędzi z drugą blachą.

Po zebraniu wyników badań doświadczalnych i spostrzeżeń z praktyki, będzie można podać dla każdego typu połączenia przybliżone wartości nowych spółczynników a dla wzoru na grubość blachy.

Dogodnem będzie wtedy użycie go wprost jako mnożnika i dodanie liczby b na stratę przez rdzewienie:

$$s = a\,\frac{D\,p}{2\,k} + b \tag{3}$$

Jeżeli narazie przyjmiemy, że do połączeń nitowych wystarczą następujące wartości na a:

$a_1 = 1{,}25$ dla I-rzędnego na zakładkę;

$a_2 = 1{,}15$ do $1{,}2$ dla 2-rzęd. na zakładkę;

$a' = 1{,}14$ do $1{,}15$ „ „ z łubkami z obu stron;

dla b zaś 0,1 lub więcej *cm*, to możemy porównać wyniki na przykładzie. Blachy wypadną oczywiście znacznie cieńsze, natomiast grubości szyjek nitowych i odstępy podziałowe t trzeba będzie dobierać inaczej, niż według obecnie używanych tablic i wzorów, ponieważ lepsze wyzyskanie wytrzymałości blachy wymagać będzie nieco grubszych nitów, lub też mniejszych odstępów podziałowych t.

Przykład. Obliczyć mamy grubość ścianki walca kotłowego z blachy o wytrzymałości na zerwanie $R = 3600\ kg/cm^2$, o średnicy $D = 120\ cm$, dla nadprężności pary $p = 15\ at$.

Naprężenie dopuszczalne dla blachy $k = 700$; połączenie 2-rzędowe z blachami założonemi (bez łubek). Opór przeciw przesunięciu blach, przypadający na 1 cm^2 przekroju szyjki nitowej $k_n = 600$, mnożnik $a = 1{,}2$, liczba $b = 0{,}1\ cm$:

$$s = 1{,}2\,\frac{120\,.\,15}{2\,.\,700} + 0{,}1 = 1{,}54 + 0{,}1 = 1{,}64,$$ zaokrąglone na 1,7 *cm*. Siła przypadająca na jeden odcinek t:

$$P_1 = \frac{D\,p\,t}{2} = 2\,f\,k_n; \tag{4}$$

f jest to przekrój szyjki jednego nita; na podziale t działają tu 2 przekroje nitowe.

Z wzoru (4) obliczamy albo f i d nita, albo też przyjąwszy d wyznaczamy odpowiednią podziałkę t. Dla średnicy $d = 2{,}4$ wypadnie podziałka $t = 7{,}6\ cm$.

Dotychczasowy sposób obliczania dałby przy $z = 0,7$ grubość blachy $s' = 1,84 + 0,1$; z zaokrągleniem 2 *cm*.

Ze względu na to, że grubość blachy wypadła znaczna, trzeba będzie przeliczyć rzecz dla nitowania trójrzędnego z zakładką i dla nitowań łubkowych, z obustronnie umieszczonemi nakładkami, przyjmując w ostatnim przypadku $a' = 1,15$.

W każdym jednak razie otrzyma się grubości blach mniejsze niż wedle dawnego sposobu, który jak już zaznaczono nie może być wiążącym z tego powodu, że nie jest ani rzeczowo ani technicznie uzasadniony.

Autor sądzi więc, że ze względu na racjonalny rozwój budowy kotłów należy przystąpić do zmiany dotychczasowego sposobu obliczania grubości blach na taki, któryby był zgodny z wynikami badań i potrzebami techniki, a możliwie prosty i zrozumiały w zastosowaniu.

Wnioski: 1. Zjazd Inżynierów-Mechaników zwraca uwagę komisji kotłowej przy Ministerstwie Przemysłu, kierowników zakładów doświadczalnych i Stowarzyszenia Dozoru Kotłów na potrzebę krytycznego zbadania, czy dotychczasowy sposób obliczania blachy kotłowej, oparty na „stosunku wytrzymałości“ z, jest należycie uzasadniony i czy nie możnaby zamiast tej liczby polecić stosowanie mnożników, opartych na zebranych już doświadczeniach i uwzględniających niekorzystne oddziaływanie różnych połączeń nitowych na wytrzymałość i trwałość blach kotłowych.

2. Wobec rozpowszechniania się różnych sposobów doszczelniania krawędzi blach w kotłach, zapomocą spawania elektrycznego lub samorodnego, oraz łączenia blach przez tego rodzaju spawanie lub stapianie, należy opracować nowe wskazówki i wzory co do określenia względnej wytrzymałości takich konstrukcyj.

O budowie ulic i chodników w St. Zj. Am. Półn.[1]

Napisał Inż. St. **Manduk**, Buffalo.

Budowa ulic miejskich zasadniczo nie różni się w niczem od budowy wyżej opisanych dróg z nawierzchnią ulepszoną.

Z początkiem roku 1920 ulice miast amerykańskich posiadały następujące rodzaje nawierzchni:

asfalt w płytach	29,0
makadam zwykły . . .	16,0
klinkier.	14,0
kostka granitowa . . .	10,2
żwirowa	10,2
asfalt betonowy . . .	7,3
makadam bitumiczny . .	3,9
beton portlandzki . : .	2,9
kostka drewniana . . .	2,8
bloki asfaltowe	1,7
inne nawierzchnie asfaltowe	0,6
różne inne nawierzchnie .	1,4
Razem	100

i te liczby dowodzą, że większa część ulic miast amerykańskich jest wykładana asfaltem.

Ze względu na to, że eksploatacją tramwajów w Ameryce zajmują się przedsiębiorstwa prywatne, w umowach zawieranych przez zarządy miast z temi przedsiębiorstwami zastrzega się, że częścią ulicy znajdującą się pomiędzy szynami oraz na dwie stopy poza obrębem toru, opiekują się towarzystwa tramwajowe. Zarządy miejskie budują i utrzymują więc na ulicach, po których kursują tramwaje, tylko resztę jezdni i ścieki. Brukowanie ulic, któremi przechodzą tramwaje, było dosyć szczegółowo omówione w obszernym raporcie Konsula Rzpltej Polskiej z Buffalo [2]). № 13 z r. 1921, p. t. „Tramwaje elektryczne w Stanach Zjednoczonych“, dokąd odsyłamy bliżej interesującego się tą sprawą czytelnika.

Chodniki. Wszystkie zamieszkałe ulice miast amerykańskich posiadają chodniki po obu stronach jezdni. Chodniki na ulicach handlowych i gęsto zaludnionych wypełniają zwykle całą przestrzeń ulicy po-

Rys. 52. Samochód zaopatrzony w szczotkę do zamiatania ulic i dróg pozamiejskich.

Wprawdzie liczby powyższe nie odpowiadają obecnemu stanowi bruków miejskich, gdyż w ostatnich latach miasta amerykańskie wydały ogromne sumy pieniędzy na ulepszenie nawierzchni ulic, to jednak

między obrzeżem a linją domów; szerokość ich zależy od szerokości ulicy i oddalenia budynków od obrzeży. Odległość linji budynków od obrzeży ustala na każdej nowotworzącej się ulicy zarząd miejski. Natomiast

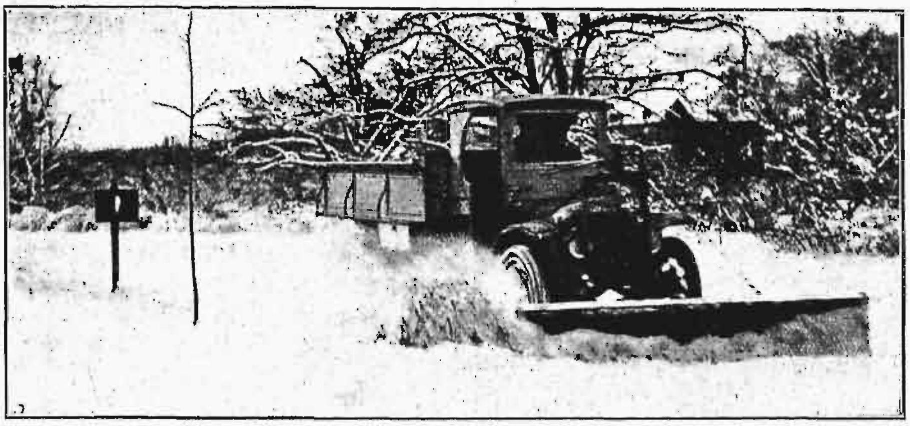
[1]) Ciąg dalszy pracy p. t. „Drogi kołowe w St. Zj. Am. Półn.“, str. 573 w № 38 r. b.

[2]) Autorem jest również inż. St. Manduk, (*Przyp. Red.*)

chodniki w dzielnicach mieszkalnych najczęściej nie stykają się z obrzeżem, lecz są oddzielone od niego trawnikiem, którego szerokość zależy od szerokości ulicy.

Chodniki są budowane i utrzymywane kosztem właścicieli przyległych posiadłości; gdzie i jak mają być ułożone, na jakiej szerokości i t. p. kwestje ustalają władze miejskie, co wpływa zwykle na jednostajną ich budowę, wygląd, szerokość i ułożenie w jednej poziomej płaszczyźnie. W części mieszkalnej, na ulicach zabudowanych pojedyńczemi domkami, jedno lub dwurodzinnemi, szerokość chodników wynosi najczęściej 4 — 6 stóp (1,2 — 1,8 *m*).

W dzielnicach handlowych, pod chodnikami bardzo często znajdują się piwnice, należące do właścicieli domów. W takich razach chodniki układane są na



Rys. 53. Samochód ciężarowy, zaopatrzony w pług i szczotkę, używany do usuwania śniegu z ulic i dróg pozamiejskich.

odpowiednio mocnej konstrukcji żelaznej, tworzącej rodzaj skrzyni. W chodniku takim znajdują się najczęściej okrągłe otwory, zamykane klapą, przez które wrzucany jest węgiel do piwnicy, lub też znajdują się drzwi, otwierane na zewnątrz, przez które zapomocą windy przenoszone są towary do wnętrza. Nieraz w części chodnika znajdują się okna, składające się z małych mocnych krążków szklanych, przepuszczających światło do piwnicy. Otwory więc w chodniku zależą od tego, na co przeznaczył właściciel domu swoją piwnicę.

Chodniki w Stanach Zjednoczonych budowane są obecnie wyłącznie z betonu; wykonywane są o warstwie pojedyńczej lub też podwójnej.

Budowa chodnika o warstwie pojedyńczej.

Drenaż. Chodniki na gruntach suchych są zwykle układane bez drenażu, gdy jednak drenowanie jest konieczne, wówczas układa się pod linją chodnika jeden rząd sączków betonowych lub kamionkowych o średnicy 4″.

Podłoże. Gdy podłoże nie posiada drenów i gdy ziemia nie jest dobrze osuszona, wówczas budowane jest podłoże z żużli, żwiru lub z innego materjału porowatego na wysokość 5 cali. Materjał porowaty powinien być dobrze ubity przed ułożeniem warstwy betonowej.

Warstwa betonowa powinna być również 5 cali gruba i posiadać skład $1 : 2^1/_2 : 4$. Piasek do budowy chodników betonowych powinien przejść przez sito o oczkach $^1/_4$″, a zatrzymać się na sicie o 50 oczkach na jeden cal bieżący. Materjał grubszy może tworzyć tłuczeń lub żwir, który przechodzi przez sito o oczkach 1-calowych, a zatrzymuje się na sicie o oczkach $^1/_4$ cala.

Układanie warstwy górnej. Beton układany jest na miejscu roboty natychmiast po zmieszaniu. Aby nadać płycie betonowej odpowiednią grubość i szerokość, beton wlewany jest pomiędzy formy (listwy) drewniane lub żelazne, przymocowane kołkami do ziemi. Formy powinny być tak ułożone, aby płyty betonowe posiadały spadek $^1/_4$ cala na stopę (1 : 48) w stronę obrzeża. Gdy chodnik układany jest pomiędzy trawnikami, wówczas winien posiadać koronę i wystawać na jeden cal ponad ziemię zasianą trawą. Wzniesienie ku środkowi powinno również wynosić $^1/_4$ cala na stopę. Po ułożeniu, beton winien być uwalcowany zapomocą walca, ważącego około 1 funta na cal długości walca i następnie wyrównywany zapomocą deski murarskiej, którą przesuwa się po formach, wykonywując przytem jednocześnie ruchy poprzeczne. Gdy beton zaczyna twardnieć, wówczas zapomocą odpowiedniego przyrządu wyciskane są w powierzchni jego dołeczki, które czynią powierzchnię nieco chropowatą i nadają dobry uchwyt dla obuwia.

Chodnik powinien być podzielony na osobne płyty po 6 stóp długości, a co 50 stóp powinny być założone ekspansyjne spojenia bitumiczne o szerokości $^1/_2$ cala. Gdy chodnik wypełnia całkowicie przestrzeń pomiędzy obrzeżem a domem, musi on być od nich również oddzielony zapomocą spojeń bitumicznych.

Po ułożeniu, beton powinien być zroszony wodą i posypany warstwą piasku lub ziemi na 2 cale. Warstwa nasypana powinna być utrzymywana w stanie wilgotnym i pokrywać chodnik tak długo, dopóki on zupełnie nie stwardnieje, co wymaga zwykle 7-iu dni. W praktyce jednak bardzo rzadko te środki zapobiegawcze są stosowane, choć brak ich odbija się bardzo niekorzystnie w następstwie na wytrzymałości chodnika. Chodnik więc, po zbudowaniu, jest najczęściej ochraniany i zasłaniany deskami na kilka dni, a następnie oddawany do użytku.

Budowa chodnika o warstwie podwójnej.

Na podłożu z żużla, dolną część tego rodzaju chodnika tworzy beton o składzie 1 : 3 : 5, wylany na $4\frac{1}{2}$ cala grubości. Warstwę górną, czyli powłokę ścierającą się, układa się z zaprawy cementowej o składzie 1 : 2 na grubość około $^3/_4$ cala. Tę drugą powłokę układa się w około 45 minut po ułożeniu pierwszej.

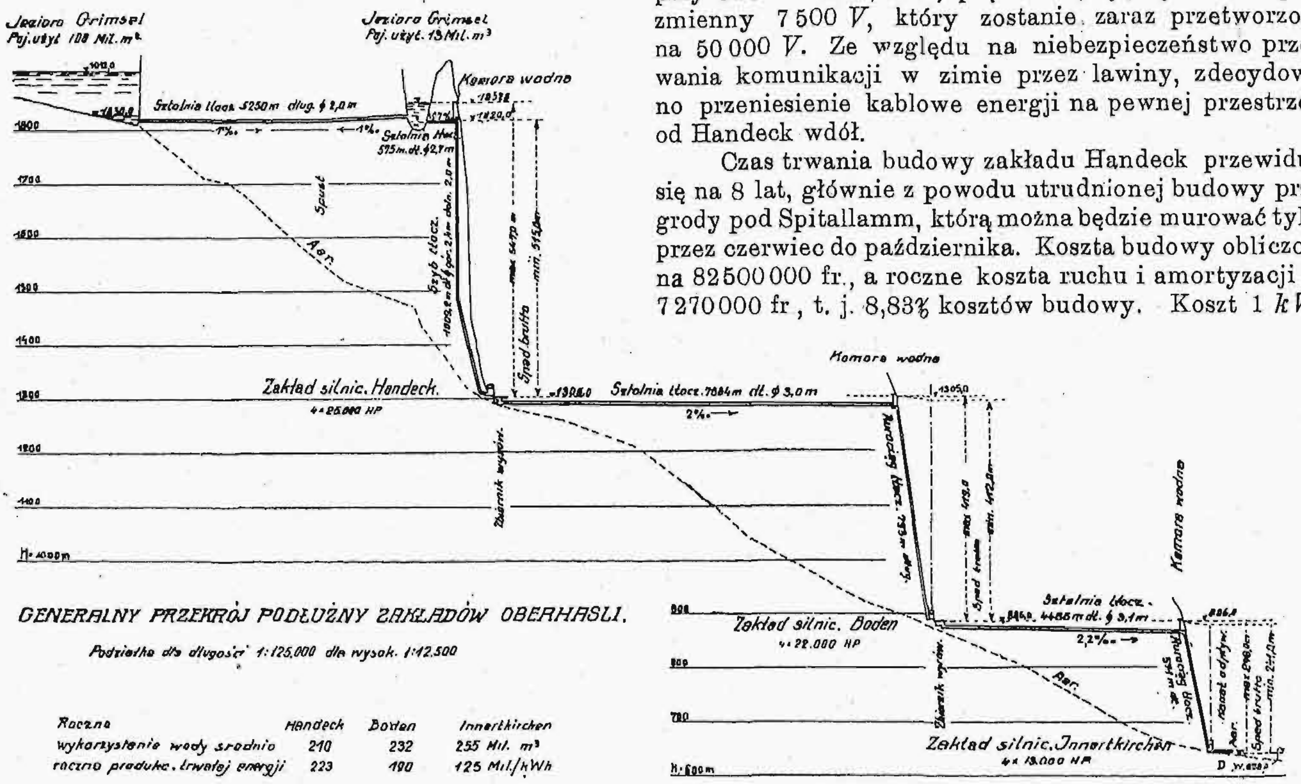
Praktyka wykazała, że chodniki o pojedyńczej warstwie są tańsze i praktyczniejsze, niż o warstwie podwójnej.

PRZEGLĄD PISM TECHNICZNYCH.

HYDROTECHNIKA.

Projektowane zakłady „Oberhasli“[1]).

Tow. akc. Zakładów Berneńskich (Bernische Kraftwerke)[2]) wyprodukowało w 1923 r. 321 milj. *kWh*, a pomimo to znaczną część zapotrzebowania musiało pokrywać cudzym prądem. Wobec tego postanowiono wybudować dalsze zakłady hydroelektryczne t. zw. „Oberhasli“ w górnym biegu rzeki Aaru, obejmujące 3 stopnie, mianowicie zakłady Handeck, Boden i Innertkirchen, z których ma być wykonany najpierw pierwszy zakład. Zlewnia cała obejmuje 111,5 km^2 z rocznym odpływem 240 milj. m^3 wody, oprócz ujść pod Handeck i Boden, mających dać jeszcze po 85 milj. m^3 wody.



Rys. 1.

Zakład Handeck ma otrzymać wodę jezior Grimsel (zw. wody 1912 *m* n. p. m.) i Gelmer (1852 *m* n. p. m.), połączonych sztolnią tłoczącą o średnicy 2 *m*, długą 5250 *m*, oraz wodę ze zbiornika utworzonego na Aarze pod Spitallamm zapomocą przegrody.

Ilość wody wyniesie przeciętnie rocznie 210 milj. m^3 (6,65 m^3/s, max. — 12 m^3/s,) a spad brutto max. 547 *m*, min. 512 *m*, netto średnio 540 *m*. Zakład Boden ma otrzymać 232 milj. m^3 wody rocznie ze spadem netto 408 *m*, wreszcie zakład Innertkirchen 225 milj. m^3 wody ze spadem netto 241 *m*, ogółem będzie do dyspozycji loco Innertkirchen 538 milj. *kWh*.

Przegroda pod Spitallamm będzie wzniesiona 100 *m* nad dno rzeki Aar, fundament na poz. 1800 *m* n. p. m., a przelew na poz. 1912 *m*, najgłębsze obniżenie do poz. 1830 *m*. Długość przegrody wyniesie 248 *m*. Będzie ona wykonana w łuku o małym promieniu, rozparta ścianami bocznemi, systemu kombinowanego, o nachyleniu ścian od strony wody 1 : 0,1, od zewnątrz 1 : 0,5. Kubatura muru z plastycznego betonu wyniesie okrągło 340 000 m^3. Pojemność zbiornika 100 milj. m^3. Obecne zwierciadło jeziora Grimsel zostanie podniesione z poz. 1875 *m* do poz. 1912 *m*, t. j. o 37 *m*, zapomocą murowanej przegrody, długiej 290 *m* w koronie, o kubaturze 58 000 m^3.

Przewiduje się 4 turbiny o osi pionowej, każda o przepływie 4,2 — 4,5 m^3/s i o mocy po 25 000 KM przy 500 obrotach/min ; prądnice mają wytwarzać prąd zmienny 7 500 *V*, który zostanie zaraz przetworzony na 50 000 *V*. Ze względu na niebezpieczeństwo przerwania komunikacji w zimie przez lawiny, zdecydowano przeniesienie kablowe energji na pewnej przestrzeni od Handeck wdół.

Czas trwania budowy zakładu Handeck przewiduje się na 8 lat, głównie z powodu utrudnionej budowy przegrody pod Spitallamm, którą można będzie murować tylko przez czerwiec do października. Koszta budowy obliczono na 82 500 000 fr., a roczne koszta ruchu i amortyzacji na 7 270 000 fr, t. j. 8,83% kosztów budowy. Koszt 1 *kWh* wypadnie na 0,033 fr. przy zupełnem zużyciu energji. Gdy później zostaną wybudowane 2 dolne zakłady, koszta jeszcze znaczniej się obniżą.

Prof. Dr. inż. A. Różański.

[1]) Schweiz. Bauzeitung № 1 i 2 z I półr. 1925.

[2]) Opis tych zakładów można znaleźć w książce inż. Kazimierza Górskiego „Produkcja i zastosowanie energji elektrycznej w Szwajcarji“. — Nowy-Sącz 1918.

MOSTOWNICTWO.

Naprawa pękniętego przęsła żeliwnego mostu na Sekwanie [1]).

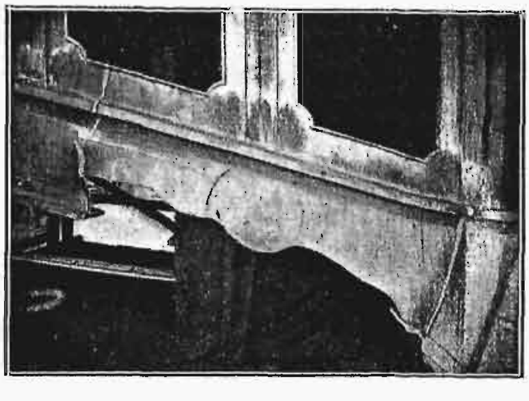
Most na Sekwanie, łączący lasek Buloński z gminą Suresnes, zbudowany w roku 1874, składa się z 3-ch przęseł, utworzonych z łuków żeliwnych (po 5 na każdem przęśle). Przęsła boczne mają rozpiętość 44 *m*, środkowe zaś 52 *m*. Most był w roku 1898 poszerzony przez dodanie po 2 łuki żeliwne w każdem przęśle.

W lutym 1923 r. zewnętrzny łuk jednego z bocznych przęseł został poważnie uszkodzony skutkiem uderzenia weń 300-*t*-wej barki. Uderzenie to spowodowało pęknięcie łuku na całej wysokości (w pobliżu filara), oraz

[1]) Annales des Ponts et Chaussées, 1925, zesz. 2 techniczna, str. 117 — 122.

wyłamanie dużego kawałka odlewu (około $3 \times 0{,}4\ m$ powierzchni, rys. 2).

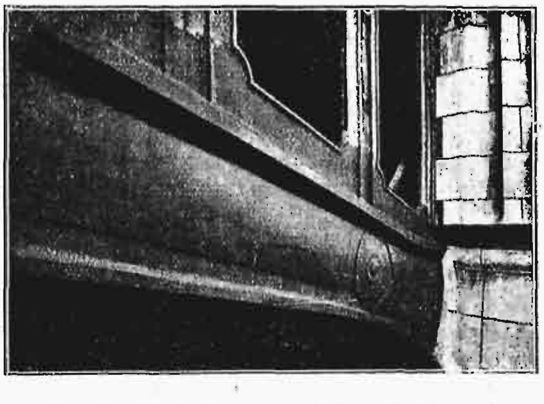
Rozważając możliwości naprawy, projektowano początkowo wykonać ją drogą otoczenia uszkodzonej części łuku betonem. Jednakże rzeczoznawcy słusznie orzekli,



Rys. 2. Widok uszkodzonego łuku żeliwnego. Pęknięty pas dolny i wyłamany spory jego kawałek.

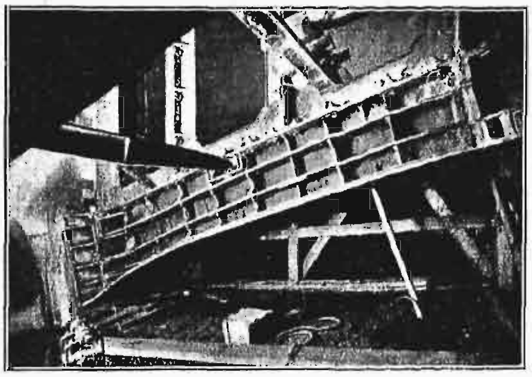
że otaczanie betonem ustroju żelaznego lub żeliwnego może wzmocnić go tylko wówczas, gdy cały ustrój otrzyma taką powłokę; nadto oczywiście miejscowe obetonowanie łuku zepsułoby zupełnie wygląd tego ładnego mostu.

Rzeczoznawca, inż. L. de Boulongne, wystąpił tedy z projektem wykonania spawania pękniętego łuku, oraz połączenia, również drogą spawania, wykonanej nanowo żeliwnej części łuku, wzamian wyłamanej. Spawanie acetylenowe nie mogło być przeprowadzone, gdyż nagrzewanie uszkodzonych miejsc łuku mogłoby być niebezpieczne dla sąsiednich łuków mostu; pozostawało więc tylko spawanie łukowe elektryczne. Projektodawca



Rys. 3 Uszkodzony pas łuku po naprawie.

wskazuje, że na podstawie wieloletniego doświadczenia można liczyć na wytrzymałość na rozciąganie naprawionego miejsca żeliwnego łuku około $500\ kg/cm^2$. Naprawę udało się wykonać bardzo pomyślnie, tak iż uszkodzone miejsce jest niemal niewidoczne (rys. 3). Taka tylko naprawa nie byłaby wszakże wystarczająca. Przedewszystkiem bowiem spawanie, jakkolwiek byłoby dobrze wykonane, nie zapewniałoby tak wielkiej wytrzymałości łuku naprawionego, jak nowego; po drugie, należało postarać się o to, by łuk spawany był bardziej sztywny od sąsiednich, nieuszkodzonych, zwłaszcza że most ten stale ulega niebezpieczeństwu uderzeń ciężkich barek wskutek konieczności omijania przez nie przystani ze statkami i t. p. rozlokowanych szeroko obok przyczółka. Wobec tego postanowiono usztywnić to przęsło trzema pasami stalowemi szerokości $0{,}25\ m$, zaś grubości 20 i 30 mm, połączonemi z łukiem również drogą spawania, od wewnętrznej jego strony; pomiędzy temi pasami rozmieszczono pasy poprzeczne — prostopadłe do pierwszych (rys. 4). W ten sposób powiększono wytrzymałość łuku o 200%.



Rys 4. Wewnętrzna strona łuku z usztywnieniami.

Przypadkowo zdarzyła się wkrótce sposobność przekonania się o skuteczności naprawy i usztywnienia; ponowne uderzenie barki w to samo miejsce wywołało już nie uszkodzenie mostu lecz rozbicie statku.

Koszta naprawy były stosunkowo niskie, gdyż wyniosły 50 000 franków franc.

WALCOWNICTWO.

Nowe ujęcie teoretyczne przebiegu walcowania [1]).

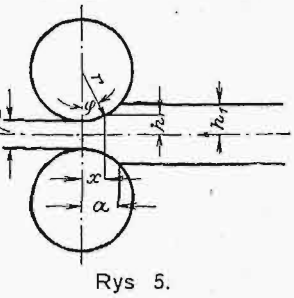
Teoretycy i eksperymentatorzy, pracujący usilnie w ostatnich czasach nad ugruntowaniem podstaw mechaniki ciał plastycznych, mają na widoku przedewszystkiem cele naukowe i na razie mniej troszczą się o zastosowania praktyczne. Ale, jak to powtarza się stale w rozwoju nauki, przychodzi chwila, gdy teorja sprawdzająca początkowo w sposób pewny i przejrzysty zagadnienia prostsze, zaczyna stawać się użyteczną przy rozpatrywaniu zjawisk złożonych, z jakiemi ma np. do czynienia inżynier w życiu praktycznem. Jak to wykazała ostatnia konferencja drezdeńska [2]), poświęcona specjalnie zagadnieniom z teorji plastyczności, ten dział mechaniki zaczyna wchodzić w omawianą fazę rozwoju. Mianowicie obok referatów dotyczących podstaw teorji, zgłoszone zostały tam prace, posiadające bezpośrednie znaczenie w dziedzinie mechanicznej technologji metali. Na uwagę pod tym względem zasługuje praca Th. v. Kármán'a, prof. politechniki akwizgrańskiej, znanego zaszczytnie z badań we wszystkich prawie dziedzinach mechaniki technicznej. Traktuje on w niej przebieg walcowania, wprowadzając pojęcia zapożyczone z teorji plastyczności. Pracę powyższą można uważać za próbę racjonalnego ujęcia ważnego zagadnienia, otwierającą szersze perspektywy dla wszechstronnego rozwiązania w przyszłości.

Kármán traktuje przebieg walcowania jako zjawisko spęczniania (Stauchvorgang). Ogranicza się on do zagadnienia dwuwymiarowego, nie biorąc pod uwagę roztłaczania bocznego. Tak więc obliczenie stosuje się w sposób przybliżony dla materjału bardzo szerokiego

[1]) Th. v. Kármán. Beitrag zur Theorie des Walzvorgangs. Z. f. angew. Math. u. Mech., 1925 r. str. 139 — 141.

[2]) Konferencja powyższa, zwołana w marcu r. b. przez niemieckie Tow. Matem. i Mech. Stosowanej, zgromadziła bardzo wielu specjalistów w tej dziedzinie. Można ją uważać za dalszy ciąg wymiany poglądów i wzajemnego zbliżenia specjalistów, zapoczątkowanego na zjeździe Mechaniki Technicznej w Delfcie

lub walców z bocznem ograniczeniem, przy pominięciu tarcia o ściany boczne. Nowością w obliczeniu jest przyjęcie, poza oporem właściwym spęczniania q, naprężenia ściskającego lub rozciągającego p w kierunku walcowania.



Rys 5.

Niech r oznacza promień walców; h_1 i h_2 — połowy grubości materjału przed i po walcowaniu; x — spółrzędną wzdłuż kierunku walcowania; φ — spółrzędną kątową; μ — spółczynnik tarcia; ω — prędkość kątowa walców. W pierwszem przybliżeniu można zastąpić rzeczywiste naprężenia w przekrojach poprzecznych wartościami średniemi i, pozatem, uważać x za małe wobec r. Równanie równowagi dla odcinka ograniczonego spółrzędnemi x i $x + dx$ wyrazi się w postaci

$$\frac{d}{dx}(ph) = q(\sin\varphi - \mu\cos\varphi).$$

Przyjmując, że $\cos\varphi \approx 1$, zaś $\sin\varphi \approx \frac{x}{r}$ mamy:

$$h = h_2 + r(1 - \cos\varphi) \approx h_2 + \frac{x^2}{2r}; \quad \frac{dh}{dx} \approx \frac{x}{r}$$

skąd znowu

$$h\frac{dp}{dx} + p\frac{x}{r} = q\left(\frac{x}{r} - \mu\right). \tag{1}$$

Ponieważ żelazo lub stal walcujemy na gorąco, przeto możemy materjał walcowany uważać za ciało idealnie plastyczne (Prandtl). Warunek plastyczności przedstawi się w sposób następujący: różnica obu naprężeń głównych $= k =$ granicy plastyczności danego materjału. W pierwszem przybliżeniu można utożsamić naprężenia główne z naprężeniami p i q. Mamy wówczas

$$q - p = k, \tag{2}$$

przyczem k zależy od temperatury i prędkości odkształcania plastycznego. Uwzględnienie tych czynników oraz ściślejsze sformułowanie warunku (2) uważa Kármán za najbliższy etap udoskonalenia podanej teorji. Na razie przyjmujemy, że $k =$ const.

Z równań (1) i (2) otrzymujemy równanie różniczkowe, dające możność znalezienia p lub q:

$$h\frac{dp}{dx} + \mu p = k\left(\frac{x}{r} - \mu\right),$$

lub

$$\frac{dp}{dx} + \frac{\mu}{h_2 + x^2/2r}p = \frac{k}{h_2 + x^2/2r}\left(\frac{x}{r} - \mu\right). \tag{3}$$

Równanie powyższe przekształcamy, wprowadzając nowe (bezwymiarowe) zmienne $\xi = x/a$ i $\pi = p/k$, jak również charakterystyczne spółczynniki walcowania

$$\delta = \frac{a^2}{2rh_2} = \frac{\Delta h}{h_2} = \frac{h_1 - h_2}{h_2} = \frac{\text{zmniejsz. wysokości}}{\text{prześwit}}$$

$$\varepsilon = \frac{a}{\mu r} \approx \frac{\varphi_{max}}{\mu} \approx \frac{\varphi_{max}}{\operatorname{arctg}\mu} = \frac{\text{rzeczyw. kąt chwytu}}{\text{teoret. kąt chwytu}}$$

Mamy wówczas:

$$\frac{d\pi}{d\xi} + \frac{\mu a/h_2}{1 + \delta\xi^2}\pi = \frac{1}{1 + \delta\xi^2}\left(2\delta\xi - \frac{\mu a}{h_2}\right).$$

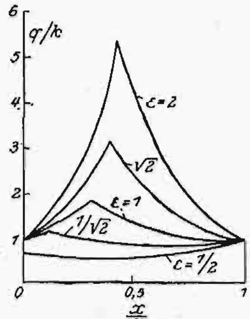
Sprowadza się ono ostatecznie do postaci

$$\frac{d\pi}{d\xi} + X\pi + X_1 = 0,$$

gdzie X i X_1 są funkcjami jedynie ξ. Ogólna całka tego równania linjowego jest następująca[3]):

$$\pi = e^{-\int X d\xi}\left[C - \int X_1 e^{\int X d\xi} d\xi\right].$$

Ze względu na charakter funkcyj X i X_1 daje się ona łatwo obliczyć zapomocą metod elementarnych. Na uwagę zasługuje przytem fakt, że całka ogólna zawiera jedną stałą całkowania C, pomimo że mamy do czynienia z dwoma warunkami brzegowemi, mianowicie dla przekroju wejściowego $x = a$ i wyjściowego $x = 0$. Ta pozorna sprzeczność wyjaśnia się w sposób następujący. Rozwiązanie równania różniczkowego dotyczy dwóch odcinków, na jakie dzielimy długość chwytu a. W jednej z dziedzin dla $x < x_0$ materjał wyprzedza, zaś w drugiej dla $x > x_0$ materjał jest wyprzedzany przez walec. W punkcie $x = x_0$ materjał przylega stale do walca.



Rys. 6.

Nadając różne wartości spółczynnikom charakterystycznym δ i ε, możemy przedyskutować różne przebiegi walcowania. Rys. 6 przedstawia rozkład naprężeń ściskających q dla obszaru $0 \to \xi \to 1$, przyjmując $\delta = 1$, czyli dla wypadku, gdy materjał jest przewalcowany do połowy swej pierwotnej grubości. Jeśli $\mu = 0{,}25$ mamy

$\varepsilon = 0{,}5$	$^1/_2\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	2
$r/h_2 = 128$	64	32	16	8

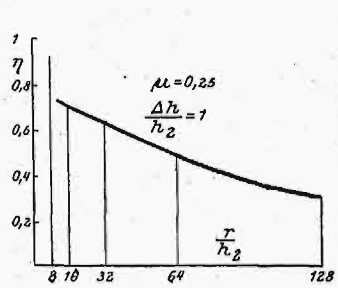
Specjalnie ciekawy wynik daje obliczenie spółczynnika sprawności walcowania η dla różnych wartości r/h_2. Jeśli praca odkształcania, inaczej moc użyteczna walcowania wynosi[4]) $L_n = kV\log h_1/h_2$, gdzie V jest objętością przewalcowanego materjału, zaś moc napędowa walców wynosi (dla szerokości $= 1$)

$$L_n = \int_0^{\varphi_{max}} \mu q r\omega\, d\varphi = \omega\int_0^a \mu q\, dx,$$

to posiłkując się równaniem (3) otrzymamy sprawność

$$\eta = \frac{\log(1+\delta)}{\delta}\,\frac{h_0}{h_2}\,\frac{1}{1 + 2\int_0^1 \pi\xi\, d\xi}$$

w postaci iloczynu trzech czynników. Przez h_0 oznaczamy przytem połowę wysokości materjału w punkcie x_0, gdzie materjał przylega do walca.



Rys 7.

Czynnik pierwszy jest funkcją δ; czynnik drugi $h_0/h_2 = v_2/r\omega$, gdzie v_2 jest prędkością wyjściową materjału. Czynnik trzeci zależy wyłącznie od rozkładu naprężeń.

Rys. 7 przedstawia wpływ średnicy walców na sprawność. Wykazuje on zalety stosowania możliwie cienkich walców, co znane jest doskonale praktykom walcownikom.

Prof. H. Mierzejewski.

[3]) E. Goursat. Cours d'analyse mathématique, Tom II, str. 304.

[4]) Uzasadnienie tego wzoru znajdzie czytelnik we wszechstronnej i źródłowej pracy: Dr.-Ing. G. Liss. „Die Nutzarbeit des Walzvorgangs. Grundlagen einer Mechanik bildsamer Körper". Stahl u. Eisen, str. 689 i nast.

Drukarnia Techniczna, Sp. Akc., w Warszawie, ul. Czackiego 3-5 (Gmach Stowarzyszenia Techników).
Wydawca: Spółka z o. o. „Przegląd Techniczny" Redaktor odp. inż. Czesław Mikulski.