

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Wydział Inżynierii Środowiska

ROZPRAWA DOKTORSKA

mgr inż. Zenon Spik

Ciepne właściwości dynamiczne grzejnika podłogowego

Promotor
dr hab. inż. Marian Rosiński
profesor Politechniki Warszawskiej

Warszawa, 2009 r.

*Serdecznie dziękuję Panu Profesorowi
Marianowi Rosińskiemu za wiele cennych uwag,
a także za opiekę w czasie powstawania niniejszej
rozprawy.*

*Dziękuję Koleżankom i Kolegom z Zakładu
Klimatyzacji i Ogrzewnictwa za pomoc oraz słowa
wsparcia i otuchy, gdy brakowało wiary.*

Patrycji i Mikołajowi pracę tę poświęcam.

Spis treści

1. Streszczenie	9
2. Wstęp.....	11
3. Cel, zakres i tezy pracy	13
4. Charakterystyka ogólna wodnych systemów ogrzewania podłogowego.....	14
4.1. Współczynnik przejmowania ciepła.....	14
4.2. Warunki komfortu cieplnego	24
5. Przegląd metod wyznaczania parametrów pracy grzejnika w warunkach statycznych.....	30
5.1. Metoda trapezów (profesora Wasilewskiego).....	30
5.2. Metoda według normy PN EN 1264	35
5.3. Metoda żebra	39
5.4. Metoda Kalousa – Kollmara	42
5.5. Metoda Missenarda	45
5.6. Metoda źródeł i upustów (wg Faxéna).....	47
5.7. Metoda źródeł i upustów (wg Szorina)	51
6. Przegląd metod wyznaczania parametrów pracy grzejnika w warunkach dynamicznych...	53
6.1. Model matematyczny	53
6.1.1. Model matematyczny pola temperatury	53
6.1.2. Warunki początkowe i brzegowe	55
6.2. Metody numeryczne	57
6.2.1. Metoda elementów skończonych	57
6.2.2. Metoda bilansów elementarnych.....	63
6.2.3. Dynamiczna metoda trapezów oparta na metodzie profesora Wasilewskiego.	66
6.3. Identyfikacja obiektów sterowania.....	68
7. Badania doświadczalne grzejnika podłogowego.....	73
7.1. Budowa stanowiska badawczego	73
7.1.1. Układ hydrauliczny	73
7.1.2. Grzejnik podłogowy	75
7.1.3. Układ pomiarowo-rejestrujący	79
7.2. Metodyka badań	89
7.2.1. Rozgrzewanie grzejnika podłogowego	89
7.2.2. Stygnięcie grzejnika podłogowego	93
7.2.3. Podniesienie temperatury zasilania grzejnika podłogowego	95
7.2.4. Obniżenie temperatury zasilania grzejnika podłogowego	98
7.2.5. Zwiększenie strumienia masy wody grzejnika podłogowego.....	102

7.2.6. Zmniejszenie strumienia masy wody grzejnika podłogowego	105
7.3. Analiza dokładności pomiarów.....	109
8. Badania symulacyjne i analiza wyników badań.....	113
8.1. Wymuszenie za pomocą włączenia grzejnika podłogowego	113
8.2. Wymuszenie za pomocą wyłączenia grzejnika podłogowego	117
8.3. Wymuszenie za pomocą podniesienia temperatury zasilania grzejnika podłogowego...	120
8.4. Wymuszenie za pomocą obniżenia temperatury zasilania grzejnika podłogowego	123
8.5. Wymuszenie za pomocą skokowej zmiany strumienia masy czynnika grzejnego	126
8.6. Dynamika cieplna grzejnika przy zmianie rozstawu przewodów	128
8.7. Dynamika cieplna grzejnika przy zmianie pojemności cieplnej warstwy jastrychu.....	129
8.8. Wymuszenie za pomocą skokowej zmiany temperatury powietrza wewnętrznego	132
9. Podsumowanie i wnioski.....	135
9.1. Podsumowanie	135
9.2. Wnioski	137
Literatura	139

Oznaczenia

a – współczynnik wyrównania temperatury (dyfuzyjność cieplna), $\frac{m^2}{s}$,

A – pole powierzchni, m^2 ,

B – rozstaw przewodów, cm ,

c_p – ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu, $\frac{J}{kg \cdot K}$,

C – stała promieniowania ciała szarego, $\frac{W}{m^2 \cdot K^4}$,

C_0 – stała promieniowania ciała doskonale czarnego, $\frac{W}{m^2 \cdot K^4}$,

d_z – średnica zewnętrzna, mm ,

d_w – średnica wewnętrzna, mm ,

d_r – średnica równoważna, mm ,

DN – średnica nominalna, mm ,

g – przyspieszenie ziemskie, $\frac{m}{s^2}$,

h_k – współczynnik przejmowania ciepła przez konwekcję, $\frac{W}{m^2 \cdot K}$,

h_r – współczynnik przejmowania ciepła przez promieniowanie, $\frac{W}{m^2 \cdot K}$,

h_c – całkowity współczynnik przejmowania ciepła, $\frac{W}{m^2 \cdot K}$,

λ – współczynnik przewodności cieplnej płynu lub ciała stałego, $\frac{W}{m \cdot K}$,

l – charakterystyczny wymiar geometryczny, m ,

m – masa ciała stałego lub płynu, kg ,

ν – kinematyczny współczynnik lepkości, $\frac{m^2}{s}$,

p – ciśnienie, Pa ,

q – gęstość strumienia ciepła, $\frac{W}{m^2}$,

Q – strumień ciepła, W ,

ρ – gęstość właściwa ciała stałego lub płynu, $\frac{kg}{m^3}$,

T – temperatura bezwzględna, K ,

t_z – temperatura czynnika zasilającego, $^{\circ}C$,

t_p – temperatura czynnika powracającego, $^{\circ}C$,

t_i – temperatura powietrza w pomieszczeniu, $^{\circ}C$,

t_f – średnia temperatura powierzchni grzejnika podłogowego, $^{\circ}C$,

τ – czas, h ,

w – prędkość przepływu płynu, $\frac{m}{s}$.

1. Streszczenie

W **rozdziale 4** dokonano charakterystyki ogrzewań podłogowych: określono typowe konstrukcje grzejnika podłogowego, omówiono jego typowe zastosowania. Zdefiniowano podstawowe parametry wpływające na kształtowanie komfortu cieplnego pomieszczeń ogrzewanych za pomocą grzejnika podłogowego, takie jak: temperatura jego powierzchni czy materiał wykończeniowy. W rozdziale 4 omówiono także metody określania współczynnika przejmowania ciepła z powierzchni grzejnika. Wskazano na metodę przyjętą do stosowania w dalszej części rozprawy.

W **rozdziale 5** dokonano przeglądu literatury polskiej i światowej dotyczącej wymiarowania grzejnika podłogowego w warunkach statycznych. Przedstawiono przegląd literatury dotyczącej badań grzejnika płaszczyznowego. Dokonano przeglądu stanu wiedzy na temat modelowania matematycznego i numerycznego grzejników masywnych.

Rozdział 6 zawiera opis modelu numerycznego oraz metod obliczeniowych zastosowanych do weryfikacji wyników badań otrzymanych w trakcie pomiarów na stanowisku pomiarowym. Przedstawiono założenia do modelu, zastosowane metody wyznaczania wartości temperatury na powierzchni grzejnika podłogowego przy różnych wymuszeniach cieplnych i hydraulicznych, zaprezentowano wyniki obliczeń symulacyjnych w postaci numerycznej oraz graficznej.

W **rozdziale 7** przedstawiono stanowisko pomiarowo-badawcze wykorzystane w czasie badań grzejnika podłogowego. Omówiono elementy wchodzące w skład stanowiska, określono dokładności przyrządów pomiarowych. Przedstawiono sposoby kalibracji układu pomiarowego (czujniki wzorcowe, pomiar ultratermostatyczny, badanie termowizyjne). Omówiono warunki i przedstawiono wyniki pomiarów.

Rozdział 8 poświęcony został porównaniu wyników badań przeprowadzonych na stanowisku pomiarowo-badawczym z wynikami otrzymanymi za pomocą metod obliczeniowych omówionych w rozdziale 7.

W **rozdziale 9** dokonano analizy rozbieżności otrzymanych wyników oraz omówiono przyczyny ich występowania. Rozdział ten poświęcony został także podsumowaniu wyników prac oraz postawionym wnioskom.

Summary

In **chapter 4** the characteristics of underfloor heating systems has been performed: the typical constructions of an underfloor radiator have been presented, together with its typical applications. Basic parameters have been defined, influencing the heat comfort of rooms heated with underfloor radiators, such as: its surface temperature or finishing material. Additionally, in chapter 4 the methods have been described for the estimation of convection heat transfer coefficient from the radiator's surface. Finally, the metod assumed for the further part of the dissertation has been selected.

In **chapter 5** the review of the Polish and international specialist literature has been presented, concerning the dimensioning of underfloor radiators in static conditions. The literature review of the research on surface radiators has been presented. The current knowledge survey of mathematical and numerical modelling of massive radiators has been performed.

Chapter 6 contains the description of the numerical model together with calculational methods applied to verify the results of the conducted research, obtained during the quantative experiments performed at the measurement post. The assumptions for the model have been described, the application of the method for estimating temperature value on the underfloor radiator's surface with varied heat and hydraulic stimuli, the calculation results for the simulation have been presented, both in numerical and graphical form.

The measurement-research post utilised for the research on the underfloor radiator, has been described in **chapter 7**. Its components have been discussed, the precision of measuring equipment assessed. The calibration methods for the measuring system have been presented (the standard sensors, ultrathermostatic measurement, thermovisual research). The research conditions have been described and the results presented.

Chapter 8 includes the comparison of the research results obtained from the measurement-research post with the ones obtained with the calculational methods described in chapter 7.

In **chapter 9** the divergence analysis has been performed for the results obtained, together with the elaboration on the relevant reasons. Chapter 9 is the summary of the results, and the conclusions of the Author.

2. Wstęp

Ogrzewanie podłogowe realizowane jest w dwojaki sposób: przez zasilanie wodą grzejną przy zastosowaniu węzownic z tworzyw sztucznych lub miedzi oraz elektryczne z przewodami grzejnymi umieszczonymi w podkładzie ogrzewczym. Grzejniki podłogowe są powszechnie stosowane od kilkadziesiąt lat w krajach Europy Zachodniej i Skandynawii oraz znalazły dosyć szerokie grono zwolenników także w Polsce. Mogą być stosowane jako ogrzewanie pomieszczeń w domach jednorodzinnych i wielorodzinnych, w obiektach biurowych, przemysłowych, sakralnych, zabytkowych, sportowych, wystawowych oraz jako podgrzewanie tarasów, balkonów, schodów, dachów i podjazdów, a także boisk sportowych, zarówno wystawionych na działanie czynników atmosferycznych, jak i znajdujących się pod dachem.

Ogrzewanie podłogowe charakteryzuje się korzystnym rozkładem temperatury w pomieszczeniu, który sprzyja zarówno dobrym warunkom komfortu cieplnego i higieny, jak i oszczędzaniu energii. Niska temperatura powierzchni grzejnika podłogowego wymaga obniżenia obliczeniowej temperatury wody grzejnej do $40 \div 50^{\circ}\text{C}$ i dlatego ogrzewanie podłogowe należy do tzw. ogrzewań niskotemperaturowych. Niska temperatura nośnika ciepła umożliwia z kolei współpracę instalacji ogrzewania podłogowego w układzie szeregowo-równoległym z instalacjami o wyższej temperaturze wody. Ogrzewania niskotemperaturowe mogą być również efektywnie zasilane w energię cieplną z nowoczesnych i ekologicznych źródeł ciepła, takich jak: kondensacyjne kotły gazowe, pompy ciepła lub kolektory słoneczne. Ta różnorodność wariantów zasilania w ciepło sprawia, że zarówno inwestor, jak i projektant mają możliwość wyboru i zastosowania systemu optymalnego w aktualnych warunkach technicznych i ekonomicznych inwestycji.

Ważną cechą charakteryzującą wodne ogrzewanie podłogowe jest znaczący czas odpowiedzi układu na wymuszenie cieplno-hydrauliczne. Jest ono znacząco większe od systemu ogrzewań powietrznych czy też klasycznych grzejników konwekcyjnych. Z tego też powodu masywny grzejnik podłogowy może być stosowany jako jedyne źródło ciepła w budownictwie mieszkaniowym energooszczędnym oraz pasywnym.

W przypadku gdy pomieszczenie używane jest w sposób ciągły, problem dużej pojemności cieplnej grzejnika podłogowego jest pomijalny. Znaczne możliwości samoregulacyjne masywnego grzejnika powodują, że zmiany obciążenia cieplnego obsługiwanego pomieszczenia powodują jego dostosowanie się do wymaganego zapotrzebowania na ciepło.

Inaczej sytuacja przedstawia się w przypadku, gdy pomieszczenie użytkowane jest

w sposób nieciągły. Znacząca masa grzejnika (w przypadku badanego grzejnika podłogowego 1m² stropu grzejnego ma masę 678,5 kg) powoduje to, że czas potrzebny na osiągnięcie wymaganej mocy cieplnej grzejnika jest znaczący. W przypadku włączenia grzejnika w chwili rozpoczęcia użytkowania pomieszczenia (rozpatrując przypadek, gdzie grzejnik podłogowy jest jedynym źródłem ciepła w pomieszczeniu) pierwsze godziny użytkowania pomieszczenia przebiegają przy niezadowalających warunkach komfortu cieplnego.

Możliwość określenia czasu potrzebnego na osiągnięcie przez grzejnik podłogowy wymaganej temperatury powierzchni grzejnika pozwala na zaprojektowanie harmonogramu pracy systemu ogrzewania powierzchniowego. Wymierne oszczędności osiągnąć można również w przypadku wyłączenia zasilania grzejnika, z określonym wyprzedzeniem czasowym, przy planowaniu przez użytkowników osłabienia ogrzewania w okresie nieprzebywania w swoim mieszkaniu.

3. Cel, zakres i tezy pracy

Cel pracy

Celem pracy jest opracowanie cieplnych charakterystyk dynamicznych podłogowego grzejnika wodnego. Jako cel pracy postawiono również opracowanie modelu numerycznego oraz jego weryfikację za pomocą empirycznych badań wykonanych w skali półtechnicznej.

Tezy pracy

Stawia się tezę, że możliwe jest opracowanie modelu numerycznego, za pomocą którego będzie możliwe wyznaczenie stałych czasowych grzejnika podłogowego, o znanej konstrukcji, przy różnego rodzaju wymuszeniach cieplnych i hydraulicznych.

Możliwe jest opracowanie harmonogramu sterowania grzejnikiem podłogowym w sposób umożliwiający zachowanie warunków komfortu cieplnego w pomieszczeniu.

Zakres pracy

W ramach niniejszej rozprawy opracowany został numeryczny model dynamiczny grzejnika podłogowego. Model ten zweryfikowany został poprzez dokonanie szeregu pomiarów na stanowisku badawczym w skali półtechnicznej, mieszczącym się w gmachu Wydziału Inżynierii Środowiska w pomieszczeniu 225.

Wykonana została modernizacja istniejącego stanowiska pomiarowo-badawczego, dokonano wymiany źródła ciepła na ultratermostat dysponujący możliwością ogrzewania i chłodzenia. Dokonano również modernizacji układu rejestrującego.

4. Charakterystyka ogólna wodnych systemów ogrzewania podłogowego

4.1. Współczynnik przejmowania ciepła

Na strumień ciepła oddawany z powierzchni grzejnika podłogowego do środowiska go otaczającego istotny wpływ ma współczynnik przejmowania ciepła. Determinuje on skuteczność przekazywania ciepła do otoczenia.

Całkowita gęstość strumienia przejmowanego ciepła z powierzchni grzejnika podłogowego definiowana jest jako suma gęstości strumienia ciepła na drodze promieniowania oraz na drodze konwekcji:

$$q_c = q_k + q_r \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (4.1)$$

Gęstość strumienia ciepła przejmowanego na drodze konwekcji wyznaczana jest za pomocą zależności wynikającej z prawa Newtona:

$$q_k = h_k \cdot (t_s - t_i) \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (4.2)$$

Natomiast gęstość strumienia ciepła przejmowanego na drodze promieniowania wyznaczana jest ze wzoru:

$$q_r = h_r \cdot (t_s - t_i) \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (4.3)$$

gdzie:

h_k – współczynnik przejmowania ciepła przez konwekcję, $[W/m^2K]$,

h_r – współczynnik przejmowania ciepła przez promieniowanie, $[W/m^2K]$,

t_i – średnia temperatura powietrza omywającego powierzchnię grzejnika podłogowego na wysokości 1m, $[^{\circ}C]$,

t_s – średnia temperatura powierzchni grzejnika podłogowego, $[^{\circ}C]$.

Zależności przedstawione w literaturze [2], [3], [46], [47], [65], [72], [96], [97], [105], [109], a także normatywach [83], [87] służące wyznaczaniu współczynnika przejmowania ciepła na drodze konwekcji oraz promieniowania dają bardzo rozbieżne wyniki. Podstawowe metody wyznaczania współczynnika przejmowania ciepła przedstawiono poniżej.

a) Metoda zawarta w normie [83]

W normie przedstawiono zależności służące obliczaniu całkowitego współczynnika przyjmowania ciepła oraz gęstości strumienia ciepła oddawanego do otoczenia.

Całkowitą gęstość strumienia ciepła przedstawia wzór:

$$q_c = h_c \cdot (t_s - t_i) \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (4.4)$$

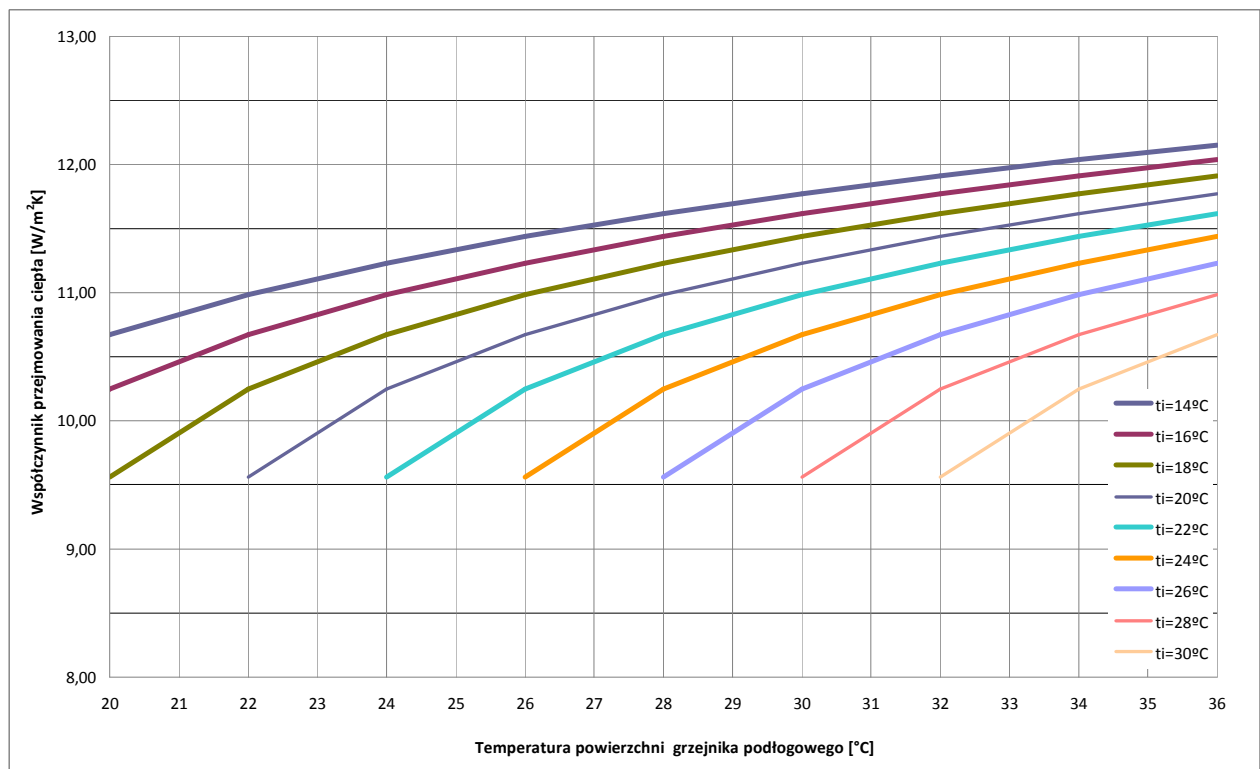
gdzie:

h_c – całkowity współczynnik przyjmowania ciepła przez konwekcję i promieniowanie, [W/m^2K],

t_s – średnia temperatura powierzchni grzejnika podłogowego, [$^{\circ}C$],

t_i – temperatura powietrza w pomieszczeniu ogrzewanym grzejnikiem podłogowym, poza warstwą przyścienną, [$^{\circ}C$].

Całkowity współczynnik przyjmowania ciepła dla konkretnych wartości temperatury powietrza wewnętrznego na wysokości 1m w pomieszczeniu podano w pracach [52], [72], [117].



Rys. 4.1.

Wartość całkowitego współczynnika przyjmowania ciepła. Opracowanie własne na podstawie [83].

W normie [83] podano funkcyjną zależność, za pomocą której można wyznaczyć wartości całkowitego współczynnika przejmowania ciepła. Zależność ta ma postać:

$$h_c = 8,92 \cdot (t_s - t_i)^{0,1} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (4.5)$$

gdzie:

oznaczenia j.w.

Zależność (4.5) zilustrowana została na rysunku 4.1.

b) Zależności opisujące współczynnik przejmowania ciepła przez promieniowanie wg Kilkisa [46]

Współczynnik przejmowania ciepła przez promieniowanie wg Kilkisa określony jest jako:

$$h_r = r \cdot \varepsilon \cdot \sigma \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (4.6)$$

gdzie:

ε – zastępcza emisyjność przegród budowlanych,

σ – stała Boltzmanna równa $5,72 \cdot 10^{-8}$, $[W/(m^2 \cdot K^4)]$,

natomiast:

$$r = 4 \cdot \left[\frac{(t_s + 273)}{2} + \frac{(t_i + 273)}{2} \right] [K^3] \quad (4.7)$$

co po uproszczeniu daje:

$$r = \left[0,0105 \cdot \frac{(t_s + t_i)}{2} + 0,7955 \right] [K^3] \quad (4.8)$$

Kilkis zdefiniował współczynnik przejmowania ciepła na drodze konwekcji w sposób następujący:

$$h_k = (1 - 2,22 \cdot 10^5 \cdot h)^{2,627} \cdot \left(\frac{4,96}{d_r} \right)^{0,08} \cdot 2,67 \cdot (t_s - t_i)^{0,25} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (4.9)$$

gdzie:

h – wysokość nad poziomem morza, [m],

d_r – średnica równoważna (charakterystyczny wymiar geometryczny podłogi [72]), [m]:

$$d_r = \frac{4 \cdot A_w}{L_w} [m] \quad (4.10)$$

gdzie:

A_w – całkowite pole powierzchni podłogi, [m²],

L_w – obwód grzejnika podłogowego, [m],

Temperatura powierzchni przegród ograniczających przestrzeń pomieszczenia ogrzewanego za pomocą grzejnika podłogowego zależy m.in. od takich czynników jak: temperatura powietrza w przestrzeni zewnętrznej, orientacja budynku względem stron świata, promieniowanie słoneczne bezpośrednie oraz rozproszone, kierunek oraz prędkość wiatru. Ze względu na fakt, iż w warunkach rzeczywistych nie jest możliwe określenie temperatury przegród otaczających, Kilkis zaproponował następującą uproszczoną zależność:

$$t_w = t_i - d \cdot z \text{ [}^\circ\text{C]} \quad (4.11)$$

gdzie:

d – współczynnik zależny od położenia pomieszczenia przyjmuje wartości:

1 – dla pomieszczeń wewnętrznych,

2 – dla pomieszczeń z jedną przegrodą zewnętrzną,

3 – dla pomieszczeń z dwiema i więcej przegrodami zewnętrznymi,

z – współczynnik wyznaczony empirycznie (słuszny dla temperatury zewnętrznej wyższej niż -20°C):

$$z = \frac{15}{25 + t_e} \quad (4.12)$$

gdzie:

t_e – temperatura powietrza zewnętrznego, [°C]

c) Zależności na współczynnik przejmowania ciepła wg Olesena i Michela [96], [97]

Olesen i Michel gęstość strumienia ciepła proponują wyznaczać z następującej zależności:

$$q_r = h_r \cdot \sum_{i=1}^n (t_s - t_{wi}) \cdot \varphi_{Ap-Ai} \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (4.13)$$

gdzie:

t_s – średnia temperatura powierzchni grzejnika podłogowego, [°C],

t_{wi} – średnia temperatura i-tej powierzchni przegrody budowlanej pomieszczenia ogrzewanego za pomocą grzejnika podłogowego (poza powierzchnią samego grzejnika), [K],

φ_{Ap-Ai} – współczynnik widzenia pomiędzy powierzchnią grzejnika podłogowego a i-tą powierzchnią przegrody budowlanej (współczynnik konfiguracji), [-],

h_r – współczynnik przejmowania ciepła przez promieniowanie [W/m^2K].

Współczynnik przejmowania ciepła przez promieniowanie określony jest według następującej zależności:

$$h_r = \varepsilon \cdot C_0 \cdot T \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (4.14)$$

ε – emisyjność powierzchni podłogi grzejnej, [-],

C_0 – stała promieniowania ciała doskonale czarnego, wynosząca 5,72, [$W/(m^2 \cdot K^4)$],

T – wartość równa:

$$T = \frac{T_s^4 - T_i^4}{T_s - T_i} [K^3] \quad (4.15)$$

Temperatura powierzchni typowego grzejnika podłogowego zawiera się w przedziale od 25 do 35 stopni Celsjusza. Temperatura powietrza w pomieszczeniu ogrzewanym przez ten grzejnik, równa jest około 20 ÷ 25 stopni Celsjusza. Po podstawieniu do wzoru (4.15) wartości granicznych uzyskamy wyniki współczynnika przejmowania ciepła przez promieniowanie w granicach: $h_r=5,36 \div 5,76 W/(m^2 \cdot K)$. Olesen i Michel w opracowaniu [96] przyjęli do dalszych rozważań średnią wartość $h_r=5,5 W/(m^2 \cdot K)$. Błąd wynikający z powyższego uproszczenia nie przekracza 4%.

W pracy [96] Olesen zaprezentował cztery metody wyznaczania współczynnika przejmowania ciepła przez konwekcję:

1) Metoda 1

Gęstość strumienia ciepła oddawanego przez grzejnik podłogowy na drodze promieniowania q_r wyznaczono ze wzoru (4.3). Następnie gęstość strumienia ciepła oddawanego na drodze konwekcji określono za pomocą wzoru (4.2). Współczynnik przejmowania ciepła na drodze konwekcji h_k wyznaczono ze wzoru (4.2).

2) Metoda 2

Gęstość strumienia ciepła na drodze promieniowania wyznaczono zgodnie ze wzorem:

$$q_r = h_r \cdot (t_s - t_w) \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (4.16)$$

gdzie:

t_w – średnia temperatura powierzchni przegród otaczających grzejnik podłogowy, [$^{\circ}C$],

$$t_w = \sum_{i=1}^n t_{wi} \cdot \varphi_{Ai-P} \quad (4.17)$$

t_{wi} – temperatura i-tej powierzchni przegrody budowlanej pomieszczenia ogrzewanego grzejnikiem podłogowym (poza powierzchnią grzejnika podłogowego), [°C],

φ_{Ai-P} – współczynnik widzenia pomiędzy powierzchnią grzejnika podłogowego a charakterystycznym punktem P (przyjęto punkt P na wysokości 0,6m od podłogi dla osoby siedzącej i na wysokości 1,1m dla osoby stojącej (zgodnie z [4])), [-].

Gęstość strumienia ciepła oddawanego na drodze konwekcji określono za pomocą wzoru (4.2). Współczynnik przejmowania ciepła na drodze konwekcji h_k wyznaczono ze wzoru (4.3).

3) Metoda 3

W metodzie trzeciej gęstość strumienia ciepła na drodze promieniowania określono za pomocą wzoru:

$$q_r = h_r \cdot (t_s - t_o) \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (4.18)$$

gdzie:

t_o – temperatura odczuwalna powietrza, [°C],

$$t_o = \frac{h_{khh} \cdot t_a + h_{rhh} \cdot t_i}{h_{khh} + h_{rhh}} \text{ [}^\circ\text{C]} \quad (4.19)$$

gdzie:

h_{khh} – współczynnik przejmowania ciepła na drodze konwekcji z powierzchni ludzkiego ciała, [W/m²·K],

h_{rhh} – współczynnik przejmowania ciepła na drodze promieniowania z powierzchni ludzkiego ciała, [W/m²·K],

t_i – temperatura powietrza w charakterystycznym punkcie pomieszczenia, [°C].

t_a – średnia temperatura powierzchni ludzkiego ciała, [°C].

Na podstawie powyższego określono całkowity współczynnik przejmowania ciepła korzystając ze wzoru:

$$q_c = h_c \cdot (t_s - t_o) \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (4.20)$$

po czym na podstawie wzoru (4.20) wyznaczono współczynnik przejmowania ciepła na drodze konwekcji.

$$h_k = h_c - h_r \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (4.21)$$

4) Metoda 4

W przypadku metody czwartej całkowity współczynnik przyjmowania ciepła wyznaczono ze wzoru:

$$q_c = h_c \cdot (t_s - t_{1,6}) \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (4.22)$$

gdzie:

$t_{1,6}$ – zmierzona temperatura powietrza na wysokości 1,6m, [°C].

Współczynnik przyjmowania ciepła na drodze konwekcji wyznaczono ze wzoru (4.21). W tabeli 1. przedstawiono średnie wartości współczynników przyjmowania ciepła przez konwekcję dla charakterystycznych punktów na wysokości 0,6 oraz 1,1 m. Współczynniki te zostały zmierzone dla całkowitej gęstości strumienia ciepła z zakresu 20,1÷32 W/m².

Tabela 4.1.

Średnie wartości współczynnika przyjmowania ciepła przez konwekcję h_k . Źródło [96].

Opis metody	Średnia wartość h_k	
	Dla punktów leżących na wysokości 0,6m	Dla punktów leżących na wysokości 1,1m
	W/m ² ·K	W/m ² ·K
Metoda 1	1,5	1,2
Metoda 2	4,6	3,0
Metoda 3	4,6	2,8
Metoda 4	2,0 – na wysokości 1,6	

Olesen sformułował w [96] wzór ogólny, na podstawie którego wyznaczyć można współczynnik przyjmowania na drodze konwekcji:

$$h_k = k \cdot \left(\frac{\Delta t}{d_r} \right)^{0,25} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (4.23)$$

gdzie:

Δt – średnia różnica temperatury pomiędzy temperaturą powierzchni grzejnika podłogowego a średnią temperaturą powietrza w pomieszczeniu, [K],

k – charakterystyczna stała:

– dla punktów na wys. 0,6 m uzyskano: 1,68

– dla punktów na wys. 1,1 m uzyskano: 1,28.

d_r – charakterystyczny wymiar liniowy (obliczony zgodnie ze wzorem (4.10)), [m].

Wyniki otrzymane z powyższych zależności budzą jednak wiele wątpliwości. Procentowy udział ilości ciepła oddawanego na drodze promieniowania w stosunku do całkowitej ilości ciepła wynosi od 77,1% do 128%, po odrzuceniu wartości przekraczających 100% wartość h_r wynosi 85,6%. Analizując wyniki obliczeń współczynnika przejmowania ciepła na drodze konwekcji w stosunku do całkowitego współczynnika przejmowania ciepła, wynosiła ona od 8,3% do 66,7%, osiągając średnią wartość 39,2%.

W literaturze znaleźć można ponadto wiele innych zależności do wyznaczania współczynnika przejmowania ciepła na drodze konwekcji, np.:

– wg **McAdamsa [65]**:

$$h_k = 0,12 \cdot \left(\frac{\Delta t}{d_r} \right)^{0,25} \quad (4.25)$$

– wg **Glenta [96]**:

$$h_k = 0,68 \cdot \left(\frac{\Delta t}{d_r} \right)^{0,25} \quad (4.26)$$

– wg **ASHRAE Fundamentals 1997 [3]**:

$$h_k = 0,59 \cdot \left(\frac{\Delta t}{d_r} \right)^{0,25} \quad (4.27)$$

gdzie:

oznaczenia jak wyżej.

Jak widać z powyższych wzorów otrzymuje się wyniki zdecydowanie odbiegające od opracowania [96].

Weryfikowane doświadczalnie, w skali półtechnicznej, badania symulacyjne prezentowane w pracach Karlssona [40], [41], [42], [43] opierają się na założeniu, iż współczynnik przejmowania ciepła na drodze promieniowania z powierzchni grzejnika jest stały i równy $5,6 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$, natomiast współczynnik przejmowania ciepła na drodze konwekcji waha się w granicy $2,0 - 3,5 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$. W swoich obliczeniach prezentowanych w pracach [40] i [42] Karlsson przyjął stałą wartość współczynnika przejmowania ciepła na drodze

konwekcji równą $8,6 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$, wykazując wysoką zbieżność modelu numerycznego do pomiarów na stanowisku badawczym.

Caccavelli i Bedouani w pracy [9] proponują natomiast, aby współczynnik przyjmowania ciepła na drodze promieniowania przyjmować stały i równy $5,9 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$, natomiast współczynnik przyjmowania ciepła na drodze konwekcji przyjmować zgodnie z zależnością:

$$h_k = 1,55 \cdot (t_w - t_\infty)^{0,33} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right] \quad (4.28)$$

gdzie:

t_w – temperatura powierzchni podłogi grzejnej (stała, poza warstwą przyścienną), [°C],

t_∞ – średnia temperatura powietrza w pomieszczeniu [°C].

Autorzy normy europejskiej EN 1264 dla potrzeb wymiarowania grzejnika podłogowego zalecają przyjmowanie stałej całkowitej wartości współczynnika przyjmowania ciepła równej $h_c=10,8 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$.

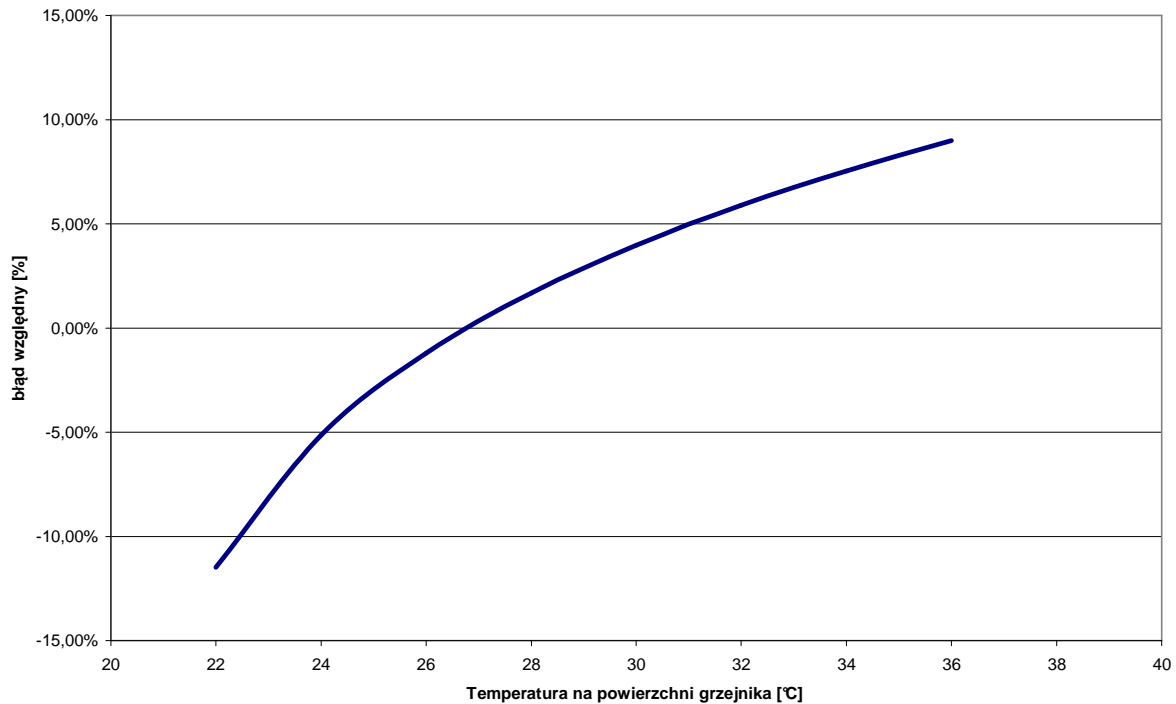
Przyjęcie stałej całkowitej wartości współczynnika przyjmowania ciepła (jak zapisano w normie EN 1264) jest właściwe wyłącznie na potrzeby wymiarowania grzejnika w warunkach jego pracy statycznej. Robocza temperatura powierzchni grzejnika podłogowego jest przyjmowana w dość wąskim zakresie $26 \div 29^\circ\text{C}$, a co za tym idzie, warunki wymiany ciepła na powierzchni grzejnika nie ulegają istotnym zmianom.

W warunkach dynamicznych temperatura pracy grzejnika podłogowego ustala się w znacznie szerszym zakresie: od $12 \div 16^\circ\text{C}$ w chwili, gdy grzejnik nie pracuje, aż do $30 \div 33^\circ\text{C}$ w chwili rozgrzewania i pracy grzejnika z maksymalną wydajnością. Jak wynika z przedstawionych w niniejszym rozdziale metod obliczania współczynnika przyjmowania ciepła, tak duży zakres wartości temperatury powierzchni grzejnika podłogowego powoduje znaczące zmiany wartości współczynnika przyjmowania ciepła pomiędzy powierzchnią podłogi a omywającym ją powietrzem. Całkowita wartość współczynnika przyjmowania ciepła zmieniać się może, w zależności od różnicy temperatury pomiędzy powierzchnią grzejnika a średnią temperaturą powietrza w pomieszczeniu, w zakresie od około $7,0$ do nawet $12,5 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$. Wartość liczbowa całkowitego współczynnika przyjmowania ciepła różni się również w zależności od metody przyjętej do jego wyznaczania. Wyniki osiągnięte dla jednej z metod zilustrowano na rysunku 4.1.

Wiele szczegółowych danych, które należy uwzględnić w dokładnych metodach obliczania całkowitego współczynnika przyjmowania ciepła, takie jak: temperatura powierzchni przegród otaczających grzejnik, współczynnik emisyjności otaczających

przegród, współczynnik konfiguracji przegród itd., uniemożliwia ich zastosowanie w warunkach obliczeń inżynierskich.

Na potrzeby badań w skali półtechnicznej, które wykonano w niniejszej pracy, przyjęcie stałej wartości współczynnika przyjmowania ciepła spowodowałoby błąd na poziomie nawet 10%. Błąd ten zilustrowany został na rysunku 4.2.



Rys. 4.2.

Błąd względny wynikający z przyjęcia stałej wartości współczynnika przyjmowania ciepła.

Źródło: opracowanie własne.

Anna Kowalczyk w rozprawie [55] zaproponowała użycie wzoru (4.5) w celu wyznaczenia wartości współczynnika przyjmowania ciepła z powierzchni grzejnika podłogowego. W pracy tej w czasie weryfikacji eksperymentalnej modeli matematycznych wykazała, że przyjęcie zależności (4.5) nie powoduje błędów przekraczających 5%.

Z tego też względu, w niniejszej rozprawie, zrezygnowano z wartości współczynnika przyjmowania ciepła przyjętej w normie [83], a do obliczeń zarówno matematycznych, jak i numerycznych przyjęto zależność (4.5), przytaczaną również w pracach [105], [109].

4.2. Warunki komfortu cieplnego

Integralną częścią zapewnienia komfortu cieplnego jest uzyskanie odpowiedniej temperatury powierzchni podłogi. Jest to jedyna przegroda budowlana, z którą człowiek pozostaje w stałym i bezpośrednim kontakcie. W związku z tym wymienia z nią ciepło nie tylko na drodze konwekcji i promieniowania, ale również na drodze przewodzenia. Maksymalna wartość temperatury powierzchni podłogi zależy od przeznaczenia pomieszczenia, długości czasu przebywania ludzi oraz rodzaju używanego obuwia.

Na podstawie raportu CEN *Ventilation for Buildings – Design Criteria for Indoor Environment* [102], dla osób noszących lekkie obuwie domowe określone są maksymalne wartości temperatury powierzchni grzejnika podłogowego. Podaje on zależność pomiędzy przewidywanym odsetkiem osób niezadowolonych (PPD) z subiektywnie nieoptymalnej temperatury powierzchni podłogi a jej temperaturą. Wyniki analizy przedstawiono w tabeli 4.2.

Tabela 4.2.

Wymagania dotyczące temperatury powierzchni podłogi.

Kategoria	Dozwolony zakres temperatury powierzchni podłogi, °C
A	19÷29
B	18÷29
C	17÷31

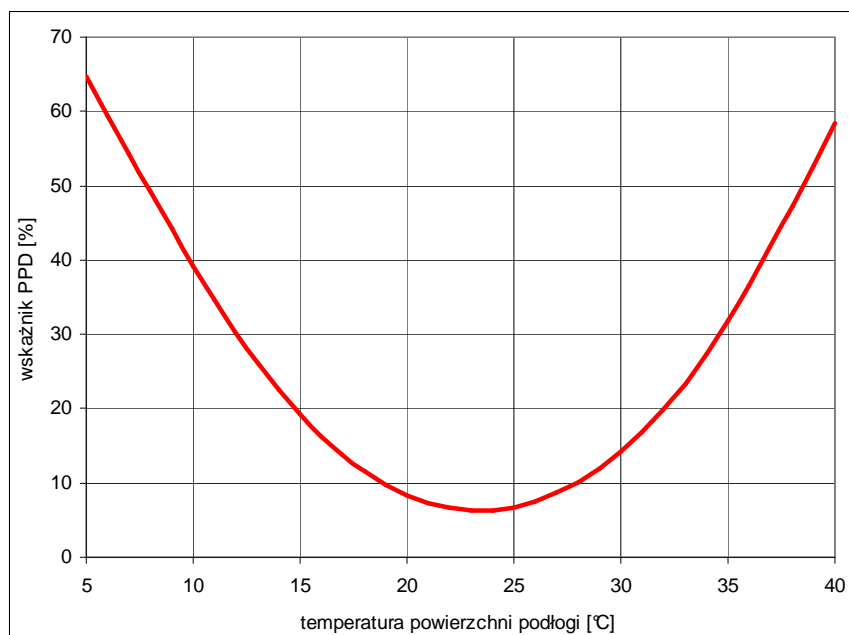
Kategorie:

A – wysoki poziom oczekiwań,

B – średni poziom oczekiwań,

C – umiarkowany poziom oczekiwań.

Wg Raportu CEN można określić, że przewidywany procent osób niezadowolonych (PPD) z powodu za ciepłej lub za zimnej podłogi dla $t = 26^{\circ}\text{C}$ wynosi 8%, a dla $t = 29^{\circ}\text{C}$ jest to 12%. Najmniejszy procent niezadowolonych przewidywany jest dla $t = 23\div 24^{\circ}\text{C}$. Dla temperatury podłogi w tym przedziale PPD wynosi 6% i można ten przedział uznać za zakres optymalny z punktu widzenia komfortu cieplnego.



Rys. 4.3.

Przewidywany odsetek niezadowolonych (wskaźnik PPD – Predicted Percent of Dissatisfied).

Źródło: [126].

Powyższe zależności potwierdza również projekt europejskiej normy dotyczącej jakości środowiska wewnętrznego. Najistotniejsze kryteria dotyczące grzejnika podłogowego przedstawiono w tabeli 4.3.

Tabela 4.3.

Proponowane parametry komfortu cieplnego dla odpowiednich kategorii. Źródło [94]

Category	Thermal state of the body as a whole		Local thermal discomfort			
	PPD	PMV	Draught Rate (DR)	Vertical air temperature difference	Warm or cool floor	Radiant Temperature Asymmetry
-	%	-	%	%	%	%
A	< 6	-0,2 < PMV < +0,2	< 15	< 3	< 10	< 5
B	< 10	-0,5 < PMV < +0,5	< 20	< 5	< 10	< 5
C	< 15	-0,7 < PMV < +0,7	< 25	< 10	< 15	< 10

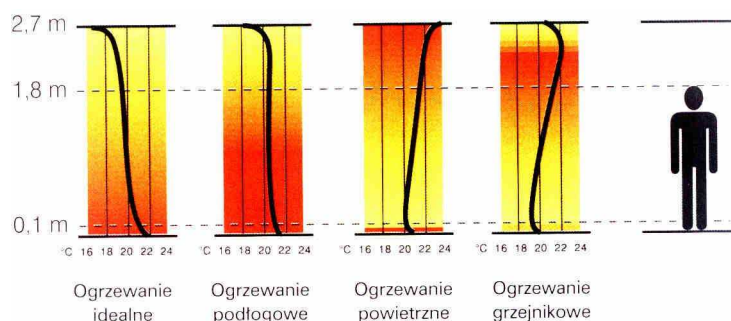
Do istotnych wad grzejników podłogowych należy ograniczenie maksymalnej wydajności cieplnej grzejnika podłogowego, związanej z maksymalną dopuszczalną temperaturą na powierzchni grzejnika podłogowego. Ograniczenie to wynika z odczucia

dyskomfortu cieplnego z powodu zbyt wysokiej temperatury powierzchni podłogi.

Zgodnie z raportem CEN maksymalna dopuszczalna temperatura podłogi wynosi 26°C . Dopuszcza się jednak projektowanie grzejników podłogowych na maksymalną temperaturę 29°C w strefie przebywania ludzi oraz 32°C w strefach brzegowych. Zgodnie z rysunkiem 4.3 przewidywany odsetek osób niezadowolonych (PPD), przebywających w pomieszczeniu, gdzie grzejnik podłogowy ma temperaturę 29°C , wynosi 12%, podczas gdy przy temperaturze 32°C wzrośnie on do wartości 17%.

W przypadku gdy grzejnik podłogowy w okresie letnim będzie służył do chłodzenia pomieszczenia, wówczas graniczna dolna temperatura powierzchni podłogi determinować będzie poziom zadowolenia użytkowników. I tak odpowiednio dla pomieszczeń kategorii A i B minimalna temperatura powierzchni grzejnika podłogowego wynosi 19°C , natomiast dla pomieszczeń kategorii C wynosi ona 17°C .

Jedną z najczęściej wymienianych pozytywnych cech grzejnika podłogowego jest korzystny rozkład temperatury w pomieszczeniu. Konwekcyjne ruchy powietrza powodują wyrównanie temperatury wzdłuż wysokości pomieszczenia i utrzymanie niskiej wartości gradientu temperatury powietrza w pomieszczeniu oraz poprawny kierunek gradientu temperatury. Na rys. 4.4. przedstawiono przybliżone gradienty temperatury przy różnych systemach ogrzewania. Jak widać, ogrzewanie podłogowe charakteryzuje się najlepszym rozkładem temperatury w pomieszczeniu spośród zaproponowanych systemów ogrzewania.



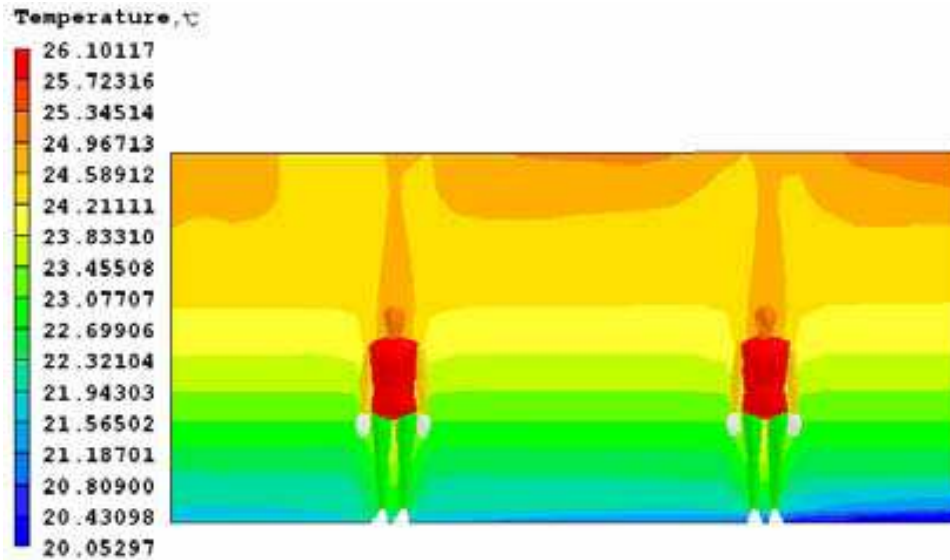
Rys.4.4.

Pionowy rozkład temperatury w pomieszczeniach dla różnych typów centralnego ogrzewania.

Źródło: [12].

W przypadku zastosowania grzejnika podłogowego dla potrzeb chłodzenia pomieszczenia istnieje obawa występowania niekorzystnego zjawiska uwarstwienia nieruchomej warstwy przyściennej przy powierzchni podłogi, co przy odwrotnym do optymalnego gradientie temperatury w pomieszczeniu powodować będzie uczucie

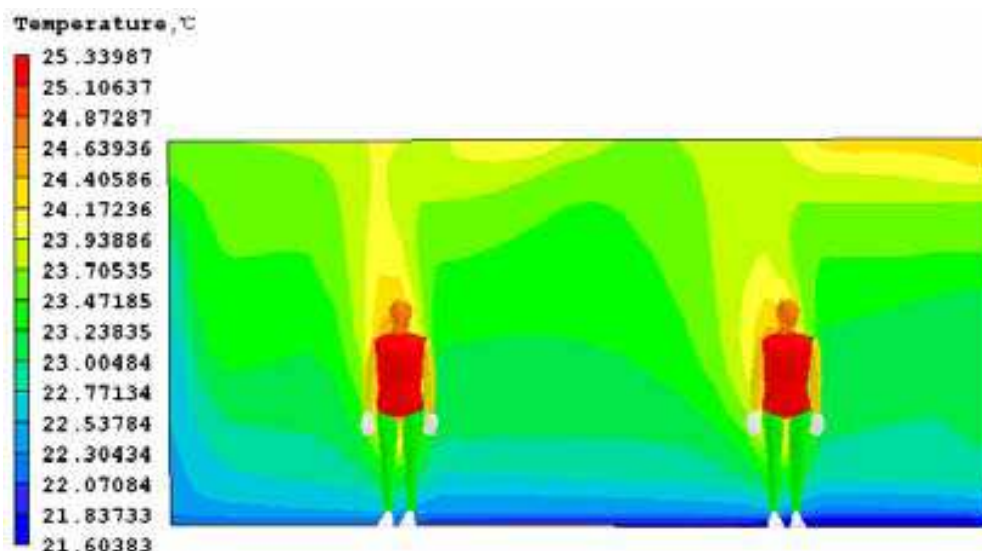
dyskomfortu. Yanli R., i in. w pracy [144] wykonał za pomocą narzędzi CFD symulacje rozkładu temperatury w pomieszczeniu z grzejnikiem podłogowym o temperaturze płaszczyzny niższej od temperatury powietrza w pomieszczeniu.



Rys.4.5.

Pionowy rozkład temperatury w pomieszczeniach dla grzejnika podłogowego pracującego w funkcji chłodzenia w okresie letnim. Źródło: [144].

Jak wynika z rysunku 4.5., gradient temperatury jest zauważalny. Jednak nie przekracza on 3,5K. Dla porównania wykonano symulację, w której założono brak chłodzenia podłogowego. Wynik symulacji przedstawiono na rysunku 4.6. Bilans ciepła w pomieszczeniu uzupełniony został za pomocą nawiewnika wyporowego (o wysokości 60 cm, stojącego na podłodze), natomiast temperatura powierzchni grzejnika podłogowego jest wynikowa. Powietrze posiada znacznie większą turbulencję, ale gradient temperatury w pomieszczeniu pozostaje na podobnym poziomie jak w przypadku pracującego grzejnika podłogowego.



Rys. 4.6.

Pionowy rozkład temperatury w pomieszczeniach bez grzejnika podłogowego pracującego w funkcji chłodzenia w okresie letnim. Źródło: [144].

W przypadku pierwszej symulacji niższa temperatura operacyjna w pomieszczeniu przy tym samym bilansie cieplnym pomieszczenia zapewnia wyższą efektywność chłodzenia, co przekłada się na niższe koszty eksploatacyjne instalacji chłodzenia, a także na wyższy poziom komfortu termicznego pomieszczenia.

Rozważane powyżej graniczne wartości temperatury powierzchni grzejnika płaszczyznowego dotyczą warunków komfortu dla osób przebywających w obuwiu. W tym przypadku wpływ na odczucia termiczne ma wyłącznie temperatura powierzchni podłogi, natomiast nie ma znaczenia materiał, z którego wykonana jest powierzchnia grzejnika. Jeżeli natomiast z grzejnikiem podłogowym ma kontakt bosa stopa, istotne znaczenie ma tzw. współczynnik przyswajania ciepła. Współczynnik ten określany jest wzorem:

$$b = \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c_p} \quad (4.29)$$

gdzie:

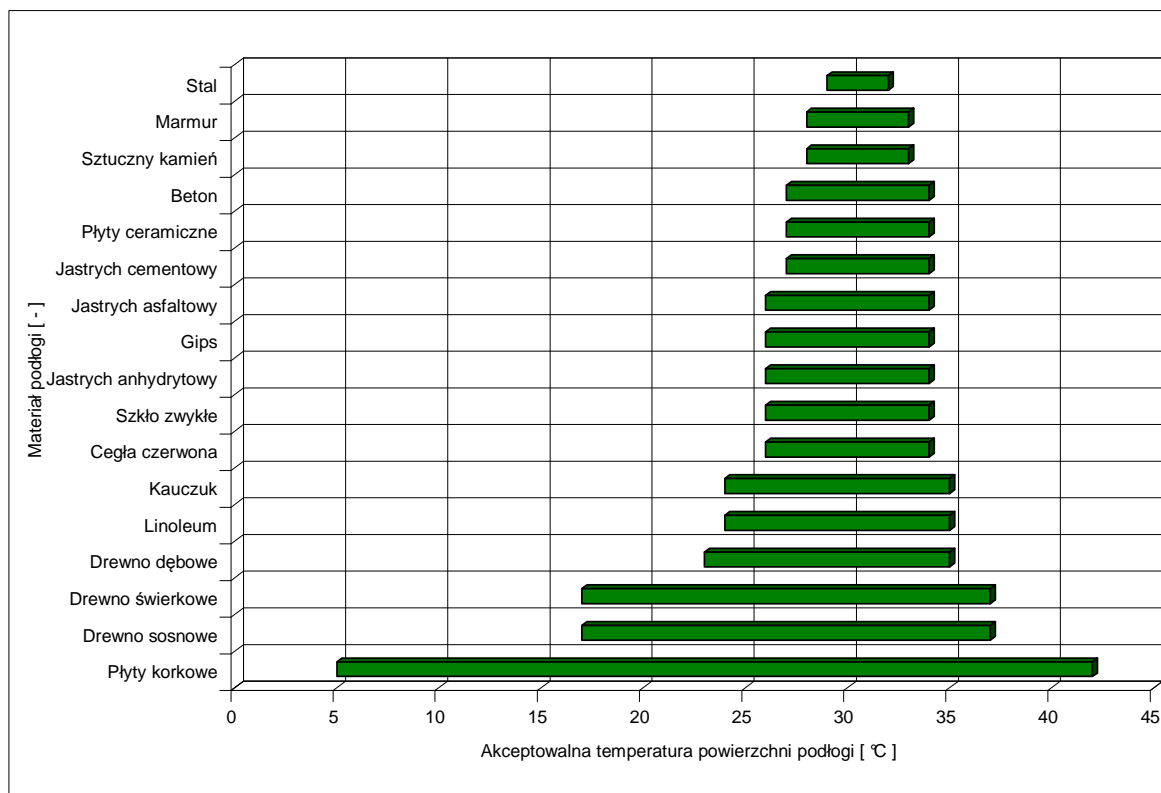
λ – współczynnik przewodzenia ciepła materiału wykończeniowego podłogi, [W/m·K],

ρ – gęstość materiału wykończeniowego podłogi, [kg/m³],

c_p – ciepło właściwe materiału wykończeniowego podłogi, [J/kg·K],

Zestawienie współczynników przyswajania ciepła dla różnych materiałów, a także obliczenia zakresu temperatury, dla której będą zachowane pozytywne wrażenia termiczne przy kontakcie bosą stopą z powierzchnią podłogi, wykonał Strzeszewski M. w pracy [126]. Wyniki tej analizy przedstawiono na rysunku 4.7.

Jak wynika z rysunku 4.7., w warunkach typowej rocznej eksploatacji grzejnika podłogowego (temperatura powierzchni w zakresie $19 \div 32^{\circ}\text{C}$) – przy kontakcie z bosą stopą – uczucie komfortu zapewniają wyłącznie podłogi drewniane. Zastosowanie ceramiki lub kamienia jako materiału wykończeniowego skutkować będzie uczuciem chłodu przy kontakcie bosej stopy z powierzchnią grzejnika. Odczucie to wystąpi nawet wówczas, gdy temperatura powierzchni podłogi będzie wyższa od wartości opisywanych powyżej w rozprawie.



Rys.4.7.

Zakres komfortowej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego przy różnych materiałach wykończeniowych. Źródło: [127].

5. Przegląd metod wyznaczania parametrów pracy grzejnika w warunkach statycznych

W celu prawidłowego rozwiązania zagadnienia nieustalanej wymiany ciepła konieczna jest znajomość parametrów grzejnika podłogowego w stanie wyjściowym w chwili czasowej τ_0 . Opis tego problemu wymaga ponadto określenia warunków początkowych, a także brzegowych. Zagadnienie to sprowadza się zatem do określenia parametrów grzejnika podłogowego dla stanu początkowego w warunkach ustalonych.

W przypadku stosowanych wymuszeń skokowych przy założeniu, że czas dąży do nieskończoności, parametry grzejnika podłogowego osiągają również stan ustalony. Znajomość metod określania parametrów cieplnych układu, w warunkach ustalonego przekazywania ciepła, pozwala na zweryfikowanie w nim zastosowanej metody rozwiązywania zagadnień nieustalanej wymiany ciepła.

Z tego też powodu zdecydowano się na zamieszczenie krótkiej charakterystyki metod rozwiązywania zagadnień wymiarowania grzejnika podłogowego w warunkach ustalonej wymiany ciepła. Szczegółowy przegląd ww. metod zawarty został w [55] oraz [57]. Metody te omawiane były również m.in. w pracach [79] oraz [126].

5.1. Metoda trapezów (profesora Wasilewskiego)

Rozwiązanie według tej metody przekazywania ciepła w grzejniku polega na podstawowym założeniu, że wszystkie warstwy składowe grzejnika podłogowego mają parametry takie same jak warstwa, w której umieszczona jest węzownica. W tym celu wprowadza się pojęcie zastępczej grubości płyty:

$$h_{og} = \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\lambda_i} \cdot \lambda_o \quad [m] \quad (5.1)$$

$$h_{od} = \sum_{i=1}^m \frac{d_i}{\lambda_i} \cdot \lambda_o \quad [m] \quad (5.2)$$

gdzie:

h_{og} – grubość zastępcza warstwy położonej powyżej węzownicy, [m],

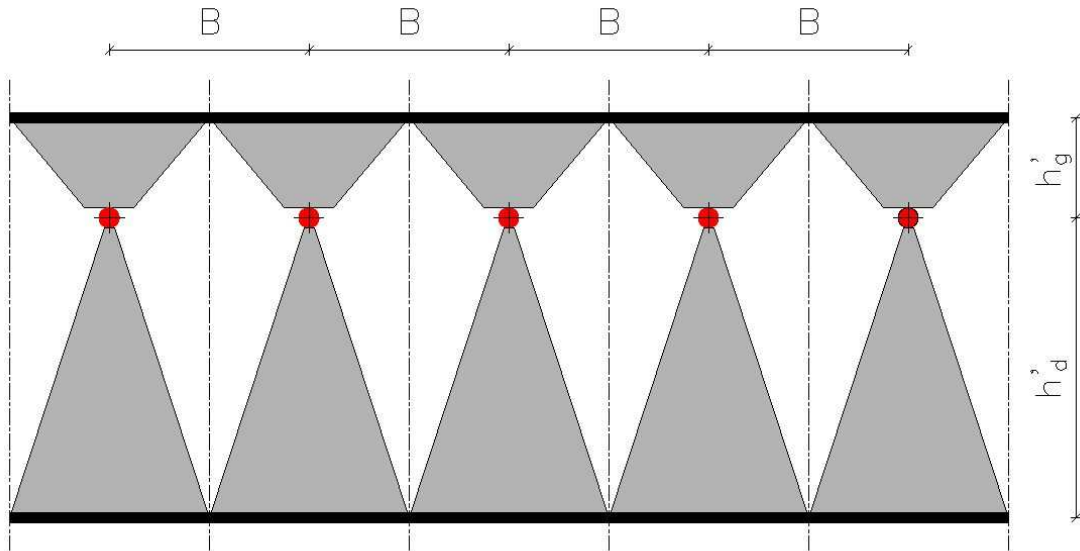
h_{od} – grubość zastępcza warstwy położonej poniżej węzownicy, [m],

d_i – grubość i-tej warstwy, [m],

λ_i – współczynnik przewodzenia ciepła i-tej warstwy, [W/m·K],

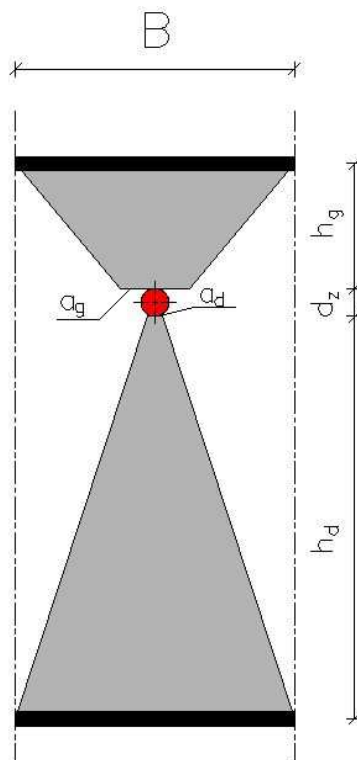
λ_o – współczynnik przewodzenia ciepła warstwy, w której znajduje się węzownica, [W/m·K].

W rozwiązaniu tym założono ponadto, że górna i dolna podstawa trapezów stanowią źródło ciepła oraz trapezy te przyjmują średnią arytmetyczną temperaturę czynnika grzejnego, a długość ich jest proporcjonalna do gęstości strumienia ciepła oddawanego w poszczególnych kierunkach (do góry i dołu).



Rys. 5.1.

Umowny podział grzejnika podłogowego. Źródło: na podstawie [139].



Rys. 5.2.

Model obliczeniowy grzejnika podłogowego. Źródło: na podstawie [139].

Odległość pionowa od osi rury do górnej powierzchni grzejnika wynosi:

$$h'_g = h_{og} + \frac{d_z}{2} \quad [m] \quad (5.4)$$

natomiast odległość od osi rury do dolnej powierzchni grzejnika opisana jest wzorem:

$$h'_d = h_{od} + \frac{d_z}{2} \quad [m] \quad (5.5)$$

Orientacyjne średnie jednostkowe opory przenikania ciepła modelu grzejnika odpowiednio wynoszą:

ku górze:

$$R'_{kg} = \frac{h'_g + c'_g}{2 \cdot \lambda_0 \cdot B} + \frac{1}{h_g \cdot B} \quad \left[\frac{m \cdot K}{W} \right] \quad (5.6)$$

ku dołowi:

$$R'_{kd} = \frac{h'_d + c'_d}{2 \cdot \lambda_0 \cdot B} + \frac{1}{h_d \cdot B} \quad \left[\frac{m \cdot K}{W} \right] \quad (5.7)$$

gdzie:

$$c'_g = \sqrt{(h'_g)^2 + \left(\frac{B}{2}\right)^2} \quad [m] \quad (5.8)$$

oraz:

$$c'_d = \sqrt{(h'_d)^2 + \left(\frac{B}{2}\right)^2} \quad [m] \quad (5.9)$$

gdzie:

B – rozstaw przewodów grzejnych, [m],

h_g – współczynnik przejmowania ciepła dla górnej powierzchni grzejnika podłogowego, [$W/m^2 \cdot K$],

h_d – współczynnik przejmowania ciepła dla dolnej powierzchni grzejnika podłogowego, [$W/m^2 \cdot K$],

Na podstawie wyznaczonych zależności (5.6), (5.7) oraz (5.12) i (5.13) określić można orientacyjną gęstość strumienia ciepła skierowaną ku górze, którą opisuje następujący wzór:

$$q'_g = \frac{\Delta t_g}{R'_{kg}} \quad \left[\frac{W}{m} \right] \quad (5.10)$$

Natomiast gęstość strumienia ciepła skierowany w kierunku ku dołowi określa wzór:

$$q'_d = \frac{\Delta t_d}{R'_{kd}} \quad \left[\frac{W}{m} \right] \quad (5.11)$$

przy czym:

$$\Delta t_g = \frac{t_z + t_p}{2} - t_{ig} \quad [K] \quad (5.12)$$

Natomiast różnicę temperatury pomiędzy średnią temperaturą czynnika grzejnego a średnią temperaturą powietrza w pomieszczeniu określa zależność:

$$\Delta t_d = \frac{t_z + t_p}{2} - t_{id} \quad [K] \quad (5.13)$$

gdzie:

t_z – temperatura czynnika zasilającego grzejnik podłogowy, [°C],

t_p – temperatura czynnika powracającego z grzejnika podłogowego, [°C],

t_{ig} – średnia temperatura powietrza w pomieszczeniu nad grzejnikiem podłogowym, mierzona poza warstwą przyścienną, [°C],

t_{id} – średnia temperatura powietrza w pomieszczeniu pod grzejnikiem podłogowym, mierzona poza warstwą przyścienną, [°C].

Tak jak napisano na wstępie, długości podstaw grzejnych trapezów są proporcjonalne do strumienia ciepła oddawanego w kierunku ku górze i ku dołowi i odpowiednio wynoszą:

$$a_g = \pi \cdot d_z \cdot \frac{q'_g}{q'_g + q'_d} \quad [m] \quad (5.14)$$

$$a_d = \pi \cdot d_z \cdot \frac{q'_d}{q'_g + q'_d} \quad [m] \quad (5.15)$$

lub w uproszczeniu:

$$a_d = \pi \cdot d_z - a_g \quad [m] \quad (5.16)$$

gdzie:

d_z – średnica zewnętrzna przewodu grzejnego, [m].

Całkowity opór cieplny trapezu górnego o długości podstawy a_g oraz B i wysokości h_g wynosi:

$$R_{og} = \frac{\ln \frac{B}{a_g}}{2 \cdot \lambda_0 \cdot \ln \left[\frac{B - a_g}{2 \cdot h_{og}} + \sqrt{1 + \left(\frac{B - a_g}{2 \cdot h_{og}} \right)^2} \right]} \quad \left[\frac{m \cdot K}{W} \right] \quad (5.17)$$

Natomiast całkowity opór cieplny trapezu dolnego o długości podstawy a_d oraz B i wysokości h_d jest równy:

$$R_{od} = \frac{\ln \frac{B}{a_d}}{2 \cdot \lambda_0 \cdot \ln \left[\frac{B - a_d}{2 \cdot h_{od}} + \sqrt{1 + \left(\frac{B - a_d}{2 \cdot h_{od}} \right)^2} \right]} \quad \left[\frac{m \cdot K}{W} \right] \quad (5.18)$$

Gęstość strumienia ciepła oddawanego przez $1m^2$ grzejnika podłogowego do górnej krawędzi grzejnika oblicza się z następującego wzoru:

$$q_g = \frac{1}{B} \cdot \frac{\Delta t_g}{R_{og} + \frac{1}{h_g \cdot B}} \quad \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (5.19)$$

W kierunku dolnej krawędzi przekazywana jest natomiast gęstość strumienia ciepła opisana zależnością:

$$q_d = \frac{1}{B} \cdot \frac{\Delta t_d}{R_{od} + \frac{1}{h_d \cdot B}} \quad \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (5.20)$$

gdzie:

Δt_g – średnia różnica temperatury czynnika grzejnego i powietrza w pomieszczeniu ogrzewanym przez grzejnik podłogowy, [K],

$$\Delta t_g = \frac{t_z + t_p}{2} - t_{ig} \quad [K] \quad (5.21)$$

Δt_d – średnia różnica temperatury czynnika grzejnego i powietrza w pomieszczeniu leżącym pod grzejnikiem podłogowym, [K],

$$\Delta t_d = \frac{t_z + t_p}{2} - t_{id} \quad [K] \quad (5.22)$$

h_g – całkowity współczynnik przejmowania ciepła z górnej powierzchni grzejnika, [$W/m^2 \cdot K$],

h_d – całkowity współczynnik przejmowania ciepła z dolnej powierzchni grzejnika, [$W/m^2 \cdot K$],

t_z – temperatura czynnika grzejnego zasilającego grzejnik podłogowy, [$^{\circ}C$],

t_p – temperatura czynnika grzejnego powracającego z grzejnika podłogowego, [$^{\circ}C$],

t_{ig} – temperatura powietrza w pomieszczeniu ogrzewanym przez grzejnik podłogowy, [$^{\circ}C$],

t_{id} – temperatura powietrza w pomieszczeniu znajdującego się poniżej grzejnika podłogowego, [C].

Ostatecznie wyznaczyć można średnią temperaturę górnej powierzchni grzejnika podłogowego za pomocą zależności:

$$t_{sg} = t_{ig} + \frac{q_g}{h_g} \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (5.23)$$

a także temperaturę dolnej jego krawędzi:

$$t_{sd} = t_{id} + \frac{q_d}{h_d} \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (5.24)$$

5.2. Metoda według normy PN EN 1264

Wzory służące do obliczeń cieplnych grzejników podłogowych opracowano także w normie EN 1264. Przyjęto w niej następujące założenia upraszczające model:

- grzejnik podłogowy bez warstwy wykończeniowej (pokrycia podłogi) przekazuje 10% strumienia ciepła w kierunku ku dolnej krawędzi grzejnika,
- podstawą obliczenia gęstości strumienia ciepła jest średnia logarytmiczna różnica temperatury pomiędzy temperaturą czynnika grzejnego a temperaturą powietrza w pomieszczeniu,
- nie ma innych dodatkowych źródeł ciepła w stropie.

Zgodnie z rysunkiem 5.3. poszczególne wielkości fizyczne oznaczają:

$R_{\lambda,B}$ – opór przewodzenia ciepła warstw wykończeniowych podłogi, [$\text{m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$],

λ_E – współczynnik przewodzenia ciepła warstwy jastrychu, w którym znajduje się węzownica, [$\text{W}/\text{m} \cdot \text{K}$],

s_u – grubość warstwy jastrychu ułożonego nad węzownicą, [m],

d_z – średnica zewnętrzna rury, [m],

B – rozstaw przewodów, [m].

Zgodnie z przedstawioną metodą gęstość strumienia ciepła oblicza się przy zastosowaniu następującej zależności na średnią logarytmiczną różnicę temperatury Δt_H :

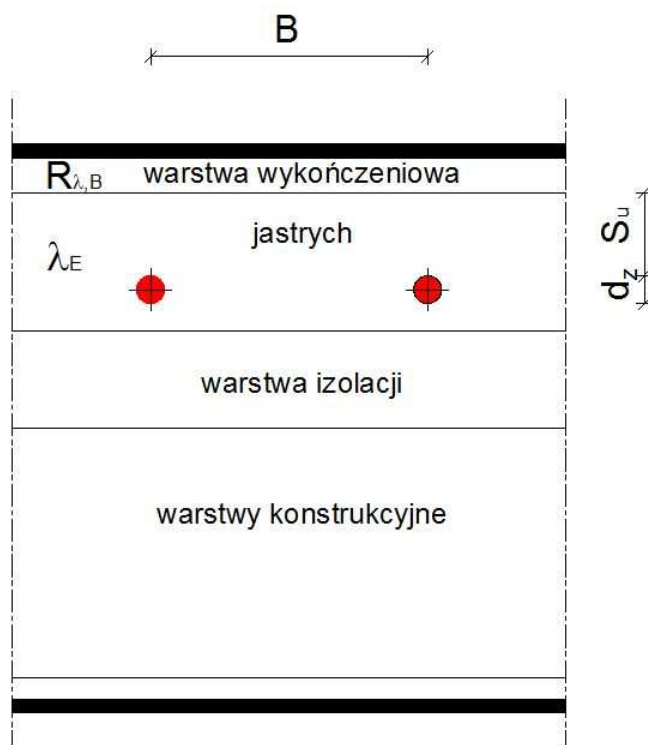
$$\Delta t_H = \frac{t_z - t_p}{\ln \left[\frac{t_z - t_i}{t_p - t_i} \right]} \quad [K] \quad (5.25)$$

gdzie:

t_z – temperatura zasilania grzejnika podłogowego, [$^{\circ}\text{C}$],

t_p – temperatura powrotu czynnika grzejnego z grzejnika, [$^{\circ}\text{C}$],

t_i – temperatura powietrza w pomieszczeniu, [C],



Rys. 5.3.

Model grzejnika podłogowego na podstawie normy EN 1264. Źródło: na podstawie [55], [83].

Gęstość strumienia ciepła przekazywanego przez grzejnik opisuje równanie:

$$q = b \cdot a_B \cdot a_T^{m_T} \cdot a_U^{m_U} \cdot a_D^{m_D} \cdot \Delta t_H \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (5.26)$$

gdzie:

b – współczynnik zależny od systemu układania rur (obliczany zgodnie ze wzorem 5.30)

a_B – współczynnik zależny od rodzaju warstwy wykończeniowej podłogi (tab. 5.1.), [-],

a_T – współczynnik zależny od rozstawu rur (tab. 5.2.), [-],

a_U – współczynnik zależny od grubości warstwy jastrychu nad rurami (tab. 5.3.), [-],

a_D – współczynnik zależny od zewnętrznej średnicy rury (tab. 5.4.), [-],

m_T, m_U, m_D – wykładniki wyznaczane zgodnie ze wzorami (5.27), (5.28) oraz (5.29),

Δt_H – średnia logarytmiczna różnica temperatury, [K].

$$m_T = 1 - \frac{B}{0,075} \quad [-] \quad (5.27)$$

Wzór słuszny jest dla rozstawu przewodów w zakresie $5 \text{ cm} < B < 37,5 \text{ cm}$.

$$m_U = \frac{100}{0,045 - s_u} \quad [-] \quad (5.28)$$

Wzór słuszny jest dla grubości warstwy jastrychu powyżej węzownicy większej niż 1,5 cm.

$$m_D = \frac{250}{d_z - 0,020} \quad [-] \quad (5.29)$$

Wzór ten jest słuszny dla średnicy zewnętrznej przewodu grzejnego w zakresie od 10 do 30 mm.

Wartość współczynnika b można przyjmować: $b=b_0=6,7 \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right]$ dla współczynnika przewodzenia ciepła rury $\lambda_R=\lambda_{R,0}=0,35 \left[\frac{W}{m \cdot K} \right]$ i grubości ścianki rury $s_R=s_{R,0}=0,002m$. Dla innych materiałów o współczynnikach przewodzenia ciepła i grubościach ścianek odbiegających od podanych b należy wyznaczać ze wzoru:

Współczynnik b wyznacza się ze wzoru:

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{b_0} + \frac{1,1}{\pi} \cdot a_B \cdot a_T^{mT} \cdot a_U^{mU} \cdot a_D^{mD} \cdot T \cdot \left[\frac{1}{2 \cdot \lambda_R} \cdot \ln \frac{d_a}{d_a - 2 \cdot s_R} - \frac{1}{2 \cdot \lambda_{R,0}} \cdot \ln \frac{d_a}{d_a - 2 \cdot s_{R,0}} \right] \quad (5.30)$$

gdzie:

λ_R – współczynnik przewodzenia ciepła materiału, z którego wykonany jest przewód grzejny, [W/m·K],

$\lambda_{R,0}$ – nominalny współczynnik przewodzenia ciepła materiału, z którego wykonany jest przewód grzejny ($\lambda_{R,0}=0,35$), [W/m·K],

s_R – grubość ścianki przewodu grzejnego, [m],

$s_{R,0}$ – nominalna grubość ścianki przewodu grzejnego ($s_{R,0}=0,002$), [m].

Tab. 5.1.

Wartości współczynnika a_B zależnego od warstwy wykończeniowej podłogi. Źródło: [55], [83].

$R_{\lambda,B}$ [m ² ·K/W]	0	0,05	0,1	0,15
λ_E [W/m·K]	a_B			
2,0	1,196	0,833	0,640	0,519
1,5	1,122	0,797	0,618	0,505
1,2	1,058	0,764	0,598	0,491
1,0	1,000	0,734	0,579	0,478
0,8	0,924	0,692	0,553	0,460
0,6	0,821	0,632	0,514	0,433

Tab. 5.2.

Wartości współczynnika a_T zależnego od warstwy wykończeniowej podłogi oraz rozstawu przewodów. Źródło: [55], [83].

$R_{\lambda,B}$ [m ² ·K/W]	0	0,05	0,1	0,15
a_T	1,23	1,188	1,156	1,134

Tab. 5.3.

Wartości współczynnika a_U zależnego od warstwy wykończeniowej podłogi oraz grubości jastrychu. Źródło: [55], [83].

$R_{\lambda,B}$ [m ² ·K/W]	0	0,05	0,1	0,15
T [m]	a_U			
0,050	1,069	1,056	1,043	1,037
0,075	1,066	1,053	1,041	1,035
0,100	1,063	1,050	1,039	1,034
0,150	1,057	1,046	1,035	1,031
0,200	0,051	1,041	1,032	1,028
0,225	0,048	1,038	1,030	1,026
0,300	0,040	1,031	1,024	1,021
0,375	1,030	1,024	1,018	1,016

Tab. 5.4.

Wartości współczynnika a_D zależnego od warstwy wykończeniowej podłogi oraz średnicy zewnętrznej przewodu. Źródło: [55], [83].

$R_{\lambda,B}$ [m ² ·K/W]	0	0,05	0,1	0,15
T [m]	a_D			
0,050	1,013	1,013	1,012	1,011
0,075	1,021	1,019	1,016	1,014
0,100	1,029	1,025	1,022	1,018
0,150	1,040	1,034	1,029	1,024
0,200	1,046	1,040	1,035	1,030
0,225	1,049	1,043	1,038	1,033
0,300	1,053	1,049	1,044	1,039
0,375	1,056	1,051	1,046	1,042

Średnią temperaturę na powierzchni podłogi obliczyć można ze wzoru:

$$t_s = t_i + \frac{q}{h} \text{ [}^\circ\text{C]} \quad (5.31)$$

gdzie:

q – gęstość strumienia ciepła obliczona zgodnie ze wzorem (5.26), [W/m²],

t_i – średnia temperatura powietrza w pomieszczeniu, [°C],

h – całkowity współczynnik przejmowania ciepła z powierzchni grzejnika podłogowego

(w normie przyjęty jako stały i równy 10,8 W/m²·K), [W/m²·K].

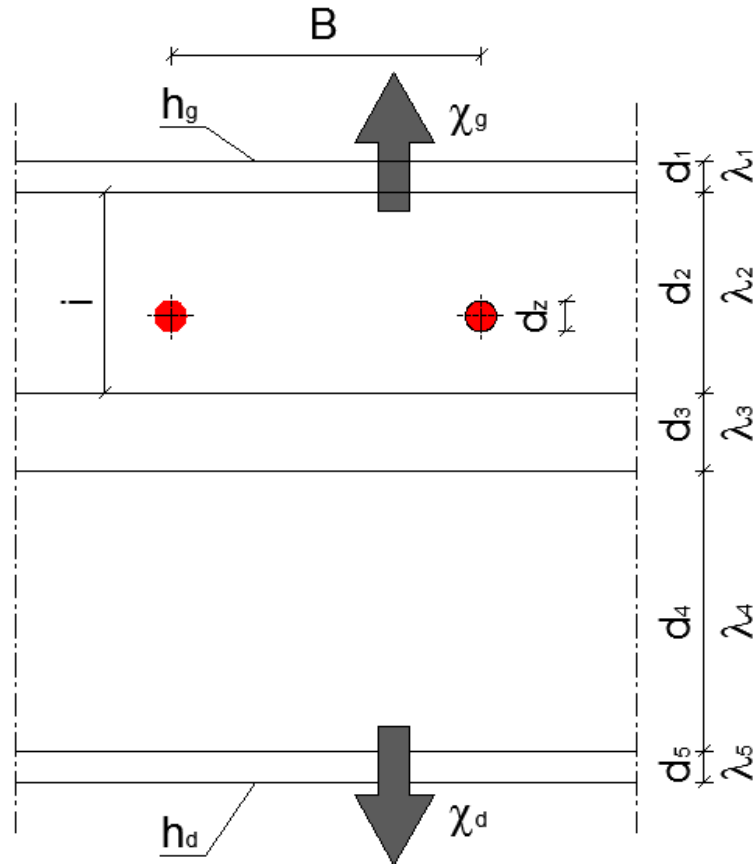
5.3. Metoda żebra

Stosowane w powierzchniach ożebrowanych żebra mają najczęściej niewielką grubość i dużą przewodność cieplną. Przy tych założeniach przyjąć można, że temperatura w przekroju poprzecznym żebra jest stała. Jako żebro w tej metodzie traktuje się warstwę, w której ułożona jest węzownica.

Założenia upraszczające przyjęte w metodzie żebra:

- powierzchnia grzejnika podłogowego jest znacznie większa w stosunku do grubości płyty grzejnej,
- przewody grzejne umieszczone są w płycie jednorodnej o współczynniku przewodzenia ciepła λ_b ,
- płyta grzejna z obu stron graniczy z powietrzem o temperaturze t_i ,

- znane są: współczynnik przewodzenia ciepła betonu λ_b , współczynnik przejmowania ciepła do góry h_g , do dołu h_d .



Rys. 5.4.

Przekrój przez grzejnik podłogowy. Źródło: na podstawie [124].

W [46] przedstawiono metodę analitycznego wyznaczania temperatury na powierzchni górnej grzejnika podłogowego za pomocą następującego wzoru:

$$t_{sg} = \frac{(t_w - t_{ig}) \cdot \tanh\left(\frac{m \cdot B}{2}\right)}{\left(1 + h_g \cdot \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\lambda_i}\right) \cdot \frac{m \cdot B}{2}} + t_{ig} \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (5.32)$$

A także temperaturę dolnej jego krawędzi:

$$t_{sd} = \frac{(t_w - t_{id}) \cdot \tanh\left(\frac{m \cdot B}{2}\right)}{\left(1 + h_d \cdot \sum_{i=1}^m \frac{d_i}{\lambda_i}\right) \cdot \frac{m \cdot B}{2}} + t_{id} \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (5.33)$$

gdzie:

t_w – temperatura na powierzchni rury, [°C],

t_{ig} – temperatura powietrza w pomieszczeniu ogrzewanym przez grzejnik podłogowy, [°C],

t_{id} – temperatura powietrza w pomieszczeniu znajdującym się pod grzejnikiem podłogowym, [°C],

B – rozstaw rur węzownicy, [m],

m – stała żebra wyznaczana ze wzoru:

$$m = \sqrt{\frac{\chi_g + \chi_d}{i \cdot \lambda_0}} \left[\frac{1}{m} \right] \quad (5.34)$$

χ_g – zastępczy współczynnik przejmowania ciepła do góry, [W/m²·K],

χ_d – zastępczy współczynnik przejmowania ciepła do dołu, [W/m²·K],

λ_0 – współczynnik przewodzenia ciepła warstwy, w której znajduje się węzownica, [W/m·K].

Natomiast zastępczy współczynnik przejmowania ciepła w kierunku górnej krawędzi grzejnika wyznacza się z zależności:

$$\chi_g = \frac{1}{\frac{1}{h_g} + \left(\sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\lambda_i} - \frac{d_0}{\lambda_0} \right)} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (5.35)$$

Zastępczy współczynnik przejmowania ciepła z dolnej krawędzi grzejnika określa zależność:

$$\chi_d = \frac{1}{\frac{1}{h_d} + \left(\sum_{i=1}^m \frac{d_i}{\lambda_i} - \frac{d_0}{\lambda_0} \right)} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (5.36)$$

gdzie:

h_g – całkowity współczynnik przejmowania ciepła z górnej powierzchni stropu, [W/m²·K],

h_d – całkowity współczynnik przejmowania ciepła z dolnej powierzchni stropu, [W/m²·K],

d_0 – grubość warstwy, w której ułożona jest węzownica, [m],

λ_0 – współczynnik przewodzenia ciepła warstwy, w której ułożona jest węzownica, [W/m·K].

Gęstość strumienia ciepła przekazywana do góry przez grzejnik podłogowy określić można za pomocą wzoru:

$$q_g = h_g \cdot (t_{sg} - t_{ig}) \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (5.37)$$

gdzie:

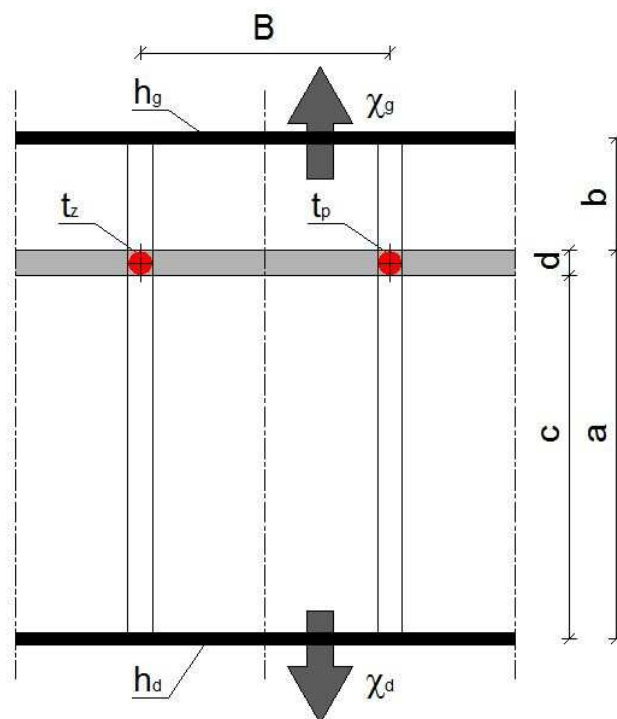
oznaczenia jak wyżej.

5.4. Metoda Kalousa – Kollmara

Kalous i Kollmar zmodyfikowali metodę żebra w taki sposób, że jako element grzejny potraktowana została nie cała grubość warstwy, w której znajduje się węzownica, a jedynie pas o szerokości średnicy zewnętrznej przewodów (rys. 5.5.).

Założenia upraszczające przyjęte przez Kalousa – Kollmara:

- spadek temperatury w węzownicy jest pomijalnie mały, w związku z czym pomija się transport ciepła w osi przewodów,
- w związku z niewielkimi spadkami temperatury w węzownicy przyjmuje się również, że temperatura na powierzchni sąsiadujących przewodów jest równa,
- w warstwie znajdującej się powyżej poziomu przewodów grzejnych zakłada się przepływ ciepła wyłącznie w kierunku pionowym, natomiast w warstwie poniżej zakłada się wyłącznie pionowy przepływ ciepła,
- jako źródło ciepła w układzie przyjęty jest pas o szerokości d (równej średnicy zewnętrznej przewodów).



Rys. 5.5.

Przekrój przez grzejnik podłogowy. Źródło: na podstawie [55] oraz [57].

Temperaturę na górnej powierzchni stropu wyznacza się ze wzoru:

$$t_{sg} = \frac{\chi_g}{h_g} \cdot \left(\frac{t_z + t_p}{2} - t_i \right) \cdot \left[\frac{\tanh\left(m \cdot \frac{B-d}{2}\right)}{m \cdot \frac{B-d}{2}} \cdot \left(1 - \frac{d}{B}\right) + \frac{d}{B} \right] \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (5.38)$$

Natomiast temperaturę na dolnej powierzchni stropu opisuje zależność:

$$t_{sd} = \frac{\chi_d}{h_d} \cdot \left(\frac{t_z + t_p}{2} - t_i \right) \cdot \left[\frac{\tanh\left(m \cdot \frac{B-d}{2}\right)}{m \cdot \frac{B-d}{2}} \cdot \left(1 - \frac{d}{B}\right) + \frac{d}{B} \right] \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (5.39)$$

Zastępczy współczynnik przejmowania ciepła w kierunku górnej krawędzi grzejnika wyznacza się z zależności:

$$\chi_g = \frac{1}{\frac{b}{\lambda_b} + \frac{1}{h_g}} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (5.40)$$

a zastępczy współczynnik przejmowania ciepła w kierunku dolnej krawędzi grzejnika określa zależność:

$$\chi_d = \frac{1}{\frac{c}{\lambda_c} + \frac{1}{h_d}} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (5.41)$$

Stałą zebra m oblicza się ze wzoru:

$$m = \sqrt{\frac{\chi_g + \chi_d}{\lambda_d \cdot d}} \left[\frac{1}{m} \right] \quad (5.42)$$

gdzie:

t_z – temperatura czynnika zasilającego grzejnik, [$^{\circ}\text{C}$],

t_p – temperatura czynnika powracającego z grzejnika, [$^{\circ}\text{C}$],

t_i – średnia temperatura powietrza w pomieszczeniu nad i pod grzejnikiem, [$^{\circ}\text{C}$],

d – średnica zewnętrzna rury, [m],

B – rozstaw przewodów, [m],

b – grubość warstwy nad rurami, [m],

c – grubość warstwy pod rurami, [m],

λ_b – współczynnik przewodzenia ciepła warstwy (o grubości b) nad rurami, [$\text{W}/\text{m} \cdot \text{K}$],

λ_d – współczynnik przewodzenia ciepła warstwy (o grubości d) w której ułożone są rury, [$\text{W}/\text{m} \cdot \text{K}$],

λ_c – współczynnik przewodzenia ciepła warstwy (o grubości c) pod rurami, [$\text{W}/\text{m} \cdot \text{K}$],

h_g – całkowity współczynnik przejmowania ciepła z górnej powierzchni grzejnika, [$\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$],

h_d – całkowity współczynnik przejmowania ciepła z dolnej powierzchni grzejnika, [$\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$],

χ_g – zastępczy współczynnik przejmowania ciepła do góry z warstwy, w której ułożone są rury, uwzględniający przewodzenie ciepła w warstwie powyżej przewodów, $[\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}]$,

χ_d – zastępczy współczynnik przejmowania ciepła do dołu z warstwy, w której ułożone są rury, uwzględniający przewodzenie ciepła w warstwie poniżej przewodów, $[\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}]$.

Kolejną modyfikację metody obliczania grzejnika podłogowego na podstawie metody żebra w oparciu o założenia przedstawione przez Kalusa i Kollmara przedstawił Weber w opracowaniu [142]. Wprowadził on stałą charakterystyki cieplnej stropu (stałą żebra) opisaną następującym wzorem:

$$m = \sqrt{\frac{2 \cdot (\chi_g + \chi_d)}{\pi^2 \cdot \lambda_d \cdot d}} \left[\frac{1}{m} \right] \quad (5.43)$$

oraz podał wzory na średnią temperaturę na górnej powierzchni grzejnika podłogowego:

$$t_{sg} = \frac{\chi_g}{h_g} \cdot \left(\frac{t_z + t_p}{2} - t_i \right) \cdot \frac{\tanh\left(m \cdot \frac{1}{2}\right)}{m \cdot \frac{1}{2}} + t_i \quad [^\circ\text{C}] \quad (5.44)$$

oraz dolnej jego powierzchni:

$$t_{sd} = \frac{\chi_d}{h_d} \cdot \left(\frac{t_z + t_p}{2} - t_i \right) \cdot \frac{\tanh\left(m \cdot \frac{1}{2}\right)}{m \cdot \frac{1}{2}} + t_i \quad [^\circ\text{C}] \quad (5.45)$$

gdzie:

oznaczenia jak wyżej.

Gęstość strumienia ciepła przekazywanego w górnym kierunku można określić, korzystając ze wzoru:

$$q_g = h_g \cdot (t_{sg} - t_i) \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad (5.46)$$

Natomiast w dolnym kierunku oddawana jest następująca gęstość strumienia ciepła:

$$q_d = h_d \cdot (t_{sd} - t_i) \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad (5.47)$$

gdzie:

oznaczenia jak wyżej.

5.5. Metoda Missenarda

Missenard przyjął następujące założenia upraszczające:

- spadek temperatury w węzownicy grzejnika podłogowego jest niewielki ($5 \div 10\text{K}$), w związku z czym można przyjąć, że wartości temperatury na powierzchni sąsiednich przewodów są sobie równe,
- w związku z pomijalnie małym spadkiem temperatury w węzownicy pomija się transport ciepła wzdłuż osi przewodów,
- jako element grzejny traktowana jest warstwa betonu o grubości równej średnicy zewnętrznej przewodów grzejnych d_z .

Profesor Wasilewski w pracy [143], opierając się na metodzie Missenarda, zaproponował sposób obliczania gęstości strumienia ciepła oddawanego przez grzejnik promieniujący:

$$q = (h_k + h_r) \cdot (t_s - t_i) \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad (5.48)$$

albo też:

$$q = U \cdot \left(\frac{t_z + t_p}{2} - t_i \right) \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad (5.49)$$

gdzie:

h_k – współczynnik przejmowania ciepła przez konwekcję, $[\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}]$,

h_r – współczynnik przejmowania ciepła przez promieniowanie, $[\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}]$,

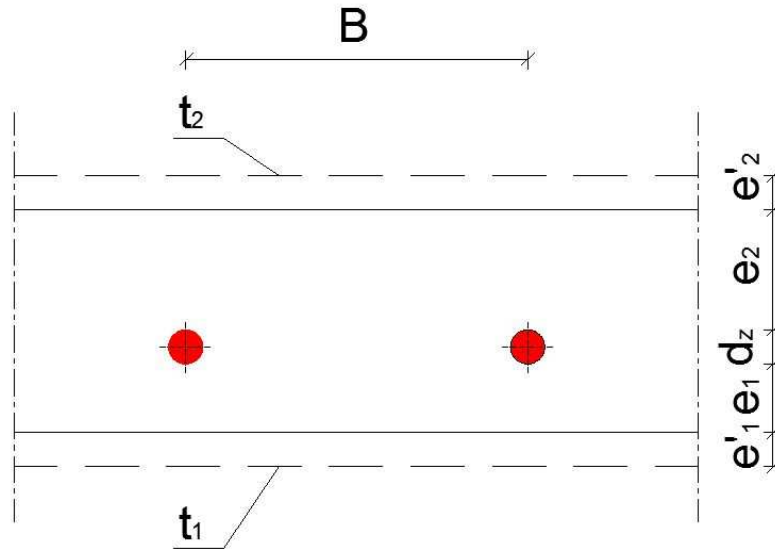
t_s – średnia temperatura powierzchni grzejnika, $[\text{°C}]$,

t_i – średnia temperatura powietrza w pomieszczeniu ogrzewanym przez grzejnik podłogowy, $[\text{°C}]$,

t_z – temperatura czynnika zasilającego grzejnik podłogowy, $[\text{°C}]$,

t_p – temperatura czynnika powracającego z grzejnika podłogowego, $[\text{°C}]$,

U – współczynnik przenikania ciepła, $[\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}]$.



Rys. 5.6.

Model masywnego grzejnika promieniującego wg Missenarda. Źródło: na podstawie [138], oraz [55].

Missenard zaproponował, aby dla grzejników masywnych (podłogowych), z węzownicą umieszczoną w warstwie betonu współczynnik przenikania ciepła obliczać zgodnie ze wzorem:

$$U = \frac{1 - 0,035 \cdot \left(\frac{d_z \cdot \lambda}{e_1 + e'_1} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{B}{d_z} \cdot \left(1,8 - 0,02 \cdot \frac{B}{d_z} \right) \cdot \left(1 + 0,18 \cdot \frac{e_1 + e'_1}{e_2 + e'_2} \right)}{\frac{e_1 + e'_1}{\lambda}} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (5.50)$$

gdzie:

d_z – średnica zewnętrzna rury, [m],

e_1, e_2 – grubość zastępcza betonu przykrywającego rurę, [m],

B – odległość pomiędzy osiami przewodów, [m],

λ – współczynnik przewodzenia ciepła betonu, [W/m·K],

e'_1, e'_2 – grubość warstwy zastępczej równoważącej opór przejmowania ciepła, [m],

$$e'_1 = \frac{\lambda}{h_1} \quad [m] \quad (5.51)$$

$$e'_2 = \frac{\lambda}{h_2} \quad [m] \quad (5.52)$$

Określono również warunki stosowalności tej metody:

$$\frac{e_1 + e'_1}{e_2 + e'_2} < 1 \quad (5.53)$$

$$0,5 < \frac{e_1 + e'_1}{d_z} < 10 \quad (5.54)$$

$$0 < \frac{B}{d_z} < 30 \quad (5.55)$$

5.6. Metoda źródeł i upustów (wg Faxéna)

W pracy [21] Faxén przedstawił następujące zależności na średnią temperaturę górnej krawędzi stropu:

$$t_{sg} = (t_{sr} - t_{ig}) \cdot \frac{-G_2 \cdot \left(\frac{\pi}{B}\right)}{\ln \frac{B}{d \cdot \pi} - G_2 \cdot \frac{\pi}{B} + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{g(s)_g + g(s)_d}{s}} \cdot \frac{\chi_g}{h_g} + t_{ig} \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (5.56)$$

oraz dolnej jego krawędzi:

$$t_{sd} = (t_{sr} - t_{id}) \cdot \frac{-G_2 \cdot \left(\frac{\pi}{B}\right)}{\ln \frac{B}{d \cdot \pi} - G_2 \cdot \frac{\pi}{B} + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{g(s)_g + g(s)_d}{s}} \cdot \frac{\chi_d}{\alpha_d} + t_{id} \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (5.57)$$

Zastępcze współczynniki przejmowania ciepła oblicza się z następujących wzorów:

$$\chi_g = \frac{1}{\frac{1}{h_g} + \left(\frac{h_i}{\lambda_0} + \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\lambda_i}\right)} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (5.58)$$

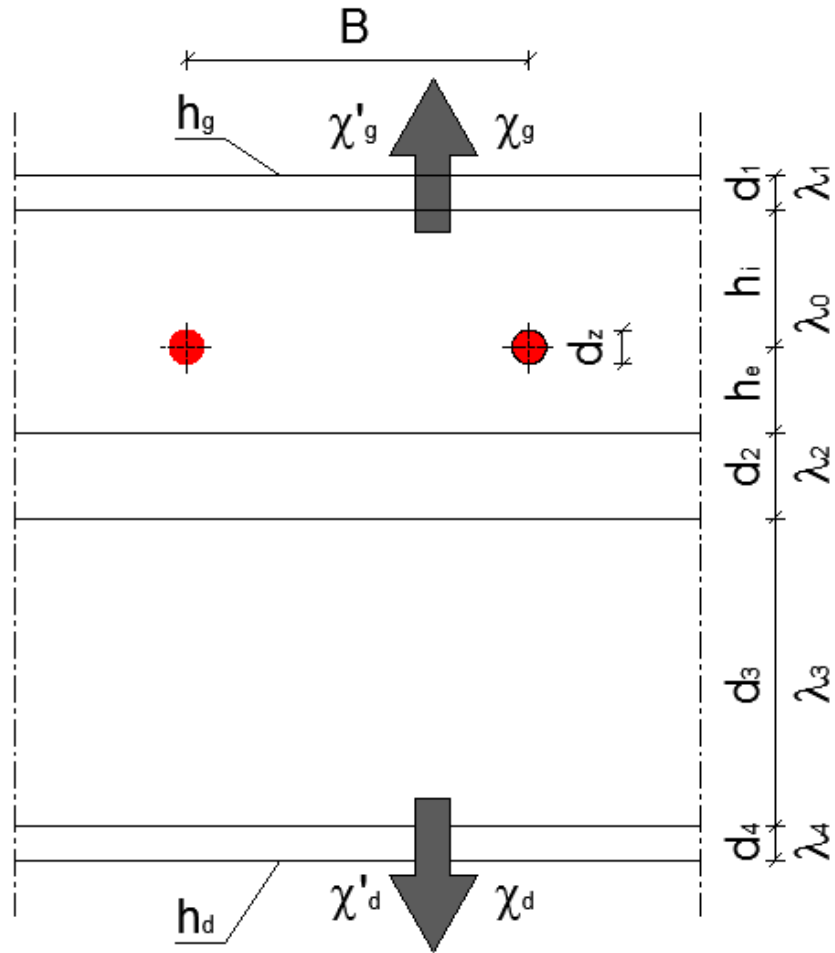
$$\chi_d = \frac{1}{\frac{1}{h_d} + \left(\frac{h_e}{\lambda_0} + \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\lambda_i}\right)} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (5.59)$$

$$\chi'_g = \frac{1}{\frac{1}{h_g} + \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\lambda_i}} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (5.60)$$

$$\chi'_d = \frac{1}{\frac{1}{h_d} + \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\lambda_i}} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (5.61)$$

Natomiast wyrażenie G_2 wyznacza się z zależności:

$$G_2 = \frac{2 \cdot \lambda_0}{\chi'_g + \chi_d} \quad [m] \quad (5.62)$$



Rys. 5.7.

Opis modelu przekazywania ciepła wg Faxéna. Źródło: na podstawie [55] oraz [66].

Wyrażenia szeregu wyprowadzić można na podstawie równań:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\chi'_i \cdot h_i}{\lambda_0} - 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_i}{B} \right) \cdot [1 + g(s)_g] \cdot e^{-4 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_i}{B}} + \\ & + \left(\frac{\chi'_g \cdot h_i}{\lambda_0} + 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_i}{B} \right) \cdot g(s)_d = 0 \end{aligned} \quad (5.63)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\chi'_g \cdot h_e}{\lambda_0} - 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_e}{B} \right) \cdot [1 + g(s)_d] \cdot e^{-4 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_e}{B}} + \\ & + \left(\frac{\chi'_d \cdot h_e}{\lambda_0} + 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_e}{B} \right) \cdot g(s)_g = 0 \end{aligned} \quad (5.64)$$

Natomiast wyrażenia $g(s)_g$ i $g(s)_d$ określają równania:

$$g(s)_g = \frac{\frac{\varepsilon_g + 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_i}{B}}{\varepsilon_g - 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_i}{B}} \cdot e^{-4 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_i}{B}} - e^{\frac{4 \cdot \pi \cdot s}{B} (h_g + h_d)}}{e^{-\frac{4 \cdot \pi \cdot s}{B} (h_i + h_e)} - \frac{\varepsilon_g + 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_i}{B}}{\varepsilon_g - 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_i}{B}} \cdot \frac{\varepsilon_d + 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_e}{B}}{\varepsilon_d - 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_e}{B}}} \quad (5.65)$$

$$g(s)_d = \frac{\frac{\varepsilon_d + 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_e}{B}}{\varepsilon_d - 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_e}{B}} \cdot e^{-4 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_e}{B}} - e^{\frac{4 \cdot \pi \cdot s}{B} (h_g + h_d)}}{e^{-\frac{4 \cdot \pi \cdot s}{B} (h_i + h_e)} - \frac{\varepsilon_d + 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_e}{B}}{\varepsilon_d - 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_e}{B}} \cdot \frac{\varepsilon_g + 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_i}{B}}{\varepsilon_g - 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_i}{B}}} \quad (5.66)$$

$$\varepsilon_g = \frac{\chi'_g \cdot h_i}{\lambda_0} \quad (5.67)$$

$$\varepsilon_d = \frac{\chi'_d \cdot h_e}{\lambda_0} \quad (5.68)$$

gdzie:

t_{sr} – średnia temperatura na powierzchni przewodu grzejnego, [°C],

t_{ig} – średnia temperatura powietrza nad grzejnikiem podłogowym, [°C],

t_{id} – średnia temperatura powietrza pod grzejnikiem podłogowym, [°C],

h_g – średni całkowity współczynnik przejmowania ciepła z górnej powierzchni grzejnika podłogowego, [W/m²·K],

h_d – średni całkowity współczynnik przejmowania ciepła z dolnej powierzchni grzejnika podłogowego, [W/m²·K],

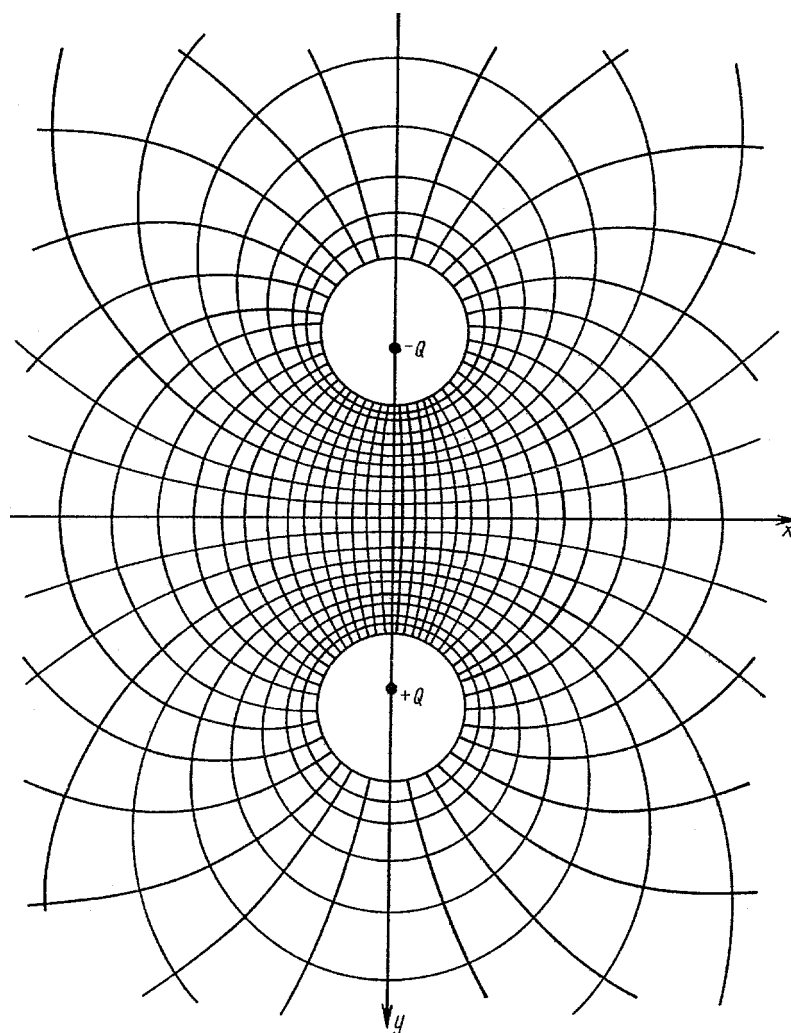
h_i – grubość warstwy jastrychu, w której ułożona jest wężownica, w kierunku ku górze, [m],

h_e – grubość warstwy jastrychu, w której ułożona jest wężownica, w kierunku ku dołowi, [m],

λ_0 – współczynnik przewodzenia ciepła warstwy betonu w której ułożona jest wężownica, [W/m·K],

Jak wskazuje M. Strzeszewski w pracy [127], w praktyce wystarczy obliczyć trzy lub

cztery wyrazy ciągu $\sum_{s=1}^{\infty} \frac{g(s)_g + g(s)_d}{s}$, aby uzyskać satysfakcjonującą jakość obliczeń.



Rys. 5.8.

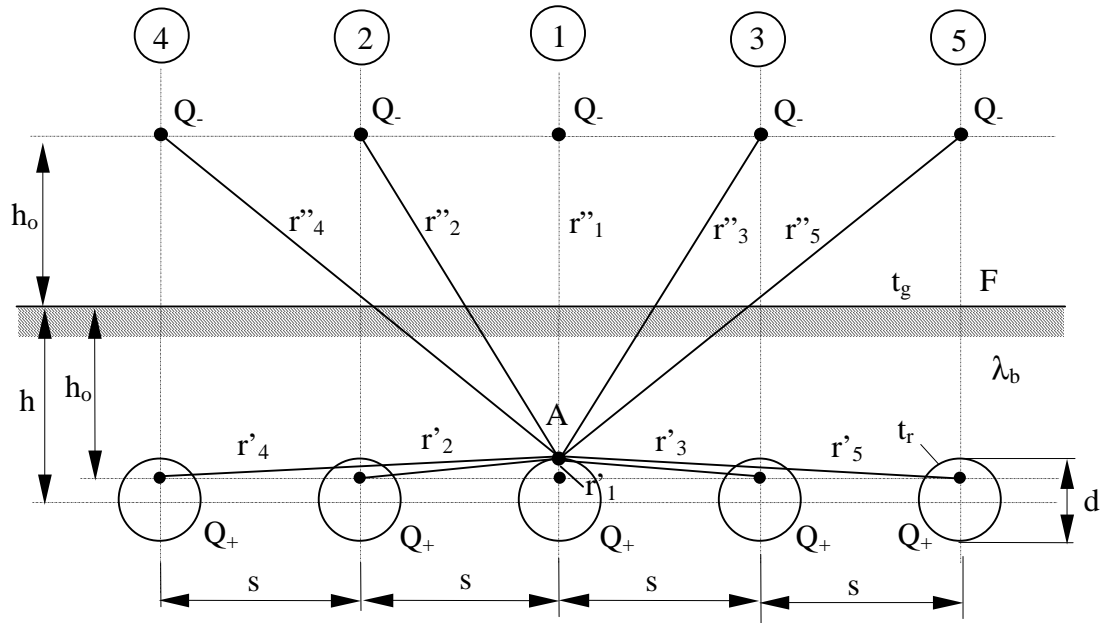
Model źródeł i upustów wg Faxéna. Źródło: na podstawie [55] oraz [66].

Na rysunku 5.8 zilustrowano model źródła i upustu. Model zakłada, że naprzeciwko przewodów leżących w stropie grzejnym (źródła ciepła), znajdują się przewody absorbujące ciepło (upusty). Krawędź grzejnika jest izotermą. Wokół źródła (i upustu) rozchodzące się koncentrycznie linie są izotermami i ilustrują pole temperatury w modelu. Linie do nich prostopadłe oznaczają wektory gęstości strumienia ciepła.

Jak wykazała A. Kowalczyk w pracy [55], metoda źródeł i upustów wg Faxéna charakteryzuje się, spośród analizowanych przez Nią wartości, najwyższą dokładnością wyznaczanych wartości temperatury oraz gęstości strumienia. Zbieżność osiągniętych wyników w porównaniu do badań empirycznych w skali półtechnicznej, a także opracowanego modelu numerycznego, nie przekraczała 3%.

5.7. Metoda źródeł i upustów (wg Szorina)

Szorin w pracy [132] zbudował model grzejnika podłogowego przedstawiony na rys. 5.9., przy czym w założeniach jest on zbliżony do modelu przedstawionego przez Faxéna. Tutaj również płaszczyzna grzejnika podłogowego jest izotermiczna, przez co może być uznana za płaszczyznę symetrii dla źródeł ciepła umieszczonych w stropie (źródła) oraz upustów umieszczonych w analogicznej odległości powyżej płaszczyzny grzejnej stropu.



Rys. 5.9.

Schemat obliczeniowy wg Szorina. Źródło: na podstawie [55] oraz [132].

Szorin przyjął, że wypadkowe pole temperatury jest sumą poszczególnych pól składowych. Zatem dla dowolnego punktu w stropie zapisać można, że:

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot Q \cdot \ln \frac{r''_1}{r'_1} \\ \theta_2 &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot Q \cdot \ln \frac{r''_2}{r'_2} \\ \theta_3 &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot Q \cdot \ln \frac{r''_3}{r'_3} \\ &\dots \end{aligned} \right\} \quad (5.69)$$

Wypadkowe pole temperatury dla analizowanego punktu wyznaczyć można poprzez zsumowanie poszczególnych pól temperatury, czyli:

$$\theta_A = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \dots = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot Q \cdot \ln \left(\frac{r''_1}{r'_1} \cdot \frac{r''_2}{r'_2} \cdot \frac{r''_3}{r'_3} \cdot \dots \right) \quad (5.70)$$

Przy dostatecznie dużych wartościach h/d i s/d można zapisać, że:

$$\frac{r''_1}{r'_1} = \frac{4 \cdot h}{d}; \quad r'_2 = B \quad (5.71)$$

$$r'_2 = \sqrt{B^2 + \left(2 \cdot h - \frac{d}{2}\right)^2} \approx \sqrt{B^2 + (2 \cdot h)^2} \quad (5.72)$$

$$\frac{r''_2}{r'_2} = \frac{r''_3}{r'_3} = \frac{\sqrt{B^2 + (2 \cdot h)^2}}{B} = \sqrt{1 + \left(\frac{2 \cdot h}{B}\right)^2} \quad (5.73)$$

Po wprowadzeniu kolejnych przybliżeń dla kolejnego szeregu przewodów i uwzględnieniu całkowitego oporu przejmowania ciepła z powierzchni grzejnika w postaci zastępczej grubości płyty grzejnej (h_z), jednostkowy opór cieplny masywnego grzejnika wynosi:

$$R = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \ln \left[\frac{2 \cdot B}{\pi \cdot d} \cdot \sinh \left(2 \cdot \pi \cdot \frac{d}{B} \cdot \frac{h_z}{d} \right) \right] \left[\frac{m \cdot K}{W} \right] \quad (5.74)$$

Na podstawie powyższych informacji wyznaczyć można gęstość strumienia ciepła transportowanego pomiędzy źródłem a upustem w postaci:

$$q = \frac{1}{B} \cdot \frac{t_{sr} - t_i}{\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot \ln \left[\frac{2 \cdot B}{\pi \cdot d} \cdot \sinh \left(2 \cdot \pi \cdot \frac{d}{B} \cdot \frac{h_z}{d} \right) \right]} \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (5.75)$$

Natomiast temperaturę na powierzchni płyty grzejnej oblicza się z zależności:

$$t_s = t_i + \frac{q}{h} \quad [^{\circ}C] \quad (5.76)$$

gdzie:

t_{sr} – średnia temperatura powierzchni przewodu, [$^{\circ}C$],

t_s – średnia temperatura powierzchni płyty grzejnej, [$^{\circ}C$],

t_i – średnia temperatura otoczenia, [$^{\circ}C$],

λ_0 – współczynnik przewodzenia jednorodnej płyty grzejnej, [$W/m \cdot K$],

h – całkowity współczynnik przejmowania ciepła, [$W/m^2 \cdot K$]

B – rozstaw przewodów, [m],

h_z – zastępcza grubość płyty grzejnej uwzględniająca opór przejmowania ciepła z powierzchni, [m],

d – średnica zewnętrzna przewodów, [m].

6. Przegląd metod wyznaczania parametrów pracy grzejnika w warunkach dynamicznych

6.1. Model matematyczny

6.1.1. Model matematyczny pola temperatury

Strumień przewodzonego ciepła jest proporcjonalny do gradientu temperatury, zgodnie z prawem Fouriera:

$$q = -\lambda \nabla T \quad (6.1)$$

gdzie:

q – wektor strumienia przewodzonego ciepła [W/m^2],

λ – współczynnik przewodzenia ciepła [W/mK],

T – temperatura [K],

∇ – operator Nabla [-].

W prostokątnym układzie współrzędnych:

$$\nabla = e_x \frac{\partial}{\partial x} + e_y \frac{\partial}{\partial y} + e_z \frac{\partial}{\partial z} \quad (6.2)$$

W układzie współrzędnych cylindrycznych (r, θ, z)

$$\nabla = e_r \frac{\partial}{\partial r} + e_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + e_z \frac{\partial}{\partial z} \quad (6.3)$$

W układzie współrzędnych sferycznych (r, θ, φ)

$$\nabla = e_x \frac{\partial}{\partial x} + e_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + e_\varphi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \quad (6.4)$$

Gdzie wektory jednostkowe $e_x, e_y, e_z, e_r, e_\theta, e_\varphi$ stanowią bazę lokalną odpowiednio w kartezjańskim, cylindrycznym i sferycznym układzie współrzędnych.

Pole temperatury jest skalarem, jego gradient jest wektorem, którego składowe wynikają ze wzoru (6.1).

Równoczesne wykorzystanie prawa Fouriera i bilansu energii prowadzi do równania różniczkowego Fouriera – Kirchoffa opisującego pole temperatury w nieruchomych izotropowych ciałach stałych, jeżeli proces przebiega izobarycznie:

$$\rho \frac{\partial h}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_v \quad (6.5)$$

gdzie:

ρ – gęstość substancji [kg/m³],

h – entalpia właściwa [kJ/kg],

q_v – wydajność objętościowa źródła ciepła [W/m³],

τ – czas [s].

Równanie bilansu energii wewnętrznej dla objętości kontrolnej ma następującą postać:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \int_V \rho u dV = - \int_A \rho u w \cdot n dA - \int_V \rho p \frac{DV}{Dt} dV - \int_A q \cdot n dA + \int_V q_v dV + \int_V \Phi dV \quad (6.6)$$

Przeanalizowano ogólne równanie bilansu energii wewnętrznej dla gazów, cieczy lub ciał stałych przemieszczających się z prędkością w . Całka z lewej strony równania (6.6) przedstawia zmiany energii wewnętrznej zawartej w objętości kontrolnej V w czasie. Pierwszy człon po prawej stronie charakteryzuje strumień energii wewnętrznej dopływającej do objętości kontrolnej, odniesionej do jednostki czasu. Po uwzględnieniu równania ciągłości (6.5) drugi wyraz po prawej stronie można wyrazić następująco:

$$- \int_V \rho p \frac{DV}{Dt} dV = - \int_V \frac{p}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} dV = - \int_V p(\nabla \cdot w) dV \quad (6.7)$$

Odwracalna moc sprężania jest zużywana na zmianę gęstości czynnika ρ i przyczynia się do zmiany energii wewnętrznej zawartej w objętości kontrolnej V .

Trzeci wyraz po prawej stronie równania to strumień energii przekazywany przez przewodzenie. Czwarty wyraz przedstawia moc objętościowych źródeł ciepła o gęstości q_v , która może być funkcją położenia r , temperatury T lub czasu τ . Funkcja dyssypacji Φ jest nieodwracalną mocą sił lepkości oddziałujących na poruszające się cząstki płynu.

Korzystając z twierdzenia Gaussa – Ostrogradskiego zastosowanego do pierwszego i trzeciego wyrazu po prawej stronie oraz po uwzględnieniu (6.7) otrzymuje się:

$$- \int_V \left[\frac{\partial}{\partial \tau} (\rho u) + \nabla \cdot (\rho u w) + p(\nabla \cdot w) + \nabla \cdot \dot{q} - \dot{q}_v - \Phi \right] dV = 0 \quad (6.8)$$

Gdy $V \rightarrow 0$, wówczas równanie (6.8) przyjmuje postać:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (\rho u) + \nabla \cdot (\rho u w) = -\nabla \cdot \dot{q} + \dot{q}_v + \Phi \quad (6.9)$$

W kartezjańskim układzie współrzędnych równanie bilansu ciepła można napisać w postaci:

$$\begin{aligned} \rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial T}{\partial x} + w_y \frac{\partial T}{\partial y} + w_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_{yy} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_{zz} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q}_v + \Phi \end{aligned} \quad (6.10)$$

W układzie cylindrycznym równanie to można wyrazić w formie:

$$\begin{aligned} \rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + w_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{w_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + w_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \\ = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_{rr} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda_{\theta\theta} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_{zz} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q}_v + \Phi \end{aligned} \quad (6.11)$$

Jeżeli ciało jest izotropowe, wówczas współczynnik przewodzenia ciepła jest wartością stałą.

W przypadku gdy ciało pozostaje w bezruchu, współczynnik dyssypacji równy jest zeru.

6.1.2. Warunki początkowe i brzegowe

W przypadku rozważania zagadnienia nieustalonego przewodzenia ciepła, będącego zagadnieniem początkowo-brzegowym, wymaga ono zadania odpowiednich warunków początkowych i brzegowych. Warunki początkowe, zwane również warunkami Cauchy'ego, określają wartości temperatury ciała w chwili początkowej $t_0=0$ s.

$$T(r, t) \Big|_{t=0} = T_0(r) \quad (6.12)$$

Rozróżnia się cztery podstawowe rodzaje warunków brzegowych, które nie opisują jednak wszystkich rzeczywistych warunków występujących w praktyce, takich jak nagrzewanie lub ochładzanie ciała przez promieniowanie oraz topnienie lub krzepnięcie ciała, a także złożonej wymiany ciepła.

1. Warunki brzegowe I rodzaju (warunki Dirichleta)

Na brzegu ciała jest zadany rozkład temperatury

$$T(r, t) \Big|_A = T_A(r_A, t) \quad (6.13)$$

gdzie:

r_a – wektor pozycyjny punktu leżącego na powierzchni ciała.

Jeżeli temperatura powierzchni ciała $T(r_A, t)$ jest znana z pomiaru, to warunki brzegowe można sformułować jako warunki brzegowe I rodzaju.

2. Warunki brzegowe II rodzaju (warunki von Neumanna)

$$\Lambda \nabla T \cdot n \Big|_A = \dot{q}(r_A, t) \quad (6.14)$$

Jeżeli osie układu współrzędnych pokrywają się z głównymi osiami anizotropii, to powyższy warunek przyjmuje postać:

$$\left(\lambda_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} n_x + \lambda_{yy} \frac{\partial T}{\partial y} n_y + \lambda_{zz} \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) \Big|_A = \dot{q}(r_A, t) \quad (6.15)$$

gdzie:

$n_x = \cos(n, x)$, $n_y = \cos(n, y)$ i $n_z = \cos(n, z)$ – cosinusy kierunkowe normalnej do powierzchni.

Dla ciał izotropowych warunek powyższy przyjmuje postać:

$$\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right) \Big|_A = \dot{q}(r_A, t) \quad (6.16)$$

Jeśli powierzchnia jest izolowana cieplnie, to:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_A = 0 \quad (6.17)$$

Warunek brzegowy II rodzaju jest często zadawany na powierzchni ciał opromieniowywanych. Jeżeli gęstość strumienia ciepła na powierzchni ciała jest znana z pomiaru, to warunek brzegowy II rodzaju może być stosowany niezależnie od rodzaju przekazywania ciepła na powierzchni ciała. Warunek ten jest również często zadawany przy rozwiązywaniu odwrotnych zagadnień ustalonego i nieustalonego przewodzenia ciepła. Jeśli własności termofizyczne ciała c_p , ρ i λ są niezależne od temperatury, to przy zadaniu na powierzchni ciała warunku brzegowego I lub II rodzaju zagadnienie odwrotne staje się liniowe, a zatem łatwiejsze do rozwiązania.

3. Warunki brzegowe III rodzaju.

Warunek brzegowy III rodzaju jest również określany mianem warunku brzegowego Robina lub prawem chłodzenia Newtona. Występujący w nim współczynnik przejmowania ciepła określa intensywność konwekcyjnej wymiany ciepła. Współczynnik przejmowania ciepła h jest zależny od rodzaju wymiany ciepła zachodzącej na powierzchni, rodzaju płynu a także od prędkości i kierunku przepływu płynu względem powierzchni ciała. Współczynnik przejmowania ciepła jest funkcją różnicy temperatury powierzchni i temperatury omywającego ją płynu.

$$-(\Lambda \nabla T \cdot n) \Big|_A = \alpha(r_A, t, T_A) [T(r_A, t) - T_{cz}] \quad (6.18)$$

Jeżeli ciało jest izotropowe, to powyższy wzór upraszcza się do postaci:

$$\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right)_A = \alpha (T_A - T_{cz}) \quad (6.19)$$

Stosowanie warunku brzegowego III rodzaju w praktyce napotyka na trudności związane z określeniem przestrzennych zmian współczynnika przejmowania ciepła na powierzchni ciała.

4. Warunki brzegowe IV rodzaju.

Warunki brzegowe IV rodzaju występują na powierzchni styku dwóch ciał. Jeżeli styk jest idealny, to temperatura obydwu ciał w miejscu styku jest identyczna. Zachodzi również równość gęstości strumienia ciepła. W przypadku styku idealnego zachodzą następujące równości

$$T_1|_A = T_2|_A \quad (6.20)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial n} \Big|_A = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n} \Big|_A \quad (6.21)$$

W rzeczywistości na styku dwóch ciał występuje opór cieplny i temperatury obydwu ciał w miejscu styku nie są jednakowe. Opór cieplny kontaktu jest charakteryzowany za pomocą kontaktowego współczynnika wnikania ciepła α_{kt} zdefiniowanego następująco:

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial n} \Big|_A = h_{kt} (T_1|_A - T_2|_A) = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n} \Big|_A \quad (6.22)$$

Współczynnik h_{kt} charakteryzujący opór kontaktu zależy głównie od chropowatości powierzchni oraz siły docisku obydwu ciał. Opór kontaktu można znacznie zmniejszyć przez polerowanie obu stykających się powierzchni oraz zwilżanie ich cieczą.

6.2. Metody numeryczne

6.2.1. Metoda elementów skończonych

Założeniem metody elementów skończonych jest podział rozpatrywanego obszaru na skończoną liczbę elementów, a następnie przyjęcie formuły określającej rozwiązanie przybliżone oraz na opracowaniu równań będących podstawą poszukiwania wartości funkcji w punktach węzłowych opracowanej siatki. Rozpatrywanym tutaj obszarem jest zarówno pole temperatury, jak i zmiany pola temperatury w czasie.

Dzięki dużej swobodzie tworzenia siatki podziałowej możliwe jest tworzenie pola temperatury nawet w ciałach o skomplikowanych kształtach. Możliwość stosowania

elementów o różnych kształtach pozwala na opisanie elementów o dużej nieregularności.

Rozwiązanie przybliżone dla poszukiwanej funkcji zakłada się w postaci funkcji próbnej. Węzłowe wartości poszukiwanej funkcji stanowią podstawowy układ niewiadomych. Węzły stanowią wierzchołki elementów, leżące także na krawędziach rozpatrywanego elementu.

Wartości poszukiwanej funkcji wyznaczone są za pomocą całkowego opisu rozwiązywanego zagadnienia.

W praktyce stosowane są trzy podstawowe metody rozwiązywania tych równań. Oparte są one na sformułowaniu wariacyjnym, technice Galerkina lub stanowią układ równań bilansowych.

Poniżej przedstawiono krótkie omówienie wymienionych wyżej metod:

1. Sformułowanie wariacyjne.

W uogólnieniu jest to minimalizacja odpowiednio zdefiniowanego funkcjonału. Sformułowanie to jest szczególnie chętnie stosowane w zagadnieniach mechanicznych (wytrzymałościowych). W przypadku zastosowania tej metody istotnym problemem jest brak lub są znaczące problemy ze znalezieniem funkcjonału.

2. Sformułowanie Galerkina.

Jest to tzw. sformułowanie residualne. Polega na ułożeniu równań dla poszczególnych punktów węzłowych w taki sposób, aby całka z iloczynu niezgodności pola temperatury oraz wagi przyporządkowanej poszczególnym punktom obszaru wynosiła zero. W przypadku stosowania metody Galerkina wagami dla poszczególnych punktów siatki są funkcje kształtu. Metoda ta, dzięki oparciu o różniczkowy opis zagadnienia, może być stosowana w poszukiwaniu pola temperatury zarówno w warunkach statycznych, jak i dynamicznych. Jest to również powód, dla którego metoda ta zyskała znacznie większą popularność w stosunku do metody wariacyjnej.

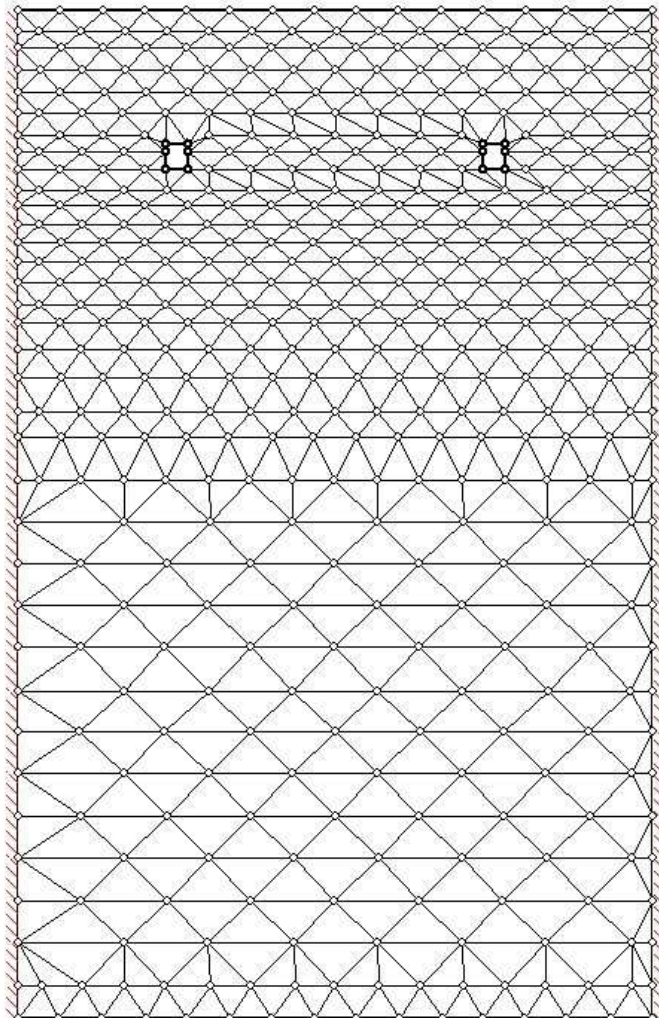
3. Sformułowanie bilansowe MES.

Metoda ta posiada sens fizyczny, zbliżony do metody bilansów elementarnych (opisanej w podrozdziale 6.2.2.). Polega na bilansowaniu strumieni ciepła (lub innej wielkości skalarnej) w obszarach kontrolnych skupionych w poszczególnych węzłach. Strumienie ciepła (lub innej bilansowanej wielkości) przepływające przez punkty węzłowe siatki określane są za pomocą przyjętego rozkładu poszukiwanej funkcji. Dzięki takiemu sformułowaniu problemu metoda MES w sformułowaniu bilansowym pozwala na opisywanie zjawisk przepływu ciepła

o bardziej skomplikowanych kształtach niż w przypadku metody bilansów elementarnych. Istotną wadą tej metody jest natomiast niesymetryczność macierzy układów równań, co wydatnie wpływa na szybkość wykonywanych obliczeń.

W niniejszej rozprawie do badania właściwości dynamicznych grzejnika podłogowego użyto programu komputerowego „FEHT. A Finite Element Analysis Program” stworzonego przez zespół F-Chart Software [49]

W celu wykonania obliczeń w pierwszym kroku konieczne jest poprawne zdefiniowanie układu geometrycznego. Wykorzystane oprogramowanie wymaga ręcznego zdefiniowania siatki podziałowej. Zdefiniowana siatka zaprezentowana została na rysunku 6.1.



Rys. 6.1.

Siatka podziałowa grzejnika podłogowego. Źródło: opracowanie własne za pomocą [49].

W kolejnym kroku zdefiniowano parametry modelu obliczeniowego. Zdefiniowano parametry fizyczne poszczególnych komponentów grzejnika podłogowego. W tabelicy 6.1. zawarto parametry fizyczne poszczególnych warstw grzejnika, które zostały wprowadzone do modelu. Zdefiniowano ponadto warunki początkowe i brzegowe (rys. 6.2.).

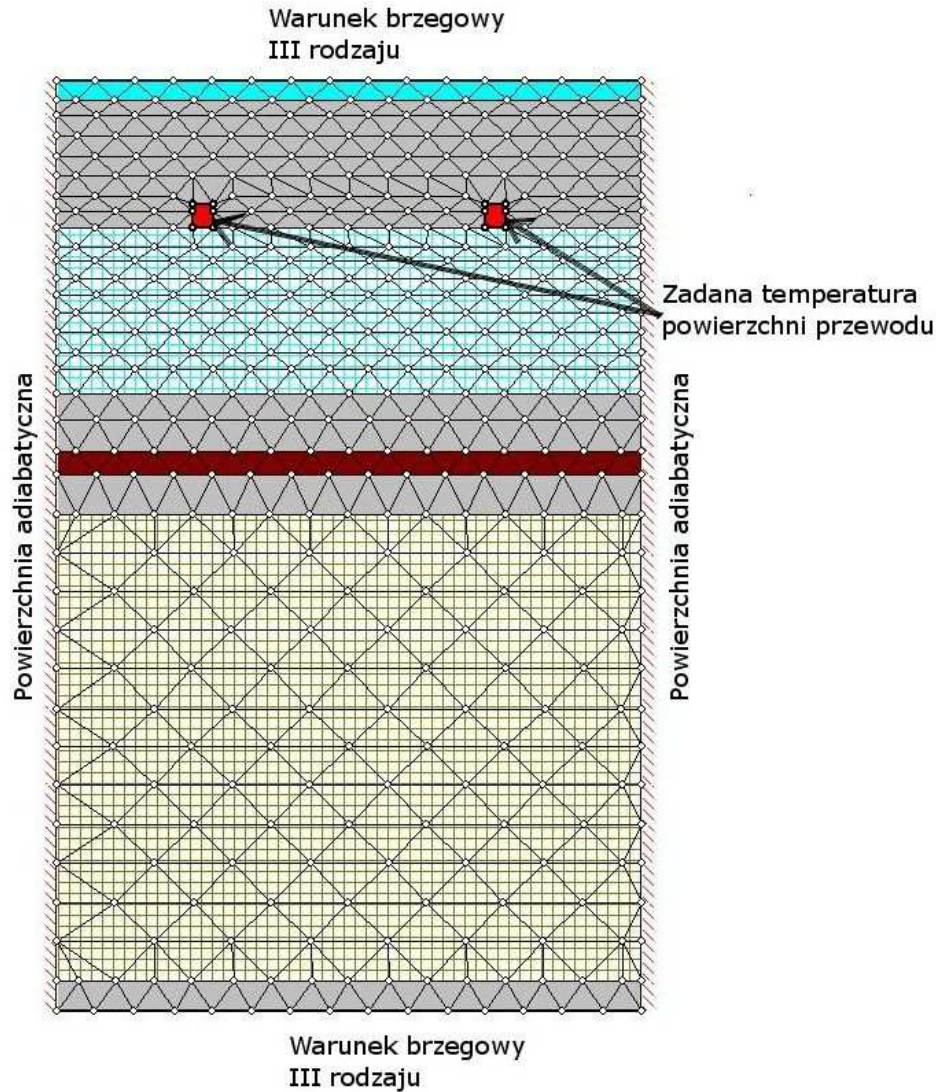
Tab. 6.1.

Parametry fizyczne komponentów grzejnika podłogowego. Źródło: [30].

Lp.	Rodzaj warstwy	λ	ρ	c_p
-	-	$W/(m K)$	kg/m^3	kJ/kgK
1	Płytki ceramiczne	1,05	2000	0,92
2	Jastrych z plastyfikatorem	1,0	2200	0,84
3	Roll-jet	0,045	30	1,46
4	Styropian	0,045	30	1,46
5	Beton	1,0	1900	0,84
6	Płyta pilśniowa miękka	0,05	300	2,09
7	Beton	1,0	2200	0,84
8	Strop „Żeran”	$R=0,180$ $(m^2 K)/W$	2500	0,84
9	Tynk cementowo – wapienny	0,82	1800	0,84

Na poziomych krawędziach modelowanego obiektu przyjęto warunek brzegowy trzeciego rodzaju. Rozważania dotyczące przyjętego współczynnika przejmowania ciepła znajdują się w rozdziale 4.1. niniejszej rozprawy. Na potrzeby wykonywanych symulacji założono, że temperatura powietrza omywającego grzejnik zarówno po stronie górnej, jak i dolnej jest stała i nie zmienia się w trakcie badania odpowiedzi grzejnika na zadane wymuszenie ciepłe.

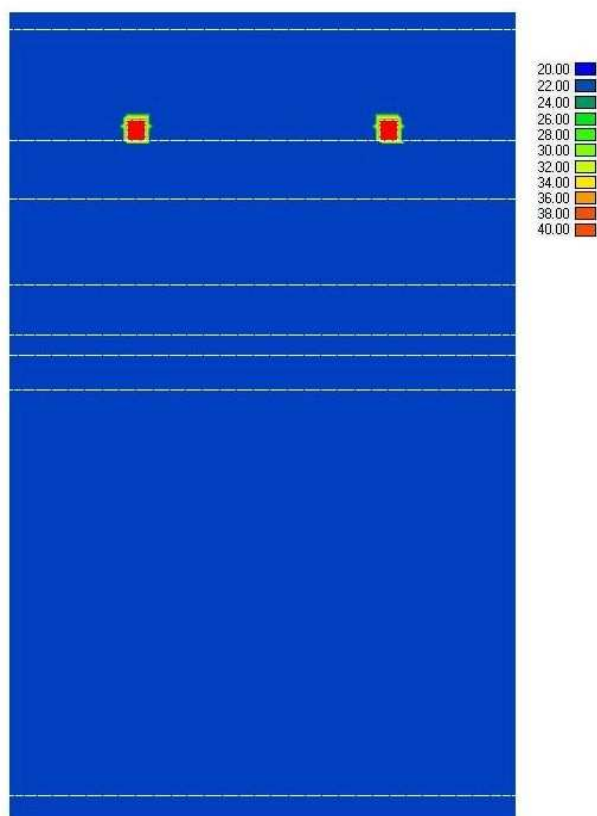
Na pionowych krawędziach modelu założono całkowity brak przepływu ciepła w kierunku poziomym. Oznacza to, że całe ciepło dostarczone przez węzownicę zostanie przetransportowane do pomieszczenia nad i pod badanym stropem.



Rys. 6.2.

Warunki początkowe i brzegowe. Źródło: opracowanie własne za pomocą [49].

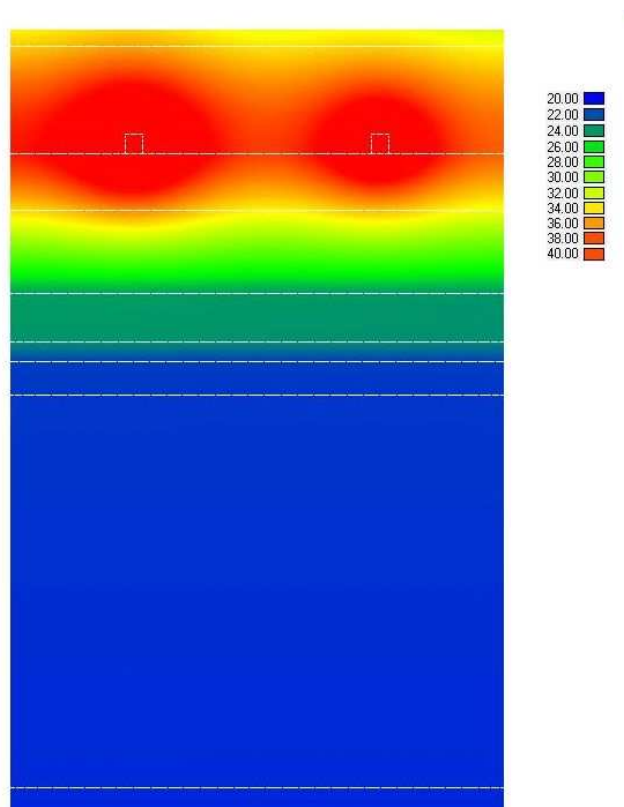
W przypadku symulacji w warunkach dynamicznych ważne jest poprawne założenie pola temperatury w chwili początkowej $\tau=0$ s. Analizując użyte w trakcie badań wymuszenia ciepłne, najprostszym rozpatrywanym przypadkiem jest wymuszenie w postaci włączenia grzejnika podłogowego (rozpatrywane w rozdziale 7.2.1.). W tym przypadku wartość temperatury w chwili czasowej $\tau=0$ s we wszystkich węzłach opracowanej siatki jest stała i równa temperaturze powietrza w pomieszczeniu (przyjęto założenie, że w pomieszczeniu nad i pod stropem grzejnym jest taka sama wartość temperatury). Stan taki pokazano na rysunku 6.3.



Rys. 6.3.

Obliczenie w stanie ustalonym. Źródło: opracowanie własne za pomocą [49].

W przypadku wymuszeń opisanych w rozdziałach 8.2 ÷ 8.8, aby wyznaczyć przebieg temperatury na powierzchni grzejnika, konieczne jest wyznaczenie początkowego pola temperatury w przekroju stropu. Obliczenia wykonane za pomocą programu FEHT zostały przeprowadzone w oparciu o początkowe pole temperatury wyznaczone za pomocą tego programu dla warunków końcowych, odpowiadających warunkom początkowym planowanej symulacji. Przykładowy wynik obliczeń przedstawiony został na rysunku 6.4.



Rys. 6.4.

Obliczenia w warunkach dynamicznych. Źródło: opracowanie własne za pomocą [49].

Wyniki obliczeń wykonanych metodą elementów skończonych przedstawiono w rozdziale 8 rozprawy.

6.2.2. Metoda bilansów elementarnych

Metoda bilansów elementarnych cieszy się dużą popularnością wśród naukowców zajmujących się zagadnieniami przepływu ciepła przez ciała stałe. Popularność tej metody wynika z prostej interpretacji fizycznej metody, a także, przy poprawnym zdefiniowaniu warunków początkowych i brzegowych, z wysokiej dokładności obliczeń.

Metoda bilansów elementarnych, dla warunków ustalonych, została zastosowana jako wzorcowa w rozprawie A. Kowalczyk [55], gdzie Autorka wykazała jej wysoką zbieżność z doświadczalnymi wynikami badań, uzyskanymi na stanowisku badawczym wykonanym w skali półtechnicznej.

Szczegółowo metoda ta została omówiona w rozprawie O. Niemyjskiego [79] wraz z opracowanymi autorskimi metodami rozwiązywania numerycznego macierzy rzadkich. W pracy tej znalazła się również bogato ilustrowana interpretacja fizyczna metody bilansów elementarnych. W celu wyznaczenia pola temperatury w przegrodach z ogrzewaniem

mikroprzewodowym, MBE została użyta również w rozprawie M. Strzeszewskiego [126].

Metoda bilansów elementarnych opiera się na ułożeniu układu równań bilansowych. Równania te wyprowadzone są natomiast z równania Fouriera (dla warunków brzegowych II rodzaju) oraz prawa Newtona (dla warunków brzegowych III rodzaju).

W ww pracach podane zostały równania uproszczone do zagadnień ustalonej wymiany ciepła. W przypadku rozwiązywania zagadnienia wymiany ciepła w warunkach nieustalonych człon równania Kirchoffa – Fouriera nie może zostać pominięty. Równanie wyjściowe (dla układu dwuwymiarowego) ma zatem postać:

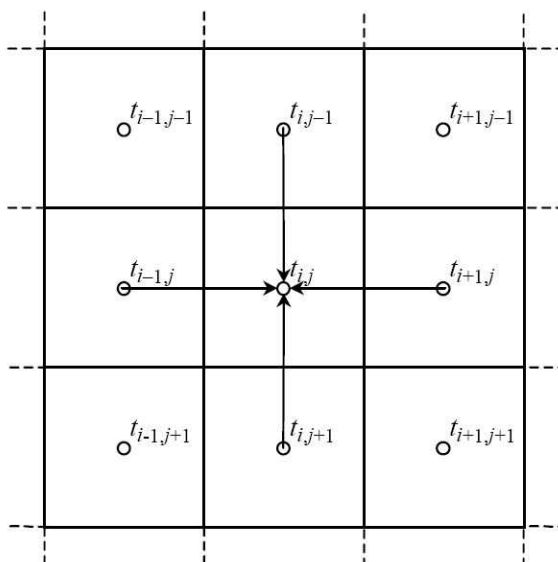
$$\frac{\lambda}{c_p \cdot \rho} \cdot \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) + \frac{q_v}{c_p \cdot \rho} = \frac{\partial t}{\partial \tau} \quad (6.23)$$

Przy założeniu, że układ nie ma wewnętrznych źródeł ciepła, równanie 6.23 upraszcza się do postaci:

$$\frac{\lambda}{c_p \cdot \rho} \cdot \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial t}{\partial \tau} \quad (6.24)$$

Podczas gdy dla warunków ustalonych i braku wewnętrznych źródeł ciepła równanie 6.23 przyjmuje postać:

$$\frac{\lambda}{c_p \cdot \rho} \cdot \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (6.25)$$



Rys. 6.5.

Interpretacja fizyczna metody bilansów elementarnych. Źródło: [126].

Zatem dla prostego układu zaprezentowanego na rysunku 6.5. bilans ciepła w węźle o współrzędnych i, j będzie miał postać:

$$\begin{aligned} & \lambda_{i-1; j} \left(t'_{i-1; j} - t''_{i; j} \right) + \lambda_{i; j-1} \left(t'_{i; j-1} - t''_{i; j} \right) + \\ & + \lambda_{i+1; j} \left(t'_{i+1; j} - t''_{i; j} \right) + \lambda_{i; j+1} \left(t'_{i; j+1} - t''_{i; j} \right) = \quad (6.24) \\ & = V \cdot \rho \cdot c_p \cdot \left(t'_{i; j} - t''_{i; j} \right) \end{aligned}$$

gdzie:

λ – współczynnik przewodzenia ciepła pomiędzy sąsiadującymi węzłami, [W/mK],

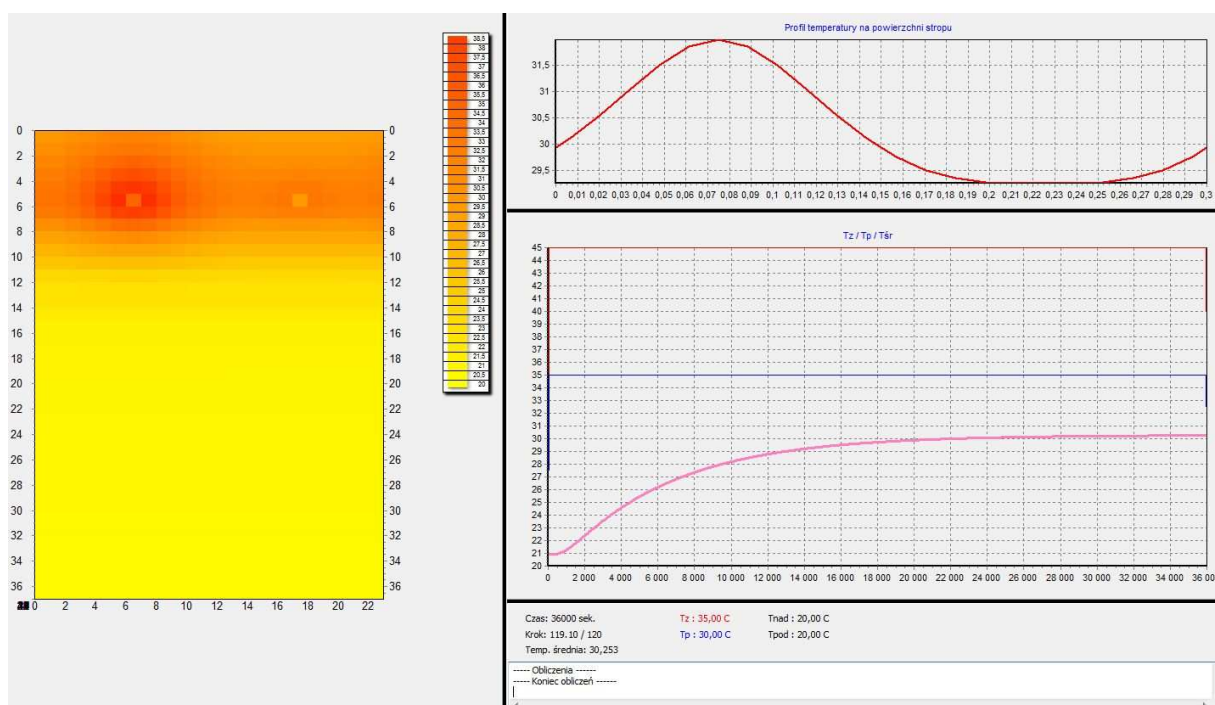
t' – temperatura w n-tym kroku czasowym [K],

t'' – temperatura w n-1 kroku czasowym, [K].

Opracowano autorski program obliczeniowy do rozwiązania nieustalonej wymiany ciepła w wodnych grzejnikach podłogowych. Program ten dotyczy obliczania nieustalonej wymiany ciepła za pomocą metody bilansów elementarnych.

Program w sposób automatyczny generuje siatkę podziałów elementarnych, badając kryteria stabilności rozwiązań. Gęstość podziału siatki jest kompromisem zawartym pomiędzy stabilnością obliczeń a ich szybkością. Zaawansowane funkcje edycji parametrów grzejnika podłogowego pozwalają na dokładny opis symulowanego układu.

Przykładowe obliczenia, wraz z wizualizacją wyników obliczeń wykonanych za pomocą autorskiego programu przedstawiono na rysunku 6.6.



Rys. 6.6.

Obliczenia w warunkach dynamicznych. Źródło: opracowanie własne za pomocą [80].

Istotną zaletą opracowanego oprogramowania jest również możliwość wykonania harmonogramu zmian poszczególnych parametrów wymuszeń cieplnych w badanym układzie.

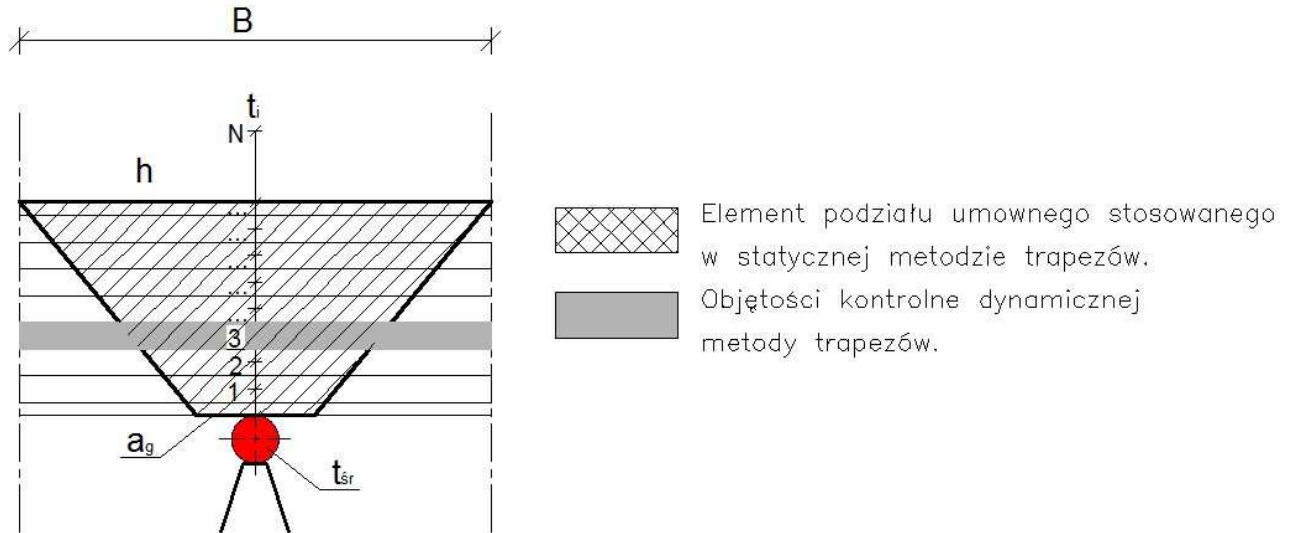
Wyniki otrzymane za pomocą omówionego programu zestawiono w rozdziale 8 niniejszej rozprawy.

6.2.3. Dynamiczna metoda trapezów oparta na metodzie profesora Wasilewskiego.

Metoda trapezów wykorzystywana w celu określania wydajności cieplnej grzejnika podłogowego, w warunkach ustalonej wymiany ciepła, wykazuje dużą zbieżność z rzeczywistymi pomiarami. Wyniki otrzymywane z badań w skali półtechnicznej wykazywały rozbieżności nie większe niż $\pm 5\%$.

W przypadku stosowanych metod numerycznych opisanych we wcześniejszych rozdziałach pracy (6.2.1 i 6.2.2) niniejszej rozprawy wynikiem obliczeń jest pole temperatury w przekroju poprzecznym grzejnika. Na parametry komfortu cieplnego wpływa jednak przede wszystkim temperatura powierzchni stropu. Metoda trapezów pozwala na wyznaczenie w sposób analityczny tej temperatury.

Dynamiczna metoda trapezów sprowadza się do rozwiązania problemu nieustalonej wymiany ciepła w grzejniku podłogowym za pomocą metody numerycznej, upraszczając model do układu jednowymiarowego. Zmodyfikowany model tej metody przedstawiono na rysunku 6.7.



Rys. 6.7.

Model obliczeniowy dynamicznej metody trapezów. Źródło: opracowanie własne.

Przy zastosowaniu metody różnic skończonych wyróżnić można metodę niejawną, która jest bezwarunkowo stabilna, wymaga jednak rozwiązania większej liczby równań macierzowych, co wpływa na szybkość obliczeń. Metoda Cranka – Nicolsona również posiada wysoki stopień stabilności rozwiązań oraz mniejszą, niż metoda niejawna, liczbę obliczeń. Obie wymienione metody należą do grupy metod tzw. *implicit*, czyli metod niejawnych. W przypadku prostych układów sięgnąć można po metodę typu *explicit*, czyli metodę jawną. Metoda jawna nie wymaga złożonych obliczeń macierzowych, ale – ze względu na stabilność – występują w niej duże ograniczenia w zakresie kroku czasowego oraz siatki podziałów elementarnych.

Warunkiem stabilności metody jawnej jest liczba Fouriera, która dla założonego kroku czasowego oraz podziału elementarnego określona jest wzorem:

$$\Delta Fo = a \frac{(\Delta \tau)}{(\Delta x)^2} \leq \frac{1}{2} \quad (6.25)$$

gdzie:

$\Delta \tau$ – przyjęty krok czasowy, [s],

Δx – przyjęty podział przestrzenny, [m],

a – współczynnik wyrównania temperatury, [m²/s].

Wzór 6.25 dotyczy warunków brzegowych II rodzaju, natomiast dla warunku brzegowego III rodzaju opis stabilności przedstawia następująca zależność:

$$(\Delta Fo) \cdot [1 + (\Delta Bi)] \leq \frac{1}{2} \quad (6.26)$$

gdzie:

ΔBi – liczba Biota.

Obliczenia ciepłone elementu grzejnika podłogowego wykonuje się przy założeniu, że w przewodzie czynnik grzejny ma temperaturę równą średniej arytmetycznej temperaturze czynnika. Przyjęto ponadto założenie, że w przypadku występowania w przewodzie ruchu turbulentnego i przejściowego temperatura na powierzchni przewodu równa jest temperaturze czynnika grzejnego.

W przypadku zastosowania metody jawnej nie ma potrzeby rozwiązywania układu równań. Równanie służące do obliczania temperatury w poszczególnych punktach przekroju grzejnika ma postać:

$$t_i^{n+1} = (\Delta Fo) \cdot t_{i-1}^n + [1 - 2 \cdot (\Delta Fo)] \cdot t_i^n + (\Delta Fo) \cdot t_{i+1}^n \quad (6.27)$$

gdzie:

t_i^n – temperatura w punkcie i w aktualnej chwili czasowej, [°C],

t_i^{n+1} – temperatura w punkcie i w kolejnej chwili czasowej, [°C],

pozostałe oznaczenia jak we wzorach poprzednich.

Do obliczenia temperatury punktu znajdującego się na krawędzi układu, z uwzględnieniem warunków brzegowych III rodzaju, użyto następującej zależności:

$$t_i^{n+1} = 2 \cdot (\Delta Fo) \cdot [t_{N-1}^n + (\Delta Bi) \cdot t_i] + [1 - 2 \cdot (\Delta Fo) - 2 \cdot (\Delta Bi) \cdot (\Delta Fo)] \cdot t_i \quad (6.28)$$

gdzie:

t_i – temperatura powietrza omywającego grzejnik podłogowy, [°C],

ΔBi – liczba Biota.

Wyniki uzyskane za pomocą przedstawionych powyżej zależności przedstawiono w rozdziale 8 rozprawy.

6.3. Identyfikacja obiektów sterowania

W układach automatycznej regulacji grzejnika podłogowego stosowane są regulatory, do których wykorzystuje się różnego rodzaju algorytmy regulacji. Najlepsze wyniki regulacji osiągnąć można w przypadku, gdy znana jest odpowiedź obiektu regulacji na zastosowane wymuszenie.

W tym celu obiekt sterowania (grzejnik podłogowy) poddać należy identyfikacji.

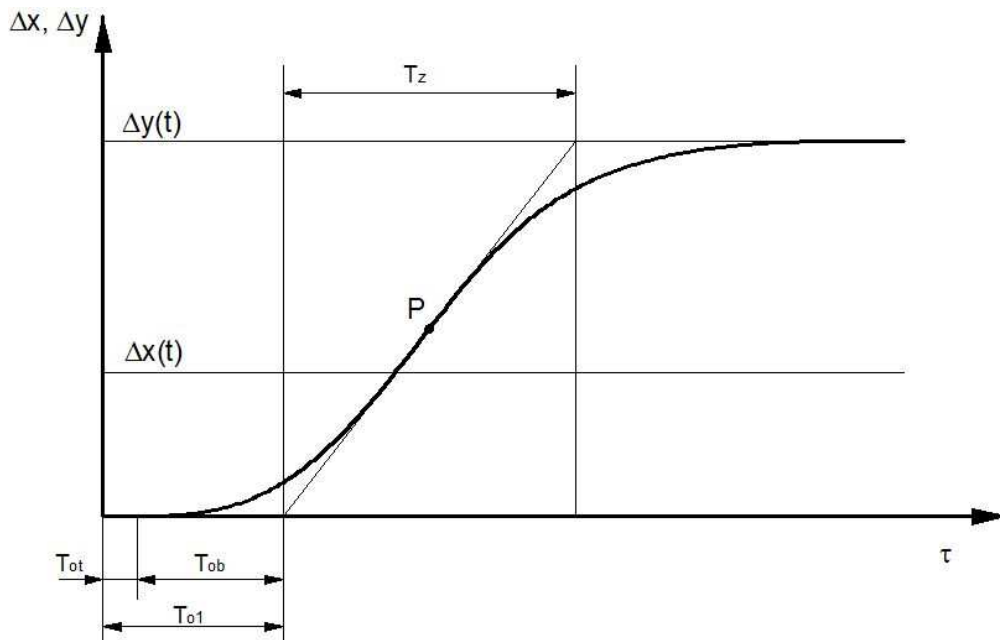
W opisie automatycznej regulacji stosuje się wiele metod identyfikacji obiektów sterowania. Wyróżnia się przy tym metody teoretyczne (opisane szczegółowo w [22], [38] i [146]) oraz metody numeryczne [68].

Zgodnie z [146] opis matematyczny ciągłego elementu automatyki składa się z dwóch części:

1. Równania lub wykresu charakterystyki statycznej, określających zależność wyjścia od wejścia w stanach ustalonych,
2. Równania różniczkowego lub operatorowego, opisującego właściwości statyczne i dynamiczne w otoczeniu wybranego na charakterystyce statycznej punktu pracy.

Wymagania punktu pierwszego opisane zostały szczegółowo w pracy [55]. Podano tam właściwości statyczne badanego obiektu, którym jest grzejnik podłogowy oraz omówiono metody konstruowania charakterystyk statycznych grzejnika. Realizacja punktu drugiego, ze względu na skomplikowaną postać równań różniczkowych opisujących przekazywanie ciepła w tym układzie, wymaga – dla rozwiązania problemu – przeprowadzenia złożonej analizy.

Z wymienionych powyżej powodów opisywanie zjawisk nieustalanej wymiany ciepła za pomocą klasycznych równań różniczkowych jest nieefektywne i czasochłonne. Na podstawie badań fizykalnych przybliżyć można badany układ za pomocą członu inercyjnego II rzędu z opóźnieniem. Przebieg funkcji odpowiedzi na zadane wymuszenie dla członu inercyjnego z opóźnieniem wraz z podstawowymi parametrami zilustrowano na rysunku 6.8.



Rys. 6.8.

Charakterystyka skokowa modelu inercyjnego z opóźnieniem. Źródło [11].

Wyznaczony na rysunku czas T_{o1} jest czasem opóźnienia układu na zadane wymuszenie $\Delta x(t)$. Opóźnienie to składa się z czasu opóźnienia transportowego T_{ot} oraz czasu opóźnienia bezwładnościowego T_{ob} . W analizie tej nie zachodzi potrzeba różnicowania obu rodzajów opóźnień i w opisie używany będzie całkowity czas opóźnienia T_{o1} .

Charakterystyka przedstawiona na rysunkach 6.8. oraz 6.9. opracowana została w oparciu o transmitancję operatorową opisaną wyrażeniem:

$$G(s) = \frac{k}{(T_1 \cdot s + 1)(T_2 \cdot s + 1)} \cdot e^{-T_{o1} \cdot s} \quad (6.28)$$

gdzie:

k – stała wzmocnienia układu,

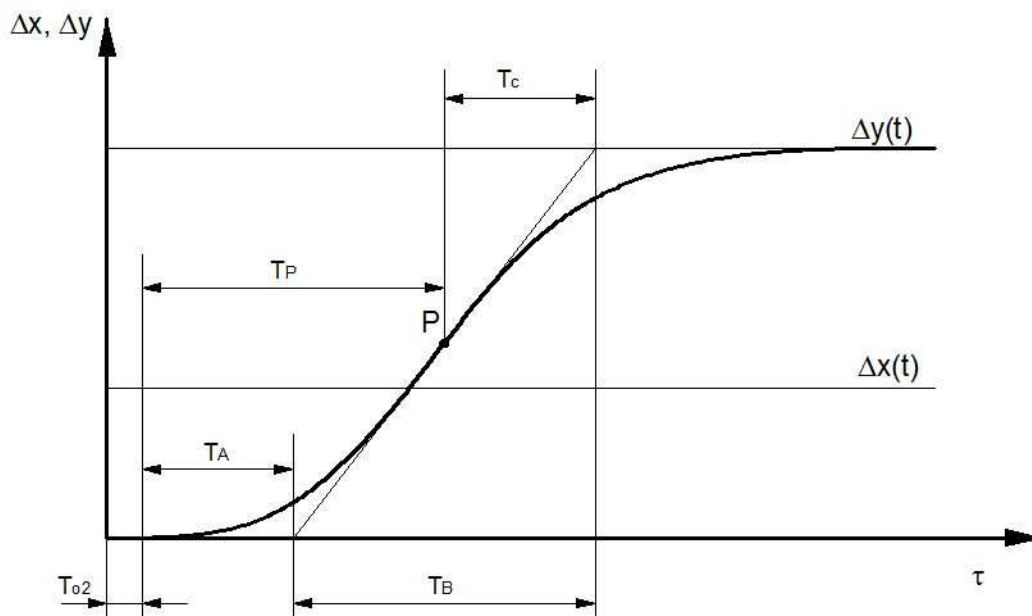
T_1, T_2 – stałe czasowe układu wyznaczone w sposób analityczny lub doświadczalny, [s]

T_{o1} – stała opóźnienia układu, [s].

Stałą czasową układu wyznaczyć można natomiast za pomocą następującej zależności:

$$k = \frac{\Delta y_{st}}{\Delta x_{st}} \quad (6.29)$$

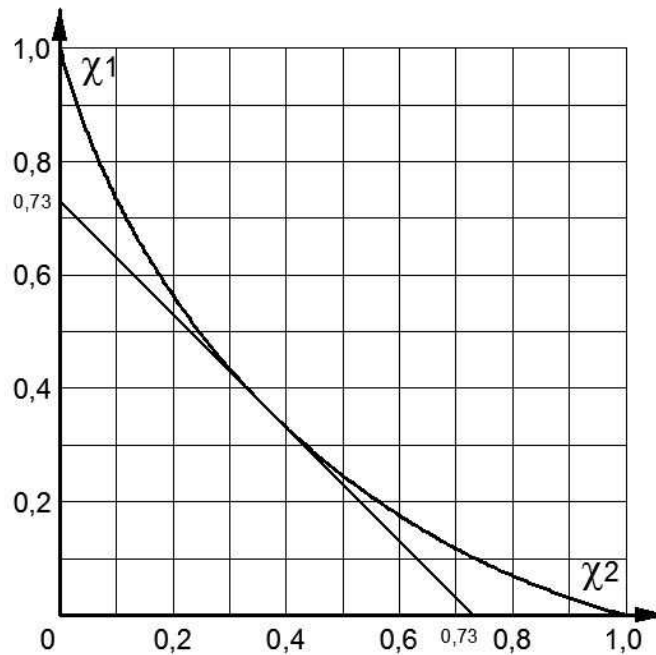
W celu opisu właściwości dynamicznych badanego obiektu wprowadza się dodatkowe wielkości pomocnicze T_B oraz T_C . Sposób odczytywania parametrów pomocniczych zilustrowano na rysunku 6.9.



Rys. 6.9.

Charakterystyka skokowa obiektu statycznego i jej charakterystyczne parametry. Źródło [11].

Korzystając z wykresu Oldenburga i Sartoriusa (rysunek 6.10), określić można stałe czasowe niezbędne do obliczenia odpowiedzi układu, wyrażonego za pomocą transmitancji operatorowej opisanej wzorem 6.28.



Rys. 6.10.

Wykres Oldenburga i Sartoriusa. Źródło [11].

Przekształcając wzór 6.28, otrzymuje się funkcję odpowiedzi układu:

$$h(\tau) = k \cdot \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} \cdot e^{-\frac{\tau - T_0}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} \cdot e^{-\frac{\tau - T_0}{T_2}} \right) \cdot 1(\tau) \quad (6.30)$$

gdzie:

oznaczenia jak wyżej.

Metoda identyfikacji grzejnika podłogowego jako obiektu sterowania pozwala na proste określenie dynamicznych właściwości cieplnych grzejnika. Funkcja odpowiedzi opisana równaniem (6.30) pozwala na bezpośrednie wyznaczenie wartości temperatury powierzchni grzejnika podłogowego.

W przedstawionej metodzie największą trudność sprawia poprawne określenie stałych czasowych. Ich wartości są charakterystyczne dla danego typu grzejnika i zależą od jego konstrukcji geometrycznej oraz materiałów użytych do budowy, natomiast nie zależą od zaprojektowanych parametrów czynnika grzejnego.

Układy automatycznej regulacji wyposażone mogą być w funkcję identyfikacji poszczególnych parametrów układu. Zatem powtórzony wielokrotnie proces zmian

dynamicznych parametrów cieplnych sterowanego układu pozwoli na określenie stałych czasowych grzejnika.

Na podstawie znanych przebiegów odpowiedzi cieplnej grzejnika podłogowego określono stałe czasowe układu. Otrzymane w ten sposób charakterystyki wykazują wysoką zbieżność z wynikami pomiarów empirycznych wykonanych w skali póltechnicznej. Szczegółowe wyniki obliczeń omówiono oraz zestawiono w rozdziale 8 rozprawy.

7. Badania doświadczalne grzejnika podłogowego

7.1. Budowa stanowiska badawczego

Dr inż. Anna Kowalczyk, w ramach swojej pracy doktorskiej, zaprojektowała i wykonała stanowisko badawcze z grzejnikiem podłogowym w skali półtechnicznej. Stanowisko to znajduje się w sali 225 w gmachu Inżynierii Środowiska Politechniki Warszawskiej.

Do przeprowadzenia badań dynamiki cieplnej grzejnika podłogowego należało jednak stanowisko to zmodernizować. Aby dokonać rejestracji wyników pomiarowych, zastosowano przenośny komputer, który znacznie zwiększył stabilność działania w zakresie rejestracji danych. W przypadku rejestracji wyników pomiarów skokowej odpowiedzi grzejnika podłogowego na zadane wymuszenie konieczna jest rejestracja ciągła przez okres kilkudziesięciu godzin. Wymaga to niezawodnego działania przyrządów.

Wyposażenie komputera w port RS232C umożliwia bezpośrednie połączenie układu rejestracyjnego oraz komputera i zbieranie danych pomiarowych. Schemat układu badawczego pokazano na rys. 7.1.

Z przedstawionego schematu wynika, że zmodernizowane stanowisko wyposażono także w dodatkowy rejestrator niemieckiej firmy EBRO. Rejestrator ten ma na celu dokonywanie zapisu parametrów powietrza wewnętrznego oraz zewnętrznego. Rejestrator wyposażony jest w pamięć wewnętrzną, która pozwala na rejestrację ciągłą, bez konieczności użycia dodatkowego nośnika pamięci. Po zakończeniu serii pomiarowej dane transmitowane są do komputera za pomocą portu RS232C, gdzie może nastąpić dalsza obróbka danych za pomocą specjalistycznego oprogramowania WINLOG2000.

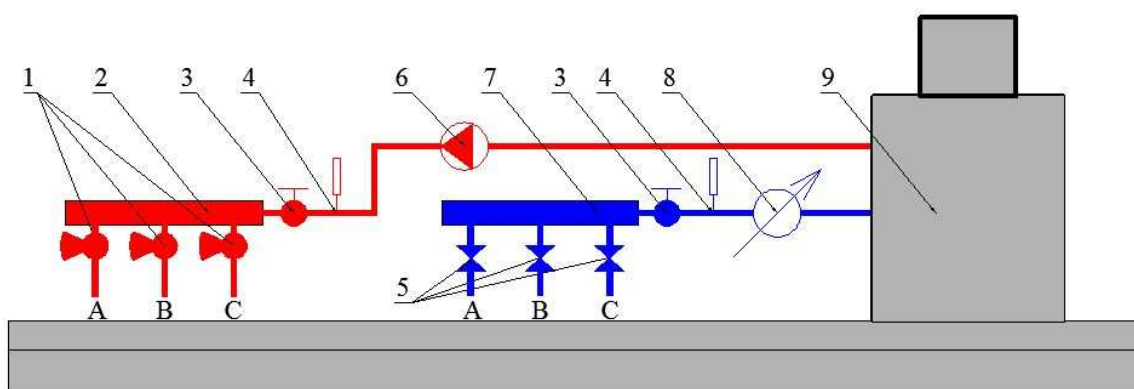
W trakcie modernizacji stanowiska badawczego konieczna była także wymiana ultratermostatu oraz zainstalowanie właściwej pompy obiegowej. Fabryczna pompa obiegowa zainstalowana w ultratermostacie miała za małą wysokość podnoszenia, co w tym przypadku uniemożliwiało pokonanie oporów przepływu wody przez obieg ogrzewczy stanowiska badawczego.

7.1.1. Układ hydrauliczny

Stanowisko badawczo-pomiarowe wykorzystane w czasie badań składa się z następujących elementów (rys. 7.1.):

1. zawory termostacyjne zainstalowane na zasileniu każdego z obiegów (głowica termostacyjna zdemontowana na okres prowadzenia badań),

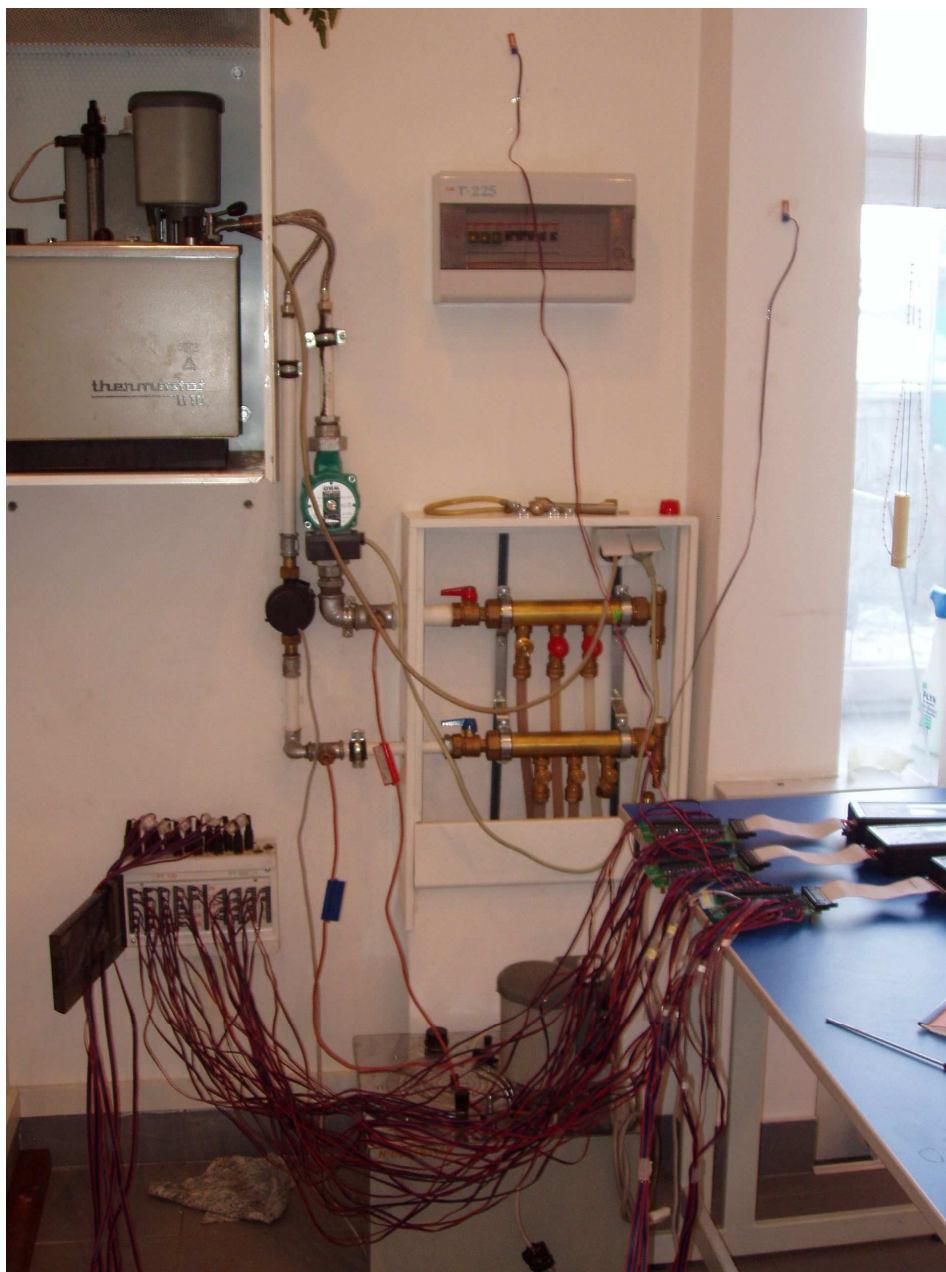
2. rozdzielacz zasilający trzy obiegi grzejne, umieszczony w szafce natynkowej,
 3. kulowe zawory odcinające,
 4. para czujników zanurzeniowych Pt 500,
 5. zawory powrotne z nastawą wstępną zainstalowane na powrocie każdego z obiegów.
 6. pompa obiegowa typu Wilo-Star_E 25/2 firmy Wilo,
 7. rozdzielacz powrotny na trzy obiegi, umieszczony w szafce natynkowej,
 8. jednostrumieniowy przepływomierz wirnikowy z magnetycznym odczytem impulsów typu EEM-VS firmy Danfoss o $Q_n=0,6 \text{ m}^3/\text{h}$, $Q_t=0,048\text{m}^3/\text{h}$, DN15, sygnał wyjściowy 166,8 imp./l,
 9. źródło ciepła – ultratermostat typu U10, produkcja NRD,
- A – grzejnik podłogowy o rozstawie rur $B = 15 \text{ cm}$ wykonany w systemie PURMO,
B – grzejnik podłogowy o rozstawie rur $B = 20 \text{ cm}$ wykonany w systemie PURMO,
C – grzejnik podłogowy o rozstawie rur $B = 20 \text{ cm}$ wykonany w systemie PURMO.



Rys. 7.1.

Stanowisko pomiarowe – układ hydrauliczny. Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 7.2. przedstawiono zdjęcie stanowiska pomiarowego w trakcie trwania badań.

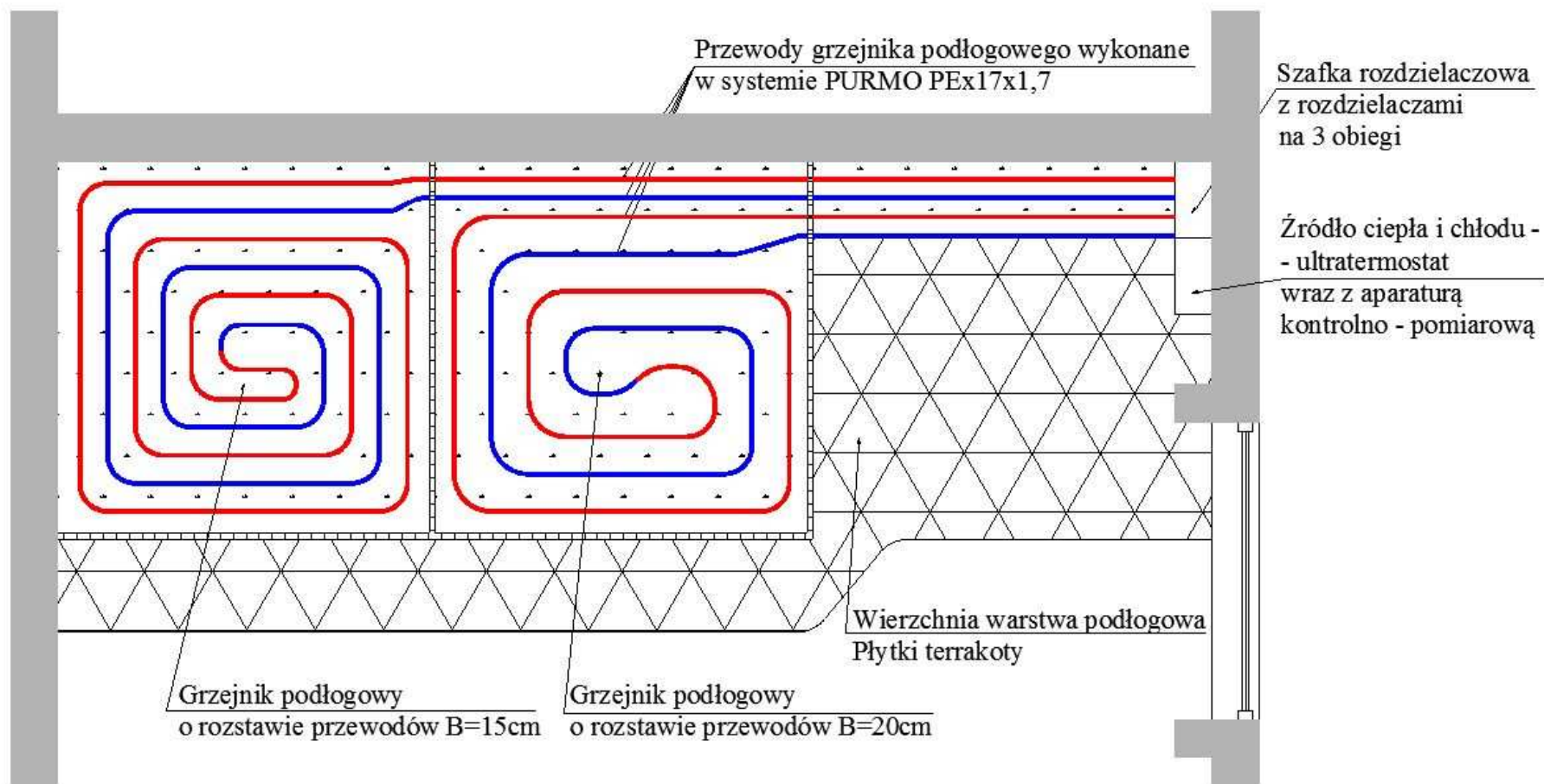


Rys. 7.2.

Widok stanowiska pomiarowego – układ hydrauliczny. Źródło: opracowanie własne.

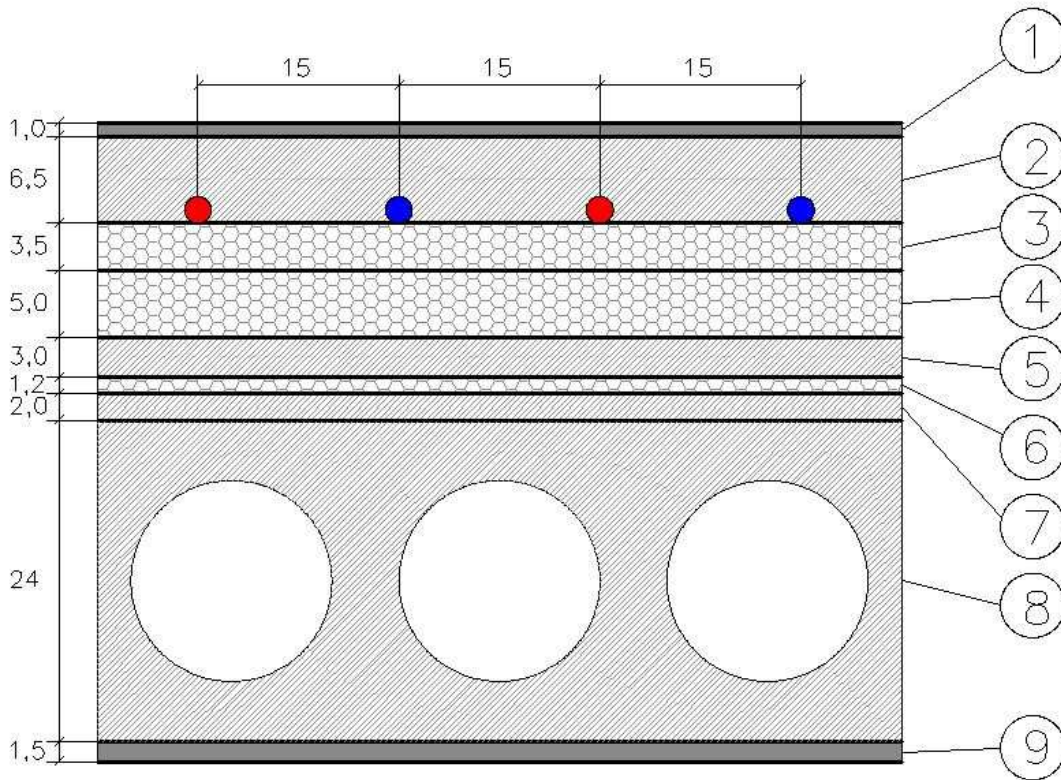
7.1.2. Grzejnik podłogowy

Grzejnik podłogowy został wykonany w technologii Purmo. Budowę grzejnika przedstawiono na rysunku 7.4. Układ węzownic zainstalowanych na stanowisku zaprezentowano na rysunku 7.3.



Rys. 7.3.

Rzut fragmentu sali 225 z grzejnikami podłogowymi. Źródło: opracowanie własne.



Rys. 7.4.

Budowa grzejnika podłogowego. Źródło: opracowanie własne na podstawie [55].

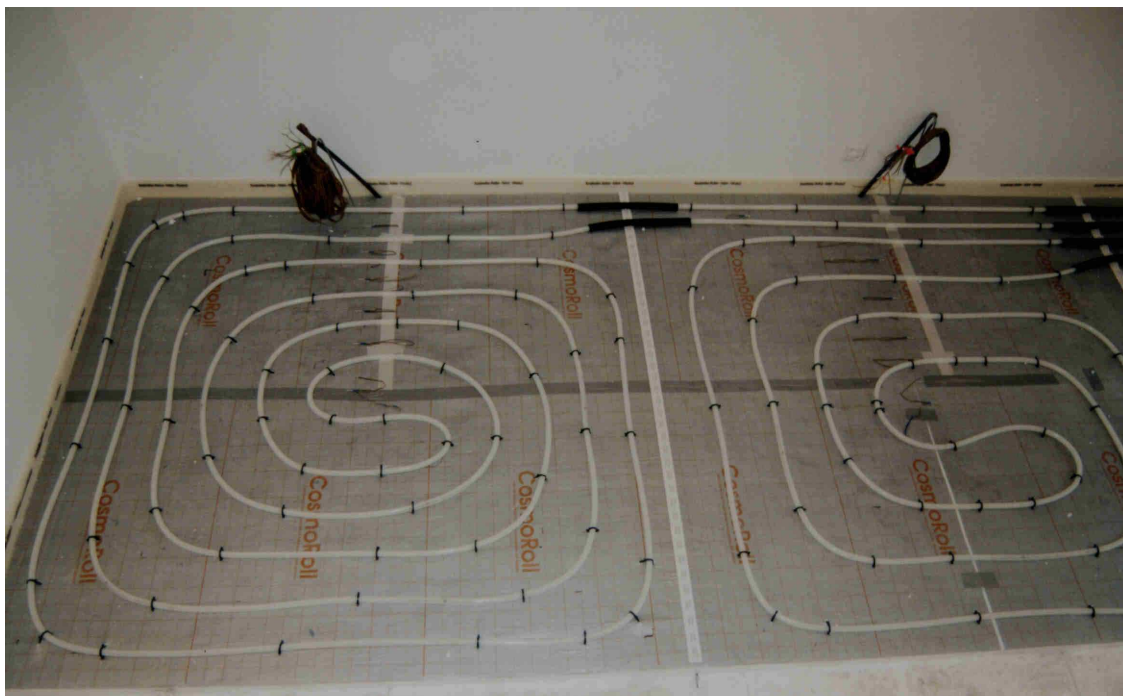
Tablica 7.1.

Zestawienie warstw grzejnika podłogowego wg rys. 7.4. Źródło: opracowanie własne na podstawie [55].

Lp.	Rodzaj warstwy	Grubość warstwy
-	-	cm
1	Płytki ceramiczne	1
2	Jastrych z plastyfikatorem	6,5
3	Roll-jet	3,5
4	Styropian	5
5	Beton	3
6	Płyta pilśniowa miękka	1,2
7	Beton	2
8	Strop „Żerań”	24
9	Tynk cementowo – wapienny	1,5

Grzejnik podłogowy wykonano na istniejącym stropie kanałowym typu Żerań. Poszczególne warstwy stropu grzejnego wyszczególniono w tablicy 7.1.

Na rysunkach 7.5 i 7.6. przedstawiono grzejnik podłogowy w sali 225 w czasie jego budowy.



Rys. 7.5.

Grzejnik podłogowy o rozstawie rur $B = 15\text{ cm}$ i $B = 20\text{ cm}$. Zdjęcie wykonane podczas budowy stanowiska. Źródło: [55].



Rys. 7.6.

Zdjęcie podziału dylatacyjnego podłogi grzejnej na stanowisku badawczym. Zdjęcie wykonane w czasie budowy stanowiska. Źródło: [55].

7.1.3. Układ pomiarowo-rejestrujący

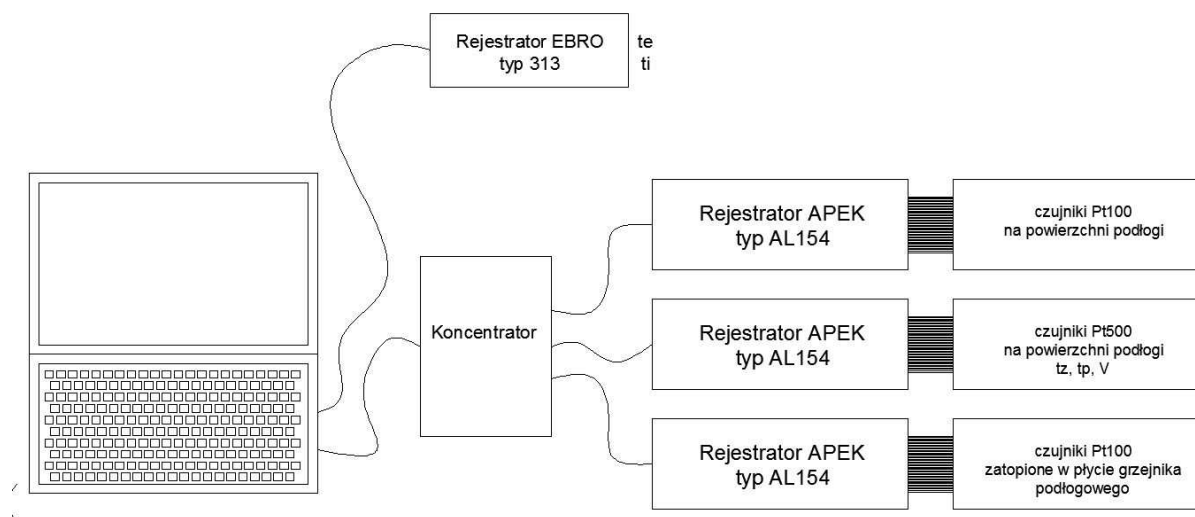
Układ pomiarowy składa się z:

1. termometrów elektrycznych oporowych z następującymi czujnikami:
 - Pt 500 (12 sztuk) do pomiarów temperatury na powierzchni podłogi,
 - Pt 100 (12 sztuk) do pomiarów temperatury na powierzchni podłogi,
 - Pt 100 (25 sztuk) do pomiarów temperatury w jastrychu,
2. rejestratora AL 154 DA05 przystosowanego do pomiarów czujnikami Pt 500, 16-to kanałowy, (1 sztuka),
3. rejestratora AL 154 DA05 przystosowanego do pomiarów czujnikami Pt 100, 16-to kanałowy, z wyjściem zliczającym impulsy z wodomierza, (1 sztuka),
4. rejestratora AL 154 DA05 przystosowanego do pomiarów czujnikami Pt 100, 24-to kanałowy, (1 sztuka).

Każdy z rejestratorów wyposażony jest:

1. w listwy zaciskowe (3 sztuki),
2. przystawki typ PP02 (3 sztuki).

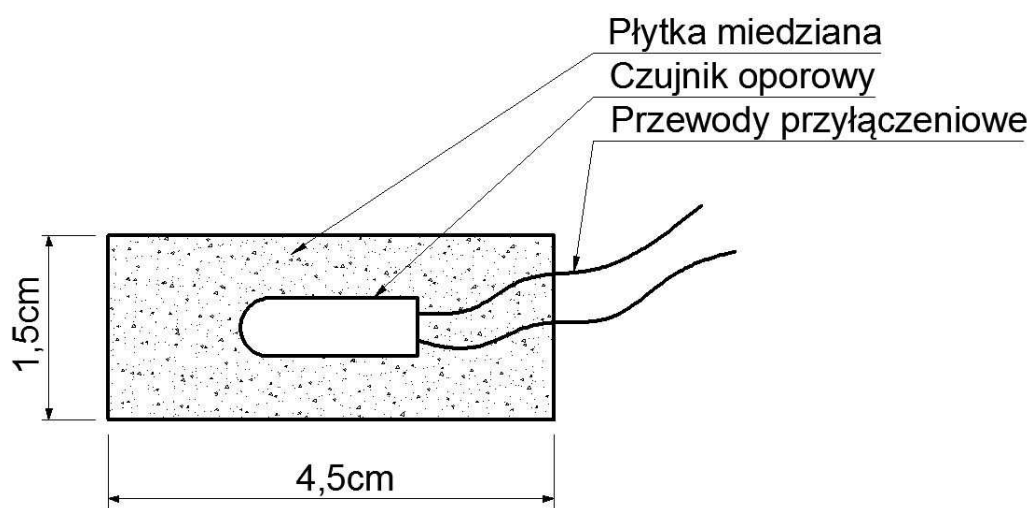
Fotografię rejestratora firmy APEK przedstawiono na rys. 7.10. Na rysunku 7.11. przedstawiono przystawkę typu PP02. Do przystawki tej przyłączone są 24 czujniki typu PT100. Schemat ogólny układu rejestrującego przedstawiono na rysunku 7.7.



Rys.7.7.

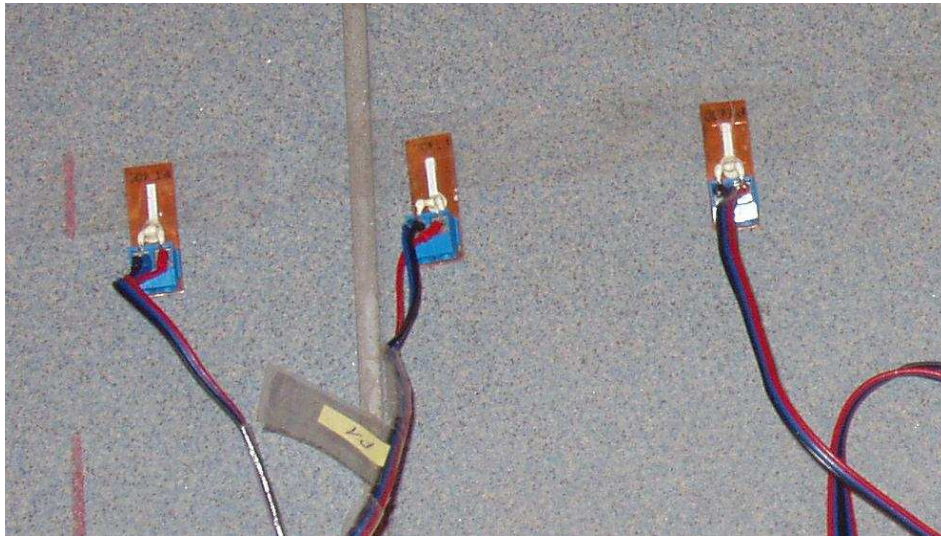
Schemat układu pomiarowego. Źródło: opracowanie własne.

Zastosowano termometry elektryczne oporowe z czujnikami typu Pt100 oraz Pt500. Czujniki te charakteryzuje wysoka dokładność pomiaru, małe wymiary i krótki czas stabilizacji temperatury. Ważną cechą charakteryzującą zastosowane czujniki jest możliwość ciągłej rejestracji temperatury w wielu punktach układu badawczego, dzięki czemu możliwe jest późniejsze opracowanie wyników badań w postaci elektronicznych zbiorów danych. Czujniki przymocowane zostały do płytek miedzianych i przyklejone do powierzchni podłogi. Zastosowany system montażu czujników termooporowych umożliwia rejestrację temperatury powierzchni podłogi z dużą dokładnością $\pm 0,2\text{K}$. Budowę czujnika przedstawiono na rysunku 7.8, a sposób jego montażu do pomiaru temperatury powierzchni podłogi – na rysunku 7.9.



Rys.7.8.

Budowa czujnika oporowego z blaszką miedzianą do pomiaru temperatury na powierzchni grzejnika podłogowego. Źródło: opracowanie własne.



Rys.7.9.

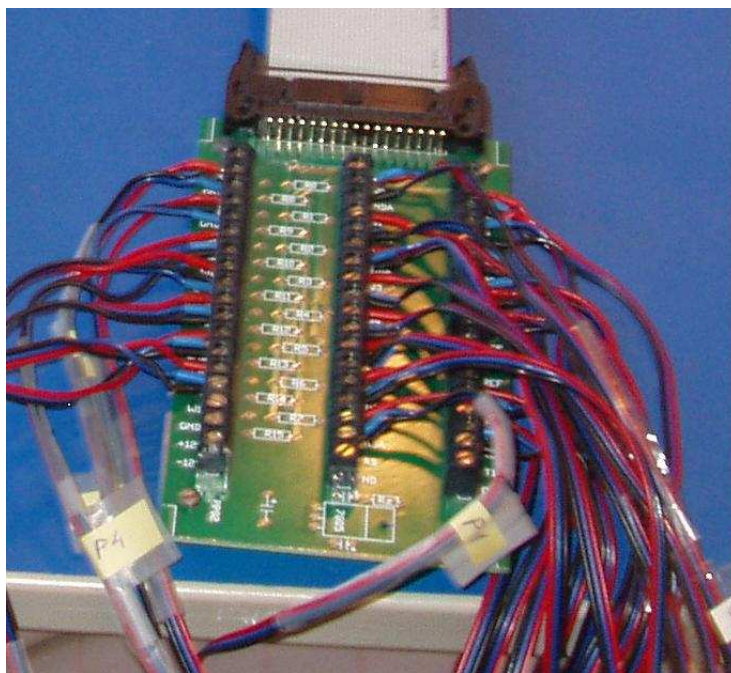
Czujniki Pt500 do pomiarów temperatury na powierzchni podłogi. Źródło: Fot. Autora

W celu uniknięcia niepożądanych dodatkowych oporów przepływu ciepła pomiędzy powierzchnią podłogi a miedzianą blaszką z zainstalowanym elementem termooporowym, czujniki przymocowano za pomocą specjalistycznej pasty termoprzewodzącej, wykonanej z dodatkami metali o wysokich wartościach współczynnika przewodzenia ciepła. Ponadto cenną cechą zastosowanej pasty jest to, iż zachowuje ona swoje właściwości w pełnym zakresie temperatury występującej na powierzchni podłogi w trakcie badania. Pasta termoprzewodząca nie zmienia swoich właściwości w czasie (nie starzeje się).



Rys. 7.10.

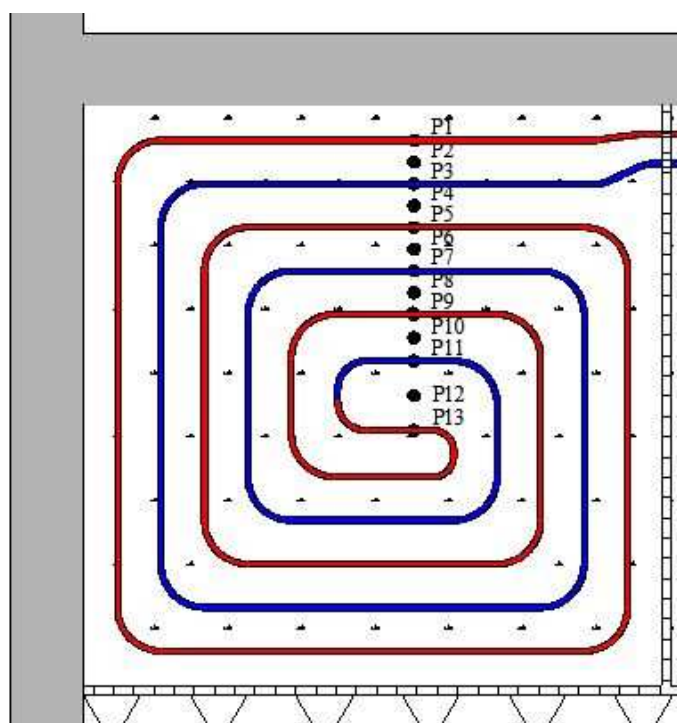
Rejestrator AL 154 DA05. Źródło: fot. autora



Rys.7.11.

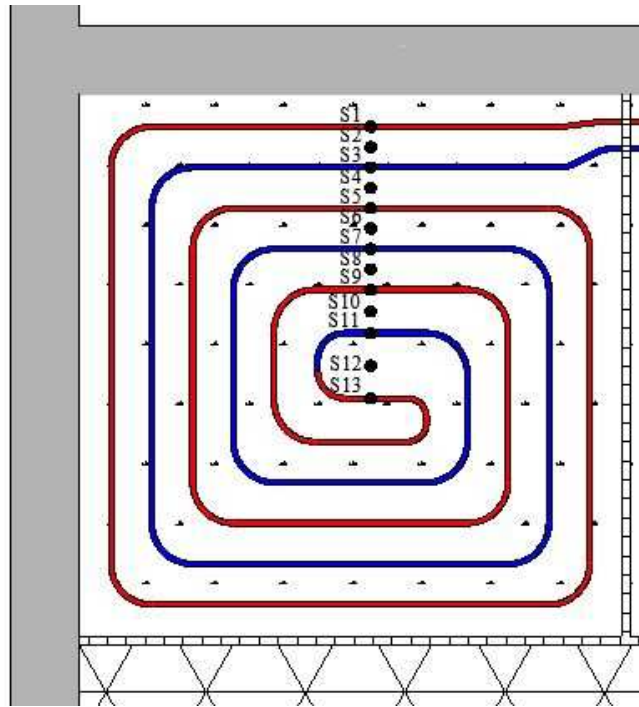
Przystawka typ PP02. Źródło: fot. autora

Schemat rozmieszczenia czujników termometru oporowego przedstawiono na rysunkach 7.12. oraz 7.13.



Rys. 7.12

Rozmieszczenie czujników termooporowych na powierzchni płyty grzejnej o rozstawie rur $B=15\text{cm}$. Źródło: opracowanie własne.



Rys. 7.13

Rozmieszczenie czujników termooporowych na węzownicy o rozstawie rur $B=15\text{cm}$. Źródło: opracowanie własne.

W celu rejestracji temperatury powietrza wewnętrznego zastosowano rejestrator firmy Ebro typu EBI-2, z czterema czujnikami termooporowymi Pt1000. Rejestrator posiada świadectwo kalibracji sporządzone przez producenta.



Rys. 7.14.

Rejestrator temperatury czterokanałowy firmy EBRO typ EBI-2. Źródło: materiały producenta.

Do pomiaru wilgotności względnej powietrza w pomieszczeniu zastosowano rejestrator temperatury i wilgotności firmy Testo typ 175. Założono, że w czasie przeprowadzania pomiarów wilgotność powietrza w pomieszczeniu nie powinna być mniejsza od 30% i większa od 70%. Dane zarejestrowane za pomocą dataloggera typu 175 nie wykazały przekroczeń tych wartości. Fotografie rejestratora temperatury i wilgotności przedstawiono na rysunku 7.15.



Rys. 7.15.

Datalogger Testo 175 zawierający czujnik temperatury oraz wilgotności. Źródło: fot. autora.

Układ rejestracji temperatury kalibrowano za pomocą zestawu pomiarowego firmy Testo typ 450. Zestaw ten wyposażony jest w następujące elementy pomiarowe:

1. czujnik przyłgowy,
2. czujnik zintegrowany temperatura/wilgotność,
3. czujnik przyłgowy do pomiarów temperatury na powierzchni rur,
4. czujnik temperatury zanurzeniowy.

Kompletny zestaw pomiarowy, za pomocą którego dokonano kalibracji układu mierzącego i rejestrującego temperaturę powierzchni podłogi oraz temperaturę czynnika ogrzewczego zaprezentowano na rysunku 7.16. Na rysunku 7.17 przedstawiono miernik temperatury wraz z czujnikiem dotykowym. Na rysunku 7.18. znajduje się miernik ze zintegrowanym czujnikiem temperatury i wilgotności.



Rys. 7.16.

Zestaw pomiarowy firmy Testo. Źródło: fot. autora.



Rys. 7.17.

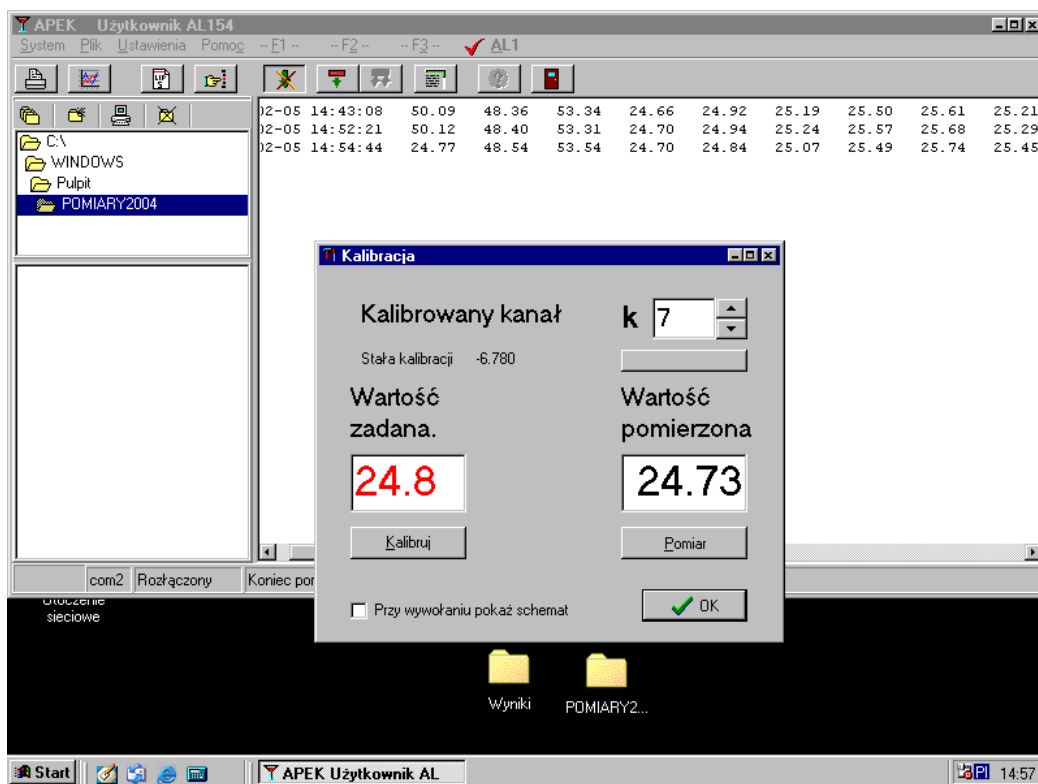
Zestaw pomiarowy firmy Testo z czujnikiem dotykowym. Źródło: fot. autora.



Rys. 7.18.

Zestaw pomiarowy firmy Testo. Czujnik zespolony – temperatura/wilgotność. Źródło: fot. autora.

Kalibracja układu rejestracji temperatury polegała na wprowadzeniu współczynnika korekcyjnego do równania charakterystyki czujnika. Proces ten jest prowadzony za pomocą oprogramowania dostarczonego wraz z rejestratorem. Dzięki graficznemu interfejsowi proces ten przebiegał intuicyjnie. Na rysunku 7.19. przedstawiono sposób wprowadzania danych do oprogramowania.



Rys. 7.19.

Kalibracja czujników termooporowych za pomocą oprogramowania sterującego rejestratorem. Źródło: fot. autora.

W celu weryfikacji lokalizacji czujników, mierzących temperaturę na powierzchni grzejnika podłogowego, wykonano pomiary techniką termowizyjną. Do pomiarów użyto kamery firmy Flir Systems, typ ThermoCam, o rozdzielczości 640x480 pikseli, wraz z dostarczonym oprogramowaniem. Fotografia kamery termowizyjnej znajduje się na rys. 7.20.

Technika termowizyjna pozwala na obserwację i rejestrację temperatury badanej powierzchni. Dzięki wykorzystaniu dołączonego oprogramowania możliwe jest wykonanie analizy pola temperatury oraz odczytanie takich parametrów, jak: temperatura minimalna, maksymalna oraz średnia analizowanego obszaru, a także wykonanie profilu temperatury wzdłuż wyznaczonej linii termogramu. Powyższe parametry mierzone są z maksymalną dokładnością $\pm 2\%$.

Podstawowe parametry kamery termowizyjnej są następujące:

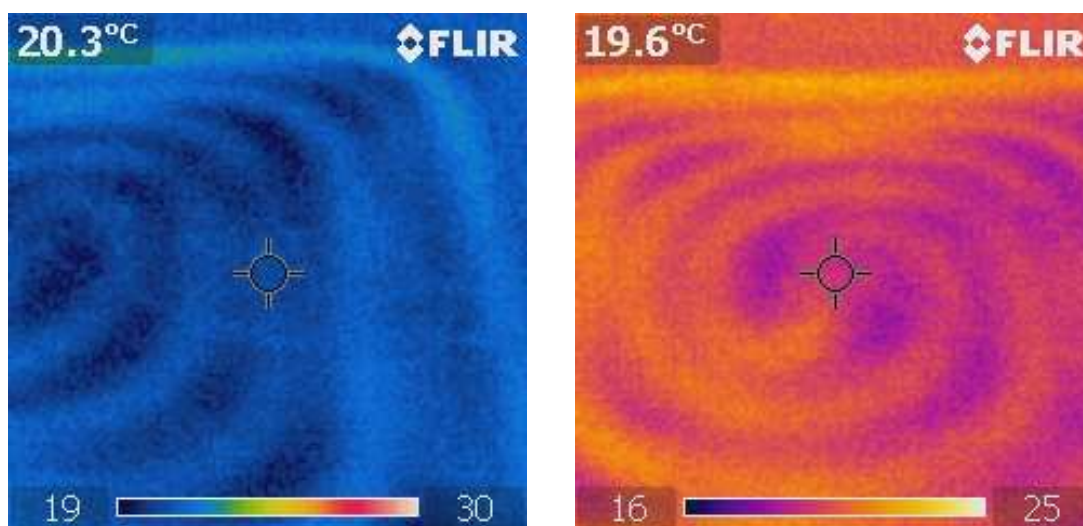
- rozdzielczość: 640x480,
- zakres spektralny: 7,5 – 13 μm ,
- zakres pomiarowy: -40 - 2000°C,
- czułość: 0,07K przy 30°C,

- dokładność $\pm 2\%$ bieżącego zakresu,
- obiektyw $24^\circ \times 18^\circ$,
- częstotliwość pracy 50/60 Hz,
- zoom cyfrowy 1 – 4x,
- autofocus.



Rys. 7.20

Kamera termowizyjna ThermaCAM firmy Flir Systems. Źródło: materiały producenta [23]



Rys. 7.21.

Zdjęcie grzejnika podłogowego pracującego w trybie chłodzenia. Źródło: opracowanie własne, za pomocą [24].

Technice wykonania i analizy termogramów poświęcono wiele prac i publikacji m.in.: [7], [25], [35], [69], [70].

Wykonanymi termogramami potwierdzono poprawność rozmieszczenia czujników mierzących temperaturę powierzchni podłogi. Przykładowe zdjęcia wykonane kamerą termowizyjną przedstawiono na rys. 7.21. Zdjęcia te wykonane były w trakcie badania grzejnika podłogowego pracującego w trybie chłodzenia.

7.2. Metodyka badań

Stanowisko pomiarowo-badawcze wyposażone zostało w trzy niezależne płyty grzejne zamontowane w stropie pomieszczenia laboratoryjnego. Płyty grzejne oddzielone są od siebie szczeliną dylatacyjną o grubości 2 cm, wypełnioną styropianem. Rozwiązanie takie zapobiegało uszkodzeniom grzejnika w czasie jego rozgrzewania/stygnięcia, a ponadto wykonanie izolacji termicznej pomiędzy poszczególnymi segmentami grzejnymi pozwala na przyjęcie założenia, że w płaszczyźnie prostopadłej do dylatacji nie zachodzi wymiana ciepła (powierzchnie adiabatyczne). Adiabatyczność powierzchni dylatacyjnych potwierdzono również za pomocą pomiarów termowizyjnych.

Badania przeprowadzono w sezonie ogrzewczym 2004/2005 oraz 2007/2008.

Badanie dynamiki cieplnej grzejnika podłogowego wymaga stabilizacji parametrów powietrza w obsługiwanym pomieszczeniu. W ramach modernizacji całego układu badawczego zastosowano termowentylator firmy BIONAIR, o mocy grzejnika elektrycznego wynoszącego 2000W. Termowentylator wyposażony jest w termostat pozwalający na utrzymanie stałej temperatury powietrza w pomieszczeniu. Dokładność stabilizacji temperatury w pomieszczeniu wynosiła $\pm 1\text{K}$.

Poniżej przedstawiono wyniki pomiarów parametrów grzejnika podłogowego przy zastosowaniu różnych rodzajów wymuszeń cieplnych i hydraulicznych. Mierzonymi wartościami były:

- strumienie objętości czynnika grzejnego,
- temperatura zasilania grzejnika,
- temperatura powrotu z grzejnika,
- temperatura powietrza zewnętrznego,
- temperatura powietrza wewnętrznego mierzonego na wysokości 1m nad powierzchnią grzejnika,
- temperatura 13 punktów pomiarowych na powierzchni grzejnika, rozmieszczonych zgodnie z rysunkiem 7.12.

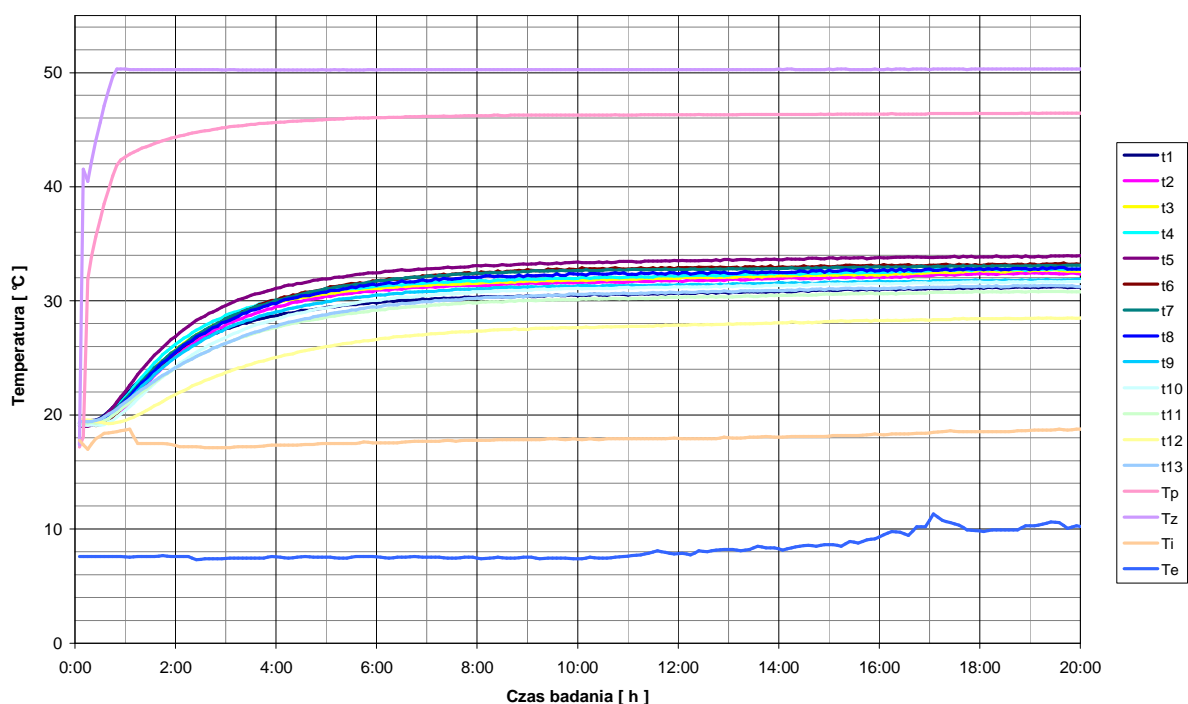
7.2.1. Rozgrzewanie grzejnika podłogowego

Badanie polegało na włączeniu przepływu wody w węzownicy badanego grzejnika. Omówiona seria pomiarowa wykonana została w dniu 19 kwietnia 2008 r. Układ znajdował się w stanie równowagi cieplnej z otoczeniem (temperatura powierzchni podłogi równa była temperaturze powietrza w pomieszczeniu). W chwili początkowej włączono przepływ wody w grzejniku. Zadana temperatura zasilania grzejnika wynosiła $50,5^{\circ}\text{C}$. Zadany strumień objętości wody wynosił $0,045\text{l/s}$. Temperatura wody powracającej z grzejnika podłogowego

ustaliła się na poziomie $47,2^{\circ}\text{C}$. Średnia temperatura powietrza w pomieszczeniu w trakcie badania wynosiła $21,5^{\circ}\text{C}$. Zmiany wartości temperatury w mierzonych trzynastu punktach na powierzchni podłogi przedstawiono na rysunku 7.22. Na rysunku 7.23 przedstawiono natomiast przebieg uśrednionej wartości temperatury podłogi.

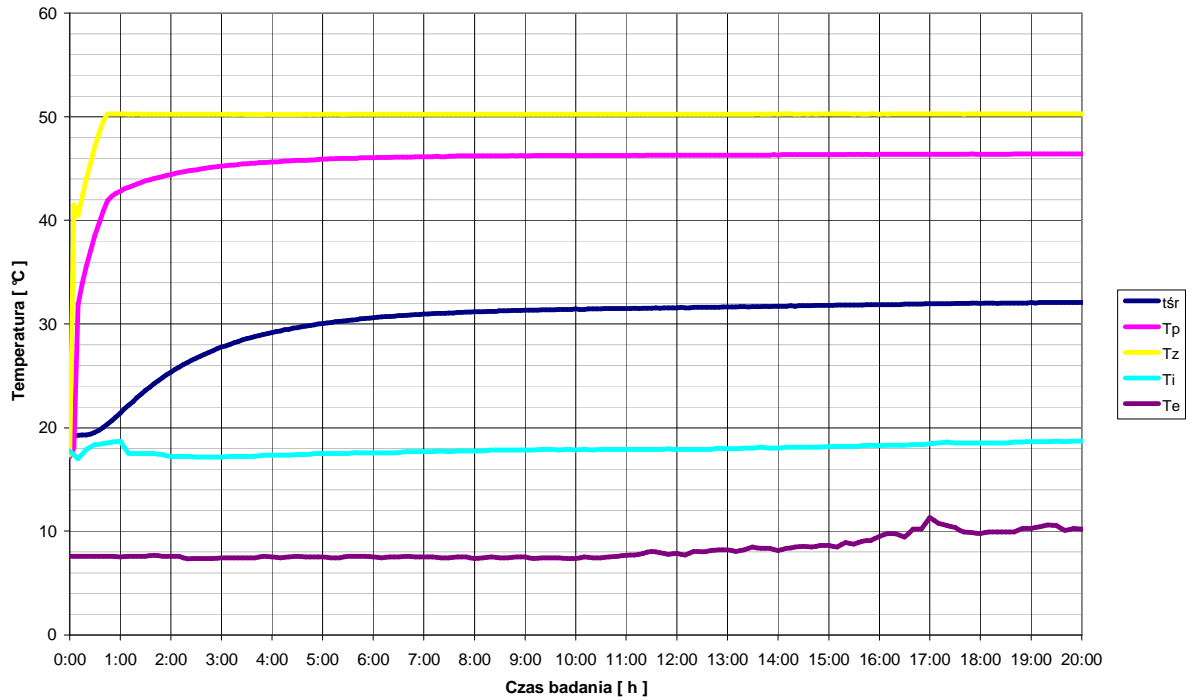
Na rysunku 7.24 zilustrowano zmiany chwilowej mocy cieplnej dostarczanej do grzejnika za pomocą czynnika grzejnego (czerwona linia) oraz oddawanego z powierzchni grzejnika (linia granatowa). Różnica pomiędzy tymi wielkościami stanowi wartość mocy cieplnej zakumulowanej przez grzejnik. Na rysunku 7.25 przedstawiono względną różnicę pomiędzy ilością ciepła dostarczanego do grzejnika a oddanego przez niego.

Rysunek 7.26 przedstawia profil temperatury na powierzchni grzejnika. Widać na nim, że wartości temperatury w różnych punktach grzejnika osiągają różne wartości. Znaczące rozbieżności od wartości średniej temperatury na powierzchni grzejnika zanotowano dla czujnika nr 12. Wyniki badań zweryfikowano za pomocą kamery termowizyjnej i stwierdzono poprawność pomiarów wykonanych za pomocą czujników termooporowych. Fakt występowania znaczących rozbieżności pomiędzy wartością temperatury wskazywaną za pomocą czujnika nr 12 a średnią wartością temperatury wynika ze sposobu ułożenia węzownicy w warstwie jastrychu, a także możliwej niejednorodności warstwy jastrychu. Interpretacji dokonano na podstawie zdjęcia przedstawionego na rys. 7.21. Czas niezbędny do osiągnięcia stanu ustalonego wynosił 6 godzin i 35 minut.



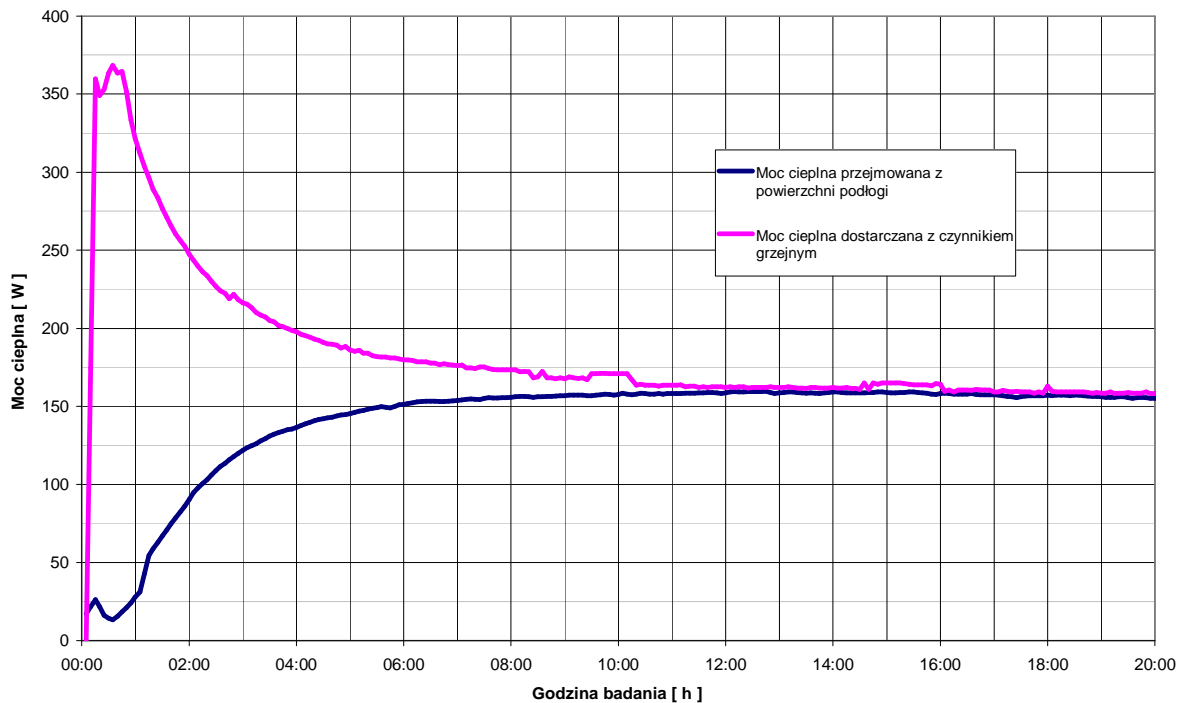
Rys. 7.22.

Rozgrzewanie grzejnika podłogowego – wykres zbiorczy. Źródło: opracowanie własne.



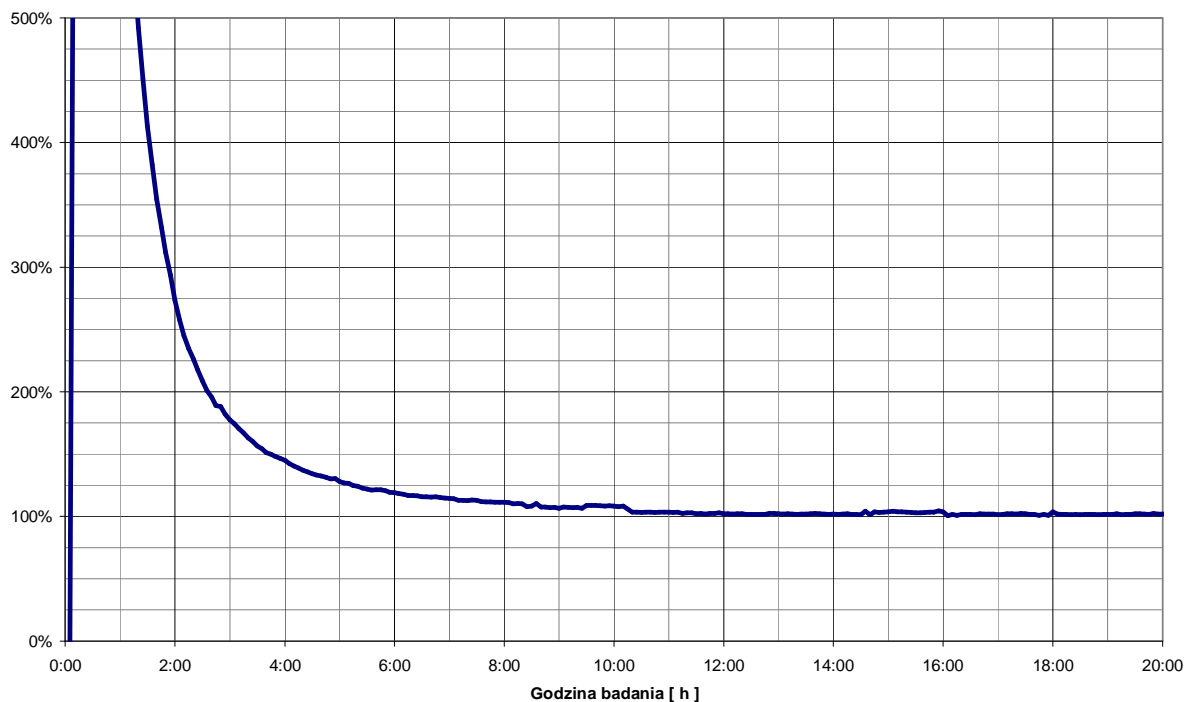
Rys. 7.23.

Rozgrzewanie grzejnika podłogowego – uśredniona temperatura powierzchni. Źródło: opracowanie własne.



Rys. 7.24.

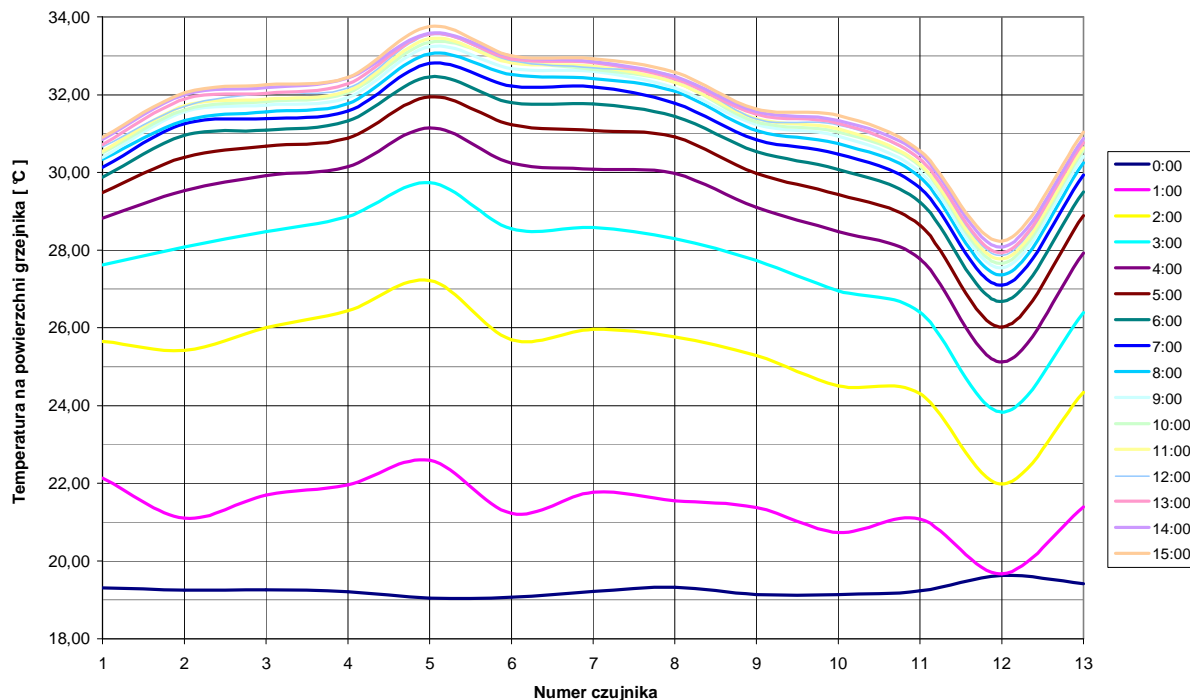
Moc cieplna oddawana przez grzejnik oraz dostarczana przez czynnik grzejny. Źródło: opracowanie własne.



Rys. 7.25.

Stosunek mocy cieplnej dostarczanej do grzejnika do mocy cieplnej oddawanej przez grzejnik.

Źródło: opracowanie własne.



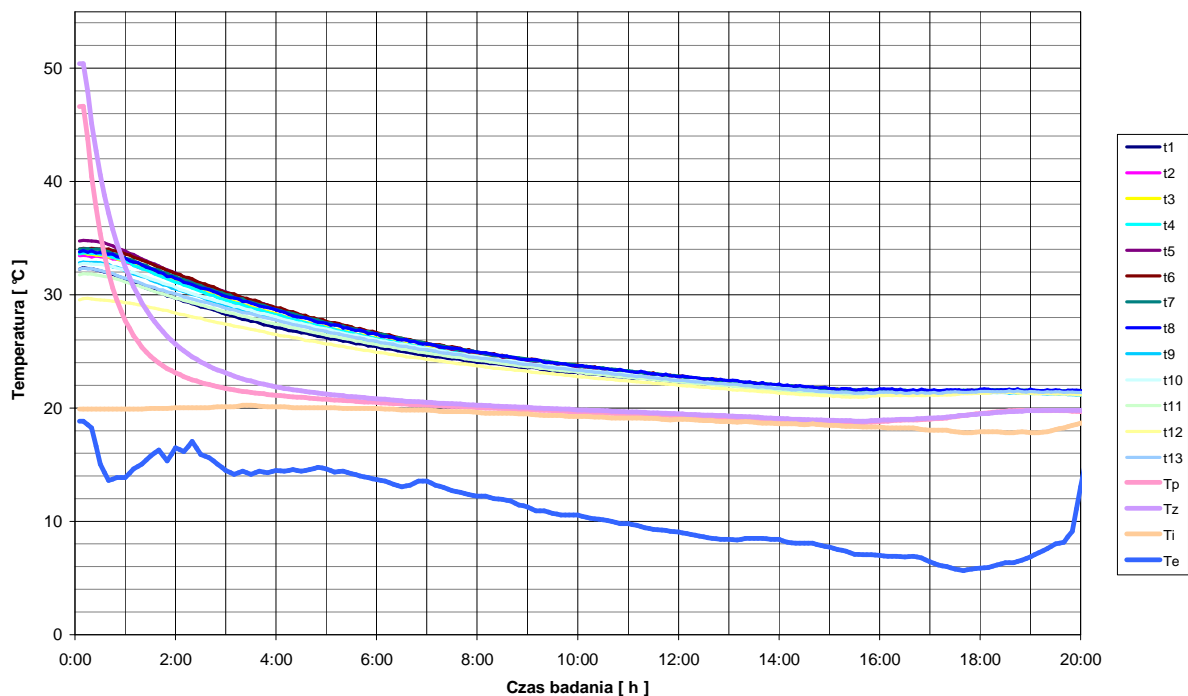
Rys. 7.26.

Zmiana profilu temperatury na powierzchni podłogi w czasie. Źródło: opracowanie własne.

7.2.2. Stygnięcie grzejnika podłogowego

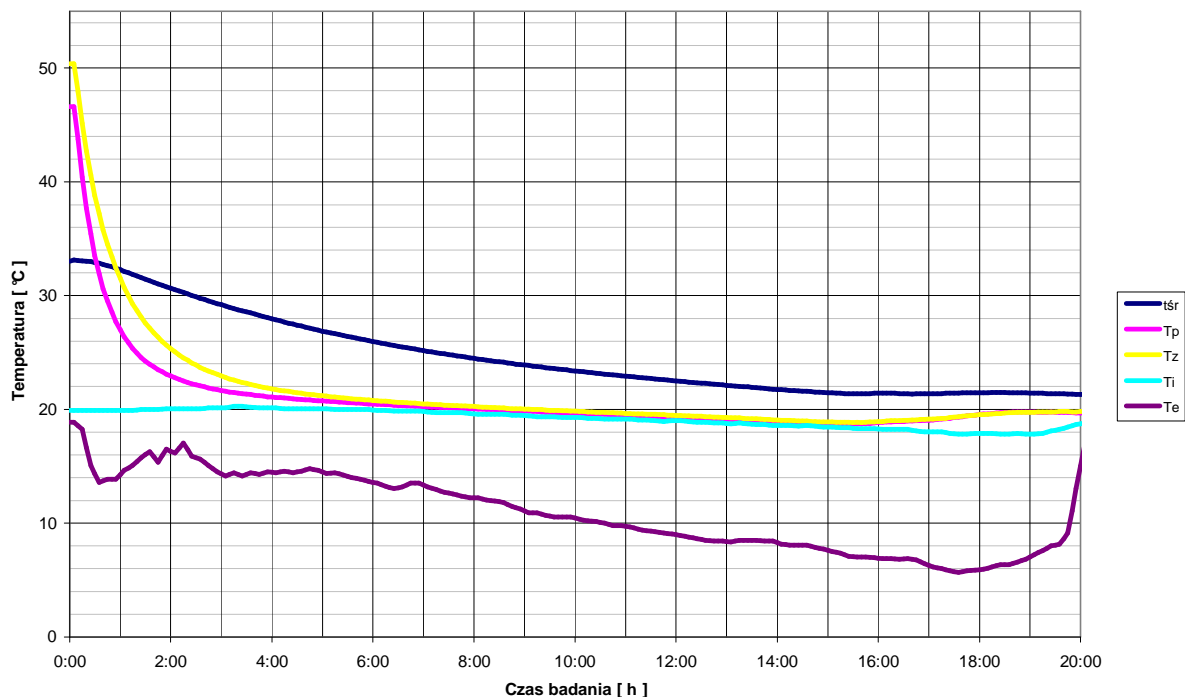
Badanie to polegało na wyłączeniu źródła ciepła (ultratermostatu) oraz zatrzymaniu przepływu wody przez badaną wężownicę. W chwili rozpoczęcia badania układ znajdował się w stanie ustalonej wymiany ciepła (wszystkie wartości rejestrowanych parametrów były ustalone w czasie). Po rozpoczęciu zapisu wyłączano źródło ciepła oraz pompę cyrkulacyjną.

Poniżej przedstawiono wyniki pomiarów dokonanych w dniu 21 kwietnia 2008 roku. Pomiarzy rozpoczęto przy temperaturze zasilania grzejnika wynoszącej $50,4^{\circ}\text{C}$. Temperatura czynnika powracającego z grzejnika ustalona była na poziomie $46,6^{\circ}\text{C}$, a strumień objętości czynnika wynosił $0,045\text{l/s}$. Średnia temperatura powietrza w pomieszczeniu w trakcie badania wynosiła $21,0^{\circ}\text{C}$. W chwili rozpoczęcia pomiarów średnia temperatura na powierzchni grzejnika wynosiła $33,1^{\circ}\text{C}$. Na rysunku 7.27 przedstawiono zapis mierzonych wartości temperatury we wszystkich 13 punktach pomiarowych na powierzchni podłogi, natomiast na rysunku 7.28 znajduje się wykres ilustrujący przebieg średniej wartości temperatury powierzchni podłogi. Na rysunku 7.29 zilustrowano zmiany profilu temperatury powierzchni podłogi w czasie z krokiem czasowym równym 1h. Na wykresie tym widać zmniejszającą się w czasie różnicę pomiędzy wartością temperatury mierzoną za pomocą czujnika nr 12 a średnią temperaturą powierzchni podłogi. Czas niezbędny do osiągnięcia stanu ustalonego wynosił 13 godzin i 35 minut.



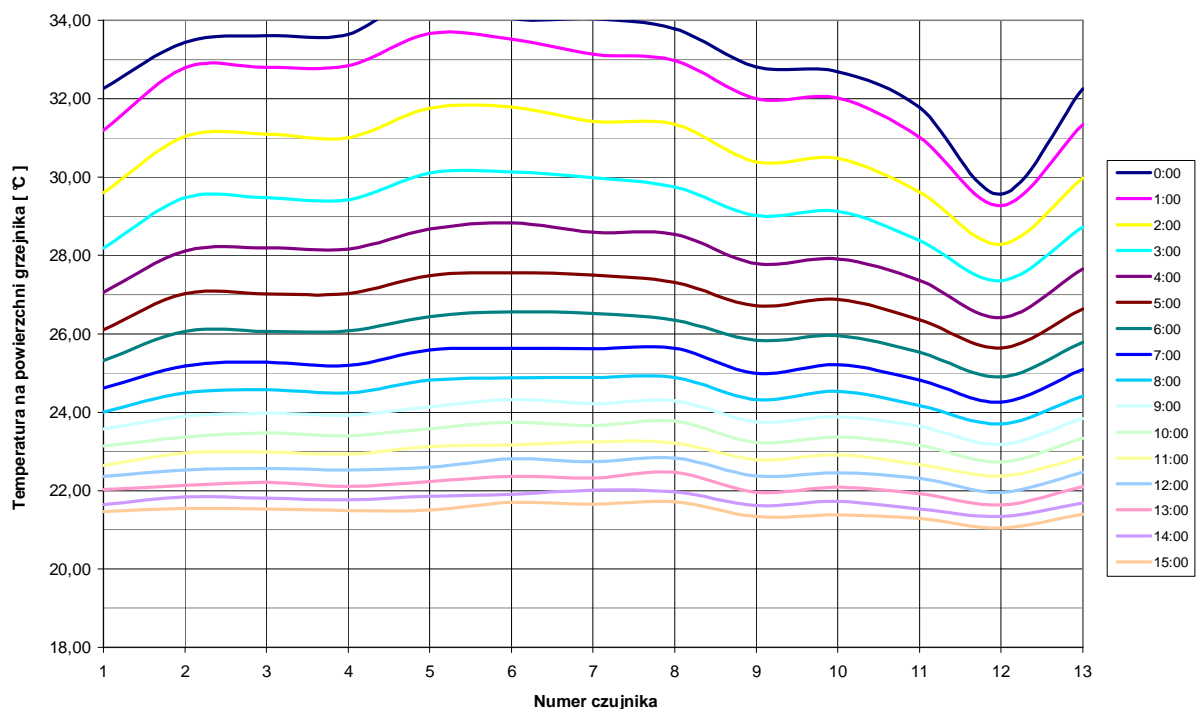
Rys. 7.27.

Stygnięcie grzejnika podłogowego – wykres zbiorczy. Źródło: opracowanie własne.



Rys. 7.28.

Stygnięcie grzejnika podłogowego – uśredniona temperatura powierzchni. Źródło: opracowanie własne.



Rys. 7.29.

Zmiana profilu temperatury na powierzchni podłogi w czasie. Źródło: opracowanie własne.

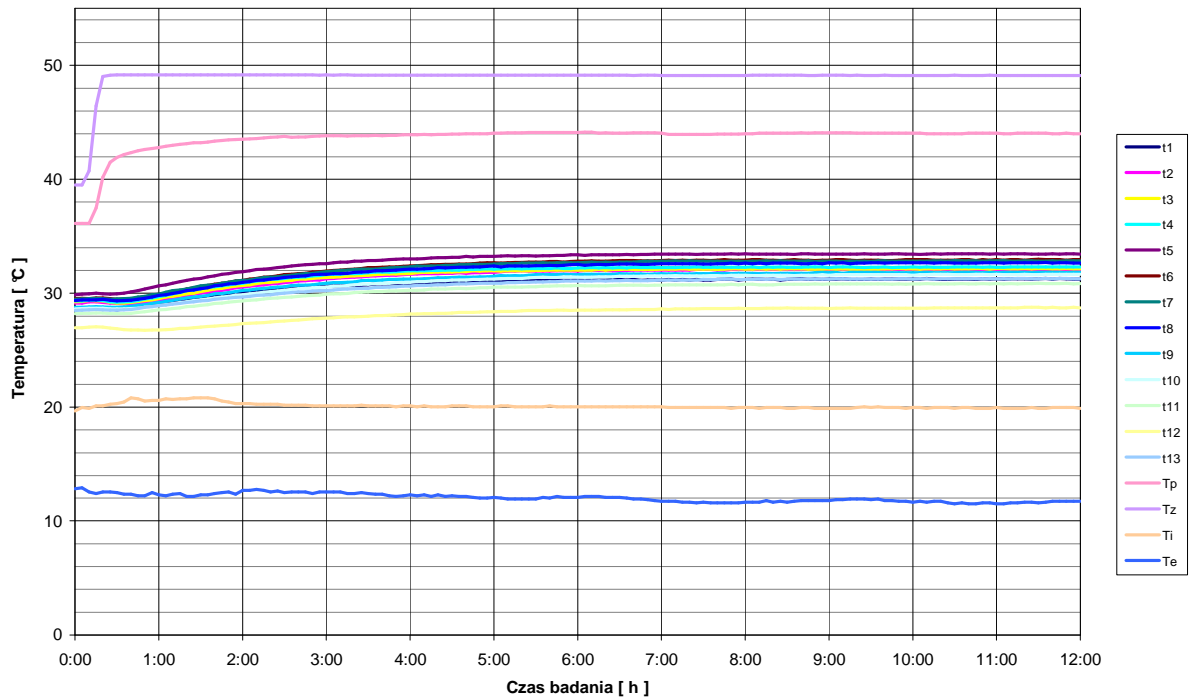
7.2.3. Podniesienie temperatury zasilania grzejnika podłogowego

Kolejnym typowym wymuszeniem cieplnym, jakim poddawany jest grzejnik podłogowy, jest skokowe podniesienie temperatury zasilania czynnika grzejnego. W systemie ogrzewczym jest to sytuacja, w której sterownik regulacji pogodowej rejestruje zwiększone zapotrzebowanie na moc cieplną układu w trakcie pracy instalacji.

Prezentowane badania wykonano w dniu 29 kwietnia 2008 r. Przed wykonaniem badań układ doprowadzono do stanu ustalonego. Temperatura zasilania grzejnika w stanie ustalonym wynosiła 39,5°C, temperatura powrotu czynnika grzejnego ustalona była na poziomie 36,1°C. Średnia temperatura powierzchni grzejnika przed badaniem wynosiła 28,9°C. Po rozpoczęciu procesu rejestracji parametrów grzejnika zwiększono skokowo temperaturę czynnika grzejnego do wartości 49,2°C. W krótkim czasie temperatura wody powracającej z grzejnika ustaliła się na poziomie 44,1°C. W czasie trwania badań temperatura powietrza w pomieszczeniu nie ulegała zmianie i wynosiła 20,0°C. Strumień objętości czynnika grzejnego był stały i równy 0,03 l/s. Po osiągnięciu stanu równowagi średnia temperatura na płaszczyźnie grzejnika wynosiła 31,9°C. Czas niezbędny do osiągnięcia stanu ustalonego wynosił 6 godzin i 10 minut.

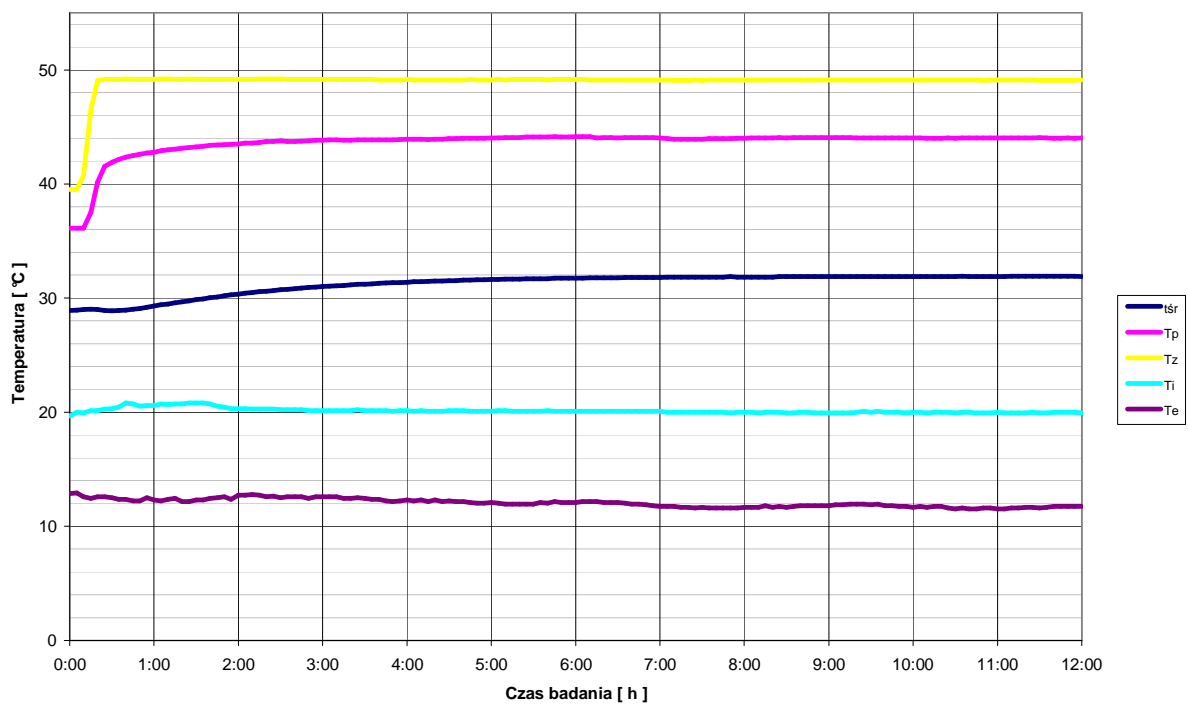
Na rysunku 7.30 przedstawiono przebieg temperatury na powierzchni podłogi we wszystkich 13 punktach pomiarowych. Na rysunku 7.31 znajduje się natomiast przebieg średniej temperatury na powierzchni grzejnika. Rysunek 7.32 ilustruje zmiany w czasie gęstości strumienia ciepła oddawanego przez grzejnik podłogowy do pomieszczenia (granatowa linia) oraz strumienia ciepła dostarczanego do grzejnika wraz z czynnikiem grzejnym (czerwona linia). Obszar na wykresie znajdujący się pomiędzy tymi dwiema liniami odpowiada ilości ciepła zakumulowanej w masywnym grzejniku). Na rysunku 7.33 przedstawiono względną zmianę strumienia ciepła dostarczanego do grzejnika w odniesieniu do strumienia ciepła oddawanego przez grzejnik do pomieszczenia.

Rysunek 7.34 przedstawia zmienność profilu temperatury powierzchni podłogi w czasie z krokiem czasowym równym 1h.



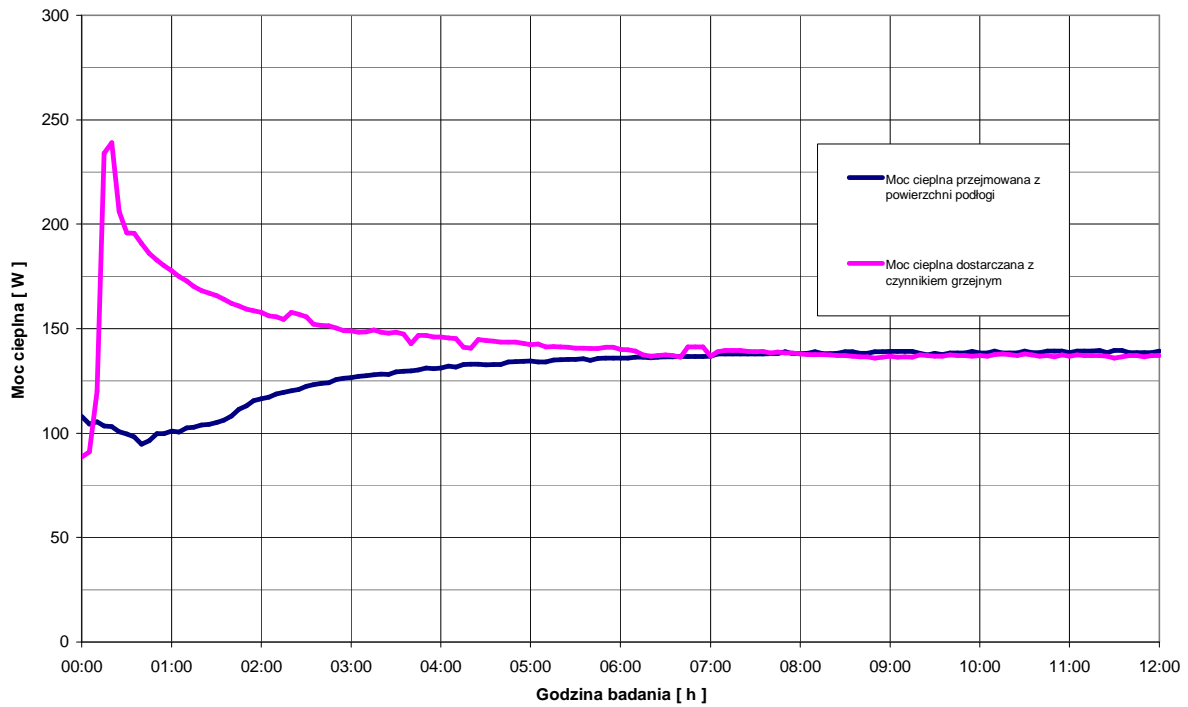
Rys. 7.30.

Rozgrzewanie grzejnika podłogowego – wykres zbiorczy. Źródło: opracowanie własne.



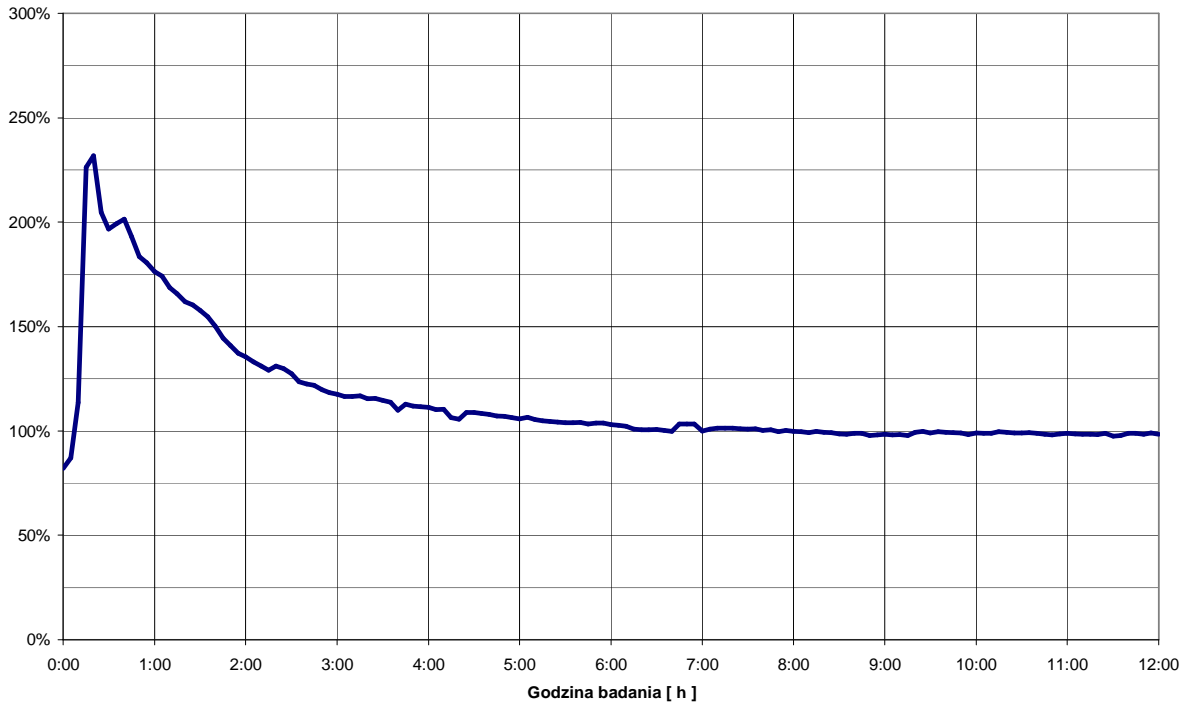
Rys. 7.31.

Rozgrzewanie grzejnika podłogowego – uśredniona temperatura powierzchni. Źródło: opracowanie własne.



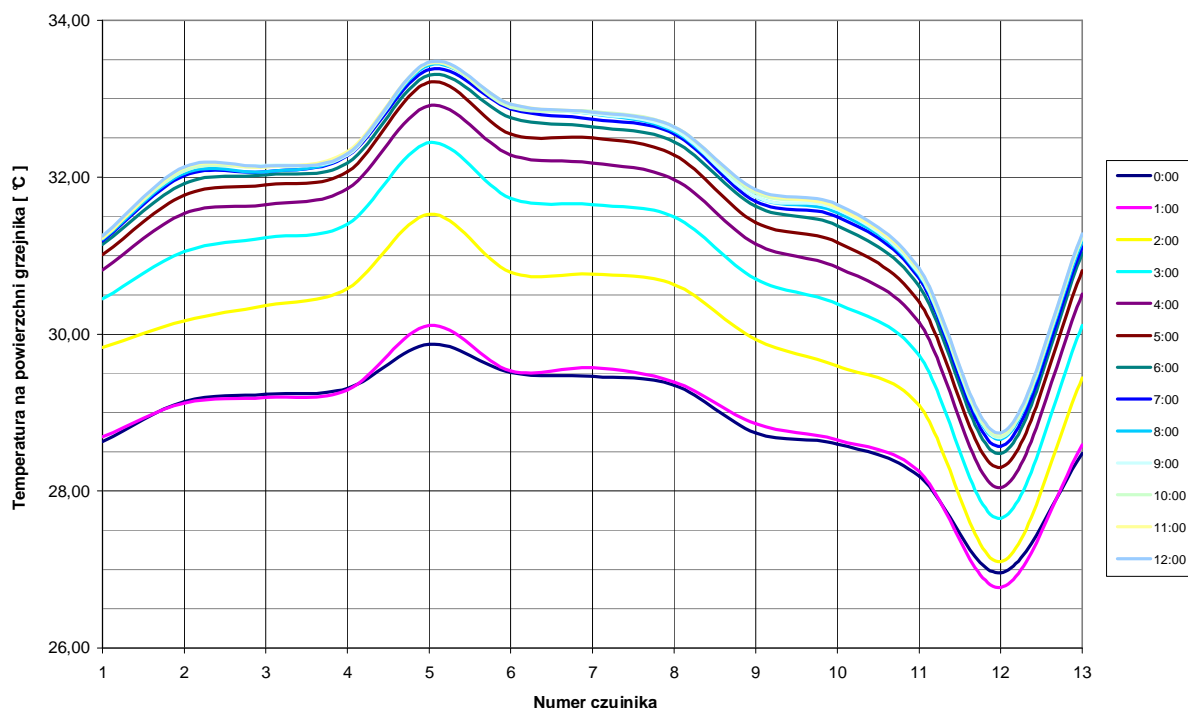
Rys. 7.32.

Moc cieplna oddawana przez grzejnik oraz dostarczana przez czynnik grzejny. Źródło: opracowanie własne.



Rys. 7.33.

Stosunek mocy cieplnej dostarczanej do grzejnika do mocy cieplnej oddawanej przez grzejnik. Źródło: opracowanie własne.



Rys. 7.34.

Zmiana profilu temperatury na powierzchni podłogi w czasie. Źródło: opracowanie własne.

7.2.4. Obniżenie temperatury zasilania grzejnika podłogowego

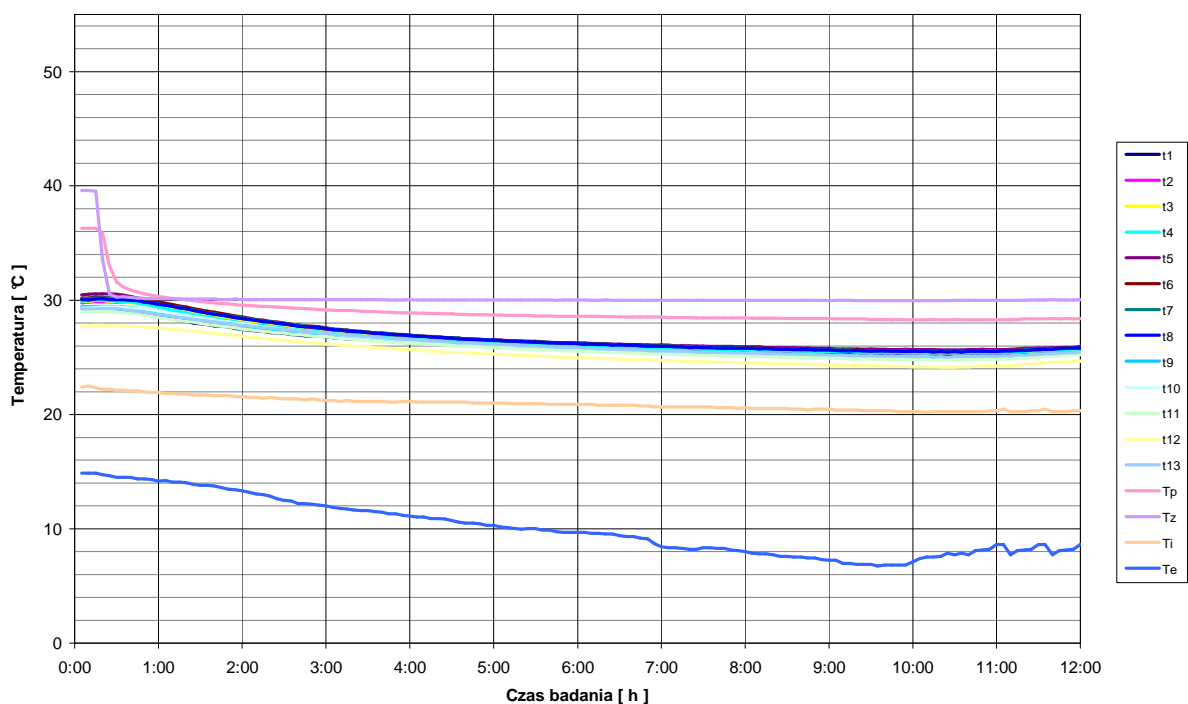
Obniżenie temperatury zasilania grzejnika podłogowego jest wymuszeniem cieplnym odwrotnym do przedstawionego w rozdziale 7.2.3. Polega ono na skokowym obniżeniu temperatury zasilania grzejnika płaszczyznowego w celu zmniejszenia jego wydajności cieplnej. Poniżej przedstawiono wyniki badań wykonanych w dniu 5 maja 2008 r.

Na wstępie układ doprowadzono do stanu równowagi cieplnej. W chwili rozpoczęcia badań temperatura czynnika grzejnego zasilającego grzejnik wynosiła $39,6^{\circ}\text{C}$, a temperatura czynnika grzejnego powracającego z układu $36,3^{\circ}\text{C}$. Przy temperaturze powietrza w pomieszczeniu równej $21,0^{\circ}\text{C}$ (stałej w trakcie przebiegu badań) na powierzchni grzejnika ustalona była średnia temperatura równa $29,7^{\circ}\text{C}$. Po włączeniu układu zbierania danych, zmniejszono skokowo temperaturę czynnika grzejnego zasilającego grzejnik do wartości $30,0^{\circ}\text{C}$. Po krótkim czasie temperatura czynnika powracającego z obiegu ustaliła się na poziomie $28,3^{\circ}\text{C}$. Strumień masy czynnika grzewczego był stały w trakcie całego badania i wynosił $0,025\text{ l/s}$.

Na rysunku 7.35 przedstawiono wyniki pomiaru wartości temperatury podstawowych punktów układu. Na rysunku 7.36 znajduje się natomiast wartość średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego. Rysunek 7.37 ilustruje wartość gęstość strumienia ciepła oddawanego przez grzejnik do otoczenia (granatowa linia) oraz wartość strumienia

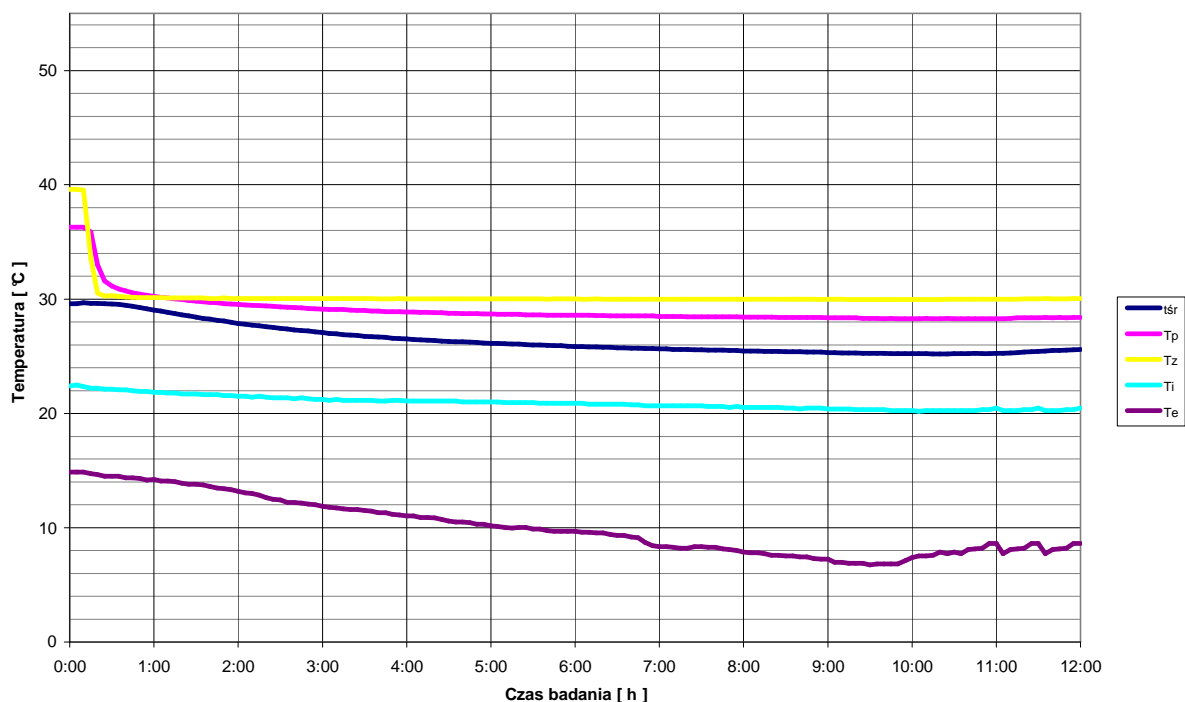
ciepła dostarczanego do grzejnika z czynnikiem grzejnym (linia czerwona). Tak jak w przypadku poprzednich wymuszeń (rys. 7.24 oraz rys. 7.32), przestrzeń pomiędzy obiema krzywymi jest to wartość ciepła zakumulowanego w grzejniku podłogowym. Na rysunku 7.38 zilustrowano stosunek mocy cieplnej dostarczonej do układu z czynnikiem grzejnym do mocy cieplnej oddawanej przez masywny grzejnik do otoczenia.

Na rysunku 7.39 przedstawiono profil temperatury na powierzchni grzejnika, zbudowany w oparciu o wartości temperatury we wszystkich 13 punktach pomiarowych na powierzchni podłogi, z krokiem czasowym równym 1h. Tak jak w przypadku poprzednich pomiarów zauważalne są rozbieżności pomiędzy średnią temperaturą powierzchni podłogi w danej chwili czasowej a niektórymi punktami pomiarowymi. Zauważyć można również zależność, że wraz ze spadkiem wydajności cieplnej płaszczyzny grzejnej rozbieżności te stają się mniejsze. Czas niezbędny do osiągnięcia stanu ustalonego wynosił 8 godzin i 25 minut.



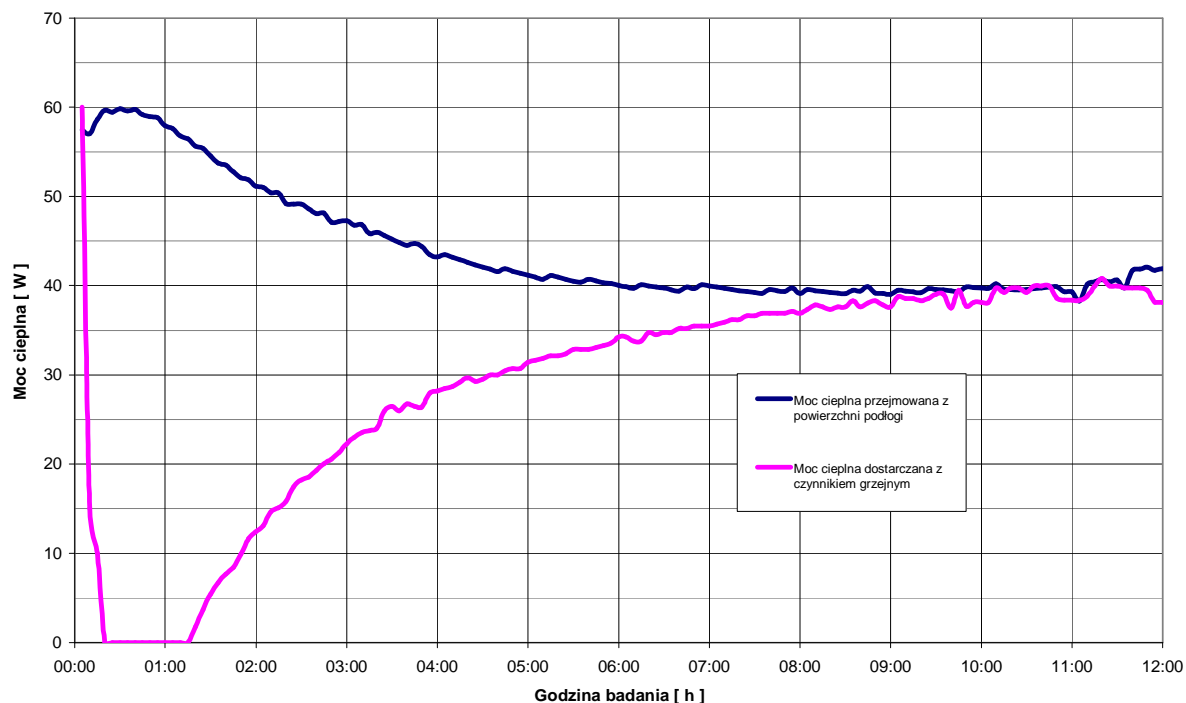
Rys. 7.35.

Stygnięcie grzejnika podłogowego – wykres zbiorczy. Źródło: opracowanie własne.



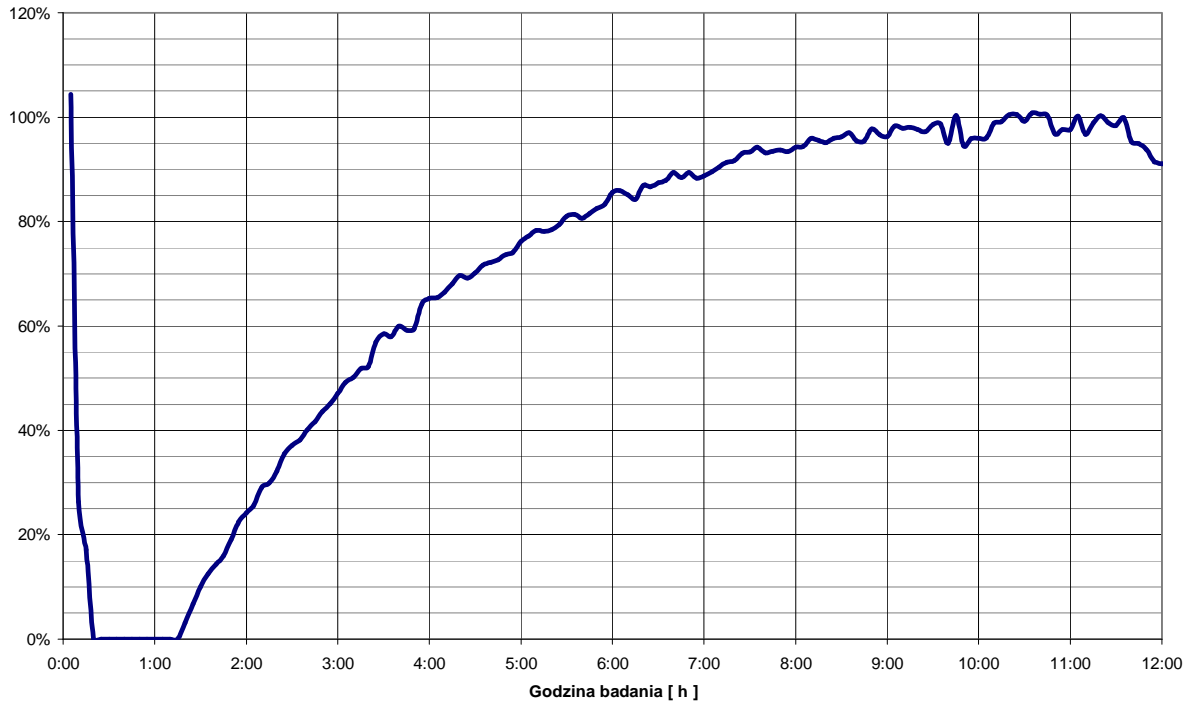
Rys. 7.36.

Stygnięcie grzejnika podłogowego – uśredniona temperatura powierzchni. Źródło: opracowanie własne.



Rys. 7.37.

Moc cieplna oddawana przez grzejnik oraz dostarczana przez czynnik grzeijnym. Źródło: opracowanie własne.

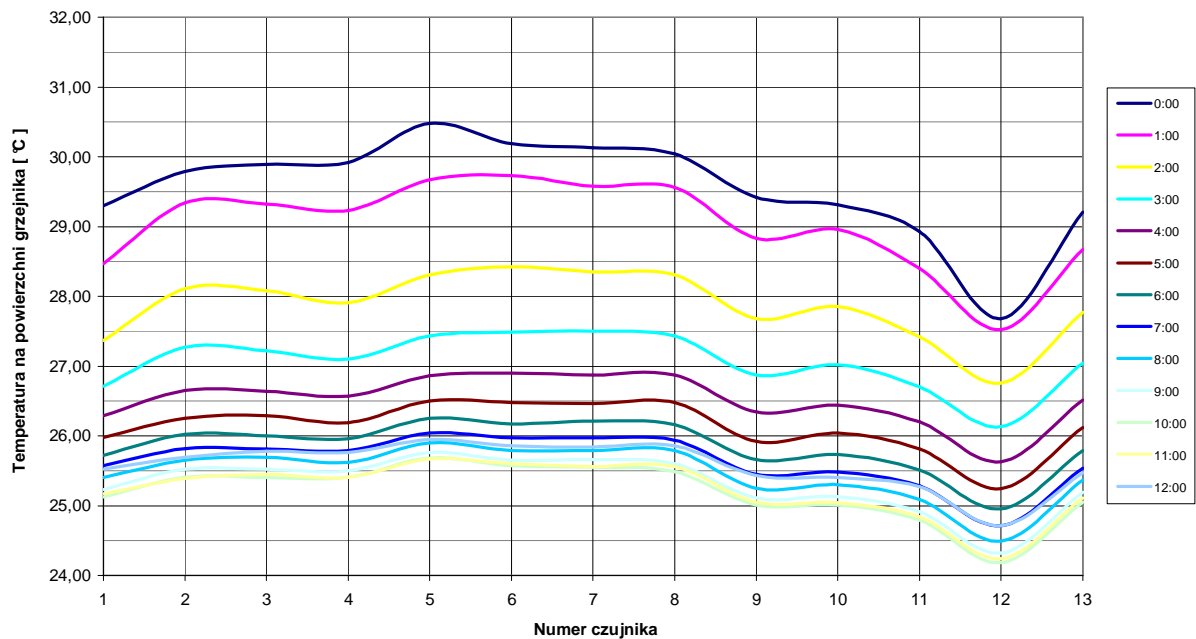


Rys. 7.38.

Stosunek mocy cieplnej dostarczanej do grzejnika do mocy cieplnej oddawanej przez grzejnik.

Źródło: opracowanie własne.

Rozkład temperatury na powierzchni podłogi w poszczególnych chwilach czasowych



Rys. 7.39.

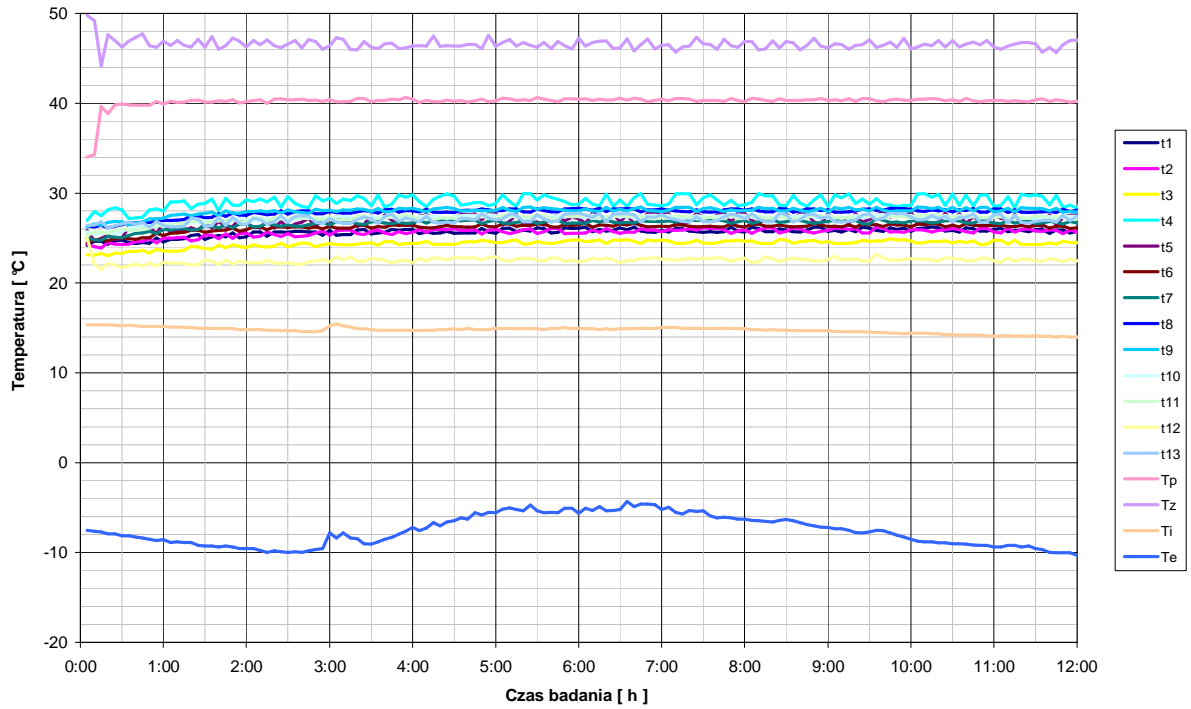
Zmiana profilu temperatury na powierzchni podłogi w czasie. Źródło: opracowanie własne.

7.2.5. Zwiększenie strumienia masy wody grzejnika podłogowego

Najczęściej stosowanym systemem regulacji wydajności grzejnika podłogowego jest system regulacji jakościowej, polegający na modyfikowaniu strumienia objętości czynnika grzejnego, w zależności od zapotrzebowania na ciepło pomieszczenia. Na stanowisku badawczym zasymulowano tego rodzaju wymuszenia cieplne polegające na skokowej zmianie strumienia objętości czynnika przepływającego przez grzejnik.

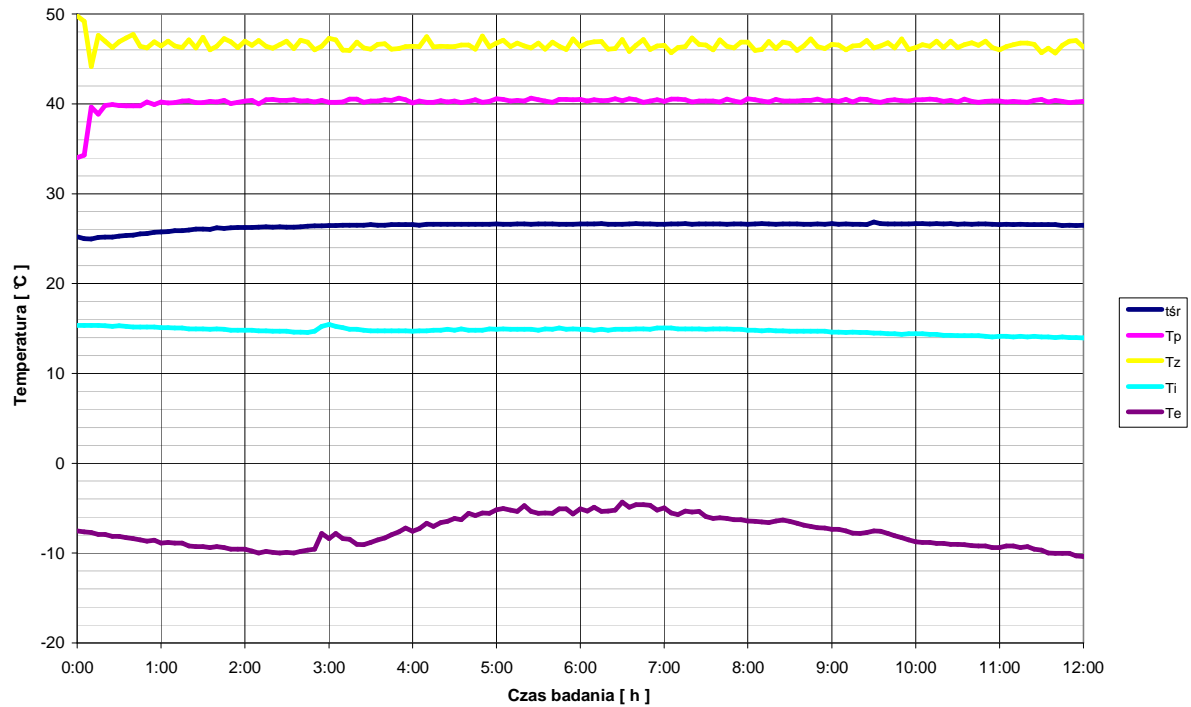
Poniżej zaprezentowano badania grzejnika podłogowego wykonane w dniu 23 lutego 2005 r., polegające na poddaniu grzejnika wymuszeniu cieplnemu w postaci skokowego zwiększenia strumienia objętości czynnika grzejnego. W tym celu doprowadzono badany obiekt do stanu równowagi cieplnej. Temperatura zasilania grzejnika w czasie trwania badań wynosiła $46,6^{\circ}\text{C}$, natomiast temperatura powietrza w pomieszczeniu ogrzewanym za pomocą badanego grzejnika wynosiła $14,6^{\circ}\text{C}$. Temperatura wody powracającej z układu w chwili rozpoczęcia badania była równa $34,0^{\circ}\text{C}$. Temperatura powierzchni grzejnej w początkowym stanie ustalonym wynosiła $24,9^{\circ}\text{C}$. Wartości te były osiągnięte przy strumieniu objętości czynnika grzejnego równym $0,007\text{ l/s}$. Po uruchomieniu układu rejestrującego zmieniono skokowo strumień objętości czynnika do wartości $0,023\text{ l/s}$. W krótkim czasie temperatura wody powracającej z grzejnika wzrosła i wyniosła $40,5^{\circ}\text{C}$. Wymuszenie to spowodowało wzrost średniej temperatury na powierzchni grzejnika do wartości $26,7^{\circ}\text{C}$.

Na rysunku 7.40 przedstawiono przebieg w czasie wszystkich wartości temperatury mierzonych w układzie. Na rysunku 7.41 przedstawiono przebieg średniej wartości temperatury powierzchni płaszczyzny grzejnika. Wykres 7.42 ilustruje zmiany gęstości strumienia ciepła dostarczanego do grzejnika z czynnikiem grzejnym (czerwona linia) oraz oddawanego z powierzchni wymiennika ciepła (linia granatowa). Jak widać na rysunku 7.43, w trakcie stabilizacji parametrów po wymuszeniu stosunek mocy cieplnej dostarczanej do grzejnika do mocy cieplnej oddawanej przez grzejnik osiąga znacznie niższe wartości niż w przypadku regulacji jakościowej. Rysunek 7.44 ilustruje profil temperatury powierzchni podłogi zmieniający się w czasie trwania badań. Czas niezbędny do osiągnięcia stanu ustalonego wynosił 9 godzin i 30 minut.



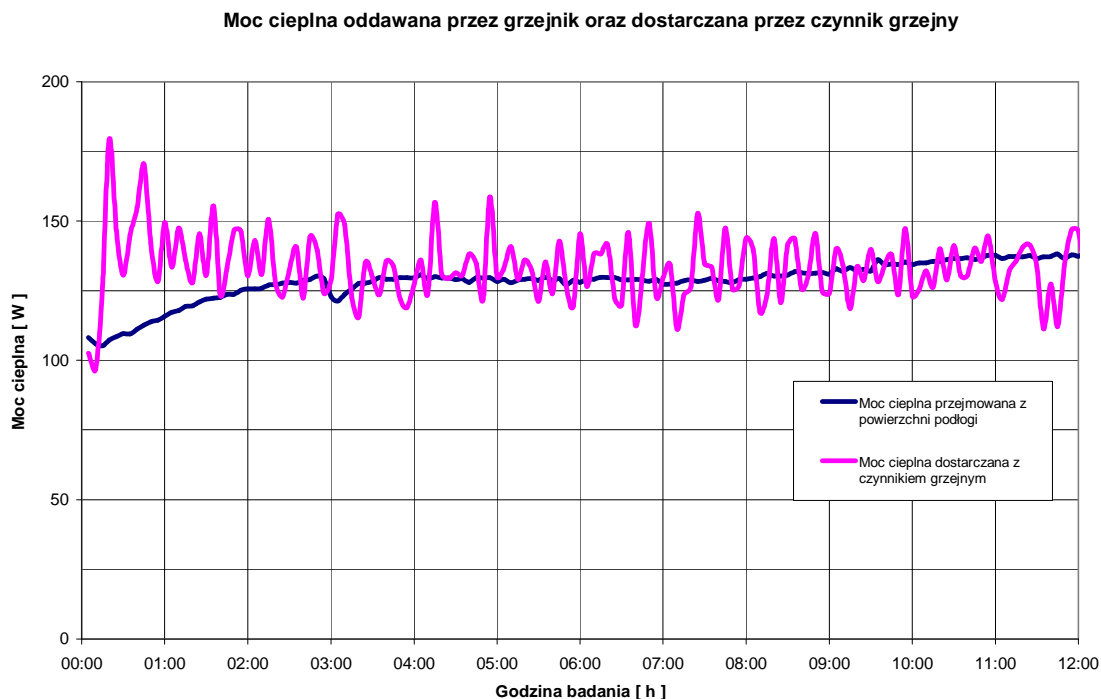
Rys. 7.40.

Proces stabilizacji cieplnej grzejnika podłogowego – wykres zbiorczy. Źródło: opracowanie własne.



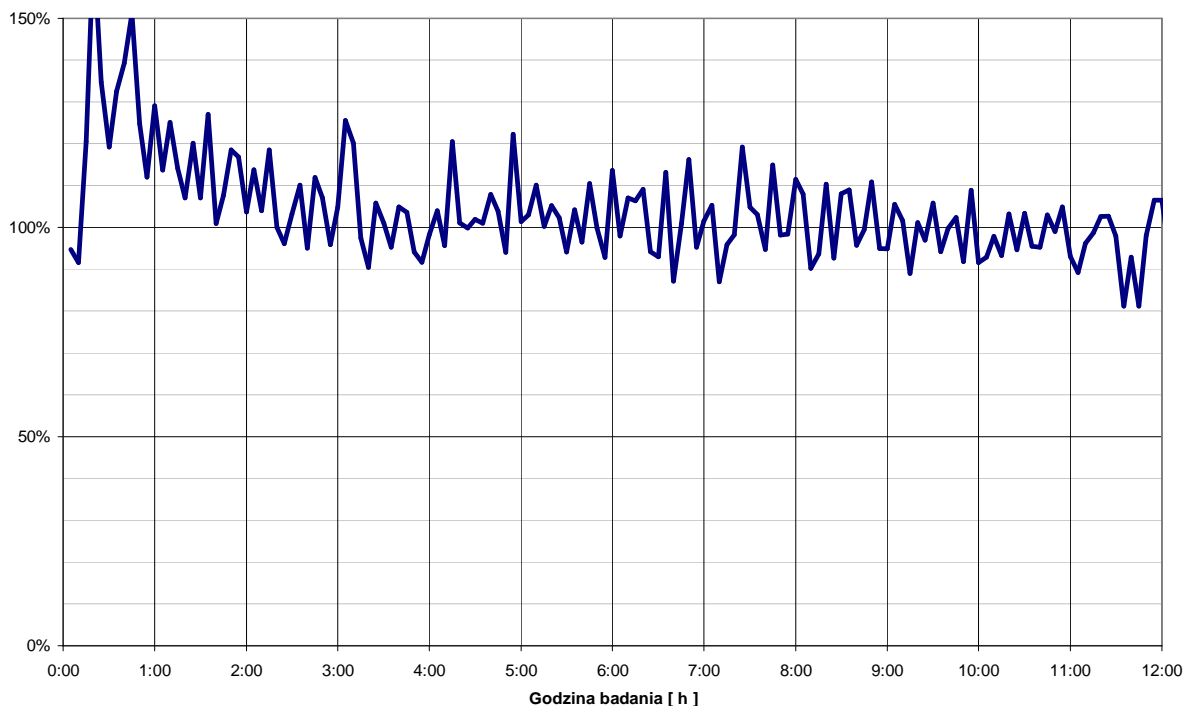
Rys. 7.41.

Proces stabilizacji cieplnej grzejnika podłogowego – uśredniona temperatura powierzchni. Źródło: opracowanie własne.



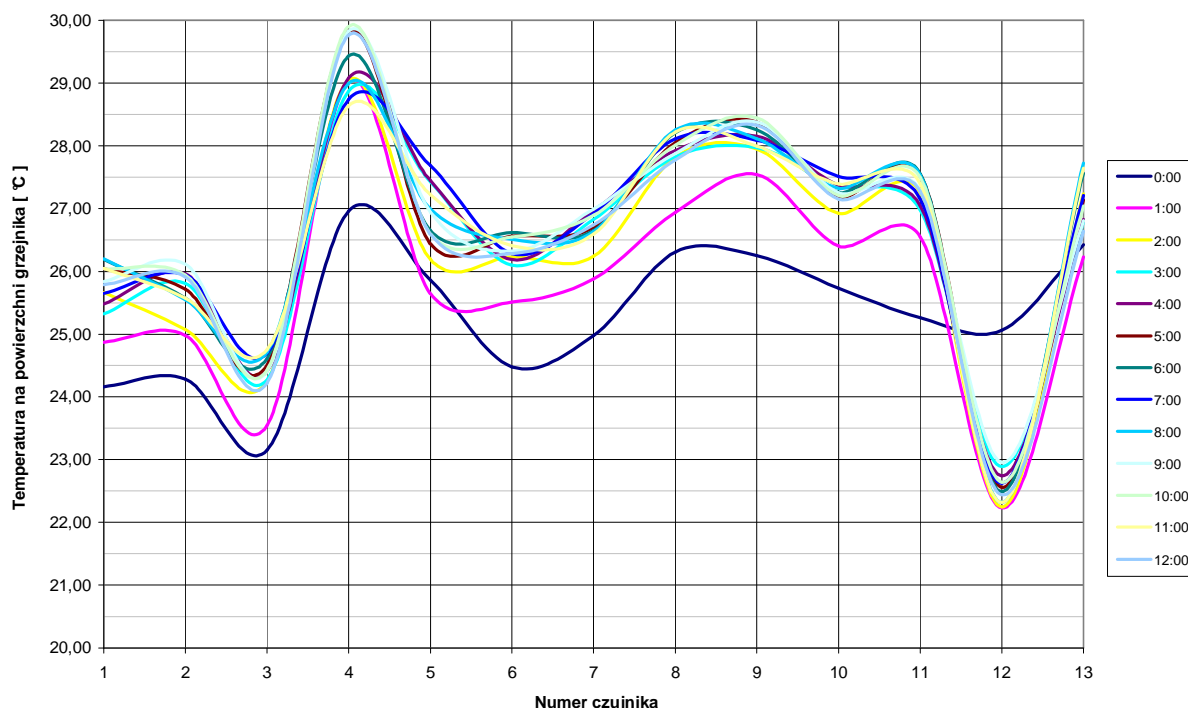
Rys. 7.42.

Moc cieplna oddawana przez grzejnik oraz dostarczana przez czynnik grzejny. Źródło: opracowanie własne.



Rys. 7.43.

Stosunek mocy cieplnej dostarczanej do grzejnika do mocy cieplnej oddawanej przez grzejnik. Źródło: opracowanie własne.



Rys. 7.44.

Zmiana profilu temperatury na powierzchni podłogi w czasie. Źródło: opracowanie własne.

7.2.6. Zmniejszenie strumienia masy wody grzejnika podłogowego

Ostatnim wymuszeniem cieplnym, jakiemu poddano badany grzejnik, było skokowe zmniejszenie strumienia objętości czynnika grzejnego. Poniżej przedstawiono wyniki badań wykonanych w dniu 16 maja 2008 r.

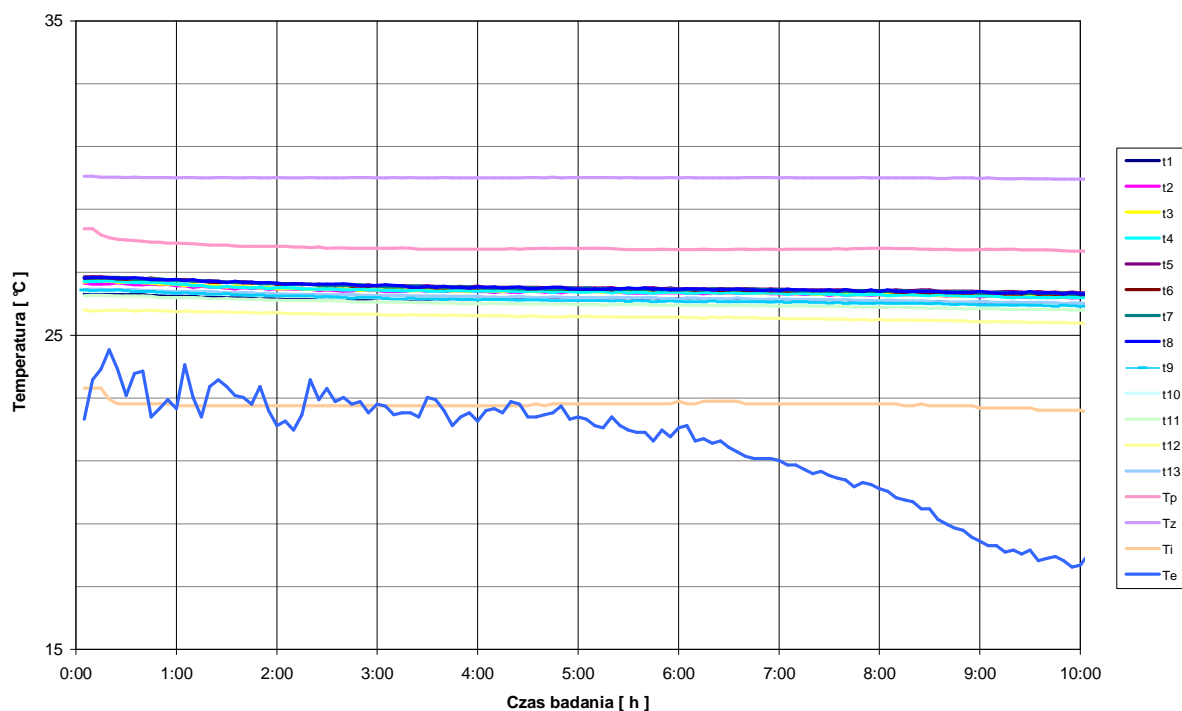
Grzejnik podłogowy pozostający w stanie stabilnej równowagi cieplnej, zasilany czynnikiem o temperaturze $30,1^{\circ}\text{C}$ i strumieniu objętości równym $0,018\text{ l/s}$, poddano wymuszeniu cieplnemu polegającemu na zredukowaniu strumienia objętości wody do wartości $0,011\text{ l/s}$. Temperatura czynnika powracającego do źródła ciepła w chwili początkowej wynosiła $28,4^{\circ}\text{C}$. Przy temperaturze ogrzewanego powietrza w pomieszczeniu równej $22,7^{\circ}\text{C}$ (stałej w czasie całej serii pomiarowej) średnia temperatura na powierzchni podłogi ustaliła się na poziomie $26,6^{\circ}\text{C}$. Po rozpoczęciu badania i zadaniu wymuszenia temperatura wody powrotnej spadła do $27,5^{\circ}\text{C}$. Na powierzchni grzejnika podłogowego osiągnięto temperaturę równą $26,0^{\circ}\text{C}$.

Czas niezbędny do osiągnięcia stanu ustalonego wynosił 11 godzin i 35 minut.

Zbiorcze przebiegi wszystkich wartości temperatury zarejestrowanych w tej serii pomiarowej przedstawiono na rysunku 7.45. Rysunek 7.46 przedstawia uśrednioną wartość temperatury powierzchni grzejnika w czasie badań. Podobnie jak przy wymuszeniu za pomocą zwiększenia strumienia objętości czynnika grzejnego (rysunek 7.42) i w tym

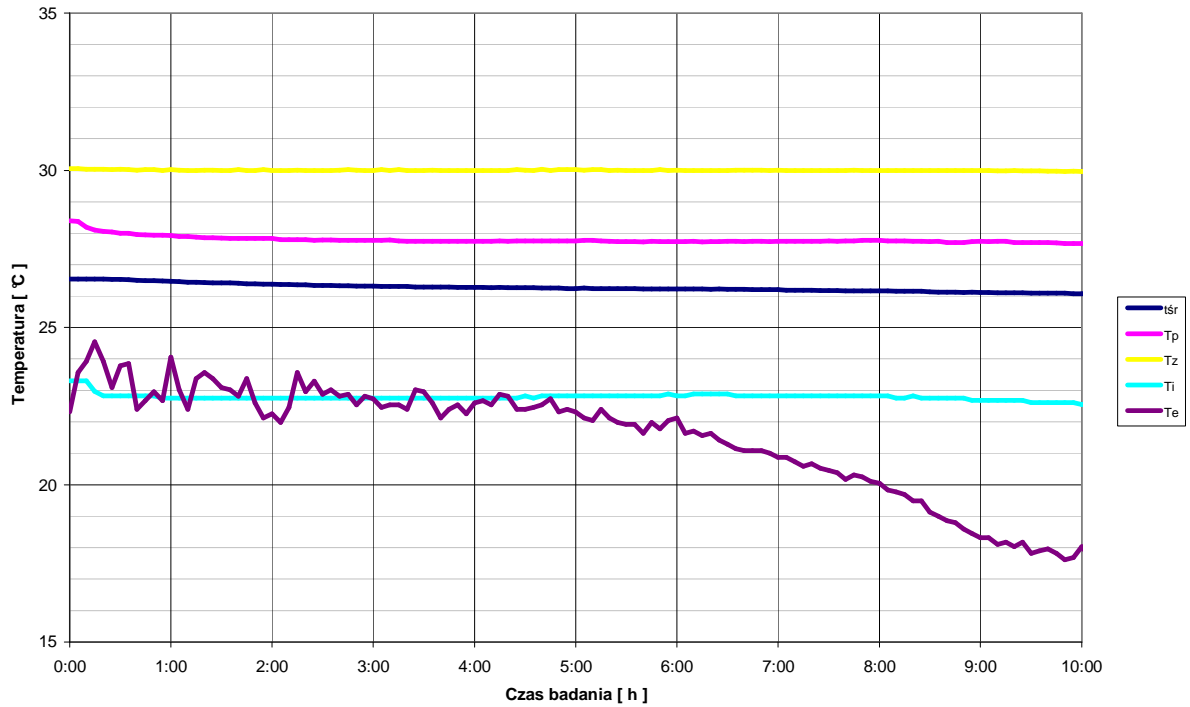
przypadku ilości ciepła oddane z masywu grzejnika nie są duże. Analizując wykres 7.47, stwierdzić należy, że wartości gęstości strumieni ciepła po zadaniu wymuszenia zmieniają się w sposób znacznie mniejszy niż w przypadku wymuszeń stosowanych przy regulacji jakościowej, co zilustrowane zostało również na rysunku 7.48.

Rysunek 7.49 przedstawia zmiany w czasie profilu temperatury powierzchni podłogi. I w tym przypadku, pomimo znaczącego wymuszenia (strumień masy wody został zmniejszony blisko dwukrotnie), profil temperatury nie ulega znaczącym zmianom.



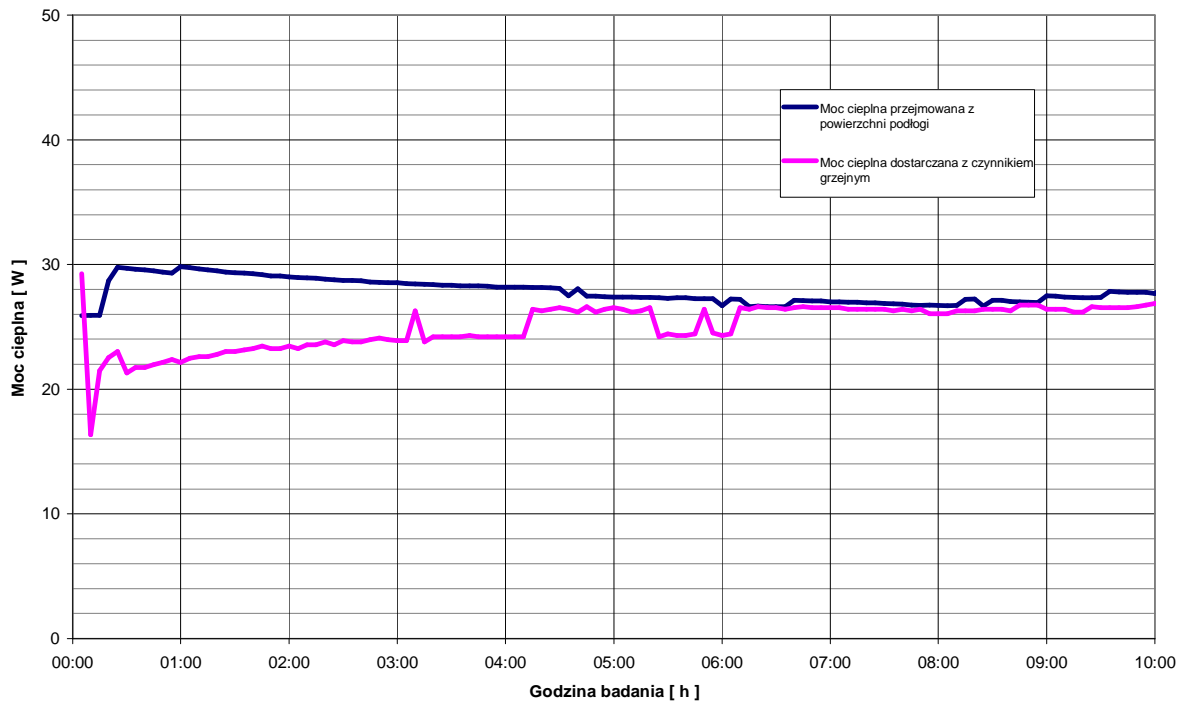
Rys. 7.45.

Zmniejszenie strumienia masy czynnika grzewczego płynącego w grzejniku podłogowym – wykres zbiorczy. Źródło: opracowanie własne.



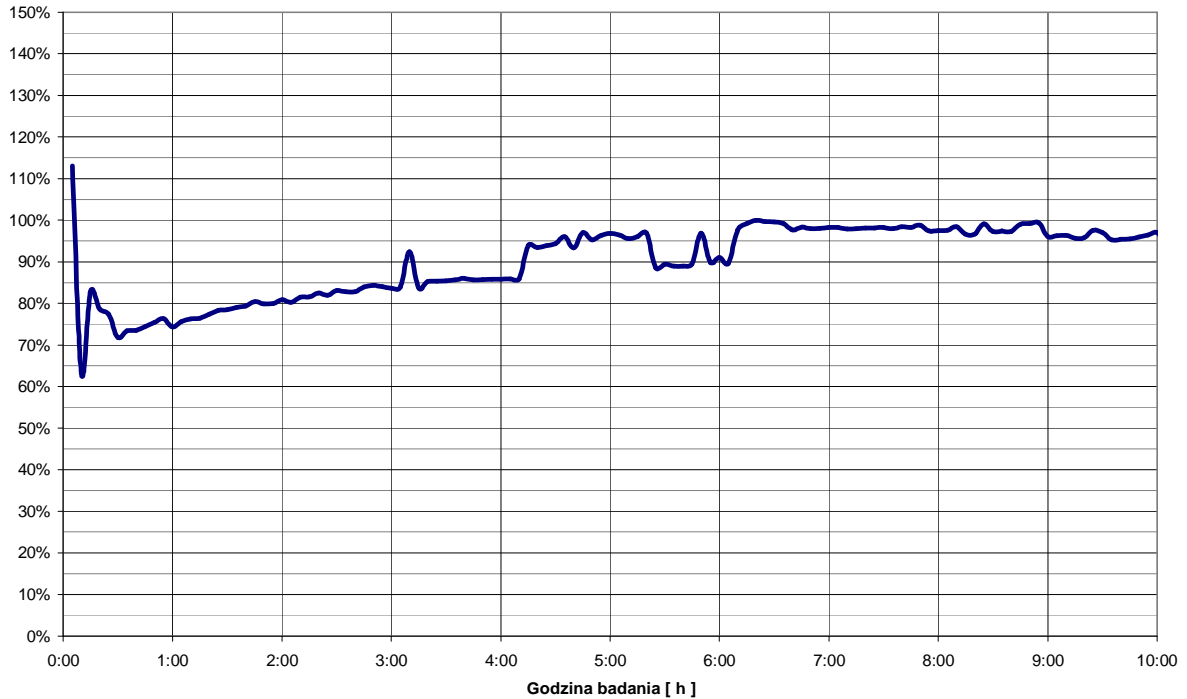
Rys. 7.46.

Wpływ zmniejszenia strumienia masy czynnika ogrzewczego płynącego w grzejniku podłogowym na wartości uśrednionej temperatury powierzchni. Źródło: opracowanie własne.



Rys. 7.47.

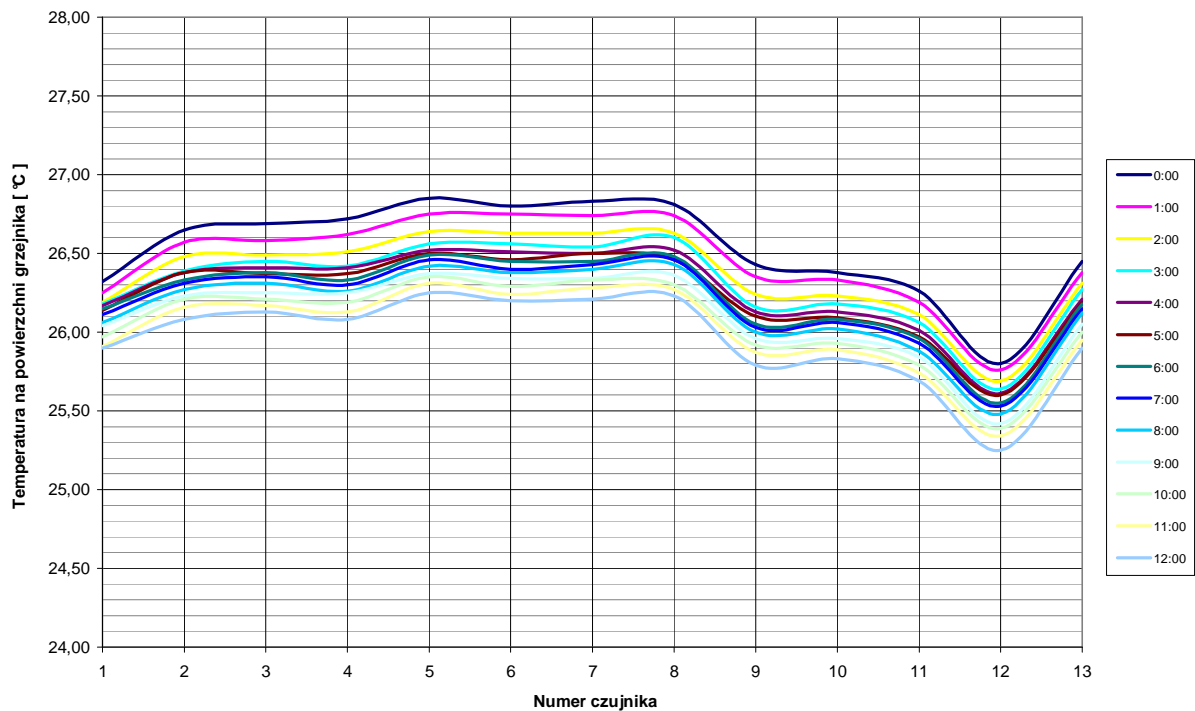
Moc cieplna oddawana przez grzejnik oraz dostarczana przez czynnik grzewczy. Źródło: opracowanie własne.



Rys. 7.48.

Stosunek mocy ciepłej dostarczanej do grzejnika do mocy ciepłej oddawanej przez grzejnik.

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 7.49.

Zmiana profilu temperatury na powierzchni podłogi w czasie. Źródło: opracowanie własne.

7.3. Analiza dokładności pomiarów.

W czasie wykonywania badań eksperymentalnych każda zmierzona wielkość fizyczna jest obciążona pewnym błędem. Aby ocenić wartości pomiarów eksperymentalnych, należy przeprowadzić analizę ich dokładności. W przypadku pomiarów wykonywanych na potrzeby wyznaczenia właściwości dynamicznych grzejnika określano dwie złożone wielkości fizyczne: gęstość strumienia ciepła dostarczanego przez grzejnik podłogowy do pomieszczenia (q_p) oraz gęstość strumienia ciepła dostarczanego do grzejnika podłogowego za pomocą czynnika grzewczego (q_w). Obie te wielkości wyznaczono drogą pośrednią, a więc poprzez bezpośredni pomiar wielkości fizycznych, funkcyjnie zależnych od wymienionych wielkości złożonych.

Przed określeniem średnich kwadratowych błędów bezwzględnych wielkości q_w i q_p należy wcześniej oszacować wartości średnich błędów bezwzględnych wielkości podstawowych.

• Błąd bezwzględny pomiaru temperatury powierzchni grzejnika podłogowego

Do pomiaru temperatury na powierzchni grzejnika podłogowego zastosowano czujniki termooporowe typu Pt500 o klasie dokładności A. Zgodnie z normą PN-EN 60751+A2:1997 dopuszczalna odchyłka opornika platynowego w klasie dokładności A określona jest zależnością:

$$|\Delta t| = 0,15 + 0,002 \cdot |t| \quad [K] \quad (7.1)$$

A zatem w temperaturze $+20^\circ\text{C}$ pomiar temperatury powierzchni grzejnika podłogowego obciążony jest błędem:

$$|\Delta t| = 0,19 \quad [K]$$

W warunkach ustalonych obliczono średni kwadratowy błąd pomiaru temperatury zgodnie z zależnością:

$$|\Delta t| = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (t_i - t_s)^2}{n \cdot (n-1)}} \quad [K] \quad (7.2)$$

gdzie:

t_i – wielkość t uzyskana w kolejnym i -tym pomiarze temperatury, $[^\circ\text{C}]$,

t_s – średnia arytmetyczna wielkości t , $[^\circ\text{C}]$,

n – liczba pomiarów.

Wartości błędów obliczonych zgodnie z powyższą zależnością wynosiły od 0,05 do 0,15K, a zatem mieściły się w błędzie dopuszczalnym określonym dla tej klasy dokładności.

• **Błąd bezwzględny pomiaru temperatury czynnika grzewczego**

Do pomiaru wartości temperatury wody zasilającej grzejnik podłogowy oraz powracającej z grzejnika zastosowano czujniki zanurzeniowe typu Pt500 o klasie dokładności B.

Dopuszczalna odchyłka pomiarowa czujnika zgodnie z normą obliczana jest ze wzoru:

$$|\Delta t| = 0,30 + 0,005 \cdot |t| \quad [K] \quad (7.3)$$

Oznacza to, że pomiar temperatury wody wypływającej i powracającej do źródła ciepła obarczony jest błędem równym:

$$|\Delta t| = 0,55 \quad [K]$$

Za pomocą zależności (7.2) obliczono średni kwadratowy błąd pomiaru osiągając wyniki od 0,05 do 0,4 K. Stwierdzono, że czujniki zanurzeniowe mieściły się w swojej klasie dokładności, a do obliczeń niepewności pomiarowych wielkości złożonych przyjęto największą z obliczonych wartości błędów.

• **Błąd bezwzględny pomiaru strumienia objętości czynnika grzewczego.**

Strumień objętości czynnika grzewczego mierzony był za pomocą wodomierza z licznikiem impulsowym. Maksymalny błąd pomiaru wartości tej wielkości nie przekracza $\pm 1,5\%$. A zatem średni błąd względny wartości strumienia wody wynosi:

$$|\Delta V| = 0,015 \cdot V \quad \left[\frac{l}{h} \right] \quad (7.4)$$

Po oszacowaniu wielkości błędów wartości mierzonych można dokonać oceny dokładności obliczeń wielkości wyznaczanych w sposób pośredni. Pierwszą charakterystyczną wielkością złożoną jest gęstość strumienia ciepła oddawanego przez grzejnik podłogowy do otoczenia. Zależność ta opisana jest wzorem:

$$q_p = 8,92 \cdot (t_s - t_i)^{1,1} \quad \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (7.5)$$

gdzie:

t_s – średnia temperatura powierzchni grzejnika podłogowego, [°C],

t_i – średnia temperatura powietrza omywającego powierzchnię grzejnika podłogowego na wysokości 1m, [°C].

Średni kwadratowy błąd bezwzględny gęstości strumienia ciepła przejmowanego z powierzchni grzejnika podłogowego wynosi zatem:

$$|\Delta q_p| = \sqrt{\left(\frac{\partial q_p}{\partial t_z} |\Delta t_z|\right)^2 + \left(\frac{\partial q_p}{\partial t_p} |\Delta t_p|\right)^2} \quad (7.6)$$

Iloczyn pochodnych cząstkowych funkcji q_p względem poszczególnych wielkości podstawowych oraz średnich błędów bezwzględnych tych wielkości wynosi:

$$\frac{\partial q_p}{\partial t_z} |\Delta t_z| = (8,92 \cdot (t_s - t_i)^{0,1} \cdot 1,1) \cdot |\Delta t_z| \quad (7.7)$$

$$\frac{\partial q_p}{\partial t_i} |\Delta t_i| = (-8,92 \cdot (t_s - t_i)^{0,1} \cdot 1,1) \cdot |\Delta t_i| \quad (7.8)$$

Podstawiając zależności (7.7) i (7.8) do (7.6), otrzymuje się wzór na średni kwadratowy błąd bezwzględny gęstości strumienia ciepła przejmowanego z powierzchni grzejnika w następującej postaci:

$$|\Delta q_p| = \sqrt{\left((8,92 \cdot (t_s - t_i)^{0,1} \cdot 1,1) \cdot |\Delta t_z|\right)^2 + \left((-8,92 \cdot (t_s - t_i)^{0,1} \cdot 1,1) \cdot |\Delta t_i|\right)^2} \quad (7.9)$$

Wartość gęstości strumienia ciepła dostarczanego do grzejnika podłogowego za pomocą czynnika grzejnego obliczono według wzoru:

$$q_w = \frac{V \cdot \rho \cdot c_p \cdot \Delta t}{A} \quad \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (7.10)$$

gdzie:

V – strumień objętości czynnika grzejnego, [dm³/s],

ρ – średnia gęstość czynnika grzejnego, [kg/dm³],

c_p – ciepło właściwe czynnika grzejnego, [J/kg·K],

t_z – temperatura czynnika grzejnego zasilająca grzejnik podłogowy, [°C],

t_p – temperatura czynnika grzejnego powracająca z grzejnika podłogowego, [°C],

A – powierzchnia grzejnika podłogowego, [m²],

Zależność na średni błąd kwadratowy obliczona jest z zależności:

$$|\Delta q_w| = \sqrt{\left(\frac{\partial q_w}{\partial V} |\Delta V|\right)^2 + \left(\frac{\partial q_w}{\partial t_z} |\Delta t_z|\right)^2 + \left(\frac{\partial q_w}{\partial t_p} |\Delta t_p|\right)^2} \quad (7.11)$$

przy czym:

$$\frac{\partial q_w}{\partial V} |\Delta V| = \frac{\rho \cdot c_p \cdot (t_z - t_p)}{A} \cdot |\Delta V| \quad (7.12)$$

$$\frac{\partial q_w}{\partial t_z} |\Delta t_z| = \frac{V \cdot \rho \cdot c_p}{A} \cdot |\Delta t_z| \quad (7.13)$$

$$\frac{\partial q_w}{\partial t_p} |\Delta t_p| = \frac{-V \cdot \rho \cdot c_p}{A} \cdot |\Delta t_p| \quad (7.14)$$

Po podstawieniu zależności (7.12), (7.13) i (7.14) do (7.11) otrzymuje się zależność na średni kwadratowy błąd bezwzględny gęstości strumienia ciepła dostarczanego do grzejnika wraz czynnikiem grzejnym:

$$|\Delta q_w| = \sqrt{\left(\frac{\rho \cdot c_p \cdot (t_z - t_p)}{A} \cdot |\Delta V| \right)^2 + \left(\frac{V \cdot \rho \cdot c_p}{A} \cdot |\Delta t_z| \right)^2 + \left(\frac{-V \cdot \rho \cdot c_p}{A} \cdot |\Delta t_p| \right)^2} \quad (7.15)$$

Po podstawieniu danych pomiarowych obliczono, że niepewność, z jaką określono gęstość strumienia ciepła przejmowanego z powierzchni podłogi wynosi 11,12%. Tak wysoki błąd spowodowany jest dokładnością utrzymywania temperatury powietrza w pomieszczeniu. Dokładność działania termostatu w urządzeniu stabilizującym temperaturę powietrza wynosi $\pm 1\text{K}$. Pomijając dokładność stabilizacji temperatury powietrza i zakładając, że byłaby ona stabilizowana z idealną dokładnością, błąd pomiaru gęstości strumienia ciepła wynosiłby zaledwie 2,33%.

Błąd pomiaru gęstości strumienia ciepła dostarczanego do grzejnika wraz z czynnikiem grzewczym równy jest 8,62%.

8. Badania symulacyjne i analiza wyników badań

W rozdziale tym przedstawiono wyniki otrzymane drogą eksperymentalnych badań, które opisano w rozdziale 7 i porównano je z wynikami teoretycznego modelu dynamicznego zmodyfikowanej metody trapezów, a także poprzez zastosowanie do oceny pracy grzejnika członu inercyjnego II rzędu. Do porównania wyników wykorzystano również program komputerowy opracowany przez Kleina, Beckmana oraz Myersa [49].

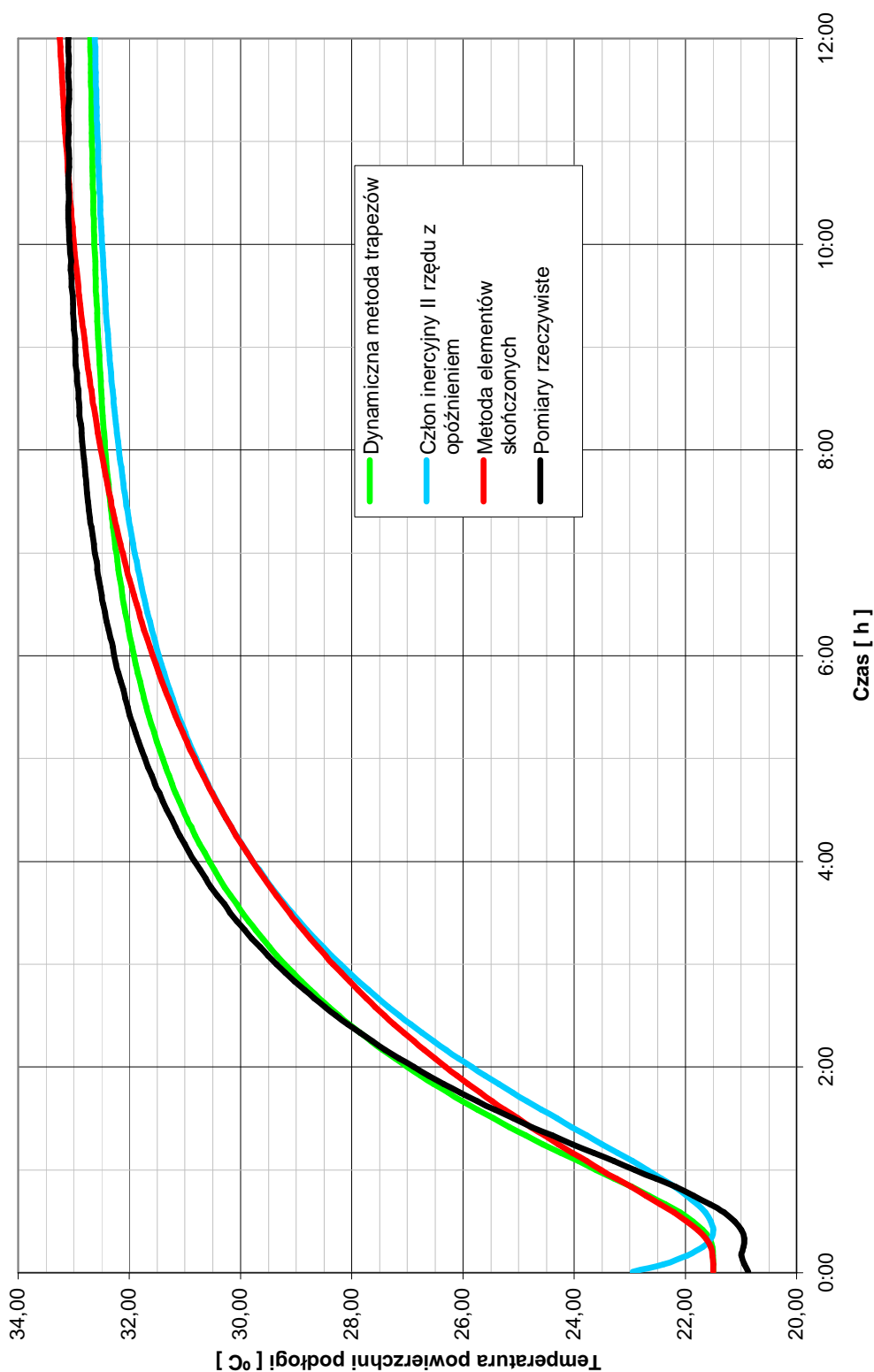
Celem niniejszej rozprawy jest określenie ciepłych właściwości dynamicznych grzejnika podłogowego. Poniżej przedstawiono analizę wyników symulacji (rozdział 6) i porównano je z wynikami badań empirycznych.

W metodach symulacyjnych zaimplementowano model rzeczywistego grzejnika podłogowego, który poddano badaniom omówionym w rozdziale 7. Metody numeryczne pozwalają na znaczącą swobodę w modelowaniu obiektów rzeczywistych, a osiągnięte wyniki obliczeń dają satysfakcjonujące dokładności.

Korzystając ze wszystkich trzech metod predykcji zmiany wydajności cieplnej grzejnika podłogowego, w podrozdziale 8.5 przedstawiono odpowiedź cieplną grzejnika podłogowego na wymuszenie hydrauliczne w postaci skokowej zmiany strumienia masy czynnika zasilającego grzejnik. W podrozdziale 8.6 zaprezentowano wpływ zastosowanego rozstawu przewodów grzejnych na dynamikę układu ogrzewania podłogowego. Podrozdział 8.7 ilustruje wpływ grubości warstwy jastrychu na czas jego rozgrzewania i stygnięcia. Podrozdział 8.8 przedstawia odpowiedź grzejnika podłogowego na skokową zmianę temperatury powietrza wewnętrznego.

8.1. Wymuszenie za pomocą włączenia grzejnika podłogowego

Warunki, w których wykonano badania grzejnika na stanowisku pomiarowym, opisano szczegółowo w rozdziale 7.2.1. Na rysunku 8.1. przedstawiono przebiegi czasowe wartości temperatury powierzchni grzejnika zmierzone na stanowisku badawczym oraz obliczone za pomocą dynamicznej metody trapezów, numerycznej metody elementów skończonych oraz równania charakterystycznego dla członu inercyjnego II rzędu z opóźnieniem. Czas osiągnięcia 10; 62,5; 90 oraz 95 procent różnicy temperatury pomiędzy chwilą czasową τ_0 oraz τ_k . przedstawiono w tabeli 8.1.



Rys. 8.1.

Porównanie przebiegu temperatury powierzchni grzejnika podłogowego obliczone różnymi metodami przy włączeniu grzejnika podłogowego. Źródło: opracowanie własne.

Tab.8.1.

Czas osiągnięcia temperatury powierzchni podłogi 10%, 62,5%, 90% i 95% całkowitej różnicy temperatury przy włączeniu grzejnika podłogowego. Źródło: opracowanie własne.

Zakres temperatury	Dynamiczna metoda trapezów	Człon inercyjny II rzędu z opóźnieniem	Badania eksperymentalne	Metoda elementów skończonych
–	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>h</i>	<i>h</i>
10%	00:44	00:58	00:50	00:45
62,5%	02:38	03:10	02:40	03:30
90%	05:22	06:18	05:15	07:30
95%	06:47	07:59	06:35	09:30

W tabeli 8.2. przedstawiono procentowe różnice osiągnięcia poszczególnych poziomów temperatury (odniesione do pomiarów eksperymentalnych). Różnice te odniesiono do czasu stabilizacji temperatury na stanowisku laboratoryjnym.

Tab. 8.2.

Różnice czasu osiągnięcia poszczególnych poziomów zmiany temperatury podłogi w odniesieniu do pomiarów eksperymentalnych, przy włączeniu grzejnika podłogowego. Źródło: opracowanie własne.

Zakres temperatury	Dynamiczna metoda trapezów	Człon inercyjny II rzędu z opóźnieniem	Metoda elementów skończonych
-	%	%	%
10%	-0,5%	0,7%	0%
62,5%	-0,2%	2,5%	4%
90%	0,6%	5,2%	11%
95%	1,0%	7,0%	15%

W tablicy 8.3. podano podstawowe statystyki zgodności wyników osiągniętych drogą symulacyjną z wynikami pomiarów rzeczywistych dla wymuszenia w postaci włączenia grzejnika podłogowego.

Tab. 8.3.

Zestawienie statystyk zgodności wyników uzyskanych z obliczeń poszczególnymi metodami z wynikami pomiarów eksperymentalnych. Źródło: opracowanie własne.

	Dynamiczna metoda trapezów	Człon inercyjny II rzędu z opóźnieniem	Metoda elementów skończonych
Współczynnik korelacji [-]	0,9998	0,9926	0,9860
Kwadrat współczynnika korelacji [-]	0,9996	0,9852	0,9722
Maksymalne odchylenie dodatnie [K]	0,80	0,34	0,90
Maksymalne odchylenie ujemne [K]	-0,26	-1,15	-0,08

Jak wynika z zestawionych powyżej danych, najwyższe dokładności obliczeń osiągnięto za pomocą dynamicznej metody trapezów. Maksymalne odchylenie wartości temperatury powierzchni podłogi w stosunku do wyników osiągniętych w pomiarach wykonanych na stanowisku doświadczalnym nie przekroczyły wartości 0,8 K. Niewiele większe odchylenie zanotowano przy zastosowaniu metody elementów skończonych. Wyniosła ona 0,9 K. Obliczenia wykonane za pomocą równania charakterystycznego dla członu inercyjnego II rzędu z opóźnieniem obarczone były największym błędem, sięgającym 1,15 K. Różnice wartości temperatury powierzchni podłogi grzejnika w końcowym stanie ustalonym – dla wszystkich zastosowanych metod – nie przekraczały wartości 0,4 K.

Zawarte w tabeli 8.2. wartości odchylenia czasów osiągnięcia poszczególnych poziomów zmiany temperatury, obliczone za pomocą zmodyfikowanej metody trapezów, osiągnęły bardzo dobre wartości nie przekraczające 1%. Równanie charakterystyczne członu inercyjnego II rzędu z opóźnieniem, symulujących to samo wymuszenie, pozwoliło na osiągnięcie poszczególnych poziomów temperatury z dokładnością na poziomie 7%. Największe rozbieżności pomiędzy czasem osiągnięcia stanu ustalonego dla opisanego wymuszenia grzejnika podłogowego osiągnięto przy zastosowaniu metody elementów skończonych.

Porównując wyniki dokładności obliczeń zarówno w warunkach statycznych, jak i dynamicznych należy stwierdzić, że najwyższą dokładność wyników osiągnięto za pomocą autorskiej zmodyfikowanej metody trapezów.

8.2. Wymuszenie za pomocą wyłączenia grzejnika podłogowego

Warunki, w których dokonano pomiarów na stanowisku badawczym, dla wymuszenia w postaci wyłączenia grzejnika podłogowego szczegółowo omówiono w rozdziale 7.2.2. Po zastosowaniu warunków początkowych i brzegowych występujących w czasie badania eksperymentalnego w metodach analitycznych osiągnięto przebiegi temperatury na powierzchni grzejnika przedstawione na rysunku 8.2. W tabelicy 8.4 przedstawiono czasy osiągnięcia stanu ustalonego obliczone za pomocą trzech metod analitycznych.

Tab.8.4.

Czas osiągnięcia temperatury powierzchni podłogi 10%, 62,5%, 90% i 95% całkowitej różnicy temperatury przy wyłączeniu grzejnika podłogowego. Źródło: opracowanie własne.

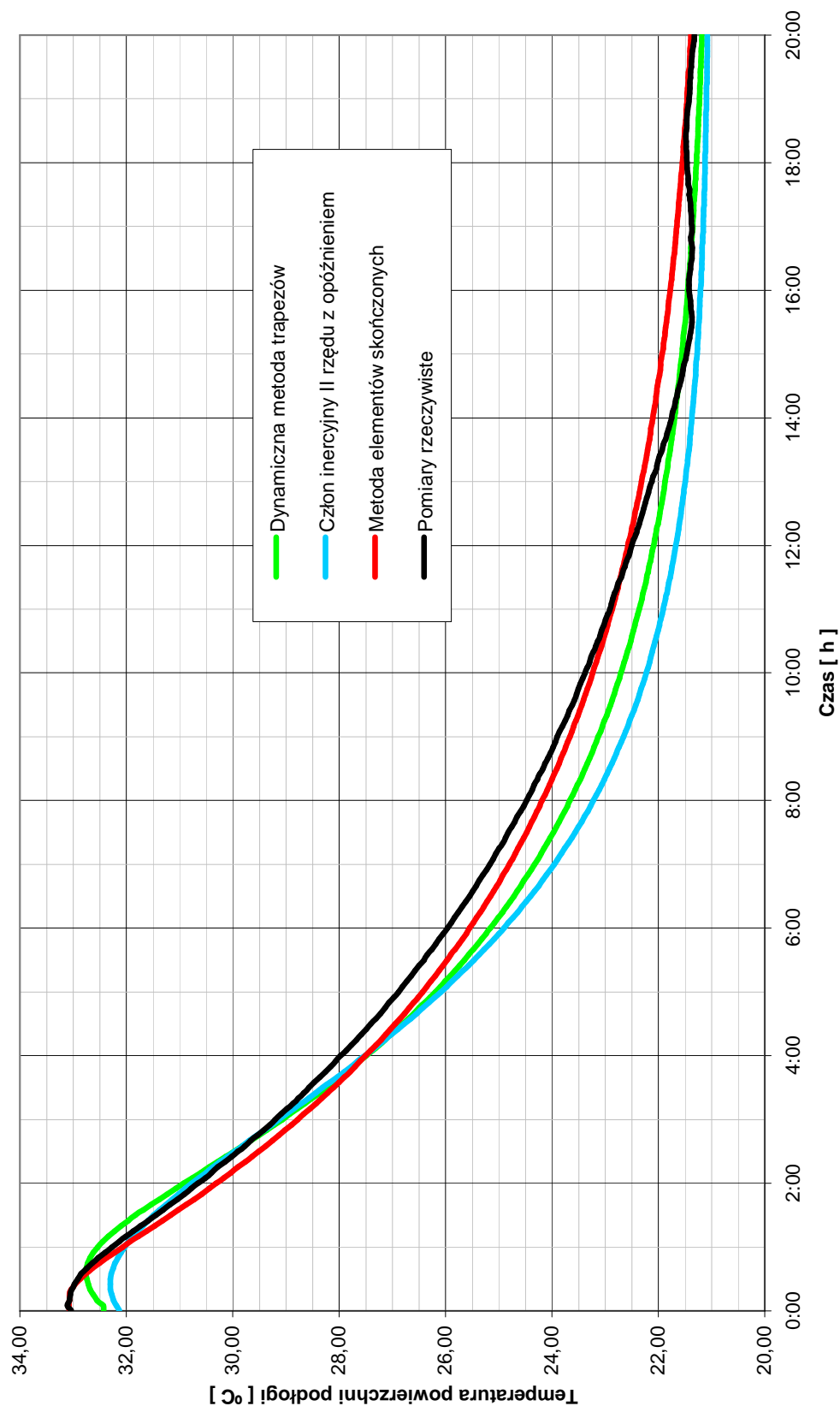
Zakres temperatury	Dynamiczna metoda trapezów	Człon inercyjny II rzędu z opóźnieniem	Badania eksperymentalne	Metoda elementów skończonych
–	h	h	h	h
10%	01:52	01:43	01:15	01:10
62,5%	05:52	05:40	06:20	05:45
90%	11:38	10:07	12:00	12:05
95%	14:30	12:15	13:35	14:45

W tabeli 8.5. przedstawiono procentowe różnice osiągnięcia poszczególnych poziomów temperatury (odniesionych do pomiarów rzeczywistych). Różnice te odniesiono do czasu pomiaru wykonanego na stanowisku badawczym.

Tab. 8.5.

Różnice czasu osiągnięcia poszczególnych poziomów zmiany temperatury podłogi w odniesieniu do pomiarów eksperymentalnych, przy wyłączeniu grzejnika podłogowego. Źródło: opracowanie własne.

Zakres temperatury	Dynamiczna metoda trapezów	Człon inercyjny II rzędu z opóźnieniem	Metoda elementów skończonych
-	%	%	%
10%	3,1%	2,4%	0%
62,5%	-2,3%	-3,3%	-3%
90%	-1,8%	-9,4%	0%
95%	4,6%	-6,6%	6%



Rys. 8.2.

Porównanie przebiegu temperatury powierzchni grzejnika podłogowego obliczone różnymi metodami przy wyłączeniu grzejnika podłogowego. Źródło: opracowanie własne.

W tabelicy 8.6. podano podstawowe statystyki zgodności wyników osiągniętych drogą symulacyjną z wynikami pomiarów eksperymentalnych, dla wymuszenia w układzie wyłączenia grzejnika podłogowego.

Tab. 8.6.

Zestawienie statystyk zgodności wyników uzyskanych z obliczeń poszczególnymi metodami z wynikami pomiarów eksperymentalnych, przy wyłączeniu grzejnika podłogowego. Źródło: opracowanie własne.

	Dynamiczna metoda trapezów	Człon inercyjny II rzędu z opóźnieniem	Metoda elementów skończonych
Współczynnik korelacji [-]	0,9951	0,9931	0,9979
Kwadrat współczynnika korelacji [-]	0,9902	0,9862	0,9957
Maksymalne odchylenie dodatnie [K]	0,39	0,13	0,48
Maksymalne odchylenie ujemne [K]	-0,33	-0,60	-0,07

W przypadku wymuszenia cieplnego w postaci wyłączenia grzejnika podłogowego najmniejsze odchylenia wartości temperatury powierzchni podłogi pomiędzy wynikami obliczonymi metodami analitycznymi a zmierzonymi na stanowisku pomiarowym osiągnięto dla metody trapezów w ujęciu dynamicznym. Błąd bezwzględny odchylenia nie przekraczał 0,4 K. W przypadku dwóch pozostałych metod osiągnięte wyniki charakteryzowały się równie dobrą zbieżnością i rozbieżności te nie przekraczają: dla metody elementów skończonych 0,5 K, natomiast dla równania charakterystycznego członu inercyjnego II rzędu z opóźnieniem 0,6 K. We wszystkich metodach wartości temperatury powierzchni podłogi grzejnika, osiągnięte w stanie ustalonym, nie różniły się więcej niż 0,25 K.

Właściwości dynamiczne, przy wymuszeniu za pomocą wyłączenia grzejnika podłogowego, najdokładniej opisuje metoda trapezów w ujęciu dynamicznym. Rozbieżności w czasie osiągania poszczególnych poziomów temperaturowych nie przekraczały 5%. Metoda elementów skończonych, zaimplementowana w programie FECHT, oraz równanie charakterystyczne członu inercyjnego II rzędu z opóźnieniem także charakteryzuje się podobną dokładnością i błąd w uzyskanych wynikach nie przekraczał 5%.

Uwzględniając zarówno parametry statyczne, jak i dynamiczne grzejnika należy stwierdzić, że najlepszą zbieżność wyników uzyskuje się za pomocą zmodyfikowanej metody trapezów.

8.3. Wymuszenie za pomocą podniesienia temperatury zasilania grzejnika podłogowego

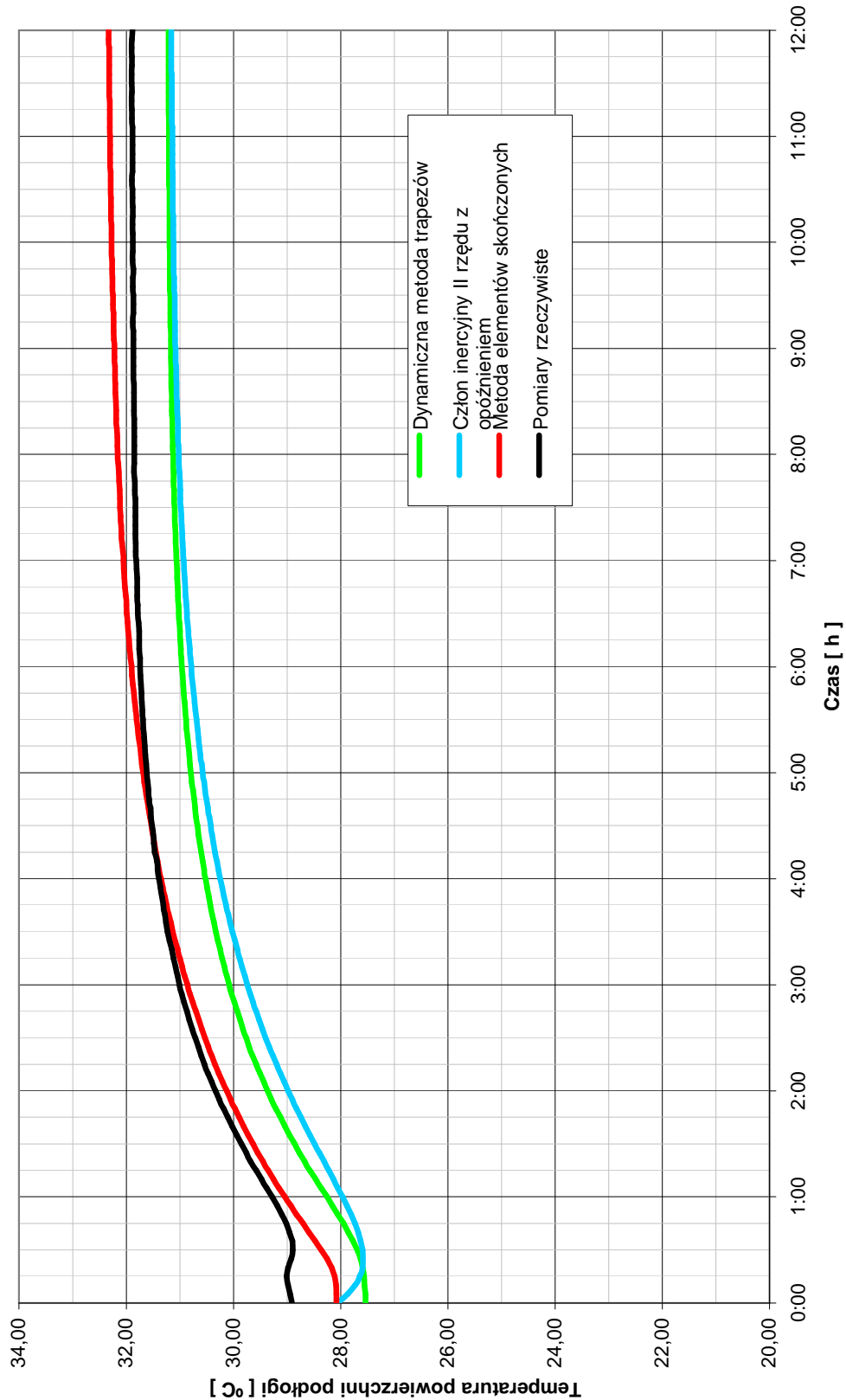
W rozdziale 7.2.3 przedstawiono wyniki badań grzejnika podłogowego przy wymuszeniu w postaci skokowego podniesienia temperatury czynnika grzejnego. Warunki początkowe i brzegowe przy tym badaniu grzejnika zadano w teoretycznych modelach symulacyjnych. Wyniki obliczeń osiągnięte w czasie symulacji zaprezentowano na rysunku 8.3, natomiast w tabelicy 8.7. przedstawiono czas, w którym układ osiąga 10%, 62,5%, 90% i 95% zakresu odpowiedzi.

Tab.8.7.

Czas osiągnięcia temperatury powierzchni podłogi 10%, 62,5%, 90% i 95% całkowitej różnicy temperatury, przy skokowym podniesieniu temperatury czynnika grzejnego grzejnika podłogowego. Źródło: opracowanie własne.

Zakres temperatury	Dynamiczna metoda trapezów	Człon inercyjny II rzędu z opóźnieniem	Badania eksperymentalne	Metoda elementów skończonych
–	h	h	h	h
10%	00:44	00:58	01:00	00:40
62,5%	02:37	03:11	02:40	02:55
90%	05:17	06:23	05:00	06:15
95%	06:38	08:10	06:10	08:00

W tabeli 8.8. przedstawiono procentowe różnice osiągnięcia poszczególnych poziomów temperatury (odniesione do pomiarów eksperymentalnych). Różnice te odniesiono do czasu pomiarów wykonanych na stanowisku badawczym.



Rys. 8.3.

Porównanie przebiegu temperatury powierzchni grzejnika podłogowego obliczone różnymi metodami przy podniesieniu temperatury zasilania. Źródło: opracowanie własne.

Tab. 8.8.

Różnice czasu osiągnięcia poszczególnych poziomów zmiany temperatury podłogi w odniesieniu do pomiarów eksperymentalnych, przy skokowym podniesieniu temperatury czynnika grzejnego grzejnika podłogowego. Źródło: opracowanie własne.

Zakres temperatury	Dynamiczna metoda trapezów	Człon inercyjny II rzędu z opóźnieniem	Metoda elementów skończonych
-	%	%	%
10%	-2,2%	-0,2%	2,8%
62,5%	-0,3%	4,3%	-2,1%
90%	2,4%	11,5%	-10,4%
95%	4,0%	14,7%	-14,3%

W tablicy 8.9. podano podstawowe statystyki zgodności wyników osiągniętych drogą symulacyjną z wynikami pomiarów eksperymentalnych dla wymuszenia w postaci skokowego podniesienia temperatury zasilania grzejnika podłogowego.

Tab. 8.9.

Zestawienie statystyk zgodności wyników uzyskanych z obliczeń poszczególnymi metodami z wynikami pomiarów eksperymentalnych, przy skokowym podniesieniu temperatury czynnika grzejnego grzejnika podłogowego. Źródło: opracowanie własne.

	Dynamiczna metoda trapezów	Człon inercyjny II rzędu z opóźnieniem	Metoda elementów skończonych
Współczynnik korelacji [-]	0,9983	0,9922	0,9940
Kwadrat współczynnika korelacji [-]	0,9967	0,9844	0,9880
Maksymalne odchylenie dodatnie [K]	-0,67	-0,73	0,44
Maksymalne odchylenie ujemne [K]	-0,83	-1,00	0,09

W przypadku wymuszenia cieplnego za pomocą skokowego zwiększenia temperatury czynnika zasilającego grzejnik podłogowy najmniejsze rozbieżności wartości temperatury powierzchni podłogi, nieprzekraczające 0,5 K, osiągnięto za pomocą metody elementów skończonych. Nieco gorsze wyniki uzyskano za pomocą zmodyfikowanej metody trapezów.

Różnice w tym przypadku nie przekraczały 0,85 K. Najmniejszą dokładność wyników osiągnięto za pomocą równania charakterystycznego dla członu inercyjnego II rzędu z opóźnieniem. Jednak i w tym przypadku różnice w osiąganych wartościach nie przekraczały wartości 1,0 K.

Badane właściwości dynamiczne, określone za pomocą względnych różnic osiągnięcia poszczególnych poziomów temperatury, z najwyższą dokładnością osiągane były za pomocą zmodyfikowanej metody trapezów. Z porównania z wynikami badań eksperymentalnych osiągnięte różnice nie przekraczały 4%. Pozostałe dwie metody pozwoliły na uzyskanie wyników odbiegających nie więcej niż 15%.

Jak wynika z powyższego podsumowania, biorąc pod uwagę zarówno własności statyczne, jak i dynamiczne układu, najlepsze wyniki obliczeń osiągnięte zostały również za pomocą metody trapezów, zmodyfikowanej dla warunków dynamicznych.

8.4. Wymuszenie za pomocą obniżenia temperatury zasilania grzejnika podłogowego

Wyniki badań dla przypadku wymuszenia za pomocą skokowego obniżenia temperatury zasilania czynnika grzejnego przedstawione zostały w podrozdziale 7.2.4. Wykonano obliczenia za pomocą metod symulacyjnych, których wyniki zaprezentowano na rysunku 8.4. W tabeli 8.10 przedstawiono czas, w którym obliczone charakterystyki osiągały 10%, 62,5%, 90% i 95% wartości odpowiedzi grzejnika podłogowego zmierzonego w czasie badań. Jako warunki początkowe i brzegowe użyte zostały wartości zarejestrowane w trakcie badania empirycznego.

Tab.8.10.

Czas osiągania temperatury powierzchni podłogi 10%, 62,5%, 90% i 95% całkowitej różnicy temperatury, przy skokowym obniżeniu temperatury czynnika grzejnego grzejnika podłogowego. Źródło: opracowanie własne.

Zakres temperatury	Dynamiczna metoda trapezów	Człon inercyjny II rzędu z opóźnieniem	Badania eksperymentalne	Metoda elementów skończonych
–	h	h	h	h
10%	01:11	00:56	00:55	00:40
62,5%	03:42	02:50	03:20	02:55
90%	07:15	05:29	07:05	06:15
95%	09:05	06:52	08:25	08:00

W tabeli 8.11. przedstawiono procentowe różnice osiągnięcia poszczególnych poziomów temperatury (odniesione do pomiarów rzeczywistych). Różnice te odniesiono do czasu pomiaru.

Tab. 8.11.

Różnice czasu osiągania poszczególnych poziomów zmiany temperatury podłogi w odniesieniu do pomiarów rzeczywistych, przy skokowym obniżeniu temperatury czynnika grzejnego grzejnika podłogowego. Źródło: opracowanie własne.

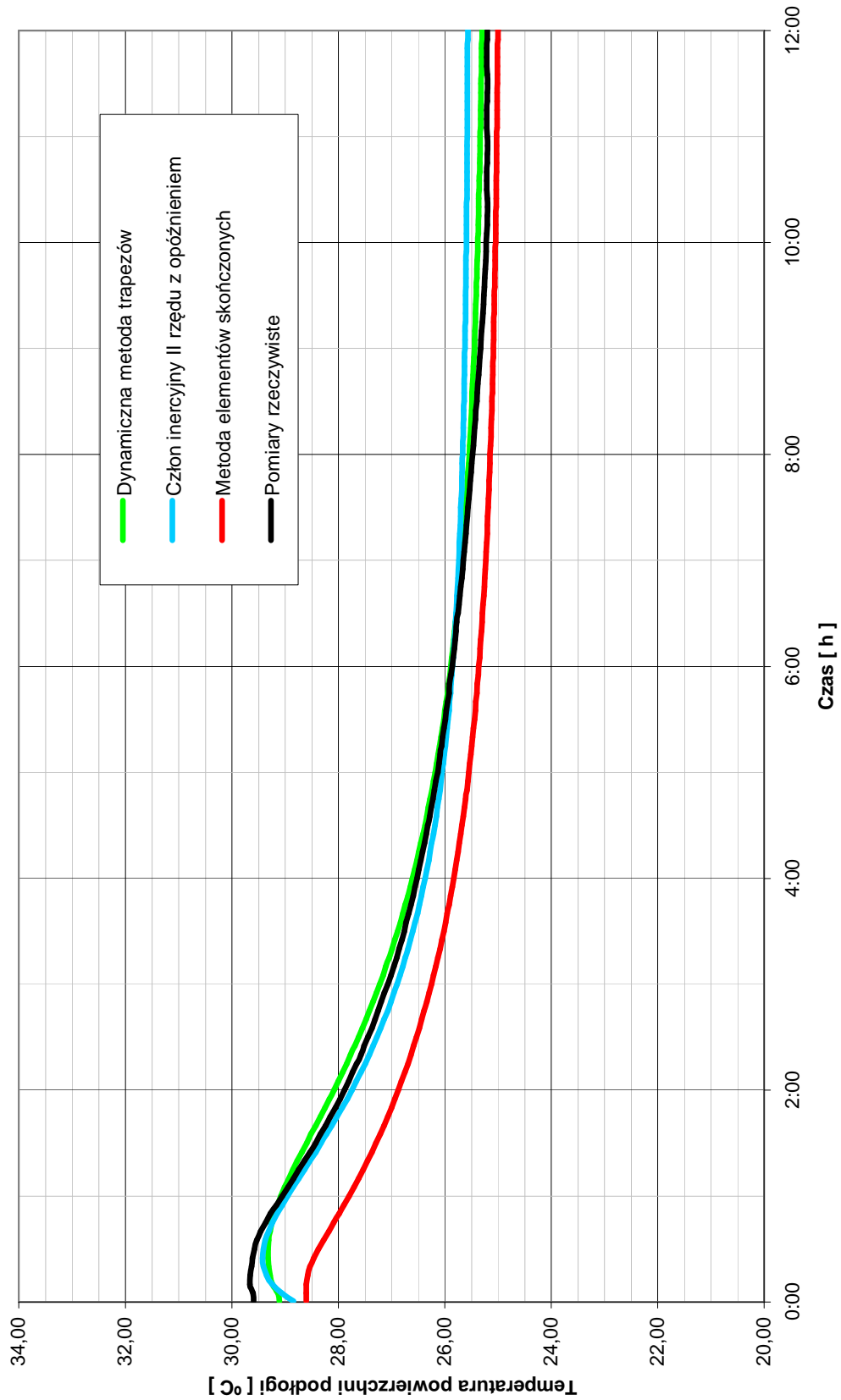
Zakres temperatury	Dynamiczna metoda trapezów	Człon inercyjny II rzędu z opóźnieniem	Metoda elementów skończonych
-	%	%	%
10%	2,3%	0,1%	-2%
62,5%	3,1%	-4,1%	-3%
90%	1,4%	-13,3%	-7%
95%	5,6%	-12,8%	-3%

W tabelicy 8.12. podano podstawowe statystyki zgodności wyników osiągniętych drogą symulacyjną z wynikami pomiarów rzeczywistych dla wymuszenia w postaci skokowego obniżenia temperatury zasilania grzejnika podłogowego.

Tab. 8.12.

Zestawienie statystyk zgodności wyników uzyskanych z obliczeń poszczególnymi metodami z wynikami pomiarów rzeczywistych, przy skokowym obniżeniu temperatury czynnika grzejnego grzejnika podłogowego. Źródło: opracowanie własne.

	Dynamiczna metoda trapezów	Człon inercyjny II rzędu z opóźnieniem	Metoda elementów skończonych
Współczynnik korelacji [-]	0,9967	0,9927	0,9956
Kwadrat współczynnika korelacji [-]	0,9934	0,9855	0,9912
Maksymalne odchylenie dodatnie [K]	0,20	0,39	-0,16
Maksymalne odchylenie ujemne [K]	0,07	0,05	-0,57



Rys. 8.4.

Porównanie przebiegu temperatury powierzchni grzejnika podłogowego obliczone różnymi metodami przy obniżeniu temperatury zasilania. Źródło: opracowanie własne.

Najwyższą dokładność obliczenia temperatury powierzchni podłogi grzejnika, przy wymuszeniu w postaci skokowego obniżenia temperatury czynnika grzejnego, osiągnięto za pomocą metody trapezów w ujęciu dynamicznym. Rozbieżności pomiędzy wynikami pomiarów osiągniętych na stanowisku badawczym a wynikami obliczeń wykonanymi tą metodą nie przekraczały 0,2 K. Obliczenia wykonane za pomocą przybliżenia procesu cieplnego członem inercyjnym II rzędu z opóźnieniem również dały wyniki wysokiej jakości. Różnice nie przekraczały 0,4 K. Także metoda elementów skończonych pozwoliła na uzyskanie wyników o rozbieżnościach nieprzekraczających 0,6 K.

Z kolei właściwości dynamiczne grzejnika podłogowego z najwyższą dokładnością określono za pomocą zmodyfikowanej metody trapezów. Błąd metody nie przekroczył 6%. Metoda elementów skończonych wykazała się równie wysoką zbieżnością otrzymanych wyników, sięgającą 7%. Natomiast obliczenia wykonane za pomocą przybliżenia układu za pomocą członu inercyjnego II rzędu z opóźnieniem pozwoliły na uzyskanie wyników z dokładnością nieprzekraczającą 13%.

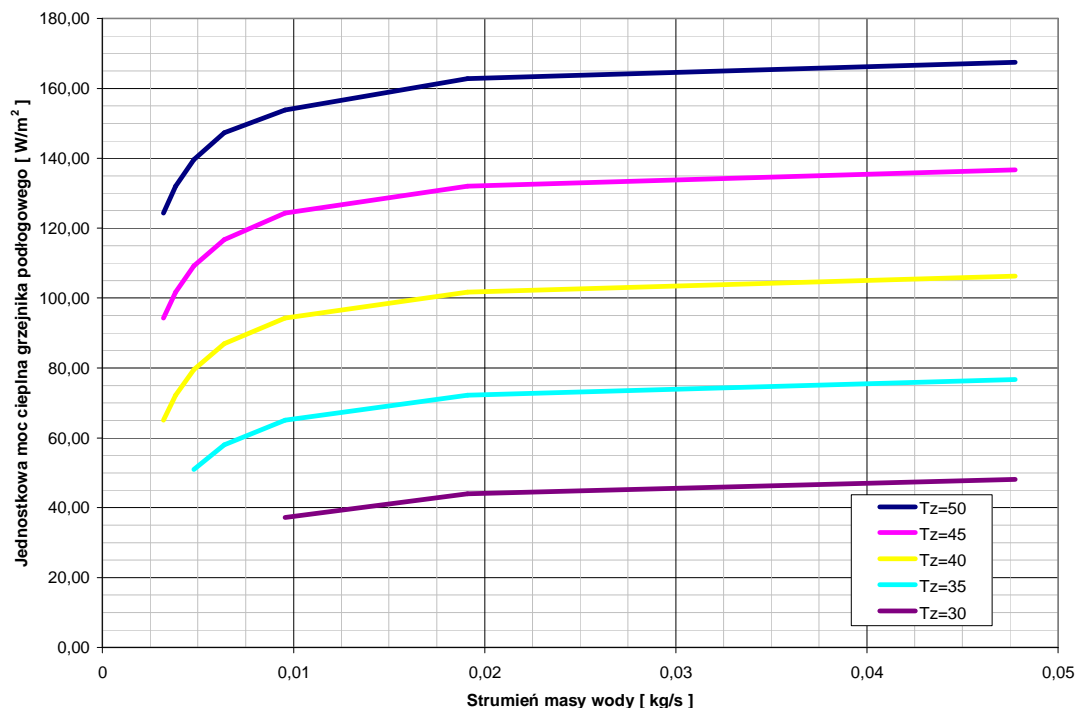
Uwzględniając zarówno właściwości statyczne grzejnika podłogowego, jak i jego właściwości dynamiczne należy stwierdzić, że najwyższą dokładność obliczeń osiągnięto za pomocą autorskiej metody trapezów w ujęciu dynamicznym.

8.5. Wymuszenie za pomocą skokowej zmiany strumienia masy czynnika grzejnego

W rozdziale 7.2.5. omówiono odpowiedź grzejnika podłogowego na skokową zmianę strumienia masy czynnika grzejnego. Na rysunkach 7.41 przedstawiono odpowiedź grzejnika podłogowego na skokowy wzrost strumienia objętości czynnika grzewczego, natomiast na rysunku 7.46 pokazano odpowiedź grzejnika podłogowego na skokowe zmniejszenie strumienia objętości czynnika grzewczego. Poniżej przedstawiono wymuszenia cieplne za pomocą podniesienia i obniżenia strumienia masy czynnika grzejnego. W pierwszym przypadku podniesiono strumień masy czynnika ogrzewczego z wartości 0,07 l/h do wartości 0,23 l/h, co stanowi wzrost o 328%, natomiast w drugim przypadku zmniejszenie strumienia objętości czynnika z wartości 0,018 l/h, do wartości 0,010 l/h stanowi spadek o 55%. Jak widać na przedstawionych rysunkach, pomimo znaczącej zmiany strumienia objętości czynnika w pierwszym przypadku zadane wymuszenie spowodowało zmianę temperatury na powierzchni podłogi o 1,9 K, w drugim o 0,6 K.

Ze względu na fakt, iż osiągane różnice temperatury zbliżają się prawie do poziomu błęd pomiaru temperatury stosowanych przyrządów, nie przeprowadzono analizy odpowiedzi grzejnika na tak zadane wymuszenie.

Na rysunku 8.5. przedstawiono zależności pomiędzy mocą cieplną grzejnika a strumieniem masy czynnika oraz parametrami czynnika grzewczego.



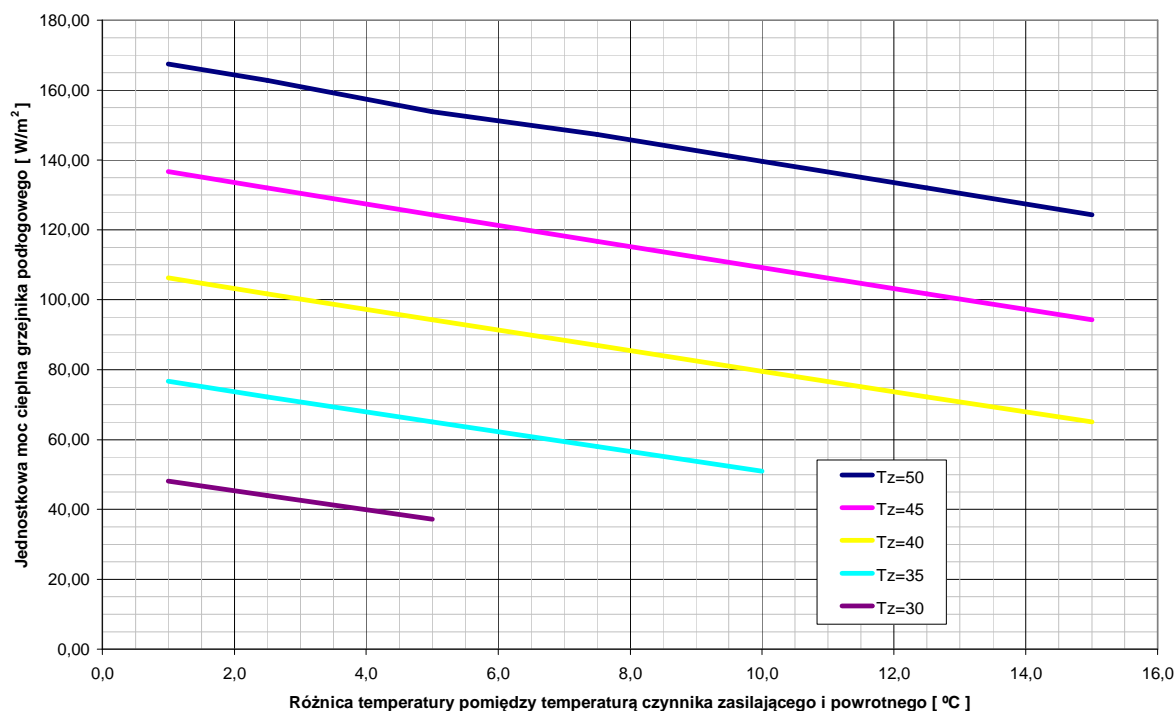
Rys. 8.5.

Moc cieplna grzejnika podłogowego w zależności od strumienia masy czynnika grzewczego oraz od temperatury czynnika zasilającego grzejnik podłogowy. Źródło: opracowanie własne.

Zgodnie z wytycznymi zawartymi w [106] prędkość wody w przewodzie nie powinna być mniejsza niż 0,1 m/s, co przy zainstalowanych przewodach 17x2mm stanowi strumień masy równy 0,0135 kg/s. Dla tej wartości strumienia masy czynnika grzewczego liczba Reynoldsa wynosi 2470, a zatem woda przepływa ruchem przejściowym, ale w dolnym zakresie tego ruchu, co powoduje osiągnięcie niskich wartości współczynnika przejmowania ciepła w przewodach grzejnych.

Powyżej wartości granicznej strumienia masy wody grzewczej, jak wynika z rysunku 8.5, osiąga się zmianę mocy cieplnej grzejnika podłogowego nie większą niż około 10%, a zatem grzejnik (w przypadku realizacji ilościowej regulacji wydajności cieplnej) nie posiada zdolności dostosowywania swojej mocy cieplnej do zapotrzebowania na ciepło obsługiwanego pomieszczenia.

Wraz ze zmianą strumienia masy czynnika grzewczego zmianie ulega także temperatura wody powracającej z grzejnika. Wpływ zmiany mocy cieplnej grzejnika, w zależności od różnicy temperatury czynnika grzewczego, przedstawiono na rysunku 8.6.

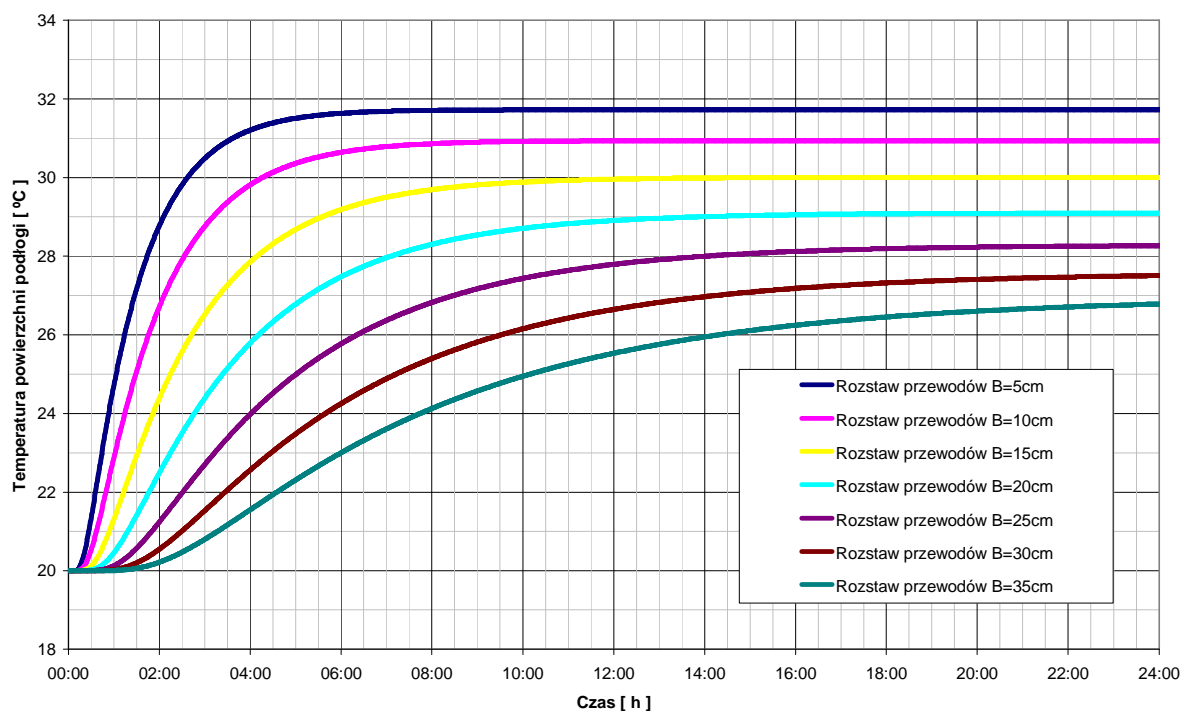


Rys. 8.6.

Moc cieplna grzejnika podłogowego w zależności od różnicy temperatury wody zasilającej i powracającej z grzejnika podłogowego. Źródło: opracowanie własne.

8.6. Dynamika cieplna grzejnika przy zmianie rozstawu przewodów

Znane są metody określania mocy cieplnej grzejnika podłogowego w warunkach statycznych. Szczegółowo zostały one opisane w [55]. Z przeprowadzonych badań eksperymentalnych wynika, że rozstaw przewodów ma również znaczący wpływ na właściwości dynamiczne grzejnika. Na rysunku 8.7. przedstawiono przebiegi zmian temperatury na powierzchni podłogi w zależności od rozstawu przewodów. Obliczenia wykonano dla stałych parametrów czynnika grzewczego, wynoszących $t_z/t_p = 40/30^\circ\text{C}$. Obliczenia wykonano dynamiczną metodą trapezów. Wyniki zestawiono w tabeli 8.13. Jak zatem widać na rysunku, wraz ze wzrostem rozstawu przewodów rośnie również bezwładność cieplna grzejnika.



Rys. 8.7.

Przebieg zmiany temperatury powierzchni grzejnika podłogowego w zależności od zmiany rozstawu przewodów dla wymuszenia w postaci włączenia grzejnika. Wykres opracowany dla parametrów czynnika grzejnego $t_z/t_p=45/35^\circ\text{C}$. Źródło: opracowanie własne.

Tab. 8.13.

Zestawienie czasów osiągnięcia stanu ustalonego przez temperaturę powierzchni podłogi przy parametrach czynnika grzejnego $t_z/t_p=45/35^\circ\text{C}$. Źródło: opracowanie własne.

Rozstaw przewodów	[cm]	5	10	15	20	25	30	35
Czas dojścia do stanu ustalonego	[h]	03:51	05:05	07:01	09:33	12:32	15:34	18:11

8.7. Dynamika cieplna grzejnika przy zmianie pojemności cieplnej warstwy jastrychu

Jak wynika z obliczeń cieplnych grzejnika podłogowego, w warunkach ustalonej wymiany ciepła gęstość strumienia ciepła transportowanego do dołu przez warstwy konstrukcyjne stropu wynoszą zaledwie 5 ÷ 10 % całkowitego strumienia ciepła dostarczanego do grzejnika. W trakcie obliczeń symulacyjnych wykazano, że pojemność

ciepna warstw podłogowych położonych poniżej węzownicy nie ma wpływu na właściwości grzejnika podłogowego. Pominięcie zatem warstw stropu położonych poniżej węzownicy grzejnika, w czasie obliczeń symulacyjnych spowoduje błąd nieprzekraczający 5% czasu osiągnięcia poszczególnych poziomów mocy cieplnej grzejnika.

Na właściwości dynamiczne grzejnika podłogowego wpływ ma przede wszystkim warstwa jastrychu, w którym jest ułożona węzownica. Wraz ze wzrostem grubości warstwy jastrychu (a zatem także pojemności cieplnej tej warstwy) rośnie również bezwładność cieplna grzejnika.

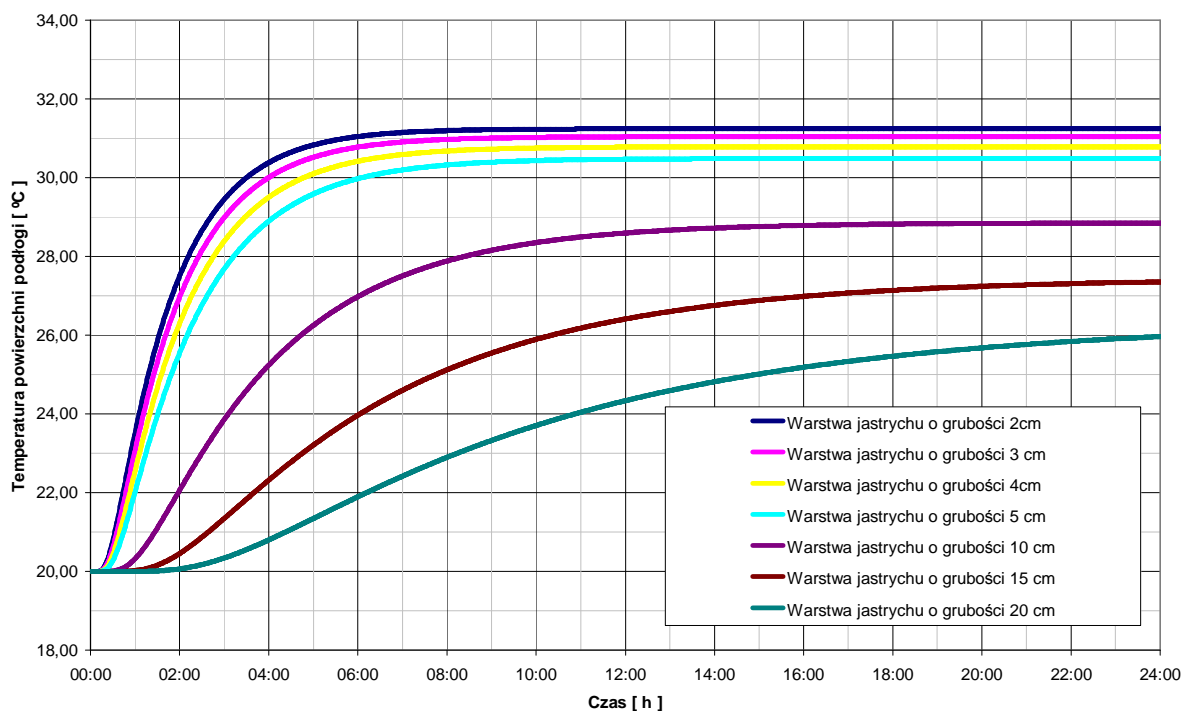
Za pomocą dynamicznej metody trapezów wyznaczono wpływ grubości warstwy jastrychu na charakterystykę cieplną grzejnika. Wyniki przedstawiono na rysunku 8.8. W tabeli 8.15 zestawiono czasy dojścia grzejnika podłogowego do stanu ustalonego.

W praktyce stosuje się warstwę jastrychu o grubości 2 – 5 cm. Jak zatem wynika z przedstawionych poniżej obliczeń, grubość zastosowanej warstwy jastrychu nie wpływa w znaczący sposób na właściwości dynamiczne grzejnika. Wyraźny wpływ tej warstwy na właściwości dynamiczne grzejnika obserwuje się dopiero przy jego grubościach większych od 5cm.

Tab. 8.14.

Zestawienie czasów osiągnięcia stanu ustalonego przez temperaturę powierzchni podłogi przy parametrach czynnika grzejnego $t_z/t_p=45/35$ °C. Źródło: opracowanie własne.

Grubość jastrychu	<i>[cm]</i>	2	3	4	5	10	15	20
Czas dojścia do stanu ustalonego	<i>[h]</i>	04:34	04:54	05:22	05:57	10:22	16:10	20:20



Rys. 8.8.

Przebieg zmiany temperatury powierzchni grzejnika podłogowego w zależności od zmiany grubości jastrychu dla wymuszenia w postaci włączenia grzejnika. Wykres stworzony dla parametrów czynnika grzejnego $t_z/t_p=45/35^\circ\text{C}$. Źródło: opracowanie własne.

W tabeli 8.15 przedstawiono współczynniki funkcji odpowiedzi grzejnika podłogowego przy różnej konstrukcji grzejnika (różnej grubości warstwy jastrychu). W rozdziale 6.3. omówiono możliwości sterowania mocą cieplną grzejnika za pomocą układu automatycznej regulacji. W celu poprawnej realizacji regulacji konieczne jest wyznaczenie parametrów równania funkcji odpowiedzi: k , T_0 , T_1 oraz T_2 .

Tab. 8.15.

Zestawienie czasów osiągnięcia stanu ustalonego przez temperaturę powierzchni podłogi przy parametrach czynnika grzejnego $t_z/t_p=45/35^\circ\text{C}$. Źródło: opracowanie własne.

grubość jastrychu	[cm]	2	3	4	5	10	15	20
k	[-]	0,56	0,55	0,54	0,52	0,44	0,37	0,30
T_0	[h]	00:10	00:10	00:15	00:15	00:40	00:50	01:00
T_1	[h]	00:20	00:30	00:20	00:50	00:30	02:00	04:30
T_2	[h]	01:20	01:20	01:35	01:20	03:00	04:00	04:00

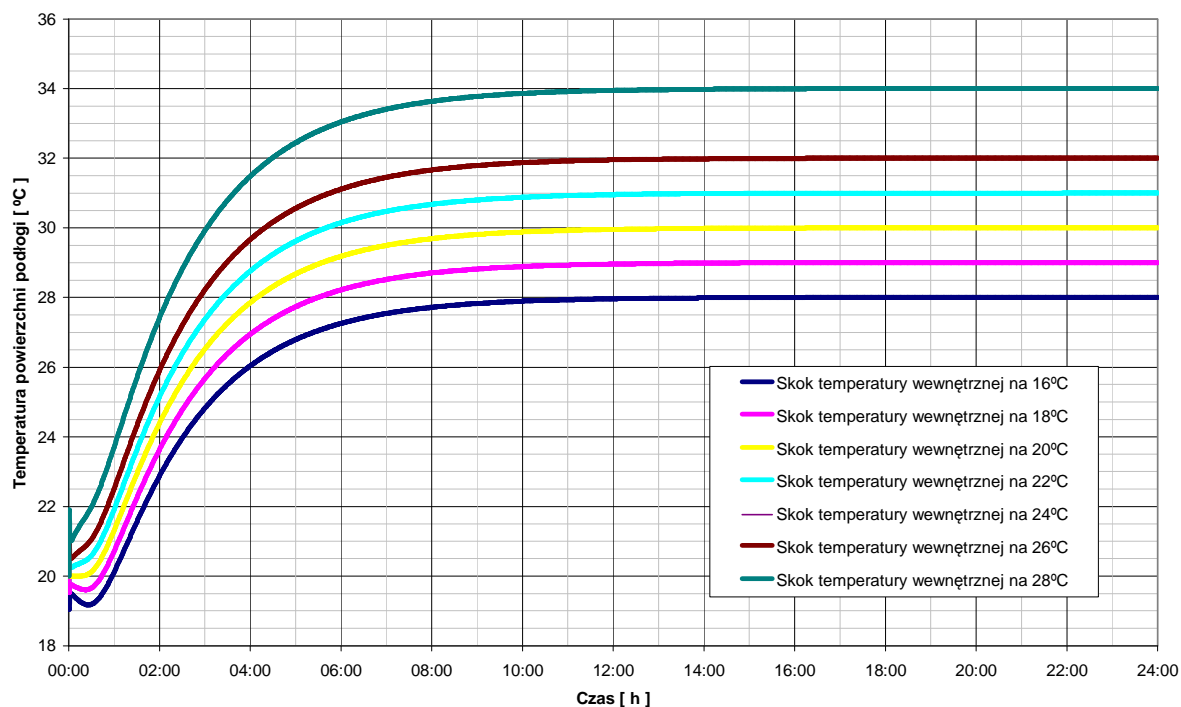
W tabeli 8.15 przedstawiono przykładowe wartości współczynników określone dla różnych konstrukcji grzejnika. Nowoczesne układy automatycznej regulacji pozwalają na identyfikację parametrów równania już na etapie eksploatacji grzejnika. Nie jest zatem konieczna znajomość budowy grzejnika, a także właściwości cieplnych poszczególnych jego komponentów.

8.8. Wymuszenie za pomocą skokowej zmiany temperatury powietrza wewnętrznego

Najczęściej występującym wymuszeniem w trakcie eksploatacji grzejnika podłogowego jest zmiana temperatury powietrza wewnętrznego. Wpływ na temperaturę powietrza wewnętrznego w ogrzewanym pomieszczeniu może mieć wiele czynników, takich jak:

- zmiana temperatury powietrza zewnętrznego,
- zmiana nasłonecznienia pomieszczenia,
- zmiana liczby osób występujących w pomieszczeniu,
- zmiana ilości ciepła emitowanego przez urządzenia elektryczne,
- zmiana natężenia oświetlenia wewnętrznego,
- zmiana mocy cieplnej grzejników konwekcyjnych,
- zmiana ilości ciepła dostarczanego za pomocą wentylacji mechanicznej i grawitacyjnej.

Na rysunku 8.9. zaprezentowano odpowiedź grzejnika podłogowego przy wymuszeniu w postaci skokowej zmiany temperatury powietrza wewnętrznego. W chwili czasowej $\tau_0=0s$ włączono przepływ czynnika grzejnego o parametrach $t_z/t_p = 45/35^\circ C$ oraz dokonano skokowej zmiany temperatury powietrza wewnętrznego. Temperatura powietrza w chwili czasowej $\tau_0=0s$ wynosi $20^\circ C$. W tabeli 8.16 przedstawiono czas dojścia układu do stanu równowagi.



Rys. 8.9.

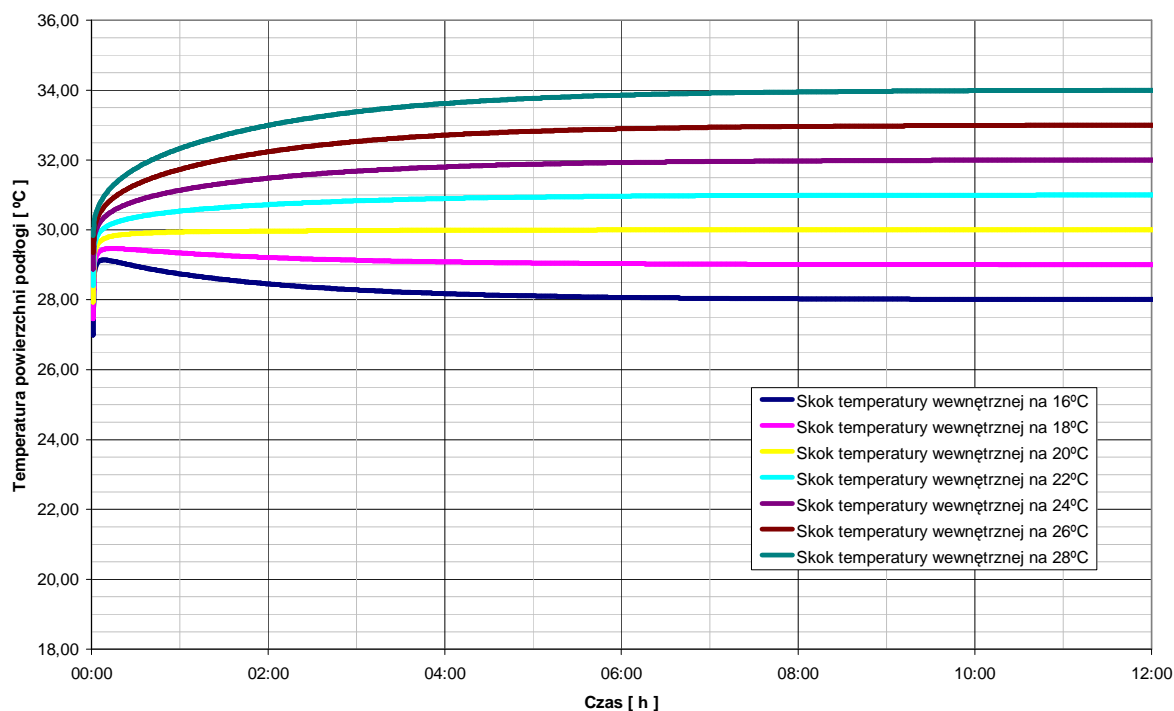
Przebieg zmiany temperatury powierzchni grzejnika podłogowego w zależności od temperatury powietrza w pomieszczeniu, dla wymuszenia w postaci skokowej zmiany temperatury powietrza wewnętrznego i jednoczesnego włączenia grzejnika. Wykres opracowano dla parametrów czynnika grzejnego $t_z/t_p=45/35^{\circ}\text{C}$. Źródło: opracowanie własne.

Tab. 8.16.

Zestawienie czasów osiągnięcia stanu ustalonego przez temperaturę powierzchni podłogi przy parametrach czynnika grzejnego $t_z/t_p=45/35^{\circ}\text{C}$. Źródło: opracowanie własne.

Temperatura powietrza wewnętrznego	[$^{\circ}\text{C}$]	16	18	20	22	24	26	28
Czas dojścia do stanu ustalonego	[h]	07:18	07:09	07:01	06:54	06:49	06:49	06:39

Na rysunku 8.10. przedstawiono zmianę temperatury powierzchni podłogi w przypadku zmiany temperatury wewnętrznej, przy początkowej temperaturze powietrza wewnętrznego równej 20°C .



Rys. 8.10.

Przebieg zmiany temperatury powierzchni grzejnika podłogowego w zależności od temperatury powietrza w pomieszczeniu, dla wymuszenia w postaci zmiany temperatury powietrza wewnętrznego. Wykres stworzony dla parametrów czynnika grzejnego $t_z/t_p=45/35^{\circ}\text{C}$. Źródło: opracowanie własne.

W tabelicy 8.17 zestawiono czasy dojścia temperatury na powierzchni grzejnika przy wymuszeniu w postaci zmiany temperatury powietrza wewnętrznego.

Tab. 8.17.

Zestawienie czasów osiągnięcia stanu ustalonego przez temperaturę powierzchni podłogi przy parametrach czynnika grzejnego $t_z/t_p=45/35^{\circ}\text{C}$. Źródło: opracowanie własne.

Temperatura powietrza wewnętrznego	[$^{\circ}\text{C}$]	16	18	20	22	24	26	28
Czas dojścia do stanu ustalonego	[h]	05:07	04:57	00:00	05:33	05:25	05:22	05:21

9. Podsumowanie i wnioski

9.1. Podsumowanie

W tabeli 9.1 zestawiono różnice dotyczące wartości temperatury na powierzchni podłogi, otrzymane poprzez porównanie wyników eksperymentalnych z wynikami teoretycznymi, uzyskanymi za pomocą trzech metod, przy różnych wymuszeniach pracy grzejnika podłogowego. Różnice temperatury na powierzchni podłogi w wartościach bezwzględnych nie przekraczają 2,0 K, natomiast po osiągnięciu stanu ustalonego wartość ta nie przekracza 1,5 K. Czas dojścia do poszczególnych zakresów różnicy temperatury wynosi poniżej 15% całkowitego czasu trwania pomiaru (tab. 9.2.).

Tab. 9.1.

Maksymalne odchylenia wartości temperatury powierzchni podłogi wynikające z porównania badań eksperymentalnych i obliczeń teoretycznych. Źródło: opracowanie własne.

	Dynamiczna metoda trapezów	Człon inercyjny II rzędu z opóźnieniem	Metoda elementów skończonych
Włączenie grzejnika	0,80	1,15	0,90
Wyłączenie grzejnika	0,39	0,60	0,48
Podniesienie temperatury zasilania	0,83	1,00	0,44
Obniżenie temperatury zasilania	0,20	0,39	0,57

Współczynniki korelacji pomiędzy poszczególnymi metodami modelowania dynamiki ciepłej grzejnika a pomiarami rzeczywistymi utrzymują się powyżej 0,98.

Jak wynika z zestawionych powyżej danych, najwyższą zbieżność wyników dotyczących czasu uzyskano dla metody trapezów w ujęciu dynamicznym. Osiągnięto względne rozbieżności nieprzekraczające 6% czasu ustalania się parametrów cieplnych grzejnika. Bezwzględna różnica pomiędzy średnią temperaturą powierzchni grzejnika, zmierzoną w czasie eksperymentu, a temperaturą obliczoną za pomocą dynamicznej metody trapezów, nie przekracza 1K. Metodę tę wykorzystano zatem do symulacji różnego rodzaju wymuszeń, powstających w układach rzeczywistych, opisanych w podrozdziałach 8.5 ÷ 8.8.

Tab. 9.2.

Zestawienie różnicy w czasie osiągnięcia stanu ustalonego grzejnika obliczone za pomocą dynamicznej metody trapezów, metody opartej na członie inercyjnym II rzędu z opóźnieniem oraz metody elementów skończonych. Źródło: opracowanie własne.

	Dynamiczna metoda trapezów	Człon inercyjny II rzędu z opóźnieniem	Metoda elementów skończonych
Włączenie grzejnika	1,0%	7,0%	15,0%
Wyłączenie grzejnika	4,6%	-6,6%	6,0%
Podniesienie temperatury zasilania	4,0%	14,7%	-14,3%
Obniżenie temperatury zasilania	5,6%	-12,8%	-3,0%

Według autora rozprawy istotne są także następujące uwagi:

- Ze względu na fakt, iż grzejnik podłogowy należy do kategorii ogrzewań niskotemperaturowych, różnica temperatury osiągnięta w czasie badania grzejnika, pomiędzy temperaturą powierzchni grzejnika a średnią temperaturą omywającego grzejnik powietrza jest niewielka (maksymalnie wynosi 12÷13K). Z tego powodu wymagana jest wysoka stabilność parametrów powietrza w trakcie trwania serii pomiarowej. Odchylenie średniej temperatury o 0,5K powoduje błąd określenia wartości mocy cieplnej grzejnika na poziomie 4,5% (przy jego maksymalnej wydajności cieplnej).
- Na dokładność obliczeń, wykonywanych za pomocą metod teoretycznych, największy wpływ ma przyjęty sposób określenia współczynnika przyjmowania ciepła z powierzchni grzejnika podłogowego. Wartość błędu względnego, wynikającego z przyjęcia stałej wartości współczynnika przyjmowania ciepła, przedstawiona została na rysunku 4.2. Z rysunku tego wynika, że uproszczenie takie może powodować błędy przekraczające nawet 10% wartości strumienia ciepła oddawanego przez grzejnik podłogowy. Można zatem stwierdzić, że główną przyczyną rozbieżności pomiędzy wynikami obliczeń otrzymanych za pomocą metody elementu skończonego (z wykorzystaniem programu komputerowego FEHT), a wielkościami fizycznymi zmierzonymi na stanowisku badawczym, jest przyjęcie stałej wartości współczynnika przyjmowania ciepła na powierzchni grzejnika.

- Zmodyfikowana przez autora rozprawy metoda trapezów, pozwoliła na uzyskanie wyników obliczeń najbardziej zbliżonych do wyników eksperymentalnych, uzyskanych na specjalnym stanowisku badawczym. Rozbieżności czasowe pomiędzy uzyskanymi metodami nie przekraczają 6,0%, a różnica w wartości temperatury zmierzonej na stanowisku i wyznaczonej analitycznie, w najbardziej niekorzystnym przypadku, nie przekracza 0,85K.
- W modelach analitycznych założono wartość temperatury na powierzchni zewnętrznej przewodu równą średniej wartości temperatury czynnika płynącego w przewodzie. W celu uniknięcia błędu wynikającego ze znacznego wzrostu oporów przejmowania ciepła przy laminarnym ruchu płynu, w czasie wszystkich badań utrzymywano prędkość czynnika grzejnego na poziomie zapewniającym ruch przejściowy płynu, często w dolnym zakresie tego ruchu.

9.2. Wnioski

1. Z przeprowadzonych badań wynika, że możliwa jest kontrola dynamicznych procesów wymiany ciepła w grzejniku podłogowym. W rozprawie osiągnięto wysoką zbieżność wyników uzyskanych za pomocą modeli teoretycznych (numerycznych) z wykonanymi badaniami na stanowisku eksperymentalnym.
2. Opracowano równanie charakterystyki dynamicznej grzejnika, oparte na opisie członu automatycznej regulacji. Dzięki temu możliwe będzie zaimplementowanie przedstawionego w pracy opisu do sterowników automatycznej regulacji, sterujących wydajnością cieplną grzejnika podłogowego. Sterowniki takie wyposażone mogą zostać w funkcję przewidywania czasu osiągnięcia częściowej i pełnej wydajności cieplnej grzejnika.
3. Sterowanie mocą cieplną grzejnika podłogowego za pomocą najpopularniejszej na rynku regulacji ilościowej (zmiany strumienia masy czynnika grzewczego) jest nieefektywne. Przy znaczącym ograniczeniu strumienia masy czynnika płynącego w węzownicy, czynnik osiąga ruch laminarny, co powoduje gwałtowny spadek współczynnika przejmowania ciepła w węzownicy i obniżenie gęstości strumienia ciepła przekazywanego przez powierzchnię grzejnika do otoczenia.
4. Najlepsze wyniki osiągnięto przy sterowaniu wydajnością grzejnika za pomocą regulacji jakościowej, polegającej na dostosowaniu parametrów czynnika grzejnego do chwilowego zapotrzebowania na ciepło. W praktyce regulację taką realizuje się za pomocą modułów mieszających czynnik grzejny zasilający węzownice, bądź też grupy węzownic grzejników podłogowych obsługujących strefy budynków.

Wydajność cieplna strefy sterowana może być za pomocą termostatu umieszczonego w reprezentatywnym punkcie pomieszczenia.

5. Zaproponowane w rozprawie metody wyznaczania wydajności cieplnej grzejnika podłogowego mogą być z powodzeniem stosowane przy wyznaczaniu wydajności cieplnych grzejników ściennych oraz sufitowych. W tym przypadku może zachodzić konieczność szczegółowego opisanie warunków brzegowych III rodzaju, czyli przejmowania ciepła na powierzchni grzejnej.
6. Możliwe jest również zastosowanie opisanych w rozprawie metod wyznaczania parametrów pracy grzejnika podłogowego w przypadku pracy tego grzejnika w trybie chłodzenia.

Literatura

- [1] APEK: *Materiały producenta systemu zbierającego dane AL 154 DA05*, <http://www.apek.polbox.pl>, 2006.
- [2] ASHRAE 1996: *1996 ASHRAE Handbook – HVAC systems and equipment*, Atlanta: American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers.
- [3] ASHRAE 1997: *1996 ASHRAE Handbook – Fundamentals*, Atlanta: American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers.
- [4] ASHRAE 1992.: *ANSI/ASHRAE Standard 55-1992. Thermal environmental conditions for human occupancy*, Atlanta: American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers.
- [5] Baehr H.D.: *Thermodynamik*, 6. Auflage, Springer-Verlag, 1998.
- [6] Bejan A.: *Convection Heat Transfer*, John Wiley & Sons, New York, 1984.
- [7] Billington N.S.: *The Warmth of Floors – a Physical Study*, J. Hygiene, 46/1948.
- [8] Bohdal T., Charun H., Czapp M., Dutkowski K.: *Ćwiczenia laboratoryjne z termodynamiki*, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin, 2000.
- [9] Caccavelli D., Bedouani B.: *Modelling and dimensioning a hot water floor heating system*, IBPSA, p. 571 – 579, 1995
- [10] Cadiergues R.: *Metody klasyczne i nowe propozycje obliczania wydajności cieplnej płyt z zabetonowanymi rurami*, Międzynarodowy Kongres Ogrzewania i Wentylacji, Bruksela 1958.
- [11] Chmielnicki W., Kasperkiewicz K., Zawada B.: *Laboratorium automatyzacji urządzeń sanitarnych*, Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1978
- [12] Chojnacka M.: *Przegląd systemów ogrzewania podłogowego*, Kalejdoskop Budowlany, nr 9, wrzesień 2001.
- [13] Chrenko F.A.: *Podłogi grzejne i komfort cieplny*, Journ. Inst. Heat. Vent. Eng. T. 23 s. 38, 1956.
- [14] Cichelka J.: *Ogrzewanie przez promieniowanie*, ARKADY, Warszawa 1965.
- [15] Cichowlas M., Serafin P., Wasielewski M.: *Poradnik projektanta instalacji sanitarnych w technologii WIRSBO. Woda zimna i ciepła, c.o. grzejnikowe, c.o. podłogowe*, Organika Propex S.A., Warszawa, 2000.
- [16] Comini G., Nonino C.: *Thermal analysis of floor heating panels*, Numerical Heat Transfer, Part A, 26:537 – 550, Taylor & Francis, 1994.
- [17] Cylejewski A.: *Konstrukcje podłóg ogrzewanych*, Materiały Budowlane, Nr 7, 1996.

- [18] Domański R., Jaworski M., Rebow M., Kołtyś J.: *Wybrane zagadnienia z termodynamiki w ujęciu komputerowym*, PWN, Warszawa 2000.
- [19] Fanger P.O.: *Thermal Comfort Analyses and Application in Environmental Engineering*, Danish Technical Press, Copenhagen 1970.
- [20] Fanger P.O.: *Komfort cieplny*, Arkady, Warszawa 1974.
- [21] Faxén O.H.: *Beräkning av värmeavgivningen från rör, ingjutna i betongplattor*, Teknisk Tidskrift Mekanisk, 1937, Häfte 3 (Mars).
- [22] Findeisen W. i in.: *Poradnik inżyniera. Automatyka*, Wydawnictwa Naukowo Techniczne, Warszawa 1973.
- [23] FLIR Systems AB.: *Materiały producenta kamer termowizyjnych ThermaCAM SC200*, <http://www.flirthermography.com/cameras/camera/1020>, 2003.
- [24] FLIR Systems AB.: *ThermaCAM Reporter 2000 Professional*, program komputerowy, 1996-2000.
- [25] Fodemski T.R. (red.): *Pomiary cieplne – część I*, Wydawnictwa Naukowo Techniczne, Warszawa, 2001.
- [26] Frank W.: *Die Wärmeabgabe des bekleideten und unbedeckten Fußes*, Ges. Ing. 81/1959.
- [27] Frank W.: *Fußwärmeuntersuchungen am bekleideten Fuß*, Ges. Ing. 80/1959,
- [28] Gdula J. et al.: *Przewodzenie ciepła*, Państwowe PWN, Warszawa 1984.
- [29] Glamminig F.: *Methods for Testing hydronic Floor Heating Systems*, ASHRAE Annual Meeting 1985 Honolulu, Hawaii, 1985.
- [30] Gogół W.: *Wymiana ciepła. Tablice i wykresy*, Wyd. PW, Warszawa 1991.
- [31] Górka A., Koczyk H.: *Efektywność działania ogrzewania podłogowego w warunkach dynamicznych – analiza numeryczna*, X International Conference AIR CONDITIONING PROTECTION & DISTRICT HEATING 2002, Szklarska Poręba 2002.
- [32] Gundersen P.: *Energy-Efficient Heating Plants Using Low-Temperature Water-Borne Heat*, Future Building Forum, Low Temperature Heating Systems in Buildings –Workshop, Stockholm 11-12 June 1998.
(http://www.bim.kth.se/fbf/papers/paper6/energy_efficient.pdf)
- [33] Herrington L. Lorenci R.: *Wpływ usytuowania płyt grzejnych na temperaturę powierzchni skóry i odzieży*, ASHRAE Transactions, , Vol. 56, page 223, 1950
- [34] Hobler T.: *Ruch ciepła i wymienniki*, Wydawnictwo Naukowo – Techniczne, Warszawa 1979.
- [35] Hrabowska J. I in.: *Laboratorium podstaw fizyki. Poradnik*, Wydawnictwo

- Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1991.
- [36] Hulbert L.E., Nottage H.B., Franks C.V.: *No. 1388 – Heat Flow Analysis in Panel Heating or Cooling sections. Case I – Uniformly Spaced Pipes Buried Within a Solid Slab*, Transactions American Society of Heating and Ventilation Engineers Vol. 56, 1950.
- [37] Incropera F.P., DeWitt D.P.: *Introduction to Heat Transfer*, John Wiley & Sons, New York, 2006.
- [38] Kaczorek T.: *Teoria układów regulacji automatycznej*, Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1971.
- [39] Kalinowski E.: *Termodynamika*, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1994.
- [40] Karlsson H.: *Thermal system analysis of embedded building integrated heating*, Department of Civil and Environmental Engineering, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 2006.
- [41] Karlsson H., Hagentoft C.-E.: *Modelling of Long Wave radiation Exchange in Enclosures with Building Integrated Heating*, Symposium on Building Physics in the Nordic Countries, Reykjavik, Iceland, 2005.
- [42] Karlsson H.: *Building integrated heating: hybrid three – dimensional numerical model for thermal system analysis*, Journal of Building Physics, 2006.
- [43] Karlsson H.: *Empirical validation of a numerical model for building integrated heating systems*, Journal of Building Physics, 2006.
- [44] Kast W., Klan H., Bohle J.: *Wärmeleistung von Fußbodenheizungen*, HLH 37, Nr. 4, s. 175-182, 1986.
- [45] KEITLEY.: *Materiały producenta miernika Digital Multimeter*, <http://www.keithley.com/storefront>, 2003.
- [46] Kilkis B., Eltez M., Sager S.: *A simplified model for the design of radiant in slab heating panels*, ASHRAE Transactions, Technical and symposium papers presented at the 1995 winter meeting in Chicago, Vol. 101, part 1, 1995.
- [47] Kilkis B.: *Panel cooling and heating of buildings using solar energy*, Solar Energy in the 1990s, SED – vol. 10, America Society of Mechanical Engineers, New York 1990.
- [48] Kissin M.: *Obliczanie płyt grzejnych przy ogrzewaniu przez promieniowanie*, Sbornik Trudow nr 1 Laboratorii Otoplenija i Wentylacji, CNIPS, Strojizdat 1951.
- [49] Klein S.A., Beckman W.A., Myers G.E.: *FEHT Program komputerowy*, 1995 – 2006.
- [50] Kollmar A.: *Die Berechnung der Hohlraumdeckenheizung*, Ges. Ing. (77), 1956.
- [51] Kollmar A.: *Die Wärmeabgabe der Rohrdeckenheizung*, Ges. Ing. (80), Nr. 1/1959.

- [52] Kollmar A., Liese W.: *Die Strahlungsheizung*, 4th ed. Munich: R. Oldenbourg, 1967.
- [53] Konzelmann M., Zöllner G.: *Wärmetechnische Prüfung von Fußbodenheizungen*, HLH 33, Nr. 4, S. 136-142, 1982.
- [54] Konzelmann M., Zöllner G.: *Auslegung und wärmetechnische Prüfung von Warmwasser-Fußbodenheizungen*, SHT 4, s. 255-259, 1984.
- [55] Kowalczyk A.: *Wybór i weryfikacja metody wymiarowania ogrzewań podłogowych*, rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa, 2004.
- [56] Kowalczyk A., Rosiński M.: *Comparative analysis of the european metod for dimensioning of massive floor radiators with empirically verified reference numerical method*, Archives of Civi Engineering, str. 357-386, luty 2007.
- [57] Kowalczyk A., Strzeszewski M.: *Porównanie metod obliczania gęstości strumienia ciepłego grzejników podłogowych*, materiały konferencyjne II Forum Ciepłowników Polskich, 1998 oraz COW nr 3/99 i 4/99.
- [58] Kowalczyk A., Strzeszewski M.: *Przegląd i ocena wybranych metod analitycznego określania wydajności cieplnej grzejników podłogowych*, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej. Inżynieria Środowiska z. 31, Warszawa, 1999.
- [59] Kozierski J.: *Metoda ogólna obliczania ustalonego pola ciepłego w otoczeniu zabetonowanych przewodów rurowych*, Warszawa, 1953.
- [60] Krischer O.: *Die Wärmeverluste von Rohrleitung im Erdreich*, Rheinhold & Co. Berlin 1930.
- [61] Krischer O.: *Die Berechnung der Wärmeverluste von Rohrleitung im Erdreich*, Wärme und Klimatechnik 38, 1936, Häft 6.
- [62] Krygier K., Klinke T., Sewerynik J.: *Ogrzewnictwo, wentylacja, klimatyzacja*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1991.
- [63] Kwiatkowski J., Cholewa L.: *Centralne ogrzewanie - pomoce projektanta*, Arkady, Warszawa 1980.
- [64] Leal L.V., Miller L.P.: *An anlysis of the transient temperature distribution in pavement heating installations*, ASHARE Transactions 78 (2), 1972.
- [65] MacAdams W.H.: *Heat transmission*, New York, McGraw-Hill, 1954.
- [66] Macskasy A.: *Łuczistoje otoplienije*, Moskwa 1985.
- [67] Majchrzak E., Mochnacki B.: *Metody numeryczne podstawy teoretyczne aspekty praktyczne i algorytmy*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2004.
- [68] Mathworks: *MATLAB, Program komputerowy*, Natick, Massachusetts, 2008r.
- [69] Michalski L., Eckersdorf K.: *Pomiary temperatury*, WNT, Warszawa, 1986.
- [70] Michalski L., Eckersdorf K., Kucharski J.: *Termometria. Przyrządy i metody*,

- Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź, 1998.
- [71] Minkowycz W.J., Sparrow E.M., Schneider G.E., Pletcher P.H.: *Handbook of Numerical Heat Transfer*, John Wiley & Sons, Inc., 2006.
- [72] Min T.C.: *Natural convection and radiation in a panel heated room*, Heating, Piping and Air Conditioning, pp. 153-160, May 1972.
- [73] Missenard F.: *Le choffage et le rafraichissement par rayonnement*, Eyrolles, Paris 1959.
- [74] Morawski R., Krupka J., Opalski L.: *Metody numeryczne. Dla studentów elektroniki i technik informacyjnych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1997.
- [75] Muncey R.W., Hutson J.M.: *The Effect of the Floor on Foot Temperature*, Austr. J. Appl. Sci. 4/1953.
- [76] Muncey R.W.: *The Temperature of the Foot and its Thermal Comfort*, Austr. J. Appl. Sci. 5/1954.
- [77] Munro A.F., Chrenko F.A.: *The Effect of Air Temperature and Velocity and of Various Flooring Materials on the Skin Temperature of the Feet*, J. Hygiene, 46/1948.
- [78] Nevins R. G., Flinner A.: *Wpływ temperatur powierzchni podłogi grzejnej na poziom komfortu*, ASHRAE Transactions, Vol. 64, s. 175, 1958.
- [79] Niemyjski O.: *Modelowanie procesów cieplno-hydraulicznych w sieciach ciepłowniczych*, rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa, 2000.
- [80] Niemyjski O., *MBE, Program komputerowy*, Wydział Inżynierii Środowiska PW, Warszawa, 2008.
- [81] Norma C 1046 – 95: *Standard Practice for In-Situ Measurement of Heat Flux and Temperature on Building Envelope Components*, American Society for Testing and Materials, reapproved 2001.
- [82] Norma DIN 4725 – Teil 1: *Wärmwasser-Fußbodenheizungen, Begriffe, allgemeine Formelzeichen*, 1992.
- [83] Norma DIN 4725 – Teil 2: *Wärmwasser-Fußbodenheizungen, Wärmetechnische Prüfung*, 1992.
- [84] Norma DIN 4725 – Teil 3: *Wärmwasser-Fußbodenheizungen, Heizleistung und Auslegung*, 1992.
- [85] Norma DIN 4725 – Teil 4: *Wärmwasser-Fußbodenheizungen, Aufbau und Konstruktion*, 1992.
- [86] Norma EN 1264-1: *Fußboden – Heizung: Systeme und Komponenten – Teil 1: Definitionen und Symbole*, 1996.

- [87] Norma EN 1264-2: *Fußboden – Heizung: Systeme und Komponenten – Teil 2: Methoden für Bestimmung der Wärmeleistung*, 1996.
- [88] Norma EN 1264-3: *Fußboden – Heizung: Systeme und Komponenten – Teil 3: Auslegung*, 1996.
- [89] Norma EN 1264-4: *Fußboden – Heizung: Systeme und Komponenten – Teil 4: Installation*, 1992.
- [90] Norma EN 60751: *Czujniki platynowe przemysłowych termometrów rezystancyjnych*, 1995.
- [91] Norma EN ISO 7726. *Ergonomics of the thermal environment – Instruments for measuring physical quantities.*, 1998.
- [92] Norma EN ISO 7730. *Moderate Thermal Environment – Determination of the PMV and PPD Indices and Specification of the Conditions for Thermal Comfort.*, 1998.
- [93] Norma PN-85/N-08013. *Ergonomia. Środowisko termiczne umiarkowane. Określenie wskaźników PMV, PPD i wymagań dotyczących komfortu termicznego.*
- [94] Norma prEN 15251, *Criteria for the Indoor Environment including thermal, indoor air quality, light and noise*, maj 2005.
- [95] Nottage H.B., Franks C.V., Hulbert L., Schutrum L.F.: *No. 1492 – Heat Flow Analysis in Panel Heating or Cooling sections. Case II – Floor Slab on Earth with Uniformly Spaced Pipes or Tubes at the Slab-Earth Interface*, Transactions American Society of Heating and Ventilation Engineers, str. 527.
- [96] Olesen B., Michel E.: *Heat exchange coefficient between floor surface and space by floor cooling – theory or question of definition*, ASHRAE Transactions, Vol. 103, part 1, 1997.
- [97] Olesen B.: *Possibilities and limitation of radiant floor cooling*, ASHRAE Transactions, Technical and symposium papers presented at the 2000 winter meeting in Dallas, Vol. 106, part 1, 2000.
- [98] Podworski P.: *Wpływ jakości danych wejściowych na zbilansowanie układu przesyłowego gazu*, , rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa, 2008.
- [99] Pohl M.: *Verfahren für die Berechnung von Kupferrohr-Fußbodenheizungen*, HLH 35 Nr 3, S 113-123, 1984.
- [100] Piotrowska – Woroniak J., Woroniak G.: *Ogrzewanie podłogowe*, Ciepło, Nr 2 2001.
- [101] PURMO: *Ogrzewanie podłogowe – pomoce projektanta*, Firma Rettig Heating Sp. z o.o., Warszawa 2002.
- [102] Raport CEN CR 1752:1998: *Ventilation for Buildings – Design Criteria for Indoor Environment*, European Committee for Standardization, 1998.

- [103] Rabjasz R.: *Ocena wybranych systemów ogrzewania pomieszczeń w świetle wymagań technologii i komfortu cieplnego*, Wyd. PPH ELEKTRA, Warszawa 1994.
- [104] Rabjasz R.: *Systemy ogrzewania pomieszczeń w aspekcie komfortu cieplnego oraz wymagań technologicznych*, Rynek Instalacyjny, nr 2, 1995.
- [105] Rabjasz R., Dzierzgowski M.: *Ogrzewanie podłogowe - poradnik*, Centralny Ośrodek Informacji Budownictwa, Warszawa 1995.
- [106] Rabjasz R., Dzierzgowski M.: *Centralne ogrzewanie z grzejnikami podłogowymi*, Materiały Budowlane, Nr 7, 1996.
- [107] Rabjasz R., Dzierzgowski M., Turlejski St., Rymarczyk Z.: *An Effective Method of Application of Infrared Thermography for Diagnostic of Elements of Central Heating Installations*, QIRT 2000, Champiain, France.
- [108] Rabjasz R., Strzeszewski M.: *Dopuszczalna temperatura powierzchni podłogi*, COW nr 2/2002.
- [109] Recknagel H., Sprenger E., Hönnmann W., Schramek E.: *Poradnik. Ogrzewanie i klimatyzacja*, EWFE, Gdańsk, 2008.
- [110] Rosiński M., Spik Z.: *Ocena możliwości regulacji grzejnika podłogowego w warunkach dynamicznej pracy*, XI International Conference Air Conditioning Protection & District Heating, Szklarska Poręba, czerwiec 2005r.,
- [111] Rosiński M., Spik Z.: *Wpływ obniżenia mocy cieplnej grzejnika podłogowego na jakość parametrów powietrza w okresie osłabienia ogrzewania pomieszczenia*, XI International Conference Air Conditioning Protection & District Heating, Szklarska Poręba, czerwiec 2008.
- [112] Rosiński M., Spik Z.: *Analiza kosztów zużycia ciepła na ogrzewanie i wentylację budynków jednorodzinnych w zależności od zastosowanego źródła ciepła i rodzaju paliwa*, Ciepłownictwo Ogrzewnictwo Wentylacja, 03.2005.
- [113] Rosiński M., Spik Z.: *Jak szybko nagrzewa się i stygnie grzejnik podłogowy.*, Instalator Polski, 09.2005r,
- [114] Rydberg J., Huber Chr.: *Värmeavgivningen från rör i betong eller mark*, Svenska Värme- och Sanitetstekniska Föreningens Handlingar IX, Förlags AB VVS, Stockholm 1955.
- [115] Rymarczyk Zb.: *Zastosowanie termografii do badania rozkładu temperatury na powierzchniach elementów instalacji centralnego ogrzewania (rozprawa doktorska)*, Politechnika Warszawska, Warszawa, 1999.
- [116] Rymarczyk Zb.: *Use of Thermography for Estimation Water Flow of the Radiators in Central Heating System*, Quantitative InfraRed Thermography 5, Qirt'2000,

- Proceedings of Eurotherm Seminar nr 64, Reims, France, July 18-21, 2000, p. 370-374.
- [117] Schneckenberg E.: *Naturalna konwekcja w pomieszczeniach zamkniętych przy ogrzewaniu przez promieniowanie w przypadku zastosowania całej płyty grzejnej podłogowej lub sufitowej*, *Warme-, Luftungs-, Gesundheitstechnik*, T. 10 s. 164, 1958.
- [118] Sękowski K., Kaczan J., Kaczan T.: *Wewnętrzne instalacje wody ciepłej, zimnej, centralnego ogrzewania i ogrzewania podłogowego z rur PEX-c, LPE, PVC-C i PVC-U w systemie KAN-therm®*. *Poradnik projektanta*, Firma KAN, Warszawa 1998.
- [119] Sękowski K., Kaczan J., Kaczan T.: *Ogrzewanie podłogowe*, Firma KAN, Warszawa 1998.
- [120] Sękowski K., Juchnicki J.: *Nowoczesne wewnętrzne instalacje wody ciepłej i zimnej, centralnego ogrzewania i ogrzewania podłogowego. Poradnik projektanta, System KAN-therm®*, Firma KAN, Warszawa 2001.
- [121] Schlapmann D.: *Konvektion bei der Fußbodenheizungen – Entwicklung einer Prüfmetode*, BMFT – T81 – 158, FIZ Karlsruhe, 1981.
- [122] Spik Z.: *Ogrzewanie podłogowe w hali basenu za, czy przeciw*, VI Sympozjum Naukowo - Techniczne Instalacje Basenowe, Zakopane – Kościelisko, luty 2007.
- [123] Spik Z.: *Technologia HVAC*, Konferencja Racjonalne wykorzystanie energii odnawialnej OZE w HVAC, Mazowiecki Ośrodek Doradztwa Rolniczego w Warszawie Oddział Poświętne w Płońsku, Płońsk 2007.
- [124] Staniszewski B.: *Wymiana ciepła*, PWN, Warszawa 1980.
- [125] Strzeszewski M.: *Floor 2D*, program komputerowy, Instytut Ogrzewnictwa i Wentylacji Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1997-2002.
- [126] Strzeszewski M.: *Model numeryczny wymiany ciepła w przegrodzie budowlanej z przewodami centralnego ogrzewania*, *Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej*, z. 42 Inżynieria Środowiska, Warszawa 2002.
- [127] Strzeszewski M.: *Model obliczeniowy ogrzewań mikroprzewodowych*, rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa, 2002.
- [128] Strzeszewski M., Kowalczyk A.: *Wpływ właściwości inercyjnych na regulację grzejników podłogowych*, *Rynek Instalacyjny*, 1-2/2002.
- [129] Szargut J. i in.: *Modelowanie numeryczne pól temperatury*, WNT, Warszawa, 1992.
- [130] Szargut J.: *Termodynamika*, PWN, Warszawa 1998.
- [131] Szargut J., Mierzwiński S., Garwoliński E.: *Obliczanie wydajności betonowych płyt grzejnych*, *GWTS*, T. 31, s. 218, 1957.

- [132] Szorin S.N.: *Tieplotperedacia*, Moskwa 1964.
- [133] Szymański W.: *Parametry ogrzewania podłogowego*, materiały konferencyjne VIII Konferencji Ciepłowników Polski Południowo-Wschodniej „Nowoczesne systemy ogrzewania”, Solina 1996.
- [134] Taler J., Duda P.: *Rozwiązywanie prostych i odwrotnych zagadnień przewodzenia ciepła*, WNT, Kraków, 2004.
- [135] Taylor J.R.: *Wstęp do analizy błędu pomiarowego*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1995.
- [136] THERMOCOAX: *Materiały producenta termopar*, <http://www.thermocoax.com>, 2003.
- [137] TSI. Turkish Standard 11261: *Fundamentals of design and determination of the heating load for floor heating systems*, Ankara: Turkish Standards Institute, 1994.
- [138] Wasilewski W.: *Ogrzewnictwo i wentylacja – poradnik*, ARKADY, Warszawa 1966.
- [139] Wasilewski W.: *Model obliczeniowy i metodyka określania mocy cieplnej grzejników płaszczyznowych*, Instytut Ogrzewnictwa i Wentylacji PW, Warszawa 1974.
- [140] Wasilewski W.: *Wymiana ciepła. Poradnik*, Warszawa, 1995.
- [141] Wasilewski W.: *Straty ciepła rur preizolowanych zagłębionych w gruncie*, COW 5/1999.
- [142] Weber A.P.: *Centralne ogrzewania wodne*, ARKADY, Warszawa 1975.
- [143] Wiśniewski S., Wiśniewski T.S.: *Wymiana ciepła*, WNT, Warszawa, 2000.
- [144] Yanli R., Deying L., Yufeng Z.: *Numerical Simulation of Thermal Comfort Degree in Radiant Floor Cooling Room*, Proceedings, Building Simulation 2007.
- [145] Zang Z, Pate M.B.: *A numerical study of heat transfer in a hydronic radiant ceiling panel*, ASME HTD Vol. 62, pp. 31-38. New York: American Society of Mechanical Engineers, 1986.
- [146] Żelazny M.: *Podstawy automatyki*, PWN, Warszawa, 1976.
- [147] Żukowski M.: *Analiza parametrów cieplnych grzejnika podłogowego typu B*, Zeszyty Naukowe Politechniki Białostockiej, Zeszyt nr 14 – Inżynieria Środowiska, Białystok 2002.
- [148] Żukowski M.: *Modelowanie zjawisk wymiany ciepła zachodzących w poziomej płycie grzejnej*, XI Sympozjum Wymiany Ciepła i Masy, Gliwice – Szczyrk 2001.
- [149] Żukowski M.: *Metoda obliczania mocy cieplnej grzejnika podłogowego*, X International Conference AIR CONDITIONING PROTECTION & DISTRICT HEATING 2002, Szklarska Poręba 2002.