

## R O Z D Z I A Ł IV.

*Przystosowanie szczególnych Trygonometrycznych prawideł do robienia Mapp.*

§. 66. *Uwagi ogólne względem wyboru główniejszych punktów okolicy, której mappa ma być rysowana.*

Umiejętność rysowania mapp za pomocą Trygonometrii, zasada się na tém, ażeby wyznaczyć położenie i odległość główniejszych punktów okolicy iakowey; a to przez obrachunek i rozwiązanie nieprzerwanym ciągiem połączonych między sobą trójkątów, wktórych, potrzebne do tego kąty, i przynajmniej bok ieden iako fundamentalna podstawa, z poprzedniczego wymiaru są wiadome.

Gdy się mówi o Trygonometrycznym wymiarze okolicy iakowey, nie inaczej rozumieć się ma, tylko iż mówi się o wyznaczeniu na papierze znakomitszych, i zdaleka łatwo widzialnych przedmiotów, iakie są wierzchołki wież i wyniosleyszych budynków, tudzież kolumny, statuy, figury, młyny, wiatraki, wierzchołki gór, słupy, drzewa i t. d. ponieważ niepojęta a prawie niepodobna byłaby praca,

chcieć wszystkie rozległej iakowey okolicy drobniejszy części, trygonometrycznie na mappie oznaczyć. Samych więc tylko, iakom powiedział, główniejszych przedmiotów położenie i długość trygonometrycznie się oznacza, do umieszczenia zaś pośrednich między główniejszymi przedmiotami części, na których nie tak wiele zależy, używać się zwykło mierniczego stolika, iako to niżej obaczmy.

Dotego iakie w szczególnych przypadkach poprzedzających paragrafów, ku oznaczeniu położenia i odległości kilku lub kilkunastu przedmiotów, podaliśmy sposoby; też same służą do zrysowania mappy obszerniejszey sztuki ziemi z tą tylko różnicą, że tu większą liczbę trójkątów w nieprzerwanym między sobą ciągu utrzymywać, tudzież do ich wyboru i obrachunku, (osobliwie gdy dla pośrednich przeszkód na niektórych stanowiskach potrzebne kąty nie mogą być uważane), więcęj nieco baczności i uwagi przyłożyć potrzeba, do czego następujące służyć będą prawidła.

§. 67. *Uwagi szczególne. Opomiarze fundamentalney podstawy.*

Lubo wymiar fundamentalney podstawy, przy trygonometryczném robieniu mappy okolicy iakowey, nie koniecznie pierwszém być powinno dziełem; lecz można go przedsięwziąć kiedy i gdzie grunt najwygodniejszy do tego się zdarzy; iednakże nader pożyteczna iest rzecz, iezeli nie zaraz na początku roboty, to przynaj-

mniey wkrótce po zaczęciu oney, rzeczona podstawę wymierzyć: tak bowiem nie tylko wyznaczone już na polu trójkąty ciągle na papier przenosić, ale też gdy nie-pogoda, przez który dzień w domu siedzieć przymusi, podtenczas obrachunek ich rozpocząć będzie można, zapobiegając, ażeby się na sam koniec zbyt wiele takowego obrachunku nie zabierało. W powszechności zaś przy obieraniu miejsca zdającego do wyciągnięcia na niém fundamentalney podstawy, iako też przy wymiarze iey następujące ostrożności zachować potrzeba.

1. Plac obrany, powinien być ile możliwości, na otwartej i od wszelkich przeszkod wolnej, położony równinie, co i do pośpiechu i do dokładności w rozmiarze jest wielce pomocne.

2. Na tak obranym placu wyciągnięta fundamentalna podstawa takie położenie mieć powinna, aby iak naybliżej do linii południowej przyśtępowała, co za pomocą magnesowey igielki, pospolicie przy kątomierzach się znajdującey, łatwo otrzymać można: tudzież aby z ciągiem czyli iak nazywają z siecią trójkątów nie pośrednie łączyć się mogła, to jest, aby ona sama ieden ich bok czyniła.

3. Długość obranej podstawy stosować należy do wielkości mających się wyznaczać trójkątów: inaczej nie tylko brane

na niey kąty zbyt ostre wypadną, czego mocno chronić się potrzeba; ale nadto popelnione przy iey wymiarze iakiekolwiek uchybienie, którego się prawie niepodobna ustrzedz, tém więcej w następujących dłuższych bokach powiększy się i pomnoży, im one bardziej długością swoją przewyższać będą fundamentalną postawę.

4. Jeżeliby przedsięwzięta do wymiaru okolica bardzo daleko za fundamentalną podstawę się rozciągała; w takowym razie najlepiej jest drugą gdziekolwiek wymierzyć, dla doświadczenia, iak się też długość iey znaleziona przez rachunek, zgadzać będzie z uczynionym oneyże wymiarem.

*O obieraniu stanowisk i wymiarze kątów.*

Namyśliwszy się podczas zwiedzenia okolicy, §. 49. skąd rozmiar zacząć i iak nieprzerwany ciąg iego utrzymać się ma; udadź się potrzeba z instrumentem na stanowisko najbliższe, i na niém iako i na wszystkich innych następujące zachować przestrogi:

1. Należy obierać stanowiska w takich miejscach, na którychby tyle kątów wyznaczyć się dało, ile ich potrzeba do obrachowania ciągu uformowanych na ziemi trójkątów. Za mało obierając stanowisk, częstokroć obrachunek jest niepod-

bny, większa zaś ich liczba, sprawuie wprawdzie pewność, bo rozmaitym sposobem rachunek odprawiać można, ale tём samém przyczynia pracy, i wiele czasu zabiera. Tę więc istotną w obieraniu stanowisk trzeba zachować ostrożność, aby żadnego nie obierać stanowiska takiego, któreby już z poprzedzających nie było wyznaczone, i z którychoby do dwu przynajmniej albo trzech już wyznaczonych przedmiotów naodwrot celować i między niemi zawartych kątów brać nie można było.

2. Dla tём większey pewności i łatwiejszego postrzeżenia błędu, o to usilnie na każdym stanowisku starać się potrzeba, aby wymierzaniem kątów, całego koła czyli całego okręgu dopełniać; gdy bowiem summa tak wymierzonych kątów, wyrówna  $360^\circ$ , albo też mało co do niej zabraknie, będzie to dowodem, iż do wymiaru ich żadne znaczniejsze nie wpłynęło uchybienie. Jeżeli zaś do dopełnienia całkowitego okręgu zbywać będzie na widzialnych przedmiotach należących do samego rozmiaru, trzeba w takim razie brać inne iakiekolwiek punkta, mogące służyć do tego celu, a potём je z ciągu trójkątów wyłączyć. Co gdyby dla iakowych przeszkód nie można było napełnić kątami całkowitego okręgu, natenczas starać się potrzeba, te przynajmniej kąty, które brać można,

kilka razy doświadczać, poruszając po każdym celowaniu instrument i nanowo go ustawiając, byleby iednak nogi instrumentu z miejsca poruszane nie były.

5. Tak stanowisko każde, iako też uważane na niem kąty, tym porządkiem iak iedne po drugich następują, w umyślnie przygotowanym na to pugillaresie się zapisują, wraz z nazwiskami przedmiotów, między którymi też kąty uważane były: wczém tego osobliwiey przestrzegać należy, żeby albo w wymienianiu miejsc, albo w oznaczeniu przedmiotów iakowa nie wcisnęła się omyłka. Z tey przyczyny dobrze iest mieć przy sobie kogo świadomego okolicy, któryby tak położenie, iako i nazwiska miejsc doskonale wiedział; lubo częstokroć i o tego biegłości lepiej iest powątpiewać, a wprzód samemu należycie i dokładnie o wszystkiém upewnić się i wywiedzieć.

Co się powiedziało o naznaczaniu kątów, toż samo rozumieć się ma o zapisywaniu długości liniy prostopadłych, od prawdziwego punktu na fałszywe ramiona spuszczanych, iako też o zanotowaniu, czyli przybrane stanowisko z lewey, lub prawey strony, czyli przed, lub za prawdziwym punktem się znayduie: bo inaczey poprawa szukanego kąta nie mogłaby bydź do skutku przyprowadzona, iako się to w §. 65, dokładnief wyłożyło.

4. Dla utrzymania nieprzerwanego ciągu trójkątów, przypada częstokroć, zwłaszcza w okolicach pustych i nieosiadłych, obierać punkta stanowisk na takich miejscach, na których żaden z daleka widzialny przedmiot się nie ukazuje, aby do niego celować można: w podobnych więc przypadkach, potrzeba samemu takowe znaki stawiać. Do małych odległości dostateczne są zwyczajne chorągiewki miernicze, do większych, wysokie tyki, a do bardzo przeciągłych, słupy grube z kory odarte potrzeba kazać wyłatać. Gdyby punkt iaki w takiem zostawał położeniu, iżby z niego żaden z pomienionych dopiero znaków widzieć się nie dawał; trzeba pod wieczór, czasu umówionego, ogień na tamtém miejscu podniecić, albowi też użyć racy lub innych tym podobnych rzeczy.

*O obrachunku trójkątów.*

Gdy przystępuiemy do rozwiązywania trójkątów, rozumiemy, że już w całym ich ciągu oprócz wiadomego iednego boku, to jest fundamentalney podstawy, tyle ieszcze z poprzedzającego wymiaru znayduie się wiadomych kątów, ile ich potrzeba do należytego odprawienia rachunku. Jeśliby można było więcej kątów nad potrzebę wymierzyć, tedy one nie tylko rachunek ułat-

twią, ale też do zapewnienia się o dokładności roboty służyć będą: gdyż naówczas wielorakim sposobem obrachunek będzie można odprawiać. Nadewszystko zaś przyzwyczaić się należy do pewnego porządku, ażeby, gdy się w rachunku iakiey dostrzeże omyłki, łatwiey poznać można, gdzie się zaczęła, i nie byź przymuszonym do powtórzenia całkowitego obrachunku.

Pospolicie rachunek zaczynać się zwykł od tych trójkątów, które dwoma bokami swemi opierają się na końcach fundamentalney podstawy, iako na boku wspólnym: że zaś w każdym z nich wiadomy jest bok ieden, to jest fundamentalna podstawa, z dwoma iey przyległemi kątami; zatém łatwo podług przypadku igo §. 52. można wyrachować dwa inne boki każdego z pomienionych trójkątów. Podobnie w innych następnych a z pierwszemi nieprzerwanym ciągiem łączących się trójkątach, ponieważ zawsze tak z poprzedzającego rachunku, iako też z odprawionego na gruncie wymiaru, zawsze byź muszą wiadome albo dwa kąty i ieden bok, albo dwa boki i ieden kąt naprzeciwko iednego z tych boków położony, albo naostatek dwa boki i kąt między niemi zawarty; zatém dadzą się wyrachować inne niewiadome części tychże trójkątów: a to podług §. 52. W ciągu rachunku trzeba mieć baczność, aby natrafiwszy na kąty uważane

nie na właściwém stanowisku, naprzód ie do prawdziwego wierzchołka przyprowadzić, a potém dopiero do dalszey przystąpić roboty.

Wszystkie te działania z trójkątami, zapisuią się przyzwoitym porządkiem na przygotowaney umyślnie do tego karcie, aby z niey potém wynalezione przez rachunek długości boków brać, i ciąg trójkątów czyli figurę łatwiey ułożyć można. Naostatek robi się podziałka umiarkowana do wielkości rysunku, i za pomocą iey, iako też większego cyrkla rysuią się następnie trójkąty proporcjonalne tym, których odległość boków iest wiadoma z poprzedzającego rachunku. Tak figura na papierze-wygotowana, podobna będzie figurze uformowaney na polu, iako składająca się z teyże liczby trójkątów, podobnych iedne drugim, i podobnie położonych.

Tab. 7. §. 68. *Wzór trygonometrycznie wymierzó-*  
Fig. 68. *ney mappy, okolicy N. z wyluszczeniem*  
*sposobów, których tak do wymiaru, iako*  
*też do iey obrachunku użyto.*

Dla dania dokładniejszego wyobrażenia, iakby szczególne trygonometryczne działania powinny bydź przytłosowane do zrobienia mappy, obszerney iakowey sztuki ziemi; przytłaczamy tu mapę prawdziwie rysowaną, z wyłożeniem sposobów, których tak do iey wy-

miaru, iako i do obrachowania użyto. Ze wzoru tego łatwo każdy osadzi, iż wyłożone w poprzedzonych działaniach sposoby, nie są próżnem i bezużytecznem rzeczy wyszczególnieniem, ale raczej przezornem, zdarzających się w praktyce rozmaitych trudności, ułatwieniem.

Wiedzieć naprzód potrzeba, iż okolica ta pasmém rozciągających się wzgórków na dwie nieiako części podzielona była: że powtórę, na czterech wyniosłych miejscach H, S, O, F, umyślnie ogromniejsze stawiać musiało znaki, ażeby te ze wszech stron na następujących stanowiskach widziane i przecinane, nieprzerwany ciąg trójkątów utrzymywały; że potrzebie, fundamentalna podstawa naywygodniej mierzyć się mogła między przedmiotami N i J: że poczwarte, wymiar był rozpoczęty na M, i że do naznaczonych podczas zwiedzenia okolicy stanowisk, tym porządkiem postępowano, iak na pomienionej figurze oznaczają liczby następujące 1, 2, 3, 4, 5, 6. Ze naostatek, na pomienionych stanowiskach te tylko wymierzono kąty, które na figurze małej są oznaczone łukami, a które do uczynienia przynależnego obrachunku trójkątów, dostarczającami były.

Lubo zaś w początkach rozmiaru, długość fundamentalney podstawy wiadoma jeszcze nie była, gdyż ta, iako się dopiero powiedziało, na samym końcu roboty między przedmiotami N i J, wymierzona być miała; wszelako ciąg, czyli związek, albo iak nazywają się trójkątów, tym czasem następującym sposobem na papierze oznaczona i wyrażona być mogła.

A naprzód, aby na trzech pierwszych stanowiskach M, K, H, uformowane trójkąty, czyli

przecięcia D, S, O, przyzwoitym porządkiem na brulionie wyrazić; zrysowano na papierze linią MK, iakieykolwiek upodobaney długości; potem na iey końcach M, K, póróbiono kąty DMK, DKM, OMK, OKM, równe kątom wymierzonym na ziemi. Punkta przecięcia się ramion kątów wykréslonych, oznaczyły na brulionie położenie przedmiotów D, O. Daley w tróykacie DKH, ponieważ wszystkie trzy kąty były wiadome; więc gdy dwa z nich przyległe bokowi DK, zrysowano na końcach tegoż boku; punkt przecięcia się ramion zrysowanych kątów, dał położenie punktu H. Podobnież na końcach boku HK, zrobione kąty SHK, i SKH, naznaczyły położenie punktu S.

Teraz ponieważ na następujących stanowiskach A, G, ani iedno od drug ego widziane; ani kąty SAG, OAG, iako też i niektóre inne, dla pośrednich przeszkód, wyznaczone bydz nie mogły; przeto też i dalszy ciąg uformowanych na ziemi tróykątów nie dał się na brulionie wyrazić póty, póki się nie doszło do stanowisk L, N. Na tych więc pomienionych stanowiskach L, N, wymierzywszy potrzebne kąty, wyciągnięto naprzód na innym papierze linią KN, upodobaney długości, potem zaś na iey końcach robiono kąty tym porządkiem, iakim one na ziemi były uważane: natenczas punkta przecięcia się ramion kątów zrysowanych, dały położenie przedmiotom, F, C, R.

Do tego, ponieważ naprzód na stanowisku G, potem zaś na stanowisku A, wyznaczone były dwa kąty, ku każdemu z pomienionych punktów F, C, R, więc położenie obudwu punktów G, A, wyrażone bydz mogło na brulionie, podług przypadku trzeciego §. 64. Postępując daley, robione były przyzwoitym porządkiem kąty FAO, OAS, OAW, FGO, OGS, ÖGW,

a tak naznaczyło się na brulionie położenie punktów W, S, O, z których dwa ostatnie S, i O, już i na pierwszym brulionie położenie swoje miały oznaczone. Ze iednak punkta O, S, pierwszego brulionu, nie mogły bydz złączone z temiż punktami drugiego brulionu, a to dlatego, że długość linii LN, była wzięta podług upodobania, bez wszelkiego stosunku do pierwszej linii MK; przeto aby trójkąty pierwszego brulionu połączyć z trójkątami drugiego, a tém samém na iednym papierze mieć całkowitą ciągłą figurę; tym końcem na linii OS, drugiego brulionu, przerysowano kąty KOS i KSO, przyległe teyże saméy linii drugiego brulionu, przecięcie się ramion kątów wykreślonych naznaczyło na drugim brulionie położenie punktu K, pierwszego brulionu. Tym sposobem mając już wyrażony na drugim brulionie trójkąt KOS, pierwszego brulionu; łatwo było inne pozostałe trójkąty pierwszego brulionu, połączyć z trójkątami drugiego: a tém samém ułożyła się figura pokazująca ciągle i następne położenie trójkątów uformowanych na gruncie.

Zakończywszy rozmiar kątów, tudzież oznaczwszy na papierze ich ciągle następstwo, tak iak się dopiero wyłożyło; wymierzono z jak naywiększą pilnością i dokładnością fundamentalną podstawę JN, podług §. 5, potém dopiero rozpoczęto obrachowanie trójkątów, w sposób następujący:

1. W figurze JNFE, mając wiadomy z pomiaru bok JN, iako fundamentalną podstawę, tudzież kąty EJF, FJN, JNE, ENJ, z końców teyże podstawy wymierzone, obrachowano wartość boków EJ, EN, EF, FJ, i FN, podług przypadku pierwszego §. 57. Po uczynionym tey figury obrachunku, wyciągnięto na papierze linią, i dano iey tyle części wziętych

na podziałce umiarkowaney do wielkości rysunku, ile znaleziono miar w podstawie fundamentalney  $JN$ . Chcąc potém oznaczyć bądź którykolwiek punkt widziany z końców podstawy  $NJ$ . np. punkt  $E$ , wzięto na podziałce tyle części, ile wypadło z rachunku miar na linią  $JE$ , i z lewego końca linii oznaczającej na papierze fundamentalną podstawę, narysowano łuk. Wzięto podobnież na podziałce tyle części, ile znaleziono miar w linii  $NE$ , i z prawego końca podstawy, narysowano drugi łuk, w tęż samą stronę co i łuk pierwszy. Punkt przecięcia się łuków nakreślonych naznaczył na papierze położenie punktu  $E$ . Tymże samym sposobem sobie postąpiono, mając oznaczyć położenie punktu  $F$ , iako też i innych przedmiotów, których odległości z dalszego obrachunku będą wiadome.

2. W figurze  $FNLRC$ , mając z poprzedzającego rachunku wiadomy bok  $FN$ , iako też kąty wszystkie na stanowiskach  $N, L$ , uważane; łatwo wyrachowano inne boki i kąty, podług Igo i 2go przypadku §. 57.

3. Teraz ponieważ w trójkącie  $FCR$ , wszystkie boki i kąty są wiadome, a do wierzchołka iego  $C$ , ze stanowisk  $A, G$ , po dwa kąty wymierzone były, to jest na pierwszém stanowisku  $A$ , uważano kąty  $FCA$ , i  $CAR$ , zaś na  $G$ , kąty  $FGC$  i  $CGR$ ; przeto można będzie obrachować podług przypadku trzeciego §. 64. na-przód boki  $AF, AC, AR$  potém boki  $GF, GC, GR$ , tudzież kąty  $ACF$  i  $GCM$ . Naostatek odciągawszy kąty  $FCR, ACF, GCR$ , od  $360^\circ$ . reszta pozostała okaże ważność kąta  $ACG$ ,

4. Tym sposobem w trójkącie  $ACG$ , doszedłszy ważności boków  $AC, GC$ , z kątem

ACG, między temiż bokami zawartym; mógł się podług przypadku 3go §. 52. obrachować bok trzeci AG, z kątami CAG, AGC, sobie przyległemi. Po wynalezieniu zaś dwóch dopiero wymienionych kątów CAG, AGC, łatwo doszło się ważności dwóch innych WAG, i AGO: gdyż pierwszy z nich  $WAG = 360 - CAG - CAF - FAO - OAW$ , drugi zaś  $AGO = CGO - AGC$ .

5. Zakończywszy obrachunek poprzedzającej figury, przystąpiono do obrachowania następującej AGWSO: w której, ponieważ bok AG, był wiadomy ze wszystkimi kątami, które z końców A, G, ku przedmiotom O, S, W. były wyznaczone; zatem obrachowały się inne boki i kąty, podług przypadku pierwszego §. 57.

6. W figurze OSHDMK, mając wiadomą ważność kątów uważanych na trzech stanowiskach M, K, H, prócztego mając wiadomy bok OS, z poprzedzającego rachunku; dóysź można było ważności innych boków i kątów podług § 63.

7. W trójkącie AOF, z wiadomych boków AO, AF, wraz z kątem OAF, między niemi zawartym, wyrachował się podług przypadku 3go §. 52. bok trzeci, z dwoma innemi niewiadomemi kątami.

8. Od  $360^\circ$  odiawszy wszystkie wiadome kąty około punktu O, leżące, reszta pokaże ważność kąta MOF. Ponieważ zaś w trójkącie MOF, prócz kąta dopiero wynalezionego, wiadome jeszcze są z poprzedzających rachunków boki MO, FO, tenże kąt czyniące; łatwo zatem dał się obrachować bok MF, z kątem MFO, podług przypadku 3go §. 52.

9. Podobnież od  $360^\circ$  odciągnąwszy wszystkie kąty około punktu F leżące; reszta będzie ważnością kąta MFE: a że w trójkącie

MFE, są także wiadome boki MF, FE, tenże kąt czyniące: przeto można wyrachować bok ME, podług przypadku 3go § 52. Tymże sposobem w trójkącie HSW, obrachowano ważność boku HW.

10. Ponieważ zaś w działaniach trygonometrycznych częstokroć się zdarza, iż kąty nie na właściwem stanowisku uważane być muszą; przeto gdy się w ciągu obrachunku do takich kątów przyydzie, natychmiast ie do właściwych stanowisk czyli wierzchołków przyprowadzić należy: a to za pomocą trójkątów prostokątnych, których kąt prosty zawsze bywa zawarty między jednym z boków fałszywych, i linią prostopadłą od wierzchołka kąta prawdziwego na tenże bok fałszywy spuszczoną, co z figury 65 i 66. łatwo miarkować się daie. W tych tedy trójkątach znalazłszy ważność kątów ostrych CAP; PBC, potrzeba ie podług wyłożonych w §. 65. przypadków, albo dodadź do kąta na właściwem stanowisku uważanego, albol i też odciągnąć: a tak dopiero otrzymawszy ważność kąta prawdziwego, do dalszych obrachunków przystąpić.

Tab. 6.  
Fig. 56.

II. Dokonawszy trygonometrycznego rachunku wyłożonemi dopiero sposobami, nie zostaje nic więcej, tylko przy każdym z tych punktów naznaczyć przyzwoicie uważane przedmioty; punkta zaś pośrednie pomiędzy temi przedmiotami, wyznaczają się w sposób następujący.

