Prof. A. XIĘŻOPOLSKI

PAROWOZY

CZ. II.

WEDŁUG WYKŁADÓW
NA
POLITECHNICE WARSZAWSKIEJ

WARSZAWA
1934 r.

Spis treści

str.

I Zasadnicze równania ruchu postępowego lokomotywy i pociągu.-

1) Przyczepność obręczy kół napędnych do szyny (adhezja)

Zależnie od rodzaju silnika lokomotywy dzielą się na parowe, elektryczne i spalinowe. Lokomotywa z tłokowym silnikiem parowym zwie się parowozem. Silnik lokomotywy nadaje pewnym zespołom kół ruch obrotowy; zespoły te zwą się napędnemi, pozostałe - tocznemi (luźnemi).-

W ogólnem znaczeniu lokomotywa jest to wóz, do którego napędnych kół przyłożone są pary sił. Siły tych par, przeniesione na okręgi toczne kół napędnych, oznaczymy przez F_1 (rys. 1), ich ramiona przez r. Siły te jako mające swe źródło w silniku samej lokomotywy, będą względem koła, jak i całego pociągu siłami wewnętrznemi, nie mogą więc nadać ruchu postępowego środkowi ciężkości pociągu. Niezbędną do tego siłę zewnętrzną otrzymamy, stawiając lokomotywę na szyny nieruchome. Od nacisku kół napędnych na szynę powstaje siła reakcji szyny na koło Z'_p zewnętrzna względem koła, którą nazywamy siłą pociągową przyczepną, albo adhezją.-

Jeżeli przyłożona w punkcie A siła $F' \leq Z'_p$, to punkt A będzie chwilowym środkiem obrotu, ponieważ szybkość jego będzie $V_A = 0$, i koło potoczy się pod wpływem siły F_1 przyłożonej w p. 0. Jeżeli przyłożona w p. A siła $F_1 > Z'_p$, to koło zacznie się obracać dokoła punktu 0 -„lokomotywa buksuje."

Jeżeli lokomotywa ma kilka zestawów napędnych połączonych wiązarami, to oznaczając przez F wypadkową wszystkich sił stycznych F_1 - otrzymamy $\Sigma F_1 = F$ i $\Sigma Z'_p = Z_p$

Oznaczmy przez: L_p - nacisk wszystkich kół napędnych na szyny; α - współczynnik przyczepności; wtedy na podstawie badań Hadley'a możemy napisać:

$$Z_p = \alpha L_p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Wyrażając Z_p w kg., L w tonnach - warunek niezbędny dla postępowego ruchu parowozu wyrazi się:

$$Zp \leq 1000 \, \alpha \, Lp \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Spółczynnik przyczepności α zależy od szybkości jazdy, warunków atmosferycznych i stanu szyn, jest on mniejszy od spółcz. tarcia $f \cong 0{,}3$. W zestawieniu poniżej podane są wartości spółcz. przyczepności α i siły pociągowej przyczepnej, przypadającej na 1 t. nacisku kół napędnych na szyny. (adhezja jednostkowa $A = \frac{Zp\ (kg)}{Lp\ (t)}$)

	Spółczynnik przyczepn. α	$A = \frac{Zp\ (kg)}{Lp\ (t)}$
Dla szyn suchych i normalnej pracy parowozu	1/6 - 1/7 (0,17 - 0,15)	170 - 150
Ślizganie (szyny zlodowaciałe mgła, w tunelach	1/7 - 1/10 (0,15 - 0,1)	150 - 100
Posypywanie suchym drobnym piaskiem	1/4 - 1/5 (0,25 - 0,2)	250 - 200

W nowoczesnych parowozach towarowych na parę przegrzaną z maszynami bliźniaczemi - największej sile pociągowej odpowiada spółczynnik $\alpha = 0{,}23$, zwykle zaś przyjmuje się dla parowozów bliźniaczych $\alpha = 0{,}18$ i dla parowozów dwucylindrowych sprzężonych $\alpha = 0{,}2$ ponieważ w tych ostatnich siła styczna przyłożona do czopa korby podlega w ciągu 1 obrotu mniejszym wahaniom.-

Dla parowozów kusych (tendrzaków) w których adhezja obniża się w miarę zużywania zapasów wody i opału $\alpha = 0{,}15 - 0{,}12$. W parowozach bliźniaczych wahania siły pociągowej cylindrowej w ciągu 1 obrotu są dość znaczne - np: $Z\,max = 1{,}24 \quad Z\,śr.$; dla uniknięcia więc buksowania jest niezbędne, aby $Z\,max$ spółczynnik przyczepności α nie przekraczał spółczn. tarcia posuwistego, więc $Z\,max \leq 0{,}3\,Lp$; stąd dla średniej wartości $Z\,śr.$ przyjmujemy obecnie $\alpha < 0{,}25$. Dla normalnej pracy parowozu t.j. przy ekonomicznem napełnieniu cylindrów parą $\varepsilon = 0{,}25 - \varepsilon = 0{,}3$ i prędkości od 10 - 20 klm. mniejszej od $V\,max$. spółczn α powinien być około 0,1.-

2) Równanie ruchu pociągu

Warunek przyczepności jest warunkiem niezbędnym dla ruchu pociągu; nie charakteryzuje jednak tego ruchu. To da nam dopiero równanie ruchu pociągu, które wyprowadzimy na podstawie zasady siły żywej.-

Pociąg złożony z lokomotywy i wagonów, stanowi układ brył połączonych ze sobą częściowo elastycznemi złączami, częściowo sztywnemi. Niektóre bryły układu mają tylko ruch postępowy, np: pudła i ostojnice wagonów; inne - oprócz tego i ruch obrotowy - np. zestawy kół.-

Na powyższy układ brył działają następujące siły: 1) Siły zewnętrzne Z - przyłożone stycznie do obwodów wszystkich kół napędnych lokomotywy, uruchamiającej pociąg.-

2) Siły zewnętrzne oporu ruchu pojazdów; wypadkową ich przyłożoną w środku ciężkości pociągu oznaczymy przez W.

3) Reakcje pomiędzy oddzielnemi częściami pociągu. Są to siły wewnętrzne; każdej sile +P odpowiadają - P.

4) Reakcje szyn na koła.

Oznaczmy przez r - promień koła, α - kąt obrotu koła; x - drogę środka ciężkości pociągu, to jeżeli koła nie ślizgają się będziemy mieć:

$$dx = r\,d\alpha$$

Elementarna praca sił działających będzie: $(Z - W)\,dx$. Elementarna praca sił wymienionych w p. 4 będzie równa 0, ponieważ siły te, jako przyłożone do chwilowego środka obrotu - przebywają drogę, równą 0.

Siła żywa pudła, jako posiadającego tylko ruch postępowy, będzie $\frac{m_p \cdot v^2}{2}$

Siła żywa połowy zespołu kół, jako posiadającego jeszcze ruch obrotowy, będzie

$$\frac{m_z \cdot v^2}{2} + \frac{J \cdot \omega^2}{2} \quad {}^{*)}$$

---

*) Jeżeli element koła zestawu, (rys 2) znajdującego się od środ-

pł. str. 4

gdzie m_p - masa pudła jednego wagonu, m_z masa połowy zespołu kół (koło i połowa osi), J - moment bezwładności połowy zespołu kół, ω - prędkość kątowa koła v - prędkość postępowa.-

Siła żywa całego pociągu:

$$\sum\frac{m_p v^2}{2}+\sum\frac{m_z v^2}{2}+\sum\frac{J\omega^2}{2}=\left(\sum m_p+\sum m_z\right)\cdot\frac{v^2}{2}+\sum\frac{J\omega^2}{2}=$$

$$=\frac{M v^2}{2}+\sum\frac{J\omega^2}{2};$$

tu $M=\sum m_p+\sum m_z$ równa się masie całego pociągu.

Ponieważ $v=\omega\cdot r$, więc $\omega=\frac{v}{r}$;

$$\frac{Mv^2}{2}+\sum\frac{J\omega^2}{2}=\frac{Mv^2}{2}+\sum\frac{Jv^2}{2r^2}=\left(M+\sum\frac{J}{r^2}\right)\frac{v^2}{2}$$

Elementarna siła żywa będzie: $\left(M+\sum\frac{J}{r^2}\right)\frac{2v\cdot dv}{2}$

a przyrównując ją do elementarnej pracy sił otrzymamy

$\left(M+\sum\frac{J}{r^2}\right)v\,dv=(Z-W)\cdot dx$; ponieważ $v=\frac{dx}{dt}$, to

$$\left(M+\sum\frac{J}{r^2}\right)\frac{dx}{dt}\cdot dv=(Z-W)\cdot dx\quad;\quad\left(M+\sum\frac{J}{r^2}\right)\frac{dv}{dt}=Z-W \quad\ldots\ldots\ldots (3)$$

$$\left(M+\sum\frac{J}{r^2}\right)\frac{d^2x}{dt^2}=Z-W \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

jest to „równanie ruchu pociągu"

Wyprowadzając równanie przyczepności i ruchu pociągu nie uzależniliśmy siły Z od rodzaju silnika lokomotywy, wobec czego równania powyższe tyczyć się będą wszystkich lokomotyw, t.j parowozów, turbowozów, elektrowozów, Diesel-lokomotyw i t.p. Siła Z w lokomotywach z silnikami wirnikowemi będzie stała podczas jednego obrotu koła, w lokomotywach z silnikami parowymi

---

ka obrotu w odległości ρ oznaczymy przez m, to prędkość obrotowa tego elementu będzie $\omega\rho$, a żywa siła $\frac{m}{2}\omega^2\rho^2$ dla całej połowy zestawu $\sum\frac{m\omega^2\rho^2}{2}=\frac{\omega^2\sum m\rho^2}{2}=\frac{J\omega^2}{2}$ a ponieważ żywa siła postępowego ruchu równa się $\frac{m_z v^2}{2}$ to całkowita będzie $\frac{m_z v^2}{2}+\frac{J\omega^2}{2}$

tłokowymi - zmienną, zależną od położenia korby, czyli kąta obrotu α.-

W rozważaniach, odnoszących się do konstrukcji i ruchu parowozów - zamiast siły Z przyjmujemy średnią jej wartość podczas jednego obrotu koła. Jeżeli ją oznaczymy przez Z_s, a średnicę koła napędnego przez D - to otrzymamy równanie:

$$\pi D Z_s = \int_0^{\pi D} Z\,dx$$

i wtedy siła Z_s wyrazi się wzorem:

$$Z_s = \frac{1}{\pi D}\int_0^{\pi D} Z\,dx \quad \text{.................} \quad (5)$$

Żeby dokładniej wyjaśnić sobie znaczenie średniej siły pociągowej Z_s, musimy zaznaczyć, że w teorji parowozu będziemy mieli do czynienia z terminami: „siła pociągowa cylindrowa indykowana" i „siła pociągowa cylindrowa rzeczywista" (efektywna - użyteczna).-

Jeżeli oznaczymy przez:

d cm. - średnica cylindra parowego

s mm. - skok tłoka

D mm. - średnica kół napędnych

p_i - średnie ciśnienie indykowane przy napełnieniu odpowiadającem wymaganej pracy parowozu, t.j. przy danem napełnieniu cylindra

Z_i - siłę pociągową cylindrową indykowaną to dla parowozu z maszyną bliźniaczą (dwa cylindry jednakowej średnicy) równanie pracy przy jednym obrocie koła wyrazi się równaniem:

$$\pi D Z_i = 2\cdot 2\,\frac{\pi d^2}{4}\cdot p_i\, s = \pi d^2 s\cdot p_i$$

$$Z_i = p_i\,\frac{d^2\cdot s}{D} \quad \text{.................} \quad (6)$$

Oznaczając przez η - mechaniczny spółczynnik skutku użytecznego maszyny parowej, otrzymamy, że siła pociągowa cylindrowa rzeczywista (efektywna), którą oznaczymy przez Z_e - wyrazi się wzorem:

$$Z_e = \eta \cdot Z_i = \eta \cdot p_i \cdot \frac{d^2 s}{D} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

W równaniu ruchu pociągu zamiast Z_s dla parowozu możemy postawić Z_e, określoną z powyższego równania i wtedy ostatecznie równanie ruchu pociągu wyrazi się:

$$\left(M + \Sigma \frac{J}{r^2}\right) \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = Z_e - W$$

W równaniu ruchu pociągu wyraz $\Sigma \frac{J}{r^2}$ jest równomierny z masą, możemy to uwzględnić, pisząc

$$\Sigma \frac{J}{r^2} = \gamma \cdot M$$

Równanie ruchu pociągu wyrazi się wówczas tak:

$$M(1+\gamma) \frac{d^2 x}{dt^2} = Z_e - W \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

Wartość γ w % od masy jednostki taboru wynosi w przybliżeniu:

Wagon towarowy 2-osiowy załadowany	$\gamma = 3{,}4$ %
" " " niezaładowany	$\gamma = 8{,}5$ %
Parowóz 4-osiowy z tendrem	$\gamma = 6.$ %
Pociąg towarowy ładowny	$\gamma = 4$ %
" " próżny	$\gamma = 8$ %
Pociąg osobowy-parowoz 2C i 9 wag. pulman	$\gamma = 4$ %

$M = 1000 \frac{L+Q}{g}$, gdzie L - waga lokomotywy Q - waga wagonów w tonnach.

Jeżeli $\frac{d^2 x}{dt^2} = 0$, to $Z_e - W = 0$, czyli dla utrzymania jednostajnego ruchu pociągu musi być $Z_e = W$. Dla nadania pociągowi pewnej prędkości V klm/godz. parowóz musi przebiec pewną drogę, podczas której $Z_e > W$.-

Równanie ruchu pociągu pozwala nam rozwiązywać rozmaite zagadnienia jak np. obliczyć czas przebycia pewnego odcinka drogi z określoną prędkością, obliczyć drogę i czas hamowania pociągu i.t.p. o ile tylko znamy wartości siły pociągowej Z_e i oporu W. Zajmiemy się zbadaniem tych wielkości.-

II Opór pociągu

Ruch pociągu nastąpi, jeżeli rzeczywista (efektywna) siła pociągowa, t.j. siła wytworzona przez silniki lokomotywy i przeniesiona na obwody kół napędnych, pokona opór pociągu, w skład którego wchodzą wagony i lokomotywa, rozpatrywana jako wóz.

Pociąg podczas swego biegu uruchamia najpierw powietrze. Koła każdego z wagonów toczą się po szynach, stykając się z niemi wskutek stożkowatości obręczy według obwodów równych, lub nie równych średnic. W pierwszym wypadku koła przenoszą na szyny tylko obciążenie od wagi wagonu. Pod wpływem tego obciążenia podczas biegu pociągu koła i szyny odkształcają się; powstają przesunięcia i zdzieranie cząstek materjału, co powoduje wzrost temperatury

To zjawisko uwydatnia się silniej, gdy koła stykają się z szynami według obwodów nierównych średnic. Koło, które toczy się według obwodu większego, stara się wyprzedzić drugie, które pozostaje w tyle, wskutek tego koła nie tylko że toczą się po szynach, lecz zaczynają się ślizgać, a zestaw kół zaczyna przesuwać się w kierunku prostopadłym do osi toru, średnica obwodu tocznego drugiego koła zaczyna wzrastać; oczywiście po pewnym okresie czasu, to samo zjawisko powtarza się w kierunku odwrotnym.

Przy przesuwaniu się zestawów kół w kierunku prostopadłym do podłużnej osi toru, powstaje pomiędzy szynami, a kołami dodatkowe tarcie posuwiste w kierunku odwrotnym do przesuwu.-

Konstrukcja maźnic nie pozwala na zbytnie odchylanie się zestawu kół przy wyprzedzaniu jednego koła przez drugie; następują więc uderzenia maźnicy o widły i ślizganie się kół po szynach w kierunku biegu pociągu.

Uderzenia obrzeży obręczy o boczne powierzchnie szyn podczas przesunięć zestawu na boki, uderzenia kół na złączach szyn, tarcie osi w maźnicach, opór powietrza dopełniają szereg przeszkód jakie napotyka pociąg w biegu.

Każda zmiana stanu ciała, lub jego kształtu zużywa pewną ilość pracy, lub energji kinetycznej, i dla tego pociąg uruchomiany po prostej linji z pewną początkową prędkością i pozostawiony samemu sobie zacznie stopniowo zwalniać swój bieg i ostatecznie zatrzyma się. Dla podtrzymania jednostajnego prostolinijnego biegu pociągu należy przyłożyć pewną siłę, która pracą swą zrównoważyłaby pracę wszystkich oporów powstających podczas ruchu pociągu.

Możemy przyjąć, że siła ta składa się z kilku składowych, z których pierwsza zwraca pociągowi swą pracą energję kinetyczną, zużytą na wprowadzenie w ruch otaczającego powietrza; inne - tę część energji, która została zużyta na tarcie i uderzenia kół o szyny.

Siły równe wyżej wymienionym składowym, lecz odwrotne co do kierunku, stanowią siły oporu pociągu. Zbadanie każdej z nich zapozna nas z istotą ogólnej siły oporu i da możność obliczenia jej wartości w zależności od wagi i ustalonej prędkości pociągu po torze prostym i poziomym.

Przy ruchu pociągu po torze prostym, ale pochyłym, trzeba będzie wielkość oporu na poziomie zmienić w zależności od otrzymanej wielkości rzutu wagi pociągu na kierunek równoległy do szyn.

Przy ruchu na łukach trzeba dodać dodatkowy opór, spowodowany tarciem obrzeży kół o szyny.

Jeżeli zachodzi potrzeba zmiany szybkości, to lokomotywa musi wykonać dodatkową pracę, równą osiągniętej sile żywej pociągu, czyli pokonać dodatkowy opór t. zw. bezwładności.

Widzimy, że składowe całkowitej siły oporu będą następujące: 1) opór ruchu po torze prostym i poziomym; 2) opór na wzniesieniu; 3) opór na łuku; 4) opór bezwładności.

Opór wymieniony w p 1. nazywają często oporem bieżącym; oporu w p. 2 i 3 oporami dodatkowemi.

Opór bieżący całkowity pociągu t. j. parowozu z wagonami wyrażony w kg. oznaczać będziemy **W** kg.

Spółczynnik oporu, albo t. zw. jednostkowy opór bieżący całego pociągu wyrażamy w kg na tonnę wagi pociągu oznaczać będziemy $\mathfrak{w}$ kg/t.

Ponieważ spółczynnik oporu lokomotywy różni się od spółczynnika oporu wagonu, to opory całkowite i jednostkowe oznaczać będziemy dla parowozu W_l^{kg}; $w_l^{kg/t}$ dla wagonu W_w^{kg}; $w_w^{kg/t}$.

Ciężar parowozu w t. w roboczym stanie, to znaczy gdy kocioł i tender napełnione są wodą i opałem, oznaczymy przez L ciężar wszystkich wagonów przez Q

Wtedy:

$$W^{kg} = W_l^{kg} + W_w^{kg}; \quad w_l^{kg/t} = \frac{W_l^{kg}}{L}; \quad w_w^{kg/t} = \frac{W_w^{kg}}{Q}; \quad w^{kg/t} = \frac{W^{kg}}{L+Q}$$

Opór na wzniesieniu oznaczać będziemy W_i^{kg} i $w_i^{kg/t}$

" " łuku " " W_k^{kg} i $w_k^{kg/t}$

" bezwładności " " W_b^{kg} i $w_b^{kg/t}$

Opór bieżący składa się z następujących oporów:

a) opór wskutek tarcia: tarcie posuwiste i potoczyste pomiędzy kołami i szynami, tarcie czopów w panwiach.

b) opory wskutek zderzeń na złączach i wogóle nierownościach toru.

c) opór powietrza.

Oprócz tych oporów, wspólnych dla wagonów i lokomotywy (jako wozu) istnieją jeszcze opory wewnętrzne mechanizmu silnika samej lokomotywy, np. w parowozie opory tarcia ruchomych części maszyny parowej i wiązarów, tarcie pary wylotowej w dyszy, następnie spalin, albo tarcie powietrza, gdy jedziemy z zamkniętą przepustnicą.

Zanim podamy empiryczne wzory oporu, ułożone na podstawie badań różnych typów taboru i składu pociągów - podamy teoretyczne podstawy, jako dające możność orjentowania się przy korzystaniu z istniejących empirycznych wzorów, które dają nieraz rozbieżne wartości oporu; tłumaczy się to tem, że opór pociągu zależy nie tylko od typu taboru i składu pociągu, lecz i od stanu taboru; typu i stanu toru; poczęści nawet od sposobu eksploatacji. Rozpatrzymy najpierw opór ruchu samego wagonu, następnie pociągu, wreszcie - parowozu.-

Opór oddzielnego wagonu.

Składowe całkowitej siły oporu wagonu są następujące:

1) opór tarcia obręczy kół o szyny wskutek a) stożkowatości ob-

reczy. b) wężykowatego ruchu wagonu c) nieprawidłowego położenia zestawów kół względem podłużnej osi wagonu d) nierównomiernego ścierania się obręczy.-

2) Opór toczenia się kół po szynach.

3) Opór tarcia czopów osiowych w panwiach

4) Opór od uderzeń obręczy kół na złączach i wogóle wskutek nierówności powierzchni główek szyn.

5) Opór powietrza

6) Opór na pochyłościach

7) Opór w łuku

8) Opór bezwładności.

1 Opór tarcia obręczy kół o szyny

Koła taboru kolejowego nawet przy sprzyjających warunkach nie mogą toczyć się bez ślizgania; z tego powodu powstaje tarcie między niesmarowanemi powierzchniami kół i szyn.

Prawa tarcia ciał twardych niesmarowanych „tarcie suche," wyprowadzone przez Amontona, a sformułowane przez Coulomba i Morin'a są następujące:

1) Siła tarcia jest proporcjonalna do ciśnienia normalnego aż do granicy, gdy ciśnienie to zaczyna zniekształcać powierzchnie stykające się.-

2) Siła tarcia nie zależy od wymiarów stykających się powierzchni ciał.

3) Nie zależy od względnej prędkości ruchu trących się ciał.

Siła tarcia wyraża się wzorem $T = fN$, gdzie f - spółczynnik tarcia, a N - ciśnienie normalne.

Doświadczenia dokonane następnie przez Poirégo i Bochet stwierdziły zależność siły tarcia od wielkości ciśnienia normalnego, ale ujawniły, że:

1) siła tarcia zmniejsza się w miarę wzrostu prędkości,

2) zależy do pewnego stopnia od ciśnienia na jednostkę powierzchni, a mianowicie przy średnich wielkościach ciśnienia jest ona mniejsza, niż przy małych, lub bardzo dużych.

3) Zależy również od materjału i stanu powierzchni ciernych.

4) Zależy wreszcie od temperatury i wielu innych nieuchwyt=

nych czynników.-

Odróżniamy: a) tarcie przy spoczynku, gdy ciało pozostające pod wpływem siły zewnętrznej, a wspierające się na drugiem ciele, zachowuje jeszcze stan równowagi - wtedy, kiedy siła działająca tworzyć będzie z normalną odporową kąt równy, albo mniejszy od kąta ρ_0 - kąta tarcia w spokoju. $T = f_0 N$; stąd spółczynnik tarcia w spokoju $f_0 = \frac{T}{N} = tg\,\rho_0$
b) tarcie przy ślizganiu; gdy dwa ciała stykają się ze sobą na powierzchni ograniczonej, to ich ruch względny po sobie polega na ślizganiu się, a opór tarcia wtedy nazywa się tarciem posuwistem, albo tarciem przy ślizganiu. c) tarcie przy toczeniu; gdy dwa ciała stykają się ze sobą wzdłuż linji, to ruch będzie polegać na ślizganiu, albo toczeniu się dokoła linji.

Toczenie się jednego ciała po drugiem - powoduje tarcie potoczyste.

Wypadkowa siły tarcia T i normalnego ciśnienia N tworzy z normalną kąt ρ, zwany kątem tarcia, a spółczynnik tarcia przy ślizganiu w ruchu $f = tg\,\rho$. Przyjmując dla siły tarcia ciał twardych wzór Coulomba i Morin'a, Bochet wyraża zależność spółczynnika f od względnej prędkości v

$$f = \frac{f_0 - \beta}{1 + \gamma \cdot v} + \beta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

w wyrazie tym oznacza:

f_0 - spółczynnik tarcia w spokoju t. j przy rozruchu ($v = 0$) pojazdów
β - wartość spółczynnika f przy szybkości v - niesk. wielkiej;
β - jest zawsze mniejsze od f_0. Spółczynnik γ zależy od jednostek miar v.

Średnie wartości spółczynników f_0, β i γ dla v wyrażonego w m/sec podajemy poniżej.

Stan i gatunek trących się ciał	f_0	β	γ
Nowe obręcze i nowe szyny	0,3	0,15	0,15
Zużyte " " " "	0,22	0,08	0,3
" " „ zużyte "	0,18	0,08	0,3

Należy zauważyć, że są to wartości średnie, któremi można się posiłkować w praktyce; skrajne wartości spółczynników róż=

nią się znacznie od wyżej wymienionych.

Poirée jeszcze w r. 1856 podał wzór dla f w zależności od f_o i V km/godz. $f = \frac{f_o}{1+0{,}02V}$; gdy $V = 0$, to $f = f_o$

Dla szyn żelaznych suchych i żelaznych obręczy kół Poirée podał następujące spółczynniki:

V km/godz. = 16,56 31,68 79,2
f = 0,209 0,171 0,112
f_o = 0,277 – 0,3

Stalowe obręcze kół i żeliwne klocki hamulcowe (p/g Galtona)

V km/godz. = 0 15,84 39,96 72,36 96,48
f = 0,33 0,242 0,166 0,127 0,074

Klocki hamulcowe stalowe, obręcze stalowe (pg Wicherta przy niezmieniającej się wartości V)

$$f = f_o \frac{1+0{,}0112V}{1+0{,}06V} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

przy powierzchniach tarcia suchych $f_o = 0{,}45$, a przy mokrych $f_o = 0{,}25$

Przy obliczeniach hamulców, jeżeli pociąg, biegnący przy rozpoczęciu działania hamulcy z szybkością $V \frac{km}{godz}$, to jako średnie wartości można przyjmować:

V km/godz. =	10	20	30	40	50	60	70	80	90
f =	0,201	0,164	0,142	0,128	0,117	0,109	0,103	0,098	0,093

Opór tarcia obręczy kół o szyny, jak było wspomniane, składa się z 4 głównych składowych. Zbadamy każdy z tych oporów oddzielnie:

a) Opór wskutek stożkowatości obręczy

Załóżmy, że stożkowate powierzchnie obu kół mają jednakowe wymiary, że koła stoją na szynach symetrycznie względem płaszczyzny pionowej, przechodzącej przez oś toru, i że oś zestawu kół jest prostopadła do niej. Łatwo się przekonać, że nawet przy takiem założeniu, koła podczas biegu wagonu ślizgają się po szynach, albowiem stykają się nie w jednym punkcie, ale według pewnej powierzchni zakreskowanej na rys. 3. Oznaczmy jej szerokość a b przez n. Różne punkty tej powierzchni należą do obwodów różnych promieni i dlatego przechodzić będą niejednakowe drogi przy obrocie obwodów o ten sam kąt; stąd wynika, że tylko jeden obwód toczy się bez ślizgania, inne zaś muszą się ślizgać. Oznaczmy promień tego obwodu przez r, przez O - punkt zetknięcia się tego obwodu z szyną. Odległość O a oznaczmy X, zaś O b przez

y; $x+y=n$ część powierzchni styku obręczy pomiędzy punktem O i a ślizgać się będzie w kierunku przeciwnym do ruchu kół, zaś suma sił tarcia, rozłożonych na tejże powierzchni, skierowana będzie w kierunku ruchu kół.

Siła tarcia rozłożona na pozostałej części powierzchni będzie miała kierunek przeciwny do kierunku poprzedniej siły.

Dla znalezienia siły oporu załóżmy, że siła nacisku koła na szynę, przypadająca na wąski pasek powierzchni styku jest proporcjonalna do szerokości paska. Jeżeli przez p' oznaczymy ciśnienie przypadające na pasek o jednosce szerokości, to ciśnienie na pasek o szerokości dx w odległości x od punktu O będzie $p'dx$, zaś siła tarcia odpowiadająca temu naciskowi będzie $fp'dx$, a na pasku dy, znajdującym się o y, od punktu O – $fp'dy$. Przyjmujemy dalej, że siły tarcia dla obu kół danej osi są symetrycznie rozłożone względem pionowej płaszczyzny, przechodzącej przez oś toru, na której znajduje się również środek ciężkości zestawu kół.

Dla utrzymania jednostajnego i prostolinijnego ruchu wagonu trzeba po pierwsze: przyłożyć do środka ciężkości siłę tarcia K', po drugie: suma momentów sił tarcia względem geometrycznej osi zestawu kół musi równać się zeru.

W odpowiednich płaszczyznach promienie stożkowatej powierzchni będą $r+xi$ oraz $r-yi$, gdzie $i=tg\alpha$, a α - kąt stożkowatości obręczy. Stosownie więc do wyżej wymienionych zasad równowagi otrzymamy równanie:

$$K_1'+2\int_0^x fp'dx-2\int_0^y fp'dy=0$$

$$2\int_0^x fp'(r+xi)dx-2\int_0^y fp'(r-yi)dy=0$$

Z pierwszego równania mamy:

$$K_1'=2fp'(y-x)$$; a z drugiego

$$rx+\frac{ix^2}{2}-ry+\frac{iy^2}{2}=0 \qquad y=n-x;$$

$$rx+\frac{ix^2}{2}-r(n-x)+\frac{i(n-x)^2}{2}=0$$

$$ix^2+(2r-in)x+\frac{in^2}{2}-rn=0$$

$$x^2 + \frac{2r - in}{i}x + \frac{n^2}{2} - \frac{rn}{i} = 0$$

$$x = -\frac{2r - in}{2i} \pm \sqrt{\left(\frac{2r - in}{2i}\right)^2 - \frac{n^2}{2} + \frac{rn}{i}} = \frac{in - 2r \pm \sqrt{4r^2 - i^2n^2}}{2i}$$

$$x = \frac{n}{2} - \frac{r}{i} + \frac{r}{i}\sqrt{1 - \left(\frac{in}{2r}\right)^2}$$ - zostawiamy tylko +, gdyż znak − nie daje rzeczowych rezultatów.

$$\frac{r}{i}\sqrt{1 - \left(\frac{in}{2r}\right)^2} = \frac{r}{i}\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{in}{2r}\right)^2\right]$$

$$x = \frac{n}{2} - \frac{r}{i} + \frac{r}{i} - \frac{n}{2}\,\frac{in}{4r} = \frac{n}{2}\left(1 + \frac{in}{4r}\right)$$

$$y = n - x = n - \frac{n}{2}\left(1 - \frac{in}{4r}\right) = \frac{n}{2}\left(1 + \frac{in}{4r}\right)$$

Ciśnienie p' na pasek o szerokości równej jednostce $p' = \frac{P+p}{2n}$ - gdzie P-ciężar odresorowanej części wagonu, a p-ciężar zestawu kół. Po podstawieniu otrzymamy:

$$K_1' = 2fp'(y - x) = 2f\frac{P+p}{2n}\cdot\frac{n}{2}\left(1 + \frac{in}{4r} - 1 + \frac{in}{4r}\right)$$

$$K_1' = f(P+p)\frac{in}{4r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

W normalnych kołach wagonowych $r = 500$ mm. $i = \frac{1}{20}$, $n \cong 20$mm. można więc przyjąć $K_1' \cong 0{,}0005 f(P+p)$

Zwykle prędkości względne ślizgania nie są wielkie, należy więc przyjąć największe $f = 0{,}4$ i wtedy

$$K_1' = 0{,}0002(P+p)$$

Opór wyliczony według tego wzoru będzie maxymalny, w rzeczywistości zaś bedie mniejszy; uwzględniając to wstawimy spółczynnik empiryczny γ, przyczem $0 < \gamma < 1$; wzór więc

$$K_1' = 0{,}0002\gamma(P+p) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

wyraża wielkość oporu wskutek stożkowatości obręczy dla każdego zestawu kół.

b) Opór wskutek wężykowatego ruchu wagonu.

Przy wyliczaniu oporu wskutek stożkowatości obręczy założyliśmy, że koła na szynach stoją symetrycznie względem pionowej płaszczyzny, przechodzącej przez oś toru, czyli że okręgi toczne kół znajdują się w tychsamych pionowych płaszczyznach co i osie symetrji szyn. W rzeczywistości zwykle tego nie mamy, a nawet nie zawsze płaszczyzny tocznych okręgów są równoległe do pionowej płaszczyzny, przechodzącej przez oś symetrji toru.

Niesymetryczne działanie sił tarcia kół o szyny względem osi toru, wahanie (kołysania) wagonu na resorach i przypadkowe uderzenie powodują podczas biegu pociągu, przesunięcia zestawu kół w kierunku prostopadłym do osi ~~obrotu~~ toru to w jedną, to w drugą stronę; wskutek tego powstaje wężykowaty ruch wagonu. Z doświadczeń Webera wynika, że wężykowaty ruch wagonu wzrasta razem ze wzrostem szybkości jazdy.

Dla obliczenia oporu tarcia kół o szyny wskutek wężykowatego ruchu wagonu przyjmijmy, że w danej chwili koła zestawu stykają się z szynami według okręgów, których promienie równają się odpowiednio r_1 i r_2 (rys. 4), przyczem $r_1 > r_2$. Przy obrocie osi zestawu kół o pewien kąt α - drogi które przeszłyby koła niezależnie jedno od drugiego równałyby się $r_1\alpha$ i $r_2\alpha$, przyczem $r_1\alpha > r_2\alpha$

Ponieważ koła są nasadzone nieruchomo na osiach, więc jedno koło będzie się ślizgać wtył o długość x, drugie zaś które przebyło mniejszą drogę będzie się ślizgało naprzód o długość y z tego wynika, że:

$$r_1\alpha - x = r_2\alpha + y; \text{ czyli } x + y = r_1\alpha - r_2\alpha = \alpha(r_1 - r_2)$$

Jeżeli ciśnienie kół na szyny oznaczymy odpowiednio literami P_1 i P_2, a spółczynniki tarcia - f_1 i f_2, to praca sił tarcia kół o szyny wyrazi się suma

$$f_1 P_1 x + f_2 P_2 y$$

Dla otrzymania jednostajnego postępowego ruchu zestawu kół trzeba, aby na ich środek ciężkości działała taka siła K, praca której przy obrocie osi o kąt α równałaby się tylko co określonej pracy sił tarcia t. j.

$$K(r_1\alpha - x) = f P_1 x + f_2 P_2 y$$

$$\text{a } K = \frac{x}{r_1\alpha - x} f_1 P_1 + \frac{y}{r_1\alpha - x} f_2 P_2$$

Siły P_1 i P_2 jak i spółczynniki tarcia f_1 i f_2 są zmienne podczas ruchu, jednakże aby mieć możność choć w przybliżeniu wyliczyć siłę K, przyjmujemy że $P_1 = P_2$ i $f_1 = f_2$

Wtedy $$K = \frac{x+y}{r_1\alpha - x} f_1 P_1 \quad \dots\dots\dots\dots (13)$$

$$K = \frac{(r_1 - r_2)\alpha}{r_1\alpha - x} f_1 P_1 \quad \dots\dots\dots\dots (14)$$

Jeżeli oznaczymy promień tocznego okręgu przez r, a tg. kąta stożkowatości obręczy przez i, to promienie stycznych okręgów kół z szynami przy przesunięciu się zestawu kół na bok o ε będą

$$r_1 = r + \varepsilon i \qquad i \quad r_2 = r - \varepsilon i$$

wtedy

$$K = \frac{2\varepsilon i\alpha}{r\alpha + \varepsilon i\alpha - x} \cdot f_1 \cdot P_1$$

Wielkości ε i x są bardzo małe, w porównaniu z wielkością r, więc i różnica $(\varepsilon i\alpha - x)$ jest także mała w porównaniu z $r\alpha$; wobec tego możemy napisać

$$K = \frac{2\varepsilon i\alpha}{r\alpha} \cdot f_1 \cdot P_1 = \frac{2\varepsilon i}{r} \cdot f_1 P_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

$2P_1$ jest to ciśnienie całego zestawu kół na szyny, które oznaczyliśmy dotąd przez $P+p$; zatem

$$K = \frac{\varepsilon i}{r} \cdot f_1 \cdot (P+p) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (16)$$

Widzimy, że wielkość K w powyższym wzorze jest niezależna od kąta α, a więc możemy korzystać z tego wzoru w każdym dowolnym momencie czasu. Jednakże wielkość K, jak widać z powyższego wzoru jest zależna od wartości bocznego przesunięcia ε, które jest wielkością zmienną i zależną od czasu.

Niech prosta O_1O_2 na rys. 4 przedstawia oś toru, a krzywa $abcde$ drogę, którą wykona środek osi wagonowej względem O_1O_2 - osi odciętych. Rzędne krzywej wyrażać będą różne wielkości przesunięcia ε. Pole zawarte pomiędzy krzywą, a osią odciętych od rzędnej aO_1 do rzędnej eO_2 będzie

$$q = \int_{s_1}^{s_2} \varepsilon \, ds$$

Praca zaś zmiennego oporu K za czas przejścia zestawu kół od O_1 do O_2 będzie

$$\int_{s_1}^{s_2} K\,ds = \frac{i}{r} f_1 (P+p) \int_{s_1}^{s_2} \varepsilon\, ds = \frac{i}{r} f_1 (P+p) q$$

Widzimy więc, że praca sił tarcia kół o szyny wskutek wężykowatego ruchu wagonu jest wprost proporcjonalna do $tg.\,\alpha = i$, do współczynnika tarcia f_1 do obciążenia $P+p$, do pola q i odwrotnie proporcjonalna do średnicy, względnie promienia koła.

Zamieniamy pole q na równe mu pole prostokąta o podstawie $l = s_2 - s_1$ i wysokości równej średniej wartości rzędnych, którą to wielkość oznaczymy przez $\varphi\varepsilon_1$, gdzie ε_1 jest największą z rzędnych $abcde$, a φ — ułamek właściwy $(0 < \varphi < 1)$. Wielkość φ zależy od kształtu krzywej $abcde$.

Wyrażenie na wartość pracy siły K będzie wtedy

$$\int_{S_1}^{S_2} K\,ds = \varphi \frac{i}{r} \cdot f_1 (P+p)\, \varepsilon_1 l$$

Oznaczając literą K_1'' średnią wartość siły K dla drogi l - będziemy mieli:

$$K_1'' l = \varphi \frac{\varepsilon_1 i}{r} \cdot f_1 (P+p) \cdot l \quad \text{czyli} \quad K_1'' = \varphi \frac{\varepsilon_1 i}{r} \cdot f_1 (P+p) \quad \ldots\ldots (17)$$

Doświadczenia Webera wykazały, że krzywa $abcde$ jest sinusoidą dla której $\varphi = 0{,}64$. Jeżeli przyjąć $i = \frac{1}{20}$ $r = 500$ mm, $f = 0{,}4$, a $\varepsilon = 13$ mm. t.j. wielkość swobody ruchu między szyną i obrzeżem obręczy, to

$$K_1'' = 0{,}00033\,(P+p) \quad \ldots\ldots (18)$$

Wyprowadzając ten wzór widzieliśmy, że wielkość jej zależy od średniej wartości przesuwu osi w bok - $\varphi\,\varepsilon_1$. Z doświadczeń Webera wynika, że im prędzej biegnie wagon, to przy jednem i tem samem obciążeniu częściej powtarzają się maxymalne wartości rzędnych, zatem średnia wartość rzędnych $\varphi\,\varepsilon_1$ jest większa. Stąd wnioskujemy, że opór powstający wskutek wężykowatego ruchu wagonu jest nie tylko funkcją ciśnienia, wywieranego przez zestaw kół na szyny, lecz jest jednocześnie funkcją szybkości ruchu. Zatem

$$K_1'' = \alpha (P+p) + \xi V \quad \ldots\ldots (19)$$

c) Opór wskutek nieprawidłowego położenia zestawów kół pod wagonami

Wskutek nieprawidłowego montażu, a także wskutek uderzeń kół w połączeniach szyn i nieostrożnego przekręcania wagonów na tarczach obrotowych - osie zestawów kół nie zawsze są prostopadłe do podłużnej osi toru. Wskutek tego na starych obręczach, nieprawidłowo ustawionego zestawu kół, daje się zauważyć na jednej obręczy wytarcie zewnętrznego brzegu, a na drugiej wyżłobienie w kształcie korytka u obrzeża obręczy (p. rys. 5).

Wartość tg. kąta, o który oś odchyla się od swego właściwego położenia znajduje się w granicach

$$0 \div 0{,}003$$

Jeżeli oś zestawu kół tworzy z osią właściwego swego położenia pod wagonem - kąt β, (rys. 6) to przesunięcia zestawu kół wzdłuż szyny na odcinku ab można zastąpić toczeniem się bez ślizgania na odcinku ac i ślizganiem wpoprzek na odcinku cb. Jeżeli przytem ab oznaczymy przez l, to otrzymamy:

$$ac = \frac{l}{\cos \beta} \;;\quad bc = l \cdot \operatorname{tg} \beta$$

Zatem praca tarcia przy przesunięciu ze ślizganiem w poprzek na odcinku Cb wyniesie:

$$f(P+p)\,l\,\mathrm{tg}\,\beta$$

Zaś praca siły K_1''', która przyłożona do osi wagonu w kierunku jego ruchu, utrzyma jednostajny ruch zestawu kół, w ciągu tego samego okresu czasu wyrazi się

$$K_1'''\,l$$

Przyrównując mamy:

$$K_1'''\,l = f(P+p)\,l\,\mathrm{tg}\,\beta$$

Przy $f = 0,4$ otrzymamy

$$K_1''' = 0,4\,(P+p)\,\mathrm{tg}\,\beta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (20)$$

Według tego wzoru możemy wyliczyć siłę oporu, jako jej równą, tylko skierowaną odwrotnie.

d) Opór wskutek niejednakowego ścierania się obręczy kół jednego zestawu

Obręcze pary kół jednej i tej samej osi wskutek niejednorodności materjału z którego są zrobione i niejednakowego obciążenia każdego z kół zestawu, niszczą się rozmaicie, a różnica średnic obwodów tocznych dochodzi czasami do 1 mm.

Przy średnicy koła = 1000 mm. jedno z kół będzie przechodziło 0,001 cześć swej drogi ślizgając się.

$$\frac{\pi d_1 - \pi d_2}{\pi d_1} = \frac{1000-999}{1000} = \frac{1}{1000}$$

Praca tarcia powstała wskutek tego ślizgania na drodze l wyrazi się:

$$0,001 \cdot l \cdot f \cdot \frac{P+P}{2}$$

Jeżeli stosunek różnicy obwodów kół do średnicy większego koła będzie n, a nie 0,001, to praca tarcia będzie:

$$n \cdot l \cdot f \cdot \frac{P+p}{2}$$

Przyjmijmy $f = 0,4$, a siłę niweczącą ten opór przez K_1^{IV}, to otrzymamy:

$$K_1^{IV} = 0,2\,n\,(P+p) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (21)$$

Łącząc teraz razem wzory służące do obliczenia powyższych składowych oporu tarcia, otrzymamy całkowity opór wskutek tarcia poślizgowego kół o szyny:

$$K_1 = K_1' + K_1'' + K_1''' + K_1^{IV} = 0,0002\,\gamma(P+p) + 0,00033\,(P+p) + \xi V + 0,4\,\mathrm{tg}\,\beta\,(P+p) + 0,2\,n\,(P+p) \ldots (22)$$

2 Opór toczenia się kół po szynach
(opór ruchu potoczystego)

Okrągły cylinder, który toczy się bez ślizgania po drodze poziomej - traci stopniowo swą prędkość niezależnie od oporu powietrza. Ten nowy opór nazywamy oporem tarcia potoczystego.

Powierzchnie styku kół taboru kolejowego z szynami są tak nieznaczne, że ciśnienie na $1cm^2$ dochodzi do 3000 - 4000 kg/cm². Ciśnienie takie, bliskie granic sprężystości materjałów, pomimo krótkiego czasu działania $\frac{1}{500} - \frac{1}{2000}$ sek. zgniatając materjał odkształcają powierzchnie kół i szyn, wobec czego wypadkowa ciśnień odchyla się od pionu 0A ku przodowi (rys.7) i przejdzie przez jakiś punkt B. Oznaczmy reakcję tą na rysunku wektorem 0N. Rzut tej siły na kierunek ruchu zestawu kół, będzie siłą hamującą ruch kół, t.j. siłą oporową. Wielkość tego oporu K_2 zależy od ciśnienia koła na szynę, od odkształcenia powierzchni i od właściwości fizycznych ciał.

Aby otrzymać wielkość tej siły oporowej - przykładamy do zestawu kół w kierunku jego ruchu taką siłę K_2, któraby wraz z ciśnieniem koła na szynę $G=P+p$ dała wypadkową odwrotną do siły 0N.

Siłę K_2 obliczamy, biorąc sumę momentów względem punktu B. Odległość B od 0A oznaczymy przez l

a $AC=\delta$ $\quad (P+p)\cdot l = K_2\cdot r$; $\quad l^2 = 2r\cdot\delta$; $\quad l=\sqrt{2r\delta}$ (wzór przybliżony)

$$K_2 = \frac{(P+p)\cdot l}{r} = (P+p)\sqrt{\frac{2r\delta}{r^2}} = (P+p)\sqrt{\frac{2\delta}{r}}$$

δ - możemy przyjąć za stałą wielkość, zależną od materjału i konstrukcji; oznaczymy $\sqrt{2\delta}$ przez k - otrzymamy:

$$K_2 = (P+p)\cdot\frac{k}{\sqrt{r}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (23)$$

Spółczynnik tarcia potoczystego

$$\varphi = \frac{k}{\sqrt{r}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (24)$$

Doświadczenie przeprowadzone przez Coulomb'a i Morin'a wykazały, że siła oporu przy ruchu potoczystym znajduje się w stosunku prostym do nacisku kół na szyny i odwrotnym do jego średnicy

$$K_2 = \frac{k}{d}(P+p) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (25)$$

Według spostrzeżeń Poirée Sauvagea i następnie Reolten Machera

$$K_2 = \frac{k}{\sqrt{d}}(P+p) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (26)$$

Dla kół wagonowych, wskutek małej różnicy średnic kół mo=

zemy przyjąć $K_2 = \varphi(P + p)$ . . . .(27)

Z doświadczeń Wooda $\varphi = 0,001$

Z wyników badań Pambour'a, po odjęciu oporu powietrza otrzymano $\varphi = 0,00032$. Na podstawie tych danych należałoby przyjąć

$$K = 0,00032\,(P + p) \quad \ldots \ldots (28)$$

V. Borries na podstawie nowszych badań przyjmuje ~~my~~, że dla zespołu kół o średnicy $d = 1000\,mm$, $K = 0,0006$ a wtedy

$$\varphi = \frac{0,0006}{\sqrt{05}} = 0,00085 \quad \ldots \ldots (29)$$

$$K = 0,00085\,(P + p) \quad \ldots \ldots (30)$$

W dalszych rozważaniach będziemy posiłkować się tym wzorem.

3. Opory tarcia panwi o czopy osi zestawu kołowego.

Rodzaje tarcia

Tarcie na czopach osi wagonowych, t.j. pomiędzy panwią a czopem, odbywa się w obecności cienkiej warstwy płynnego smaru. Grubość tej warstwy nawet przy znacznem ciśnieniu na jednostkę powierzchni - nie przekracza 0,05 mm. Przy prawidłowym dopływie smaru grubość tej warstwy zupełnie wystarcza do rozdzielenia od siebie trących się powierzchni ciał stałych.

Tarcie powstające w takich warunkach - różni się zasadniczo od zjawisk tarcia suchego, które powstaje wtedy, gdy powierzchnie cierne stykają się bezpośrednio.

W gospodarce kolejowej tarcie czopów w łożyskach *) i wogóle części naoliwionych ma doniosłe znaczenie, dlatego musimy zająć się zbadaniem zjawisk tarcia ciał naoliwionych.

W ogólności mamy cztery rodzaje tarcia: 1) tarcie suche 2) tarcie pół suche 3) tarcie ciekłe (płynne) 4) tarcie półciekłe.

Jeżeli stykające się powierzchnie cierne są suche, wtedy mamy do czynienia z tarciem suchem np. koła taboru kolejowego przy toczeniu i ślizganiu się po szynach, klocki hamulcowe przyciśnięte do obręczy i.t.d.

Jeżeli stykające się powierzchnie cierne są pokryte sma=

---

*) Na P.K.P. mamy w użyciu około 1.000.000 maźnic

rem w stanie mazi lub cieczy, lecz nie są oddzielone między sobą warstwą smaru, wówczas mamy tarcie pół suche.

Oba te tarcia podlegają prawu Coulomba (1782 r.) uzupełnionem przez Morina (1831 r.) i Boscha które, przy oznaczeniu przez T siły tarcia, N-normalnego nacisku i f-spółczynnika tarcia wyrazi się wzorem:

$$T = f \cdot N \qquad (31)$$

Odróżniamy od powyższych dwuch rodzajów tarcia, zasadniczo tarcie ciekłe, które powstaje pomiędzy cząsteczkami cieczy lepkiej (smary) i dlatego nazywa się także ono tarciem wewnętrznem. Oddzielając od siebie powierzchnie cierne ciał stałych cienką warstwą płynnego smaru zapobiegamy zużyciu powierzchni obu ciał; tymczasem przy suchem tarciu ścieranie*) tych powierzchni jest nieuniknione, co powoduje znaczną stratę energji i dlatego spółczynnik tarcia ciekłego, w przybliżeniu $\eta = 0{,}005 - 0{,}01$, jest znacznie mniejszy od spółczynnika tarcia suchego.

W przybliżeniu przy tarciu żeliwa o żeliwo $f = 0{,}3$, zlewnego żelaza o żelazo $f = 0{,}4$, żelaza o bronz $f = 0{,}2$.

Pierwsze poglądy na istotę zjawisk wewnętrznego tarcia cieczy lepkich podał Newton (1686 r.) na podstawie licznych badań przeprowadzonych przez niego nad różnorodnemi cieczami powstało prawo Neuwtona, które następnie omówimy bliżej. Jest to prawo empiryczne określające w sposób przybliżony wielkość siły stycznej powstającej pomiędzy warstwami przy uwarstwionym przepływie rzeczywistej cieczy.

Coulomb ustalając prawa suchego i półsuchego tarcia, nie skorzystał z doświadczeń Neuwtona, lecz przyjął, że tarcie ciał posmarowanych (półsuche) podlega tym samym prawom. co tarcie suche i przy mniejszej wielkości spółczynnika tarcia.

Tak trwało do 1883 r. kiedy profesor Petersburskiego Technologicznego Instytutu N. Pietrow ujawnił swoje poglądy na zjawiska tarcia w częściach maszyn naoliwionych. Ujął on matematycznym wzorem zależność spółczynnika tarcia ciał naoliwionych μ (tarcie panwi o czop) w zależności od η-spółczynnika tarcia wew=

*) Ścieranie powstaje wskutek wyrywania ~~sernauia~~ i wgniatania występów nie zupełnie gładkich powierzchni ciernych.

nętrznego smaru v - względnej prędkości trących się powierzchni
e - grubości warstwy smaru
p - jednostkowego ciśnienia panwi na czop t.j. ciśnienia na jednostkę powierzchni.

$\mu = \frac{\eta \cdot v}{e \cdot p}$ . . . (32) z wzoru tego wynika, że dla otrzymania μ min. przy pewnych wielkościach v i p trzeba dobrać smar odpowiedniej lepkości i wyznaczyć odpowiednią grubość warstwy.

Badania wykonane przez prof. N. Pietrowa nad czopem osi wagonu, który obracał się przy obciążeniu 62 kg/cm² (całkowite obciążenie 3400 kg.) z szybkością $v = 0{,}9$ m/sek. przy temperaturze powietrza 4° C był smarowany olejem rzepakowem, dały następujące wyniki: dla panwi bronzowej $\mu = 0{,}0053$, dla panwi zalanej białym metalem $\mu = 0{,}0045$.

Zawdzięczając pracom prof. N. Pietrowa i jego współpracowników nad zjawiskami naoliwionych części maszyn, Koleje Rosyjskie wyprzedziły Zagraniczne w stosowaniu smarowania taboru kolejowego smarami mineralnemi.

Prawie jednocześnie w tej dziedzinie pracuje Osborm Reynolds (1886 r), opierając się na licznych doświadczeniach i korzystając z hydrodynamicznej teorji cieczy rzeczywistych, zapoczątkował prawie jednocześnie z Pietrowem hydrodynamiczną teorję naoliwionych części maszyn, którą następnie uzupełnił Sommerfeld, a ugruntowali ją Gümbel-Everling. Inżynier E. Farl korzystając z teoretycznych prac Grümbla i czyniąc pewne założenia, dopuszczalne w praktyce podał wzory, które znacznie ułatwiły obliczenia przy rozwiązywaniu zagadnień naoliwionych części maszyn.

Podstawą dalszych naszych rozważań będą zasadnicze równania hydrodynamiki rzeczywistej cieczy przekształcone przez Gümbela-Ewerlinga i uproszczone przez A. Falca w zastosowaniu do zjawisk ciekłego tarcia w częściach taboru kolejowego.

Warunki otrzymania ciekłego tarcia

Jeżeli ciecz (smar) pozostaje w spokoju, to na dowolną cząsteczkę cieczy działają ciężar własny (siły masowej) i siły powierzchniowe. Siły powierzchniowe występujące w cieczy, są to ciśnienia skierowane normalnie do elementu powierzchniowego, dowolnie obranego w przestrzeni cieczy. Ciśnienie to podług L. Euler'a określamy jako stosunek nieskończenie małej siły dP do powierzchni elementu dF dowolnie obranego w cieczy, $p = \frac{dP}{dF}$; dla cieczy znajdującej się w jednostajnem polu ciężkości można korzystać z określenia, że siła powierzchniowa jest to ciśnienie ciężaru słupa o podstawie równej jedności, a wysokości odpowiadającej głębokości obranego punktu pod swobodną powierzchnią. Rozpatrując ciecz nie jako zbiór oddzielnych drobin, a jako zbiór poruszających się cząsteczek, nadających przepływowi charakter ciągłości, ~~wtedy~~ zauważymy, że podczas względnego ruchu cząsteczek cieczy rzeczywistych (smaru) oprócz sił normalnych powstają siły styczne T_c stanowiące istotę tarcia wewnętrznego smaru, zwanego także lepkością. Możemy przyjąć że w tym wypadku mamy do czynienia z przepływem uwarstwionym (laminarnym) i ciągłym (continuum) cieczy rzeczywistej.

Z podobnego rodzaju przepływem spotykamy się obserwując zjawisko ciekłego tarcia pomiędzy dwoma ciernemi powierzchniami maszyny, w tym wypadku jedna powierzchnia nie ślizga się bezpośrednio po drugiej, a trzyma się, jakby pływając, na powierzchni smaru zawartego pomiędzy dwoma twardemi ciernemi powierzchniami maszyny.

Żeby wyjaśnić zjawisko powstawania sił wewnętrznego tarcia T_c załóżmy, że warstwę smaru, zawartą pomiedzy ruchomą powierzchnią A i nieruchomą B (rys.8) podzielilišmy na cienkie warstewki; wskutek adchezji, jak to wykazali O. Reynold i Tower; smar tak silnie przylega do powierzchni twardego ciała A, że prędkość I warstwy smaru będzie jednakowa z prędkością ciała A, prędkość następnych warstw II, III i.t.d. będą coraz mniejsze, jak to pokazano stopniowo malejącemi strzałkami, aż nareszcie ostatnia warstewka osiągnie prędkość odpowiadającą prędkosci ciała B t.j. będzie w stanie spokoju.

Żeby mogło powstać takie zjawisko, to w każdej płaszczyźnie równoległej do kierunku prędkości muszą działać siły styczne T_c (siły wewnętrznego tarcia) hamujące warstwę górną, a przyspieszającą dolną, tak że po pewnym okresie czasu prostopadłościan $abcd$ zajmie położenie $a'b'c'd'$. Widzimy że tarcie powstaje pomiędzy warstewkami smaru w skutek tego siła tarcia musi zależeć od lepkości smaru, czyli od spółczynnika wewnętrznego tarcia.

Oznaczając przez dy - odległość obu elementów

dv - względną prędkość pomiędzy elementami cieczy

$\frac{dv}{dy}$ - spadek wartości prędkości w kierunku prostopadłem do ruchu

F - pole jednego elementu

η - spółczynnik tarcia wewnętrznego

T_c - siła styczna w kg.

Siła styczna, albo mianowana także siłą tarcia wewnętrznego nie zależy od normalnego ciśnienia, a na podstawie prawa Newtona wyrazi się wzorem

$$T_c = \eta \cdot F \cdot \frac{dv}{dy} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (33)$$

Wzór powyższy ułożony został w założeniu, że podstawa elementu badanej cieczy (rys.10) leży w płaszczyźnie XZ, a kierunek ruchu elementu cieczy i siły tarcia są skierowane wzdłuż osi X, a grubość warstwy mierzymy wzdłuż osi Y prostopadłej do płaszczyzny - XZ

$\frac{1}{\eta}$ - odwrotną wartość spółczynnika lepkości nazywamy <u>spółczynnikiem płynności</u>.

<u>Lepkość</u> (wisność) <u>ciał ciekłych</u>.

Spółczynnik η, który nazywamy lepkością smaru, lub też spółczynnikiem wewnętrznego tarcia mierzymy dwoma układami miar: 1) absolutną $\frac{kg}{m^2}$ sec. 2) technicznie praktyczną np. w stopniach Englera (E^0).

Absolutną lepkość danego płynu najłatwiej określać w ten sposób, że ~~masę~~ objętość M przepuszczamy przez włoskowatą rurkę o promieniu r_0 (względnej średnicy d_0) długości l_0, pod jednostkowem ciśnieniem p_0, to czas przepływu t będzie miarodajną wielkością do obliczenia η

Na podstawie doświadczeń zostało uzasadnione prawo Poisseuille'a

$$\eta = \frac{\pi r_0^4 \cdot p_0 \cdot t}{8 M \cdot l_0} = \frac{\pi d_0^4 \cdot p_0 \cdot t}{8.16 \cdot M \cdot l_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (34)$$

Podstawiając wchodzące tu wielkości w m, kg. i sec. - otrzymamy wymierność absolutnej lepkości:

$$\eta = \frac{kg}{m^2} \, \frac{m^4 sec.}{m^3 \cdot m} \text{ czyli } \frac{kg}{m^2} \, sec.$$

W podręcznikach fizyki wielkość η podają w zależności od jednostek wymiarowych $\frac{dyn \cdot s}{cm^2}$, żeby zaś otrzymać η w $\frac{kg \cdot sec}{m^2}$ należy pomnożyć przez $\frac{100^2}{981 \cdot 1000} = 0{,}0102$ (ponieważ 1gr. = 981 dyn, to 1kg=981000 dyn)

Ponieważ

$$M = \frac{\pi \cdot d_0^2}{4} \cdot v_0 t \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (35)$$

(tu v_0 oznacza średnią prędkość przepływu cieczy), to

$$\eta = \frac{\pi \cdot d_0^4 \cdot p_0 \cdot t}{8.16 \frac{\pi d_0^2}{4} v_0 \cdot t \cdot l_0} = \frac{p_0 \cdot d_0^2}{32 \cdot l_0 \, v_0} = p_0 \frac{\pi d_0^2}{4} \cdot \frac{1}{25{,}1 v_0 l_0} \quad \frac{kg \cdot sec}{m^2} \quad \ldots \ldots (36)$$

Z tego wzoru wynika, że absolutna lepkość cieczy jest to siła wyrażona w kg $\left(p_0 \cdot \frac{\pi d_0^2}{4}\right)$ - niezbędna do pokonania oporu tarcia ciekłego przy przepływie cieczy z prędkością 1 m/sec. przez rurkę włoskowatą długości 1m.

Przy określaniu absolutnej lepkości opieraliśmy się na przepływie cieczy przez rurkę włoskowatą, ponieważ to ułatwia definicję lepkości techniczno-praktycznej.

Wogóle zaś lepkość jest to jednostka siły oporu wewnętrznego tarcia, którą mierzymy $\frac{kg \cdot sec.}{m^2}$. Określamy ją jako siłę w kg, która jest w stanie przesunąć warstwę cieczy o płaszczyźnie 1 m^2 odległą o 1 m. od takiejże podstawy z szybkością jednego metra na sekundę.

Prawo Poisseuillea może być stosowane dla prędkości poniżej krytycznej v_0, wielkość której pg. Reynoldsa wyraża się wzorem:

$$v_{0\,kryt.} = \frac{20000\,\eta}{d_0 \gamma_0} \; m/sec. \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (37)$$

W powyższym wzorze oznacza:

d_0 - średnica rurki włoskowatej w metrach

γ_0 - ciężar właściwy cieczy w kg/m^3

η - spółczynnik wewnętrznego tarcia

Prędkość krytyczna odpowiada temu stanowi przepływu cieczy przez włoskowatą rurkę, kiedy zaczyna się tworzyć wirowy ruch cieczy w pobliżu ścianek rurki, ponieważ wtedy powstaje dodatkowy opór przy przepływie cieczy i lepkość otrzymujemy większą w porównaniu z rzeczywistą.

U nas i w Niemczech porównujemy lepkość smarów skalą wiskozimetru Englera w stopniach Englera.

Wiskozimetr Englera *) i główne jego wymiary pokazane są

*) Badanie smarów technicznych patrz „Gospodarka Cieplna" Prof. B Stefanowskiego. str 134 rok 1925.

na rys. 9. A-naczynie złocone napełnia się smarem; B-pokrywa; C-naczynie do kąpieli wodnej, otaczającej naczynie A ze smarem, posiada ono mieszadło D; E-sworzeń drewniany z ostrzami e, wyznaczającemi poziom smaru i z zaworem, zamykającym otwór rurki F o długości 20 mm. i średnicy górnej 2,4 mm. a dolnej 2,8 mm. G-naczynie szklane ze skalą, oznaczającą pojemność 200 cm³ H i J-termometry - wskazują temperaturę kąpieli wodnej i smaru; jednostajność temperatury smaru podczas badań utrzymujemy zapomocą kąpieli wodnej, ogrzewanej zewnątrz palnikiem gazowym.

Ciśnienie p_0, pod którem ma wyciekać smar, zależy od wysokości pomiędzy ostrzem e i dołem rurki wypływowej F - równa się ona 52 mm.

Stosunek czasu wypływu smaru do czasu wypływu dystylowanej wody przy 20°C z tegoż dokładnie oczyszczonego naczynia i rurki - daje t.zw. lepkość smaru. Czas wypływu 200 cm³ wody przy temperaturze 20°C z tego aparatu wynosi 50"-52". Lepkość oznacza się zależnie od gęstości smaru przy 20°, 50° i 100°C.

Badania przeprowadzone przez Ubbelohde wykazały, że okresy czasu wypływu smarów z wiskozymetru nie są proporcjonalne do ich absolutnej lepkości, t.j. dla smaru o 3°E abs. lepkość nie będzie 2 razy większa w porównaniu ze smarem o $1\frac{1}{2}$°E, a może być 3 razy większa.

Na podstawie licznych badań i osiągniętych z nich wyników Ubbelohde podaje następujący wzór dla wyznaczenia absolutnej lepkości smaru w zależności od stopni Englera.

$$\eta = \gamma\left(0{,}00074\,E^0 - \frac{0{,}00064}{E^0}\right)\frac{kg.sec}{m^2} \quad \ldots\ldots (38)$$

W tym wzorze oznacza:

η - lepkość absolutna γ - ciężar właściwy smaru w kg/lt.

E - lepkość w stopniach Englera

Dla średniej wartości $\gamma = 0{,}9$ można korzystać z następujących wzorów: a) dla lepkości do 6°E

$$\eta = \sqrt{\frac{E^0 - 1}{960}}\ \frac{kg.sec}{m^2} \quad \ldots (39)$$

$$E^0 = (960\,\eta)^{1,2} + 1 \text{ stopni Englera} \quad \ldots\ldots (40)$$

b) dla lepkości poniżej $6^\circ E$

$$\eta = \frac{E^\circ}{1490} \frac{kg.sec.}{m^2} \dots\dots\dots\dots (41)$$

$$E^\circ = 1490\,\eta \text{ stopni Englera} \dots\dots (42)$$

Zależność lepkości od ciśnienia i temperatury

Lepkość dla ciekłych smarów w zależności od ciśnień dopuszczalnych (stosowanych) w składowych częściach taboru kolejowego można przyjąć za stałą, chociaż wogóle lepkość zwiększa się ze wzrostem ciśnienia - np. dla olei mineralnych przy ciśnieniu 1000 atm. lepkość jest 25 razy większa, niż przy ciśnieniu atmosferycznem, a dla olei pochodzenia roślinnego i zwierzęcego 4 razy większa.

Lepkość cieczy spada znacznie ze wzrostem temperatury. Oleje mineralne są produktem dystylacji ropy naftowej i węgla kamiennego, lub brunatnego; lepkość olei otrzymanych z węgla spada znacznie ze wzrostem temperatury.

Wykres rys. 11 wskazuje zależność spadku lepkości η w zależności od wzrostu temperatury dla ciężkiego oleju maszynowego, którego $E^\circ = 7{,}8$ $t = 50^\circ C$, $\gamma = 0{,}9$.

Zasadnicze równania dla obliczenia siły wewnętrznego tarcia T_c w poszczególnych wypadkach

Wyobraźmy sobie prostopadłościan cieczy o długości dx wzdłuż osi X, która jednocześnie jest kierunkiem przepływu, wysokości dy wzdłuż osi Y i o szerokości b wzdłuż osi Z. Załóżmy następnie, że na taką ciekłą bryłę o ustalonem przepływie w kierunku osi X, działają zewnętrzne ciśnienia i siły wewnętrzne, przesuwające warstwy cieczy względem siebie, sił ciężkości i bezwładności nie bierzemy pod uwagę.

Ażeby taki ruch mógł powstać, praca stracona wskutek sił wewnętrznego tarcia musi być wyrównana pracą zewnętrznego ciśnienia. Układ tych sił pokazany jest na rys. 10.

Przez τ oznaczamy, występującą wskutek lepkości cieczy, siłę tarcia na jednostkę powierzchni dolnej warstwy elementu cieczy; przez $\tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} \cdot dy$ taką siłę w warstwie odległej od poprzedniej o dy; następnie przez p i $p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx$ zewnętrzne ciśnienie na jednostkę odpowiednich powierzchni elementu cieczy prostopadłych do osi X. Siła τ jest zależna tylko od dy, a p od dx.

Warunek równowagi badanego prostopadłościanu cieczy wyrazi nam równanie:

$$p\cdot b\cdot dy - b\cdot dy\left(p + \frac{\partial p}{\partial x}\cdot dx\right) = \tau\cdot b dx - b dx\left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} dy\right) \quad \dots\dots\dots\dots (43)$$

następnie

$$pb\cdot dy - pbdy - bdy\frac{\partial p}{\partial x}dx = \tau\cdot b dx - \tau b dx - b dx \frac{\partial \tau}{\partial y} dy$$

lub

$$bdy\frac{\partial p}{\partial x}dx = bdx\frac{\partial \tau}{\partial y}dy \text{ po skróceniu } \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad \dots\dots (44)$$

Powołując się na równanie wynikające z elementarnego prawa Newton'a, otrzymamy jednostkowe natężenie styczne

$$\tau = \eta\cdot 1\frac{\partial v}{\partial y} \quad \dots\dots\dots\dots (45)$$

stąd otrzymujemy

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = \eta\cdot\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \quad \dots\dots\dots\dots (46)$$

Podstawiając w równanie (44) wartość dla $\frac{\partial \tau}{\partial y}$ z równania 46 otrzymamy (47)..... $\frac{\partial p}{\partial x} = \eta\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$, a ponieważ $\frac{\partial p}{\partial x}$ nie zależy o y to możemy zamienić na $\frac{dp}{dx}$, a stąd wynika, że dla otrzymania ustalonego przepływu niezbędnem jest równanie

$$\frac{dp}{dx} = \eta\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \quad \dots\dots\dots\dots (48)$$

Z równania tego wynika, że dla osiągnięcia przepływu trzeba wytworzyć takie warunki, przy których można by było otrzymać zmienność ciśnienia w poszczególnych przekrojach strumienia.

Po scałkowaniu równania względem y, oraz zważywszy, że p nie zależy od y, a więc $\frac{dp}{dx}$ można uważać w tym wypadku za wielkość stałą - otrzymamy

$$\int\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}dy = \int\frac{1}{\eta}\cdot\frac{dp}{dx}dy$$

$$\frac{dv}{dy} = \frac{y}{\eta}\cdot\frac{dp}{dx} + C_1 \quad \dots\dots\dots\dots (49)$$

Przy powtórnem całkowaniu otrzymamy:

$$\int\frac{\partial v}{\partial y}\cdot dy = \int\frac{y}{\eta}\frac{dp}{dx}dy + C_1\int dy \; ; \; v = \frac{y^2}{2\eta}\frac{dp}{dx} + C_1 y + C_2 \quad \dots\dots (50)$$

Wzory: 48, 49, 50 są to podstawowe równania hydrodynamicznej teorji tarcia ciekłego, zapoczątkowanej przez N. Pietrowa i O. Reynoldsa, a uzupełnionej przez L. Gümbela - E. Everlinga.

W tych wzorach C_1 i C_2 wyznacza się z poszczególnych warunków zadania.

Zastosowanie hydrodynamicznej teorji w poszególnych wypadkach. —

Na podstawie powyższych wzorów zbadamy następujące wypadki, z któremi będziemy mieli do czynienia w oliwionych częściach taboru kolejowego.

1) Ciśnienie jest stałe, t.j. $\frac{dp}{dx}=0$; prędkość jednej ciernej powierzchni A względem drugiej B, równoległej do niej - $V \neq 0$ rys 12. Odległość pomiędzy równoległemi powierzchniami ciernemi oznaczmy przez h. Płaszczyznę X Z uważamy za płaszczyznę symetrji dla wszystkich warstewek smaru. Wówczas równanie obu ciernych płaszczyzn będzie $y=\pm\frac{h}{2}$, a prętkość $\pm\frac{V}{2}$ - t.j. prędkość płaszczyzny A względem B będzie $\frac{V}{2}-\left(-\frac{V}{2}\right)=V$

Dla otrzymania prędkości v i przyspieszenia $\frac{dv}{dy}$, odpowiadających powyżej podanym warunkom, musimy najpierw z ogólnego równania prędkości

$$v=\frac{y^2}{2\eta}\cdot\frac{dp}{dx}+C_1 y+C_2$$

i warunków zadania znaleźć wartości C_1 i C_2

dla $y=+\frac{h}{2}$ mamy $\frac{V}{2}=\frac{y^2}{2\eta}\cdot 0+C_1\frac{h}{2}+C_2$ . . . . (51)

dla $y=-\frac{h}{2}$ mamy $-\frac{V}{2}=\frac{y^2}{2\eta}\cdot 0-C_1\frac{h}{2}+C_2$ . . . . (52)

Dodając te dwa równania otrzymamy:

$C_2=0$ . . . . (53)

Odejmując otrzymamy:

$\frac{2V}{2}=2C_1\frac{h}{2}$, czyli $C_1=\frac{V}{h}$ . . . (54) wtedy $v=\frac{V}{h}\cdot y$ . . . (55) ; $\frac{dv}{dy}=\frac{V}{h}$ . . . . (56)

Oznacza to, że linja spadku prędkości pomiędzy ciernemi powierzchniami będzie prosta, a więc siły wewnętrznego tarcia (siły stycznej dolnej i górnej powierzchni są sobie równe i skierowane odwrotnie, a wielkość ich na podstawie zasadniczego wzoru wyrazi się wzorem:

$$(dT_c)_{y=\pm\frac{h}{2}}=\eta\, b\, dx\left(\frac{dv}{dy}\right)_{y=\pm\frac{h}{2}}=\eta\, b\, dx\,\frac{V}{h}=\eta\,\frac{V}{h}\, b\, dx \qquad (57)$$

2) Cierne równoległe powierzchnie A i B nieruchome, ciśnienie stale się zmienia w sąsiednich przekrojach - strumienia $\frac{dp}{dx}\neq 0$; odległość pomiędzy powierzchniami ciernemi równoległemi oznaczmy przez h; dla $y_1=\pm\frac{h}{2}$ prędkość $V=0$

Zgodnie z podanemi warunkami równanie prędkości

$$\vartheta = \frac{y^2}{2\eta}\frac{dp}{dx} + C_1 y + C_2$$

dla $y = +\frac{h}{2}$ będzie

$$\frac{h^2}{4\cdot 2\eta}\cdot\frac{dp}{dx} + C_1\frac{h}{2} + C_2 = 0 \qquad (58)$$

dla $y = -\frac{h}{2}$

$$\frac{h^2}{4\cdot 2\eta}\cdot\frac{dp}{dx} - C_1\frac{h}{2} + C_2 = 0 \qquad (59)$$

Przez dodanie otrzymamy

$$C_2 = -\frac{h^2}{8\eta}\cdot\frac{dp}{dx} \qquad (60)$$ Odejmując, znajdziemy $$C_1 = 0 \qquad (61)$$

a wtedy

$$\vartheta = \frac{y^2}{2\eta}\cdot\frac{dp}{dx} - \frac{h^2}{8\eta}\cdot\frac{dp}{dx} = \frac{1}{2\eta}\left[y^2 - \left(\frac{h}{2}\right)^2\right]\frac{dp}{dx} \qquad (62)$$

Widzimy, że krzywa prędkości warstw smaru ma kształt paraboli, a spadek prędkości wyrazi się prostą, ponieważ z równania mamy:

$$\frac{d\vartheta}{dy} = \frac{y}{\eta}\cdot\frac{dp}{dx} \qquad (63)$$

Z równania widzimy, że ϑ osiągnie maximum przy $y = 0$, a mając na widoku równanie (62) otrzymamy:

$$\vartheta_{max.} = -\frac{1}{2\eta}\left(\frac{h}{2}\right)^2\frac{dp}{dx} = -\frac{h^2}{8\eta}\frac{dp}{dx} = C_2 \qquad (64)$$

Wielkości sił tarcia wewnętrznego, przyłożonych do obu powierzchni warstwy smaru i działających w kierunkach przeciwnych - otrzymamy na podstawie równania Newtona

$$\left(dT_c\right)_{y=\pm\frac{h}{2}} = \eta\, b\cdot dx\left(\frac{d\vartheta}{dy}\right)_{y=\pm\frac{h}{2}} = \pm\eta\cdot b\cdot dx\frac{\frac{h}{2}}{\eta}\cdot\frac{dp}{dx}$$

$$\left(dT_c\right)_{y=\pm\frac{h}{2}} = \pm\frac{bh}{2}\frac{dp}{dx}\cdot dx \qquad (65)$$ Ponieważ $$\vartheta_{max.} = -\frac{h^2}{8\eta}\cdot\frac{dp}{dx}$$

to mamy

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{8\eta}{h^2}\,\vartheta_{max.} \qquad (66) \qquad \left(dT_c\right)_{y=\pm\frac{h}{2}} = \mp\frac{bh}{2}\,\frac{8\eta}{h^2}\,\vartheta_{max.}\,dx$$

$$\left(dT_c\right)_{y=\pm\frac{h}{2}} = \mp\frac{4\eta}{h}\,b\cdot\vartheta_{max.}\,dx \qquad (67)$$

3) Jeżeli zadanie ma warunki wspólne z poprzedniemi dwoma wypadkami t.j. $\frac{dp}{dx} \neq 0$ i $\vartheta \neq 0$, to ponieważ przypływy nie kolidują ze sobą - powyżej otrzymane równania mogą być dodawane.

Ilość smaru

Jeżeli oznaczymy objętość smaru przez q, szerokość przekroju strumienia lepkiego przez b, wysokość warstwy przez dy i prędkość smaru w tem miejscu przez ϑ - to

$$q = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} b\cdot\vartheta\, dy \qquad (68)$$

Podstawiając z równ. (50)

$$v = \frac{y^2}{2\eta} \cdot \frac{dp}{dx} + C_1 y + C_2$$

Otrzymamy:

$$q = \frac{b}{2\eta} \cdot \frac{dp}{dx} 2\int_0^{\frac{h}{2}} y^2 dy + b \cdot C_1 \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} y\, dy + b \cdot C_2\, 2\int_0^{\frac{h}{2}} dy$$

$$q = \frac{b}{\eta} \cdot \frac{dp}{dx} \cdot \frac{\left(\frac{h}{2}\right)^3}{3} + 0 + 2b \cdot C_2 \frac{h}{2}\ ; \quad q = \frac{bh^3}{24\eta} \frac{dp}{dx} + C_2 bh \quad \dots \dots (69)$$

Następnie oznaczając przez $v_{śr.}$ szybkość średnią otrzymamy:

$$q = b \cdot h \cdot v_{śr.} \quad \text{stąd} \quad v_{śr.} = \frac{q}{bh}$$

$$v_{śr.} = \frac{bh^3}{24\eta} \frac{1}{bh} \frac{dp}{dx} + C_2 bh \frac{1}{bh}\ ; \quad v_{śr.} = \frac{h^2}{24\eta} \cdot \frac{dp}{dx} + C_2 \quad \dots (70)$$

Dla wyżej rozważonych wypadków: 1) ponieważ $\frac{dp}{dx} = 0$, a 0 z warunków zadania otrzymaliśmy $C_2 = 0$, to będziemy mieli:

$$q = 0 \quad i \quad v_{śr.} = 0$$

2) Ponieważ $\frac{dp}{dx} \neq 0$ i $V = 0$, a z warunków zadania otrzymaliśmy

$$C_2 = -\frac{h^2}{8\eta} \frac{dp}{dx}$$

to

$$q = \frac{bh^3}{24\eta} \frac{dp}{dx} - \frac{h^2}{8\eta} \frac{dp}{dx} bh = -\frac{bh^3}{12\eta} \cdot \frac{dp}{dx} \quad \dots \dots \dots \dots (71)$$

$$v_{śr.} = \frac{h^2}{24\eta} \frac{dp}{dx} - \frac{h^2}{8\eta} \frac{dp}{dx} = -\frac{h^2}{12\eta} \frac{dp}{dx} = \frac{2}{3} v_{max.} \quad \dots \dots \dots (72)$$

Z równań tych widzimy, że tylko przy ujemnem $\frac{dp}{dx}$, t.j przy spadku ciśnienia w kierunku przepływu prędkości i ilości smaru są dodatnie.

Prędkość średnia równa się $2/3\ v_{max.}$ co wynika także i z tego, że krzywa prędkości w tym wypadku jest parabola.

4.) Płaskie powierzchnie cierne nierównoległe.

Dotąd zbadaliśmy zjawiska przepływu smaru pomiędzy równoległemi płaszczyznami, t.j. przy stałem h.

Równanie hydrodynamicznej teorji ciekłego tarcia możemy zastosować i wówczas, gdy h będzie wielkością zmienną, zależną od X, lecz wtedy ilość smaru przepływającego przez sąsiednie przekroje musi odpowiadać pewnym warunkom.

Załóżmy, że mamy jedną powierzchnię krzywą nieruchomą, a drugą płaską przesuwającą się względem pierwszej z prędkością V; w tym wypadku równanie prędkości

$$v=\frac{y^2}{2\eta}\frac{dp}{dx}+C_1y+C_2$$

dla $y=+\frac{h}{2}$ będzie

$$v=V=\frac{V}{2}+\frac{V}{2}=\frac{h^2}{4}\cdot\frac{1}{2\eta}\frac{dp}{dx}+C_1\frac{h}{2}+C_2 \quad \dots\dots (73)$$

dla $y=-\frac{h}{2}$

$$v=0=\frac{V}{2}-\frac{V}{2}=\frac{h^2}{4}\frac{1}{2\eta}\frac{dp}{dx}-C_1\frac{h}{2}+C_2 \quad \dots\dots (74)$$

Z tych równań, odpowiadających warunkom zadania możemy obliczyć C_1 i C_2

Dodając otrzymamy:

$$2C_2=V-2\frac{h^2}{8\eta}\frac{dp}{dx}\ ;\ C_2=\frac{V}{2}-\frac{h^2}{8\eta}\frac{dp}{dx} \quad \dots\dots (75)$$

Odejmując otrzymamy:

$$V=2C_1\frac{h}{2}\ ;\ C_1=\frac{V}{h} \quad \dots\dots (76)$$

Wzór dla obliczenia ilości smaru będzie:

$$q=\frac{bh^3}{24\eta}\cdot\frac{dp}{dx}+\left(\frac{V}{2}-\frac{h^2}{8\eta}\frac{dp}{dx}\right)bh=\frac{bh}{2}\left(V+\frac{h^2}{12\eta}\frac{dp}{dx}-\frac{h^2}{4\eta}\cdot\frac{dp}{dx}\right)=\frac{bh}{2}\left(V-\frac{h^2}{6\eta}\frac{dp}{dx}\right) \quad (77)$$

stąd otrzymamy:

$$\frac{dp}{dx}=\frac{2q}{bh}\cdot\frac{6\eta}{h^2}+V\frac{6\eta}{h^2}=\frac{6\eta}{h^2}\left(V-\frac{2q}{bh}\right) \quad \dots\dots (78)$$

a ponieważ $v_{śr.}=\frac{q}{bh}$, to

$$\frac{dp}{dx}=\frac{12\eta}{h^2}\left(\frac{V}{2}-v_{śr.}\right) \quad \dots\dots (79)$$

Jeżeli h i q będą zależne od zmiennej x, to wtedy spadek ciśnienia $\frac{dp}{dx}$ można obliczyć z równania dla każdego znaczenia x, a przez całkowanie otrzymać rozkład ciśnienia pomiędzy obydwoma powierzchniami.

Z równania wynika, że ciśnienie może wzrastać, jeżeli $v_{śr.}$ będzie mniejsze od $\frac{V}{2}$ t.j. od połowy szybkości posuwu ruchomej płaskiej powierzchni.

Siła tarcia ciekłego pomiędzy warstwami smaru

$$(dT_c)_{y=\pm\frac{h}{2}}=\eta b\,dx\left(\frac{dv}{dy}\right)_{y=\pm\frac{h}{2}} \quad \dots\dots (80)$$

Ponieważ

$$\left(\frac{dv}{dy}\right)_{y=\pm\frac{h}{2}}=\frac{y}{\eta}\frac{dp}{dx}+C_1=\pm\frac{\frac{h}{2}}{\eta}\cdot\frac{dp}{dx}+\frac{V}{h} \quad \dots\dots (81)$$

$$(dT_c)_{y=\pm\frac{h}{2}}=\eta b\,dx\left(\pm\frac{h}{2\eta}\frac{dp}{dx}+\frac{V}{h}\right) \quad \dots\dots (82)$$

$$(dT_c)_{y=\pm\frac{h}{2}}=\eta b\cdot dx\left[\pm\frac{h}{2\eta}\cdot\frac{12\eta}{h^2}\left(\frac{V}{2}-v_{śr.}\right)+\frac{V}{h}\right]=\frac{2\eta b\,dx}{h}\left(\frac{V}{2}\pm\frac{3}{2}V\mp 3v_{śr.}\right) \quad \dots (83)$$

$$\left.\begin{aligned} dT_{c+} &= \frac{2\eta}{h}\, b\,dx\,(2V - 3v_{śr.}) \\ dT_{c-} &= \frac{2\eta}{h}\, b\,dx\,(-V + 3v_{śr.}) \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (84)$$

Rożnicę pomiędzy temi dwoma stycznemi siłami znajdujemy że zmiany ciśnienia na równych sobie odstępach dx

$$dT_{c+} - dT_{c-} = \frac{2\eta b}{h} \cdot dx\,(3V - 6v_{śr.}) = b\,h\,dp \ldots\ldots\ldots (85)$$

Mnożac na bh obie części równania 79 mamy:

$$bh\frac{dp}{dx} = \frac{12\eta bh}{h^2}\left(\frac{V}{2} - v_{śr.}\right) \; ; \qquad b\,h\,dp = \frac{2\eta b}{h}\,(3V - 6v_{śr.})\,dx$$

a więc

$$dT_{c+} - dT_{c-} = \frac{2\eta b}{h}\,(3V - 6v_{śr.})\,dx = b\,h\,dp$$

Z równania dla $\frac{dp}{dx}$ wynika, że możemy zawsze otrzymać poszukiwane p, ponieważ $\frac{dp}{dx}$ zależy od wielkości η, V, $v_{śr.}$ i h, więc jeżeli mamy bardzo małą wielkość η, względnie niewielką prędkość V, to mając h^2 w mianowniku, możemy zmniejszyć grubość warstwy smaru o tyle, że otrzymamy żądane $\frac{dp}{dx}$, a zatem i p.

Dla otrzymania odpowiedniego ciśnienia p w zależności $v_{śr.}$ i h stosujemy przegrody (tamy) dla przepływu smaru, lub zmieniamy przekroje poprzeczne strumienia smaru, pochylając jedną płaską powierzchnię cierną względem drugiej, lub też stosujemy luz pomiędzy czopem i panwią i t.p.

Przykład cyfrowy ~~umocni~~ uczytelczni nam to najlepiej. Jeżeli zatamujemy przepływ strumienia lepkiego, czyli założymy, że $q = 0$, to wtedy $v_{śr.} = 0$.

Następnie przyjmując $V = 1$ m/sec., $\eta = 0{,}02$ kg/m² i $h = 0{,}0001\text{m} = 0{,}1\text{mm}$. otrzymamy z równania

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\eta}{h^2}\left(V - \frac{2q}{bh}\right)$$

dla powyższych wielkosci

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\eta \cdot V}{h^2} = \frac{6 \cdot 0{,}02 \cdot 1}{0{,}0001^2} = 12\,000\,000\ \text{kg/m}^2 = 1200\ \text{at.}$$

Widzimy, że na długości 1 m. warstwy cieczy ciśnienie wzrasta o 1200 at.; taki raptowny wzrost ciśnienia przy nieznacznej grubości warstwy smaru zawdzięczamy lepkości cieczy.

Otrzymany w tym przykładzie wynik uzasadnia nasze założenie, w którem pominęliśmy siły bezwładnosci i wagę cie=

czy przy wyprowadzaniu zasadniczych równań hydrodynamicznej teorji ciekłego tarcia.

Warunki otrzymania tarcia ciekłego w smarowanych częściach taboru kolejowego.

Do otrzymania warunków „ciekłego tarcia" pomiędzy poruszającemi się względem siebie powierzchniami dwuch części maszyny, potrzebny jest pomiędzy niemi przepływ dostatecznej ilości lepkiej cieczy (smaru) o grubości warstwy większej niż suma nierówności obu powierzchni; oraz ciśnienie takie, aby warstwa smaru pomiędzy ciernemi powierzchniami maszyny zdołała wytrzymać nacisk jednej części na drugą. Niezbędne ciśnienie może powstać np. pod działaniem pompki; przez ruch nachylonych do siebie powierzchni; przez mimośrodowe ustawienie osi czopa względem osi łożyska.

Przy odpowiednim ustroju maźnic, odpowiedniej lepkości smaru, prędkości obrotowej czopa i jednostkowego jego obciążenia, powierzchnie cierne nie stykają się, ścieranie ich nie ma miejsca, a smarowanie odbywa się w sposób zwany „zupełnym."

Jeżeli powyższe warunki są wypełnione niedostatecznie, to otrzymamy „tarcie półciekłe" lub „półsuche."

Przy tarciu półsuchem, lub też półciekłem, smarowanie będzie niezupełne.

Części składowe taboru kolejowego wymagające zupełnego smarowania można podzielić na dwie grupy: 1) obie powierzchnie cierne są płaskie 2) obie powierzchnie cierne są cylindryczne.

Do pierwszej grupy zaliczamy np. prowadnice wodzików korbowodu i prowadnice maźnic; do drugiej - panwie trące się o czopy.

Tabor kolejowy posiada znaczną ilość maźnic (na P.K.P. jest około miljona); zastosowanie więc smarów odpowiedniej lepkości doprowadzonych do czopów i panwi w sposób właściwy może wpłynąć dodatnio na zmniejszenie oporu ruchu pociągów, co spowoduje znowuż zmniejszenie rozchodu opału, oraz smarów i dodatnio wpłynie na zużycie części ciernych taboru. Wszystkie te czynniki mogą znacznie zmniejszyć wydatki kolei

Stosowane obecnie sposoby doprowadzania smarów do powierzchni trących przeważnie nie odpowiadają warunkom wynikającym z hydrodynamicznej teorji tarcia ciekłego.

Niemieckie i Polskie Koleje Państwowe wprowadzają stopniowo odpowiadające nowoczesnym wymaganiom ulepszenia i prowadzą badania w tym kierunku.

W maszynach stałych czopy obracają się przeważnie w jednym i tym samym kierunku i mniej więcej ze stałą prędkością, dla tego też zastosowanie w praktyce wyników teorji ciekłego tarcia jest tam łatwiejsze; w taborze kolejowym natomiast wszystkie części cierne mają zmienny kierunek obrotu względem ruchu taboru (naprzód, lub wstecz), dla tego też urządzenia smarne nie mogą być zaprojektowane tak, aby dokładnie odpowiadały warunkom, wynikającym z teorji tarcia ciekłego.

Próby przeprowadzone na P.K.P. ze smarowaniem czopów zestawów kół parowozowych dają dobre wyniki nie zważając na to, że urządzenia te nie mogą odpowiadać całkowicie wymaganiom teorji

To zmusza nas do zbadania przepływu smaru pomiędzy panwią, a czopem i miejsca dopływu, ponieważ części takich w taborze kolejowym mamy znaczną ilość.

Najpierw jednakże zbadamy, w jaki sposób musi być doprowadzany smar do płaskich powierzchni ciernych, a potem dopiero przejdziemy do cylindrycznych.

Warunki otrzymania ciśnienia w warstwie smaru pomiędzy płaskiemi powierzchniami ciernemi.

Żeby otrzymać tarcie ciekłe - w warstwie smaru, musi powstać takie ciśnienie, które mogłoby zrównoważyć obciążenie trących się pomiędzy sobą części. Można to osiągnąć przez wtłaczanie smaru pompką smarną, albo przez nadanie odpowiedniej konstrukcji przesuwającym się względem siebie powierzchniom ciernym.

W taborze kolejowym smar doprowadzany jest pompkami przeważnie do cylindrów parowych, a ostatniemi czasy i do czopów osi zestawów kołowych parowozowych, w pozostałych zaś częściach powstanie strumienia i ciśnienia smaru, niezbędnych dla zrównoważenia obciążenia trących się części - osiągane jest przez utworzenie klina smaru pomiędzy powierzchniami ciernemi.

Jeżeli mamy dwie płaskie powierzchnie cierne, z których jedna przesuwa się względem drugiej z prędkością V, to ciśnienie w warstwie smaru otrzymamy wtedy, gdy ilość przepływającego smaru $q = \frac{Vbh}{2}$ przez stały przekrój b o wysokości h - będzie częściowo zatrzymywana przez zmniejszenie sąsiedniego przekroju (zmniejszając np. h). Dla takiego przekroju $q < \frac{Vbh}{2}$, wskutek czego część smaru zmuszona będzie odpłynąć z powrotem i w ten sposób powstaje ciśnienie w cieczy.

Do takiego wniosku przyjdziemy, jeżeli zwrócimy uwagę na równanie przyrostu ciśnienia, które dla powyższych warunków wyrazi się tak (patrz st. 32)

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\eta}{h^2}\left(V - \frac{2q}{bh}\right);$$

widzimy, że $\frac{dp}{dx}$ będzie wzrastać, jeżeli q zacznie się zmniejszać.

Jeżeli $q = 0$, t.j. gdy przekrój przepływu zamkniemy (zatamujemy strumień), to wtedy

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\eta}{h^2}V; \quad p = \frac{6\eta V}{h^2}x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (86)$$

Ciśnienie będzie wzrastać w miarę oddalania się od krawędzi stałego przekroju strumienia lepkości (rys. 13). Zgodnie z równaniem linja ciśnienia będzie prostą, która osiągnie maximum w miejscu zatamowania przepływu, t. j. $x = L$

Siła wypadkowa na jednostkę szerokości wzdłuż całkowitej powierzchni wyniesie:

$$\frac{P}{b} = \int_0^L p\,dx = \int_0^L \frac{6\eta V}{h^2}x\,dx = \frac{6\eta V}{h^2}\cdot\frac{L^2}{2}; \quad \frac{P}{b} = 3\eta V\frac{L^2}{h^2} \quad \ldots (87)$$

Punkt przyłożenia tej siły będzie odległy o $\frac{L}{3}$ od miejsca zatamowania przepływu - jako środek ciężkości trójkąta przedstawiającego rozkład sił.

Z wyników powyższych korzystamy przy projektowaniu wykładnic wodzika w maszynie parowej parowozu. Nadając pochyłości ab i cd (rys. 14) otrzymamy rozkład ciśnienia jak pokazano na tymże rysunku.

Dla osiągnięcia równomiernego nacisku i właściwego doprowadzania smaru pomiędzy prowadnicę i wykładnicę wodzika, należy zastosować większą ilość pochyłości np: ab, cd, de, fg, gh, ik (rys. 15). W tym wypadku rozkład ciśnienia będzie składał się z 3^{ch} grup; smar należy doprowadzać w punktach d i g.

Oprócz siły $\frac{P}{b}$ na obu powierzchniach warstwy smaru mamy siły styczne ciekłego tarcia, które dla jednostki szerokości otrzymamy z równania (82)

$$d\left(\frac{T_c}{b}\right)=\eta\, dx\left(\frac{V}{h} \pm \frac{h}{2\eta}\frac{dp}{dx}\right) \ldots \ldots \ldots \ldots (88)$$

całkując od 0 do L i podstawiając $\frac{dp}{dx}=\frac{6\eta V}{h^2}$ otrzymamy:

$$\int d\left(\frac{T_c}{b}\right)=\int_0^L \eta\, dx\left(\frac{V}{h} \pm \frac{h}{2\eta}\frac{dp}{dx}\right)$$

$$\frac{T_c}{b}=\eta\frac{V}{h}L \pm \frac{\eta h}{2\eta}\int_0^L \frac{dp}{dx}dx \ldots \ldots \ldots (89)$$

$\int_0^L \frac{dp}{dx}\cdot dx$ – jest to ciśnienie na zagrodę ustawioną w odległości L od stałego przekroju oznaczemy ją przez $p_{x=L}$

to

$$\frac{T_c}{b}=\eta\frac{V}{h}L \pm \frac{h}{2}p_{x=L} \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (90)$$

$$\frac{T_c}{b_+}-\frac{T_c}{b_-}=\eta\frac{V}{h}L+\frac{h}{2}p_{x=L}-\eta\frac{V}{h}L+\frac{h}{2}p_{x=L}=h\cdot p_{x=L} \ldots \ldots (91)$$

odpowiada to ciśnieniu na zagrodę o wysokości h; jeżeli przedstawimy sobie teraz, że zagroda umocowana do stałej powierzchni to dla drugiej ruchomej ciernej powierzchni

$$\frac{T_b}{c}=\eta\frac{V}{h}L+\frac{h}{2}p_{x=L} \quad \text{albo}$$

$$\frac{T_c}{b}=\eta\frac{V}{h}L+\frac{\eta h}{2\eta}\int_0^L \frac{6\eta}{h^2}V\cdot dx \ldots \ldots \ldots \ldots (92)$$

$$\frac{T_c}{b}=\eta\frac{V}{h}L+3\eta\frac{V}{h}L=4\eta V\frac{L}{h} \ldots \ldots \ldots \ldots (93)$$

Spółczynnik tarcia μ otrzymamy z równania $T_c=\mu\cdot P$

czyli
$$\mu=\frac{T_c}{P}=\frac{\frac{T}{b}}{\frac{P}{b}}=\frac{4\eta V\frac{L}{h}}{3\eta V\frac{L^2}{h}}=\frac{4}{3}\frac{h}{L} \ldots \ldots \ldots \ldots (94)$$

Spółczynnik tarcia otrzymaliśmy jako wielkość geometryczną, zależną tylko od wymiarów warstwy smaru. Z podobnym rozwiązaniem zadań ciekłego tarcia będziemy mieli stale do czynienia.

Eliminując z równania 87 dla $\frac{P}{b}$ wysokość h i podstawiając tę wielkość w równanie dla h – otrzymamy spółczynnik tarcia, w zależności od η, V i $\frac{P}{b}$ mianowicie: $h^2=3\eta V\frac{L^2}{\frac{P}{b}}$; $h=\sqrt{3\eta V\frac{L^2}{\frac{P}{b}}}$
(z równania 87)

$$\mu = \frac{T_c}{P} = \frac{4}{3}\,\frac{1}{L}\sqrt{3\eta\frac{VL^2}{\frac{P}{b}}} = \sqrt{\frac{16}{3}\eta\frac{V}{\frac{P}{b}}\frac{L^2}{L^2}} \quad \mu = \frac{T_c}{P} = 2{,}31\sqrt{\frac{\eta V}{\frac{P}{b}}} = k\sqrt{\frac{\eta V}{\frac{P}{b}}} \qquad (95)$$

W razie częściowego przymknięcia otworu wypływu strumienia

$$q_w = \alpha q = \alpha\frac{Vbh}{2} \qquad \ldots\ldots (96)$$

równanie dla $\frac{dp}{dx}$ przyjmie kształt:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\eta}{h^2}\left(V - \frac{2\alpha\cdot q}{bh}\right) = \frac{6\eta}{h^2}\left(V - 2\alpha\frac{Vbh}{2bh}\right); \quad \frac{dp}{dx} = \frac{6\eta}{h^2}\left(V - \alpha V\right) \ \ldots (97)$$

Całkując $p = \frac{6\eta}{h^2}V(1-\alpha)x$ $\ldots\ldots (98)$

Siła wypadkowa

$$\frac{P}{b} = \int_0^L p\,dx = \int_0^L \frac{6\eta}{h^2}V(1-\alpha)x\,dx = \frac{6\eta}{h^2}V(1-\alpha)\frac{L^2}{2} = 3\eta V(1-\alpha)\frac{L^2}{h^2} \cdot (99)$$

$$\int_0^L d\left(\frac{T_c}{b}\right) = \int_0^L \eta\cdot dx\left(\frac{V}{h} \pm \frac{h}{2\eta}\cdot\frac{dp}{dx}\right); \qquad \frac{T_c}{b} = \eta\frac{VL}{h} + \frac{h}{2\eta}\cdot\frac{6\eta}{h^2}(V-\alpha V)\cdot L = \eta\frac{VL}{h}(4-3\alpha) \ (100)$$

$$\mu = \frac{\frac{T_c}{b}}{\frac{P}{b}} = \frac{\frac{\eta VL}{h}(4-3\alpha)}{3\eta\cdot V(1-\alpha)\frac{L^2}{h^2}} = \frac{4-3\alpha}{3(1-\alpha)}\cdot\frac{h}{L} \ \ldots\ldots (101)$$

Ponieważ

$$\frac{P}{b} = 3\eta V(1-\alpha)\frac{L^2}{h^2}\ \text{, to}\ \frac{h}{L} = \sqrt{3(1-\alpha)}\cdot\sqrt{\frac{\eta V}{\frac{P}{b}}} \ \ldots (102)$$

$$\mu = \frac{4-3\alpha}{3(1-\alpha)}\sqrt{3(1-\alpha)}\sqrt{\frac{\eta V}{\frac{P}{b}}} = \frac{4-3\alpha}{\sqrt{3(1-\alpha)}}\sqrt{\frac{\eta V}{\frac{P}{b}}} \ \ldots\ldots (103)$$

Dla przepływu pomiędzy dwoma powierzchniami

$$k = \mu\sqrt{\frac{P/b}{\eta V}} = \frac{4-3\alpha}{\sqrt{3(1-\alpha)}} \ \ldots\ldots (104)$$

α	k	Uwagi
0	2,31	Otwór zamknięty
0,2	2,19	
0,4	2,08	
0,5	2,04	
0,6	2,01	
0,8	2,07	
0,9	2,37	
0,95	2,97	
1	∞	Otwór odsłonięty

Warunki otrzymania ciśnienia w warstwie smaru pomiędzy czopem, a panwią

Czop i panewka posiadają wspólną oś obrotu. W tym wypadku będziemy mieć te same zjawiska, które zbadane były dla dwuch równoległych płaszczyzn przesuwających się jedna względem drugiej przy $\frac{dp}{dx}=0$, przy stałej grubości warstwy smaru h - ciśnienia wewnątrz smaru nie będzie $(P=0)$ i nie możemy zrównoważyć obciążenia panwi. Przy obrocie czopa wewnątrz panwi - wskutek przesuwania się względem siebie cząsteczek smaru otrzymujemy następujący moment obrotu sił tarcia wewnętrznego na jednostkę szerokości:

$$\frac{M}{b}=\frac{T_c\cdot r}{b}=\eta\frac{2\pi r\cdot b}{b}\cdot\frac{\omega\, r}{h}\, r=2\pi\eta\,\frac{\omega}{h}\cdot r^3 \quad \ldots\ldots (105)$$

Ponieważ $\eta=\frac{T_c}{P}$ to przy $P=0$ będzie $\eta=\infty$ oznacza to, że nawet przy małych obciążeniach η może być większe niż f odpowiadające prawu Coulomb'a.

Jeżeli czop i łożysko mają wspólną oś obrotu, to warstwa smaru, zawartego pomiędzy czopem, a panwią ma kształt pierścieniowy. Ciśnienie wewnątrz smaru może powstać przy obrocie czopa, jeżeli w dowolnem miejscu panwi umieścimy tamę A (rys 16) zmniejszającą przekrój całkowicie, lub częściowo.

Stosując w tym wypadku wzór na p, wyprowadzany dla płaskich powierzchni:

$$p=6\eta\frac{V}{h^2}(1-\alpha)x$$

i mając na względzie ruch obrotowy zamieniamy w nim $V=\omega\cdot r$; $x=r\cdot\varphi$ otrzymamy wtedy

$$p=6\eta\omega\cdot\frac{r^2}{h^2}(1-\alpha)\varphi \quad \ldots\ldots\ldots (106)$$

Wielkość i kierunek wypadkowego ciśnienia otrzymamy przez sumowanie geometryczne ciśnień p, a oznaczając przez ρ odpowiedni spółczynnik dla wzoru analitycznego, otrzymamy:

$$\frac{P}{b}=\rho\cdot\eta\,\frac{\omega\cdot r^2}{h^2}(1-\alpha)\varphi_m\cdot r\varphi_m=\rho\cdot\eta\,\frac{\omega r^3}{h^2}(1-\alpha)\varphi_m^2 \quad \ldots\ldots\ldots (107)$$

Z powyższych wzorów widzimy, że ciśnienie p wzrasta z kątem φ. Zamiast równania 102 dla płaskich ciernych powierzchni otrzymamy teraz

$$\mu=\frac{(4-3\alpha)\cdot h}{\rho(1-\alpha)\cdot r\cdot\varphi_m}=\frac{4-3\alpha}{\sqrt{\rho(1-\alpha)}}\cdot\sqrt{\frac{\eta\cdot\omega\cdot r}{\frac{P}{b}}} \quad \ldots\ldots\ldots (108)$$

$\frac{h}{r}$ wyznaczamy z równania 69

Czop i panew o równoległych osiach symetrji

Zbadamy tu 3 układy smarowania z któremi mamy do czynienia w taborze kolejowym. Założymy, że długość czopa jest tak wielka, że możemy pominąć straty smaru wskutek nieszczelności maźnicy.

Zadanie 1. Załóżmy, że czop nieruchomy (rys. 17) o średnicy $2r$ i znacznej długości b opiera się na panwi o promieniu R, obejmującej dolną połowę czopa, i że wzdłuż linji przylegania czopa do panwi doprowadzamy smar pod ciśnieniem p_0; czop oczywiście podnosi się i odstaje od panwi, tworząc w tem miejscu luz h_m, mniejszy, niż w innych kierunkach promieniowych.

Szukamy: rozkładu ciśnień skierowanych wzdłuż promieni czopa, objętości smaru, oraz ciśnienia wypadkowego przy zadanym luzie h_m.

Z rysunku w przybliżeniu mamy:

$$R = a\cos\varphi + r + h\ ;\ \text{stąd}\ \ h = R - a\cos\varphi - r \quad \ldots\ldots (109)$$

$$R = a + r + h_m\ ;\ \ \text{stąd}\ \ h_m = R - a - r \quad \ldots\ldots (110)$$

Oznaczmy luz względny:

$$\psi = \frac{D-d}{d} = \frac{R-r}{r} = \frac{R}{r} - 1 \quad \ldots\ldots (111)$$

Mimośrodowość względna $\chi = \dfrac{a}{R-r}$ .... (112)

gdzie a – mimośrodowość bezwzględna.

Stosunek najmniejszej warstwy smaru do promienia czopa

$$\frac{h_m}{r} = \frac{R-a-r}{r} \quad \ldots\ldots (113)$$

We wzorze (69) dla $q = \dfrac{b}{\eta}\cdot\dfrac{h^3}{24}\cdot\dfrac{dp}{dx} + C_2 b h$

C_2 wyznaczymy z warunków dla $V=0$ i $\dfrac{dp}{dx} \neq 0$, jak już znaleźliśmy poprzednio przy tych warunkach (wzór 60)

$$C_2 = -\frac{h^2}{8\eta}\cdot\frac{dp}{dx}$$

dla czopów zamiast x podstawiamy $r\varphi$ czyli $dx = r\,d\varphi$

$$q = \frac{bh^3}{24\eta}\cdot\frac{dp}{dx} - \frac{bh^3}{8\eta}\cdot\frac{dp}{dx} = -\frac{bh^3}{12\eta}\cdot\frac{dp}{r\,d\varphi} \quad \ldots\ldots (114)$$

$$q = -\frac{b(R-a\cos\varphi-r)^3}{12\eta}\cdot\frac{dp}{r\,d\varphi} \ldots (115) \qquad dp = -\frac{12\eta q r\,d\varphi}{b(R-a\cos\varphi-r)^3} \quad \ldots\ldots (116)$$

Ciśnienie na powierzchnię czopa pomiędzy pionem a promieniem pod kątem φ

$$p = -\frac{12\eta q}{b}\int_0^{\varphi}\frac{r\,d\varphi}{(R-r)^3\left(1-\frac{a\cos\varphi}{R-r}\right)^3} = -\frac{12\eta q}{b}\int_0^{\varphi}\frac{r\,d\varphi}{\frac{r^3(R-r)^3}{r^3}\left(1-\chi\cos\varphi\right)^3}$$

$$p = -\frac{12\eta q}{b r^2}\int_0^{\varphi}\frac{d\varphi}{\psi^3(1-\chi\cos\varphi)^3} = -\frac{12\eta q}{b r^2 \psi^3}\int_0^{\varphi}\frac{d\varphi}{(1-\chi\cos\varphi)^3} \quad . . (117)$$

Z tąd

$$\frac{b r^2\psi^3}{\eta q}p = -12\int_0^{\varphi}\frac{d\varphi}{(1-\chi\cos\varphi)^3} \quad \text{wyraz} \quad \Phi = \frac{b r^2\psi^3}{\eta q}p \quad . (118)$$

jest zależny od konstrukcji łożyska; charakteryzuje on rozkład ciśnień.

Ciśnienie wzdłuż promienia, pochylonego pod kątem φ do pionu.

$$p_\varphi = p_0 + p \quad . . . . (119)$$

czyli

$$p_\varphi = p_0 - \frac{12\eta q}{b r^2\psi^3}\int_0^{\varphi}\frac{d\varphi}{(1-\chi\cos\varphi)^3} \quad . . . . (120)$$

Jeżeli oznaczymy całkowite ciśnienie łożyska na czop i odwrotnie przez P, to na jednostkę jego długości czopa pomiędzy $\varphi = +90°$ do $-90°$ będziemy mieli

$$\frac{P}{b} = 2\int_0^{\pi/2} p_\varphi r\,d\varphi\cos\varphi = 2\,p_\varphi r\int_0^{\pi/2}\cos\varphi\,d\varphi \quad . . . . (121)$$

$$\frac{P}{b} = 2\,p_0 r\int_0^{\pi/2}\cos\varphi\,d\varphi - \frac{12\eta q r}{b r^2\psi^3}\int_0^{\varphi}\frac{d\varphi}{(1-\chi\cos\varphi)^3}\,2\int_0^{\pi/2}\cos\varphi\,d\varphi$$

$$= 2p_0 r - \frac{24\eta q}{b r^2\psi^3}\int_0^{\pi/2}\cos\bar{\varphi}\int_0^{\varphi}\frac{d\varphi}{(1-\chi\cos\varphi)^3}\cdot d\bar{\varphi} \quad . . . . (122)$$

Po wykonaniu w powyższych równaniach 120, 122 całkowania liczbowego dla $\chi = 0;\ 0{,}2;\ 0{,}4;\ 0{,}6;\ 0{,}8;\ 0{,}9$ i wyznaczeniu p_0 takiej wielkości, przy której dla $\varphi = 90°$ było by $p = 0$, otrzymamy następujące zestawienie 1. zasiągnięte z dz. „Reibung u Schmierung in Maschinenbau" L. Gümbel i E. Everling

$$\Phi = \frac{b r^2\psi^3}{\eta q}p = -12\int_0^{\varphi}\frac{d\varphi}{(1-\chi\cos\varphi)^3} \quad . . . . (123)$$

Jest to cecha rozkładu ciśnień smaru w zależności od kąta φ, dla zbadanego typu maźnicy.-

$\frac{r\psi^3}{\eta q}P$ – całkowite ciśnienie smaru wzdłuż czopa.

Zestawienie 1.

φ_0	$\frac{b r^2 \psi^3}{\eta q} p$ dla $\chi = \frac{a}{R-r}$					
	0	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9
0	18,8	29,2	52,8	128	640	3350
10	16,7	25,1	43,2	95,6	384	1443
20	14,6	21,1	34,1	67,4	205	532
30	12,5	17,3	26,0	45,3	103,8	195,2
40	10,4	13,7	19,1	29,4	52,7	79,6
50	8,4	10,4	13,4	18,4	27,2	36,8
60	6,3	7,4	8,9	11,0	14	18,2
70	4,2	4,7	5,2	5,9	6,8	7,3
80	2,1	2,2	2,3	2,5	2,6	2,7
90	0	0	0	0	0	0
$\frac{r\psi^3 P}{\eta q}$ →	24	33,8	53,5	105,7	365,5	1348,1

Przykład. Czop o średnicy $2r = 0{,}1$ m. nieskończenie długi, spoczywa na łożysku o średnicy $2R = 0{,}1005$ m., obejmującą dolną jego połowę; smar o lepkości $\eta = 0{,}02$ kg/m² sec. doprowadzany jest do dolnej części łożyska przy stałem obciążeniu na jednostkę długości czopa $\frac{P}{b} = 10000$ kg/m. Obliczyć: ilość smaru i jego ciśnienie przy 1) $h_k = 0{,}0001$ m i 2) $h_k = 0{,}0002$ m.

$\psi = \frac{0{,}1005}{0{,}1} - 1 = 0{,}005$; $r = 0{,}05$ m. dla $h_k = 0{,}001$ m

$$\chi = 1 - \frac{h_k}{r\psi} = 1 - \frac{0{,}0001}{0{,}05 \cdot 0{,}005} = 0{,}6$$

Z tablicy mamy, że

$$\frac{r\psi^3}{\eta q} \cdot P = 105{,}7 \text{ , stąd } q = \frac{r\psi^3}{\eta \cdot 105{,}7} P$$

$$\frac{q}{b} = \frac{P}{b} \frac{r\psi^3}{\eta \cdot 105{,}7} = \frac{10000 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}005^3}{0{,}02 \cdot 105{,}7} = 0{,}0000296 \text{ m}^3/\text{sec.}$$

$$\frac{q}{b} = 0{,}03 \text{ l/sec.}$$

$$\frac{b r^2 \psi^3}{\eta \cdot q} p_{\varphi=0} = 128 \text{ ; } \quad p_{\varphi=0} = \frac{128 \eta q}{r^2 \psi^3 b} = \frac{128 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}0000296}{0{,}05^2 \cdot 0{,}05^3} = 243000 \text{ kg/m}^2 = 24{,}3 \text{ at.}$$

Dla $h_k = 0{,}0002\,m$ $\qquad \chi_o = 1 - \frac{0{,}0002}{0{,}05\cdot 0{,}005} = 0{,}2$

$$\frac{r\cdot\psi^3}{\eta\cdot q}\,P = 33{,}8$$

$$\frac{q}{b} = \frac{P}{b}\,\frac{r\psi^3}{\eta\cdot 33{,}8} = \frac{10000\cdot 0{,}05\cdot 0{,}0005^3}{0{,}2\cdot 33{,}8} = 0{,}0000923\ ^{m^3}/_{sec} = 0{,}092\ ^{l}/_{sec.}$$

$$\frac{b r^2\psi^3}{\eta\cdot q}\,p_{\varphi=0} = 29{,}2$$

$$p_{\varphi=0} = \frac{29{,}2\,\eta}{r^2\cdot\psi^3}\;\frac{q}{b} = \frac{29{,}2\cdot 0{,}02\cdot 0{,}0000923}{0{,}5^2\cdot 0{,}05^3} = 173000\ ^{kg}/_{m^2} \doteq 17{,}3\ atm.$$

Widzimy, że zmniejszając ilość doprowadzanego smaru oraz luz, możemy otrzymać rozmaite obciążenie czopa przy smarowaniu zupełnem, t.j. gdy w grę wchodzi tylko tarcie ciekłe.

Zadanie 2. Czop obraca się w łożysku „oczkowem" lub w tulejce dwudzielnej, lecz stanowiącej jedną całość (panew zestawiona z dwuch siodełek).

Dla osiągnięcia zupełnego smarowania musimy doprowadzać smar tak, aby utworzył się przepływ.

Na podstawie równań hydrodynamicznej teorji tarcia wiemy, że dla utworzenia strumienia przepływu niezbędnem jest osiągnąć zmienność ciśnienia w poszczególnych jego przekrojach. Widzieliśmy, że przy tarciu powierzchni płaskich pożądaną zmienność ciśnienia w warstwie smaru najłatwiej było osiągnąć ścinając ukośnie jedną płaszczyznę cierną tak, aby ze smaru utworzył się klin przed dopływem i po dopływie do najmniejszego poprzecznego przekroju warstwy.

Prędkość poruszających się płaszczyzn musiała być tak dobrana, aby ciśnienie działające tu nie mogło usunąć smaru, co spowodowałoby bezpośrednie zetknięcie się powierzchni ciernych.

W naszym wypadku zasadę tę można zastosować w ten sposób, że zamiast ścięcia zastosujemy tylko luz pomiędzy łożyskiem, a czopem. Aby go uzyskać, musi być otwór w łożysku większy od średnicy czopa. Jeśli teraz czop spocznie w łożysku, to po obu stronach płaszczyzny pionowej (rys. 18) otrzymamy symetryczne luzy A i A', które odegrają rolę klinów. Różnica średnic D−d wyznaczy nam luz.

Jeżeli nadamy ruch obrotowy czopowi w kierunku, pokazanym strzałką, to smar zapełniający luz **A** o kształcie klina zostanie także uruchomiony i w ten sposób otrzymany strumień smaru o przekrojach zmiennych przy odpowiedniej szybkości czopa otrzymamy także ciśnienie, które, jak nam wiadomo z poprzednich rozważań, uniesie czop, obciążony siłą zewnętrzną, do góry i wtedy otrzymujemy zjawisko jakby pływanie czopa w smarze.

Oś czopa w miarę zwiększania ilości obrotów podnosi się coraz wyżej, a minimalny luz pomiędzy czopem i panwią będzie leżeć na promieniu odchylonym od pionu pod kątem coraz większym (rys. 19 i 20).

Środek dowolnego przekroju czopa, płaszczyzną prostopadłą do osi czopa, będzie przesuwać się po kole, zatoczonym na średnicy 1-2; przeprowadzone badania stwierdziły istnienie powyżej podanego położenia czopa w panwi rys. 19 i 20.

Przy nieznacznej ilości obrotów położenie czopa oznaczone cyfrą I (rys. 19) przy większej cyfrą II (rys. 20), a przy nieskończenie wielkiej ilości (rys. 21) oś czopa zlewa się z osią panwi.

Rozkład ciśnień pokazany jest na rys. 22 i 23.

Oznaczmy jak w zadaniu 1. luz względny przez $\psi = \frac{R-r}{r}$

mimośrodowość względną $\chi = \frac{a}{R-r}$

Z rysunku 22 otrzymamy:

1) $h_k + r + a = R$; $h_k = R - r - a$ . . . . (124)

2) $r + h = R + a\cos\varphi$; $h = R - r + a\cos\varphi = (R-r)\left(1 + \frac{a}{R-r}\cos\varphi\right)$ . . (125)

$$\frac{h}{r} = \frac{R-r}{r}\left(1 - \frac{a}{R-r}\cos\varphi\right) = \psi\left(1 + \chi\cos\varphi\right)$$

$$h^3 = r^3\psi^3\left(1 + \chi\cos\varphi\right)^3 \quad . . . . (126)$$

W danym wypadku $\left[V = 0 \text{, a } \frac{dp}{dx} \neq 0\right]$ dla obliczenia ilości smaru q należy stosować wzór (77)

$$q = \frac{bh}{2}\left(V - \frac{h^2}{6\eta}\cdot\frac{dp}{dx}\right) = \frac{V}{2}\, b h_m \quad . . . . . . (127)$$

W wyrazie tym h_m oznacza luz pomiędzy panwią i czopem, w przekroju najwyższego ciśnienia **p**. Jeżeli minimalny luz oznaczony przez h_k, to $\quad h_m = \alpha h_k = \alpha(R-r-a)$; $h_m = \alpha(R-r)\left(1-\frac{a}{R-r}\right)$ (128)

$$\frac{h_m}{r} = \alpha\frac{R-r}{r}\cdot\left(1-\frac{a}{R-r}\right) = \alpha\psi(1-\chi) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (129)$$

Podstawiając do równania (127) znaczenie z równania dla h_m z równania ~~(127)~~ (129) otrzymamy:

$$\frac{Vh}{2} - \frac{h^3}{12\eta}\cdot\frac{dp}{dx} = \frac{V}{2}r\alpha\cdot\psi(1-\chi)$$

stąd

$$dp = \frac{12\eta}{h^3}\left\{\frac{Vh}{2} - \frac{V}{2}r\alpha\psi(1-\chi)\right\}dx$$

podstawiając w tym wzorze dla h wielkość otrzymaną ze wzoru (126), a że dla czopów $dx = r d\varphi$ i $V = \omega r$, to wtedy otrzymamy:

$$dp = \frac{12\eta}{r^3\psi^3(1-\chi\cos\varphi)^3}\cdot\frac{\omega r}{2}\left\{r\psi(1+\chi\cos\varphi) - r\alpha\psi(1-\chi)\right\}r\,d\varphi$$

$$dp = \frac{6\eta\omega}{\psi^2}\cdot\frac{(1+\chi\cos\varphi)-\alpha(1-\chi)}{(1+\chi\cos\varphi)^3}d\varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad (130)$$

$$p = \frac{\eta\omega}{\psi^2}\cdot 6\int_0^{\varphi}\frac{(1+\chi\cos\varphi)-\alpha(1-\chi)}{(1+\chi\cos\varphi)^3}d\varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad (131)$$

Ponieważ ciśnienie panwi na czop

$$P = 2rbp\text{ , to } 2p = \frac{P}{rb} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (132)$$

mnożąc obydwie części ~~na~~ przez $\frac{\psi^2}{\eta\omega}$ otrzymamy

$$2p\frac{\psi^2}{\eta\omega} = \frac{P}{rb}\cdot\frac{\psi^2}{\eta\omega} = \frac{\psi^2}{\eta\omega r}\cdot\frac{P}{b} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (133)$$

Za cechę badanego urządzenia smarnego możemy przyjąć

$$\Phi = 2p\frac{\psi^2}{\eta\omega} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (134)$$

Mnożąc ~~elementarne~~ ciśnienie (rów. 130) przez $r\cos\varphi$ i $r\sin\varphi$, oraz całkując, otrzymamy obydwa rzuty całkowitego ciśnienia na jednostkę długości panwi $\frac{P}{b}$, a następnie z tych dwuch rzutów ostateczną wypadkową wielkość i kierunek $\frac{P}{b}$.

Dla obliczenia wielkości p - trzeba w równaniu (131) wykonać całkowanie, a do tego są niezbędne warunki krańcowe przepływu smaru.

Jeżeli warunki te będą takie, że $p=0$ dla $\varphi=0°$ i $\varphi=180°$ i że p jest funkcją ciągłą kąta φ, to otrzymamy dla kątów od 0° do 180° nadciśnienia, przyczem ciśnienie będzie z początku wzrastało, a od pewnego kąta zacznie spadać do 0° przy $\varphi = 180°$. W drugiej połowie obiegu od 180° do 360° - będziemy obserwować podobny rozkład ciśnień depresji patrz rys.22 jak i dla obiegu od 0° do 180° t.j. ciśnienie o kie =

runku przeciwnym niż w obiegu 0°-180°, będzie z początku wzrastać, a potem zacznie spadać i przy $\varphi = 360°$ osiągnie $p = 0$.

Obierając dowolne α (rów. 128) obliczamy dla pewnej ilości kątów w granicach od 0° do 180° z równania 131 wielkość wyrazu

$$A = \frac{(1+\chi\cos\varphi) - \alpha(1-\chi)}{(1+\chi\cos\varphi)^3} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (135)$$

następnie w układzie osi prostokątnych odkładamy otrzymane wielkości dla odpowiednich kątów i planimetrujemy otrzymane pole włącznie do kąta 180°. Jeżeli otrzymana wielkość $p_{180°}$ nie będzie równa zeru, to obieramy drugie znaczenie dla α jakieś α' i znów wyżej podanym sposobem obliczamy $p'_{180°}$.

Interpolując graficznie otrzymane wyniki $p_{180°}$ i $p'_{180°}$ otrzymamy takie α'' przy którym $p_{180°} = 0$

W poniżej podanem zestawieniu 2 pokazane są wyniki całkowania równania 131 dla czopa promieniowego przy $\chi = \frac{a}{R-r} = 0{,}2$ zasiągnięte z dz. „Reibung und Schmierung in Maschinenbau" L. Gümbel i E. Everling.

Zestawienie 2.

1. Przyjęto $\alpha = 1{,}25$, a $\chi = \frac{a}{R-r} = 0{,}2$

$\varphi°$	$\frac{1+\chi\cos\varphi - \alpha(1-\chi)}{(1+\chi\cos\varphi)^3}$	$\varphi°$	$\Sigma \frac{1+\chi\cos\varphi - \alpha(1-\chi)}{(1+\chi\cos\varphi)^3}$
0	0,0000	0	0,0000
5	0,1155	10	0,1155
15	0,1137	20	0,2292
25	0,1098	30	0,3390
35	0,1039	40	0,4429
45	0,0952	50	0,5381
55	0,0829	60	0,6210
65	0,0664	70	0,6874
75	0,0445	80	0,7319
85	0,0165	90	0,7484
95	− 0,0184	100	0,7300
105	− 0,0608	110	0,6692
115	− 0,1103	120	0,5589
125	− 0,1656	130	0,3933
135	− 0,2235	140	0,1698
145	− 0,2805	150	− 0,1107
155	− 0,3300	160	− 0,4407
165	− 0,3680	170	− 0,8087
175	− 0,3880	180	− 1,1967

a powinno być zero

2. Przyjęto $\alpha = 1{,}075$, a $\chi = \frac{a}{R-r} = 0{,}2$

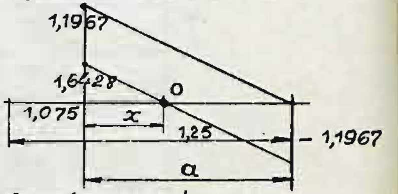
φ°	$\frac{1+\chi\cos\varphi-\alpha(1-\chi)}{(1+\chi\cos\varphi)^3}$	φ°	$\sum\frac{1+\chi\cos\chi-\alpha(1-\chi)}{(1+\chi\cos\varphi)^3}$
0	0,0000	0	0,0000
5	0,1968	10	0,1968
15	0,1962	20	0,3930
25	0,1949	30	0,5879
35	0,1927	40	0,7806
45	0,1894	50	0,9700
55	0,1838	60	1,1538
65	0,1762	70	1,3300
75	0,1650	80	1,4950
85	0,1496	90	1 6446
95	0,1294	100	1,7740
105	0,1034	110	1,8774
115	0,0723	120	1,9497
125	0,0364	130	1,9861
135	– 0,0018	140	1,9843
145	– 0,0408	150	1,9435
155	– 0,0751	160	1,8684
165	– 0,1103	170	1,7581
175	– 0,1153	180	1,6428
			a powinno być zero.

3. Przez interpolację z wykresu $\alpha - \varphi_{180°}$ znaleziono $\alpha = 1{,}1765$, a $\chi = \frac{a}{R-r} = 0{,}2$

φ°	$\frac{1+\chi\cos\varphi-\alpha(1-\chi)}{(1+\chi\cos\varphi)^3}$	φ°	$\sum\frac{1+\chi\cos\varphi-\alpha(1-\chi)}{(1+\chi\cos\varphi)^3}$	$\frac{\psi^2}{\eta\omega}\cdot p$
0	0,0000	0	0,0000	0,000
5	0,1497	10	0,1497	0,157
15	0,1484	20	0,2981	0,312
25	0,1456	30	0,4437	0,464
35	0,1412	40	0,5849	0,612
45	0,1346	50	0,7195	0,753
55	0,1252	60	0,8447	0,864
65	0,1125	70	0,9572	1,001
75	0,0952	80	1,0524	1,101
85	0,0724	90	1,1248	1,177
95	0,0437	100	1,1685	1,223
105	0,0082	110	1,1767	1,231
115	– 0,0337	120	1,1431	1,196
125	– 0,0808	130	1,0623	1,112
135	– 0,1306	140	0,9317	0,975
145	– 0,1798	150	0,7519	0,787
155	– 0,2230	160	0,5289	0,554
165	– 0,2560	170	0,2729	0,285
175	– 0,2729	180	0,0000 zgodne z założeniem	0,000

W pierwszym wypadku dla 180° przy $\alpha = \frac{h_m}{h_k} = 1{,}25$ mamy $\Sigma A = -1{,}1967$ w drugim wypadku przy $\alpha = 1{,}075$ mamy $\Sigma A = 1{,}6428$. Przez interpolację w trzeciem wypadku otrzymamy $\frac{X}{1{,}25 - 1{,}075} = \frac{1{,}6428}{1{,}6428 + 1{,}1967}$

$$\alpha = 1{,}075 + (1{,}250 - 1{,}075)\,\frac{1{,}6428}{1{,}6428 + 1{,}967} = 1{,}1765$$



przy którem $\Sigma A = 0$

Wielkości $\frac{\psi^2}{\eta\omega}p$ przy $X = 0{,}2$, podane w ostatniej kolumnie, a na rys. 23 wykresy rozkładu ciśnień dla czopa obracającego się w dwusiodełkowej panwi przy

$X = 0{,}2;\ 0{,}4;\ 0{,}6;\ 0{,}8;\ 0{,}9$ i $0{,}95$.

Siły styczne wewnętrznego tarcia T_c obliczymy, posiłkując się w tym wypadku równaniem (82)

$$dT_c = \eta b\,dx\left(\pm\frac{h}{2\eta}\frac{dp}{dx} + \frac{V}{h}\right)$$

jeżeli dla skrócenia wyraz $\frac{(1+\chi\cos\varphi) - \alpha(1-\chi)}{(1+\chi\cos\varphi)^3}$ oznaczyć przez A, to równanie (130) można napisać tak:

$$dp = \frac{6\eta\cdot\omega}{\psi^2}A\,d\varphi \quad \ldots \quad (136)$$

a ponieważ $dx = r\,d\varphi$, to równanie 82 możemy tak przekształcić

$$\frac{dT_c}{b} = \eta\frac{V}{h}\,r\,d\varphi \pm \eta\frac{h}{2\eta}\cdot\frac{6\eta\omega}{\psi^2}A\,d\varphi \quad \ldots \quad (137)$$

$$\frac{dT_{c+} - dT_{c-}}{b} = 2\eta\frac{h}{2\eta}\cdot\frac{6\eta\cdot\omega}{\psi^2}A\,d\varphi$$

a że z równania 126 mamy

$$h = r\psi(1+\chi\cos\varphi)$$

to
$$\frac{dT_{c+} - dT_{c-}}{b} = r\psi(1+\chi\cos\varphi)\cdot\frac{\eta\cdot\omega}{\psi^2}\,6A\,d\varphi =$$

$$= \frac{\eta\omega r}{\psi}\underbrace{(1+\chi\cos\varphi)\,6A}_{\text{oznaczmy prze } A'}\,d\varphi = \frac{\eta\cdot\omega\cdot r}{\psi}A'\,d\varphi \quad \ldots \quad (138)$$

a
$$\frac{T_c}{b} = \frac{\eta\cdot\omega\cdot r}{\psi}A' \quad \ldots \quad (139)$$

skąd
$$A' = \frac{T_c}{b}\cdot\frac{\psi}{\eta\cdot\omega\cdot r} \quad \ldots \quad (140)$$

jest to charakterystyka sił stycznych tarcia wewnętrznego.

Zadanie 3. Czop promieniowy z łożyskiem siodełkowem, składającem się z jednej połówki.

Z układem tym mamy najwięcej do czynienia w taborze kole=

jowym, są to łożyska czopów zestawów kołowych.

Obciążenie łożyska składa się z wagi własnej taboru oraz ładunku i działa pionowo na czop.

Mamy dane: lepkość smaru η, ilość obrotów n, luz pomiędzy panwią i czopem h; szukamy: rozkładu ciśnień pomiędzy panwią i czopem p, powstających wskutek przepływu smaru pomiędzy panwią i czopem; dopuszczalnej całkowitej siły obciążenia czopa P, siły stycznej T_c i wynikającego stąd momentu $T_c r$

Do rozwiązania tego zadania służą wyprowadzone i zbadane powyżej równania 130, 132, 133 i 134, z następującemi warunkami granicznemi dla określenia stałych C_1 i C_2 przy całkowaniu równań zasadniczych rys. 24.

1. $p=0$ przy $\varphi=180^\circ$ i $\varphi=\varphi_1$, przyczem kąt φ' odpowiada pochyłości odpowiadającej najmniejszemu luzowi pomiędzy panwią i czopem względem osi poziomej.

2. Geometryczna wypadkowa siła $\frac{P}{b}$ składowych elementarnych $pr\Delta\varphi$ powinna być skierowana pionowo.

Dla rozwiązania tych, zagadnień ~~wynikając~~ z praktyki przyjmujemy: 1) $X=0{,}2$; $0{,}4$; $0{,}6$; $0{,}8$; $0{,}9$; $0{,}95$. 2) dobieramy α tak, że $p=0$ przy $\varphi=180^\circ$ i $\varphi=\varphi'$, odpowiadającemu najmniejszemu luzowi pomiędzy panwią i czopem. 3) Określamy kąt φ_p, pod którym będzie skierowana siła p_{mx} 4) dobieramy α tak, aby $\varphi_p=\varphi'+90^\circ$.

Dla wielkości α, czyniącym zadość podanym wyżej warunkom na podstawie zasadniczych równań hydrodynamicznej teorji tarcia zostały określone przez Gümbel Everlinga charakterystyki sił p, T i P, cyfrowe dane których podajemy poniżej w zestawieniu 3.

Zestawienie 3.

siły dla jednosiodełkowej panwi

χ	α	φ_1^0	$\Phi=\frac{\psi^2}{\eta\omega r}\cdot\frac{P}{b}$	$\frac{\psi}{\eta\omega r}\frac{T_c}{b}$	$\frac{\psi^2}{\eta\omega} p_{mx}$
0,0	1,000	0,00	0,000	3,141	0,00
0,2	1,165	12,31	1,663	3,186	1,07
0,4	1,266	23,43	3,193	3,72	2,33
0,6	1,319	35,5	5,265	4,8	4,51
0,8	1,342	49,	10,500	7,47	11,81
0,9	1,344	59,72	20,540	11,32	31,68
0,95	1,347	67,4	39,200	16,72	86

W praktyce używanie powyższych wzorów teoretycznych, wyjaśniających całokształt zjawisk ciekłego tarcia byłoby uciążliwe, dla celów praktycznych podamy uproszczone wzory A. Falza przy obliczaniu charakterystycznych wielkości smarowania ciekłego (zupełnego) czopów promieniowych przy stałym kierunku obciążenia. Wzory te oparte są jednak na wzorach teoretycznych, L. Gümbel'a i E. Everlinga, przydatność których stwierdzona została szeregiem doświadczeń laboratoryjnych i następnie wynikami praktyki.

Obliczenie wymiaru luzu pomiędzy panwią i czopem

Z teoretycznego punktu widzenia było uzasadnione, że jeżeli podczas ruchu taboru mamy do czynienia z tarciem ciekłem to panew podnosi się nad czopem, tworząc luz równy sumie grubości nierówności czopa δ, nierówności panwi δ_1 i grubości warstwy smaru h.

Wzory hydrodynamicznej teorji tarcia były wyprowadzone w założeniu, że mamy do czynienia z czopem i panwią idealnie gładkiemi, to też jeżeli będziemy mieli bardzo dokładnie oszlifowane powierzchnie (jeszcze lepiej - rolkowane), a maźnicę konstrukcji szczelnej, to wyniki praktyczne otrzymamy zbliżone do obliczeń teoretycznych.

Z powyższego wynika, że przy obliczeniach i wykonaniu części aparatu smarnego musimy mieć na względzie wymiary idealne i rzeczywiste.

Przekrój płaszczyzną prostopadłą do osi czopa i panwi przedstawi się tak, jak to widać na rys. 25. Będziemy więc mieli

d_i - idealną średnicę czopa (teoret)

d_r - rzeczywistą " "

D_i - idealną średnicę panwi

D_r - rzeczywistą " "

$\frac{D_r - d_r}{2}$ - rzeczywisty luz . . . . (141)

$\frac{D_i - d_i}{2}$ - idealny " . . . . (142)

$$\left.\begin{array}{l} D_r = D_i - 2\delta' \\ d_r = d_i + 2\delta \end{array}\right\} D_r - d_r = (D_i - d_i) - 2(\delta' + \delta) \qquad (143)$$

Warstwa smaru $h > \delta + \delta'$

Nierowności powierzchni (występy) zależą od sposobu obróbki

Obłoczone żelazo . . . . 0,03 – 0,04 mm

Toczone i obr. pół gładkim pilnikiem. . . . 0,02 – 0,03 „

„ „ „ gładkim pilnikiem. . . . 0,01 – 0,02 „

Szlifowanego papier №1 . . . . 0,006 – 0,007 „

„ „ №00. . . . . . . 0,003 – 0,004 „

Suma nierówności czopa szlifowanego wraz z panwią dopasowaną zapomocą farby może być przyjęta = **0,01** mm.

Oznaczmy przez

D i R – średnicę i promień panwi w m.

d i r – „ „ czopa „ „

l – długość „ „ „

P – obciążenie całkowite czopa w kg

p_s – średnie obciążenie w kg/cm²

$p_s = \frac{P}{d\,l}$; względny luz $\psi = \frac{D-d}{d}$

ω – szybkość kątowa czopa = 0,1047 n, gdzie n oznacza ilość obrot. na min.

η – lepkość smaru kg. sek/m²

Φ – cecha maźnicy z łożyskiem siodełkowym dla nieskończenie długiego czopa, lub też idealnie szczelnie maźnicy $\Phi = \frac{2\,p_m\,\psi^2}{\eta\cdot\omega} = \frac{\psi^2}{\eta\cdot\omega r}\cdot\frac{P}{b}$

χ – mimośrodowość względna $\chi = \frac{a}{R-r}$, gdzie

a – mimośrodowość bezwzględna.

W zależności od wielkości cechy Φ zależy ustawienie się osi czopa względem osi panwi, którem określa się wielkości mimośrodowości względnej χ i kątem β. (rys. 26)

Na podstawie zestawienia 3. w zadaniu 3 str. 49 możemy ułożyć następującą tabelkę:

Zestawienie 4.

χ =	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
Φ	1,7	2,4	3,2	4,1	5,3	7,2	10,5	20,5	39,6
β	12,4°	17,7°	23,4°	29,2°	35,5°	41,8°	49,0°	59,7°	67,4°

Cyfrowe dane zestawienia 4 możemy przedstawić wykreślnie, jak to wykonano na rys. 26, odkładając kąty β i odmierzając na ich bokach odpowiednie wielkości χ. Punkty w ten sposób otrzymane – jak wykazały doświadczenia leżą na okręgu koła, zatoczo=

nego promieniem równym ½ luzu. Każdemu punktowi tego koła odpowiada zupełnie określona wielkość Φ.

Grubość warstwy smaru w najcieńszem miejscu ma decydujące znaczenie dla wyznaczenia dopuszczalnego obciążenia czopa. Wartość jej będzie zależna od względnej mimośrodowości $\chi = \frac{a}{R-r}$, jeżeli przyjmiemy $a=1$, to z rys. 27 wynika

$$\chi + r + h = R = r + 1 \quad \ldots \quad (144)$$

$$h = 1 - \chi \quad \ldots \quad (145)$$

Jeżeli mimośrodowość będziemy mieli nie 1, lecz $a = \frac{D-d}{2} = R - r$, to $a\chi + r + h = r + a$; $\quad h = a - a\chi = a(1-\chi) = r\,\frac{R-r}{r}(1-\chi)$, a że $\frac{R-r}{r} = \psi$

$$\text{to} \quad h = (1-\chi)\,r\psi \quad m \quad \ldots \quad (146)$$

Dla uwidocznienia celowości powyższej metody przerobimy następujące <u>zadanie</u>:

Czop o średnicy $d = 100$ mm. wykonywa $n = 1000$ obr/min. Średnica panwi $D = 100{,}4$ mm. Obciążenie jednostkowe czopa $p_m = 10{,}1$ kg/cm². Smar - olej maszynowy przy $t = 60°$. Lepkość $\eta = 0{,}003$ kg. sec/m². Jakie położenie zajmie czop względem panwi - t.j. trzeba znaleźć χ i β

Mamy $p_m = 10{,}1$ kg/cm² $= 101000$ kg/m²

$$\psi = \frac{D-d}{d} = \frac{100{,}4-100}{100} = \frac{0{,}4}{100} = \frac{1}{250}$$

$$\omega = 0{,}1047 \cdot 1000 = 105 \qquad \eta = 0{,}003 \text{ kg. sec/m}^2$$

$$\Phi = \frac{2\,p_m\,\psi^2}{\eta \cdot \omega} = \frac{2 \cdot 101000 \cdot 1}{0{,}003 \cdot 105 \cdot 250^2} = \frac{202000}{0{,}315 \cdot 62500} = \frac{20{,}2}{1{,}97} = 10{,}3$$

Dla otrzymanej wielkości $\Phi = 10{,}3$ mamy z 4^{go} zestawienia że $\chi = 0{,}8$ i $\beta = 49°$. Czop przyjmie wskutek tego położenie 0A, pokazane na rys. 28

Przy panwiach o skończonej długości i nieszczelnych maźnicach - wzory teoretyczne nie mogą dać wyników zgodnych z rzeczywistością. Dlatego do wyrazu na cechę Φ trzeba wprowadzić współczynnik praktyczny, zależny od średnicy (d) i długości czopa (l), wtedy

$$\Phi = \frac{2\,p_m \cdot \psi^2}{\eta \cdot \omega} \cdot \frac{d+l}{l}$$

jeżeli $l = d$, to

$$\Phi = \frac{4\,p_m \cdot \psi^2}{\eta \cdot \omega} \quad \ldots \quad (147)$$

W praktyce najczęściej napotykamy: $l:d$ - 0,75 - 1 - 1,25 - 1,50

$\frac{d+l}{l}$ - 2,33 - 2 - 1,8 - 1,67

Rozporządzając wielkościami p_m, ω, η i ψ, możemy otrzymać także luzy i ustawienie wału, jakie najlepiej odpowiadałyby bezpieczeństwu ruchu i oszczędnemu smarowaniu.

Z równania (147) mamy $\psi = \sqrt{\frac{\Phi \eta \omega}{4\, p_m}}$ . . . . (148)

a że $h = (1-\chi)\frac{d}{2}\psi$, to podstawiając zamiast Φ wielkości od 1,7 do 40 z zestawienia 4 otrzymamy dla ψ, a następnie dla h takie wartości:

Zestawienie 5

χ	Φ	ψ	h
0,2	1,7	$0{,}65\sqrt{\frac{\eta\cdot\omega}{p_m}}$	$0{,}8\frac{d}{2}\,0{,}65\sqrt{\frac{\eta\omega}{p_m}} = 0{,}26\, d\sqrt{\frac{\eta\omega}{p_m}}$
0,3	2,4	$0{,}77\sqrt{\frac{\eta\cdot\omega}{p_m}}$	$0{,}7\frac{d}{2}\,0{,}77\sqrt{\frac{\eta\omega}{p_m}} = 0{,}27d\sqrt{\frac{\eta\omega}{p_m}}$
0,5	4,1	$1\sqrt{\frac{\eta\omega}{p_m}}$	$0{,}5\frac{d}{2}\;1\sqrt{\frac{\eta\omega}{p_m}} = 0{,}25d\sqrt{\frac{\eta\omega}{p_m}}$
0,8	10,5	$1{,}62\sqrt{\frac{\eta\omega}{p_m}}$	$0{,}2\frac{d}{2}\,1{,}62\sqrt{\frac{\eta\omega}{p_m}} = 0{,}162\sqrt{\frac{\eta\omega}{p_m}}$
0,9	20,5	$2{,}26\sqrt{\frac{\eta\omega}{p_m}}$	$0{,}1\, d\; 2{,}26\sqrt{\frac{\eta\omega}{p_m}} = 0{,}113\sqrt{\frac{\eta\omega}{p_m}}$
0,95	40	$3{,}15\sqrt{\frac{\eta\omega}{p_m}}$	$0{,}05\, d\; 3{,}15\sqrt{\frac{\eta\omega}{p_m}} = 0{,}079\sqrt{\frac{\eta\omega}{p_m}}$

Z tego zestawienia widzimy, że przy $\chi = 0{,}3$ grubość warstwy smaru h osiąga maximum, przy χ zaś mniejszem, lub większem, h maleje.

Ponieważ wielkość ψ jest zależna od zmiennego spółczynnika przy wielkości $\sqrt{\frac{\eta\omega}{p_m}}$, to oznaczając go przez K - otrzymamy:

$$\psi = K\sqrt{\frac{\eta\cdot\omega}{p_m}}$$

stąd $K = \psi\sqrt{\frac{p_m}{\eta\cdot\omega}}$ . . . . (149)

Wielkość h jest także zależna od zmiennego spółczynnika przy wielkości $d\sqrt{\frac{\eta\omega}{p_m}}$, to oznaczając go przez c, otrzymamy:

$$h = c\, d\sqrt{\frac{\eta\cdot\omega}{p_m}}$$

skąd

$$c = \frac{h}{d}\sqrt{\frac{p_m}{\eta\cdot\omega}} \quad \text{. . . . . (150)}$$

Wielkość $1-\chi$, ψ i h w zależności od χ podane są wykreślnie na rys. 29. Na rysunku tym wielkości dla Φ przyjęte są zgodnie z zestawieniem 4, a dla K i c z zestawienia 5.

W granicach $\chi = 0{,}5$ do $\chi = 0{,}95$ z któremi wyłącznie mamy do czynienia w praktyce - wielkość K można obliczyć z prostego wzoru:

$$K = \sqrt{\frac{0{,}52}{1-\chi}} \quad \text{. . . . . (151)}$$

Wtedy

$$\psi = K\sqrt{\frac{\eta\cdot\omega}{p_m}} = \sqrt{\frac{0{,}52}{1-\chi}}\cdot\sqrt{\frac{\eta\cdot\omega}{p_m}} \quad \text{. . . . . (152)}$$

$$h = (1-\chi)\, r\, \psi = (1-\chi)\frac{d}{2}\sqrt{\frac{0{,}52}{1-\chi}}\sqrt{\frac{\eta\cdot\omega}{p_m}} = d\sqrt{\frac{1-\chi}{7{,}7}}\cdot\sqrt{\frac{\eta\cdot\omega}{p_m}} \quad \ldots \quad (153)$$

a ponieważ

$$h = d\,c\sqrt{\frac{\eta\cdot\omega}{p_m}}\text{, to}$$

$$c = \sqrt{\frac{1-\chi}{7{,}7}} \quad \ldots \quad (154)$$

Następnie ze wzorów 152 i 147 mamy:

$$\psi = \sqrt{\frac{0{,}52}{1-\chi}}\sqrt{\frac{\eta\cdot\omega}{p_m}} \quad i \quad \Phi = \frac{4\,p_m\cdot\psi^2}{\eta\cdot\omega}$$

$$\Phi = \frac{4\,p_m}{\eta\cdot\omega}\cdot\frac{0{,}52}{1-\chi}\cdot\frac{\eta\cdot\omega}{p_m} = \frac{4\cdot 0{,}52}{1-\chi} = \frac{2{,}08}{1-\chi} \quad \ldots \quad (155)$$

$$1-\chi = \frac{2{,}08}{\Phi} \quad \ldots \quad (156)$$

Wtedy

$$h = \frac{2{,}08}{4p_m\cdot\psi^2/\eta\cdot\omega}\cdot\frac{d}{2}\cdot\psi = \frac{2{,}08}{2\cdot 4}\cdot\frac{d\,\eta\cdot\omega}{p_m\cdot\psi} = \frac{d\,\eta\cdot\omega}{3{,}84\cdot p_m\cdot\psi} \quad \ldots \quad (157)$$

Wzór ten daje wyniki dobre tylko w granicach od $\chi = 0{,}5$ do $\chi = 0{,}95$. Jeżeli przy ~~niższej~~ dolnej granicy $\chi = 0{,}5$ weźmiemy dla Φ z zest. 5 odpowiednią wielkość, mianowicie $\Phi = 4{,}1$, to $1-\chi = \frac{2{,}08}{4{,}1}$ i

$$h_{met} = \frac{2{,}08}{4{,}1}\cdot\frac{d}{2}\cdot\psi = 0{,}25\cdot d\cdot\psi = 0{,}25\, d\,\frac{D-d}{d} = 0{,}25\,(D-d) \quad \ldots \quad (158)$$

Jeżeli podług 157 wzoru otrzymamy h większe niż $0{,}25(D-d)$ t.j. $1/4$ luzu, to już uproszczonymi wzorami nie możemy się posiłkować, a trzeba obliczenie przeprowadzić według wzorów dokładnych, wyprowadzonych powyżej.

Jeżeli mamy ustaloną różnicę wymiarów czopa i panwi, to przez dodanie $2(\delta+\delta')$, t.j. podwójnej nierówności powierzchni ciernych, otrzymamy idealny luz pomiędzy panwią $D-d$ i względną mimośrodowość $\psi = \frac{D-d}{d}$, to wtedy korzystając ze wzoru (157) możemy obliczyć dopuszczalny nacisk dla danego urządzenia i używanego smaru.

$$3{,}84\, p_m\cdot\psi\cdot h = d\,\eta\cdot\omega$$

$$p_m = \frac{d\cdot\eta\cdot\omega}{3{,}84\cdot\eta\cdot\psi} = \frac{d\,\eta\cdot\omega}{3{,}84\cdot h\cdot\frac{D-d}{d}} = \frac{\eta\cdot\omega\cdot d\cdot c}{3{,}84\, h(D-d)} \quad \ldots \quad (159)$$

Dla orjentacji, jak należy korzystać z powyżej wyprowadzonych wzorów - podamy rozwiązanie następujących zadań:

Zadanie 1. Czy jest możebne tarcie ciekłe przy znacznem obciążeniu czopa, małej ilości obrotów, oraz małej lepkości smaru.

Przyjmujemy $d = 80\ mm. = 0{,}008\ m.$

$p_m = 1\,000\,000\ kg/m^2 = 100\ kg/cm^2$

$\eta = 0{,}002\ kg/m^2\ sec.$

$\omega = 6{,}3$, co odpowiada $n = 60$ obr/min

Musimy znaleźć luz idealny pomiędzy panwią i czopem. Z zestawienia 5 i warunków obecnego zadania mamy:

$$\psi_{0,5} = \sqrt{\frac{\eta \cdot \omega}{p_m}} = \sqrt{\frac{0{,}002 \cdot 6{,}3}{1\,000\,000}} = \sqrt{\frac{1{,}26}{10^6 \cdot 100}} = \frac{1{,}12}{10^3 \cdot 10} = \frac{1}{8900} = \frac{D-d}{d}$$

$$\frac{D-d}{80} = \frac{1}{8900}\ ; \quad D - d = \frac{80}{8900} = 0{,}009\ mm.$$

$$h = 0{,}25(D-d) = 0{,}25 \cdot 0{,}009 = 0{,}00225\ mm.$$

W praktyce takie warunki są nie do osiągnięcia.

Jeżeli teraz weźmiemy smar cylindrowy, którego lepkość $\eta = 0{,}04$ ~~$kg/m^2\,sec$~~ $kg.\,sec/m^2$ przy $t = 40°$, to otrzymamy (zest. 5):

$$h_{0,5} = 0{,}25\,d \sqrt{\frac{\eta \cdot \omega}{p_m}} = 0{,}25 \cdot 0{,}08 \sqrt{\frac{0{,}04 \cdot 6{,}3}{10^6}} = 0{,}00001\ m = 0{,}01\ mm.$$

$$h_{0,5} = 0{,}25\,(D-d)\ ; \quad (D-d) = \frac{100}{25}\, h_{0,5} = 4 \cdot 0{,}01 = 0{,}04\ mm.$$

Takie wykonanie jest praktycznie możliwe.

Zadanie 2. Mamy średnicę czopa $d = 125\ mm.$ długość $l = 250\ mm$, ilość obrotów $n = 300$ na minutę; lepkość smaru $\eta = 0{,}003$. Średnica otrzymana z obmiaru czopa 124,96 mm., a panwi 125,01. Obróbka ich taka, że suma nierówności (wgłębień) $h = \delta + \delta_1 = 0{,}01\ mm.$ Z rów. (143)

$$D - d = D_r - d_r + 2(\delta + \delta_1) = 125{,}01 - 124{,}96 + 2 \cdot 0{,}01 = 0{,}05 + 0{,}02 = 0{,}07$$

$$\psi = \frac{D-d}{d} = \frac{0{,}07}{125} = \frac{1}{1790}$$

$$p = \frac{\eta \cdot d \cdot \omega}{3{,}84 \cdot h \cdot \psi} = \frac{0{,}003 \cdot 0{,}125 \cdot 0{,}105 \cdot 300}{3{,}84 \cdot 0{,}00001\ \frac{1}{1790}} = 550\,000\ kg/m^2 = 55\ kg/cm^2$$

$$P = d \cdot l \cdot p = 12{,}5 \cdot 25 \cdot 55 = 17200\ kg.$$

Praca wykonana i równowaga cieplna

Praca w koniach może być obliczona według wzoru:

$$N_r = \frac{\mu \cdot P \cdot \pi\, d\, n}{75 \cdot 60} = \frac{\mu \cdot P \cdot d \cdot n}{1430} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (160)$$

Podług wzoru (95) mamy: $\mu = k \sqrt{\frac{\eta \cdot V}{\frac{P}{b}}}$

przyjmując dla czopa $P = 2\,p r b$ i $v = \omega \cdot r$ otrzymamy:

$$\mu = k \cdot \sqrt{\frac{\eta \cdot \omega \cdot r}{2\,p \cdot r}} = \frac{k}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\eta \cdot \omega}{p}}$$

Ponieważ w praktyce mamy do czynienia z panwią nie bezkończenie długą, musimy do powyższego wzoru wprowadzić współczynnik $\sqrt{\frac{4d+l}{l}}$ otrzymany przez L. Gümbela na podstawie badań Stribeka, a wtedy

$$\mu = \frac{k}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\eta \cdot \omega}{p}} \sqrt{\frac{4d+l}{l}}$$

jeżeli $d = l$ i $k = 2{,}4$

$$\mu = \frac{2{,}4}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\eta \cdot \omega}{p}} \sqrt{\frac{4d+l}{l}}$$

a przy $d = l$

$$\mu = \frac{2{,}4 \cdot 2{,}24}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\eta \cdot \omega}{p}} \quad \text{czyli} \quad \mu = 3{,}8 \sqrt{\frac{\eta\,\omega}{P_m}} \quad \ldots \quad (161)$$

Powstające ciepło wskutek tarcia panwi o czop musi być odprowadzone nazewnątrz, głównie, przez przewodnictwo ścianek maźnicy, ponieważ w tym wypadku promieniowanie jest nieznaczne. Oddawanie ciepła zacznie się wtedy, gdy pomiędzy temperaturą smaru, a temperaturą powietrza ustali się pewna różnica. Ze wzrostem tej różnicy ilość odprowadzonego ciepła także wzrasta.

Zanim takie oddawanie ciepła nastąpi, temperatura panwi stopniowo wzrasta i w praktyce mamy takie wypadki, że oddawanie ciepła następuje przy zbyt wysokiej temperaturze smaru; wtedy powstają niebezpieczne warunki ruchu - np. może topić się biały metal panwi, a następnie i zadzierać się czop.

W takich wypadkach trzeba stosować sztuczne chłodzenie.

Dzieląc pracę tarcia czopa w kg. met. na godzinę przez 427 sprowadzamy ją do równoważnej ilości ciepła.

$$\rho = \frac{\mu \cdot P \cdot v \cdot 60 \cdot 60}{427} = \frac{\mu \cdot P \cdot \omega \cdot r \cdot 3600}{427} \ \text{cal/gd} \quad \ldots\ldots \quad (162)$$

Ponieważ $v = \omega \cdot r$, a stąd $\omega = \frac{v}{r} = \frac{2v}{d}$, to

$$\mu = 3{,}8 \sqrt{\frac{\eta \cdot \omega}{P_m}} = 3{,}8 \sqrt{\frac{\eta \cdot 2v}{P_m \cdot d}} = 5{,}4 \sqrt{\frac{\eta \cdot v}{P_m \cdot d}} \quad \ldots\ldots \quad (163)$$

$$\rho = \frac{P\, 5{,}4 \sqrt{\frac{\eta \cdot v}{P_m \cdot d}} \cdot v \cdot 3600}{427} = 45{,}5\, P \cdot v \cdot \sqrt{\frac{\eta \cdot v}{P_m \cdot d}} \quad \ldots \quad (164)$$

a ponieważ

$$P = p_m \cdot l \cdot d$$

$$\rho = 45{,}5 \cdot p_m \cdot l \cdot d \cdot v \cdot \sqrt{\frac{\eta \cdot v}{p_m d}} = 45{,}5 \cdot l \cdot \sqrt{\frac{p_m^2 \cdot \eta \cdot v^3 \cdot d^2}{p_m \, d}} = 45{,}5 \cdot l \cdot \sqrt{p_m \eta \cdot v^3 d} \quad kal/godz. \qquad (165)$$

ta ilość ciepła w kalorjach, odniesiona do $1 m^2$ powierzchni czopa oznaczymy przez ρ_1

$$\rho_1 = \frac{\rho}{\pi d l} = \frac{45{,}5 \, l \sqrt{p \eta v^3 d}}{\pi d l} = 14{,}5 \cdot \sqrt{\frac{\eta \cdot p \, v^3}{d}} \quad kal/godz. \qquad (166)$$

Z równania tego wynika, że ciepło powstające wskutek tarcia panwi o oś nie można przyjmować proporcjonalnem do $p \cdot v$

Jeżeli wzory na $\rho \cdot \rho_1$ chcielibyśmy uzależnić od ilości obrotów n na minutę; to ponieważ

$$v = \frac{\pi d n}{60} \ m/sec. \ \text{to} \qquad v^3 = \frac{\pi^3 d^3 n^3}{60^3} = \frac{d^3 n^3}{7000}$$

$$\rho = 45{,}5 \cdot l \sqrt{\eta \cdot p_m \cdot d \cdot \frac{d^3 n^3}{7000}} = 0{,}545 \, l \cdot d^2 \sqrt{\eta \cdot p_m n^3} \quad kal/godz. \ \ldots\ldots\ldots \ (167)$$

$$\rho_1 = 14{,}5 \sqrt{\frac{\eta \cdot p_m}{d} \cdot \frac{d^3 n^3}{7000}} = 0{,}174 \, d \sqrt{\eta \cdot p_m \cdot n^3} \quad kal/m^2 \, godz. \ \ldots\ldots\ldots \ (168)$$

Jeżeli α_1 oznaczymy ilość ciepła odniesionego do $1 m^2$ powierzchni czopa, odprowadzonego przez maźnicę przy naturalnem chłodzeniu, a przez α_2 przy chłodzeniu sztucznem, to

$$\rho_1 = \alpha_1 + \alpha_2$$

Jeżeli $\rho_1 = \alpha_1$, to sztuczne chłodzenie jest zbyteczne, w przeciwnym wypadku znając α_1 możemy znaleźć α_2

Na podstawie otrzymanych wyników z doświadczeń przeprowadzonych przez O. Lusche'go, Falz dał dla α_1 wzór

$$\alpha_1 = 17 A \left(t - t_1 \right)^{1,3} \frac{kal}{godz. \, m^2} \ \ldots\ldots\ldots \ (169)$$

gdzie t i t_1 temperatura °C smaru i otaczającej atmosfery; A - współczynnik, przez który należy mnożyć podstawowe wartości α

Na podstawie badań dla panwi smarowanych pierścieniami, albo pompkami podane wyniki wykreślone na rys. 30 dla podstawowych wartości

$$\alpha_1 = 17 (t - t_1)^{1,3} \cdot \frac{kal}{gd \ m^2} \ \ldots\ldots\ldots \ (170)$$

Dla wielkości A w poszczególnych wypadkach można przyjąć. 1) Łożyska siodełkowe z gniazdem mniejszych wymiarów z doprowadzeniem smaru kropelkami w otoczeniu nieruchomego powietrza - $A = 0{,}7$

Takież łożysko w pobliżu obracającego się koła $A = 1,5$

2. Łożysko pędniane z gniazdem o większych wymiarach, zewnętrzne, z obrączką samosmarującą; łożysko czopów korbowych - przy nieruchomem powietrzu - $A = 1$

Takież łożysko w pobliżu obracającego się koła - $A = 1,25$

3. Dla łożysk czopów korbowych wartość $A = 1$ - należy pomnożyć przy prędkości czopa

V =	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	m/sec.
przez	2,3	3	4	4,8	5,5	6,1	6,6	7,1	7,6	8	8,4	9,2	

4 Łożysko wentylowane z obu stron - tu można odnieść maźnice czopów osi zestawów kołowych taboru kolejowego $A = 2,5 - 3$

Ilość ciepła ρ_1 wytworzonego na godzinę, odniesiona do $1 m^2$ powierzchni czopa musi równać się ciepłu oddanemu α_1, jeżeli nie mamy sztucznego chłodzenia

$$\rho_1 = \alpha_1$$

Czyli (wzór)

$$14,5\sqrt{\frac{\eta\cdot p\cdot v^3}{d}} = 17A\,(t-t_1)^{1,3}$$

$$(t-t_1)^{1,3} = \frac{14,5}{17A}\sqrt{\frac{p_m\cdot v^3\cdot\eta}{d}} = \frac{1}{1,17A}\sqrt{\frac{\eta\cdot p_m\, v^3}{d}}$$

$$t = t_1 + \sqrt[1,3]{\frac{1}{1,7A}\sqrt{\frac{\eta\, p_m\, v^3}{d}}} = t_1 + \sqrt[1,3]{\sqrt{\frac{\eta\, p_m\cdot v^3}{1,37A^2\, d}}}$$

$$t = t_1 + \sqrt[2,6]{\frac{\eta\cdot p_m\cdot v^3}{1,37A^2\, d}} \quad \text{stopni} \quad \dots\dots\dots \quad (171)$$

η - odpowiada temperaturze t; V - prędkość obwodowa w m/sec.

Jeżeli dla naturalnego chłodzenia otrzymamy temperaturę zbyt wysoką, zadajemy wówczas temperaturę odpowiednią, odnosząc do której lepkość η obliczamy ρ_1 i α_1, oraz $\alpha_2 = \rho_1 - \alpha_1$. Całkowita ilość ciepła, którą trzeba będzie odprowadzić sztucznie w ciągu godziny będzie $\pi d l \alpha_2$.

<u>Dla wyjaśnienia tego zjawiska przerobimy następujący przykład:</u>

Rozpatrzymy maźnicę pracującą w wyjątkowych warunkach, mianowicie:

$p_m = 80000\ kg/m^2$; $d = 0,3\ m$; $l = 0,45\ m$ $A = 1$; $n = 2860$; $v = 45\ m/sec.$ i $\omega = 300$; temperatura powietrza $t_1 = 20°C$. Smar ma odpowiadać warunkowi

$$\eta = \frac{0,336}{(0,1t)^{2,6}} \quad *)$$

---

*) Wzór ten charakteryzuje olej maszynowy dla 7.8 stopni Englera przy $t = 50°C$.

wtedy wzór na t przekształci się tak:

$$t-t_1=\sqrt[2,6]{\frac{\eta\cdot p_m v^3}{1,37\cdot A^2\cdot d}}=\sqrt[2,6]{\frac{p_m\cdot v^3}{1,37A^2 d}}\cdot\sqrt[2,6]{\frac{0,336}{(0,1t)^{2,6}}}=\sqrt[2,6]{\frac{p_m v^3}{1,37A^2\cdot d}}\cdot\frac{1}{0,152\,t}$$

$$t-t_1=\sqrt[2,6]{\frac{97\,p_m\cdot v^3}{A^2\cdot d}}\cdot\frac{1}{t}\ ;\quad t(t-t_1)=\sqrt[2,6]{\frac{97\,p_m v^3}{A^2\cdot d}}$$

$$t^2-t\cdot t_1-\sqrt[2,6]{\frac{97\,p_m\cdot v^3}{A^2\cdot d}}=0\ ;\quad t=\frac{t_1}{2}+\sqrt{\left(\frac{t_1}{2}\right)^2+\sqrt[2,6]{\frac{97\,p_m v^3}{A^2\cdot d}}}$$

$$t=10+\sqrt{100+\sqrt[2,6]{\frac{97\cdot 80000\cdot 91125}{1\cdot 0,3}}}=10+\sqrt{100\cdot\sqrt[2,6]{323\cdot 80000\cdot 91125}}=$$

$$=10+\sqrt{100+58000}=10+240\qquad t=250^\circ$$

Widzimy że przy tak wysokiej temperaturze będzie niezbędne sztuczne chłodzenie.

Jeżeli założymy, że temperatura maźnicy nie powinna być wyższa niż $t=72^\circ$, to otrzymamy

$$\eta=\frac{0,336}{(0,1\cdot 72)^{2,6}}=\frac{0,336}{169}=0,002\ \mathrm{kg\cdot sc/m^2}$$

Obliczmy teraz ilość kalorji ρ_1, otrzymanych z $1\,m^2$ powierzchni ciernych czopa wskutek tarcia (wzór 164).

$$\rho_1=14,5\sqrt{\frac{\eta\cdot p_m\cdot v^3}{d}}=14,5\sqrt{\frac{0,002\cdot 80000\cdot 91125}{0,3}}=14,5\cdot 6980=101000\ \mathrm{kal/godz.\,m^2}$$

Ilość ciepła, którą może odprowadzić $1\,m^2$ powierzchni czopa

$$\alpha_1=17A(t-t_1)^{1,3}=17\cdot 1\cdot(72-20)^{1,3}=17\cdot 170=2890\ \mathrm{kal/godz.\,m^2}$$

$$\alpha_2=\rho_1-\alpha_1=101000-2890=98110\ \mathrm{kal/godz.\,m^2}$$

Powierzchnia czopa

$$\pi d l=3,14\cdot 0,3\cdot 0,45=0,424\ m^2$$

Dla odprowadzenia sztucznym sposobem musimy mieć urządzenie na

$$0,424\cdot 98110=41500\ \mathrm{kal/godz.}$$

W celu dokładnego zapoznania się z powyższą maźnicą, należy jeszcze obliczyć warstwę smaru h, luz pomiędzy panwią i czopem $D-d$ i pracę siły tarcia w koniach Nr podług wzorów i sposobów obliczeń nam już wiadomych

Podana w powyższym zakresie teorja ciekłego tarcia umożliwi nam racjonalne zaprojektowanie jednej z najważniejszych części składowych taboru kolejowego - mianowicie maźnicy. Korzystając z wyników teorji będziemy mogli wykonać właściwe luzy pomiędzy panwią i czopem, odpowiednio obrobić powierzchnie cierne, odpowiednio doprowadzić smar do czopa i dobrać smar potrzebnej lepkości; w ten sposób zabezpieczymy niezawodny i oszczędny ruch taboru kolejowego.

Na podstawie powyższych danych teoretycznych były przeprowadzone na P.K.P. próby z maźnicami parowozowemi we Lwowskiej Dyrekcji pod kierownictwem inż. Goldsztejna, dały one zupełnie zadawalniające wyniki, a obecnie w nowobudujących się parowozach i wagonach na podstawie otrzymanych rezultatów zostały odpowiednio przekonstruowane maźnice.

Z badań na P.K.P., wynika, że rozchód smaru dla jednej maźnicy zestawów napędnych parowozu na 100 km. wynosił:

1.) Przy zmienionej konstrukcji maźnicy odpowiednio do wymagań hydrodynamicznej teorji tarcia i przy zastosowaniu tłoczni smarnej . . . 130 gr.

2.) Przy zmienionej konstrukcji panwi i przy doprowadzeniu smaru zapomocą knota . . . 190 gr.

3.) Konstrukcja stara z doprowadzeniem smaru knotami. . . . 310 gr.

Sposób zmiany konstrukcji wspomniany w p. 2. nie wymaga kosztownych przeróbek, a daje oszczędność na smarze 35-40%, przytem powierzchnie cierne pracują znacznie lepiej, albowiem mamy do czynienia po większej części z tarciem ciekłem, podczas pracy taboru.

Zmiana konstrukcji polega na tem, że rurki doprowadzające smar AB i A_1B_1 (rys. 31) są przeprowadzone tak, że otwór rurki A znajduje w granicy bardzo małego ciśnienia pomiędzy panwią i czopem, powstającego wskutek uwarstwionego przepływu smaru pomiędzy panwią i czopem, który powstaje przy odpowiednim luzie pomiędzy panwią i czopem $(D-d)$, odpowiedniej szybkości kątowej ω i przy odpowiedniej lepkości smaru η

Otwór B_1 rurki A_1B_1 znajduje się nawet poza granicą ciśnienia.

Wskutek tego, że otwory B i B_1 rurek smarnych AB i A_1B_1 znajdują się w takich miejscach, że smar doprowadzany nawet knotem, nie może być wyciskany z rurki nazewnątrz, będziemy mieli zjawisko ciekłego tarcia. W praktyce można zastosować albo jedną rurkę AB, albo A_1B_1. Dla parowozów pracujących w obu kierunkach - naprzód i wstecz (tendrzaki) lepiej stosować dwie rurki AB i A_1B_1.

W panwiach dłuższych niż 250 mm. lepiej doprowadzać dwoma rurkami typu AB, albo 2 rurkami A_1B_1.

Doprowadzanie smaru górą przez panewkę bez zastosowania pompki smarnej (rys.32) jak mamy to obecnie w użyciu przy łożyskach parowozowych jest mylne, bo wtedy krzywa ciśnień ABE (rys 33) zostanie zastąpiona dwoma CDE i $C_1D_1E_1$ (rys. 33), przyczem wypadkowa suma ciśnień może być mniejsza, niż w pierwszym wypadku i nie wystarczy, aby podnieść panew do góry i wtedy będziemy mieli do czynienia z tarciem półciekłem, a może nawet półsuchem.

W maźnicach wagonowych smar doprowadzają zdołu, wlewając go do dolnej części maźnicy; w tym samym celu maźnice parowozowe zaopatrzone są obecnie na dole w lejki F, lub rurki dla dolewania smaru (rys.32).

Szczelność maźnic ma pierwszorzędne znaczenie, cała teorja jest oparta na założeniu, że długość panwi przyjmujemy za nieskończenie wielką, co odpowiada w praktyce szczelności maźnicy. Tylko przy dostatecznej szczelności maźnicy można osiągnąć smarowanie tak zwane okresowe, a wtedy co 5-6 miesięcy uzupełniany jest zapas smaru.

Na P.K.P. podczas prób w maźnicach parowozowych były wyrzucone nawet poduszki smarne i smarowanie z przerobionemi podług powyższej teorji maźnicami odbywało się zupełnie zadawalniająco. Następnie jednak poduszki założono z powrotem, gdyż konstrukcja maźnic parowozowych nie gwarantuje tej szczelności jaką mamy przy maźnicach ~~okresowych~~ wagonowych „Jzotermos" lub inż. M.Czarkowskiego.

Należałoby wszystkie wyżej wyprowadzone wzory przekształcić dla powierzchni ciernych płaskich, t.j. dla krzyżulcy i t.p. mechanizmów, tą kwestję poruszymy przy projektowaniu krzyżulców parowozu.

Wiedząc, jakiemi środkami możemy osiągnąć najmniejszą pracę sił tarcia powstającą na czopach osiowych taboru kolejowego i wiedząc, że spółczynnik ciekłego tarcia można średnio przyjąć

$$\mu = 3{,}8\sqrt{\frac{\eta\cdot\omega}{p}}$$

przystąpimy do obliczenia sił oporu K_3 tarcia panwi o czop w wagonie biegnącym po torze prostolinijnym. Ułóżmy równanie pracy dla sił przyłożonych do zestawu kół przy obrocie o kąt α.

Oznaczmy D - średnicę koła

d - średnicę czopa

P - obciążenie czopa zestawu kołowego

Wtedy praca siły tarcia będzie:

$$\mu P \frac{d}{2}\cdot\alpha$$

zaś praca siły przyłożonej do obwodu koła K_3

$$K_3 \frac{D}{2}\cdot\alpha$$

skąd

$$K_3\cdot\frac{D}{2}\cdot\alpha = \mu\cdot P\cdot\frac{d}{2}\cdot\alpha$$

$$K_3 = \mu\frac{d}{D}\cdot P \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (172)$$

Obliczmy ją dla normalnego dwuosiowego towarowego wagonu o ciężarze własnym 8 t. i ładunku 6 tonn przyjmując wagę zespołu 1 tonnę, otrzymamy obciążenie czopa

$$P = \frac{8+6-2}{4}\cdot 1000 = 3000 \text{ kg.}$$

Jeżeli $P = 3000$ kg; $n_{min} = 200$; $\eta = 0{,}012$ kg/sek. m²

$d = 100$ mm.; $l = 120$ mm; $p = \frac{3000}{10\cdot 12} = 25$ kg/cm²; $p_m = 250\,000$ kg/m²

$\omega = 0{,}1047\cdot n = 0{,}105\cdot 200 = 21$

$$\mu = 3{,}8\sqrt{\frac{\eta\cdot\omega}{p_m}} = 3{,}8\sqrt{\frac{0{,}012\cdot 21}{250000}} = 3{,}8\sqrt{\frac{1}{990000}} = \frac{3{,}8}{995} = 0{,}0038$$

$$K_{3\,kg.} = 0{,}0038\cdot\frac{100}{1000}\cdot 4\cdot 3000 = 4{,}56 \text{ kg.}$$

na tonnę $\quad K_{3\,kg/t.} = \frac{4{,}56}{14} = 0{,}32$ kg/t.

Opór wskutek uderzeń kół na połączeniach i o nierówności szyn.

Szyny kolejowe wskutek dużych ciśnień, jakie wywierają na nie koła - tracą z czasem swój pierwotny kształt cylindryczny.

Górna warstewka szyny zostaje zmiażdżona i cząsteczki materjału przesuwają się w kierunku najmniejszego oporu. Wskutek tego końce szyn zużywają się prędzej, niż pozostała część. Na rys.34 widoczny jest obraz zniszczenia szyn na torze przy ruchu pociągów tylko w jednym kierunku - mianowicie pochyla się koniec szyny, z której zbiega koło; te zaś na dolnej swej drodze napotyka spadzistą powierzchnie sąsiedniej szyny.

Otóż im większa będzie szybkość pociągu i im więcej pochyli się szyna, z której zbiega koło, tem mniej ciśnie koło na szynę. a wtedy nie mamy pewności, że koło toczy się po szynie przylegając stale do jej powierzchni

W celu udowodnienia tego ułóżmy równanie ruchu dla koła toczącego się po szynie zgiętej w kształcie łuku AA rys.35

Oznaczmy przez p - ciężar koła

P - obciążenie obydwu czopów

v - prędkość środka koła

Suma rzutów sił p na normalną B0 do powierzchni szyny powinna równać się sumie sił: Normalnej N i siły odśrodkowej koła

$$(P+p)\cos\alpha = N + \frac{p}{g}\cdot\frac{v^2}{\rho} \qquad (173)$$

gdzie α oznacza kąt, jaki tworzy siła ciężkości z normalną do toru, ρ - promień krzywizny łuku, jaki zatacza środek ciężkości koła. Równanie to możemy napisać w innej postaci, a mianowicie:

$$N = (P+p)\cos\alpha - \frac{p\cdot v^2}{g\cdot\rho} \qquad (174)$$

W chwili kiedy koło przestaje przylegać do szyny $N=0$, a ρ przyjmuje wówczas następującą wartość:

$$(P+p)\cos\alpha - \frac{p\,v^2}{g\cdot\rho_{min}} = 0$$

$$\rho_{min} = \frac{p}{(P+p)\cdot\cos\alpha}\cdot\frac{v^2}{g} \qquad (175)$$

Jeżeli promień koła oznaczymy przez r, to promień krzywizny końca szyny $R=\rho_{min}-r$ z równania (174) widzimy, że nacisk koła na szyne N maleje w miarę zwiększania się prędkości, oraz zmniejszania się promienia krzywizny ρ, jaką zatacza środek ciężkości koła i która jest współśrodkowa z krzywizną końca szyny.

Przy promieniu krzywizny końca szyny $R=\rho_{min}-r$ i innych mniejszych koło zbiegające z szyny nie będzie na nią cisnąć, przeskakuje wtedy nad połączeniami szyn, a napotykając dalej następną szynę, zmienia nagle prędkość i wskutek tego powstaje zjawisko uderzenia o szynę, na którą nabiega koło.

Siła uderzenia zależy od różnicy poziomów szyn, od prędkości biegu pociągu i pochyłości szyny, na którą nabiega koło. Tak więc koniec szyny, z której stacza się koło, ściera się jednakowo z pozostałą częścią szyny i kształt jego nie będzie ulegał dalszej zmianie. Koniec zaś szyny, na którą nabiega koło będzie podlegał ciągłej zmianie i wskutek uderzeń będzie się miażdżył i coraz więcej odkształcał. Ostatecznie przyjmie kształt taki, jaki pokazany jest na rys. 34 t.j utworzy się wklaśnięcie c, a koniec b opuści się niżej końca a. (Przy jednokierunkowym ruchu pociągów)

Jeżeli przy przejściu z jednej szyny na drugą, środek ciężkości pociągu pozostanie ostatecznie na tym samym poziomie i jeżeli przytem niema nagłej zmiany prędkości, to siła żywa pociągu nie zmieni się, ponieważ jedyna siła - siła ciężkości, która ~~praca jedynie~~ mogła by wpłynąć na zmianę siły żywej - nie wykonała wcale pracy.

Aby dokładniej wytłomaczyć w danym wypadku całokształt zjawiska - **obliczymy stratę siły żywej spowodowaną uderzeniami zestawu kół na połączeniach szyn**

Na rys. 36 widzimy koło w chwili zetknięcia się z szyną, na którą nabiega. Załóżmy przytem, że obydwa koła zestawu przeskakują połączenia szyn jednocześnie, i że uderzenia każdego z kół są jednakowo silne. Na rys. 36 koło styka się z szyną w punkcie a. Kąt aOA pomiędzy promieniem aO, prostopadłą AO oznaczymy przez β, zaś kąt jaki tworzy prędkość v zestawu kół w chwili zetknięcia się z szyną z prostą poziomą - przez α. Ruch zestawu kół w danej chwili t.j w chwili do zderzenia się koła z szyną możemy rozpatrywać jako złożony z dwóch postępowych ruchów: jednego w kierunku Oa z prędkością $v\sin(\alpha+\beta)$ i drugiego w kierunku Ob prostopadłym do Oa z prędkością

$v\cos(\alpha+\beta)$ i ruchu obrotowego około bieguna O z prędkością kątową

$$\omega=\frac{v}{r}$$

Wiemy że dla ciał doskonale plastycznych prędkość po uderzeniu równa się zeru, zaś dla ciał doskonale sprężystych, prędkość po uderzeniu równa się prędkości przed uderzeniem, lecz skierowanej odwrotnie.

Ponieważ Koło i szyna nie są zrobione z materjału doskonale sprężystego, więc siły sprężystości powstające w materjale koła i szyny podczas zderzenia zmniejszą prędkość koła w kierunku Oa. To też w chwili uderzenia prędkość koła otrzymuje nową składową V_1 skierowaną po prostej aO od a do O. Wielkość tej nowej składowej możemy wyrazić wzorem następującym.

$$V^1=\varepsilon\cdot V\cdot\sin(\alpha+\beta)\ \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (176)$$

gdzie $0<\varepsilon<1$ (t.z. spółczynnik restytucji)

W chwili uderzenia prędkość postępowa środka koła w kierunku Ob będzie $V\cdot\cos(\alpha+\beta)$ odpowiednia prędkość kątowa będzie $\frac{V\cos(\alpha+\beta)}{r}$, oczywiście mniejsza niż $\omega=\frac{V}{r}$, co spowoduje chwilowe ślizganie się kół po szynie. Pod wpływem tego zjawiska otrzymujemy w punkcie zetknięcia koła z szyną siłę tarcia q, działającą w kierunku ad - stycznym do koła w p. a.

Jak widać siła ta zmniejszy pod koniec uderzenia prędkość kątową koła na $\omega'<\omega$, ale powiększy jednocześnie prędkość postępową środka ciężkości zestawu kół do kierunku Ob tak, że $u>V\cos(\alpha+\beta)$. Lecz pod koniec uderzenia koło przestanie się ślizgać, to prędkość kątowa ω' będzie odpowiadać prędkości postępowej u środka ciężkości tegoż zestawu, t.j.

$$u=\omega'\cdot r$$

Stosując zasadę ilości ruchu otrzymamy, że wielkość ilości ruchu, jaką posiądzie zestaw kół podczas trwania uderzeń w kierunku Ob będzie się równać rzutowi na ten kierunek całkowitego impulsu sił chwilowych.

$$\frac{p}{g}\left[u-V\cos(\alpha+\beta)\right]=\int q\,dt\ \ldots\ldots\ldots \quad (177)$$

gdzie p - oznacza wagę zestawu kół, g - przyspieszenie ziemskie.

Również na zasadzie momentu ilości ruchu względem osi bezwładności O podczas uderzenia równa się całkowitemu impulsowi momentów sił chwilowych względem tejże osi, a powstających w ciągu tegoż czasu.

Tak więc

$$J(\omega'-\omega)=-\int q\cdot r\cdot dt=-r\int q\cdot dt \quad \ldots\ldots \quad (178)$$

Dla objaśnienia lewej strony powyższego równania zauważmy, że przy ruchu obrotowym ilość ruchu dowolnego punktu materjalnego o masie m wyrazi się iloczynem $m\cdot\omega\cdot\rho$, gdzie ω - oznacza prędkość kątową, ρ - odległość danego punktu od osi obrotu.

Moment ilości ruchu wyrazi się zaś

$$m\cdot\omega\cdot\rho\cdot\rho=m\cdot\omega\cdot\rho^2$$

Dla całego zestawu moment ilości ruchu wyrazi się

$$\Sigma\, m\cdot\omega\cdot\rho^2=\omega\cdot\Sigma\, m\cdot\rho^2=\omega\cdot J$$

gdzie $J=\Sigma\, m\cdot\rho^2$ oznacza moment bezwładności zestawu kół względem jego geometrycznej osi. Znak minus przed znakiem całki (rów 178) wskazuje na to, że przyrost momentów ilości ruchu jest ujemny, bo $\omega'<\omega$.

Z dwuch poprzednich równań 177 i 178 otrzymujemy:

$$\frac{J}{r}\cdot(\omega'-\omega)=-\frac{p}{g}\cdot\left[u-V\cdot\cos(\alpha+\beta)\right]$$

lub inaczej

$$\frac{J}{r}\cdot(\omega'-\omega)=-\frac{p}{g}\cdot\left[\omega' r-V\cos(\alpha+\beta)\right]$$

$$\omega'\left(\frac{J}{r}+\frac{p}{g}\cdot r\right)=\frac{J}{r}\omega+\frac{p}{g}V\cos(\alpha+\beta)$$

$$\omega'\left(\frac{J}{r^2}+\frac{p}{g}\right)=\frac{J}{r^2}\cdot\frac{V}{r}+\frac{p\cdot V}{g\cdot r}\cdot\cos(\alpha+\beta)$$

$$\omega'=\frac{\frac{J}{r^2}+\frac{p}{g}\cdot\cos(\alpha+\beta)}{\frac{J}{r^2}+\frac{p}{g}}\cdot\frac{V}{r} \quad \ldots\ldots \quad (179)$$

$$u=\omega'\cdot r=\frac{\frac{J}{r^2}+\frac{p}{g}\cdot\cos(\alpha+\beta)}{\frac{J}{r^2}+\frac{p}{g}}\cdot V \quad \ldots\ldots \quad (180)$$

Z doświadczeń **Wood'a** dla zestawu kół wagonowych mamy

$$\frac{J}{r^2}=\frac{\Sigma\, m\cdot\rho^2}{r^2}=\frac{M\,\rho_0^2}{r^2}=M\left(\frac{\rho_0}{r}\right)^2=\frac{p}{g}\cdot\left(\frac{\rho_0}{r}\right)^2=0{,}54\,\frac{p}{g} \quad \ldots \quad (181)$$

ρ_0 - promień bezwładności

$$\omega'=\frac{0{,}54+\cos(\alpha+\beta)}{1{,}54}\cdot\frac{V}{r} \quad \ldots\ldots \quad (182)$$

$$U = \frac{0{,}54 + \cos(\alpha+\beta)}{1{,}54} \cdot V \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (183)$$

Mając więc wielkość prędkości przed i po uderzeniu, możemy wyliczyć ilość straconej energji kinetycznej (siły żywej) z powodu uderzenia zestawu kół o koniec szyn.

Jlość siły żywej ruchu postępowego zestawu przed uderzeniem wynosi $\frac{p}{g} \cdot \frac{V^2}{2}$

Zaś siły żywej ruchu obrotowego

$$\frac{\Sigma\, m(\omega\rho)^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \cdot J = \frac{V^2}{2r^2} \cdot J = \left(\frac{J}{r^2}\right) \cdot \frac{V^2}{2} = 0{,}54 \cdot \frac{p}{g} \cdot \frac{V^2}{2} \quad . \; . \; . \quad (184)$$

Całkowita wartość siły żywej przed uderzeniem będzie:

$$T_1 = \frac{p}{g} \cdot \frac{V^2}{2} + 0{,}54\, \frac{p}{g} \cdot \frac{V^2}{2} = 1{,}54 \cdot \frac{p}{g} \cdot \frac{V^2}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (185)$$

Siła żywa po uderzeniu wyniesie:

$$T_2 = \frac{p}{g} \cdot \frac{u^2 + V_1'^2}{2} + \frac{\omega'^2}{2} \cdot J^{*)} = \frac{p}{2g}\left(u^2 + V'^2\right) + \frac{u^2}{2} \cdot \frac{J}{r^2} =$$

$$= \frac{p}{2g}\left(u^2 + V'^2\right) + 0{,}54\, \frac{p}{g} \cdot \frac{u^2}{2} = \frac{p}{2g} \cdot \left(1{,}54\, u^2 + V'^2\right) =$$

$$= \frac{p}{2g}\left[1{,}54\left\{\frac{0{,}54 + \cos(\alpha+\beta)}{1{,}54}\right\}^2 + \varepsilon^2 \sin^2(\alpha+\beta)\right] \cdot V^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (186)$$

Stracona energja będzie

$$T_0 = T_1 - T_2 = \frac{p}{2g}\left[1{,}54 - \frac{1{,}54\{0{,}54 + \cos(\alpha+\beta)\}^2}{1{,}54^2} - \varepsilon^2 \cdot \sin^2(\alpha+\beta)\right] V^2 \quad . \; . \; . \; . \quad (187)$$

Ponieważ kąty α i β są bardzo małe, więc możemy przyjąć, że $\sin(\alpha+\beta) = \alpha+\beta$, zaś $\cos(\alpha+\beta) = 1 - \frac{1}{2}(\alpha+\beta)^2$

Po podstawieniu i odrzuceniu wyrazów $(\alpha+\beta)$ w wyższej potędze niż drugiej otrzymamy:

$$T_0 = \frac{p}{2g}\left[1{,}54 - \frac{1{,}54\{0{,}54 + 1 - \frac{1}{2}(\alpha+\beta)^2\}^2}{1{,}54^2} - \varepsilon^2(\alpha+\beta)^2\right] V^2 = \frac{p}{2g}\left[(\alpha+\beta)^2 - \varepsilon^2(\alpha+\beta)^2\right] V^2$$

$$T_0 = \frac{p}{2g}\left(1 - \varepsilon^2\right) \cdot (\alpha+\beta)^2 V^2$$

inaczej $$T_0 = \frac{p}{g}\left(1 - \varepsilon^2\right) \cdot (\alpha+\beta)^2 \frac{V^2}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (188)$$

Z równania tego widzimy, że strata siły żywej przy uderze-

---

*) Siła żywa zestawu kół $\quad \Sigma\, m \frac{(\omega'\rho)^2}{2} = \frac{\omega'^2}{2}\, \Sigma\, m \cdot \rho^2 = \frac{\omega'^2}{2} \cdot J$

niu kół zestawu na połączeniach szyn, zależy nie tylko od kwadratu prędkości, ale i od kwadratu sumy kątów $(\alpha+\beta)$.

W miarę wzrostu prędkości V punkt styczności a oddala się od końca szyny, wskutek czego kąty α i β zmiejszają się.

Tak więc strata siły żywej zmienia się nie zupełnie proporcjonalnie do kwadratu szybkości, lecz wolniej. Strata ta wynosi zero, przy $V=0$. Wielkość T_0 możemy więc wyrazić

$$T_0 = p\cdot(\eta\cdot V + \xi\cdot V^2) \qquad (189)$$

Strata siły żywej wagonu wskutek uderzeń zestawu kół o widły maźniczne

Mając już stratę siły żywej zestawu kół, obliczymy teraz straty siły żywej wagonu, spowodowaną uderzeniami kół o szyny.

Po uderzeniu kół o szyny na połączeniach wskutek nagłej zmiany prędkości postępowej i obrotowej zestawu kół powstają uderzenia tego ostatniego o maźnice i widły maźniczne. Wtedy, kiedy wagon ma jeszcze prędkość postępową V, jaką miał wraz z kołami, przed uderzeniem kół na połączeniu szyn, to zestaw kół po uderzeniu ma nową prędkość w kierunku szyn (rys. 37.)

$$U' = U\cos\beta - \varepsilon V\sin(\alpha+\beta)\sin\beta \qquad (190)$$

Wskutek tego przy udziale maźnicy zjawia się cały szereg uderzeń zestawu kół o widły maźniczne.

Ostatecznie wagon i zestaw otrzymują jakąś nową ogólną prędkość U_2. Prędkość kątowa zestawu kół podczas tych zderzeń nie zmieni się, gdyż siły chwilowe, które wtedy powstają przechodzą przez oś obrotu zestawu, która jest jednocześnie jedną z głównych osi bezwładności zestawu.

Stosując w danym wypadku zasadę ilości ruchu i zakładając, że podczas uderzenia nie działają inne siły chwilowe ani na wagon, ani na zestaw, oprócz wyżej rozważonych - możemy powiedzieć, że suma rzutów ilości ruchu wagonu i zestawu kół na dowolny kierunek jest wielkością stałą w okresie czasu trwania uderzenia.

Oznaczmy przez P wagę wagonu bez kół, a przez p - wagę zestawów kół. Suma ilości ruchu do chwili uderzenia maźnicy o widły maźniczne na kierunek równoległy do toru będzie

$$\frac{P}{g}\cdot V + \frac{p}{g}\cdot u_1$$

po uderzeniu

$$\frac{P+p}{g}\cdot u_2$$

Zgodnie z przyjętą powyżej zasadą ilości ruchu będzie:

$$\frac{P}{g}\cdot V + \frac{p}{g}\cdot u_1 = \frac{P+p}{g}\cdot u_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (191)$$

skąd
$$u_2 = \frac{P}{P+p}\cdot V + \frac{p}{P+p}\cdot u_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (192)$$

Siła żywa wagonu i zestawu kół przed uderzeniem

$$\frac{P+p}{g}\cdot\frac{V^2}{2} + 0{,}54\cdot\frac{p}{g}\cdot\frac{V^2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (193)$$

Po uderzeniach pomiędzy maźnicą i widłami maźnicznemi będzie

$$\frac{P+p}{g}\cdot\frac{u_2^2}{2} + 0{,}54\cdot\frac{p}{g}\cdot\frac{u^2}{2} = \frac{P+p}{g}\cdot\frac{u_2^2}{2} + \frac{J}{r^2}\cdot\frac{\omega^2\cdot r^2}{2} = \frac{P+p}{g}\cdot\frac{u_2^2}{2} + J\frac{\omega^2}{2} \quad \ldots \quad (194)$$

Stracona siła żywa w czasie uderzenia wyniesie

$$T_w = \frac{P+p}{2g}\cdot\left(V^2 - u_2^2\right) + 0{,}54\,\frac{p}{2g}\left(V^2 - u^2\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (195)$$

że zaś
$$u = \frac{0{,}54 + \cos(\alpha+\beta)}{1{,}54}\cdot V \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (196)$$

$$u_1 = u\cos\beta - \varepsilon\cdot V\sin(\alpha+\beta)\cdot\sin\beta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (197)$$

$$u_2 = \frac{P}{P+p}\cdot V + \frac{p}{P+p}\cdot u_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (198)$$

i zakładając, że $\sin\beta = \beta$; $\sin(\alpha+\beta) = \alpha+\beta$

$$\cos\beta = 1 - \tfrac{1}{2}\beta^2;\quad \cos(\alpha+\beta) = 1 - \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)^2$$

odrzucając przytem wyrazy z potęgami $\measuredangle\alpha$ i $\measuredangle\beta$ większemi od drugiej otrzymamy

$$u = \frac{0{,}54 + 1 - \frac{(\alpha+\beta)^2}{2}}{1{,}54}\cdot V = \left[1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{(\alpha+\beta)^2}{1{,}54}\right]\cdot V \quad \ldots \quad (199)$$

$$u_1 = \left[1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{(\alpha+\beta)^2}{1{,}54}\right]\cdot V\cdot\left(1 - \frac{1}{2}\beta^2\right) - \varepsilon\cdot V(\alpha+\beta)\cdot\beta$$

$$U_1 = \left[1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{(\alpha+\beta)^2}{1{,}54} - \frac{1}{2}\beta^2 - \varepsilon\cdot\beta(\alpha+\beta)\right]\cdot V \quad \ldots\ldots \quad (200)$$

$$U_2 = \frac{V}{P+p}\left\{P + p\left[1 - \frac{1}{2}\beta^2 - \frac{1}{2}\frac{(\alpha+\beta)^2}{1{,}54} - \varepsilon\cdot\beta(\alpha+\beta)\right]\right\} \quad \ldots\ldots \quad (201)$$

$$T_w = \frac{V^2}{2g}\left[P + p - \frac{1}{P+p}\left\{P^2 + 2P\cdot p\left[1 - \frac{1}{2}\beta^2 - \frac{1}{2}\cdot\frac{(\alpha+\beta)^2}{1{,}54} - \varepsilon\cdot\beta(\alpha+\beta)\right] + \right.\right.$$

$$\left.\left. + p^2\left[1 - \beta^2 - \frac{(\alpha+\beta)^2}{1{,}54} - 2\varepsilon\cdot\beta(\alpha+\beta)\right]\right\} + 0{,}54\, p\left\{1 - \left[1 - \frac{(\alpha+\beta)^2}{1{,}54}\right]\right\}\right]$$

$$T_w = \frac{V^2}{2g}\, p\left[\beta^2 + \frac{(\alpha+\beta)^2}{1{,}54} + 2\varepsilon\beta(\alpha+\beta) + 0{,}54\,\frac{(\alpha+\beta)^2}{1{,}54}\right]$$

$$T_w = \frac{p}{g}\left[\beta^2 + (\alpha+\beta)^2 + 2\varepsilon\beta(\alpha+\beta)\right]\frac{V^2}{2} \quad \ldots\ldots \quad (202)$$

Żywa siła stracona przy uderzeniu maźnic danego zespołu kół o widły, czyli ostatecznie o ostojnicę wagonu.

$$T_m = T_w - T_o = \frac{p}{g}\left[\beta + \varepsilon(\alpha+\beta)\right]^2 \frac{V^2}{2} \quad \ldots\ldots \quad (203)$$

Wielkości kątów α i β są zmienne. Dopóki prędkość V nie osiągnęła takiej wielkości, przy której pod wpływem ciśnienia zespołu kół $(P+p)$ na szyny i najmniejszego promienia R krzywizny końca szyny z której koło zbiega $R \gtrless \frac{p}{(P+p)\cos\alpha}\cdot\frac{V^2}{g} - r$ t.j. dopóki koło przebiega nad złączami nie odstając od szyn – kąty α i β nie zależą od prędkości; gdy tylko koło odłączy się od szyny i swobodnie przeskakuje nad luzem pomiędzy szynami złącza – to kąt α, a z nim i β stają się zależnemi od prędkości, od obciążenia i od wysokości na którą opuści się koło w chwili zderzenia z szyną na którą nabiega.

Prawo zależności pomiędzy temi wielkościami trudno ustalić, można tylko powiedzieć, że kąt α maleje ze wzrostem prędkości.

Z tego wynika, że T_m nie jest ściśle proporcjonalne do drugiej potęgi prędkości. Wzór, charakteryzujący wielkość T_m, będzie podobny do wzoru dla T_o mianowicie:

$$T_m = p\,(\eta' V + \xi' \cdot V^2) \quad \ldots\ldots \quad (204)$$

Oczywiście spółczynniki η' i ξ zależą od prędkości, obciążenia wagonu i promienia krzywizny końców szyny z której zbiega koło.

Dla pudła wagonu wzory powyższe wyrażą się tak

$$T = P\cdot(\eta'' \cdot V + \xi'' V^2) \quad \ldots\ldots \quad (205)$$

Z powyżej wyprowadzonych teoretycznych wzorów otrzymaliśmy, że siła żywa stracona wskutek uderzeń powstających na złączach i wogóle na nierównościach szyn nie jest proporcjonalna do kwadratu prędkości, t.j. nie może być przedstawiona wzorem kształtu

$$\zeta(P+p)\cdot V^2$$

jak to przyjmuje wielu badaczy oporów taboru np. Clark, Frank i inni.

Z doświadczeń Franka wynika, że opór uderzenia, spowodowanego odkształceniami i nierównościami toru przy prędkości V km/g. lub v m/sec. można przyjąć na tonnę wagi pociągu równym

$$k_{4\,kg/t} = 0{,}000142\,V^2_{(km/godz)} = 0{,}00184\,v^2_{(m/sec)} \quad \ldots\ldots \quad (205^a)$$

Oznaczając długość szyny przez l, t.j. odległość pomiędzy dwoma zderzeniami i opór powstający przy uderzeniu zespołu kół o szynę na złączu przez K_4, to wtedy otrzymamy takie równanie

$$K_4\cdot l = p(\eta\cdot v + \zeta\cdot v^2)$$

a stąd

$$K_4 = \frac{p}{l}(\eta\cdot v + \zeta\cdot v^2) \quad \ldots\ldots \quad (206)$$

Ze wzoru tego wynika, że opór wzrasta z wagą zestawu kół, ze wzrostem prędkości, w miarę zmniejszania długości szyn i w zależności od spółczynników η i ζ, związanych z obciążeniem osi, od prędkości biegu, oraz od stanu toru i taboru.

Z powyższego wynika, że wózki naszych żelaznych wagonów ostatniego typu, gdzie części odresorowane cisną na czop za pośrednictwem dźwigara - oddziaływują szkodliwiej na tor i mają większy opór od uderzeń niż wózki oparte bezpośrednio na maźnicy zapomocą resorów piórowych.

W miarę rozwoju metalurgji szyny, starają się robić możliwie długie; dawniej były 12 m, obecnie mamy 18, a już dochodzą do 30 m długości.

5. Opór powietrza

Wskutek ruchu wagonu - jak wogóle przy ruchu każdego ciała cząsteczki powietrza otaczającego wagon znajdują się w ruchu jednostajnym; cząsteczki leżące w pobliżu wagonu są unoszone z pełną prędkością, ruch dalej leżących cząsteczek stopniowo zanika.

Wskutek takiego niejednostajnego rozkładu prędkości mamy też niejednostajny rozkład ciśnienia powietrza.

5. Opór powietrza.

Ciśnieniem powietrza nazywamy siłę, wywieraną przez powietrze atmosferyczne na jednostkę powierzchni.

Ciśnienie normalne poruszającego się powietrza na powierzchnię nieruchomą, lub odwrotnie poruszającej się powierzchni na powietrze, znajdujące się w stanie spoczynku, otrzymujemy ze wzoru

$$p = \alpha v^2 \; kg/m^2 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (207)$$

w tym wzorze przy prędkości v wyrażonej w $m/sec.$ spółczynnik $\alpha = 0{,}1225 \cong 0{,}13$.

Jeżeli powierzchnia będzie pochylona pod kątem β do kierunku wiatru, to

$$p_\beta = \alpha v^2 \sin\beta \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (208)$$

Wogóle ciśnienie jest większe na przedniej części wagonu, niż na tylnej, skutkiem czego otrzymujemy siłę wypadkową, która działa w kierunku przeciwnym ruchowi - nazywamy ją oporem wiatru (powietrza).

Na czołowej (przedniej) stronie wagonu znajduje się takie miejsce, w którem napływające strugi z prędkością v rozdzielają się; w tem miejscu prędkość będzie równa zeru, a nadwyżka ciśnienia będzie odpowiadała prędkości v t.j. będzie proporcjonalna do drugiej potęgi v.

Wskutek rozdziału na czołowej ścianie A rys. 38 napływających strug powietrza, takowe zaczynają okalać boczne ścianki B i schodzą się znów w tylnej części wagonu, tworząc za tylną ścianką C przestrzeń D o rozprężonem powietrzu.

Przy przepływie powietrza około ścianek B powstaje wewnętrzne tarcie pomiędzy cząsteczkami powietrza; siła tego tarcia jest proporcjonalna do pierwszej potęgi prędkości, ponieważ na podstawie hypotezy Newtona siła tarcia wewnętrznego wyraża się wzorem:

$$T = \eta \cdot F \frac{dv}{dy}$$

tutaj oznaczamy:

dy - odległość pomiędzy dwoma sąsiedniemi elementarnemi warstwami
dv - przyrost prędkości - różnica pomiędzy prędkościami dwuch warstw
F - pole styku warstw ciernych
η - spółczynnik wewnętrznego tarcia.

A więc możemy wyobrażać sobie opór powietrza, jakby złożony z dwoch części. Pierwsza część jest to tak zwany „opór kształtu", powstający wskutek tego, że ciśnienie na przedniej części poruszającego się wagonu jest większy niż na tylnej. Druga część składowa oporu powietrza jest to opór tarcia, który powstaje wskutek wewnętrznego tarcia powietrza, wykazującego w ruchu do pewnego stopnia właściwości cieczy lepkiej.

Z tego wynika, że podczas biegu wagonu opór powietrza powinien wyrażać się wzorem $\alpha v^2 + \beta v$, t.j. opór będzie proporcjonalny do prędkości biegu w pierwszej i drugiej potędze.

Następnie odróżniamy wielkość oporu przy atmosferze, znajdującej się w spokoju (cisza) lub w ruchu (wiatr). W kolejnictwie odróżniamy wielkość oporu przy wietrze czołowym i bocznym; pod wpływem bocznego wiatru pociąg otrzymuje dodatkowy opór, ponieważ powstaje dodatkowe tarcie obrzeży kół o szyny.

W podręcznikach spotykamy się z terminologją „stopni wiatru" np: międzynarodowa, sześciostopniowa, lądowa skala siły wiatrów Beauforta i 12^o stopniowa skala morska. W lądowej skali każdemu stopniowi odpowiadają nazwy siły wiatru: lekki, umiarkowany, świeży, silny, burza, orkan. Obecnie ta terminologja wychodzi z użycia, ponieważ siłę wiatru musimy obliczyć w zależności od otrzymanej prędkości z pomiaru według wzoru

$$p_{kg/m^2} = 0{,}13\, v^2\ m/sec.$$

prędkość wiatru podczas orkanu dochodzi do $v = 37\ m/sec. = 133{,}2\ km/godz.$ a wtedy $p = 177{,}97\ kg/m^2$, jednak nie jest wykluczona i większa prędkość, a więc i większe ciśnienie.

Żeby obliczyć opór powietrza przy biegu wagonu w atmosferze znajdującej się w spokoju, to ciśnienie $p\ kg/m^2$ obliczamy wstawiając do wzoru $p = 0{,}13\, v^2$ prędkość biegu pociągu $V\ km/gd.$

$$v_{m/sec.} = \frac{1000\, V_{km/godz.}}{60 \cdot 60} = \frac{V_{km/godz.}}{3{,}6}$$

jeżeli wagon lub pociąg biegnie podczas wiatru o pewnej prędkości, to do powyżej obliczonego ciśnienia dodajemy jeszcze ciśnienie odpowiadające prędkości wiatru.

Opory wyrażone w kg. na tonnę wagi jednostki taboru będą niejednakowe dla wagonu, parowozu i całego pociągu; z wielkościami temi zapoznamy się poniżej.-

Wzór na opór powietrza.

Z podstawowego prawa mechaniki wiemy, że wielkość siły P, która swobodnie poruszającej się masie m_1 nadaje przyśpieszenie $\frac{dv}{dt}$, równa się co do wartości iloczynowi $m_1\frac{dv}{dt}$, możemy zatem napisać:

$$P = m_1 \frac{dv}{dt}$$

Na zasadzie ilości ruchu mamy

$$P dt = m_1 dv$$

Jeżeli założymy, że przy $t=0$ będzie $v=0$, to całkując otrzymamy

$$\int_0^t P dt = \int_0^v m_1 dv \quad \text{czyli} \quad P.t = m_1 v$$

dla $t=1$ masa $m_1 = \frac{\gamma}{g}\cdot F\cdot v$

Tutaj oznacza γ - ciężar właściwy powietrza w kg/m^3

g - przyśpieszenie ziemskie m/sec^2

F - pole rzutu ciała na płaszczyznę prostopadłą do kierunku ruchu w m^2

v - prędkość w m/sec.

Po odpowiedniem podstawieniu otrzymamy

$$P = \frac{\gamma}{g}\cdot F\cdot v\cdot v = \frac{\gamma}{g}\cdot F v^2$$

Wprowadzając do tego wzoru odpowiedni spółczynnik oporu k i oznaczając gęstość powietrza przez $m = \frac{\gamma}{g}$, otrzymamy

$$P = k\cdot m\cdot F\cdot v^2 \qquad (209)$$

<u>Gęstością powietrza</u> (m) nazywamy iloraz ciężaru właściwego powietrza przez przyśpieszenie ziemskie; przy 10°C i 762 mm. ciśnienia gęstość powietrza wyniesie

$$m = \frac{\gamma}{g} = \frac{1,252}{9,81} = 0,128 \backsim 1/8$$

Jest to przeciętna wartość gęstości powietrza przy ziemi.

Gęstość i ciężar właściwy powietrza zależą od temperatury i od wysokości nad poziomem morza; w praktyce kolejowej będziemy mieli do czynienia tylko z temi wielkościami przy ziemi.

Zestawienie liczbowe

Wysokość w metrach	Temperatura ziemi $t=0°C$			Temperatura ziemi $t=10°C$			Temperatura ziemi $t=20°C$		
	Temperat.	γ	$m=\frac{\gamma}{g}$	Temperat.	γ	$m=\frac{\gamma}{g}$	Temperat.	γ	$m=\frac{\gamma}{g}$
0	0	1,298	0,132	10	1,252	0,128	20	1,21	0,123
5000	−25	0,741	0,076	−15	0,73	0,074	−5	0,644	0,066
8000	−40	0,515	0,053	−30	0,514	0,052	−20	0,513	0,052

Wzór dla P może być wyprowadzony na zasadzie siły żywej — mianowicie:

$$P = m_1 \cdot \frac{dv}{dt}$$

Mnożąc obie połowy przez v otrzymamy

$$P v dt = m_1 v dv$$

Mając na widoku, że $ds = v \cdot dt$ i zakładając, że przy $s=0$ i $v=0$, to całkując otrzymamy

$$\int_0^s P ds = \int_0^v m_1 \cdot v dv$$

czyli $P \cdot s = m_1 \frac{v^2}{2}$ . . . . (210)

m_1 wyrazi się w tym wypadku (przy poprzednich oznaczeniach)

$$m_1 = \frac{\gamma}{g} F \cdot s$$

Podstawiając do powyższego równania, (210) otrzymamy:

$$P \cdot s = \frac{\gamma}{g} F \cdot s \frac{v^2}{2}$$

po skróceniu

$$P = \frac{\gamma}{g} \cdot F \cdot \frac{v^2}{2}$$

Wprowadzając do wzoru odpowiedni spółczynnik k_1, przyjmując $m = \frac{\gamma}{g}$ i oznaczając opór powietrza przez $K_5 = P$ otrzymamy wzór na opór powietrza

$K_5 = k_1 \cdot m \cdot F \frac{v^2}{2}$ . . . . (211)

W podręcznikach, oraz czasopismach spotykamy wzory 209 i 211 różnią się one odpowiedniemi spółczynnikami oporu - k i k_1. My będziemy korzystać ze wzoru obecnie najczęściej używanego (209)

$$K_5 = k \cdot m \cdot F \, v^2$$

Myśl tego wzoru polega na tem, że spółczynnik k zależy tylko od kształtu ciała i od właściwości powierzchni, tymczasem w rzeczywistości sprawa przedstawia się nieco inaczej.

Z powyższego wzoru mamy, że:

$k = \frac{K_5}{m \cdot F \cdot v}$ . . . . (212)

Jeżeli według tego wzoru obliczymy spółczynnik k dla kuli o średnicy 28cm. przy wartościach v m/s, podanych na rys. 39 biorąc wartości K_5 z danych doświadczeń, to otrzymamy krzywą abc, charakteryzującą ten spółczynnik. Dla elipsoidu wydłużonego w kierunku prostopadłym do ruchu 1:0,75 i dla spłaszczonego 1:1,8 (w elipsoidach wymiar 1 odpowiada średnicy kuli) - otrzymamy odpowiednie krzywe $a_1 b_1 c_1$ i $a_2 b_2 c_2$. Dane do wykreślenia tych krzywych wzięte są z doświadczeń Prandtla przeprowadzonych na stacji badawczej w Göttingen.-

Z wykresu abc dla kuli widzimy, że spółczynnik k przy $v = 12$ m/sec. spada raptownie $k = 0{,}2$ do $k = 0{,}08$ To samo zjawisko mamy dla elipsoidów, tylko przy innych prędkościach. Prandtl zauważył także następujące zjawisko: przy mniejszych prędkościach strugi powietrza odrywają się w okolicach wielkiego koła kuli (rys. 40^a), przy większych dalej z tyłu (rys. 40^b) - w tym ostatnim wypadku przestrzeń martwa będzie mniejsza; przestrzenie te mają wpływ na wielkości oporu. Kształt ciała pokazany na rys. 40^c dawałby najlepszy opływ. Z tych danych widzimy, kształt przedniej części wagonu (wogóle bryły) ma mniejsze znaczenie dla oporu, niż kształt przepływu strugi; chodzi tu o to, by strugi powietrza nie odrywały się od powierzchni bryły.

Kształt obecnie budowanych parowozów i wagonów nie jest korzystny dla osiągnięcia małego oporu powietrza; wprawdzie ostatnie typy wagonów żelaznych mają kształt nieco lepszy, szczególnie wskutek zniesienia świetlików na dachach, zaokrąglenia dachu i bocznych ścianek po końcach, oraz stosowania miechów pomiędzy wagonami.

Blachy podłużne stosowane obecnie na parowozach w celu unoszenia dymu do góry, nie zwiększają znacznie oporu, ponieważ badania pokazały, że płyta o długości boku 1m., poruszająca się w swojej płaszczyźnie z prędkością $v = 40$ m/sec. $\backsim$ 144 km/godz. daje opór 0,33 kg. kiedy ta sama płyta ustawiona prostopadle do kierunku ruchu daje 120 do 140 kg.

W wagonach motorowych, pracujących bez przyczepki, dla jazdy ze stałą prędkością w granicach 120-140 km/godz. zwrócono szczególną uwagę na kształt pudła wagonu; obszycie niemieckiego wagonu tego typu było ustalone na podstawie badań przeprowadzonych na stacji w Göttingen.

Szybkobieżne parowozy zaczynają okrywać blachą dla nadania otulinie kształtu „linji prądu."-

Na rys. (39) przy odciętych odpowiadających wartości v m/sec. są podane dla kuli wartości $\frac{d \cdot v}{\frac{\eta}{m}}$, nazywane „liczba Reynolds'a"; wogóle liczba ta przedstawia się tak:

$$\frac{l \cdot v}{\frac{\eta}{m}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (213)$$

tu oznacza l - długość bryły, lub średnicę, v - prędkość, η - spółczynnik wewnętrznego tarcia, m - gęstość; stosunek $\frac{\eta}{m}$ nazywa się „kinematycznym spółczynnikiem lepkości."-

Przy obliczeniu oporu powietrza podczas ruchu taboru kolejowego przyjmujemy, że spółczynnik oporu powietrza k pozostaje niezmiennym, jeżeli zmienia się tylko wielkość ciała (np. wagonów normalnotorowych kolei i wąskotorowych), a kształt i stosunek wymiarowo pozostaje bez zmiany. To założenie nie sprawdza się zupełnie, bo np. kula o średnicy 10 cm. ma ten sam spółczynnik oporu, co kula o średnicy 5 cm., jeżeli w tym ostatnim przypadku prędkość będzie dwa razy większa, niż w poprzednim; wyniki te opierają się na prawie podobieństwa, odkrytem przez amerykanina Osborne'a Reynolds'a w 1883 r. i ujętem w powyżej podanym matematycznym wzorze

$$\frac{l \cdot v}{\eta / m}$$

Wpływ właściwości powierzchni na spółczynnik oporu k łatwo zauważyć przy badaniu dwuch kul chropowatych, wykonanych z tego samego materjału i jednakowo obrobionych; w tym wypadku spółczynnik większej kuli jest nieco mniejszy, ponieważ te same nierówności powierzchni w stosunku do większych wymiarów odgrywają mniejszą rolę.

W celu zmniejszenia wpływu chropowatości na opór powietrza pudła wagonów żelaznych są wykonywane z blach łączonych nitami o główkach ułajonych, lub z blach spawanych Powierzchnie zaś są wygładzane i szlifowane przed lakierowaniem.

Z tego wynika, że spółczynik oporu k powietrza zależy nie tylko od kształtu bryły i właściwości powierzchni, ale także od prędkości v, długości l, spółczynnika η, t.j. liczby Reynolds'a. Pomimo to wzór dla obliczenia oporu powietrza ze spółczynnikiem k stałym dla danego kształtu bryły

$$K_5 = k \cdot m \cdot F \cdot v^2$$

ma w technice kolejowej i lotniczej duże praktyczne znaczenie, ponieważ prędkości w zastosowaniach technicznych wahają się w granicach 5-90 m/sec., a wtedy spółczynnik k posiada w przybliżeniu wartość stałą.

Pambour na podstawie swych badań dla wagonu, otrzymał spółczynnik $k = 1{,}15$ obliczając opór ze wzoru

$$K_5 = k \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot F \cdot \frac{v^2}{2}$$

Zamieniając v m/sec. przez V km/godz., dla γ przyjmując 1,226-

wielkość odpowiadającą temperaturze powietrza 15°, otrzymamy

$$\frac{\gamma}{2g}\cdot F\cdot v^2_{m/sec.} = \frac{1{,}226}{2\cdot 9{,}81\cdot 3{,}6^2}\cdot F\cdot V^2_{km/godz} = 0{,}00482\, F_{m^2}\cdot V^2_{km/godz.}$$

a opór wagonu

$$K_5 = k\,\frac{\gamma}{2g}\cdot F\cdot V^2 = 1{,}15\cdot 0{,}00482\; F\cdot V^2$$

$$K_5 = 0{,}00554\, F_{m^2}\cdot V^2_{km/godz.} \qquad (214)$$

Ze wzoru tego korzystamy dotychczas, ponieważ nowsze badania nie wykazały znaczniejszych różnic, albowiem obrysie normalnotorowych wagonów wchodzących w skład pociągów zmieniło się nieznacznie.

Obecnie posiłkują się także przekształconym wzorem na opór, wprowadzając tak zwany „normalny spółczynnik oporu" C. Wzór przekształcony powstał ze wzoru $K_5 = k\cdot m\cdot F\cdot V^2$ przez zamienną prędkości tak zwanym „ciśnieniem prędkości"

$$q = \frac{m\cdot V^2}{2}$$

ponieważ m - oznacza masę jednostki objętości, to możemy ciśnienie prędkości jak w mechanice ciał sztywnych, określić jako siłę żywą jednostki objętości powietrza.

Dla wyprowadzenia przekształconego wzoru oporu musimy wyobrazić sobie szereg cząsteczek powietrza, płynących jedna za drugą od przekroju A do B rys. 41. Oznaczmy odległość pomiędzy przekrojami poprzecznemi A i B przez l, przekrój strugi przez f, prędkość w przekroju A przez v_1, ciśnienie przez p_1, a w przekroju B prędkość przez v_2 i ciśnienie p_2, załóżmy, że $v_2 > v_1$.

Wtedy w kierunku ruchu cząsteczek powietrza działa siła $p_1 f$, w przeciwnym $p_2 f$, wypadkowa będzie $f\cdot(p_1 - p_2)$; objętość elementu strugi $f\cdot l$; a masa $\frac{\gamma}{g}\cdot f\cdot l = m\cdot f\cdot l$

Ponieważ średnia prędkość będzie $\frac{v_1+v_2}{2}$ to czas

$$t = \frac{l}{\frac{v_1+v_2}{2}} = \frac{2\,l}{v_1+v_2}$$

, a stąd przyśpieszenie, jako przyrost w jednostkę czasu będzie:

$$W = \frac{v_2 - v_1}{\frac{2\,l}{v_1+v_2}} = \frac{(v_2-v_1)(v_1+v_2)}{2\,l} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2\,l}$$

wtedy

$$(p_1 - p_2)\cdot f = m\cdot f\cdot l\,\frac{v_2^2 - v_1^2}{2\,l}$$

Stąd $p_1 - p_2 = m\frac{v_2^2}{2} - m\frac{v_1^2}{2}$ . . . . (215)

Widzimy, że różnica ciśnień pomiędzy dwoma punktami równa się połowie różnicy iloczynów gęstości przez kwadrat prędkości w tych samych punktach.

Zapomocą prędkościomierza, opartego na pomiarze ciśnień przedstawionego schematycznie na rys. 42 mierzymy manometrem ciśnienie p_1 w komorze C i ciśnienie p_2 w komorze D. Jeżeli przyrząd ustawimy jego częścią A w obszarze ciśnienia p_1, to powietrze przechodzi pod ciśnieniem p_1 przez rurkę a i prostopadłą do niej b do komory D osiągając prędkość $v_2 = 0$, a wskutek tego otrzymamy wzrost ciśnienia do p_2.

Mając ciśnienie p_1 i p_2 przy $v_2 = 0$ otrzymamy:

$$p_1 - p_2 = -\frac{mv_1^2}{2}$$

albo

$$p_2 - p_1 = \frac{mv_1^2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots (216)$$

Oznaczając wogóle przez $q = \frac{mv^2}{2}$, a dla poszczególnych wypadków $q_1 = \frac{mv_1^2}{2}$ i $q_2 = \frac{mv_2^2}{2}$ równanie $p_1 - p_2 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$ możemy przedstawić tak:

$$p_1 - p_2 = q_2 - q_1, \text{ czyli } p_1 + q_1 = p_2 + q_2 \quad \ldots\ldots\ldots (217)$$

Oznacza to, że suma ciśnienia p i ciśnienia prędkości q jest stałą we wszystkich miejscach; podczas biegu wagonu powietrze jednakże w pewnej odległości (około 2 m) od bocznych ścianek wagonu ma $v = 0$, a więc i $q = 0$, to p można uważać za stałe.

Podstawiając we wzorze $K_5' = kmFv^2$ zamiast prędkości v wielkość określoną ze wzoru

$$q = \frac{mv^2}{2} \text{ t.j. } v^2 = \frac{2q}{m}$$

Otrzymamy:

$$K_5 = k \cdot m \cdot F \cdot \frac{2q}{m} = 100 \cdot 2 \cdot k\frac{F \cdot q}{100}$$

przyjmując $C = 200k$ - otrzymamy:

$$K_5 = C \cdot F \cdot \frac{q}{100} \quad \ldots\ldots\ldots (218)$$

Równanie to nie przedstawia nic nowego, tylko w pewnych wypadkach bywa dogodniejsze w zastosowaniu, np. gdy przy doświadczeniach mierzymy wielkość q, a nie v.

Przy obliczeniach oporu powietrza dla pociągów, a nawet i dla oddzielnych jednostek taboru kolejowego mamy do czynienia z powierzchniami zastępczemi lub z tak zwanemi „powierzchniami szkodliwemi".

Głównym celem wprowadzenia pojęcia o powierzchni zastęp=

czej („powierzchni szkodliwej") jest ułatwienie pojmowania zjawiska, ponieważ tu sprowadzamy opór dowolnego ciała do oporu zastępczego cienkiej płytki o kształcie kwadratu, lub koła i o polu odpowiednio dobranem przy spółczynniku 0,65 (średnio od 0,6 do 0,7) dla cienkiej płytki poruszającej się w kierunku prostopadłym do swej płaszczyzny.

Oznaczając przez F_z wielkość powierzchni zastępczej, odpowiadającej rzutowi F pewnego ciała na płaszczyznę prostopadłą do kierunku rzutu i jeżeli spółczynnik oporu dla danego ciała mamy k, to

$$0{,}65\, F_z = k F \quad i \quad F_z = \frac{k \cdot F}{0{,}65}$$

$$i \quad K_5 = k \cdot m \cdot F \cdot v^2 = 0{,}65\, m\, F_z\, v^2$$

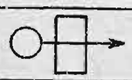
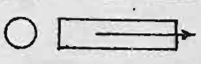
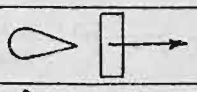
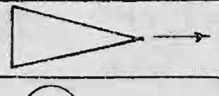
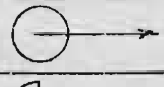
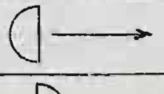
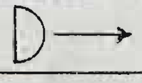
Tak np. dla cylindra o $F = 0{,}08$ i $k = 0{,}5$ $\quad F_z = \frac{k \cdot F}{0{,}65} = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}08}{0{,}65} = 0{,}062\, m^2$

Zobaczymy z podanych dalej badań Franka, że np. powierzchnia zastępcza dla parowozu $F_z = 1{,}1\, F$, tu F jest rzutem poprzecznego obrysia parowozu na płaszczyznę prostopadłą do podłużnej osi parowozu.

Poniżej podamy spółczynnik k dla niektórych ciał o prostym konturze, otrzymamy na podstawie badań i obliczony ze wzoru

$$K_5 = k\, m \cdot F \cdot v^2$$

Zestawienie
Oporu powietrza dla ciał o rozmaitych kształtach

L.p.	Kształt ciała i kierunek ruchu			Spółczynn. oporu k	Spółczynn C = 200 k	Powierzch. szkodliwa (zastępcza)
1	Płytka cienka kwadratowa, poruszana prostopadle do swej płaszczyzny			0,6 – 0,7	120 – 140	0,92F – 1,08F
2	Walce	Kołowy poruszany prostopadle do osi		0,4 – 0,5	80 – 100	0,62F – 0,77F
3	Walce	Kołowy poruszany w kierunku osi		0,48 – 0,54	96 – 108	0,74F – 0,83F
4	Walce	Kroplisty o przekroju owalnym		0,04 – 0,08	10 – 16	0,08F – 0,12F
5	Stożki	1 : 1		0,26	52	0,4F
6	Stożki	1 : 2		0,17	34	0,26F
7	Kula			0,1 – 0,12	20 – 24	0,15F – 0,18F
8	Czasza półkulista	Wklęsła		0,66	132	1,01F
9	Czasza półkulista	Wypukła		0,17	34	0,26F
10	Bryły obrotowe			0,06	12	0,092F
11	Bryły obrotowe			0,028	5,6	0,043F

Rozpatrując spółczynnik k tego zestawienia widzimy, że francuskie i nasze parowozy z drzwiczkami dymnicznemi półkulistemi (wypukłemi) dla których k jest około 0,17 mają kształt bardziej prawidłowy niż przyjęte w Ameryce drzwiczki o kształcie stożkowym, dla którego k jest około 0,26.

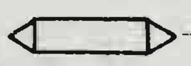
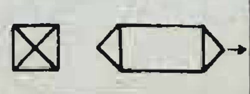
Pudłom wagonów szybkobieżnych (motorowym) staramy się nadać kształt bryły obrotowej (Nr. 10 zestawienia).

Wymiary obrysia taboru kolejowego i dopuszczalne naciski osi na tor, nie pozwalają nadawać takich zewnętrznych kształtów, przy których moglibyśmy osiągnąć najmniejszy opór powietrza. Tem też należy tłomaczyć niechęć inżynierów konstruktorów do pracy nad ustaleniem prawidłowych kształtów dla zmniejszenia oporu powietrza.

W dziedzinie kolejnictwa zasługują na uwagę badania Franka nad oporem powietrza, przeprowadzone w latach 1904 – 1906. Badania były przeprowadzone nad bryłami o takim kształcie, z których się składa tabor kolejowy, lub jego części.

Wyniki tych badań dla bardziej charakterystycznych brył podajemy w zestawieniu.

Zestawienie

	L.p.	Kształt bryły	Szkic	F m²	Spółcz. k
Bryły obrotowe	1	Walec ograniczony płaszczyznami prostopadłemi do osi i kierunku ruchu		0,0104 0,0407	0,553 0,553
	2	Walec zakończony stożkami posiadającemi kąt wierzchołkowy β = 90° i 60°		0,0104 β = 90° β = 60°	0,368 0,352
	3	Walec zakończony półkulami, o promieniu równem promieniowi walca		0,0104	0,305
	4	Walec zakończony półelipsoidem długości pół osi, równej średnicy walca		0,0104	0,237
Bryły o podstawie kwadratowej	1	Prostopadłościan ograniczony kwadratowemi płaszczyznami prostopadł. do osi i kierunku ruchu		0,03	0,582
	2	Prostopadłościan zakończony 2 płaszczyznami (klinami) tworzącemi kąt β=90° i β=60°		0,01 β = 90° β = 60°	0,433 0,377
	3	Prostopadłościan zakończony ostrosłupami, złożonemi z trójkątów równobocznych.		0,01	0,36

Ponieważ czołowe powierzchnie parowozu należą do brył, ma=

jących przekroje prostopadłe do ruchu parowozu w kształcie kół i prostokątów to spółczynnik zastępczy k_z, zależny od kształtu powyższych brył można przyjąć na podstawie badań Franka jako

$$k_z = \frac{k(koło) + k(kwadr)}{2} = \frac{0,553+0,582}{2} = 0,5675 \qquad (219)$$

Jeżeli oznaczymy przez

F_1 - rzut obrysia parowozu (powierzchni czołowej) na płaszczyznę prostopadłą do podłużnej osi parowozu - w m^2

F_z - powierzchnię zastępczą, stawiającą powietrzu taki sam opór, jak i powierzchnia czołowa parowozu, rzut której jest F_1 - w m^2

$0,00684\, v^2$ - jest to wielkość oporu powietrza dla parowozu w kg/t, jaką znalazł Frank na podstawie badań;

$$0,00684\, v^2_{(m/sec)} = k_1 \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{F_1}{L_t} v^2_{(m/sec)}$$

L_t - oznacza wagę parowozu w t.

k_1 - spółczynnik, zależny od ukształtowania i konturu powierzchni, dla której rzut na płaszczyznę prostopadłą wynosi $F_1\, m^2$

$\frac{F_1}{L_t}$ - można przyjąć średnio $0,09\, m^2$

Teraz możemy napisać równanie

$$0,00684\, v^2 = k_1 \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{F_1}{L_t} v^2 = k_z \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{F_z}{L_t} v^2$$

Z którego wynika, że

$$F_z = \frac{k_1}{k_z} \cdot F_1 \qquad (220)$$

a

$$k_1 = 0,00684 \cdot \frac{9,81}{1,2049 \cdot 0,09} = 0,621 \qquad (221)$$

Stąd

$$F_z = \frac{0,621}{0,567} \cdot F_1 \cong 1,1\, F_1 \qquad (222)$$

A więc powierzchnia zastępcza F_z parowozu obecnej konstrukcji jest o 10% większa od rzutu powierzchni F_1.

Opór wiatru podczas biegu parowozu odniesiony do $1 m^2$ rzutu obwodu na płaszczyznę prostopadłą do podłużnej osi parowozu — może być obliczony w sposób następujący ze wzoru:

$$k_{5l} = k \propto v^2_{m/sec.} = 0,5675 \cdot 0,1225 v^2 = 0,0765\, v^2_{(m/sec)}\ kg/m^2 \qquad (223)$$

Dla V wyrażonego w km/godz.

$$k_{5l} = 0,0765 \left(\frac{V}{3,6}\right)^2 \cong \frac{V^2}{170}\ kg/m^2 \qquad (224)$$

Naprzykład dla naszych nowych ciężkich parowozów rzut czołowej powierzchni $F_1 = 8\, m^2$, a więc całkowity opór powietrza wyrazi się tu $$K_{5l} = \frac{8V^2}{170} = \frac{V^2}{21}\ kg \qquad (225)$$

Dla parowozu biegnącego luzem (bez pociągu) opór na tonnę przy wadze parowozu $L = 80 t.$ z prędkością $V = 90$ km/godz. – otrzymamy

$$k_{5l} = \frac{90^2}{21 \cdot 80} = 4,8\ kg/t$$

Podług wzoru Barbier

$$K_{5l} = 0,1 F \frac{V^2}{3,6^2} \qquad (226)$$

Dla $V = 90$, $L = 80$ i $F = 8 m^2$

$$k_5 = \frac{0,1 \cdot 8}{3,6^2} \cdot \frac{90^2}{80} \cong 6\ kg/t$$

Różnica pomiędzy wielkościami, otrzymanemi ze wzoru (226) Barbier i ze wzoru (225) jest dość znaczna, wskazanem jest posiłkować się wzorem (225) ponieważ wielkości otrzymane z tego wzoru różnią się nie wiele od wartości, otrzymanych przy nowych badaniach „Studiengesellschaft f.d. Schnellbahnen"

Dla elektrowozu przy $F = 9,8 m^2$; $L = 90 t.$ otrzymano $k'_5 = 4,6\ kg/t.$ Stosując dla wagonu wzór (224) i przekształcając go dla całkowitej powierzchni czołowej ($F m^2$) wyrażonej w metrach kwadratowych – otrzymamy

$$K_5 = F \cdot k_5 = \frac{F_{(m^2)} \cdot V^2_{(km/godz.)}}{170}\ kg. \qquad (227)$$

Wzór ten dla podanych niżej typów wagonów można przekształcić tak:

	$F m^2$	$G t.$	K'_5 (kg)	
1) Osobowy	8,5	15 do 45	$\frac{V^2}{20}$	(228)
2) Towarowy kryty (10 t. ładunku)	7,5	8	$\frac{V^2}{23}$	
3) Węglarka (15 t. ładunku)	5,8	7,5	$\frac{V^2}{29}$	

Powyższe wielkości mogą być przyjmowane wtedy, gdy wagon nie wchodzi w skład pociągu, a biegnie oddzielnie przy atmosferze spokojnej, t.j. bez wiatru.

Pociąg składa się z parowozu i wagonów, ponieważ parowóz przykrywa sobą wagony, to przyjmują że opór powietrza dla nich musi być mniejszy; na podstawie badań przyjmują także, że pierwszy wagon za parowozem pokonuje większy opór, niż następne, na podstawie tego założenia i wyniku badań mamy empiryczne wzory dla obliczeń oporu pociągów w których uwidacznia się wpływ pierwszego i następnych wagonów znajdujących się za parowozem.

W rzeczywistości wpływ oporu powietrza przy biegu pociągu zależy od próżni która się tworzy poza ostatnim wagonem pociągu.

Ostatnie badania i wzory Nocona i Sauthoffa uwzględniają znacznie powyższą próżnię. Wzory te będą podane następnie.

Dla obliczenia oporu powietrza w zależności od powierzchni czołowej, posiadamy cały szereg wzorów, które można podzielić na trzy zasadnicze grupy.

Wzory pierwszej grupy nie mają członu uwzględniającego opór powietrza w zależności od powierzchni, a tylko od wagi, jest to jeden z najprostszych wzorów Clark'a z którym potem zapoznamy się bliżej.

Wzory drugiej grupy uwzględniają tylko opór pierwszej jednostki taboru pociągu, zapomocą osobnego członu, zależnego od powierzchni oporu – np. Harding (1846).

Wzory trzeciej grupy uwzględniają opory powietrza wszystkich jednostek taboru w pociągu zapomocą osobnych członów mianowicie: Pambour (1834) wzory 230 i 231, Redtenbacher (1855) wzór 232, Frank (1907) wzory 233 i 234, ten ostatni podaje średnią powierzchnię zastępczą dla wszystkich wagonów, ale uzależnia ją od miejsca zajmowanego w pociągu i od typu wagonu. Wzory te formułują się w sposób następujący. Oznaczmy przez

K_5 – opór powietrza w kg.

F – powierzchnia oporu w m^2

V – prędkość w km/godz.

1) Hardinga

$$K_5 = 0{,}004\,F V^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (229)$$

2) Pamboura

$$K_5 = 0{,}005\,F V^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (230)$$

Oznaczając przez n ilość wagonów (bez parowozu i tendra)

$$F = 8{,}36 + n \cdot 0{,}93 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (231)$$

3) Redtenbacher'a

$$K_5 = 0{,}0054\,F V^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (232)$$

$$F = F_1 + \frac{n}{4} F_w$$

Gdzie F_1 – rzut czołowej powierzchni parowozu na płaszczyznę prostopadłą do podłużnej osi parowozu.

F_w – takiż rzut czołowej powierzchni wagonu.

5) Franka

$$K_5 = 0{,}0054\,F V^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (233)$$

$$F = 1{,}1\,F_1 + \Sigma f_w \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (234)$$

F_1 – rzut czołowej powierzchni parowozu na płaszczyznę prostopadłą do podłużnej osi parowozu.

f_w - powierzchnia zastępcza w m^2 dla wagonów.

	Frank	Badanie Francuskie
1. Dla pierwszego wagonu krytego za parowozem (bagażowy)	2,0	1,7
2. Dla każdego wagonu osobowego i krytego towarowego (próżnego)	0,56	0,5
3. Dla każdego towarowego krytego (ładownego)	0,32	0,4
4. Dla wagonu niekrytego próżnego	1,62	1,0

Rozwiążemy teraz kilka zagadnień (zadań) z któremi inżynier kolejowy ma do czynienia przy eksploatacji taboru.

Zadanie 1.

Na drogach żelaznych przewrócenie wagonów siłą wiatru miało miejsce przy prędkości wiatru $v = 28{,}5$ m/sec. Zbadamy, czy jest to możliwe z punktu widzenia teorji.

Weźmy pod uwagę próżny wagon towarowy o wadze $G = 8\,t = 8000$ kg. o bocznej powierzchni $F = 18$ m., prześwit toru $s = 1{,}5$ m. odległość środka bocznej powierzchni od szyn $h = 2{,}4$ m, p - ciśnienie powietrza na m^2.-

Moment siły ciśnienia wiatru na boczną powierzchnię wagonu względem górnej powierzchni szyny musi się równać momentowi ciężaru wagonu względem podłużnej osi szyny, żeby wagon mógł pozostawać w stanie równowagi, a wtedy:

$$p \cdot F \cdot h = G \cdot \frac{s}{2}; \quad p = \frac{G \cdot s}{2 F \cdot h} = \frac{8000 \cdot 1{,}5}{2 \cdot 18 \cdot 2{,}4} = 140\ kg/m^2$$

Przy orkanach siła wiatru dochodzi do 170 kg/m^2, a wypadek wywrócenia wagonów miał miejsce nawet przy

$$p = 0{,}13 \cdot 28{,}5^2 = 106\ kg/m^2$$

Zadanie 2.

Jaki będziemy mieli opór na tonnę wagi parowozu wskutek działania wiatru czołowego o prędkości $v = 15$ m/sec. przy prędkości biegu 90 km/g. i wadze własnej $L = 90\,t$.

Dla wiatru o prędkości $v = 15$ m/sec. mamy $V = 54$ km/godz.

Rzeczywista prędkość wiatru dla obliczenia oporu będzie:

$$90 + 54 = 144\ km/godz.$$

Podług wzoru (225) mamy, że siła oporu wiatru

$$K_{5(kg.)} = \frac{V^2}{21} = \frac{144^2}{21} = 940\ kg.$$

$$k_{5(kg/t)} = \frac{940}{90} = 10{,}4\ kg/t.$$

Zadanie 3.

Obliczyć dodatkowy opór tarcia obrzeży kół o główkę szyny powstający przy bocznym wiatrze.

. Wskutek ciśnienia wiatru P na boczną ściankę pojazdu obrzeże koła (rys. 43) zostaje przyciskane do powierzchni główk szyny. Załóżmy że siła P ciśnie równomiernie na rzut pionowy zaokrąglenia łba szyny o promieniu r; znaczy $p = \frac{P}{r}$

Weźmy następnie element powierzchni obrzeża $r d\varphi$, przylegającej do powierzchni szyny - pochylony pod kątem φ do promienia poziomego r. Ciśnienie normalne na ten element będzie

$$r d\varphi \, p \cdot \cos\varphi$$

Oznaczając następnie promień koła przez R i spółczynnik tarcia pomiędzy obrzeżem koła i powierzchnią przylegania do szyny przez f, otrzymamy następujące równanie momentów:

$$K_{5b} \cdot R = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f \cdot p \cdot r \cdot d\varphi \cos\varphi \cdot x$$

a ponieważ $x = r - r\sin\varphi = r(1-\sin\varphi)$

to $K_{5b} = \frac{1}{R}\int_0^{\frac{\pi}{2}} f \cdot p \cdot r \cdot r(1-\sin\varphi)\cdot\cos\varphi\, d\varphi = \frac{f\,p\cdot r^2}{R}\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\cos\varphi - \sin\varphi\cos\varphi)\, d\varphi =$

$$= \frac{f\cdot p\cdot r^2}{R}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \sin\varphi - \frac{\sin^2\varphi}{2}\right|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{f\cdot p\cdot r^2}{2R}$$ a ponieważ $pr = P$, to

$$K_{5b} = \frac{f \cdot P \cdot r}{2R} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (235)$$

Weźmy wiatr o sile, odpowiadającej prędkości $v = 20$ m/sec., wtedy $p = 0{,}13 \cdot 20^2 = 0{,}13 \cdot 400 = 52$ kg/m².

Powierzchnia boczna wagonu $F = 18$ m², promień koła wagonu $R = 500$ m/m, promień zaokrąglenia $r = 14$ m/m. i $f = \frac{1}{5} = 0{,}2$, waga wagonu $G = 8$ t. - wówczas

$$P = 52 \cdot 18 = 936 \text{ kg.}$$

$$k_{5b} = \frac{f \cdot p \cdot r}{2 \cdot R \cdot G} = \frac{1}{5} \cdot \frac{936 \cdot 14}{2 \cdot 500 \cdot 8} = 0{,}33 \text{ kg/t.}$$

Zadanie 4

Określić opór dodatkowy, powstający wskutek działania wiatru bocznego na ścianki czołowe wagonów, wchodzących w skład pociągu.-

Załóżmy, że mamy wiatr boczny działający pod kątem φ względem ścianek bocznych wagonów. Oznaczmy następnie przez

a – szerokość pudła wagonu

h – wysokość –„– –„–

b – odległość pomiędzy sąsiedniemi wagonami

p – ciśnienie jednostkowe wiatru.

Z rysunku 44 i powyższych oznaczeń wynika, że wielkość ciśnienia P na czołowej stronie wagonu będzie:

$$P = p \cdot h \cdot x \cdot \cos\varphi = p \cdot h \cdot \frac{b}{b} \cdot x \cdot \cos\varphi$$

$$tg\varphi = \frac{x}{b} \; ; \; max \; tg\varphi = tg\varphi' = \frac{a}{b}$$

$$P = p \cdot h \cdot b \cdot tg\varphi \cdot \cos\varphi = p \cdot b \cdot h \cdot \sin\varphi \qquad (236)$$

$$P_{max.} = p \cdot b \cdot h \sin\varphi' = p \cdot b \cdot h \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

przy $\varphi = 0^\circ$, $\sin\varphi = 0$ i $P = 0$

przy $\varphi = 90^\circ$ $\cos\varphi = 0$ i $P = 0$, co jest zupełnie zrozumiałe.

Ponieważ w konstrukcji normalnych wagonów mamy $a \cong 3$ i $h \cong 1{,}3$, to

$$\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{1{,}3}{\sqrt{3^2 + 1{,}3^2}} = 0{,}4$$

a więc

$$P_{max} = 0{,}4 \, p \cdot a \cdot h = 0{,}4 \, p \cdot F \qquad (237)$$

Ze wzoru (224) mamy $p = k_5 = \dfrac{V^2}{170}$

$$P_{max} = 0{,}4 \, F \frac{V^2}{170} \qquad (238)$$

Weźmy wagon towarowy o ładowności 10 t, przy $F = 7{,}5 \; m^2$; wadze własnej 8 t.; wiatr ma prędkość $v = 4 \; m/sec$.

$$V = 3{,}6 \cdot 4 = 14{,}4 \; km/godz.$$

$$P_{max.} = 0{,}4 \cdot 7{,}5 \cdot \frac{14{,}4^2}{170} \cong 3{,}7 \; kg.$$

na tonnę wagi wagonu

$$k'_{5f \, kg/t} = \frac{3{,}7}{8} = 0{,}46 \; kg/t.$$

Z przeprowadzonej analizy oporu powietrza powstającego podczas biegu pociągu, czy też parowozu lub wagonu wynika, że z teoretycznego punktu widzenia opór ten powinien wyrażać się wzorem

$$a v^2 + b v$$

lecz ponieważ z otrzymanych wyników badań wydzielenie wielkości siły tarcia między warstwami powietrza okalającemi boczne ścianki pojazdu jest niemożliwe, to obliczenie oporu powietrza dokonujemy według wzoru:

$$K_5 = k \cdot m \cdot F' \cdot v^2$$

w którym mamy prędkość tylko w drugiej potędze, a wpływy na opór, wskutek działania sił tarcia, zależne od prędkości w pierwszej potędze są ujęte spółczynnikiem k.

Kierunek wiatru względem podłużnej osi toru ma wpływ na wyniki eksploatacji kolei. Częste wiatry wzdłuż osi toru w kierunku przeciwnym do biegu pociągów ładownych znacznie podrażają eksploatację, bo opór silnie wzrasta, powodując dodatkowy rozchód węgla.

Szkodliwe są także boczne wiatry, działające w kierunku prostopadłym do toru. Ze wszystkiemi temi warunkami trzeba się liczyć przy wyznaczaniu składów pociągów dla istniejących parowozów, a także nie zapominać o nich przy projektowaniu nowych parowozów, jeżeli mają pracować wyłącznie na pewnej określonej linji kolejowej.-

6 Opór na pochyłości.

Podczas biegu wagonu na wzniesieniu dla pokonanie oporu należy przyłożyć do niego siłę, która jest utworzona z dwóch składowych: 1) z siły, pokonywującej opory podczas biegu wagonu na torze poziomym, a następnie 2) z siły równej W_w przeciwstawiającej się ruchowi wagonu przy jeździe po wzniesieniu i równej rzutowi ciężaru wagonu na prostą równoległą do toru.-

Jeżeli nazwiemy przez Q - ciężar wagonu w t., a przez α - kąt nachylenia toru do poziomu, to jak widać z rys 45, siła, zależna od wzniesienia będzie:

$$W_w = Q \sin\alpha \qquad (239)$$

a nacisk na szyny wyniesie:

$$Q \cos\alpha$$

Ponieważ mamy zwykle do czynienia z $\measuredangle \alpha$ bardzo małym, więc można bez wielkiego błędu przyjąć że

$$\sin\alpha = tg\alpha$$

a wtedy $tg\alpha$ oznacza wielkość pochyłości; $tg\alpha = \frac{s}{l} = i = \frac{s\,mm}{1000\,mm}$ . . . (240)

i - oznaczają zwykle w tysięcznych częściach - s ‰.

Na linjach głównych zwykle $i_{max} = 0{,}006$, choć budują wzniesienia $i = 0{,}01$. Drogi przechodzące przez górzyste miejscowości jak np. Austrjackie, Francuskie, Zakaukaskie w Rosji, nasze Zakopiańskie mają $i = 0{,}025$, a nawet $i = 0{,}03$.

Ostatecznie więc siła K_6 która musi pokonać opór W_w będzie się wyrażała wzorem:

$$K_6 = W_{w(kg)} = 1000\,Q \sin\alpha = 1000\,Q\,tg\alpha = 1000\,Q \frac{s_{mm}}{1000_{mm}} = Q^{(t)} \cdot s_{mm} \qquad (241)$$

Znaczy że opór na tonnę $(Q^{(t)} = 1)$ $k_{6(kg/t)} = s$ mm. co czyni na każdą tonnę wagi pociągu tyle kg., ile mamy tysięcznych wzniesienia.

Np. pociąg o wadze 300 t. na wzniesieniu $i=0{,}006$ otrzyma dodatkowy opór $300\cdot 6=1800$ kg.

Podczas biegu pociągu na spadku siła oporu staje się siłą pociągową, wywołując przyśpieszenie pociągu, które czasami tak wzrasta, że trzeba hamować, aby nie przekroczyć największej dopuszczalnej prędkości dla danych jednostek taboru, na danym spadku.—

Opór na łuku

Zbadamy teraz ruch wagonu, który trafia na łuk, znajdujący się w płaszczyźnie poziomej. Przy przejściu wagonu z prostolinijnego toru na łuk o promieniu R — najpierw obrzeże obręczy przedniego zewnętrznego (w stos. do łuku) koła nabiega punktem **A** na zewnętrzną szynę (rys. 46 i 47) i powoduje tarcie.

Podczas dalszego biegu wagonu po łuku punkty obwodu odpowiadającego punktowi **A** zostają ciągle przyciskane do szyny, wskutek czego powstaje dodatkowe tarcie. Ponieważ długości obydwu szyn na łuku są różne — zewnętrzna jest dłuższa od wewnętrznej, a koła są nieruchomo osadzone na osi — następuje zawsze ślizganie kół. Zazwyczaj ślizga się te koło, które jest mniej obciążone, powodując dodatkową pracę tarcia.

Mamy jeszcze trzeci czynnik, powiększający siłę tarcia, mianowicie wagon w łuku ujawnia pewną siłę odśrodkową, która przyciska obrzeża kół zewnętrznych do szyn.

Stożkowatość obręczy zmniejsza coprawda ślizganie się koła zewnętrznego po szynie, lecz zwykle nie może go usunąć całkowicie.

W niektórych wypadkach dzięki tej stożkowatości usuwamy pracę tarcia powstającą wskutek ślizgania się kół, a mianowicie wtedy gdy (rys. 48)

$$\frac{r+b}{r-b}=\frac{R+\frac{s}{2}}{R-\frac{s}{2}}$$

$$rR-r\frac{s}{2}+bR-b\frac{s}{2}=Rr+\frac{rs}{2}-bR-\frac{bs}{2}$$

po skróceniu otrzymamy:

$$b=\frac{s\cdot r}{2R} \qquad \dots\dots\dots\dots \quad (242)$$

gdzie R — promień krzywizny osi toru, s — szerokość toru, r — promień koła, b — stożkowatość obręczy.

W taborze kolejowym rozróżniamy dwa rodzaje osi — sztywne i przesuwne. Oś sztywna wraz z maźnicą ma tylko minimalny przesuw poprzeczny do toru; w kierunku zaś pionowym może się poruszać swobodnie - w górę i wdół. Odległość pomiędzy skrajnemi sztywnemi osiami nazywamy sztywnym rozstępem osi dla danej jednostki taboru.

Osie przesuwne służą do ułatwienia przechodzenia przez łuki. Przesuw odbywa się w kierunku prostopadłym do osi toru.

Aby umożliwić przesuwanie się osi, musi być zastosowany luz pomiędzy ślizgami (listwami) maźnicy, a widłami, alboteż wykonuje się panew krótszą od czopa o wielkość przesuwu.

Pozatem mamy osie swobodnie ustawiające się. Przy tych ostatnich luzy poprzeczne i podłużne pomiędzy płaszczyznami ciernemi maźnicy i wideł winny być znaczne. Sprężyna piórowa jest wówczas umocowana na stałe do maźnicy i dzięki temu siła z aparatu pociągowego przez ostojnicę i sprężynę piórową - przenosi się na maźnicę, wskutek luzów oś swobodnie ustawia się na łuku. Przy takiej konstrukcji opory są znacznie mniejsze.

Na kolejach Saskich w 1892 roku dokonano prób z wagonami o osiach przesuwnych i zwyczajnych, które wykazały, że opór wagonu z osiami przesuwnemi na łuku jest mniejszy, bo tarcie obrzeży o szyny jest znacznie mniejsze.

Wielkości oporu w kg. na tonnę wagi wg. tych doświadczeń wynoszą:

Opór w kg/t.

Kształt toru	Przy osiach przesuwnych	Przy osiach zwykłych
Tor prostolinjowy poziomy	2,43	2,48
Tor poziomy, łuk R = 283 m	3,66	3,92
Tor poziomy, łuk R = 170 m.	4,92	5,81

Z powyższego zestawienia wynika, że w łuku o promieniu 170 m. opór jest dwukrotnie większy (niż na linji prostej przy osiach przesuwnych, a przy zwyczajnych, różnica ta jest jeszcze większa.

W celu unaocznienia ruchu dwuosiowego wagonu w łuku, od którego zależy wielkość siły oporu, rozpatrzymy jakie pozycje zajmować będą zestawy kół względem wewnętrznych boków szyn, tworzących łuk toru. Przy wejściu na łuk wagon wskutek bezwładności zachowuje ruch prostolinjowy, do chwili zetknięcia się obrzeża zewnętrz=

nego koła przedniego zestawu z szyną zewnętrzną. Wtedy przedni zestaw kół wsuwa się poziomo pod ostojnicę wagonu o tyle, ile na to pozwalają rozmiary luzu poprzecznego pomiędzy listwami maźnic i widłami maźnicznemi.

Od tej chwili wagon będzie prowadzony po linji krzywej zapomocą wyżej wskazanego obrzeża koła zewnętrznego.

Pod wpływem bocznego parcia obrzeża zewnętrznego koła przedniej osi na szynę powstaje siła tarcia zatrzymująca ruch tego koła, wskutek czego przednia oś odchyla się od swego normalnego położenia względem wagonu o ile na to pozwalają podłużne luzy pomiędzy maźnicami i widłami maźnicznemi, oraz urządzenia, powodujące powrotny ruch zestawu do położenia normalnego.

Przy takiem odchylaniu się przedniej osi od jej normalnego położenia wewnętrzne koło tego zestawu przesuwa się naprzód, a wagon zajmuje położenie ukośne względem toru, przyczem tylna część wagonu zbliża się do wewnętrznej szyny.

Po zbliżeniu się tylnej części pudła wagonu do wewnętrznej szyny, tylna oś usuwa się zpoczątku pod pudło wagonu o tyle, o ile pozwala na to luz pomiędzy ślizgiem maźnicy i widłami tylnej osi, a potem następuje ślizganie się po szynach, przyczem obrzeże wewnętrznego tylnego koła zbliża się ku wewnętrznej powierzchni wewnętrznej szyny i niekiedy się z nią styka.

Stożkowatość obręczy tylnej osi nie tylko że nie kompensuje różnicy pomiędzy długościami zewnętrznej i wewnętrznej szyny, lecz działa odwrotnie, zmuszając wewnętrzne koło tylnego zestawu do zabiegania naprzód, ponieważ koło biegnąc po torze wewnętrznym ma okrąg toczny większy niż koło biegnące po torze zewnętrznym.

Pod wpływem tego zjawiska tylny zestaw stara się przyjąć położenie pochyłe względem podłużnej osi wagonu podobnie jak przedni, a wtedy oś tylnego zestawu kół przyjmie położenie promieniowe względem łuku.

Jak było zaznaczone wyżej, przedni zestaw odchylił się od położenia promieniowego, przyczem zajął położenie równoległe do tylnego zestawu.

Z obliczeń wypada, że u dwuosiowego wagonu, tylna oś może zająć położenie promieniowe wtedy, kiedy rozstęp osi nie jest więk=

szy ponad 5 metrów, łuk nie jest mniejszy od 500 m., a suma luzów pomiędzy obrzeżami kół i wewnętrznemi bocznemi powierzchniami szyn ma około 25mm.

W wagonach o większym rozstępie osi, tylna oś nie dochodzi do promieniowego położenia, a rzut geometrycznej osi tylnego zestawu kół na płaszczyznę toru przechodzi z tyłu środka łuku.

Gdyby rozstęp osi wagonu: był nawet tak mały, że tylna oś mogłaby zajmować położenie wysunięte naprzód względem promieniowego, jednakże to nie nastąpi, gdyż przy dążności zabiegania naprzód wewnętrznego koła tylnego zestawu kół, obrzeże tego koła odsuwa się od wewnętrznego boku wewnętrznej szyny, wywołując przez to siłę, działającą w kierunku ruchu obrzeża i obracającą wagon dokoła punktu przylegania zewnętrznego koła przedniej osi do zewnętrznej szyny. Wskutek tego ukośne położenie wagonu zmniejsza się, a tylna oś zbliża się swem położeniem do kierunku promieniowego.

Krócej mówiąc <u>w dwuosiowym wagonie biegnącym po łuku obrzeże zewnętrznego koła przedniej osi stale styka się z zewnętrzną szyną, tylna oś zaś zajmuje położenie albo promieniowe względem krzywizny toru, albo rzut tej osi na płaszczyznę toru przechodzi poza środkiem krzywizny.</u>

W pierwszym wypadku obrzeże wewnętrznego koła tylnej osi wagonu podchodzi bliżej, lub dalej do wewnętrznej krawędzi wewnętrznej szyny; w drugim – obrzeże wewnętrznego koła styka się z wewnętrzną szyną.

To co wyżej powiedzieliśmy o ruchu dwuosiowego wagonu zostało potwierdzone doświadczeniami wykonanemi we Francji w 1891 r. przez inż. Dédui na st. Drué.

Ustawienie się wagonu w powyższy sposób następuje wskutek tego, że podczas biegu wagonu, lub parowozu w łuku każdy punkt jego ma dążność opisywania łuku dokoła środka M łuku toru (rys. 49).

Siła pociągowa poruszająca wagon działa w kierunku XX. Punkt S tylnego zestawu kół będzie miał skłonność przesuwania się po promieniu SM, a nie po linji XX, ponieważ podczas ruchu powstaje siła składowa p siły pociągowej K, która będzie przysuwać tylny zestaw do wewnętrznej szyny tak długo, aż siła KS nie będzie skierowana wzdłuż stycznej do łuku w punkcie S t.j. do chwili gdy tylna oś ustawi się po promieniu łuku toru.

Z opisu powyższego wnioskujemy również, że przy ruchu wagonu w łuku zestawy kół pozostają równoległe jak przy ruchu na torze pros=

łolinjowym, a płaszczyzny kół jednakowej nazwy (zewnętrznego lub wewnętrznego) dwuch zestawów są także równoległe i znajdują się w odległości, równej sumie przesunięć zestawów kół w kierunku prostopadłym do osi toru.

Obrzeże przedniego koła przylega do szyny nie w punkcie znajdującym się na prostopadłej przeprowadzonej ze środka koła do szyny t.j. nie w punkcie A' (rys. 47). Punkt nabiegania A znajduje się na 10–15 mm. niżej ~~górnej~~ powierzchni główki szyny, w odległości od punktu A' około 100 mm dla kół o średnicy 1000 mm. Ponieważ ta odległość w stosunku do rozstępu sztywnego jest nie wielka, to za punkt nabiegania przyjmujemy zwykle p. A'.

Wagon lub parowóz przy biegu w łuku może ustawić się w dwojaki sposób:

1) Statyczny, t.j. taki jaki był opisany wyżej – wtedy siła bezwładności jest większa od siły odśrodkowej – dzieje się to przy małych lub średnich prędkościach.

2) Dynamiczny, kiedy siła odśrodkowa osiągnie taką wielkość, że zespoły kół zostaną przyciśnięte do zewnętrznej szyny; zjawisko te zachodzi przy dużych prędkościach jazdy.

Przy dynamicznem ustawieniu się pojazdu bieg jest spokojniejszy i równomierniejszy, ponieważ nacisk wagonu lub parowozu na zewnętrzną szynę przenosi się zapomocą kilku zestawów kołowych.

Przechodzenie taboru przez łuki może być zbadane analitycznie, lub ~~też~~ wykreślnie. Dla pojazdów o małej ilości osi stosuje się zwykle analityczny sposób, dla znacznej zaś ilości sposób graficzny w skali skażonej, znany pod nazwą metody E. Roy'a

Obliczmy rozstęp osi dwuosiowego wagonu z nieprzesuwnemi (sztywnemi) zestawami kół, przy którem oś tylna może ustawić się w kierunku promienia przechodzącego przez środek łuku. Opierając się na podanem wyżej opisie zachowania się takiego dwuosiowego wagonu podczas statycznego przechodzenia przez łuk, położenie osi będzie odpowiadało rys. 50.

Oznaczmy przez:

R – promień łuku zewnętrznego toru szyn

d – rozstęp skrajnych zestawów wagonu

σ – sumę luzów w łuku pomiędzy obrzeżem koła, a boczną wewnętrzną krawędzią szyny dla obydwu kół (przesuwność poprzeczna osi w łuku)

σ_1 – suma luzów pomiędzy obrzeżami kół, a ~~szynami~~ na torze prostolinijnym, najmniejszy wymiar tego luzu mamy 10 mm.

(2×5), przy największem starciu obrzeża dochodzi do 25 mm (przesuwność poprzeczna osi na torze poziomym, prostolinijnym).

σ_2 - poszerzenie toru w łuku, zależne od promienia i wynoszące według przepisów niemieckich kolei:

$R =$	800	700	600	500	400	325	250	200	150	100	m.
$\sigma_2 =$	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	mm.

choć zwykle σ_2 max. ograniczone bywa wymiarem 25 mm.

Znaczy normalnie

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = 10 + 25 = 35\ mm.$$

Na rys 51 pokazane normalne położenie obręczy względem szyny przy luzie $2 \times 5 = 10$.

Dla obliczenia poszerzenia toru w łuku może służyć wzór prof. Wasiutyńskiego.

$$\sigma_2 = \frac{(1000 - R_w)^2}{20000} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (243)$$

Uwzględniając że dla promienia $R = 370$ i mniejszych trzeba brać

$$\sigma_{2max} = 20\ mm.$$

Z rys. 50 mamy:

$$d^2 = \sigma(2R - \sigma) = 2R\sigma - \sigma^2$$

Odrzucając σ^2 jako wielkość bardzo małą otrzymamy:

$$d^2 \cong 2R\sigma \ ; \ d \cong \sqrt{2R\sigma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (244)$$

albo

$$\sigma = \frac{d^2}{2R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (245)$$

Jeżeli $d > \sqrt{2R\sigma}$, to wagon i zestawy kół zajmą położenie, pokazane na rysunku 53, zanim siła odśrodkowa (przy większej prędkości jazdy V) nie odsunie całkowicie tylnego zestawu kół nazewnątrz.

Jeżeli wagon z osiami sztywnemi t.j. nieprzesuwnemi biegnie po łuku - to przedni zestaw swojem zewnętrznem kołem nabiega na odpowiednią szynę i przecina pod pewnym kątem „nabiegania" α (rys. 50) wielkość którego zależy od rozstępu d osi sztywnych i luzu σ. pomiędzy obrzeżem koła, a szyną.

Kąt nabiegania jest to kąt który tworzy geometryczna oś zestawu AA_1 z promieniem łuku OA przechodzącym przez punkt nabiegania koła na szynę.

W rzeczywistości punkt nabiegania koła na szynę (rys. 47) nie leży w płaszczyźnie pionowej przechodzącej przez geometryczną oś symetrji zestawu kół, a jest wysunięty naprzód, w odległości

$$l = \sqrt{r_1^2 - r^2}$$

przyczem $r_1 = r + 10$ lub $r + 30$, w zależności od stanu zużycia obrzeża.

W tych wypadkach, gdy badamy ustawienie się jednostki taboru w łuku i powyższą okoliczność przyjmujemy pod uwagę - oznaczamy to na rysunku obrzeża zestawu kół grubą linją odpowiedniej długości l (rys.52).

Jeżeli parowóz lub wagon nie ma możności przesunąć się w kierunku poprzecznym, jak to pokazano dla dwuosiowego wagonu na rys.54, to mówimy, że jest zakleszczony - ma to miejsce w tym wypadku, gdy $\sigma = 0$, punkt nabiegania obrzeży obręczy, jest zarazem punktem przylegania obręczy do szyny.

Na rys.54 położenie I odpowiada wpisywaniu się dwuosiowego wagonu w łuku o szerokości toru S; położenie zaś II wynika z położenia I w miarę tego jak zwiększamy poszerzenie toru w łuku, odsuwając wewnętrzną szynę od zewnętrznej A z położenia B do położenia B'.

Tylna oś pod wpływem ciśnienia szyny na koło zbliża się do położenia promieniowego.

Z tegoż rysunku widzimy, że poszerzając tor zarazem zwiększamy kąt nabiegania, który z wielkości α_1 dochodzi do wielkości β_1 ($\beta_1 > \alpha_1$).

Wyprowadzimy teraz dwa wzory określające położenie wagonu w łuku z osiami przesuwnemi. Jeden dla obliczenia odległości δ środka krzywizny od rzutu osi tylnego zestawu, t.j. w tym wypadku kiedy tylna oś nie jest radjalna do łuku toru (rys.55).

Drugi wzór dla określenia wielkości luzu z pomiędzy obrzeżem wewnętrznego koła tylnej osi i boczną krawędzią szyny, wtedy kiedy oś zajmuje położenie radjalne względem łuku toru (rys.56).

Niech R_i - oznacza promień krzywizny wewnętrznej szyny

S - szerokość toru

d - rozstęp osi

σ - suma luzów pomiędzy obrzeżami kół i boczną wewnętrzną krawędzią szyny

C - swobodne przesunięcie osi wpoprzek wagonu (rys.55 i 56)

Z rys.55 mamy:

$$\delta^2 = AC\,(2R_i - AC)$$

$$(d - \delta)^2 = AD\,(2R_i - AD)$$

$$AD = AC + CB + DB = AC + C + \sigma$$

Odrzucając kwadraty AD i AC jako bardzo małe wielkości w porównaniu z R_i otrzymamy:

$$\frac{\delta^2}{2R_i} = AC\ ; \quad \frac{(d-\delta)^2}{2R_i} = AD = AC + C + 6$$

$$\frac{(d-\delta)^2}{2R_i} - \frac{\delta^2}{2R_i} = 6 + C$$

$$d^2 - 2d\delta + \delta^2 - \delta^2 = 2R_i(6 + C)$$

$$\delta = \frac{d}{2} - \frac{R_i}{d}(6 + C)$$

Z rys 56 mamy
$$d^2 = AD(2R_i - AD)$$

$$AD = CD - AC = CB + BD - AC = C + 6 - z$$

Odrzucając AD w kwadracie jako wielkość małą w porównaniu z R_i - otrzymamy:
$$d^2 = 2R_i \cdot AD$$

oraz
$$z = C + 6 - \frac{d^2}{2R_i}$$

Można przyjąć dalej $R = R_i$, a wtedy obydwa wzory wyrażą się tak:

$$\delta = \frac{d}{2} - \frac{R}{d}(6 + C) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (246)$$

$$z = C + 6 - \frac{d^2}{2R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (247)$$

Mając wielkości d, 6 i z można już określić położenie wagonu w łuku toru.

Z powyższych przykładów widzimy, że nawet dla tak prostej jednostki taboru kolejowego jak wagon dwuosiowy - analityczny sposób zachowania się jego w łuku nastręczają niemałe trudności; dlatego w praktyce obecnie używa się przeważnie wykreślnego sposobu Roy'a, zapomocą którego otrzymuje się odstępy obrzeży kół pojazdu od szyny.

Stosując przy sposobie graficznym jednakową skalę dla wszystkich elementów - nie otrzymalibyśmy dokładnych wymiarów, określających położenie wagonu, ponieważ wielkość promienia łuku waha się w granicach od 150 do 1500 m., szerokość toru wynosi tylko 1,435 m, a odległość obrzeży od szyn wyraża się wielkością od 10 do 35 mm.

Oczywiście, że przy jednakowej skali, odległości obrzeży od szyn byłyby tak małe, że o ich dokładnem pomiarze nie może być mowy, a tymczasem jest to najważniejszy wymiar, określający swobodne wpisywanie się wagonu w łuku.-

Jnż Roy zaproponował skażoną skalę (niejednolitą) wychodząc z następujących założeń.

Rozpatrując ustawienie się dwuosiowego wagonu w łuku zgodnie z rysunkiem 50 zakładając że obydwa koła zestawu są zsunięte do siebie, spłaszczone i leżą w płaszczyźnie pionowej, przechodzącej przez podłużną oś pojazdu - otrzymamy wówczas, że jednostka taboru będzie posiadała tylko dwa wymiary - długość i wysokość, bo szerokość sprowadzona została do zera.

Rzutem tak zmodyfikowanego pojazdu będzie linja prosta AB (rys. 57) na której osie oznaczymy punktami A i B (porównaj z rys. 50) odległość między niemi AB będą odpowiadać rozstępowi d między osiami.

Przy takich założeniach i mając na widoku że znaleziona poprzednio przesuwność osi w łuku ma wielkość $BC = \sigma$ - otrzymamy z (rys. 57) odrzucając σ^2 jako wielkość małą w porównaniu z R $(d^2 = \sigma(2R - \sigma))$

$$d^2 = \sigma \cdot 2R \quad ; \quad \sigma = \frac{d^2}{2R}$$

Jeżeli oznaczymy w jednolitej skali wielkość promienia zewnętrznego przez R, rozstęp osi przez d i luz przez σ, a odpowiednie wielkości w skali skażonej (niejednolitej) przez R', d' i σ', to biorąc pod uwagę bardzo małą wielkość σ w stosunku do R i d, wyrazimy ją w skali naturalnej i wtedy $\sigma = \sigma'$.

Przyjmujemy teraz dla d' skalę równą $1:n$ t.j. $d' = \frac{d}{n}$ i oznaczając szukaną skale dla R', przez X, otrzymamy ją z następującego równania

$$\sigma = \frac{d^2}{2R}$$

$$\sigma' = \frac{d'^2}{2R'} = \frac{\left(\frac{d}{n}\right)^2}{\frac{2R}{X}}$$

Ponieważ $\sigma = \sigma'$

to

$$\frac{d^2}{2R} = \frac{\left(\frac{d^2}{n}\right)}{\frac{2R}{X}}$$

Skąd $X = n^2$

Z tego wynika, że przy zredukowanej skali dla d i R w powyższy sposób otrzymamy w naturalnej wielkości σ - odległość obrzeży od szyn.

Jeżeli przez b oznaczymy wielkość zmniejszonej skali dla całego rysunku wykresu Roy'a, to dla odstępów obrzeży od szyn σ otrzymamy skalę $\frac{1}{b}$, dla rozstępu osi d skalę $\frac{1}{bn}$, a dla promieni łuków R - skalę $\frac{1}{bn^2}$ w zestawieniu podane są skale najczęściej stosowane w praktyce.

Zestawienie

Skala dla n	b = 1			b = 2		
	σ	d	R	σ	d	R
8	1/1	1/8	1/64	1/2	1/16	1/128
10	1/1	1/10	1/100	1/2	1/20	1/200
12	1/1	1/12	1/144	1/2	1/24	1/288
15	1/1	1/15	1/225	1/2	1/30	1/450

Dokładną wielkość strzałki łuku, którą oznaczymy przez σ_0 otrzymamy nie z równania $\sigma = \frac{d^2}{2R}$ lecz z równania

$$\sigma_0 = R - \sqrt{R^2 - d^2}$$

rozwijając drugą część równania w szereg otrzymamy:

$$\sigma_0 = R - R + \frac{1}{2}\cdot\frac{d\cdot d}{R} + \frac{1}{8}\left(\frac{d}{R}\right)^3 d + \frac{1}{16}\left(\frac{d}{R}\right)^5 d = \frac{d^2}{2R} + \frac{1}{8}\left(\frac{d}{R}\right)^3 d + \frac{1}{16}\left(\frac{d}{R}\right)^5 d$$

biorąc pod uwagę pierwszy człon otrzymamy

$$\sigma = \frac{d^2}{2R}$$

a wtedy dopuszczalny błąd wyniesie

$$\Delta\sigma = \sigma_0 - \sigma = \frac{1}{8}\left(\frac{d}{R}\right)^3 d + \frac{1}{16}\left(\frac{d}{R}\right)^5 d + \ldots\ldots$$

odrzucając człon drugi i następne jako nieskończenie małe

$$\Delta\sigma = \frac{1}{8}\left(\frac{d}{R}\right)^3 d$$

Omyłka ta przy wykresie w skali nie skażonej byłaby nieznaczna - np. weźmiemy $R = 100$ m, $d = 4$ m. $\Delta\sigma = 0{,}032$ mm. tymczasem gdy w skali skażonej zamiast d weźmiemy $\frac{d}{n}$, a dla R - $\frac{R}{n^2}$, omyłka może być tak znaczna, że z nią trzeba się liczyć.

Jeżeli określamy rzeczywistą wielkość strzałki σ w nieskażonej skali podług wzoru:

$$\sigma_0 = \frac{d^2}{2R} + \frac{1}{8}\left(\frac{d}{R}\right)^3 d + \frac{1}{16}\left(\frac{d}{R}\right)^5 d$$

to dla skażonej skali σ_0' otrzymamy z powyższego wzoru

$$\sigma_0' = \frac{\frac{d^2}{n^2}}{2\frac{R}{n^2}} + \frac{1}{8}\left(\frac{\frac{d}{n}}{\frac{R}{n^2}}\right)^3 \frac{d}{n} + \frac{1}{16}\left(\frac{\frac{d}{n}}{\frac{R}{n^2}}\right)^5 \frac{d}{n} + \cdots$$

$$= \frac{d^2}{2R} + \frac{1}{8}\left(\frac{d}{R}\right)^3 dn^2 + \frac{1}{16}\left(\frac{d}{R}\right)^5 dn^4 + \cdots$$

Różnica pomiędzy strzałką w skażonej skali i w zwykłej będzie:

$$\Delta\sigma = \sigma_0' - \sigma_0 = \frac{d^2}{2R} + \frac{1}{8}\left(\frac{d}{R}\right)^3 d\,n^2 + \cdots - \left[\frac{d^2}{2R} + \frac{1}{8}\left(\frac{d}{R}\right)^3 d + \cdots\right]$$

$$= \frac{1}{8}\left(\frac{d}{R}\right)^3 d\left(n^2-1\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (248)$$

Jak widzimy omyłka ta wzrasta w miarę zwiększania się rozstępu sztywnego (połowy cięciwy) i w miarę zmniejszania się promienia łuku; dlatego przy badaniu przechodzenia przez łuki taboru wąskotorowego sposób ten może dać błędne wskazówki, ponieważ łuki są o małem promieniu, a rozstęp osi stosunkowo wielkie do promienia.

Np. weźmy $R = 30\,m.$ i $d = 3\,m.$, wartości używane na kolejach wąskotorowych, to przy $n = 10$, ze wzoru 248 otrzymamy:

$$\Delta\sigma = \sigma_0' - \sigma_0 = \frac{1}{8}\left(\frac{3}{30}\right)^3 \cdot 3\left(10^2-1\right) = 0{,}037\,m = 37\,mm.$$

przy $n = 15$ otrzymamy $\Delta = \left(\frac{3}{30}\right)^3 \cdot 3\left(15^2-1\right) = 0{,}046 = 46\,mm.$

Mając zadane wielkości R i d i obierając $\Delta\sigma$ takie, żeby ten błąd w praktyce był dopuszczalny, to n musimy obliczyć ze wzoru takiego

$$n = \sqrt{\frac{8R^3 \cdot \Delta\sigma}{d^4} + 1}$$

Jeżeli dopuszczalny błąd przyjmiemy 2 mm, to dla poprzedniego przykładu

$$n = \sqrt{\frac{8 \cdot 30^3 \cdot 0{,}002}{34} + 1} \neq 2{,}5$$

Przy $n = 2{,}5$ i $b = 1$ promień łuku na rysunku wynosiłby $\frac{30000}{(2{,}5)^2} = 4800\,m/m.$ wykreślenie cyrklem łuku o takim promieniu na zwykłej rysownicy byłoby niemożebne.

Z powyższego staje się zrozumiała ~~zależność~~ zależność wyników wykresów Roy'a od obranej skali i potrzeba przyjmowania małych wartości dla n, szczególnie przy małych promieniach łuków i względnie długim rozstępem sztywnych osi taboru kolejowego; ~~małą~~ dużą wartość n można stosować w wykresie Roy'a tylko przy łukach o dużem promieniu.

Bardzo często przyczyną niedokładności metody Roy'a przypisują niezupełnej dokładności wyrażenia na strzałkę toru $\frac{d^2}{2R}$, gdy tymczasem jak widzieliśmy powyżej wpływ skali wykresu ma pierwszorzędne znaczenie.

Przy rysowaniu łuków w wykresie Roy'a powstają także pewne wątpliwości, wskutek czego spotykamy aż trzy sposoby w zależności od wzajemnego położenia promienia zewnętrznego (r_z) i wewnętrznego (r_w).

Sposoby	r_z	r_w	Uwagi
1	$\frac{R}{bn^2} + \frac{\sigma}{2b}$	$\frac{R}{bn^2} - \frac{\sigma}{2b}$	$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = (10 \div 3$ do $10 \div 25)$ mm.
2	$\frac{R}{bn^2} + \frac{\sigma_z}{b}$	$\frac{R}{bn^2} - \frac{\sigma_w}{b}$	$\sigma_z = 5$ mm. $\sigma_w = (5 \div 3)$ do $(5 \div 25)$ mm.
3	$\frac{R}{bn^2}$	$\frac{R}{bn^2} - \frac{\sigma}{b}$	σ - jak w sposobie 1

Żaden z powyższych sposobów nie odpowiada rzeczywistości.

Najczęściej jest stosowany sposób 3.

Przy wyrysowaniu osi pojazdu (wagonu, lub parowozu) przedstawiającej zależność w łuku pomiędzy r_z i r_w (rys. 58) powstaje pytanie, jak mierzyć odchylenia poszczególnych punktów A i B, czy prostopadle do osi pojazdu $f'p$, $f''p$, czy promieniowo $f'r$, $f''r$.

Rysując położenie w łuku metodą Roy'a dwuch sprzęgniętych pojazdów należy do wyników odnosić się z dużą ostrożnością, ponieważ otrzymane wartości odchyłek obrzeży od szyn mogą znacznie różnić się od rzeczywistych, przytem niewiadomo w jakim kierunku, t.j. czy będą mniejsze, czy większe od rzeczywistych.

Inż. dr. Vogel w czasop. „Organ f.d. Fd. Eisbahn wesens" podał nowy sposób rachunkowo-wykreślny geometrycznego przedstawienia pojazdów w łukach który jest dokładniejszy od sposobu Roy'a, szczególnie dla małych promieni łuków i względnie znacznych wartości rozstępów między skrajnemi sztywnemi osiami. Sposób ten polega na zastosowaniu dwuch skal $\frac{1}{b}$ dla odchyłek łuku (odstępy obrzeży), a $\frac{1}{bn}$ dla odległości od prostopadłej do stycznej w wierzchołku.

Ze sposobem Vogel'a zapoznamy się bliżej przy projektowaniu parowozów z uwzględnieniem przechodzenia przez łuki o małych promieniach i względnie długich pojazdach; jeżeli zaś mamy do czynienia z łukami o znacznych promieniach poczynając od R=150 m. i krótkich stosunkowo pojazdach, stosowanych obecnie na naszych normalnotorowych (1435 mm) kolejach, to wtedy możemy korzystać z wykresu Roy'a, szczególnie przy n=10.

Dla wyjaśnienia, jak korzystać z metody Roy'a, na rys. 58 pokazane statyczne ustawienie się towarowego parowozu Ty23 (1-5-0) PKP w łuku o promieniu R=190 i określenie odstępów obrzeży od szyn. Kreślimy z tego samego środka dwa koła, jedno promieniem

$R_z = 190$ m., a drugie $R_w = 19000 - (10+14)^{*)}$ mm. Promień wewnętrzny bierzemy mniejszy o cały luz w łuku, ponieważ w praktyce poszerzenie toru uskutecznia się przez odpowiednie odsunięcie wewnętrznej szyny.

Parowóz Ty23 ma oś toczną Bissel'a z bocznemi przesuwami po 80 mm. na każdą stronę, sztywny rozstęp stanowi odległość pomiędzy 1 i 4^{a} osią dowiązaną, 2^{ga} i 5ta mają przesuwy po 30 mm., a napędna 3^{cia} oś ma zwężenie obrzeża o 10 mm.

Przy jeździe naprzód, gdy 1 koło dowiązane jest przyciskane do szyny zewnętrznej toru - zestaw ten wtedy prowadzi parowóz w łuku, oś toczna Bissel'a przesunęła się o 65 mm, drugi dowiązany zestaw przesuwa się ku szynie zewnętrznej o 22 mm., 5 dowiązany zestaw ku szynie wewnątrz na 19 m/m. 3^{a} napędny wymaga zwężenia obrzeży o 5 mm. (w rzeczywistości wykonano 10 mm) 4^{a} dowiązana przylega do szyny wewnątrz.

Przy jeździe wstecz - prowadzi nie 4^{a} oś dowiązana, a 5^{a}, ponieważ przylega do zewnętrznej szyny.

Z wykresami dynamicznego ustawiania się parowozów i innych typów parowozów będziemy mieli do czynienia przy wykonywaniu projektów dyplomowych parowozów.

Sprawa metody Roy'a, Vogla i inż W. Wistoucha zastosowano w fabryce H. Cegielskiego przy projektowaniu pośpiesznych ciężkich parowozów w roku 1931 i 1932 będzie omówiona w części kursu parowozów traktującej ~~go~~ o swobodnem biegu nowoczesnych parowozów w łukach.

<u>Siła odśrodkowa.</u> Rozpatrzmy teraz siłę odśrodkową, jaka powstaje przy wejściu wagonu o wadze Q na łuk o promieniu R. Jeżeli prędkość wagonu wynosi v, a ziemskie przyśpieszenie g, to siła odśrodkowa będzie:

$$C = \frac{Q}{g} \cdot \frac{v^2}{R}$$

Pod wpływem tej siły wagon przesunie się w stronę zewnętrznej szyny. Aby tego uniknąć, zewnętrzną szynę układają na łukach wyżej niż wewnętrzną o tyle, aby przy największej prędkości v siła odśrodkowa była równoważona przez rzut wagi wagonu na kierunek siły odśrodkowej

Z podobieństwa $\Delta\, abc \sim \Delta\, a'b'c'$ i przyjmując w przybliżeniu $s' = s$ (rys 60) mamy:

$$h : s' = \frac{Q}{g} \cdot \frac{v^2}{R} : Q \; ; \quad h = s \frac{v^2}{gR} \qquad (249)$$

---

*) Dla $R = 190$ i $6_z = 24$

Oprócz wyżej wymienionego podniesienia zewnętrznej szyny dla swobodniejszego ruchu wagonu zwiększa się na łukach szerokość toru o wielkość σ_2, odkładając ją od osi toru w kierunku środka krzywizny toru.

Oczywiście σ_2 bierzemy tem większe, im mniejszy jest promień łuku, aby wagon mógł jednakowo łatwo przechodzić łuki o mniejszej i większej krzywiźnie.

<u>Wzory dla obliczenia oporów w łuku</u>. Dla określenia oporu w łuku można korzystać z wzorów teoretycznych, albo praktycznych, opartych na podstawie badań. Będziemy posługiwali się temi ostatniemi, ponieważ wielkości z nich otrzymane dają wyniki zadawalające.

Poniżej podamy parę takich wzorów.

1) Wzór ułożony na podstawie doświadczeń w roku 1868 na kolei Paryż - Orlean

$$k_7 \, {}^{kg}/_{t} = 1000 \frac{V}{R^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (250)$$

gdzie k_7 oznacza szukany opór w kg. na tonnę wagi pociągu, V - prędkość w km/godz. R - promień łuku w m.

Wzorem tym nie można dziś posiłkować się, ponieważ daje za małe wielkości oporu przy dzisiejszych warunkach eksploatacji kolei.

2) Na zasadzie badań przeprowadzonych przez Röckla na kolejach Bawarskich w 1876 r. otrzymano wzór znany pod nazwą wzoru Röckla

$$k_7 \, {}^{kg}/_{t} = \frac{650,4}{R_m - 55} \text{ dla } R > 300\,m. \quad \ldots \ldots \ldots (251)$$

gdzie R oznacza promień krzywizny w m.

$$k_7 \, {}^{kg}/_{t} = \frac{500}{R - 30} \text{ przy } R < 300\,m \quad \ldots \ldots \ldots (252)$$

Wzór Röckla nie uwzględnia wpływu rozstępu osi na wielkość oporu; następne wzory tę okoliczność uwzględniają.

3) Wzór kolei Saskich

$$k_7 \, {}^{kg}/_{t} = 21 \frac{4l + l^2}{R - 45} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (253)$$

k_7 - opór w kg na tonnę wagi pociągu R - promień łuku w m.; l - rozstęp pomiędzy osiami w m.

4) Frank radzi używać wzoru Röckla tylko dla parowozów, dla wagonów podaje następujące wzory:

$$k_7 \, {}^{kg}/_{t} = \frac{d_m}{R_m}\left(180 - \frac{1000\, d_m}{R_m}\right) \text{ pociągi osobowe} \quad \ldots \ldots (254)$$

$$k_7 \, {}^{kg}/_{t} = \frac{d_m}{R_m}\left(180 - \frac{2000\, d_m}{R_m}\right) \text{pociągi towarowe} \quad \ldots\ldots \quad (255)$$

przyczem d oznacza rozstęp osi w m., a R-promień krzywizny w m.

W 4-osiowych wagonach na wózkach d-oznacza rozstęp pomiędzy osiami wózka.

Wielkości oporów, otrzymywane dla wagonów ze wzoru Röckla są zaduże, dlatego lepiej posiłkować się wzorami Kolei Saskich, lub Francka, ponieważ wielkości otrzymane z nich zgadzają się lepiej z wynikami praktyki. Opór w łuku może być oznaczony, jako opór na pochyłości, jemu równoważny. A więc jeżeli mamy do czynienia ze wzniesieniem i ‰, na którem mamy także łuk, to oznaczywszy opór wskutek wzniesienia przez W_w, a równoznaczny oporowi w łuku przez $W_{wł}$, możemy przyjąć jako opór zastępczy.

$$w_i' = w_w + w_{wł} \text{ kg/tonn.}$$

8 Opór wskutek bezwładności wagonu podczas zmiany prędkości.

Chcąc zmienić prędkość biegnącego wagonu trzeba przyłożyć do niego nową siłę oprócz tych, które już działają dla pokonania oporów wyżej wymienionych.

Ruch całego wagonu możemy rozpatrywać jako złożony z ruchu postępowego, prostolinijnego, równoległego do toru pudła wagonu i zestawów kół, oraz ruchu obrotowego zestawów kołowych około ich geometrycznej osi.

Jeżeli oznaczymy przez P-wagę wagonu, przez g-jak zwykle przyśpieszenie ziemskie, przez K_8' siłę działającą na pudło, która wywołuje przyśpieszenie $\frac{dv}{dt}$ wtedy możemy napisać, że:

$$K_8' = \frac{P}{g} \cdot \frac{dv}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (256)$$

Oznaczmy teraz przez K_8'' siłę, którą trzeba przyłożyć do środka ciężkości zestawu kół (rys.61), aby zmienić ich prędkość. Rozpatrzmy szczegółowo ruchy poszczególne zestawu.

W zależności od zmiany prędkości ruchu postępowego zestawu kół, zmienia się także prędkość kątowa. Zmiana prędkości kątowej powstaje pod wpływem zewnętrznej siły, działającej na powierzchni przylegania koła do szyny. Siłę tę oznaczymy literą X. Jest ona składową siły przyczepnej, powstającej wskutek nacisku koła na szynę i działa w kierunku równoległym do szyn.

Ruch zestawu kół wskutek tego odbywa się pod wpływem następujących czterech sił: siły K''_s, działającej w kierunku ruchu równolegle do toru, siły ciężkości zestawu kół i pudła wagonu, działającej w kierunku pionowym $= P+p$, reakcji szyn N prostopadłej do szyny i wreszcie z wyżej wspomnianej siły X. Kierunek działania pionowych trzech sił przechodzi przez oś geometryczną zestawu.

Ułóżmy wzór dla obliczenia siły bezwładności i jej momentu. W tym celu oznaczymy przez m - masę dowolnego punktu materjalnego zestawu kół, znajdującego się w odległości ρ od osi geometrycznej zestawu. Prędkość takiego punktu w kierunku równoległym do toru wyniesie

$$v + \omega \cdot \rho \sin\alpha$$

jeżeli v - oznacza prędkość postępową całego zestawu, ω - prędkość kątową, a promień ρ tworzy z kierunkiem toru w danej chwili $\angle\alpha$.

Jnaczej

$$v + \omega\rho\sin\alpha = v + \frac{v}{r}\rho\sin\alpha = v\left(1 + \frac{\rho}{r}\sin\alpha\right)$$

Przyspieszenie w tymże kierunku wyniesie

$$\frac{dv}{dt}\left(1 + \frac{\rho}{r}\sin\alpha\right)$$

Z dynamiki wiemy, że w każdym dowolnym systemie punktów materjalnych, siły zewnętrzne i siły bezwładności utrzymują się wzajemnie w równowadze. Z powyższego zatem wynika, że równania warunkujące równowagę sił zewnętrznych działających na zestaw kół i siły bezwładności tego zestawu będą: suma rzutów tych sił na oś równoległą do toru i suma momentów tychże sił względem środka ciężkości zestawu O - powinna równać się zeru. Rzut siły bezwładności elementu m na prostą równoległą do toru będzie:

$$m\frac{dv}{dt}\left(1 + \frac{\rho}{r}\sin\alpha\right)$$

a całego zestawu

$$\sum m\frac{dv}{dt}\left(1 + \frac{\rho}{r}\sin\alpha\right) = \frac{dv}{dt}\left(\sum m + \sum m\frac{\rho}{r}\sin\alpha\right)$$

lecz $\sum m\frac{\rho}{r}\sin\alpha = 0$, albowiem składa się z wyrazów równych, ale o znakach przeciwnych. Zatem suma rzutów sił bezwładności (sił odwrotnych do czynnych) na kierunek szyn - równa się:

$$\frac{dv}{dt}\sum m$$

Moment siły bezwładności zestawu kół względem punktu O będzie

$$\sum\rho m\frac{d(v\sin\alpha + \omega\rho)}{dt} = \sum\rho m\frac{d(v\sin\alpha)}{dt} + \sum\rho m\frac{d\left(\frac{v}{r}\rho\right)}{dt} =$$

$$=\frac{dv}{dt}\sum m\cdot\rho\cdot\sin\alpha+\frac{dv}{dt}\sum m\rho\frac{\rho}{r}=0+\frac{dv}{dt}\sum\frac{m\rho^2}{r^2}=\frac{J}{r}\cdot\frac{dv}{dt}$$

J – oznacza moment bezwładności koła.-

Teraz możemy ułożyć równania warunkujące równowagę sił:

$$\frac{p}{g}\cdot\frac{dv}{dt}=K_8''-X \quad \ldots\ldots \quad (257)$$

tak samo

$$\frac{J}{r}\cdot\frac{dv}{dt}=r\cdot X \quad \ldots\ldots \quad (258)$$

Podstawiając do równania (257) wielkość X określoną z równania (258) i mając na widoku że $\frac{J}{r^2}=0{,}54\frac{p}{g}$ (patrz opór na złączach) otrzymamy:

$$K_8''=\left(\frac{p}{g}+\frac{J}{r^2}\right)\frac{dv}{dt}=\left(\frac{p}{g}+0{,}54\frac{p}{g}\right)\frac{dv}{dt}=1{,}54\frac{p}{g}\cdot\frac{dv}{dt} \quad \ldots\ldots \quad (259)$$

a że

$$K_8=K_8'+K_8''$$

to

$$K_8=\frac{P}{g}\cdot\frac{dv}{dt}+1{,}54\frac{p}{g}\cdot\frac{dv}{dt}=\frac{P+1{,}54\,p}{g}\cdot\frac{dv}{dt} \quad \ldots\ldots \quad (260)$$

p – oznacza tutaj wagę wszystkich zestawów kół wagonu.-

Ogólny opór pojedynczego wagonu przy jednostajnym ruchu.

Na podstawie otrzymanych teoretycznych wzorów składowych części oporu wagonu, możemy obliczyć całkowity opór $W_{kg.}$ na torze prostoliniowym i poziomym, czyli tak zwany opór bieżący, składający się z oporów:

1) Tarcia poślizgowego kół o szyny, wzory: 12, 18, 20, 21.
$$K_1=(0{,}0002\,r+0{,}00033+0{,}4\,tg\beta+0{,}2\,n)(P+p)+z\cdot v,$$

2) Tarcia potoczystego, wskutek toczenia się kół po szynach wzór 30
$$K_2=0{,}00085\,(P+p)$$

3) Tarcia panwi o czopy (tarcie ciał naoliwionych) wzór 172
$$K_3=\mu\frac{d}{D}P$$

4) Uderzeń kół na złączach szyn i ich nierównościach wzory 205ª i 206
$$K_4=\frac{p}{l}(\eta v+z v^2)=0{,}000142\,V^2\frac{(P+p)}{1000}$$

5) Opór powietrza wzór 214
$$K_5=0{,}00554\,FV^2$$

A więc całkowity opór:

$$W_{kg.}=(0{,}0002\,r+0{,}00033+0{,}4\,tg\beta+0{,}2\,n+0{,}00085)(P+p)+z v+\mu\frac{d}{D}P+$$
$$+0{,}000142\,V^2\frac{(P+p)}{1000}+0{,}00554\,FV^2 \quad \ldots\ldots \quad (261)$$

Z wzoru tego widzimy, że zawiera on człony:

1) Proporcjonalne do wagi wagonu $P+p$

2) Proporcjonalne do prędkości w pierwszej potędze - v

3) Proporcjonalne do prędkości w drugiej potędze - v^2.

Oznaczając wagę wagonu $(P+p)_{kg} = 1000\,Q$ tonn możemy napisać wzór ogólny oporu bieżącego (bezwzględnego) wagonu:

$$W_{kg.} = A \cdot Q + B' \cdot v + C' \cdot v^2 (kg) \qquad (262)$$

na tonnę

$$w_{kg/t.} = A + \frac{B'}{Q} v + \frac{C'}{Q} v^2$$

oznaczając

$$\frac{B'}{Q} = B \quad i \quad \frac{C'}{Q} = C$$

otrzymamy opór na tonnę wagi wagonu - opór jednostkowy (względny)

$$w_{kg/t.} = A + B v + C v^2 \qquad (263)$$

Z teoretycznego punktu widzenia należało by zwykle używany wzór 262 zmienić następującym wzorem bardziej dokładnym

$$W_{kg.} = (A + A' v^2) \cdot Q + B' v + C' v^2 \qquad (264)$$

Człon $A' v^2 Q$ - zjawił się tu wskutek tego, że opór uderzeń na złączach i nierównościach szyn zależy od ciężaru wagonu i prędkości w drugiej potędze $\left(0{,}00014\, V^2 \frac{(P+p)}{1000}\right)$

Przy pewnych założeniach spółczynniki A, B', C' wzoru (262), albo A, B', C' i A_1 wzoru (264) mogą być znalezione z powyżej wyprowadzonych teoretycznych wzorów, dla składowych części całkowitego oporu wagonu. W ten sposób obliczone opory $W_{kg.}$ lub $w_{kg/t.}$ mogą jednak nieraz znacznie różnić się od wartości rzeczywistych oporu ruchu wagonu, ponieważ opory zależą od konstrukcji, oraz stanu tak taboru, jak i toru.-

W praktyce posiłkujemy się wzorami empirycznemi, otrzymanemi na podstawie wyników przy badaniu ruchu wagonu.

Kształt tych wzorów zwykle odpowiada wzorowi (263) teoretycznemu

$$w_{kg/t} = A + B \cdot v + C v^2$$

W celu ułatwienia obliczeń mamy wzory uproszczone, nie zawierają one członu z prędkością v w pierwszej potędze, a spółczynniki A, B i C wzoru (263) zamienione są takiemi spółczynnikami a i c, przy których ostateczne wyniki dla wielkości $W_{kg/t.}$ różnią się między sobą nieznacznie; są to np. wzory **Clarka, Strahla** kształtu:

$$w_{kg/t.} = a + c v^2$$

Frank dla otrzymania empirycznego wzoru przy obliczeniu oporu wyszedł ze wzoru teoretycznego (264) odrzucając człon zawierający prędkość v w pierwszej potędze. Wzory Franka są więc takiego typu:

$$W_{kg} = (a + b v^2) Q_t + c F_{mq} v^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (266)$$

a na tonnę

$$w_{kg/t} = (a + b v^2) + c \frac{F_{mq}}{Q_t} \cdot v^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (267)$$

Zanim podamy wzory empiryczne podług których zwykle obliczają opory wagonu, a następnie pociągu postaramy się przy pewnych założeniach podać wielkości bieżącego oporu wagonu według wzoru teoretycznego (261), musimy jednakże założyć: 1) że mamy wagon prawidłowo zmontowany t.j. osie zestawów kołowych są do siebie równoległe i prostopadłe do osi toru, a więc $tg.\ \beta = 0$,
2) że zestawy kół są zupełnie nowe i zmontowane dokładnie, a więc $n = 0$ i $\gamma = 1$,
3) przyjmiemy także, że $\zeta = 0$.
4) Ponieważ ciężar Q_t wagonu bywa podawany w tonnach, to $(P+p)kg = 1000\ Q\ t$.

Następnie przyjmiemy: 1) że ciężar 2^u zestawów kół wagonu wynosi $q = 2t$, a ciężar własny odresorowanej części towarowego wagonu wynosi 8 tonn, to ciężar wagonu próżnego (ciężar własny) wyniesie $Q_t = 8 + 2 = 10$ tonn.
2) Powierzchnię czołową wagonu przyjmiemy $F = 8\,m^2$.
3) Następnie, ponieważ $\mu = 3{,}8 \sqrt{\frac{\eta \cdot \omega}{p}}$, to przyjmiemy smar o $\eta = 0{,}006 \frac{kg}{m^2} sec.$, średnią prędkość biegu wagonu $V = 20\ km/godz.$, średnicę okręgu tocznego kół $d = 1000\ mm.$ średnica czopa $\delta = 100\ mm.$ długość czopa $l = 170\ mm.$, wtedy n - ilość obrotów na minutę obliczymy z równania:

$$\pi d n = \frac{1000\ V}{60}$$

podstawiając wyżej przyjęte wielkości otrzymamy:

$$n = \frac{1000 \cdot 20}{3{,}14 \cdot 1 \cdot 60} = \frac{2000}{6 \cdot 3{,}14} \cong 110$$

ω - prędkość kątowa w zależności od n będzie

$$\omega = \frac{2 \pi \cdot 1 \cdot n}{60} = 0{,}105 \cdot n = 0{,}105 \cdot 110 = 11{,}5$$

p - ciśnienie na cm^2 czopa osi zestawu kołowego

$$p = \frac{\frac{1}{4} \cdot 8000}{17 \cdot 10} = 11{,}75\ kg/cm^2$$

a więc

$$\mu = 3{,}8 \sqrt{\frac{0{,}006 \cdot 11{,}5}{11{,}75 \cdot 10000}} = \frac{3{,}8}{100} \sqrt{0{,}0058} = 0{,}0038$$

Podług wzoru (261) i przy wyżej podanych wielkościach

$$W_{kg} = (0{,}2 + 0{,}33 + 0{,}85) Q_t + 0{,}0038 \frac{100}{1000} (Q - q)_t \cdot 1000 + 0{,}00014 V^2 Q_t + 0{,}00554\, F V^2 \quad \ldots (268)$$

$$w_{kg/t} = 1{,}38 + 0{,}38 \frac{Q_t - q_t}{Q_t} + 0{,}00014\, V^2_{kl/gd.} + 0{,}00554 \frac{F_{mg}}{Q_t} \cdot V^2_{kl/gd.} \quad \ldots\ldots \quad (269)$$

dla $V = 20\ kl/gd$, $Q = 10\,t$. i $Q - q = 8\,t$.

$$W\,kg/t = 1{,}38 + 0{,}3 + 0{,}056 + 1{,}77 = 1{,}68 + 1{,}826 = 3{,}506 \qquad (270)$$

Dla wyjaśnienia zależności oporu od prędkości jazdy i od ciężaru wagonu, a więc i ciężaru pociągu określimy, w powyżej podany sposób opory: 1) dla ciężaru wagonu $Q_t = 10$ przy prędkości jazdy $V = 5$, $V = 20$ i $V = 50$ kl/gd. i dla ciężarów wagonów $Q_t = 15$ i $Q = 20$ przy tych samych prędkościach jazdy co i dla $Q = 10$.

Ciężar zestawu kół, wymiary czopów, średnicę kół przyjmujemy jednakowe dla wagonów o ciężarze 10, 15 i 20 tonn.

Wyniki tych obliczeń podajemy poniżej.

Zestawienie 1.

V kl/gd	5	20	50	Q_t	10	15	20
n	27	110	226	p_{kg/cm^2}	$\frac{2000}{170} = 11{,}75$	$\frac{3250}{170} = 19{,}1$	$\frac{4500}{170} = 26{,}5$
ω	2,8	11,5	27,3				

$$\mu = 3{,}8\sqrt{\frac{n \cdot \omega}{p}}$$

	$\omega = 2{,}8$	$\omega = 15{,}5$	$\omega = 27{,}3$
Przy $p = 11{,}75$ kg/cm²	$\mu = 0{,}0014$	$\mu = 0{,}0038$	$\mu = 0{,}0042$
Przy $p = 19{,}1$ kg/cm²	$\mu = 0{,}0011$	$\mu = 0{,}00218$	$\mu = 0{,}0035$
Przy $p = 26{,}5$ kg/cm²	$\mu = 0{,}0009$	$\mu = 0{,}0016$	$\mu = 0{,}0029$

Dla $Q_t = 10$ tonn i $V_{km/gd} = 20$ znaleźliśmy $W\,kg/t = 3{,}506$; obliczymy teraz $W\,kg/t$ przy $Q_t = 10$ tonn i $V = 5$ kl/gd. i $V = 50$ kl/gd., wykonamy to podług wzoru (261) i danych zestawienia 1.

Dla $V = 5$ kl/gd. mamy:

$$W\,kg/t. = 1{,}38 + 0{,}0014\,\frac{100}{1000}\cdot\frac{8}{10}\cdot 1000 + 0{,}000142\cdot 5^2 + \frac{0{,}00554\cdot 8}{10}\cdot 5^2$$

$$W\,kg/t. = 1{,}38 + 0{,}112 + 0{,}0036 + 0{,}11 = 1{,}492 + 0{,}1136 = 1{,}6056 \qquad (271)$$

Dla $V = 50$ kl/gd. mamy:

$$W\,kg/t. = 1{,}38 + 0{,}0042\,\frac{100}{1000}\cdot\frac{8}{10}\cdot 1000 + 0{,}000142\cdot 50^2 + \frac{0{,}00554\cdot 8}{10}\cdot 50^2$$

$$W\,kg/t. = 1{,}38 + 0{,}336 + 0{,}355 + 11{,}08 = 1{,}716 + 11{,}435 = 13{,}141 \qquad (272)$$

Po obliczeniu w ten sam sposób dla $Q = 15\,t$ przy $V = 5$, 20 i 50 kl/gd. i dla $Q = 20\,t$. także przy $V = 5$, 20 i 50 kl/gd. otrzymamy wielkości oporów wagonu $W\,kg/t$ podane w zestawieniu 2.

Zestawienie 2

Wielkości oporów w kg. na tonnę ciężaru wagonu.

Ciężar wagonu Q w tonnach w tem $q_t = 2$ tonn.	Prędkości jazdy w kl/godz. 5	20	50	Stosunek
10 t.	1,606	3,506	13,141	$\frac{13{,}141}{1{,}606} \cong 8$
15 t	1,558	2,806	9,43	$\frac{9{,}43}{1{,}558} = 6$
20 t	1,489	2,460	7,49	$\frac{7{,}49}{1{,}489} = 5$

Z zestawienia 2 widzimy, że opór na tonę ciężaru wagonu powiększa się szybko ze wzrostem prędkości jazdy, a także w miarę zmniejszania ciężaru wagonu.

Powyższe wyniki teorji są zgodne z danemi praktyki otrzymanemi przy eksploatacji taboru kolejowego, a mianowicie: dla pewnego parowozu przy jeździe na danym odcinku w tymże samym kierunku, ciężar pociągu towarowego niełado wnego wyznaczamy mniejszy niż ładownego; do pociągów pośpiesznych stawiamy wagony cięższe czteroosiowe, przeznaczając wagony trzy i dwuosiowe dla pociągów osobowych.

Z wzoru 270 wynika, że opór jednostkowy, zależny od tarcia poślizgowego i połoczystego kół o szyny i tarcia panwi o czopy osi wynosi $1{,}38 + 0{,}3 = 1{,}68$ kg/tn. we wzorach empirycznych opracowanych na podstawie badań nad oporami wagonów powyższy jednostkowy opór 1,68 kg/t., jako średni, zawiera się w granicach 2,5 – 1,2 podawanych przez autorów wzorów empirycznych; rozbieżność tą tłomaczy się różnorodną konstrukcją toru, taboru i ich stanu.-

Z wzoru 272 wynika, że przy większych prędkościach jazdy na wielkość całkowitego oporu wpływa głównie opór powietrza. Kiedy opór od tarcia i zderzeń wynosi $1{,}38 + 0{,}336 + 0{,}355 = 2{,}061 \cong 2$ kg/t., to opór powietrza dochodzi do 11,1 kg/t, a razem 13,1 kl/t.

Ostatniemi czasy, kiedy średnią prędkość biegu pociągów starają się doprowadzić ponad 80 kl/gd. do 120 kl/gd., wzrost oporu powietrza był tak znaczny, że przy obecnych dopuszczalnych ciśnieniach kół na szyny nie można otrzymać odpowiedniej siły parowozów, okoliczność ta zmusiła zająć się odszukaniem takich kształtów wagonów, przy których opór powietrza był by mniejszy niż mamy obecnie.-

Ponieważ wszelkiego rodzaju metody badań taboru kolejowego, urządzenia i przyrządy miernicze wchodzą w zakres kursu „Badania Parowozów", to poniżej podamy tylko w ogólnych zarysach metody określania oporów zapomocą badań.-

Pomiar oporu oddzielnego wagonu

Opór oddzielnego wagonu, lub pociągu możemy otrzymać dwojako: 1) mierząc bezpośrednio wielkość oporu przy różnych prędkościach jazdy, lub 2) mierząc takie wielkości które po podstawieniu do odpowiednich wzorów dadzą nam szukany opór.

I. Najczęściej mierzą opór zapomocą dynamometru, umoco=

wanego pomiędzy parowozem i wagonem, albo w specjalnym dynamometrycznym wagonie.

Zasadniczą częścią dynamometru sprężynowego (rys. 62) stanowi kilka stalowych pasków, zgrupowanych w dwie paczki a i b z których każda pośrodku jest objęta opaską a' i b', każdy zaś pasek na końcach ma po jedem oczku, przez które przesunięte są sworznie, przechodzące jednocześnie przez dwa „paski łączniki."

Pociągieł wagonu w którym ma być umieszczony dynamometr dzieli się na dwie części d i e. Każdy z jego końców wstawia się w odpowiednie gniazdo opaski i zamocowuje przy pomocy klina d' e'. Jedną część drąga pociągowego (pociągła) umocowuje się do podwozia na stałe, drugą część łączy się z hakiem parowozu zapomocą sprzęgu śrubowego i może swobodnie się przesuwać wzdłuż wagonu.

Wielkość przesunięcia będzie proporcjonalna do siły pociągowej na haku parowozu, która jest jednocześnie szukaną siłą oporu przy danej prędkości jazdy.

Konstrukcja dynamometru pozwala nam przez wyjęcie lub założenie odpowiednich swożni - odjąć lub dodać dowolną ilość pasków sprężynowych w celu przystosowania dynamometru do różnych wielkości sił oporu. Ruchoma opaska zapomocą systemu drążków uruchamia ołówek, który na papierowej taśmie daje nam wykres.

W wykresie tym oś odciętych przedstawia nam w odpowiedniej skali drogę którą przebiegł wagon, oś rzędnych - siły oporu w odpowiednich chwilach ruchu wagonu. Taśmę papierową uruchamia mechanizm zegarowy. Szczegółowy opis powyższego dynamometru znaleźć można w dodatku do „Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens" z 1892 r.

Obecnie w dynamometrycznych wagonach stosują hydrauliczne tłokowe dynamometry, rys. 63 przedstawia taki dynamometr zastosowany na P.K.P.

Belka a stanowi jedną całość z ostojnicą wagonu, do niej na stałe umocowany jest cylinder b, wewnątrz którego przesuwa się tłok c, belka d połączona z ciągłem wagonu ciśnie na tłok c, który działa na oliwę zawartą w cylindrze. Wytwarza się w ten sposób ciśnienie, które wykazuje manometr, połączony z cylindrem zapomocą rurki.

II. Drugi sposób pomiaru siły oporu wagonu polega na określeniu przyśpieszenia w danej chwili. Pomiary te dokonuje się przy pomocy wahadła dynamometrycznego konstrukcji inż. ~~Dedur~~ Desdouits, umieszczonego albo w wagonie, albo na parowozie. Opis dokładny znaleźć można w „Revue generale des chemins de fer" za październik 1883 r.

Aparat ten składa się z wahadła, odchylenie którego od linji pionowej służy za miarę dodatniego lub ujemnego przyśpieszenia ruchu tej jednostki taboru, na której jest ulokowany. Mówiąc inaczej, aparat mierzy wypadkową sił działających.

Wahadło OA (rys 64) jest umieszczone w pociągu w ten sposób, że pionowa płaszczyzna ruchu wahadła jest równoległa do kierunku ruchu pociągu. Jeżeli pod wahadłem OA umieścimy papier, nawinięty na walec B, obracający się jednostajnie około osi poziomej dzięki mechanizmowi zegarowemu, to wahadło przy odchylaniu się od położenia pionowego wyrysuje zapomocą ołówka c linję krzywą na taśmie papierowej. Rzędne tej krzywej będą proporcjonalne do siły oporu w danej chwili. Jeżeli aparat umieścimy w pociągu prowadzonym przez parowóz, to rzędne y - linji krzywej będą oznaczać różnicę pomiędzy siłą pociągową parowozu Z i siłą oporu pociągu W, t.j.

$$Z - W$$

Siłę oporu wagonu wyliczymy w następujący sposób: jeżeli wagon zaczyna biec z pewnem przyśpieszem, to wahadło OA cofa się wtył od linji pionowej o taki kąt α, przy którym składowa pozioma u przyśpieszenia ziemskiego g będzie równa danemu przyśpieszeniu wagonu. W takim razie

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{u}{g}$$

Rzędna $A'C$ krzywej AA' opisanej końcem wahadła będzie

$$A'C = y = OC \operatorname{tg}\alpha = OC\,\frac{u}{g}$$

skąd

$$u = \frac{g}{OC}\cdot y$$

Opór wagonu na tonnę otrzymamy z równania

$$\frac{1000\cdot Q_t}{g}\cdot\frac{g}{OC}\cdot y = w_{kg/t}\cdot Q_t$$

Q - waga wagonu w tonnach.

$$w_{kg/t} = 1000\cdot\frac{y}{OC} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (273)$$

III. Wagon zostaje puszczony po pochyłości, przyczem określa się prędkość, z jaką może on biec ruchem jednostajnym. Opór odpowiadający jednostajnemu ruchowi wagonu, przy ustalonej wyżej prędkości, można wyliczyć w następujący sposób. Oznaczmy (rys 65) kąt pochyłości przez α, wagę wagonu w tonach przez Q - to siła pociągowa będzie $1000\cdot Q\cdot\sin\alpha$.

Jeżeli przez $w_{kg/t}$ oznaczymy opór w kg. na tonnę, to przy jedno =

stajnym ruchu wagonu.

$$W_{(kg/t)} \cdot Q_{(t)} = 1000 \cdot Q_{(t)} \sin\alpha$$

$$W_{(kg/t)} = 1000 \cdot \sin\alpha \qquad (274)$$

IV. Wagon, pozostawiony sam na pochyłości - zbiegnie z niej na poziomy tor z pewną prędkością. Po tym torze (pochyłym i poziomym) przebiegnie np. drogę $l = l_1 + l_2$ i zatrzyma się. Jeżeli założymy, że środek ciężkości opuścił się o wysokość h, to

$$1000\, Q_{(t)} \cdot h = W_{(kg/t)} \cdot Q_{(t)} \cdot l$$

$$W_{(kg/t)} = 1000 \cdot \frac{h}{l} \qquad (275)$$

V. Zapomocą parowozu nadają wagonowi pewną początkową prędkość v i pozwalają biec po torze poziomym dopóki zapas siły żywej nie wyczerpie się.

Równaniem ujmiemy to, jak następuje:

$$\left[\frac{1000 \cdot Q}{g} + \frac{J}{r^2}\right] \frac{v^2}{2} = W_{kg/t} \cdot Q_t \cdot l$$

$$W_{kg/t} = \left(\frac{1000}{g} + \frac{J}{Q \cdot r^2}\right) \cdot \frac{v^2}{2l} \qquad (276)$$

Uwaga. $\frac{J}{r^2} \cdot \frac{v^2}{2}$ siła żywa powstała wskutek ruchu obrotowego kół.

VI. Wagon w biegu, pozostawiony sam sobie na torze poziomym - zaczyna tracić na prędkości - innemi słowy otrzymuje ujemne przyśpieszenie. Przyśpieszenie to możemy zmierzyć zapomocą wahadła Dedni (Desdouits), albo notując czas, w którym wagon mija pewne znaki rozstawione wzdłuż toru w określonych odległościach - np. słupy kilometrowe, lub telegraficzne, lub zapisując wskazania szybkościomierza co pewien okres czasu.

Na podstawie tych zapisów możemy ułożyć tabliczkę, w której każdemu odcinkowi drogi $l_1, l_2, l_3 \ldots$ odpowiada pewien czas $t_1, t_2, t_3 \ldots$ potrzebny do przebycia powyższych odcinków drogi.

Odkładając na osi odciętych czas, a na osi rzędnych drogi, otrzymamy pewną krzywą abcd, wskazującą zależność pomiędzy drogą, którą przebył środek ciężkości wagonu i czasem, potrzebnym do przebycia tej drogi.

Ta zależność wyrazi się następującem równaniem.

$$l = f(t)$$

Jeżeli w dowolnym punkcie tej krzywej poprowadzimy do niej styczną, to tg. kąta, jaki tworzy ta styczna z osią odciętych da nam prędkość, odpowiadającą danemu punktowi.

$$v = \frac{dl}{dt} = tg\alpha$$

Jeżeli teraz znalezione w ten sposób prędkości odłożymy w pewnej skali na odpowiadających tymsamym czasom rzędnych, to otrzymamy nową krzywą, wykazującą zależność prędkości od czasu, t.j.

$$v = \varphi(t)$$

A że przyśpieszenie

$$u = \frac{dv}{dt} = \varphi'(t)$$

to dla wyliczenia przyśpieszeń w odpowiednich chwilach czasu przeprowadzimy pewną liczbę stycznych do ostatniej krzywej $a'b'c'd'$ i w sposób podobny do pierwszego znajdziemy nową krzywą $a''b''c''d''$, wyrażającą zależność przyśpieszenia od czasu. Szukany opór na 1 tonnę wyniesie wówczas

$$w \cdot Q = \frac{1000 \cdot Q}{g} \cdot u$$

czyli

$$w_{kg/t} = 1000 \cdot \frac{u}{g} \qquad \qquad (277)$$

Opór pociągu składającego się z wagonów.

Opór ruchu pociągu tem się różni od oporu ruchu pojedynczego wagonu, że oprócz sił oporów, które występują przy ruchu pojedynczego wagonu, zjawiają się siły odporowe, t.j. siły wzajemnego działania pomiędzy wagonami. Wagony europejskie łączą się ze sobą przeważnie zapomocą sprzęgów śrubowych, zarzucanych na hak pociegla sąsiedniego wagonu.

Im silniej jest ściągnięty sprzęg pomiędzy wagonami, t.j. im mniejsza jest szczelina pozostawiona pomiędzy tarczami zderzaków sąsiednich wagonów, tem mniejszy będzie odcinek drogi, który może przejść wagon, zanim zetknie się z następnym wagonem i tem mniejszą będzie siła żywa, otrzymana podczas tego ruchu i tem łagodniej zetkną się zderzaki wagonów.

Ponieważ takie zderzenia bywają bardzo nieprzyjemne dla podróżnych, przeto w pociągach osobowych łączniki są tak silnie ześrubowane, że tarcze talerzowe przylegają do siebie z pewnym naciskiem, wytwarzanym przez sprężyny zderzaków.

W pociągach towarowych sprzęgi są umyślnie mniej dociągnięte, aby szczeliny w ten sposób utworzone dały możność ruszyć z miejsca pociąg o znacznej masie. Jeżeli bowiem zderzaki są mocno dociśnięte, jak to bywa w pociągach osobowych, to wszystkie wagony tworzą jakby jedną bryłę, która swą dużą bezwładnością utrudnia ruszenie z miejsca. Jeżeli zaś pomiędzy zderzakami są pewne luzy jak w pociągach towarowych, wówczas parowóz stopniowo wprawia w ruch każdy wagon z osobna.

Podczas ruchu pociągu sprzęgi wagonowe bywają zwykle naciągnięte pod wpływem siły pociągowej parowozu i zmuszają wagon do zachowania prawidłowego położenia względem toru, jeżeli przytem tarcze zderzaków są dociśnięte to siła tarcia powstająca pomiędzy niemi przeszkadza obrotowi wagonu około osi pionowej i poziomej, poprzecznej do osi toru, a przechodzących przez środek ciężkości wagonu.

Przy biegu pociągu na spadkach, lub przy zmniejszaniu prędkości biegu pociągu i wogóle w tych wypadkach, gdy sprzęg jest luźny i niema żadnego wpływu na utrzymanie wagonu w położeniu normalnem, to położenie jednego wagonu względem drugiego będzie wyłącznie zależeć od sił wzajemnego działania na siebie zderzaków.

Jeśliby zderzaki były zmontowane idealnie, to wskutek tego, że są rozlokowane symetrycznie względem osi geometrycznych wagonu, mielibyśmy do czynienia z siłami ściskającemi podwozie wagonów. W rzeczywistości tego nie mamy, skutkiem czego powstają pary sił, które starają się obrocić wagon około jego poziomej i pionowej geometrycznej osi.

Obrotowi dokoła pionowej osi sprzeciwia się siła tarcia pomiędzy kołami i szynami, a jeśli ta nie wystarcza, to obrzeża kół cisną na krawędzie szyn. Obrotowi zaś dokoła poziomej osi poprzecznej sprzeciwia się siła tarcia pomiędzy zderzakami, jak i siła tarcia wideł maźnicznych o maźnicę.

Określić teoretycznie dodatkowy opór wagonu, znajdującego się w pociągu, w zależności od siły wzajemnego działania - jest prawie nie możliwe. Opór ten określają zapomocą wzorów empirycznych, wyprowadzonych na zasadzie danych, otrzymanych przy badaniu ruchu pociągów zapomocą wagonu dynamometrycznego.

Charakter tych wzorów będzie taki, jak dla oddzielnego wagonu - z tą tylko różnicą, że spółczynniki mają inną wielkość. Tak więc siła oporu pociągu, biegnącego po prostolinijnym torze poziomym $W_{kg.}$, przedstawia się wzorem jak następuje:

$$W_{kg} = a \cdot Q_t + b' V_{km/gd.} + c' V^2_{km/gd.}$$

gdzie Q - oznacza wagę pociągu w tonnach, zaś opór przypadający na tonnę wagi pociągu

$$w_{kg/t.} = a + bV + cV^2$$

gdzie $b = \frac{b'}{Q}$ i $c = \frac{c'}{Q}$

Podczas biegu pociągu po wzniesieniu i w łuku przy pewnej temperaturze powietrza, opór pociągu może być wyliczony według następującego wzoru:

$$W = a \cdot Q_t + b'V + c'V^2 + W_w + W_T + W_t \quad \ldots\ldots\ldots \quad (278)$$

gdzie W_w - opór pociągu na wzniesieniu. W_T - opór pociągu w łuku.

W_t - opór pociągu zależny od zmian temperatury powietrza.

Wielkości W_t zwykle nie przyjmujemy pod uwagę, gdyż jest ona nieznaczną w porównaniu z wielkością całkowitego oporu.

Wpływ temperatury powietrza objawia się w zmianie wielkości spółczynnika wewnętrznego tarcia smaru; wskutek tego zmienia się też spółczynnik tarcia panwi o czop osi. Wielkość oporu zależnie od temperatury w kg. na tonnę wagi pociągu może być obliczona według wzoru:

$$W_t = 0{,}2 - 0{,}015(\pm t) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (279)$$

gdzie t - jest temperaturą powietrza wg. C°

Wartości liczbowe są następujące:

t_o wg. Celsjusza	+ 15	0	− 15	− 30
Dodatkowy opór w kg/t. wagi pociągu	0	0,2	0,4	0,65

Praktycznie wpływ temperatury powietrza i stanu pogody na opór pociągu regulują w ten sposób na kolejach, że zmieniają skład pociągu.

Przy mrozie od -5° do -15° zmniejszenie o 10%

" " " -15° " -20° " o 15%

" silnym wietrze i mgle " o 10%

" ślizgawicy " o 20%

Doświadczenia ze specjalnemi pociągami w celu wyliczenia oporu pociągu są prowadzone od dawna na wielu kolejach i na tych samych zasadach, co dla oddzielnych wagonów.

Rezultaty jednak, otrzymywane w ten sposób, znacznie się różniły od siebie, co tłomaczy się tem, że opór pociągu zależy od wielu czynników, jak np: stan nawierzchni danej kolei, konstrukcji i stanu taboru i t. d. Dlatego też istniejące wzory należy stosować umiejętnie, wybierając wzór ten, który otrzymano w warunkach, możliwie zbliżonych do warunków eksploatacji tej kolei, dla której chcemy prowadzić obliczenie.

Pierwsze doświadczenie nad wielkością oporu pociągu były wykonane przez Jerzego Stephensona i Wuda jeszcze w 1818 roku, następnie zaś przez Pamboura, Hardinga, Goocha, Polonceau, na Ljońskiej Kolei wykonane przez inż. Vuillemin, Guebhardá, Dieudonnéa, wreszcie doświadczenia Röckla, Franka, Kolei Saskich, Alzaskich i innych.

Z doświadczeń tych zauważono, że:

1) Powiększenie oporu pociągu na wzniesieniu $i = 0{,}001$ nie równa się 1 kg na tonnę, lecz tylko 0,9 kg.

Tłomaczy się to tem, że sprzęgi wagonów są silnie naciągnięte i tem silniej, im większe jest wzniesienie, wskutek czego zmniejsza się ruch wężykowaty wagonu.

2) Opór pociągu na tonnę wagi dla próżnego pociągu jest znacznie większy, niż opór na tonnę ładownego pociągu. Np. opór na tonnę wagi pociągu przy prędkości jazdy = 30 kl/godz. dla próżnego wagonu = 3,966 kg., gdy dla ładownego równa się tylko 2,838 kg.

3) Użycie oleju zamiast tłuszczu do smarowania czopów osi zmniejsza opór na tonnę wagi pociągu.

4) Polewanie szyn na łukach wodą, lub smarowanie wewnętrznej krawędzi zewnętrznej szyny zmniejsza opór pociągu.

Inż. Bochet na zasadzie doświadczeń doszedł jednak do przekonania, że polewanie szyn wodą wywiera wpływ zupełnie znikomy.

Opór parowozu

Opór parowozu składa się z oporu parowozu, jako parowej maszyny i z oporu parowozu, jako wozu. Pierwszy opór zależy od oporu tarcia pomiędzy częściami napędnego mechanizmu parowozu, od przeciwciśnienia pary na tłoki parowych maszyn, które znów głównie zależy od wydmuchu pary ze stożka; następnie ciśnienie pary na tłok przenosi się zapomocą korbowodu i wiązarów na czopy osi, powodując dodatkowy opór tarcia, ponad tarcie spowodowane własnym ciężarem parowozu na czopy osi.

Badając poszczególne opory parowozu przychodzimy do wniosku że: a) Opór tarcia potoczystego na tonnę parowozu będzie mniejszy niż dla wagonu, ponieważ promienie okręgów tocznych kół parowozowych są większe (1,2 - 2 m) niż wagonowych (1 m), a wiadomo że spółczynnik tarcia potoczystego ma się odwrotnie proporcjonalnie do promienia.

b) Opory tarcia poślizgowego kół o szyny będą większe niż w wagonie ponieważ ruch wężykowaty parowozu jest większy, wskutek istnienia postępowego ruchu niezrównoważonych części mechanizmu parowej maszyny naprzód i wstecz; następnie tarcie te zwiększa się wskutek niejednakowego ścierania obręczy kół napędnych i dowiązanych.

c) Opór od uderzeń na złączach i nierównościach szyn będzie większe dla parowozu niż dla wagonu, ponieważ opór ten zależy od prędkości w drugiej potędze, i od wagi zespołów; absolutna waga zespołu parowozu (3,5 t) jest większa od wagi zespołu wagonów (1,2 t).

d) Opór w łukach parowozu jest większy niż wagonu, ponieważ na niego wpływa istnienie osi dowiązanych i sztywniejsze złączenie pociągowego aparatu pomiędzy parowozem i tendrem.

e) Opór tarcia panwi o czopy i opór powietrza zmienia swą wielkość w znacznie większych granicach niż opór ten dla wagonów.

Oczywiście, że wzór dla obliczenia oporu parowozu musi mieć ten sam kształt jak ma dla wagonu t.j.

$$w_{kg/t} = a + bv + cv^2$$

Opór parowozu pod czas jego normalnej pracy w pociągu możemy dokładnie otrzymać mierząc pracę parowozu indykatorem i obliczając na podstawie tych wyników siłę pociągową indykowaną Z_i następnie odejmując od tej wielkości Z_i opór pociągu mierzony w wagonie dynamometrycznym, czyli siłę pociągową na haku Z_h wtedy

$$W_l = Z_i - Z_h$$

Opory parowozu jako wozu t.j. ze zdjętym mechanizmem napędnym i parorozdzielczym możemy otrzymać podług jednem ze sposobów, stosowanych przy badaniu oporu wogóle.

Wzory dla obliczenia oporu pociągów

Podamy teraz wzory, określające na podstawie doświadczeń, opory parowozu, opory pociągu złożonego z wagonów różnych typów, a także opory całkowitego pociągu, jako otrzymane z sumy oporów parowozu i wagonów.

Podamy także takie wzory, które określają średnia wielkość oporu całego pociągu nie odróżniając wielkości oporu parowozu, od oporu wagonów, chociaż opór parowozu na tonnę wagi jest większy od oporu wagonu na tonnę; temi wzorami korzystamy zwykle przy mniej dokładnych przedwstępnych obliczeniach. Wzory powyższe będziemy podawali w chronologicznym porządku ich rozwoju, podając albo opory całego pociągu w kg albo jednostkowe opory, czyli opory w kl/tn.

W podanych niżej wzorach będziemy oznaczać przez:

L - ciężar parowozu w roboczym stanie w tonnach, a dla tendrzaków z połową zapasu wody i paliwa w tonnach.

L_l - ciśnienie na szynę kół luźnych (tocznych) parowozu i tendra w tonnach

L_p - ciśnienie na szynę kół napędnych w tonnach

Q - waga wagonów wchodzących w skład pociągu w tonnach

q - średni ciężar wozu w tonnach

V - prędkość jazdy w klm na godzinę ($V^{\text{km}/\text{gd}}$)

W - opór całego pociągu na prostym poziomym torze w kg (W_{kg})

W_1 - opór w kg. przypadający na tonnę wagi parowozu t.j. jednostkowy opór (w_1 kg/t.)

W_2 - opór w kg. przypadający na tonne wagi wagonów tworzących pociąg t.j. jednostkowy opór wagonu (w_2 kg/t)

W - średnia jednostkowa wielkość oporu dla całego pociągu t.j. parowozu - łącznie z wagonami w kg na tonnę (w kg/tn.)

n - ilość wagonów w pociągu

d - rozstęp pomiędzy skrajnemi sztywnemi osiami wagonu, lub wózka w m.

R - promień łuku toru w m.

i - wzniesienie toru w tysiącznych ‰

F - rzut powierzchni czołowej parowozu lub wagonu na płaszczyznę pionową do podłużnej osi taboru w m^2

f - średnia powierzchnia zastępcza poszczególnych wozów w m^2

t - temperatura smaru w °C

Pambour w 1835 r. podał wzór dla oporu ruchu pociągu złożonego z wagonów bez parowozu, otrzymany z wyników badań przeprowadzonych na francuskich kolejach

$$W_{kg.} = 2{,}68\,Q + 0{,}005064 \cdot F \cdot V^2 \quad \ldots \quad (280)$$

Harding, dla takiegoż pociągu, na podstawie badań angielskich kolei podaje wzór

$$W_{kg.} = 2{,}72\,Q + 0{,}094\,Q V + 0{,}00484\,F V^2 \quad \ldots \quad (281)$$

Vuillemin Guebhard i Dieudonne w 1868 r na podstawie badań, przeprowadzonych na Wschodniej Kolei francuskiej, opracował wzory:

a) dla pociągów osobowych

przy $V = 32-50$ km/gd. $\quad W_{kg.} = (1{,}8 + 0{,}08V)\,Q + 0{,}009\,FV^2 \quad \ldots \quad (282)$

" $\quad V = 50-65$ km/gd. $\quad W_{kg.} = (1{,}8 + 0{,}08\,V)\,Q + 0{,}006\,FV^2 \quad \ldots \quad (283)$

" $\quad V > 65$ km/gd. $\quad W_{kg.} = (1{,}8 + 0{,}14V)\,Q + 0{,}004\,FV^2 \quad \ldots \quad (284)$

b) dla towarowych pociągów, wobec małej prędkości jazdy nie wprowadzono człona, zawierającego V^2

1) - przy smarowaniu olejem

$$W_{kg.} = (1{,}65 + 0{,}05\,V)\,Q \quad \ldots \quad (285)$$

2) przy smarowaniu łojem

$$W_{kg.} = (2{,}3 + 0{,}05\,V)\,Q \quad \ldots \quad (286)$$

Opór parowozu wynosił od 8 do 12 kg/t. w zależności od ilości osi sprzężonych i ciężaru.

Na podstawie badań francuskich kolei i teorji oporów N. Pietrow

Profesor Petersburskiego Technologicznego Instytutu opracował wzory, któremi posiłkowano się przy obliczeniu oporów na drogach żelaznych w Rossji; wzory dawały w swoim czasie wyniki zadawalające.

Wzory N. Pietrowa przedstawiają się tak:

Jednostkowy opór dla parowozów.

osobowych $W_1 = 2{,}3 + 0{,}15V + 0{,}001V^2 \, kg/t$ . . . . (287)

towarowych 6 i 8 osiow. $W_1 = 4{,}3 + 0{,}15V + 0{,}001V^2 \, kg/t$ . . . . (288)

dla drugiego parowozu przy trakcji podwójnej dla parowozów:

osobowych $W_1 = 2{,}3 + 0{,}15V + 0{,}0007V^2 \, kg/t$ . . . . (289)

towarowych $W_1 = 4{,}3 + 0{,}15V + 0{,}0007V^2 \, kg/t$ . . . . (290)

Całkowity opór dla osobowego pociągu

$$W_{kg} = (2{,}3 + 0{,}15V + 0{,}001V^2) \cdot L + 1{,}2Q + 0{,}6n^{*)}V + 0{,}03(1 + 0{,}04n)V^2 + \Big[\pm i + 21\frac{4d + d^2}{R - 45} + (0{,}2 - 0{,}015t)\Big] \cdot (L + Q) \quad \ldots \quad (291)$$

$$W_{kg} = (4{,}3 + 0{,}15V + 0{,}001V^2) L + 1{,}2Q + 0{,}9nV + 0{,}03(1 + 0{,}04n)V^2 + \Big[\pm i + 21\frac{4d + d^2}{R - 45} + (0{,}2 - 0{,}015t)\Big] \cdot (L + Q) \quad \ldots \quad (292)$$

Barbier z badań dynametrycznych na Północnych drogach francuskich w latach 1897–1895 otrzymał takie wzory dla obliczenia oporów:

<u>Parowóz</u> typu 2B IV FS typu de Glehn

$$W_1 \, kg/t = 3{,}8 + 0{,}9V\frac{V + 30}{1000} = 3{,}8 + 0{,}027V + 0{,}0009V^2 \quad \ldots \quad (293)$$

<u>dwuosiowe wagony</u>, własna waga 10–11 t., waga pociągu 160 t. ilość wagonów 15, dla prędkości jazdy w granicach 60 – 115 kl/gd.

$$W_2 \, kg/t = 1{,}6 + 0{,}46V\frac{V + 50}{1000} = 1{,}6 + 0{,}023V + 0{,}00046V^2. \quad \ldots \quad (294)$$

<u>czteroosiowe</u> (dwa wózki dwuosiowe) własna waga wagonu 30 t. waga pociągu 200 t., dla prędkości jazdy w granicach 60–115 kl/gd.

$$W_2 \, kg/t = 1{,}6 + 0{,}456V\frac{V + 10}{1000} = 1{,}6 + 0{,}00456V + 0{,}000456V^2. \quad \ldots \quad (295)$$

Na rządowych drogach francuskich w 1902 r. Desdouits określał opory pociągów, będących w ruchu, pod wpływem bezwładności, przy zamkniętej przepustnicy, dla pary dolotowej, przyspieszenie otrzymywał zapomocą wahadła dynamotrycznego swego pomysłu, a Nadal sprawdzał te wyniki zapomocą indykatora.

Parowóz typu 1-B-1, II Γ t S. włącznie z oporem powietrza i wewnętrznym oporem mechanizmu

$$W_1 \, kg/t. = 3{,}8 + 0{,}7V\frac{V + 70}{1000} = 3{,}8 + 0{,}049V + 0{,}0007V^2. \quad \ldots \quad (296)$$

Wagony z rozstępem osi 8 m., przy własnej wadze 19 t.

$$W_2 \, kg/th = 1{,}5 + 0{,}25V\frac{V + 85}{1000} = 1{,}5 + 0{,}02125V + 0{,}00025V^2 \quad \ldots \quad (297)$$

---

*) Dla 4-ro osiowych wagonów n - oznacza ilość wózków.

Wagony dwuosiowe z rozstępem osi 3,75 m. własna waga 10 t.

$$w_2 \, kg/th = 1{,}6 + 0{,}3V \frac{V+90}{1000} = 1{,}6 + 0{,}027V + 0{,}0003V^2 \ldots \ldots \ldots \quad (298)$$

Wagony na 2 wózkach dwuosiowych, własna waga 28 t.

$$w_2 \, kg/th = 1{,}4 + 0{,}2V \frac{V+80}{1000} = 1{,}4 + 0{,}016V + 0{,}0002V^2 \ldots \ldots \ldots \quad (299)$$

Desdouits badał parowozy bez napędnego mechanizmu i dla parowozów lżejszych typów, otrzymał $w_1 \, kg/t$ = od 2,25 do 3,1 kg.

Frank w latach 1879–1903 przeprowadził szereg badań nad oporami pociągów, podamy tu niektóre wzory zasługujące na uwagę.

Badany był parowóz typu ICS Pruskich Kolei z wyjętemi suwakami, lecz cylindry parowe były ogrzewane, na pewnym spadku parowóz ten rozpędzono drugim parowozem do pewnej prędkości, poczem parowóz biegł swobodnie.

Opory podczas takiego biegu zmieniały się w zależności od zmiany prędkości, lecz następował ostatecznie taki moment, kiedy opór zrównoważał się ze składową siły ciężkości równoległą do toru i dawał możność wnioskować o jego wielkości. Na podstawie tych badań otrzymano że

$$W_1 \, kg/t = 2{,}5 + 0{,}0142\left(\frac{V}{10}\right)^2 + 0{,}54 \, \frac{1{,}1F}{L} \cdot \left(\frac{V}{10}\right)^2 \ldots \ldots \ldots \quad (300)$$

we wzorze tym poszczególne człony oznaczają:

2,5 kg/t. – opory tarcia, jeżeli mamy parowóz z dwoma osiami dowiązanemi,

przy dowiązanych osiach 3 trzeba przyjąć 3 kg/t.

" " " 4 " " 3,5 –"–

" " " 5 " " 4 –"–

$0{,}0142\left(\frac{V}{10}\right)^2 kg/t$ – opory uderzeń na złączach, a także wskutek odkształceń i nierówności toru przy prędkości V km/gd.

$0{,}54 \, \frac{1{,}1F}{L} \left(\frac{V}{10}\right)^2$ – opór powietrza.

Dla przeciętnych warunków Frank podaje dla obliczenia oporu parowozów

$$w_1 \, kg/t = 2{,}5 + 0{,}067 \left(\frac{V}{10}\right)^2 \ldots \ldots \ldots \quad (301)$$

Wzory 300 i 301 nie uwzględniają tarcia powstającego przy pracy maszyny, pod działaniem pary.

Na podstawie badań z parowozami w stanie roboczym Frank uwzględniając opory mechanizmu podaje wzór:

$$w \, kg/t = 4 + 0{,}085 \left(\frac{V}{10}\right)^2 \ldots \ldots \ldots \quad (301)$$

Dla wagonów wchodzących w skład pociągu

$$w_2 \, kg/t = 2{,}5 + 0{,}0142\left(\frac{V}{10}\right)^2 + 0{,}54 \, \frac{2 + n f_w}{n q} \cdot \left(\frac{V}{10}\right)^2 \ldots \ldots \ldots \quad (302)$$

w tym wzorze:

f_w = 0,56 – dla każdego wagonu osobowego i towarowego

$f_w = 0{,}33$ - dla każdego wagonu otwartego ładownego

$f_w = 1{,}62$ -"- -"- -"- -"- próżnego

$f_w = 2$ - dla pierwszego wagonu za tendrem (bagażowy)

$f_w = 0{,}76$ - średnia wielkość jeżeli z n wagonów towarowych mamy w składzie $\frac{n}{2}$ krytych $\frac{n}{4}$ otwartych ładownych i $\frac{n}{4}$ otwartych próżnych.

Wzory przybliżone prostrzej formy:

Osobowe przy średnim normalnym składzie pociągu:

- 12 tonn $W_2 \, kg/t = 2{,}5 + \frac{V^2}{2270}$
- 15 " $W_2 \, kg/t = 2{,}5 + \frac{V^2}{2500}$
- 20 " $W_2 \, kg/t = 2{,}5 + \frac{V^2}{3330}$

Towarowe przy składzie 50 wagonów dwuosiowych i 1 bagażowym:

- 12 t. kryty $W_2 \, kg/t = 2{,}5 + \frac{V^2}{2440}$
- 15 t. otwarty ładowny $W_2 \, kg/t = 2{,}5 + \frac{V^2}{3125}$
- 5 t. otwarty próżny $W_2 \, kg/t = 2{,}5 + \frac{V^2}{535}$
- 11 t. 1/2 kryty, 1/4 otwarty ład., 1/4 " prózn. $W_2 \, kg/t = 2{,}5 + \frac{V^2}{1887}$

. . . . . . (303)

Borries w 1902 r. badał parowóz 2 B t Pruskich Kolei, przyjął powierzchnię czołową $F = 10{,}5 \, m^2$ i podał dla obliczenia oporów następujące wzory:

a) parowóz
$$W_1 \, kg/t = 4 + 0{,}027V + \frac{0{,}064V^2}{L_t} = 4 + \frac{V}{37} + \frac{V^2}{15{,}6 \, L_t} \quad \ldots\ldots\ldots (304)$$

b) wagony
$$W_2 \, kg/t = 1{,}5 + 0{,}012V + \left(\frac{0{,}3}{q_t} + 0{,}2\right)\frac{V^2}{1000} \quad \ldots\ldots\ldots (305)$$

q_t - średni ciężar wozu.

Leitzman w 1903-1904 r. bada lokomotywy typu 2 B t i 2 B1t Pruskich Kolei w Dyrekcji Erfurtskiej i podaje następujące wzory dla obliczenia oporu parowozu W_{1i} - indykowany - otrzymamy z wykresu indykatora i

W_{1e} - jeżeli parowóz biegnie bez pary.

parowóz 2 Bt w roboczym stanie pracuje parą
$$W_{1i} \, kg/t = 3 + \frac{V}{21} + \frac{V^2}{4500} = 3 + 0{,}0476V + 0{,}000222V^2 \quad \ldots\ldots\ldots (306)$$

parowóz 2 Bt bez suwaków tłokowych i drągów
$$W_{1e} \, kg/t = 1{,}7 + \frac{V}{38} + \frac{V^2}{2760} = 1{,}7 + 0{,}0263V + 0{,}000406V^2 \quad \ldots\ldots\ldots (307)$$

parowóz 2 B1t w roboczym stanie
$$W_{1i} = 3{,}5 + \frac{V}{44} + \frac{V^2}{1602} = 3{,}5 + 0{,}0227V + 0{,}000469V^2 \quad \ldots\ldots\ldots (308)$$

dla wagonów dwuosiowych o wadze własnej 12 t, dla pociągu złożonego z 20 wagonów i przy prędkości jazdy 50-90 kl/gd
$$W_2 \, kg/t = 1{,}3 + \frac{V}{247} + \frac{V^2}{1470} = 1{,}3 + 0{,}00405V + 0{,}00068V^2 \quad \ldots\ldots\ldots (309)$$

dla wagonów czteroosiowych o wadze własnej 30 t. i prędkości jazdy 50-90 kl/gd.
$$W_2 \, kg/t = 1{,}2 + \frac{V}{150} + \frac{V^2}{2200} = 1{,}2 + 0{,}00667V + 0{,}00045V^2 \quad \ldots\ldots\ldots (310)$$

Towarzystwo badań szybkobieżnych elektrycznych kolei „Studienge=

sellschaft für elektrische Schnellbahnen" podaje dla obliczeń bieżących oporów także wzory trzechczłonowe:

Dla parowozów nowszych o wadze z tendrem około 100 t.

$$W_{1\,kg/t} = 4 + 0{,}027\,V + \frac{0{,}0052\,F\,V^2}{L_t} \quad \ldots \ldots \quad (311)$$

Dla wagonów czteroosiowych korytarzowych z miechamy (D-Wagen)

$$W_{2\,kg/t} = 1{,}3 + 0{,}067\,V + \frac{0{,}0052\,V^2 \Sigma f}{Q_t} \quad \ldots \ldots \quad (312)$$

Dla całego pociągu

$$W_{kg} = L_t(4 + 0{,}027) + 0{,}0052\,F\,V^2 + Q_t(1{,}3 + 0{,}0067\,V) + 0{,}0052\,V^2 \Sigma f \quad \ldots \quad (313)$$

$F = 10\ m^2$ dla parowozu z tendrem

$F = 7{,}5\ m^2$ „ — „ — — „ — i drzwiczkami dymnicy o kształcie stożka.

Σf suma zastępczych powierzchni wagonów.

$f = 1$ dla pociągu złożonego z czteroosiowych wagonów jednostajnego obrysia (w Niemczech t.z. pociągi D t.z. czteroosiowe z korytarzem i miechami)

Sanzin i Strahl podają wzory dla obliczenia Wi (indykowanego) oporu parowozów w zależności od ilości osi dowiązanych i ciśnienia na szyny jak luźnych, tak i napędnych osi.

Wzór Sanzin'a dla całkowitego oporu w kg.

$$W_{li\,kg} = 0{,}006\,F\,V^2 + L_{lt}(1{,}8 + 0{,}015\,V) + L_{pt}\left(a + \frac{b}{D_m} \cdot \frac{V}{10}\right) \quad \ldots \ldots \quad (314)$$

we wzorze tym oznacza:

L_{lt} ciśnienie na szyny w tonnach kół luźnych (tocznych) parowozu i tendra.

L_{pt} ciśnienie na szyny w tonnach kół napędnych parowozu.

D średnica kół napędnych w m.

a i b spółczynnik z doświadczeń

a = 5,5 b = 0,8 o 2 osiach dowiązanych a = 8 b = 2,8 o 4 osiach dowiązanych

a = 7 b = 1 o 3 „ „ a = 8,8 b = 3,6 o 5 — „ — — „ —

wzór ten daje za duże wielkości oporów dla nowoczesnych typów parowozów, wiarogodniejsze wyniki otrzymamy korzystając z następującego wzoru, w którym wielkość b przyjęta jako średnia nie zależna od ilości dowiązanych osi, a mianowicie:

$$W_{li\,kg} = 0{,}006\,F\,V^2 + L_{lt}(1{,}8 + 0{,}015\,V) + L_{pt}\left(a + \frac{0{,}1075}{D_m}V\right) \quad \ldots \ldots \quad (315)$$

Strahl, podaje wzór który można stosować przy ustalonym ruchu parowozu i wysokim (max) napięciu rusztu, t.j. na granicy wyczerpalności kotła - znaczy kiedy następuje odparowanie wody znajdującej się w kotle poniżej normalnego poziomu.

$$W_{li\,kg/t} = 2{,}5 + 0{,}067\left(\frac{V}{10}\right)^2 + \left(a + 0{,}116\,\frac{V}{D}\right) \cdot \frac{L_p}{L} \quad \ldots \ldots \quad (316)$$

spółczynnik a = 25 dla parowozów o 2 dowiązanych osiach spółczynnik $a=4$ dla parowozów o 3 dowiązanych osiach

" $a=5,5$ " " " 4 " "

" $a=7$ " " " 5 " "

Państwowe Koleje Polskie posiłkują się wzorem

$$W_{1kg} = \left\{3+0,00077(V-20)^2\right\} L_t + 0,06 V^2 + 10 L_p + 40 \cdot a \quad \ldots \quad (317)$$

a - ilość osi napędnych. $10 L_p + 40 \cdot a$ - odpowiada oporowi mechanizmu (W_m/kg)

Fabryka Baldwina w Philadelphji oblicza opory według wzoru:

$$w_{1\,kg/t} = 1,5 + 0,05 V = 1,5 + \frac{V}{20} \quad \ldots \quad (318)$$

Dla obliczenia bieżącego oporu całego pociągu, (lokomotywy łącznie z wagonami) można korzystać ze wzorów:

Clark'a dla prędkości $V < 70$ kl/gd.

$$w_{kg/t} = 2,4 + \frac{V^2}{1000} \quad \ldots \quad (319)$$

Erfurt'skim dla $V > 70$ i < 100 kl/gd.

$$w_{kg/t} = 2,4 + \frac{V^2}{1300} \quad \ldots \quad (320)$$

Powyższe dwa wzory są typu dwuczłonowych wzorów, zawierają wielkość prędkości tylko w drugiej potędze. Obliczenie wielkości oporów podług tych wzorów jest łatwiejsze.

Podamy tego typu wzory dla obliczania bieżącego oporu pociągu złożonego z wagonów różnych typów.

Wagony osobowe na 2 wózkach dwuosiowych, całkowita waga wagonów pociągu od 300 do 500 tonn.

$$w_{2\,kg/t} = 2,5 + \frac{V^2}{4000} \quad \ldots \quad (321)$$

Wagony osobowe 2 lub 3 osiowe całkowita waga wagonów pociągu od 300 do 400 tonn.

$$w_{2\,kg/t} = 2,5 + \frac{V^2}{3000} \quad \ldots \quad (322)$$

Pociąg węglowy, złożony z odkrytych węglarek, ładowny, ważący od 800 do 1300 tonn.

$$w_{2\,kg/t} = 2,5 + \frac{V^2}{4400} \quad \ldots \quad (323)$$

taki pociąg próżny, ważący od 300 do 500 tonn

$$w_{2\,kg/t} = 2,5 + \frac{V^2}{700} \quad \ldots \quad (324)$$

Towarowy pociąg składający się z wagonów krytych i otwartych w równych częściach na pół ładownych przy wadze pociągu od 800 do 1000 tonn

$$w_{2\,kg/t.} = 2,5 + \frac{V^2}{2000} \quad \ldots \quad (325)$$

Strahl podaje dwuczłonowe wzory dla obliczenia bieżącego oporu różnych typów pociągów, mając na widoku że podczas biegu mamy dość silny boczny wiatr.

a) pociąg pospieszny wagony czteroosiowe (2 wózki), albo bardzo ciężki towarowy.

$$w_{2\,kg/t.} = 2,5 + \frac{(V+12)^2}{4000} \quad \ldots \quad (326)$$

b) zwyczajny pociąg osobowy

$$w_2\ kg/t = 2{,}5 + \frac{(V+12)^2}{3000} \qquad (327)$$

c) pośpieszny towarowy

$$w_2\ kg/t = 2{,}5 + \frac{(V+12)^2}{2500} \qquad (328)$$

d) zwyczajny towarowy

$$w_2\ kg/t = 2{,}5 + \frac{(V+12)^2}{2000} \qquad (329)$$

e) próżny pociąg towarowy

$$w_2\ kg/t = 2{,}5 + \frac{(V+12)^2}{1000} \qquad (330)$$

Dla obliczenia całkowitego bieżącego oporu parowozu, przy umiarkowanym bocznym wietrze, może służyć wzór Strahlá

$$W_{l i} kg. = 2{,}5\, L_l + \alpha\, L_p + 0{,}6\, F\left(\frac{V+12}{10}\right)^2 \qquad (331)$$

przyczem $F = 10\ m^2$; α - spółczynnik; L_l - ciśnienie tocznych zestawów kół parowozu i zestawów tendra.

$\alpha = 5{,}8$	przy	2	osiach sprzężonych	i 2	cylindrach	parowych	(2 B II)
$\alpha = 6$	"	2	" "	i 4	"	"	(2 B IV)
$\alpha = 7{,}3$	"	3	" "	i 2	"	"	(2 C II)
$\alpha = 7{,}5$	"	3	" "	i 4	"	"	(2 C IV)
$\alpha = 8{,}4$	"	4	" "	i 2	"	"	(2 D II)
$\alpha = 8{,}6$	"	4	" "	i 4	"	"	(2 D IV)
$\alpha = 9{,}3$	"	5	" "	i 2	"	"	(I E II)
$\alpha = 9{,}5$	"	5	" "	i 4	"	"	(I E IV)

Wzór ten uwzględnia tarcie w maszynach dla tego siła W_{li} obliczona podług tego wzoru, odpowiada wartości indykowanej; wartość użyteczna (efektywna)

$$W_{le} = \eta \cdot W_{li} \qquad (332)$$

dla η można przyjmować takie wielkości:

Parowozy	z 2	dowiązanemi osiami	(A i B)	$\eta = 0{,}93$
"	" 3	" "	(C)	$\eta = 0{,}9$
"	" 4	" "	(D)	$\eta = 0{,}87$
"	" 5	" "	(E)	$\eta = 0{,}85$
"	" 6	" "	(F)	$\eta = 0{,}82$

Obecnie pod wpływem rozwoju różnych rodzai komunikacji drogi żelazne zmuszone były podnieść znacznie prędkość biegu pociągów nie zmniejszając ich wagi; wskutek tego wzrosły całkowite opory biegu pociągów, a parowozy okazały się słabymi.

Ponieważ, przy największej dopuszczalnej ilości dowiązanych osi pośpiesznych parowozów (4 osie) i dopuszczalnym nacisku zestawu kół na szyny (u nas 18-20 tonn) nie można było zwiększyć siły pociągowej parowozów wskutek niedostatecznej przyczepnej siły pociągowej; jedynem wyjściem, było nadanie parowozowi i wagonom takich zewnętrznych konturów, przy których malał by opór powietrza. Po przeprowadzeniu badań nad oporami nowoopracowanych typów taboru, powstały nowe wzory dla obliczania oporów. Strahl, swój stary wzór dla obliczenia oporu 4roosiowych osobowych wagonów $w_2 = 2{,}5 + \frac{1}{40}\left(\frac{V}{10}\right)^2 kg/t.$

zmienił nowym:

$$w_2 = 2 + (0{,}007 + m)\cdot\left(\frac{V}{10}\right)^2 kg/t. \qquad (333)$$

m - spółczynnik zależny od typu wagonów, dla 4-osiowych osobowych $m = \frac{1}{40}$, a dla innych patrz wzory 327 do 330.

Sauthoff na podstawie badań przeprowadzanych przez Zarząd Niemieckich kolei nad nowymi typami wagonów, opracował następujący wzór dla oporu wagonów osobowych.

$$w_{kg/t} = a + bV_F + 0{,}0048\,\frac{1}{Q}(n + 2{,}7)\,f\cdot V_R^2 \qquad (334)$$

tu oznacza: V_F - prędkość biegu pociągu w kl/gd.

V_R - rzeczywista prędkość powietrza w kl/gd.

n - ilość wagonów

Q - waga pociągu w tonnach

$a = 1{,}9$ kg/t przy średnim stanie utrzymania wagonów i toru.

$b = 0{,}0025$ dla 4 osiowych wagonów	$f = 1{,}45\ m^2$ dla 4 osiow. wagonów nowej budowy bez świetlika
$b = 0{,}004$ „ 3 „ „	$f = 1{,}55\ m^2$ „ 4 „ „ starej budowy ze świetlikiem
$b = 0{,}007$ „ 2 „ „	$f = 1{,}15\ m^2$ dla osobowych wagonów innych konstrukcji

Badania były wykonane pomiędzy 1929-1932 r. na prostolinijnym odcinku „Potsdam-Burg" w odkrytem polu i w lesie, aby w ten sposób wyjaśnić wpływ wiatru. Dynamometryczny wagon był zaopatrzony w sprężynowy dynamometr dla mierzenia oporu biegu pociągu, i w aparaty dla badania siły i kierunku wiatru.

Pociągi badane składały się z 6, 10 i 12 wagonów żelaznych 4 osiowych (na 2 osiowych wózkach) nowego typu bez świetlików (typu D kolei niemieckich); następnie był badany pociąg złożony z 12 wagonów czteroosiowych starego typu z drewnianemi pudłami i świetlikiem. Pociąg złożony z 12 wagonów żelaznych nowego typu, był badany próżny i ładowny.

Badano pociąg złożony z 18 wagonów żelaznych dwuosiowych nowego typu i pociąg złożony z 21 wagonów trzechosiowych starej konstrukcji.

Doświadczenia przeprowadzali Nocon i Sauthoff. Wzory, Nocona dają mniejsze wielkości oporów; nie podajemy ich, ponieważ na naszych kolejach lepiej posiłkować się wzorami Sauthoffá.

Z przeprowadzonych badań wynikało że wielkość członu, a we wzorze (334) wahała się w granicach 1,56–1,9 kg/t.

Miechy pomiędzy wagonami powinny być stosowane, jak można najszersze, aby warstwy powietrza, przepływające około bokowych ścianek wagonów nie wgłębiały się silnie w przerwach pomiędzy wagonami, ponieważ to zjawisko ma wpływ na tworzącą się próżnię poza ścianką ostatniego wagonu pociągu, od której znów zależy opór wiatru podczas biegu pociągu.

Na tab. 10 rys. 67 mamy krzywe jednostkowych oporów (kg/t) w zależności od prędkości dla pociągu złożonego z 10. żelaznych wagonów 4 osiowych (typu D z korytarzami), otrzymane na podstawie wzoru Strahla i Sauthoffá przy biegu podczas ciszy i przy wietrze o kierunku przeciwnym do biegu pociągu. Z tych wykresów widzimy że przy prędkościach do V = 60 km. obydwa wzory dają jednakowe wyniki, przy większych prędkościach opory podług wzoru Strahlá są znacznie większe.

Żeby wyjaśnić podług jakich wzorów z podanych pod numerami: 288, 293, 300, 304, 311, 314, 317, 319, 320 i 331 należy obliczać opór parowozów, na tab. 11 mamy wykreślone krzywe jednostkowych oporów parowozu (kg/t) otrzymane na podstawie powyższych wzorów, dla parowozu towarowego P.K.P. serji Ty23, waga parowozu z tendrem 149 tonn.

Na tymże wykresie mamy krzywą AB oporu parowozu Ty23 otrzymaną na podstawie badań dokonanych na stacji doświadczalnej Ministerstwa Komunikacji (P.K.P.). Krzywa ta przedstawia różnicę siły pociągowej indykowanej Z_i i na haku Z_h: $w_{kg/t} = \frac{Z_i - Z_h}{L}$

Z układu tych 11 krzywych widzimy, że krzywa oporów otrzymane na podstawie wzorów Strahlá (331) i P.K.P. (317) zbliżone do krzywej AB rzeczywistych oporów parowozu Ty23.

Na tablicy 12 rys. 69 mamy wykresy jednostkowych oporów (kg/t) dla parowozu Pt31 P.K.P. otrzymanych podług wzorów Strahla, P.K.P. i wyników badań na stacji doświadczalnej P.K.P.; na tabl. 12 rys. ~~70~~ 71 mamy jednostkowe opory dla najnowszych typów pośpiesznych parowozów P.K.P. seryi Ok22, Pu29, i Pt31. Kształt tych krzywych jest zgodny z kształtem krzywej AB dla parowozu Ty23 tab. 11. rys 68.

Z tego wynika że opory parowozów P.K.P. można obliczać według wzoru Strahlá (331), lub wzoru P.K.P. (317).

Wzory te jak wogóle wszystkie empiryczne wzory nie dają wyników ściśle odpowiadających zjawisku oporów w rzeczywistości. Opór w początku rozruchu w rzeczywistości bywa większy niż po ~~przebiegu~~ osiągnięciu parowozem 35-40 klm/godz. z tego momentu opór dopiero stale wzrasta w miarę zwiększania się prędkości jazdy. Opór według empirycznych wzorów przy rozruchu ma pewną minimalną wielkość, która stale wzrasta, w miarę zwiększania się prędkości jazdy. Weźmy np. wykres oporu parowozu Pt31. tab.12 rys.69. Podług krzywej otrzymanej z badań przy rozruchu opór mamy 7,5 kg/t. przy prędkości 40. klm. 5,25 kg/t (minimum) i następnie zaczyna stale wzrastać przy $V = 80$ km/gd. $w_1 = 7{,}5$ kg/t i przy $V = 100$ km/gd. $w_1 = 10{,}75$ kg/t.

Podług wzoru Strahla przy rozruch $w_1 = 6$ kg/t. przy $V = 40$ km/gd $w_1 = 7$ kg/t. przy $V = 80$ km/gd. $w_1 = 8^2/_3$ kg/t. t.j. stale wzrastający i większy od rzeczywistego.

Charakter krzywej oporu otrzymanej z badań przy rozruchu parowozu, tłomaczy się tem ze z początku ruchu parowozu tarcie pomiędzy panwiami i czopami mamy półsuche i dlatego opór jest większy niż przy osiągnięciu przez parowóz prędkości około $V = 40$ km/gd.; opór w tym momencie otrzymujemy najmniejszy, ponieważ pomiędzy panwiami i czopami nastąpiło tarcie ciekłe, wskutek ustalenia się odpowiedniej prędkości obrotowej czopów i podniesienia się temperatury smaru.

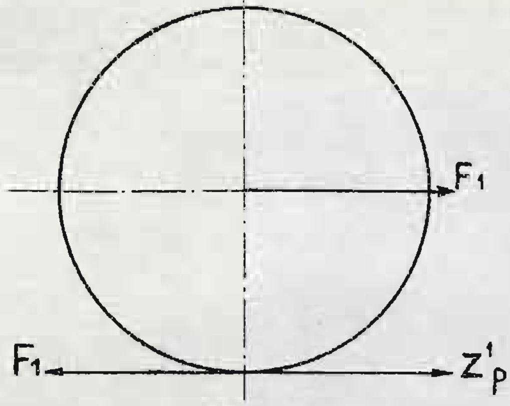
Charakter krzywej jednostkowego oporu parowozu, przy ruszaniu z miejsca należy przyjmować pod uwagę przy obliczaniu czasu rozruchu pociągu.

Przy projektowaniu nowych parowozów P.K.P. opór wagonów oblicza, podług wzorów Strahla od Nr. 326 do Nr. 330 z wynikami zadawalniającemi, chociaż w rzeczywistości opór był nieco mniejszy. Dla pociągów osobowych P.K.P. można posiłkować się wzorami Barbier (294 i 295). Dla składów towarowych w warunkach przeciętnych P.K.P. korzystają z wzoru:

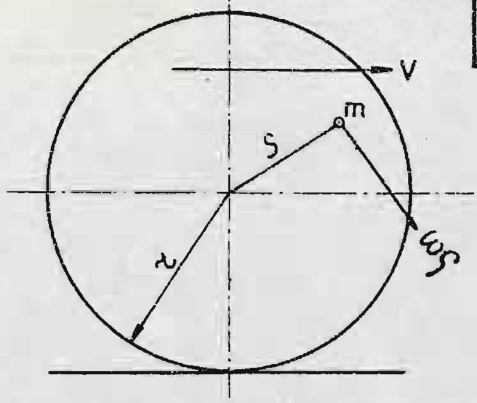
$$w_{2\,kg/t} = 1{,}9 + \frac{V^2}{1000}$$

który przy prędkości biegu pociągu towarowego około 30 km/gd. odpowiada mniej-więcej wzorowi Strahla Nr. 329. Na tabl. 12 rys. 72 podane krzywe, podług których można obliczać opory taboru P.K.P. przy dobrem stanie taboru i toru. Krzywe te ustalono na podstawie badań dokonanych przez stację doświadczalną P.K.P. Krzywa ABC może służyć dla obliczenia oporu parowozów pośpiesznych i osobowych A, B, C, dla towarowych z 5 dowiązanemi osiami i abc dla wagonów osobowych; jednakże należy zauważyć że krzywa abc otrzymana na podstawie nieznacznej ilości badań.-

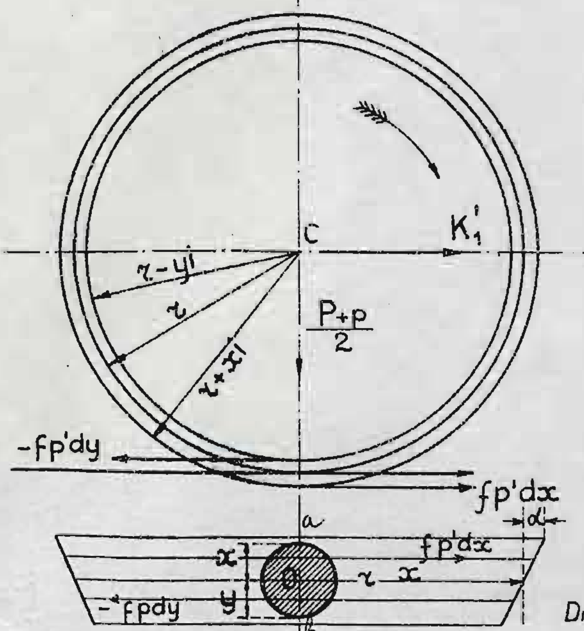
TABLICA Nº 1



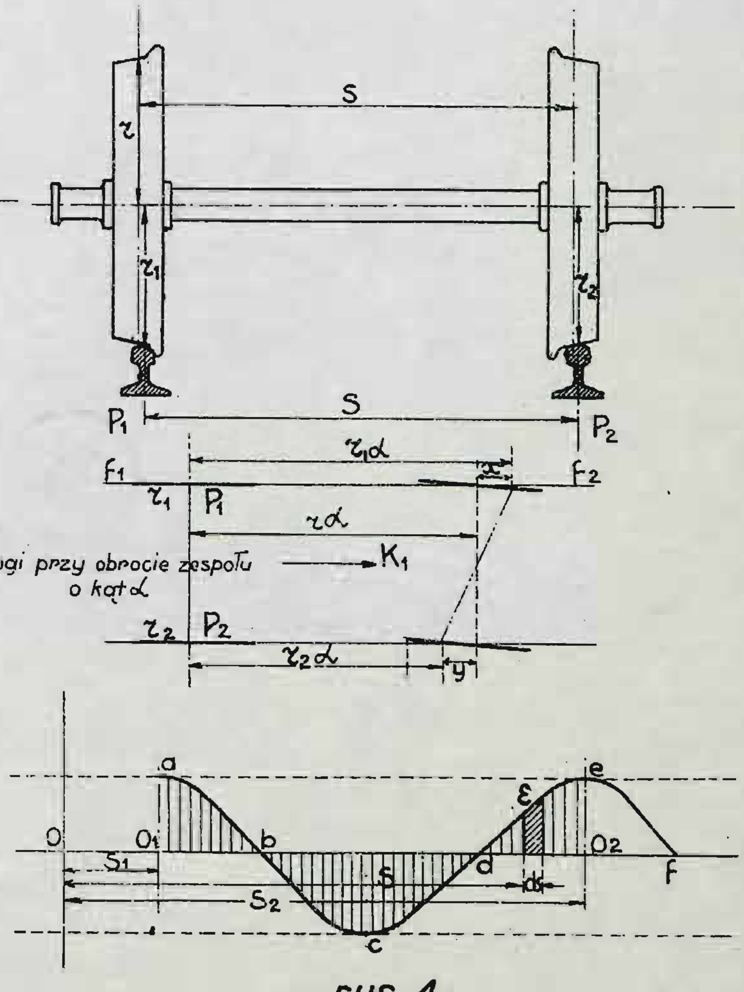
rys. 1



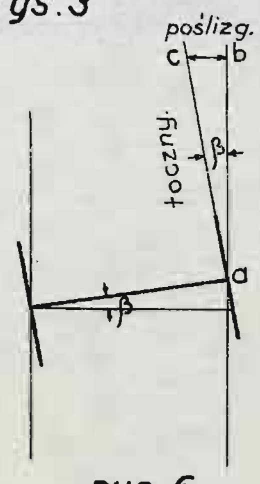
rys. 2



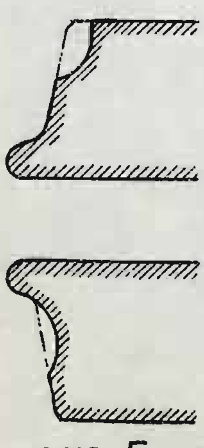
rys. 3



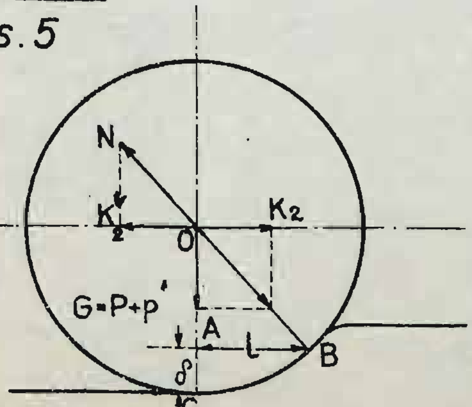
rys. 4



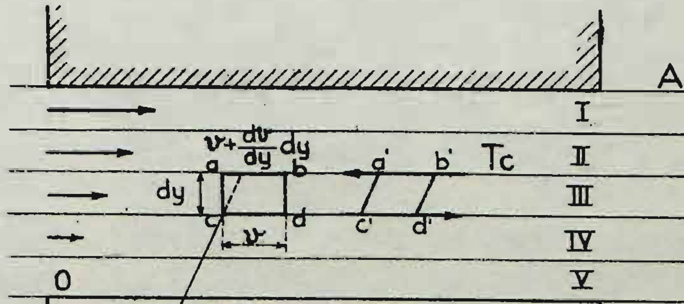
rys. 6



rys. 5

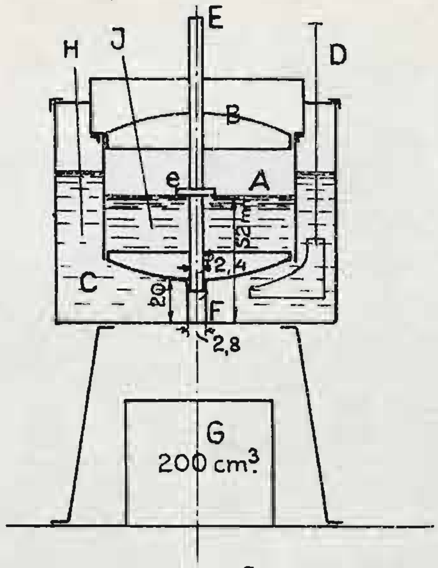


rys. 7

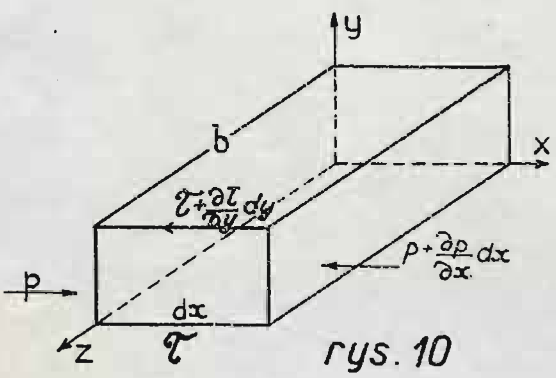


rys. 8

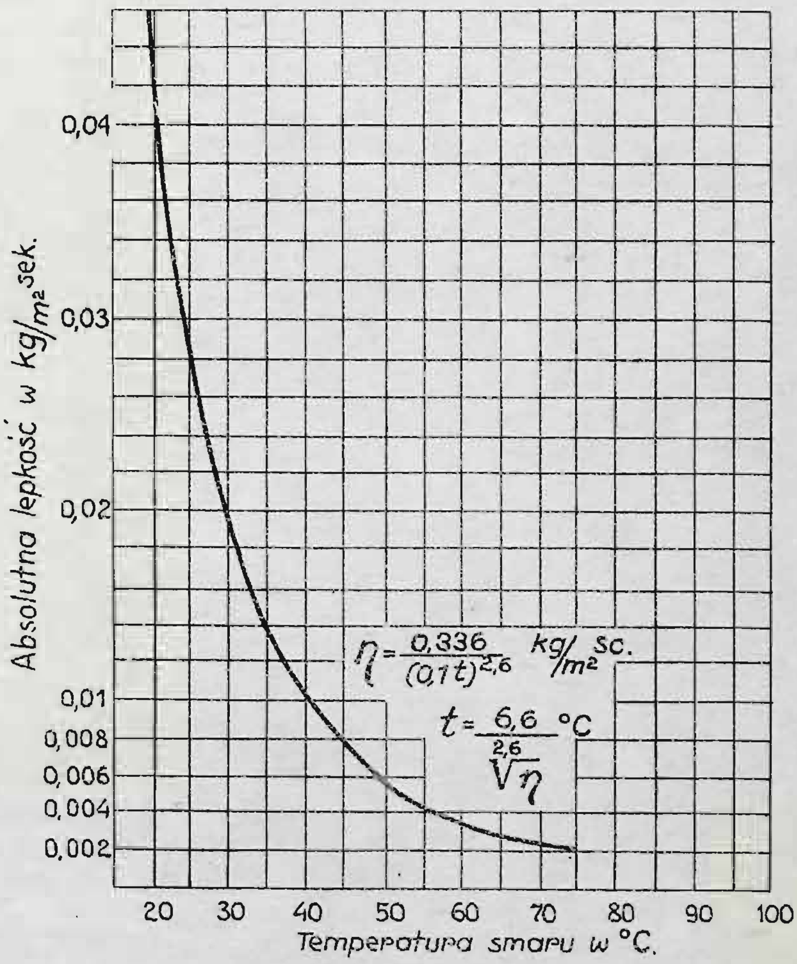
TABLICA № 2



rys. 9

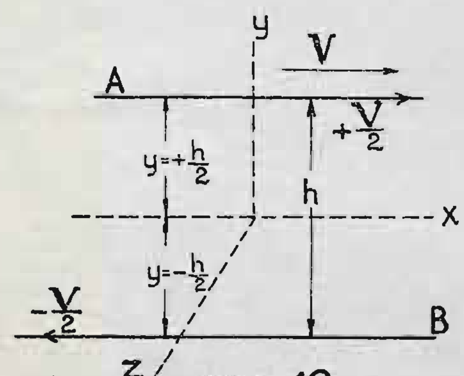


rys. 10

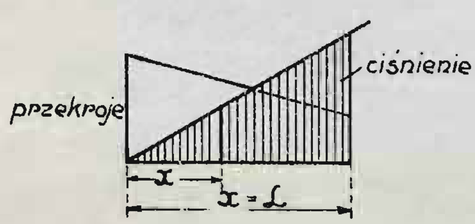


Zależność absolutnej lepkości od temperatury dla ciężkiego smaru maszynowego.
$E° = 7,8$ przy $t = 50°C$. $\gamma = 0,9$

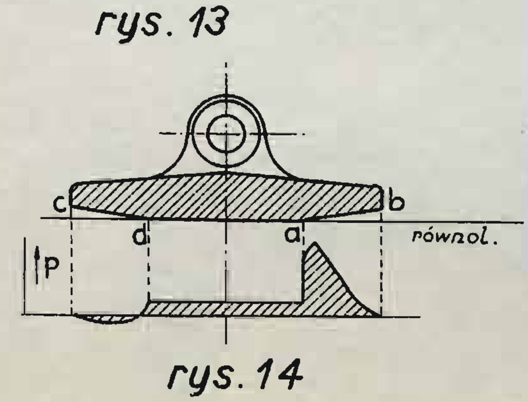
rys. 11



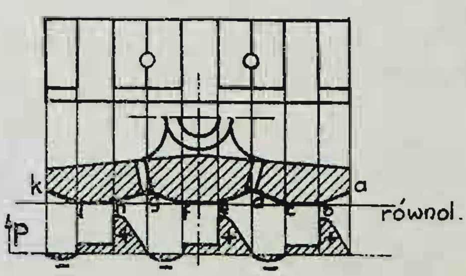
rys. 12



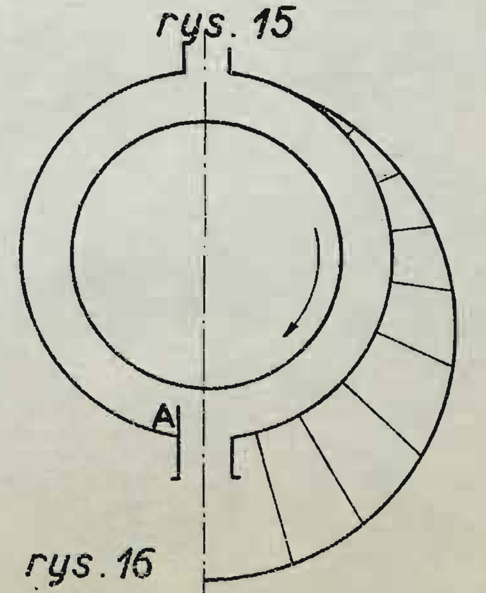
rys. 13



rys. 14

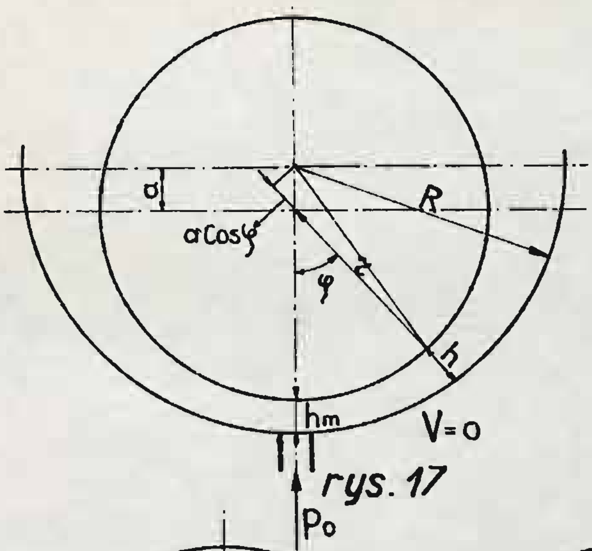


rys. 15

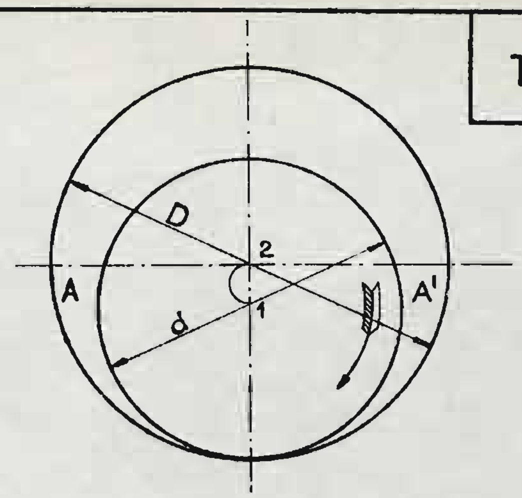


rys. 16

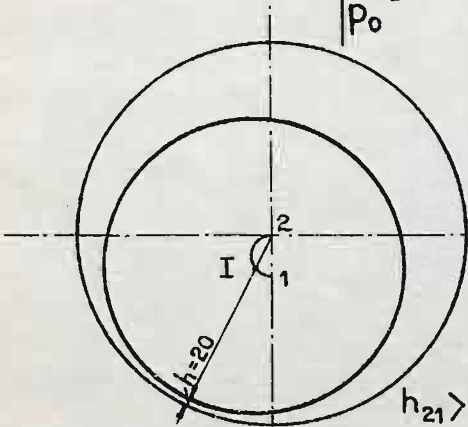
TABLICA № 3



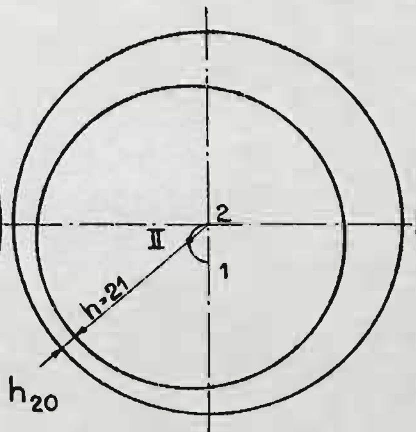
rys. 17



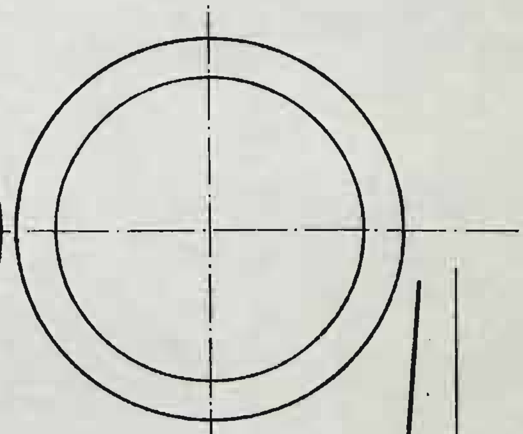
rys.18

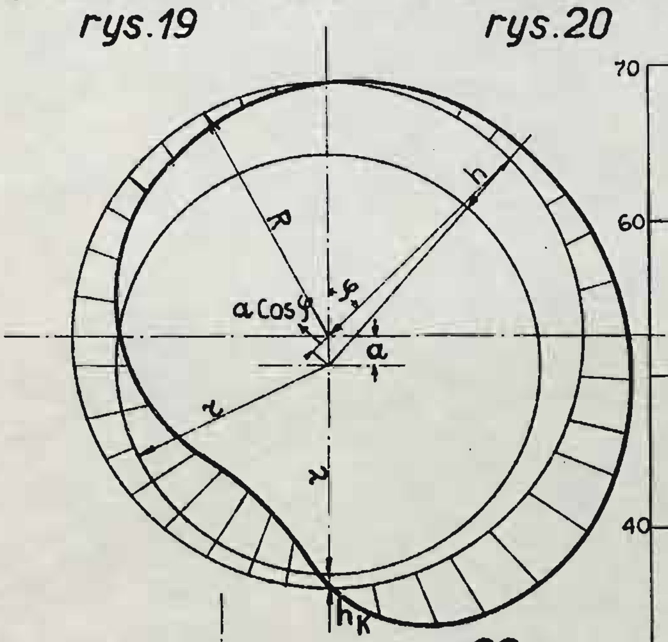


n – ilość obrotów nieznaczna
rys.19

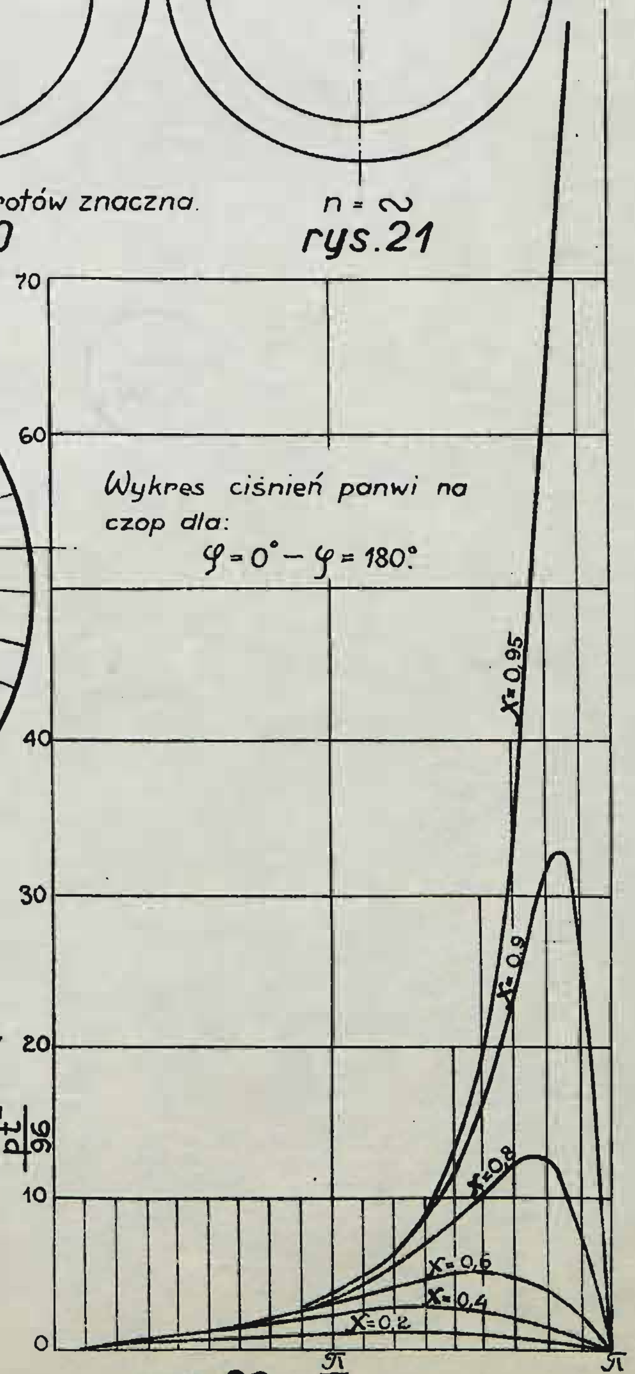


n – ilość obrotów znaczna.
rys.20

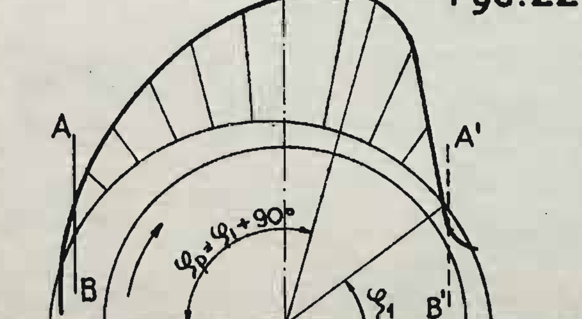

n = ∾
rys.21



rys.22

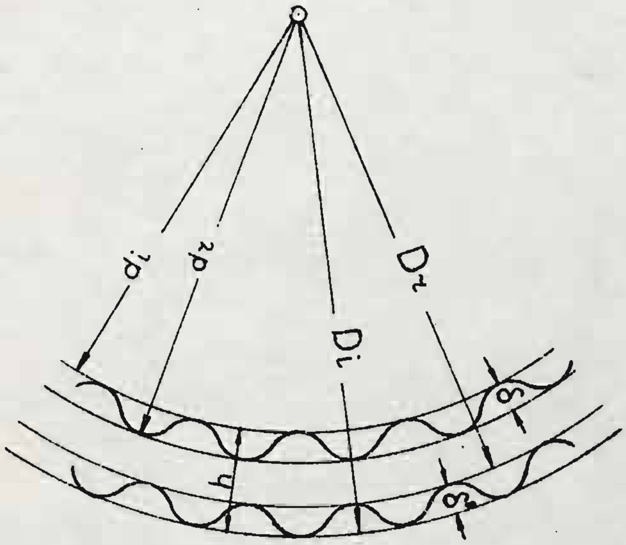


rys.23

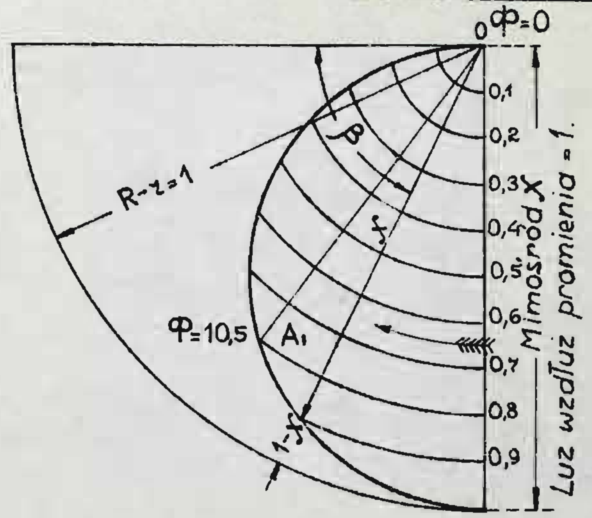


Wykres ciśnień dla jednosiodełkowej panwi.
AB i A'B' – miejsca do których można doprowadzać smar.
rys. 24

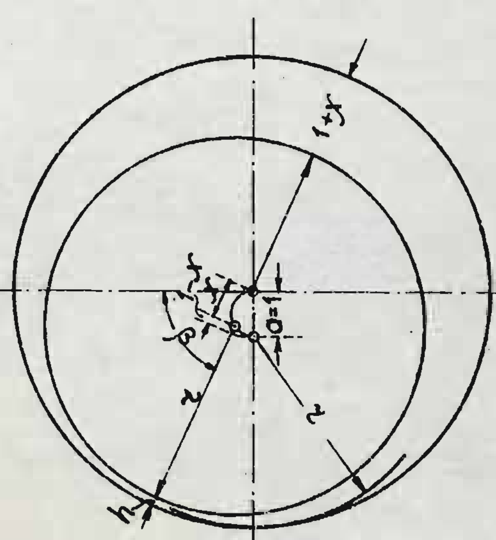
TABLICA Nº 4



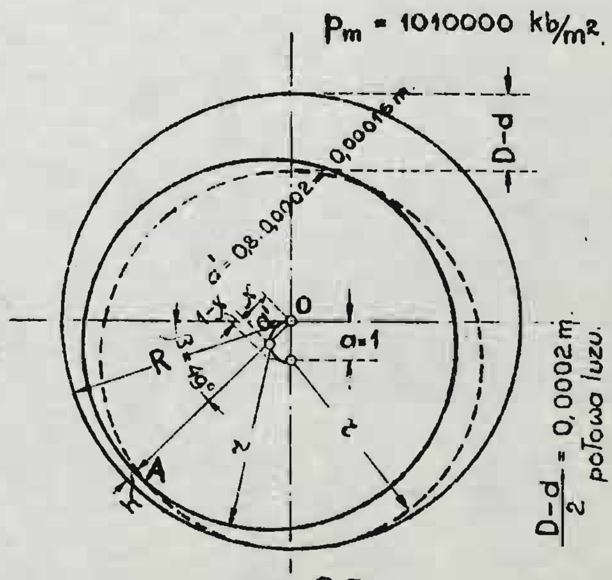
rys. 25



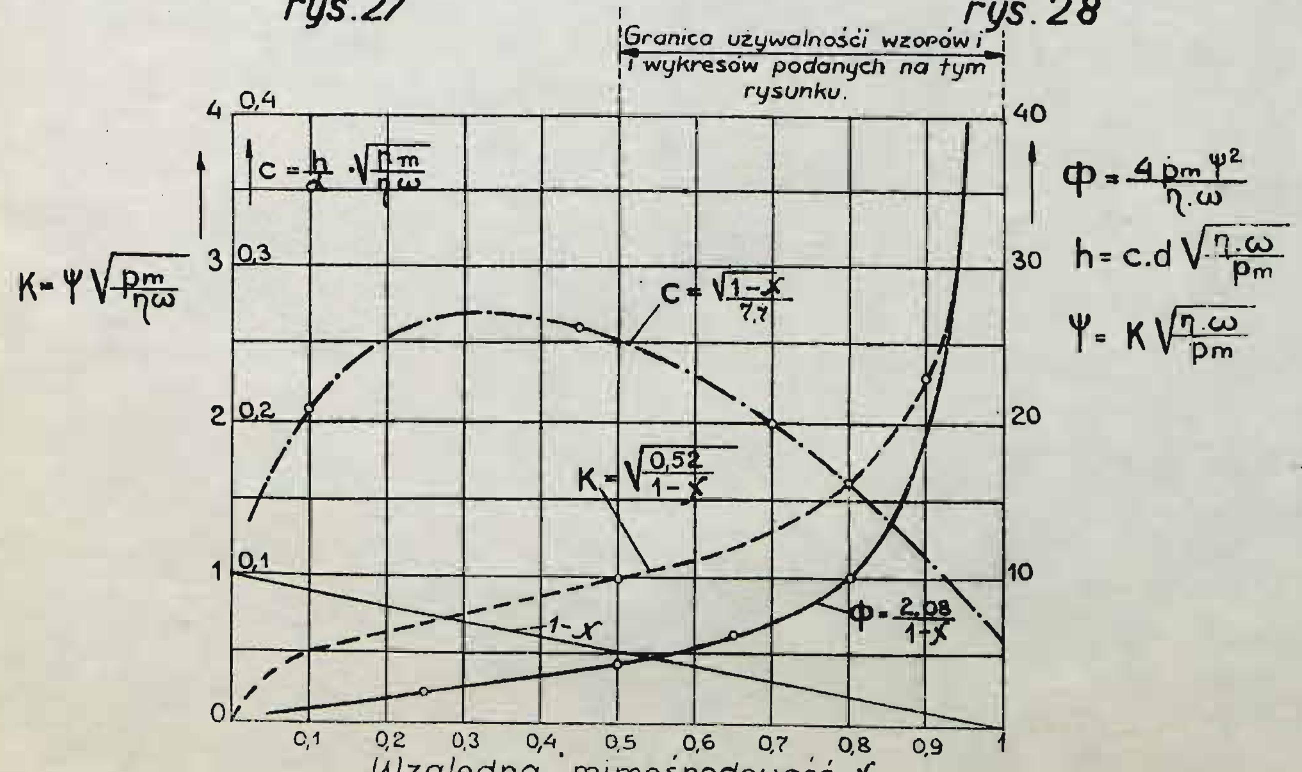
rys. 26



rys. 27

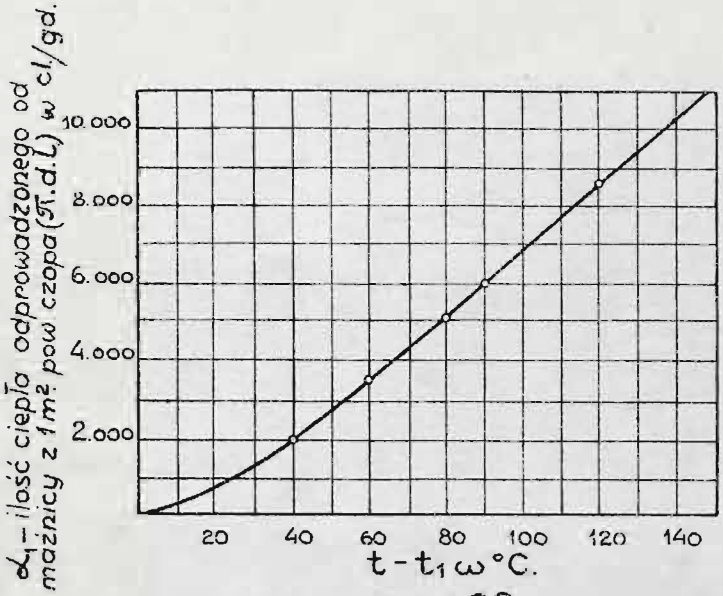


rys. 28

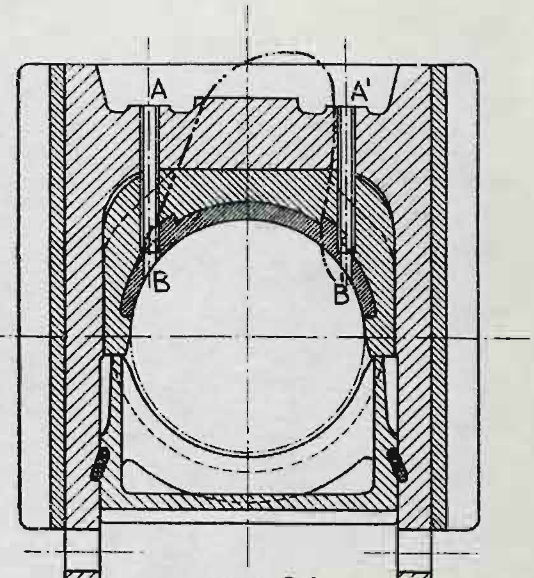


rys. 29

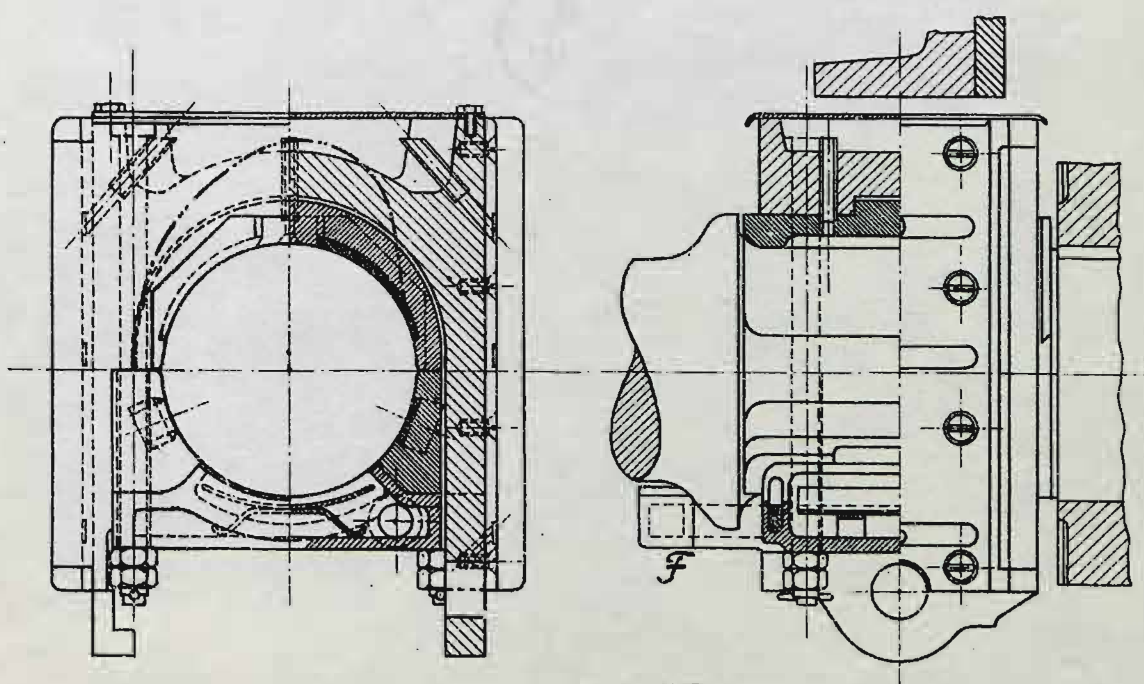
TABLICA № 5



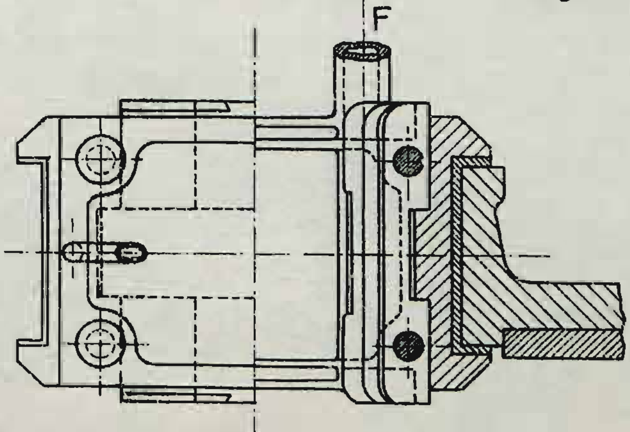
rys. 30

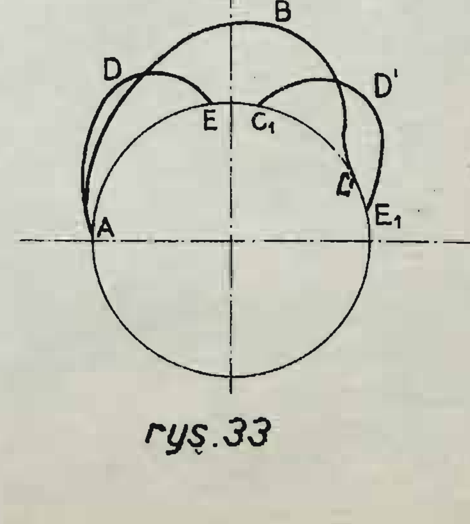


rys.31



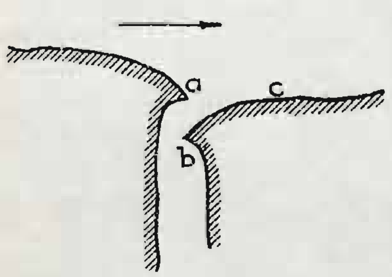
rys. 32



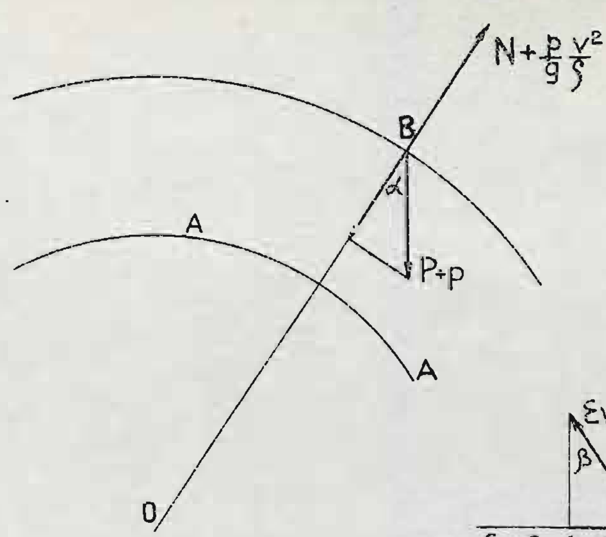


rys.33

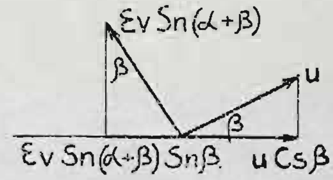
TABLICA № 6



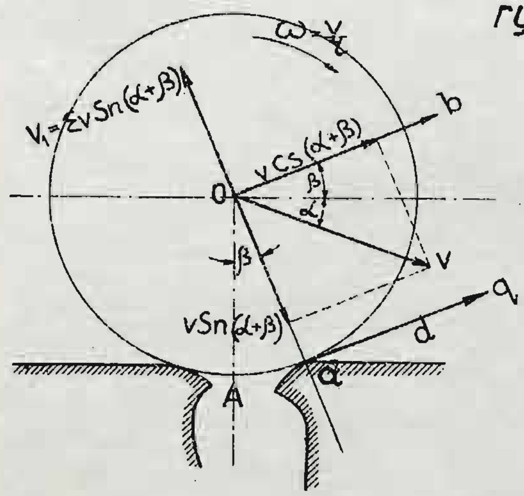
rys.34



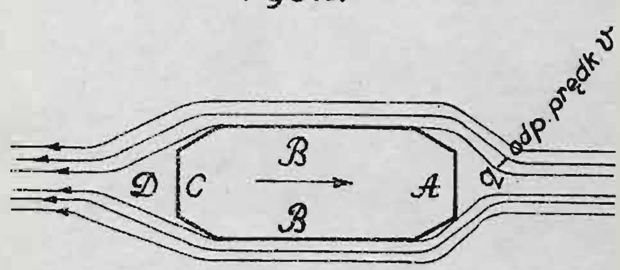
rys.35



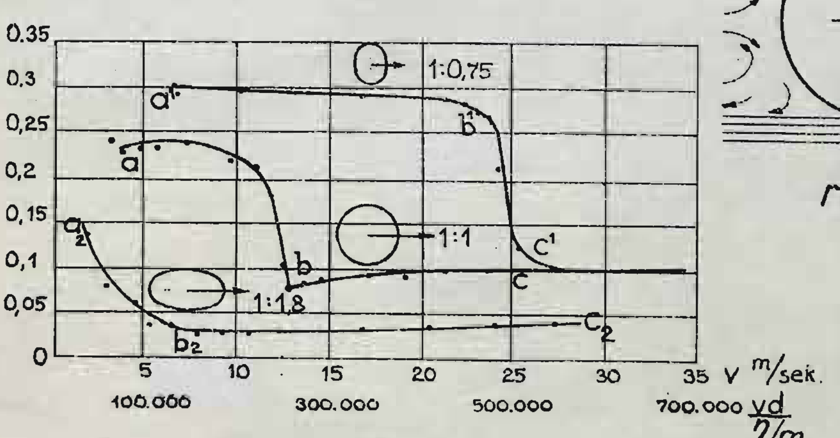
rys.37



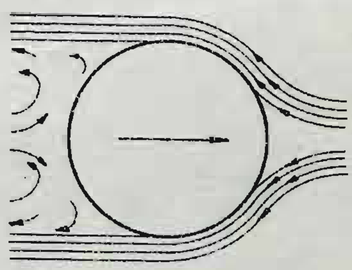
rys.36



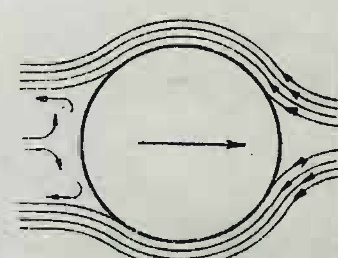
rys.38



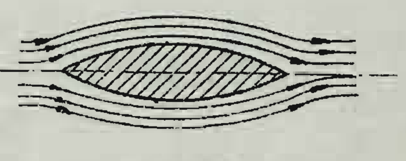
rys.39



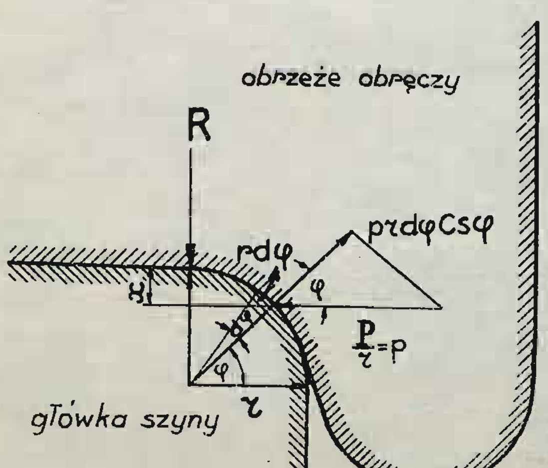
rys.40a



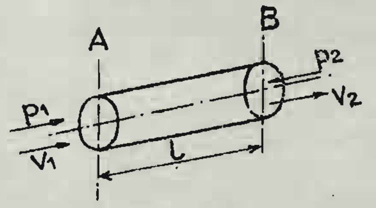
rys.40b.



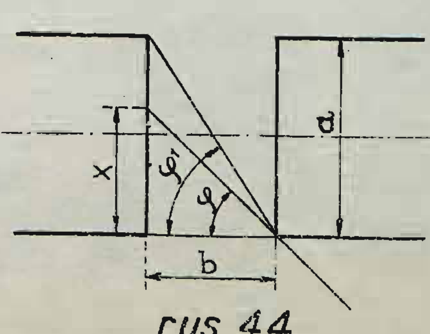
rys.40c.



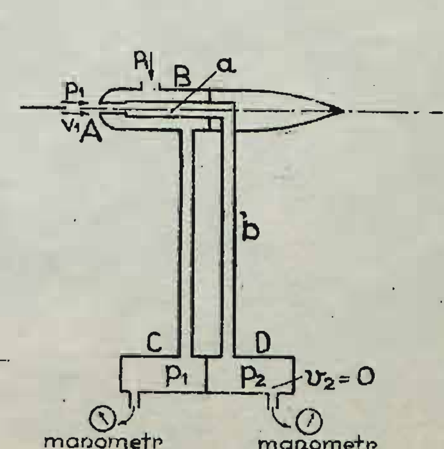
rys. 43



rys.41

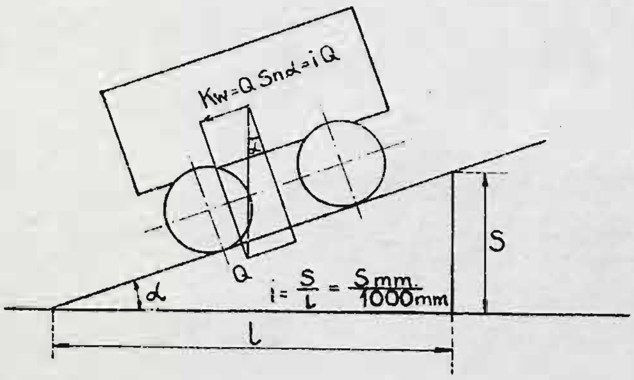


rys.44.

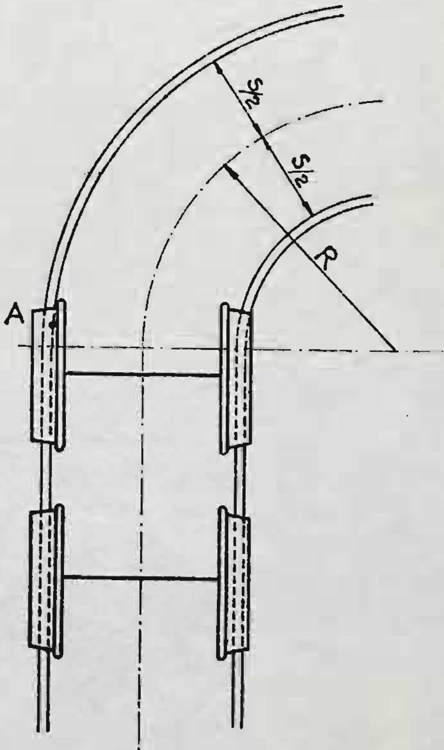


rys. 42

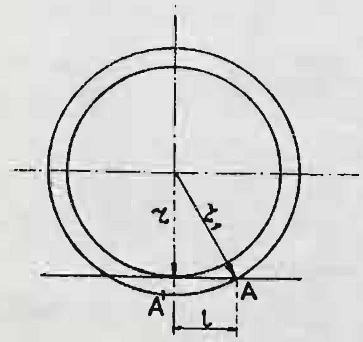
TABLICA Nº 7



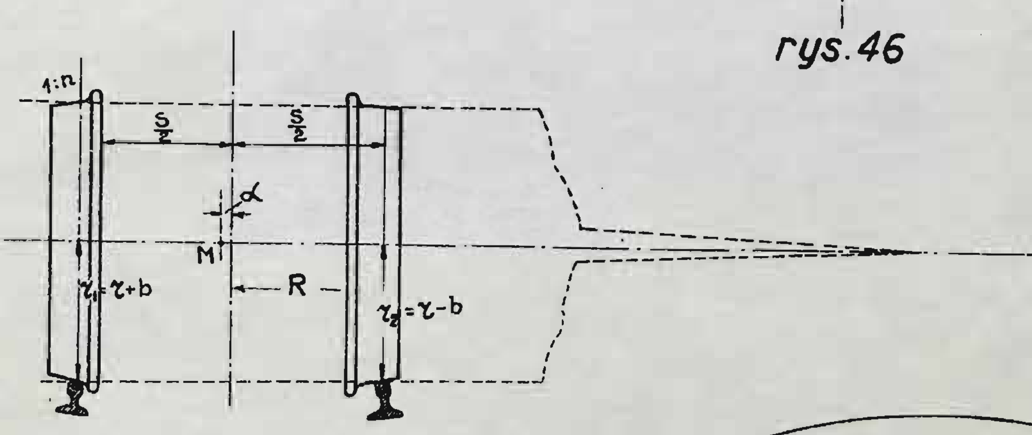
rys. 45



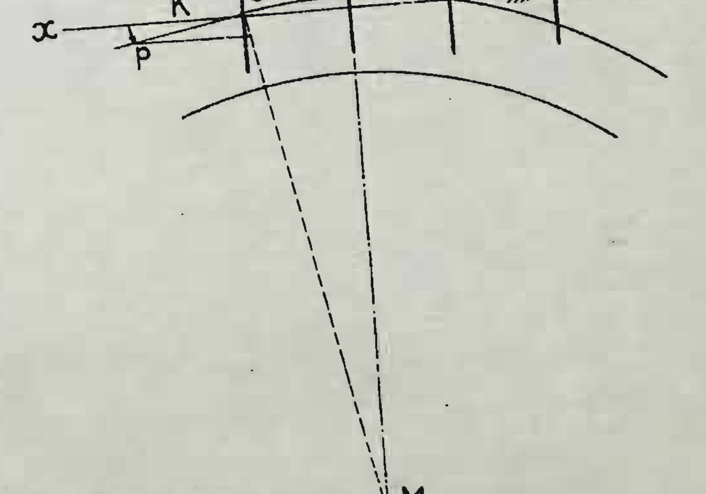
rys. 46



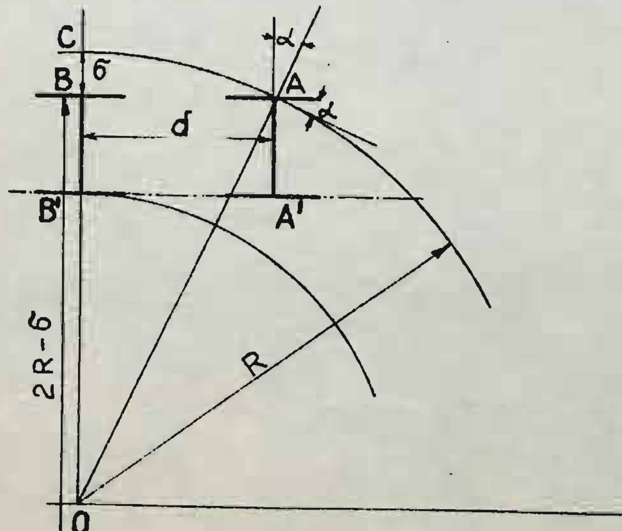
rys. 47



rys. 48

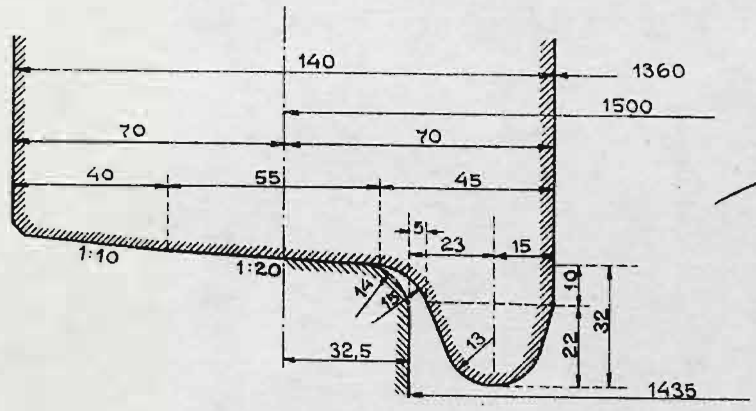


rys. 49

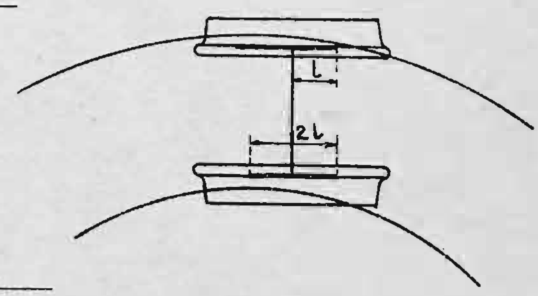


rys. 50

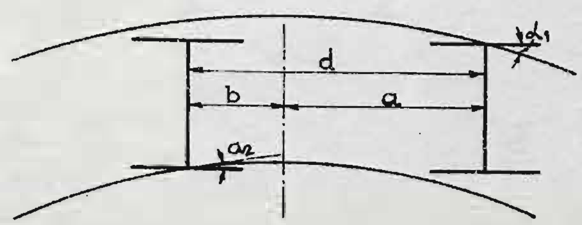
TABLICA Nº 8



rys. 51

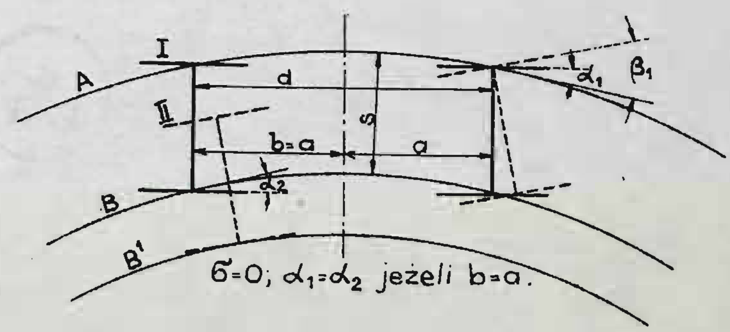


rys. 52

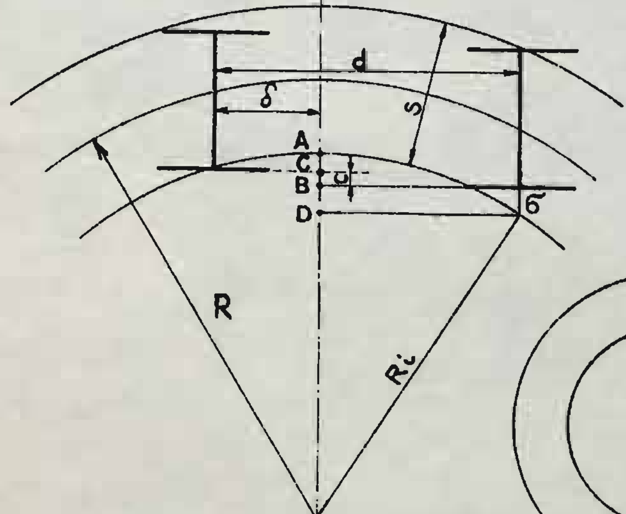


dopóki $\alpha_1 > \alpha_2$ dopóty $a > b$

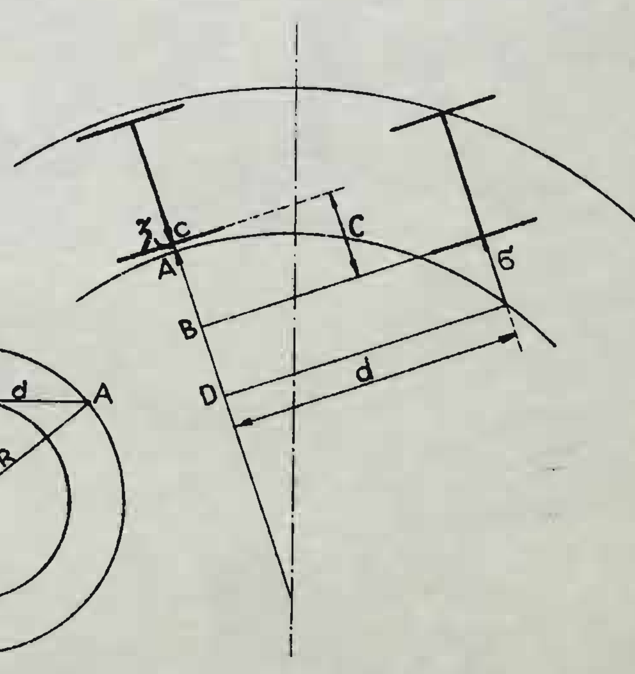
rys. 53



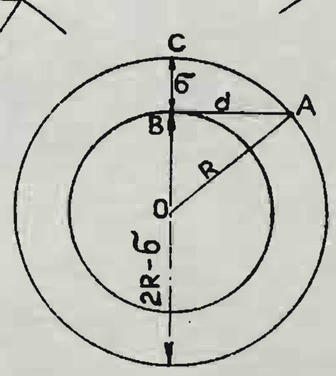
rys. 54



rys. 55



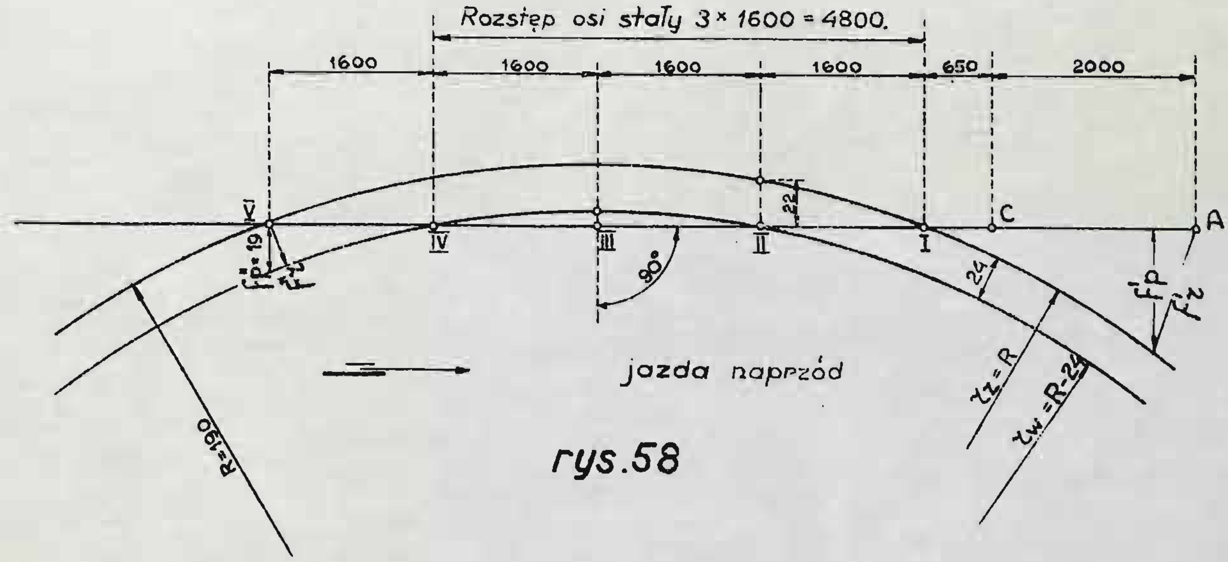
rys. 56



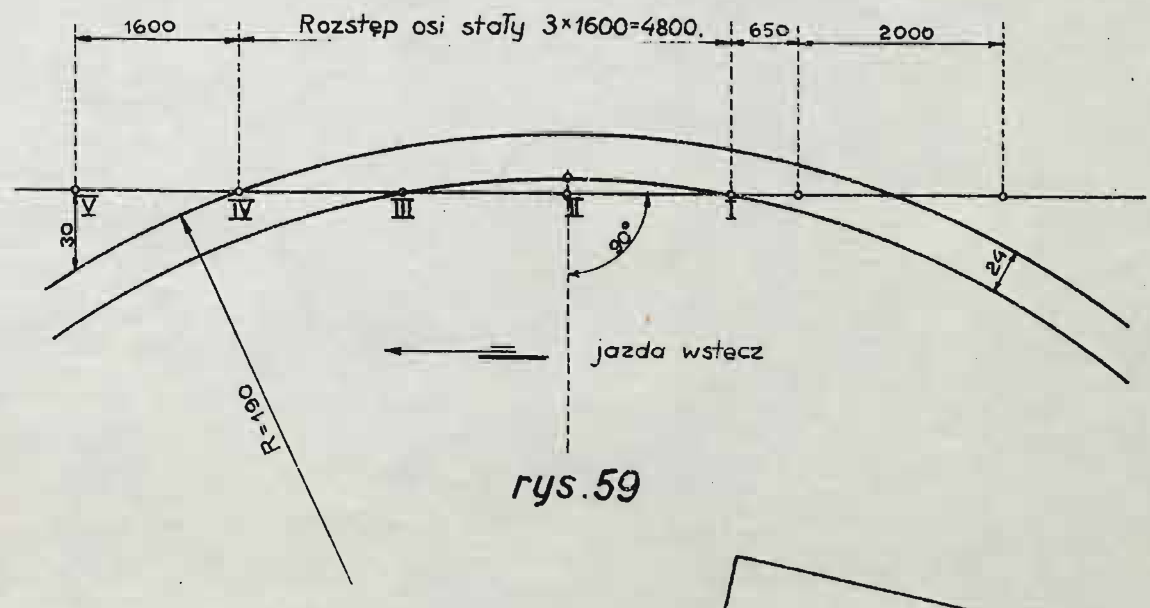
rys. 57

TABLICA № 9

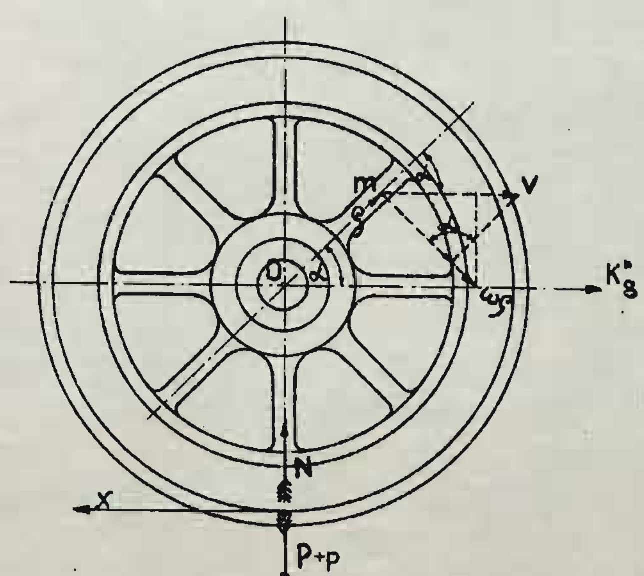
Wykres Roy'a dla parowozów serji Ty23 /1-E-0/ P.K.P.



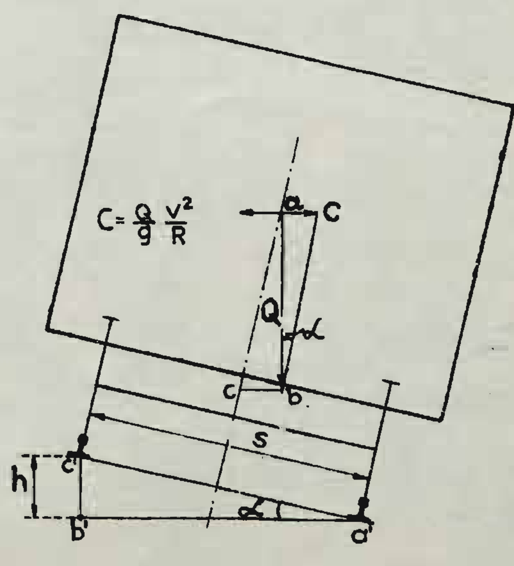
rys.58



rys.59

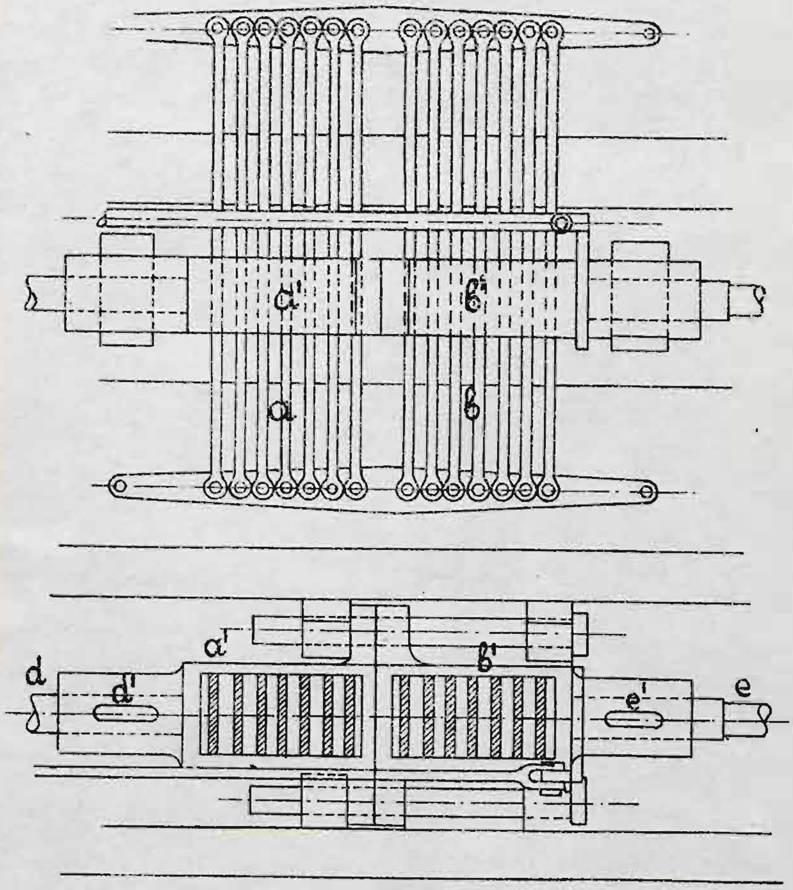


rys.61

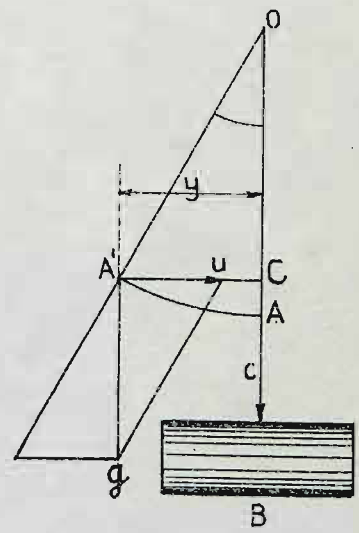


rys.60

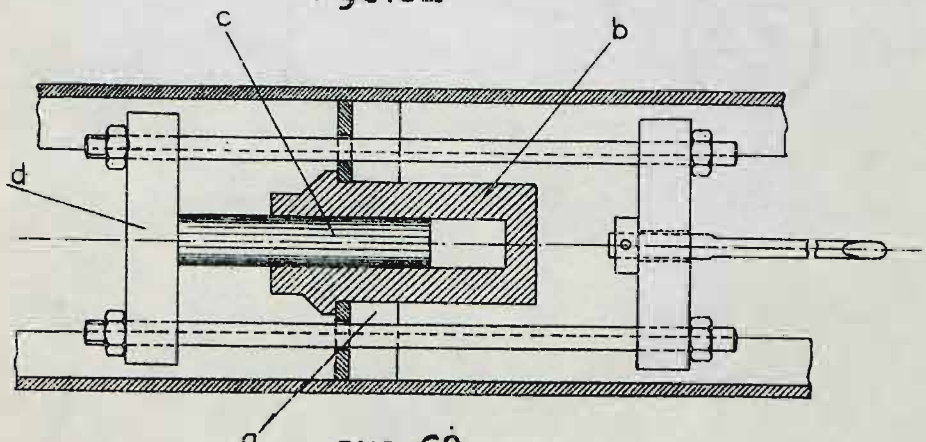
TABLICA № 10



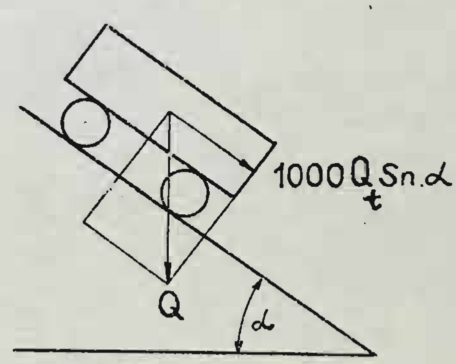
rys. 62



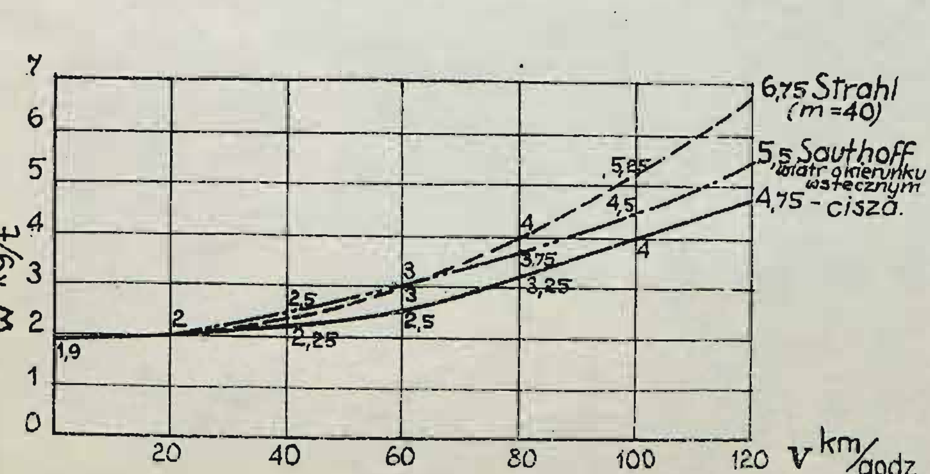
rys. 64



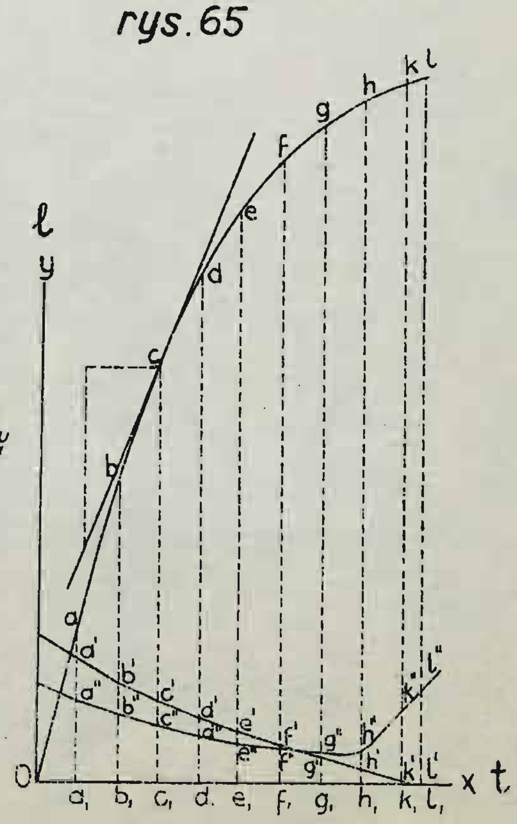
rys. 63



rys. 65



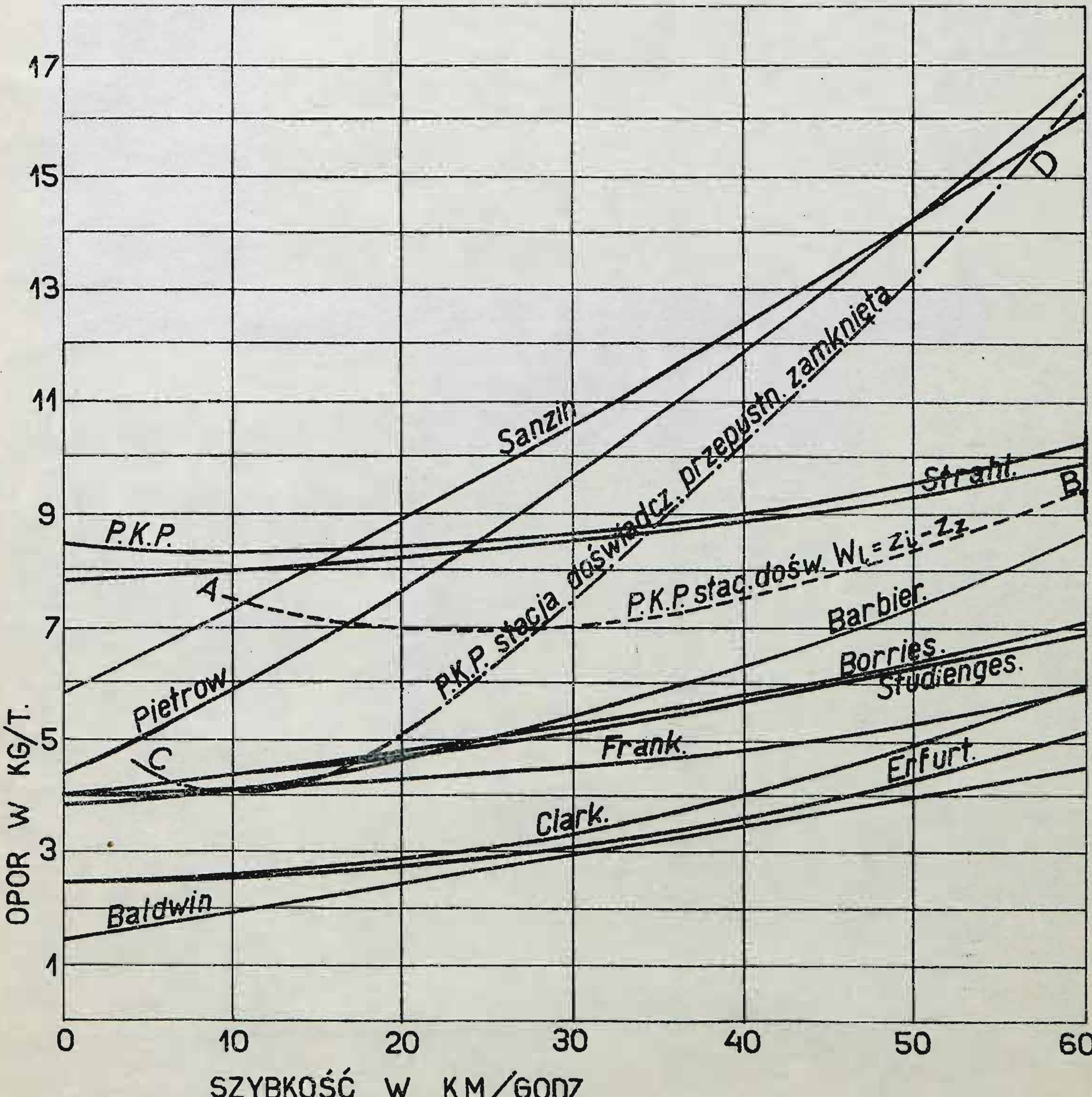
rys. 67



rys. 66

TABLICA № 11

OPÓR PAROWOZU Ty23 W KG/T (WAGA 149 T)

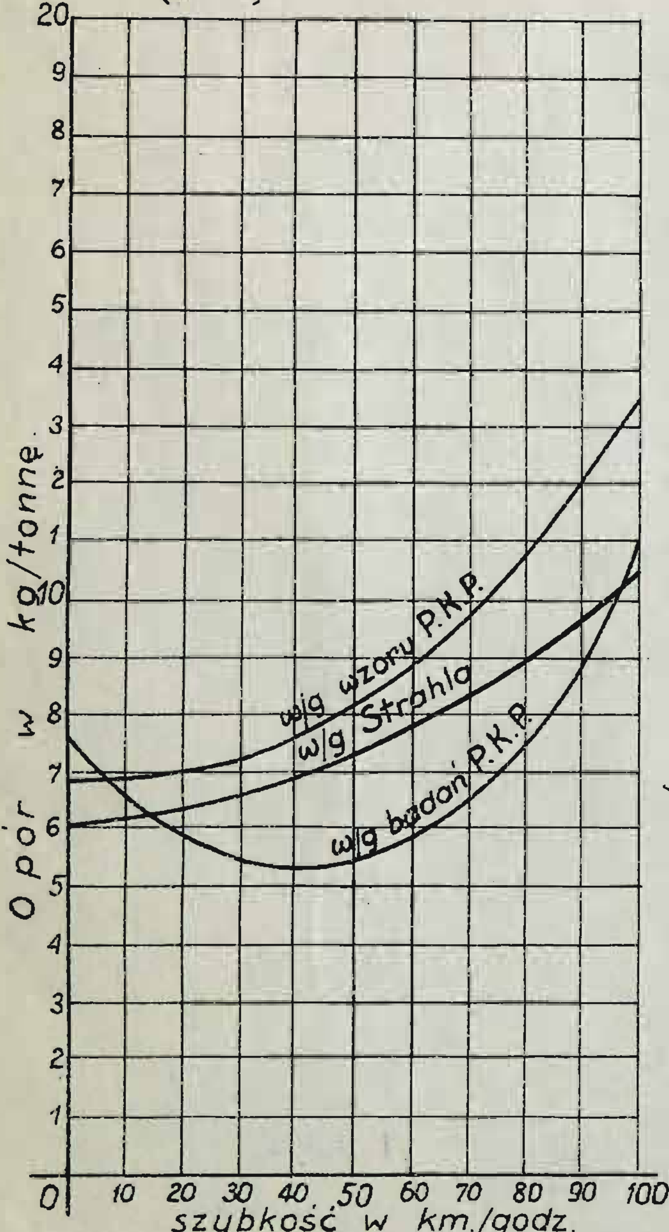


rys. 68

WYKRES OPORU JEDNOSTKOWEGO PAROWOZÓW /KG/TN/.

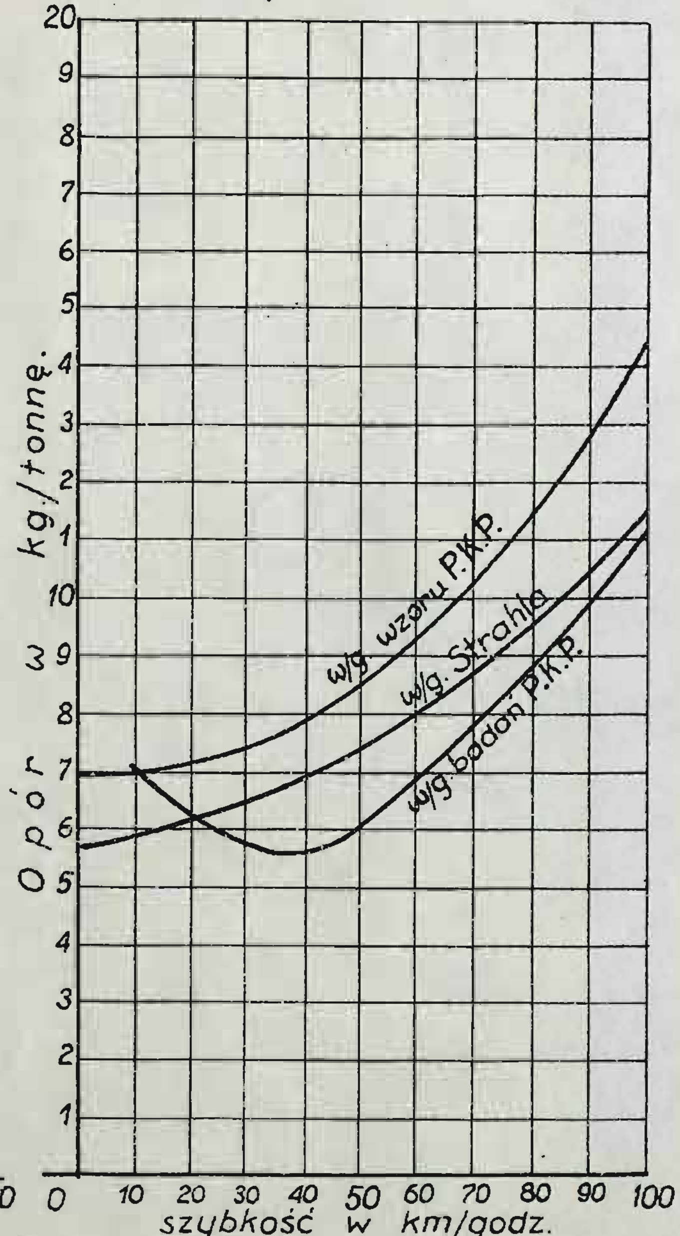
TABLICA № 12

Pt31 (1-D-1) Q = 172,6 t



Rys. 69

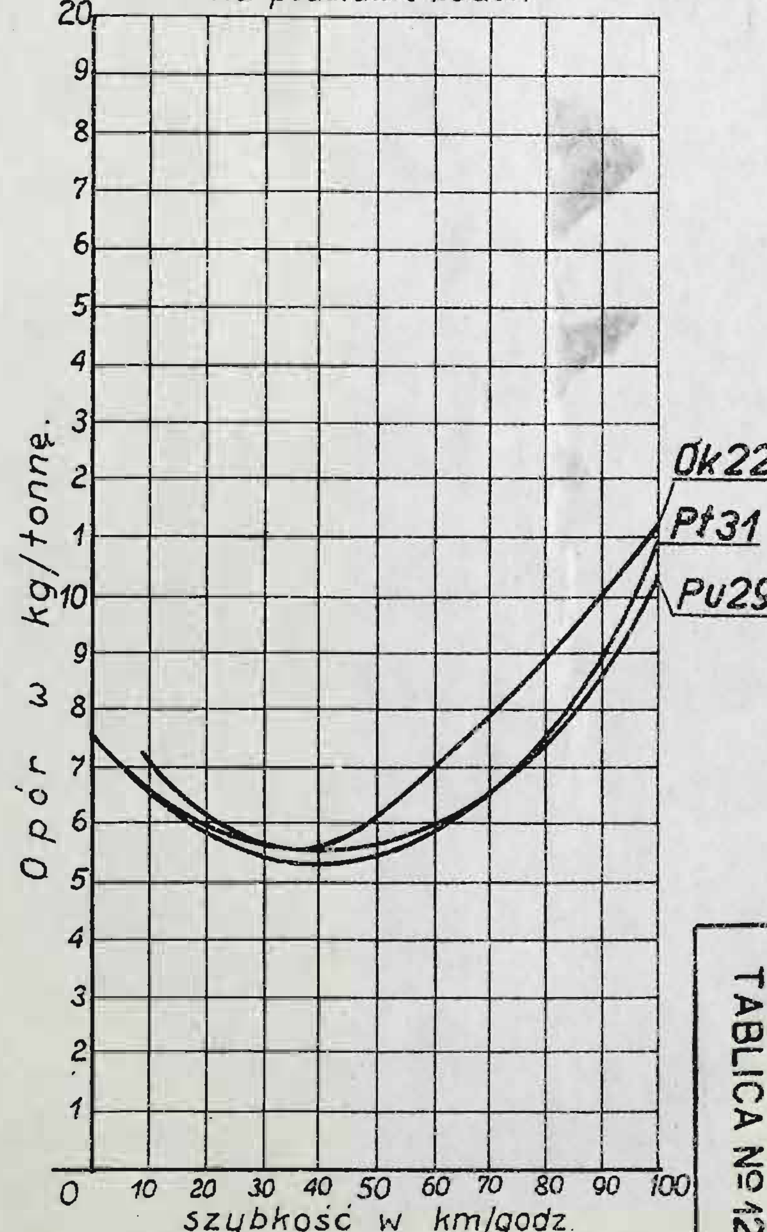
Ok22 (2C) Q = 130 t.



Rys. 70

Pt31 (1-D-1) **Pu29** (2-4-1) **Ok22** (2C)

na podstawie badań



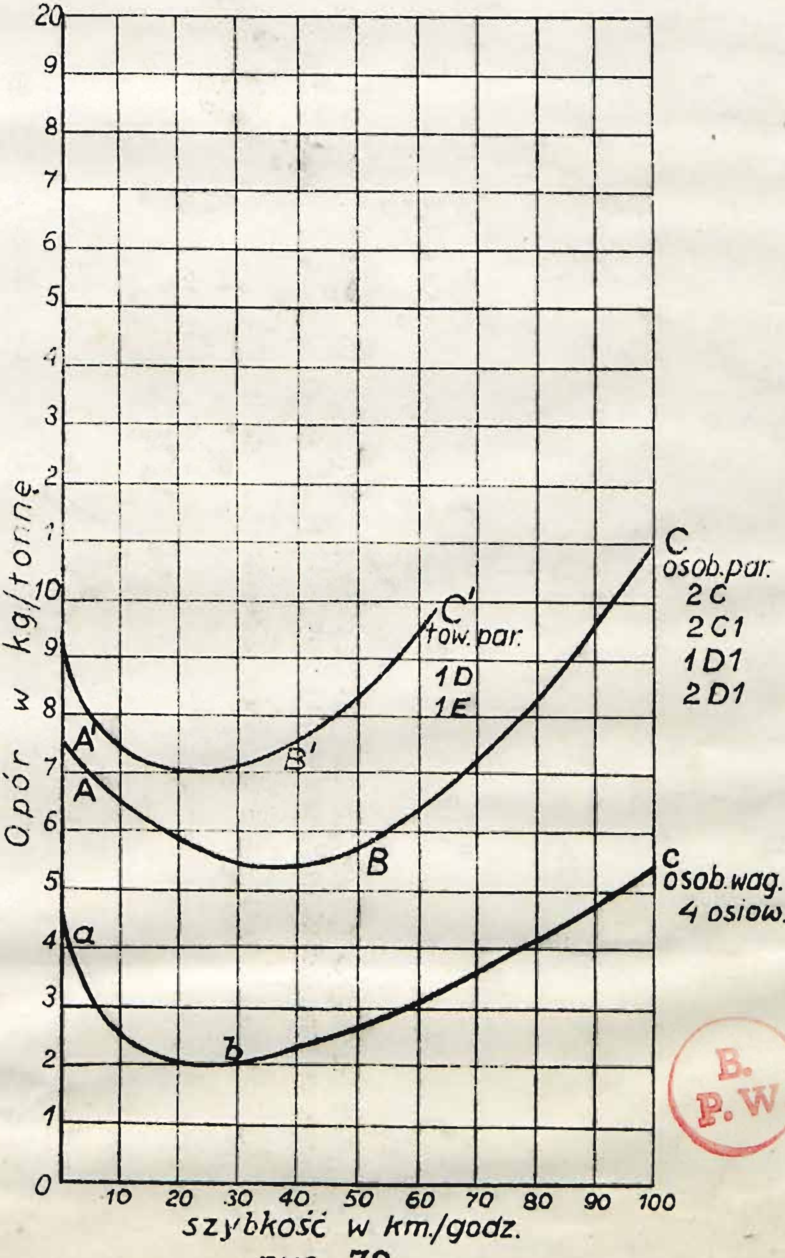
Rys. 71

Tablica 12ª

Opory w kg/t

dla parowozów osobowych, towarowych i wagonów osobowych.

(średnie ich wielkości)



rys. 72