POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Wydział Inżynierii Środowiska

ROZPRAWA DOKTORSKA

mgr inż. Maciej Chaczykowski

Modelowanie pęknięcia gazociągu przy założeniu nieizotermiczności przepływu gazu

WARSZAWA

2001

+ 1 streszczenie

533.6.011:621.644:539.42:519.673:004.94:043

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Wydział Inżynierii Środowiska

ROZPRAWA DOKTORSKA

mgr inż. Maciej Chaczykowski

Modelowanie pęknięcia gazociągu przy założeniu nieizotermiczności przepływu gazu

promotor:
prof. dr hab. inż.
Andrzej J. Osiadacz

Warszawa 2001

F5

POLITECHNIKA WARSZAWSKA
R.005561 (1)
Biblioteka Główna

2601D/350-01

Spis treści

Wstęp 5
1.1. Sformułowanie problemu badawczego 7
1.2. Cel i zakres pracy 8
Bibliografia 11

II Model matematyczny nieustalonego, nieizotermicznego przepływu gazu 13
2.1. Podstawowe równania 14
2.2. Równania uzupełniające 16
2.3. Model matematyczny nieustalonego, nieizotermicznego przepływu gazu 27
2.4. Wyniki przykładowych obliczeń wartości współczynników modelu 30
Wnioski 36
Bibliografia 37

III Modele wymiany ciepła między gazem a otoczeniem gazociągu 39
3.1. Wyznaczenie nieustalonego pola temperatury w przekroju poprzecznym gazociągu 44
3.2. Wyznaczenie strumienia ciepła wymienianego między gazem a otoczeniem 52
3.3. Porównanie wyników rozwiązania uproszczonych modeli wymiany ciepła z wynikami modelu dwuwymiarowego 64
Wnioski 70
Bibliografia 71

IV Analiza warunków brzegowych zagadnienia pęknięcia gazociągu 73
4.1. Analiza jakościowa przepływu w miejscu awarii 74
4.2. Wyznaczenie strumienia masy gazu przepływającego przez dyszę przy przemianie izentropowej 77
4.3. Rzeczywisty przepływ gazu przez dyszę 79
4.4. Model gazu rzeczywistego zastosowany do obliczeń ilości gazu wypływającego w miejscu awarii 86
4.6. Wyniki obliczeń testowych 94
Wnioski 99
Bibliografia 100

V Wybór metody numerycznej rozwiązania problemu 103
5.1. Metoda prostych 105
5.3. Układy równań sztywnych 107
5.4. Algorytm całkowania zmiennokrokowego 109
Wnioski 114
Bibliografia 115

VI Wyniki symulacji 117
6.1. Weryfikacja wyników symulacji nieizotermicznego przepływu gazu na zbiorze danych rzeczywistych 118
6.2. Wyniki obliczeń symulacyjnych awarii gazociągu przesyłowego 124

Wnioski końcowe 135

Pragnę podziękować promotorowi
prof. dr. hab. inż. Andrzejowi J. Osiadaczowi
za okazaną pomoc w realizacji pracy.

M. Chaczykowski

Proponowana rozprawa doktorska była częściowo realizowana w ramach grantu promotorskiego Komitetu Badań Naukowych. Projekt badawczy został zarejestrowany pod numerem 7 T07G 002 18.

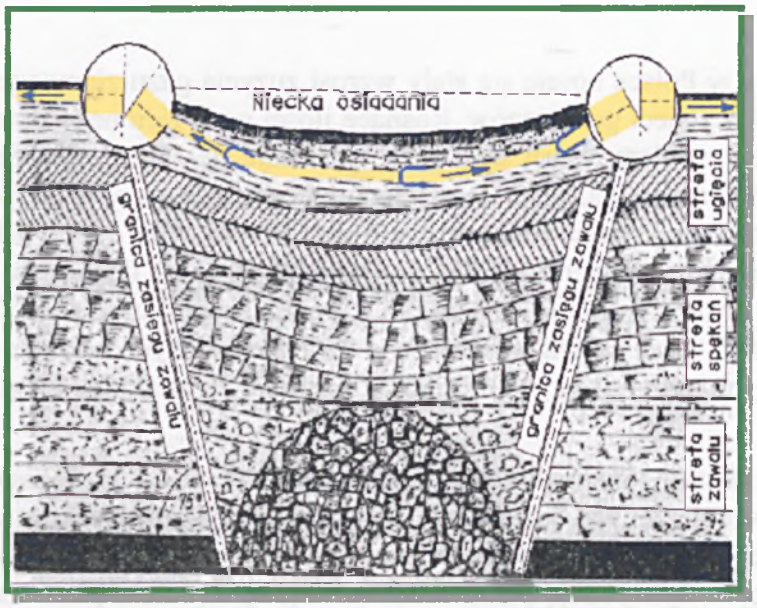
Wstęp

W chwili obecnej, w Polsce notuje się stały wzrost zużycia gazu ziemnego, powodujący konieczność rozbudowy sieci gazociągów. Rosnące ilości gazu ziemnego przesyłanego rurociągami powodują, że problem awarii sieci gazowych staje się coraz istotniejszy. W przypadku awarii, oprócz działań wynikających ze względów bezpieczeństwa, mających na celu ograniczenie ilości emitowanego gazu, podstawowym problemem służb odpowiedzialnych za transport i dystrybucję jest zapewnienie ciągłości dostaw określonych ilości gazu. Wynika to z obowiązku realizacji dostaw do odbiorców zgodnie z podpisanymi umowami. Prawidłowe sterowanie siecią gazową w takich przypadkach wymaga dodatkowych narzędzi w postaci programów symulacyjnych, pozwalających na analizę zaistniałych na skutek awarii spadków ciśnienia w sieci.

W trakcie awarii gazociągów dochodzi do emisji gazu do atmosfery. Emisje są jedną z pozycji w rachunku nierozliczonych ilości gazu (strat gazu). Przykład wyników ankiety, mającej na celu oszacowanie strat gazu w systemach gazowniczych wybranych krajów, z podziałem na wydobycie, przesył i dystrybucję przedstawiono w [13]. Źródłem pierwotnym są publikacje Międzynarodowej Unii Gazowniczej. Poza Stanami Zjednoczonymi straty gazu w gazociągach sieci dystrybucyjnych są ilościowo znacznie większe od strat rejestrowanych w trakcie przesyłu gazu. Wynika to m.in. z faktu, że długość sieci dystrybucyjnej jest zwykle większa od długości sieci przesyłowej (aktualnie długość sieci przesyłowej przekroczyła w Polsce 17 tys.. km, a rozdzielczej 80 tys.. km). Należy jednak podkreślić, że rachunki do bilansu strat gazu prowadzone są w oparciu o orientacyjne wskaźniki, z których trudno formułować ogólne wnioski. Straty gazu na skutek awarii gazociągów są tylko jedną z pozycji w rachunku niedoborów bilansowych gazu i brak jest niestety dokładnych danych na temat relacji między ilościami gazu traconego na skutek awarii w sieciach przesyłowych i sieciach dystrybucyjnych.

Wśród ważniejszych przyczyn nieszczelności sieci gazowej wysokiego ciśnienia wymienia się [2]:

- Obciążenia dynamiczne w wyniku ruchu pojazdów oraz szkód górniczych (zapadliska górnicze (rys. 1). Uszkodzenie może polegać na przełomie zmęczeniowym, przełomie statycznym, nieszczelności na kompensatorze. Ekstremalne przypadki oddziaływania szkód górniczych na gazociągi widoczne są na fot. 1, 2.
- Uszkodzenia mechaniczne, np.. przy prowadzeniu robót drogowych. Efektem może być uszkodzenie złącza, zerwanie przewodu, przesunięcie osiowe połączone z przekroczeniem granicy plastyczności.
- Wadliwe wykonanie złącza spawanego rur oraz niestaranna izolacja złączy i rur. Uszkodzenie może polegać na przełomie zmęczeniowym, przełomie statycznym, nieszczelności złączy spawanych, wżerach korozyjnych. Ich przyczyną mogą być odchyłki wymiarów krawędzi łączonych rur, rozwarstwienia, porowatości, zażużlenia lub przepalenia, a także istnienie miejsc z uszkodzoną izolacją antykorozyjną.



Rys. 1. Schemat powstawania zapadliska górniczego.

Fot. 1. Ekstremalny przypadek oddziaływania szkód górniczych na gazociąg.

Fot. 2. Ekstremalny przypadek oddziaływania szkód górniczych na gazociąg.

Prawdopodobieństwo zaistnienia nieszczelności gazociągu na skutek czynników zewnętrznych jest znacznie większe w przypadku sieci dystrybucyjnych. Wynika to z faktu, że na terenach zurbanizowanych prowadzone jest znacznie więcej prac budowlanych i istnieje tam większe podziemne uzbrojenie terenu. W przypadku nowych gazociągów przesyłowych, zaprojektowanych i wykonanych z zastosowaniem nowoczesnych technologii polietylenowych powłok zewnętrznych i wyposażonych w ochronę katodową, prawdopodobieństwo zaistnienia nieszczelności na skutek korozji jest znacznie mniejsze. Powyższe czynniki wpływają oczywiście na zmniejszenie ryzyka awarii gazociągów wysokiego ciśnienia, jednak problem ich występowania jest stale obecny. Podstawową kwestią jest tutaj bowiem zapewnienie bezpieczeństwa eksploatacji sieci. W przypadku sieci przesyłowych, awarie których efektem jest niedotrzymanie warunków kontraktu na dostawę gazu (jako efekt spadków ciśnienia w sieci lub wyłączenia gazociągu z ruchu) mają skutek ekonomiczny wykraczający poza wymiary strat finansowych wynikających z awaryjnego wypływu pewnych ilości gazu do atmosfery.

1.1. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU BADAWCZEGO

Stosowana obecnie w gazownictwie metodyka oceny strat gazu na skutek awarii [19] oparta jest na wynikach będących rezultatami przeprowadzonych wiele lat temu badań empirycznych. Procedura zawiera szereg założeń upraszczających, przy czym strona rachunkowa metody opiera się na uśrednianiu wielkości opisanych wzorami analitycznymi. Powoduje to duże błędy, którymi obarczone są wyniki obliczeń. Opis zjawiska przy zastosowaniu metod numerycznych odpowiada zatem potrzebom branży gazowniczej. Potencjalny efekt badań w postaci algorytmu analizy awarii gazociągów jest interesujący z punktu widzenia przedsiębiorstw

gazowniczych. Implementacja procedur umożliwiałaby prowadzenie rachunków strat ekonomicznych powstałych w trakcie awarii gazociągu oraz analiz o charakterze ekologicznym. Potrzeba prowadzenia badań jest szczególnie pilna w kontekście planowanego znacznego zwiększenia zużycia gazu ziemnego w najbliższej przyszłości, związanego ze strategią odchodzenia od paliw węglowych w bilansie energetycznym kraju. Możliwość taka pojawia się w związku z rozbudową rurociągu tranzytowego z Rosji do krajów Unii Europejskiej przez terytorium Polski.

Opis zjawisk zachodzących we wnętrzu ulegającego awarii gazociągu stanowią równania ciągłości, ruchu, energii i stanu. Wymienione równania tworzą model matematyczny opisujący nieustalony nieizotermiczny przepływ gazu. Można z doskonałym przybliżeniem założyć jednowymiarowość przepływu dla ruchu uśrednionego w przekroju rury. Zmiennymi niezależnymi są czas i długość przewodu. Dane początkowe określa ruch i stan gazu przed awarią. Warunkami brzegowymi są ilość oraz parametry gazu wypływającego w przekroju awarii oraz wartości ciśnień, przepływów i temperatur przesyłane z wybranych węzłów sieci. W rezultacie otrzymuje się zagadnienie początkowo-brzegowe dla układu nieliniowych równań różniczkowych cząstkowych typu hiperbolicznego.

Dzięki metodom numerycznym, w oparciu o komputerową symulację, istnieje możliwość efektywnego rozwiązania sformułowanego zagadnienia różniczkowego pozwalającego na analizę przebiegu zmian parametrów przepływu gazu w sieci gazowej w czasie awarii gazociągu. Praca ma na celu sformułowanie modelu matematycznego opisującego zjawiska zachodzące we wnętrzu gazociągu a następnie jego rozwiązanie numeryczne. Przez określenie pęknięcia gazociągu rozumiemy powstanie niekontrolowanego wypływu gazu do atmosfery, który w sposób istotny zakłóca rozpływ gazu w systemie.

Istnieje niewiele publikacji poruszających problematykę symulacji awarii gazociągów. Większość z nich dotyczy problemów lokalizacji nieszczelności [4, 11, 15], natomiast znacznie mniej prac poświęconych jest ocenie jakościowej i ilościowej przepływu podczas niekontrolowanego wypływu gazu z gazociągu do atmosfery.

1.2. CEL I ZAKRES PRACY

Celem pracy jest teoretyczny opis zjawisk towarzyszących pęknięciu gazociągu oraz numeryczne rozwiązanie zagadnienia. Istotą problemu jest zbadanie, w jaki sposób pęknięcie gazociągu wpływa na zmiany parametrów przepływu w sieci gazowej.

Proponowana rozprawa doktorska składa się z dwóch etapów. Pierwszym jest sformułowanie modelu matematycznego, opisującego problem pęknięcia gazociągu. Kryteriami w jego wyborze są dokładność przybliżenia rzeczywistego zjawiska i nakład obliczeniowy potrzebny do rozwiązania modelu. Wybór dokładności przybliżenia rzeczywistego zjawiska jako kryterium oceny wiąże się z faktem, że przepływy gazu w sieci gazowej są nieustalone, a przemianą termodynamiczną opisującą zmiany parametrów gazu nie jest izoterma, wbrew założeniom przyjmowanym w większości przypadków obliczeń prowadzonych w praktyce eksploatacyjnej gazociągów. W pełnym modelu, uwzględniającym strumienie ciepła oraz tarcie, parametry termodynamiczne gazu są wynikiem rozwiązania układu równań różniczkowych. Ogólnie, w celu wyznaczenia przepływu oraz parametrów termodynamicznych gazu w przekroju awarii stosuje się dwa rodzaje modeli matematycznych, opisujących zjawiska zachodzące w gazociągu:

Model o parametrach skupionych — pomijający efekty związane z obecnością przepływu gazu w przewodzie ulegającym awarii. Uzyskuje się go przez pominięcie członów wyrażających pochodne po zmiennej przestrzennej, przekształcając układ równań zachowania do układu równań różniczkowych zwyczajnych z czasem jako zmienną niezależną.

Model o parametrach rozłożonych — w którym zmiennymi niezależnymi są czas i zmienna przestrzenna.

Opis zagadnienia modelem o parametrach skupionych odpowiada zjawisku wypływu gazu ze zbiornika (przewodu) przez otwór lub dyszę i nie ujmuje zjawisk falowych, a w ogólności zmian przestrzennych. Takie sformułowanie problemu jest jednak dużym uproszczeniem i nie pozwala na dokładną analizę zjawisk zachodzących w gazociągu.

W punktu widzenia nakładu obliczeniowego potrzebnego do rozwiązania modelu modelem najdokładniejszym, a zatem najkosztowniejszym obliczeniowo jest model nieizotermiczny o parametrach rozłożonych.

Ponieważ celem pracy jest rozwiązanie problemu w sposób pozwalający m. in. na ocenę zaistniałych strat w trakcie awarii, bardzo ważną cechą modelu jest jego adekwatność, czyli zapewnienie możliwie najdokładniejszego przybliżenia rzeczywistych parametrów termodynamicznych gazu w gazociągu ulegającym awarii. Wybór modelu polega na ilościowej analizie członów w równaniach dokładnych i odrzuceniu składników o najmniejszej wadze [14, 15]. Jest on kompromisem między dokładnością a nakładem obliczeniowym. Dokładność niestety kosztuje, a ceną jest wymagana moc obliczeniowa komputera oraz czas potrzebny na uzyskanie rozwiązania.

Problem czasu trwania obliczeń jest bardzo istotny. Służby dyspozytorskie odpowiedzialne za sterowanie przepływami w sieci gazowej korzystają z pakietów symulacyjnych sieci w stanach nieustalonych. Danymi liczbowymi do tych programów są wartości ciśnień, przepływów i temperatur transmitowane z wybranych punktów sieci. Czas działania modułu obliczeniowego symulatora musi być w odpowiedniej relacji z czasem uaktualniania danych, umożliwiając tym samym podjęcie decyzji o sposobie sterowania przepływami gazu w sieci.

Czas obliczeń zależy w głównej mierze od efektywności metody numerycznej zastosowanej do rozwiązania zagadnienia. Znalezienie efektywnego rozwiązania numerycznego wybranego modelu matematycznego jest przedmiotem drugiego etapu pracy. Modele przepływu oparte na nieliniowych równaniach różniczkowych cząstkowych są trudne w analizie. Aparatem matematycznym ich rozwiązywania są odpowiednie metody numeryczne. Efektywne rozwiązanie modelu matematycznego nieustalonego przepływu gazu w sieci gazowej wymaga zastosowania jednej z metod różnic skończonych całkowania równań różniczkowych cząstkowych. Dotychczas stosowano najczęściej niejawne, warunkowo stabilne schematy numeryczne (na przykład Laxa-Wendroffa [10]). Ponadto, stosowana jest metoda charakterystyk [5, 6], sprowadzająca quasi-liniowe równania różniczkowe cząstkowe do równań różniczkowych zwyczajnych. Całkowanie równań odbywa się po liniach charakterystyk, przy zastosowaniu odpowiednich (często najprostszych) schematów różnicowych. Metoda charakterystyk wywodzi się z klasycznych matematycznych metod fizyki, stosowanych do rozwiązania równań modelu falowego, opisującego ruch gazu przy przemianie izentropowej. Jest oczywiste, że przepływ gazu lepkiego z uwzględnieniem wymiany ciepła odbywa się przy przemianie nieizentropowej, dlatego implementacja metody charakterystyk do rozwiązania równań rzeczywistego przepływu gazu prowadzi w tym przypadku do pewnej niespójności. Rozwiązanie nie odzwierciedla w pełni strony fizycznej zjawiska i nie posiada pełnej interpretacji fizycznej, jed-

nak mając na uwadze fakt, że warunek początkowy w symulacji sieci gazowych jest znany jedynie w sposób przybliżony, a warunki brzegowe są tylko pewnym przybliżeniem rzeczywistej zmienności parametrów, trudność ta nie ma znaczenia praktycznego.

Zasadniczą wadą metody charakterystyk jest wymagana relacja długości kroku całkowania po czasie do długości przedziału dyskretyzacji po zmiennej przestrzennej, wynikająca z kierunku charakterystyk (warunek Couranta-Friedrichsa-Levy'ego) [5]. Warunek ten zapewnia zbieżność i stabilność rozwiązania. Przy sieci o stosunkowo krótkich rurach oznacza to konieczność stosowania krótkich kroków całkowania, co znacząco zwiększa nakład obliczeniowy i wydłuża czas obliczeń. Podobnie w przypadku, gdy długość przewodów w sieci znacząco się różni. Krok całkownia musi wówczas spełniać warunek wynikający z długości przedziału dyskretyzacji najkrótszego przewodu.

Pomysł przekształcania układu równań różniczkowych cząstkowych do układu równań różniczkowych zwyczajnych wykorzystano także w metodzie prostych [14, 16, 18]. Istnieje bardzo rozbudowany aparat matematyczny rozwiązywania równań i układów równań różniczkowych zwyczajnych [7], a łatwość stosowania metodyki obliczeniowej ma kapitalne znaczenie z punktu widzenia efektywności algorytmu symulacji. Wadą metody prostych jest fakt, że przy przekształcaniu równań różniczkowych cząstkowych na układ równań różniczkowo-algebraicznych [8] z czasem jako jedną zmienną niezależną otrzymujemy układ równań sztywnych, określany często układem źle uwarunkowanym [12]. W rezultacie, przy rozwiązywaniu go jedną z metod numerycznego całkowania stałokrokowego, w celu zapewnienia zbieżności rozwiązania zmuszeni jesteśmy stosować małe kroki całkowania. Długość kroku całkowania zależy zarówno od struktury układu jak i charakteru zmian szukanych wartości, tym samym optymalna długość kroku nie może być określona *a priori*, a tylko i wyłącznie metodą prób i błędów, w czasie obliczeń numerycznych. Dlatego celowe wydaje się zastosowanie do rozwiązania modelu matematycznego przepływu innej strategii, polegającej na zastosowaniu metody prostych połączonej z jedną z metod numerycznego całkowania zmiennokrokowego. Wybrana metoda powinna charakteryzować się dużym obszarem stabilności i niskim rzędem dokładności. Podejście takie pozwoli otrzymać wyniki o akceptowalnej dokładności oraz płynnie modyfikować długość kroku całkowania, zmniejszając tym samym nakład obliczeniowy. Argumentem przemawiającym za propozycją zastosowania tego typu strategii jest również fakt, że znajomość warunków początkowo-brzegowych zagadnienia jest tylko przybliżona i uzasadnione wydaje się wprowadzenie możliwości określania dokładności całkowania równań w zależności od niepewności danych do symulacji.

Ważnym elementem rozprawy jest zagadnienie wyznaczenia ilości gazu traconego na skutek awarii, ponieważ wielkość ta stanowi w praktyce podstawę do późniejszej wyceny zaistniałych strat. Jest to również problem o charakterze ekologicznym, ponieważ emisje metanu do ekosfery przyczyniają się do powstawania efektu cieplarnianego, który jest przyczyną nieodwracalnych zmian przyrodniczych i klimatycznych. Zagadnienie wyznaczania ilości gazu emitowanego z systemu przesyłowego w związku z uszkodzeniem mechanicznym spowodowanym przez czynniki zewnętrzne jest całkowicie nieobecne w aktualnie dostępnej literaturze. Nieliczne publikacje zawierające obliczenia wypływu gazu ze zbiornika/gazociągu do atmosfery dotyczą przede wszystkim wyznaczania czasu opróżniania zbiornika na etapie projektowania układów wydmuchowych związanych z technologicznymi wydmuchami gazu lub na potrzeby prac eksploatacyjnych [1, 3, 9].

Wyraźnie należy podkreślić, że zakres rozważań w rozprawie dotyczy awarii gazociągów przesyłowych wysokiego ciśnienia. Tylko takie obiekty wyposażone są w systemy dyspozytorskie z oprogramowaniem do symulacji przepływów w stanach nieustalonych.

BIBLIOGRAFIA

[1] Barczyński A., Kamiński R.: *Algorytm wyznaczania czasu napełniania oraz opróżniania gazociągów wysokiego i średniego ciśnienia*, w materiałach XXXIV Zjazdu Gazowników Polskich, Mikołajki 1996.

[2] Bąkowski K.: *Gazyfikacja*, WNT, Warszawa, 1997.

[3] Botros K.K., Jungowski W.M., Weiss M.H.: Models and Methods of Simulating Gas Pipeline Blowdown, Can. J. Chem.Eng. (The Canadian Journal of Chemical Engineering), Vol. 67, 529-539, 1989.

[4] Burson W.E., Rachford H.H., Wade W.R.: *Detection of Leaks in Pipeline Networks Using Standard SCADA Information*, w materiałach konferencyjnych PSIG – The 18th Annual Meeting, New Orleans, 1986.

[5] Courant R. Friedrichs K.O.: *Supersonic Flow and Shock-Waves*, Interscience Publishers, New York, 1984.

[6] Cronie J.S, Bishnoi P.R, Svrecek W.Y.: *The Application of the Characteristic Method to Shock Tube Data that Simulate a Gas Pipeline Rupture,* Can. J. Chem.Eng. (The Canadian Journal of Chemical Engineering), Vol. 58, 289-294, 1980.

[7] Gear C.W.: *Numerical Initial Value Problems in Ordinary Differential Equations, Prantice-Hall*, Englewood Cliffs, NJ, 1971.

[8] Gear C.W., Petzold L. *ODE Methods for the Solution of Differential Algebraic Systems*, SIAM J. Numer. Anal. Vol. 21, 716-728, 1985.

[9] Gradle R. J.: *Design of Gas Pipeline Blowdowns*, Energy Processing/Canada, 1 (1984).

[10] Gryboś R.: *Podstawy mechaniki płynów*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1998.

[11] Kowalczuk Z., Gunawickrama K.: *Wykrywanie przecieków w rurociągach przemysłowych metodą korelacyjno-modelową*, Pomiary Automatyka Kontrola, Nr. 4, 1998

[12] Krupowicz A.: *Metody numeryczne zagadnień początkowych równań różniczkowych zwyczajnych.* PWN, Warszawa, 1986.

[13] Molenda J., Steczko K.: *Ochrona środowiska w gazownictwie i wykorzystaniu gazu*, WNT, Warszawa, 2000.

[14] Osiadacz A. J.: *Simulation and Analysis of Gas Networks*, Gulf Publishing Company, Huston, 1989.

[15] Osiadacz A. J., Chaczykowski M.: *Comparison of Isothermal and Non-Isothermal Pipeline Gas Flow Models*, Chemical Engineering Journal 81, 2001.

[16] Osiadacz, A.J., Chaczykowski. M.: *Metoda prostych zastosowana w symulacji dynamicznej sieci gazowych*, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Inżynieria Środowiska, z.35, 17-56, 2000.

[17] Osiadacz A., Chaczykowski M.: *Zastosowanie symulacji komputerowej do wykrywania i lokalizacji nieszczelności gazociągu*, w materiałach Sympozjum naukowo-technicznego Straty gazu w gazownictwie, Krynica, 1998.

[18] Schiesser W. E.: *The Numerical Methods of Lines,* Academic Press, London, 1991.

[19] Zarządzenie Dyrektora Mazowieckiego Zakładu Gazowniczego z 14.03.1995 r. dotyczące wytycznych wyliczania traconych ilości gazu, (materiały nie publikowane).

II Model matematyczny nieustalonego, nieizotermicznego przepływu gazu

2.1. Podstawowe równania 14

2.1.1. Prawo zachowania masy — równanie ciągłości 15

2.1.2. Prawo zachowania pędu — równanie ruchu 15

2.1.3. Prawo zachowania energii — równanie energii 16

2.2. Równania uzupełniające 16

2.2.1. Równanie stanu 16

2.2.2. Współczynnik ściśliwości 17

2.2.3. Ciepło właściwe 18

2.2.4. Współczynnik oporów hydraulicznych 23

2.2.5. Współczynnik oporów miejscowych 24

2.3. Model matematyczny nieustalonego, nieizotermicznego przepływu gazu 27

2.4. Wyniki przykładowych obliczeń wartości współczynników modelu 30

2.4.1. Współczynnik ściśliwości 30

2.4.2. Ciepła właściwe 31

2.4.3. Współczynnik Joule'a-Thomsona 35

Wnioski 36

Bibliografia 37

Konstrukcja i analiza modeli matematycznych nieustalonych przepływów w gazociągach jest stałym przedmiotem zainteresowań pracowników naukowych oraz pracowników ośrodków obliczeniowych o profilu gazowniczym. Rezultaty tych analiz interesują inżynierów gazowników, zainteresowanych posiadaniem i użytkowaniem prawidłowych modeli opisu przepływu.

Modele matematyczne nieustalonego przepływu są istotnym elementem w budowie szybkiego i skutecznego symulatora sieci gazowej. Symulator sieci gazowej w stanach nieustalonych pozwala efektywnie kontrolować działanie systemu przesyłu gazu, badać zjawiska towarzyszące przepływowi gazu w różnych warunkach pracy systemu, sprawnie i szybko usuwać skutki awarii, prowadzić prace projektowe i wiele innych.

Zakresem rozważań w tej pracy jest nieustalony, nieizotermiczny przepływ gazu w transporcie rurociągami. Rozpoznanie i opis zjawisk związanych z tą klasą przepływu leży u podstaw konstrukcji matematycznego modelu przepływu. Pod pojęciem modelu przepływu rozumiemy sformułowanie zagadnienia różniczkowego, czyli podanie równania lub układu równań różniczkowych wraz z warunkami granicznymi (początkowymi i brzegowymi).

Model matematyczny jest układem równań, który w określony sposób i z określoną dokładnością reprezentuje rzeczywisty system. Model matematyczny powinien stanowić możliwie adekwatny opis strony fizycznej zjawisk towarzyszących przepływowi. Adekwatność modelu jest rezultatem kompromisu między dokładnością a efektywnością. Wszystkie zadania polegające na rozwiązaniu modelu w koprocesorze arytmetycznym komputera powinny być przeprowadzone z możliwie wysoką dokładnością. Rozwiązanie powinno być jednak uzyskane w krótkim czasie, z wykorzystaniem możliwie niewielkiej pamięci operacyjnej komputera. Algorytmy rozwiązujące modele najdokładniejsze nie są szybkie, ponieważ dokładność i efektywność są żądaniami sprzecznymi. Dla użytkownika rozwiązującego rzadko, niewielkie zadania, dokładność jest najważniejsza. Z kolei, dla użytkowników którzy muszą rozwiązywać masowo, dużej skali zadania (taka sytuacja ma miejsce w przypadku symulatorów sieci gazowych czasu rzeczywistego), efektywność algorytmu nabiera podstawowego znaczenia. Terminy dokładności i efektywności w odniesieniu do modeli matematycznych, mają zatem podobne znaczenie w sensie ich rozumienia jak w analizie numerycznej schematów różnicowych, metodach numerycznych oraz oprogramowaniu numerycznym.

Przedmiotem rozważań jest awaria gazociągu powodująca niekontrolowany wypływ gazu do atmosfery i zakłócającą w sposób istotny rozpływ gazu w systemie. Przepływ gazu ma charakter nieustalony, zaś opis zjawisk zachodzących we wnętrzu gazociągu stanowią równania ciągłości, ruchu, energii i stanu. Wymienione równania tworzą model matematyczny opisujący nieustalony przepływ gazu w gazociągu. Można z doskonałym przybliżeniem założyć jednowymiarowość przepływu dla ruchu uśrednionego w przekroju rury. Zmiennymi niezależnymi są wówczas czas i współrzędna wzdłuż osi przewodu (przewodów).

2.1. PODSTAWOWE RÓWNANIA

Do budowy modelu matematycznego jednowymiarowego, nieustalonego przepływu gazu w przewodach pod ciśnieniem używa się dobrze znanych praw fizyki, takich jak prawo zachowania masy (równanie ciągłości), prawo zachowania pędu (równanie ruchu), prawo zachowania energii (równanie energii wyrażające I zasadę termodynamiki dla układu otwartego) oraz określonych równań uzupełniających, np.. równania stanu.

Przy założeniu, że długość rurociągu jest wielokrotnie większa od jego średnicy, szybkość zmian parametrów przepływu gazu (ciśnienia, gęstości, temperatury i prędkości) w kierunku normalnym do linii prądu jest zaniedbywalna, w porównaniu z szybkością zmian parametrów wzdłuż linii prądu. W takich przypadkach możliwe jest rozważanie przepływu jako jednowymiarowego. Uśrednione parametry przepływu gazu mogą być traktowane jako stałe w przekroju poprzecznym rurociągu, a przepływ jako jednorodny. Założenie jednowymiarowości przepływu jest słuszne w przypadku gdy:

- powierzchnia przekroju poprzecznego przewodu zmienia się wolno wzdłuż strugi gazu,
- promień krzywizny gazociągu jest duży w porównaniu z jego średnicą,
- kształt profilu prędkości jest w przybliżeniu stały wzdłuż gazociągu.

W przeprowadzonych rozważaniach przyjęto dodatkowe założenie że powierzchnia przekroju poprzecznego gazociągu nie jest funkcją odległości wzdłuż osi gazociągu, czyli, że gazociąg jest sztywny, tzn.. jego ścianki nie ulegają odkształceniu w wyniku zmian ciśnienia i temperatury.

2.1.1. PRAWO ZACHOWANIA MASY — RÓWNANIE CIĄGŁOŚCI

Ogólnie, równanie ciągłości możemy wyrazić w formie

$$-\frac{\partial(\rho w)}{\partial x}=\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{1.1}$$

gdzie: ρ — gęstość gazu,
w — prędkość gazu
x — zmienna przestrzenna,
t — czas.

Równanie ciągłości jest zasadą zachowania materii w dynamice gazów i wyraża oczywiste stwierdzenie, że przepływ gazu przez powierzchnię ograniczającą pewną objętość powoduje ubytek masy gazu w rozważanej objętości.

2.1.2. PRAWO ZACHOWANIA PĘDU — RÓWNANIE RUCHU

Zgodnie z [6] równanie ruchu w formie ogólnej ma postać

$$-\frac{2f\rho w^2}{D}-g\rho\sin\alpha=\frac{\partial(\rho w)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(p+\rho w^2\right) \tag{1.2}$$

gdzie: p — ciśnienie gazu,
f — współczynnik oporów hydraulicznych Fanninga,
g — przyspieszenie grawitacyjne,
D — średnica gazociągu,
α — kąt między kierunkiem poziomym a kierunkiem x.

Równanie (1.2) jest realizacją drugiego prawa dymaniki Newtona w mechanice ośrodków ciągłych. Wyrazy po prawej stronie znaku równości reprezentują odpowiednio prędkość zmian pędu jednostki objętości gazu (człon inercyjny) oraz strumień pędu. Proces przenoszenia pędu związany jest z ruchem różnych elementów gazu (bezpośrednie przenoszenie pędu wraz z masą przepływającej cieczy) oraz z działającymi w gazie siłami. Składniki po lewej stronie

znaku równości wyrażają siły działające na gaz. Są nimi siły tarcia, powodujące proces nieodwracalnego przenoszenia pędu z miejsc o większej prędkości do miejsc o prędkości mniejszej, oraz siły przyciągania grawitacyjnego.

2.1.3. PRAWO ZACHOWANIA ENERGII — RÓWNANIE ENERGII

Ogólna forma równania energii w jednowymiarowym ruchu gazu wynika z I prawa termodynamiki i jest następująca [3, 12, 26]:

$$q\rho = \frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\left(c_V T + \frac{w^2}{2} + gz\right)\right] + \frac{\partial}{\partial x}\left[(\rho w)\left(c_V T + \frac{w^2}{2} + gz + \frac{p}{\rho}\right)\right] \tag{1.3}$$

gdzie: q — ilość ciepła wyzwalająca się w jednostce czasu na jednostkę masy płynu,
c_V — ciepło właściwe przy stałej objętości,
T — temperatura gazu.

Jest to bilans energii układu otwartego, uwzględniający energię zawartą w przenoszonej przez jego granice substancji. Składa się na nią energia wewnętrzna, kinetyczna i potencjalna oraz praca sił ciśnienia, wprowadzających substancję do układu (lub wyprowadzających substancję z układu). Pierwszy człon po prawej stronie równania wyraża zmiany energii gazu zawartego w pewnej zadanej objętości przestrzeni w czasie. Drugi człon opisuje energię wypływającą z rozważanej objętości. Obecność entalpii $c_V T + p/\rho$ zamiast energii wewnętrznej ma prosty sens fizyczny związany z faktem, że nad gazem zamkniętym w rozważanej objętości wykonywana jest praca sił ciśnienia. Ponadto, każda jednostka masy gazu w trakcie swojego ruchu przenosi ze sobą bezpośrednio energię wewnętrzną, kinetyczną i potencjalną. Jeśli temperatura gazu nie jest stała w rozpatrywanej objętości, wówczas równocześnie z ww. mechanizmami przenoszenia energii będzie występowało zjawisko wymiany ciepła, reprezentowane przez składnik po lewej stronie równania.

2.2. RÓWNANIA UZUPEŁNIAJĄCE

Układ trzech równań (1.1) – (1.3) posiada dwie zmienne niezależne: czas i zmienną przestrzenną oraz cztery zmienne zależne: gęstość, ciśnienie, temperaturę i prędkość gazu. Jednoznaczne rozwiązanie zagadnienia wymaga uzupełnienia układu dodatkowym równaniem wiążącym parametry stanu. Ponadto, istnieje potrzeba sformułowania dodatkowych zależności umożliwiających wyznaczenie współczynników w równaniach modelu.

2.2.1. RÓWNANIE STANU

Użycie II prawa termodynamiki w projektowaniu i analizie procesów termodynamicznych oraz konstruowaniu modeli przepływu płynu wymaga informacji na temat zmian energii wewnętrznej i entalpii oraz parametrów termodynamicznych, np.. ciśnienia i temperatury. Wyznaczenie tych wielkości wymaga znajomości stanu substancji. W niektórych sytuacjach model gazu doskonałego, a w przypadku gazu pod ciśnieniem atmosferycznym, również model płynu nieściśliwego, mogą okazać się wystarczające do efektywnego określania stanu substancji. Jeśli ww. modele nie są wystarczająco dokładne, konieczne staje się zastosowanie bardziej skomplikowanej relacji między parametrami stanu. Wybór równania stanu podyktowany jest następującymi trzema kryteriami [35]:

1. Zakres wartości wielkości wymaganych przez model przepływu, szczególnie w odniesieniu do gęstości.
2. Dokładność wyznaczenia parametrów stanu.
3. Ilość i rodzaj danych wejściowych potrzebnych do wyznaczenia stałych w równaniu.

Mając na uwadze ww. kryteria, dla substancji o większych gęstościach stosuje się bardziej skomplikowane równania, o wyższym stopniu dokładności. Bardziej złożone zależności, zawierające większą liczbę stałych nie zawsze jednak okazują się lepsze, z uwagi na ograniczoną liczbę danych pomiarowych oraz niepewność ich wyznaczenia.

Z równań zachowania wynika, że równanie stanu zastosowane w modelu matematycznym przepływu powinno określać zależność między trzema parametrami termodynamicznymi: p, ρ i T. Równanie stanu gazu doskonałego jest postaci

$$\frac{p}{\rho} = RT \tag{1.4}$$

Prostym sposobem modyfikacji równania stanu gazu doskonałego, pozwalającym wyznaczać stan gazu rzeczywistego, jest zastosowanie współczynnika ściśliwości Z

$$\frac{p}{\rho} = ZRT \tag{1.5}$$

Równanie (1.5) jest powszechnie stosowane w przemyśle gazowniczym [11, 33, 35]. Miarą odstępstwa gazu rzeczywistego od praw gazu doskonałego jest współczynnik ściśliwości Z, będący stosunkiem objętości molowej/właściwej gazu rzeczywistego do objętości molowej/właściwej gazu doskonałego w tych samych warunkach ciśnienia i temperatury. Współczynnik ściśliwości gazu jest funkcją składu gazu oraz dwóch niezależnych parametrów termodynamicznych, np.. temperatury i ciśnienia.

2.2.2. WSPÓŁCZYNNIK ŚCIŚLIWOŚCI

W pracy przyjęto, że równanie (1.5) jest wirialnym równaniem stanu [31, 34]. Podstawy teoretyczne równania wirialnego stanowi teoria oddziaływań międzycząsteczkowych, a jego wyprowadzenia dokonano w oparciu o zależności termodynamiki statystycznej. Z uwagi na szczególnie użyteczną postać wirialne równanie stanu znalazło szerokie zastosowanie w przemyśle gazowniczym do opisu mieszanin gazowych, jakimi są gazy ziemne.

Współczynnik ściśliwości, jako analityczną funkcję gęstości, możemy wyrazić w postaci szeregu Taylora względem gęstości molowej

$$Z = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} A_i \rho_m^{\,n} = 1 + B\rho_m + C\rho_m^2 + D\rho_m^3 + \cdots \tag{1.6}$$

Współczynniki nieskończonego szeregu gęstości w równaniu (1.6) $A_1 = B$, $A_2 = C$, $A_3 = D$ są odpowiednio drugim, trzecim i czwartym współczynnikiem wirialnym.

Podstawowa forma wirialnego równania stanu (1.6) obowiązuje zarówno dla substancji czystych $Z = Z(T, \rho)$, jak i dla mieszanin $Z = Z(T, \rho, x)$, gdzie x jest ułamkiem molowym. Równanie wirialne nie przewiduje zjawiska kondensacji gazu dlatego nie może być stosowane do opisu własności cieczy.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA
h. 005561
Biblioteka Główna

W stałej temperaturze współczynniki ściśliwości $Z(T, \rho)$ czystych substancji gazowych i $Z(T, \rho, x)$ mieszanin gazowych o stałym składzie są funkcją jedynie gęstości molowej. Użyteczność praktyczna i ograniczenia obliczeniowe zawężają nieskończony szereg wirialnego równania stanu do drugiego i trzeciego współczynnika wirialnego

$$Z = 1 + B(T)\rho_m + C(T)\rho_m^2 \tag{1.7}$$

Na równaniu wirialnym (1.7) oparta jest metoda SGERG-88 [10], zastosowana do obliczania współczynnika ściśliwości w tej pracy. Jest to metoda stosowana do rozliczeń między kontrahentami również w polskim przemyśle gazowniczym [35]. Metodę SGERG-88 stosuje się do obliczania współczynników ściśliwości gazów ziemnych wysokometanowych przy niecałkowitej analizie składu gazu. Jest to bardzo ważna cecha z praktycznego punktu widzenia, ponieważ analizy składu gazu wykonywane są tylko w wybranych punktach systemu gazowniczego, z uwagi na wysokie koszty inwestycyjne jakie związane są z zakupem chromatografów procesowych. Procedura obliczeniowa wymaga określenia następujących wielkości, otrzymanych z pomiarów składu gazu: gęstość gazu w warunkach normalnych (w Polsce warunki normalne są określone przez temperaturę termodynamiczną T_n = 273.15 K oraz ciśnienie bezwzględne p_n=101325 Pa), ciepło spalania, udziały molowe dwutlenku węgla i wodoru. Zakres wielkości wejściowych dla gazu wysokometanowego (o udziale molowym metanu 0.8 ÷ 1.0) pokazuje tablica 2.1.

Tablica 2.1.

Wielkość	Jednostka miary	Zakres wartości
Ciśnienie bezwzględne, p	MPa	0.1 ÷ 12
Temperatura, T	°C	– 10 ÷ +65
Gęstość w war. norm., ρ_n	kg/m3	0.71 ÷ 1.03
Ciepło spalania, H_s	MJ/m3	30 ÷ 48
Udział molowy CO_2, x_{CO2}	-	0 ÷ 0.2
Udział molowy H_2, x_{H2}	-	0 ÷ 0.1

W obliczeniach zakłada się, że gaz ziemny jest mieszaniną pięciu składników: równoważnego (zastępczego) gazu węglowodorowego, azotu, tlenku węgla, wodoru i dwutlenku węgla. Równoważny gaz węglowodorowy definiowany jest jako gaz o identycznych właściwościach termodynamicznych co właściwości mieszaniny składającej się z węglowodorów zawartych w gazie ziemnym. Udziały molowe składników nie będących w zbiorze danych wejściowych wyznaczane są w sposób iteracyjny w procedurze obliczeniowej współczynnika ściśliwości.

Niepewność wyznaczenia współczynnika ściśliwości jest nie większa niż ±0.1 %, przy założeniu, że wielkości wejściowe są znane bezbłędnie i mieszczą się w zakresach podanych w tablicy 2.1.

2.2.3. CIEPŁO WŁAŚCIWE

Poniżej przedstawiony zostanie algorytm wyznaczenia ciepła właściwego zgodnie z modelem gazu rzeczywistego, czyli w funkcji temperatury i ciśnienia. Do wyznaczenia wszystkich funkcji termodynamicznych zawartych we współczynnikach modelu wykorzystano współczynniki wirialne. Takie postępowanie zapewnia odpowiednią spójność obliczeń, ponieważ wirialne równanie stanu jest jednym z równań tworzących model przepływu.

Definicja ciepła molowego jest następująca

$$c_V(T,\rho)=\left(\frac{\partial U(T,\rho)}{\partial T}\right)_V, \qquad c_p(T,p)=\left(\frac{\partial I(T,p)}{\partial T}\right)_p$$

gdzie: c_V — ciepło molowe w stałej objętości
U — energia wewnętrzna,
c_P — ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu,
I– entalpia.

Wygodnym sposobem na obliczenie zmian funkcji termodynamicznych, takich jak energia wewnętrzna U oraz entalpia I w stanach innych niż stan gazu doskonałego jest zastosowanie funkcji residualnych (resztkowych) [25, 31, 32]. Dla dowolnej funkcji termodynamicznej y funkcję resztkową y^R definiujemy jako różnicę między wartością funkcji termodynamicznej y dla warunków gazu rzeczywistego i wartością funkcji y^D dla warunków gazu doskonałego. Jej wartość związana jest bezpośrednio z efektem sił międzycząsteczkowych

$$y^R(T,p) \equiv y(T,p)-y^D(T,p) \text{ lub } y^R(T,p) \equiv y^D(T,p)-y(T,p) \tag{2.8}$$

gdzie y jest poszukiwaną wartością funkcji y w stanie (T, p) a y^D jest wartością funkcji, którą osiągałby gaz w tej samej temperaturze i pod tym samym ciśnieniem, gdyby był gazem doskonałym. Stan gazu reprezentowany przez $(^D)$ jest stanem hipotetycznym, jednak jego wprowadzenie jest bardzo użyteczne. W ten sposób stan gazu doskonałego służy jako stan odniesienia dla gazu rzeczywistego.

Korzystając z równania definicyjnego (2.8) otrzymujemy

$$p^R = p - RT\rho$$

$$V^R = V - \frac{RT}{p}$$

Wzory na termodynamiczne funkcje resztkowe wyprowadza się ze znanych tożsamości termodynamicznych, nazywanych w literaturze termodynamicznymi równaniami stanu [4, 25, 32]

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p \tag{2.9}$$

$$\left(\frac{\partial I}{\partial p}\right)_T = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p + V \tag{2.10}$$

Dla funkcji resztkowych otrzymujemy

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial U^R}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p^R}{\partial T}\right)_V - p^R$$

$$\left(\frac{\partial I}{\partial p}\right)_T = \left(\frac{\partial I^R}{\partial p}\right)_T = -T\left(\frac{\partial V^R}{\partial T}\right)_p + V^R$$

Energię wewnętrzną i entalpię możemy wyrazić

$$U^R(T,\rho) = \int_{\infty}^{V}\left[\left(\frac{\partial U^R}{\partial V}\right)_T\right] \mathrm{d}V = \int_{\infty}^{V}\left[T\left(\frac{\partial p^R}{\partial T}\right)_V - p^R\right] \mathrm{d}V$$

$$I^R(T,p)=\int_0^p\left[\left(\frac{\partial I}{\partial p}\right)_T\right]\mathrm{d}p=\int_0^p\left[-T\left(\frac{\partial V^R}{\partial T}\right)_p+V^R\right]\mathrm{d}p$$

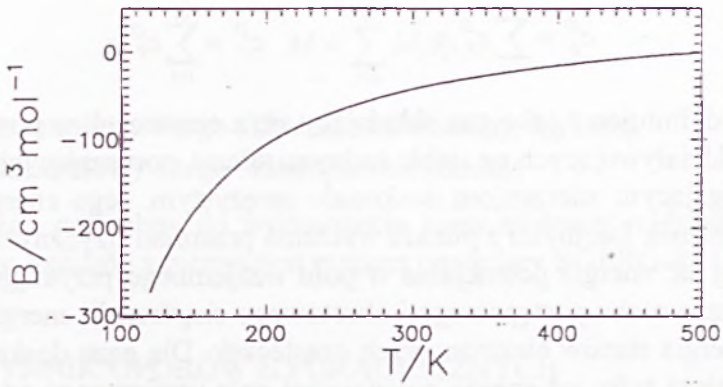
Termodynamiczne funkcje resztkowe przedstawione za pomocą współczynników wirialnych podano w pracy [36]. Resztkowe funkcje ciepeł molowych wyrażone za pomocą drugiego i trzeciego współczynnika wirialnego, po zastosowaniu znanych tożsamości termodynamicznych zawierających ciepła molowe[29], są postaci

$$\begin{aligned}c_V^R(T,\rho)&=\left(\frac{\partial U^R}{\partial T}\right)_V=\int_\infty^V\left(\frac{\partial c_V^R}{\partial V}\right)_T\mathrm{d}V=\int_\infty^V\left[T\left(\frac{\partial^2 p^R}{\partial T^2}\right)_V\right]\mathrm{d}V=\\&-R\left[\left(2T\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T}+T^2\frac{\mathrm{d}^2B}{\mathrm{d}T^2}\right)\rho+\left(2T\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}T}+T^2\frac{\mathrm{d}^2C}{\mathrm{d}T^2}\right)\frac{\rho^2}{2}\right]\end{aligned}\tag{2.11}$$

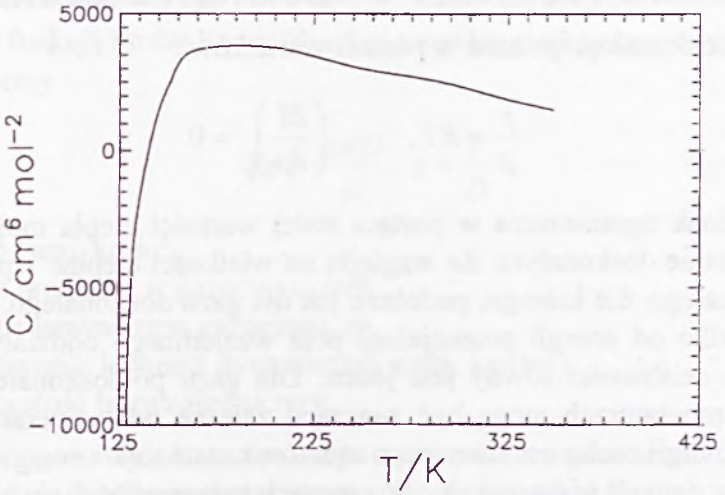
$$\begin{aligned}c_p^R(T,p)&=\left(\frac{\partial I^R}{\partial T}\right)_p=\int_0^p\left(\frac{\partial c_p^R}{\partial p}\right)_T\mathrm{d}p=-\int_0^p\left[T\left(\frac{\partial^2 V^R}{\partial T^2}\right)_p\right]\mathrm{d}p=-\frac{p}{T}T^2\frac{\mathrm{d}^2B}{\mathrm{d}T^2}+\\&+\left(\frac{p^2}{RT^2}\right)\left[-\left(C-B^2\right)-2BT\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T}+T\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}T}+\left(T\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T}\right)^2+BT^2\frac{\mathrm{d}^2B}{\mathrm{d}T^2}-\frac{1}{2}T^2\frac{\mathrm{d}^2C}{\mathrm{d}T^2}\right]+\\&+\left(\frac{p^3}{R^2T^3}\right)\left[6BC-4B^3+8B^2T\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T}-4B\left(T\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T}\right)^2+\right.\\&\left.-2B^2T^2\frac{\mathrm{d}^2B}{\mathrm{d}T^2}-4T\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T}C+2T^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T}\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}T}+T^2\frac{\mathrm{d}^2B}{\mathrm{d}T^2}C\right]\end{aligned}\tag{2.12}$$

gdzie: U — energia wewnętrzna gazu,
I — entalpia gazu,
ρ — gęstość gazu,
B — drugi współczynnik wirialny,
C — trzeci współczynnik wirialny.

Doświadczalne wartości drugiego i trzeciego współczynnika wirialnego metanu przedstawiono na rys. 2.1, 2.2. Obliczenie wartości pochodnych $\mathrm{d}B/\mathrm{d}T$, $\mathrm{d}C/\mathrm{d}T$ wymaga znajomości funkcji matematycznych reprezentujących zależność współczynników wirialnych od temperatury. Można je obliczyć (np. metodą najmniejszych kwadratów) z dostępnych w literaturze wartości współczynników. W pracy, kierując się potrzebą prowadzenia analiz z uwzględnieniem zmiennego składu mieszaniny gazowej, do wyznaczenia wartości pochodnych współczynników wirialnych po temperaturze zastosowano procedurę SGERG-88.



Rys. 2.1. Zależność temperaturowa doświadczalnych wartości drugiego współczynnika wirialnego metanu w zakresie temperatur 100-500 K [33].



Rys. 2.2. Zależność temperaturowa doświadczalnych wartości trzeciego współczynnika wirialnego metanu w zakresie temperatur 125-425 K [33].

Szkic algorytmu wyznaczania ciepeł właściwych dla danej mieszaniny gazowej w temperaturze T, pod ciśnieniem p, za pomocą współczynników wirialnych jest następujący:

1. Wyznaczenie zbioru wartości drugiego i trzeciego współczynnika wirialnego zgodnie z procedurą SGERG-88 w przedziale wartości temperatury $T \in \langle -10, +65 \rangle$ z krokiem 1 K.
2. Aproksymacja wartości drugiego i trzeciego współczynnika wirialnego wielomianami — wyznaczenie współczynników wielomianów $B = B(T)$, $C = C(T)$, w zadanym przedziale zmian wartości temperatury.
3. Obliczenie pochodnych wielomianów $\frac{dB}{dT}$, $\frac{d^2B}{dT^2}$, $\frac{dC}{dT}$, $\frac{d^2C}{dT^2}$.
4. Obliczenie residualnych wartości ciepeł molowych z równań (2.11), (2.12).
5. Wyznaczenie ciepeł molowych mieszaniny dla warunków gazu doskonałego. W obliczeniach przyjęto, że miesznina gazowa znajduje się w obszarze istnienia roztworu doskonałego [25], stąd ciepło molowe możemy obliczyć stosując regułę addytywności, w oparciu o ciepła molowe składników traktowanych jako gazy doskonałe

$$c_p^D = \sum_{i=1}^{m} c_{P\,i}^D x_i, \qquad c_V^D = \sum_{i=1}^{m} c_{V\,i}^D x_i$$

Gaz doskonały definiujemy jako gaz składający się z cząsteczek w postaci punktów materialnych, nie oddziaływujących na siebie żadnymi siłami, poruszających się ruchem prostoliniowym i ulegającym zderzeniom doskonale sprężystym. Jego energia wewnętrzna nie jest funkcją ciśnienia. Istotnymi z punktu widzenia przemian fizycznych składnikami energii wewnętrznej są: energia potencjalna w polu wzajemnego przyciągania się cząsteczek, energia kinetyczna ruchu postępowego i obrotowego cząsteczek, energia ruchu drgającego cząsteczek i energia stanów elektronowych cząsteczek. Dla gazu doskonałego współczynniki wirialne zależą tylko od energii potencjalnej pola wzajemnego oddziaływania cząsteczek i wynoszą zero. Wartości ciepła molowego są stałe i zachodzi zależność

$$c_{V\,i}^D = c_{P\,i}^D - R \tag{2.13}$$

gdzie R jest uniwersalną stałą gazową wynoszącą 8314.510 J/ (kmol·K).

Definicja gazu doskonałego podana w postaci warunków

$$\frac{p}{\rho} = RT, \qquad \left(\frac{\partial I}{\partial p}\right)_T = 0$$

nie narzuca jednak ograniczenia w postaci stałej wartości ciepła molowego pod stałym ciśnieniem w stanie doskonałym. Ze względu na wielkości cieplne wprowadza się model gazu półdoskonałego, dla którego, podobnie jak dla gazu doskonałego, współczynniki wirialne zależą tylko od energii potencjalnej pola wzajemnego oddziaływania cząsteczek, i współczynnik ściśliwości równy jest jeden. Dla gazu półdoskonałego ciepła molowe w wyższych temperaturach mogą być znacząco zależne od temperatury, w związku ze wzbudzeniem energii ruchu oscylacyjnego atomów/cząsteczek i energii stanów elektronowych (wnioski z danych widmowych). W pewnych temperaturach uruchamiają się nie tylko ruchy oscylacyjne cząsteczek ale także stany ruchu obrotowego [7]. Ciepło molowe gazu półdoskonałego pod stałym ciśnieniem jest rosnącą funkcją temperatury. Zależność ciepła molowego pod stałym ciśnieniem przedstawia się zazwyczaj w postaci empirycznych formuł.

Pojęcie gazu półdoskonałego jest często stosowane w technice. Gaz taki spełnia równanie gazu doskonałego, lecz jego ciepła właściwe zależą od temperatury. Wartości ciepeł molowych przy stałym ciśnieniu składników mieszaniny, traktowanych jako gazy półdoskonałe możemy obliczyć z zależności w postaci szeregu zawierającego stałe empiryczne

$$c_{P\,i}^D = a + bT + cT^2 + dT^3 \tag{2.14}$$

Wartości ciepła molowego w stałej objętości składników mieszaniny obliczamy przy założeniu, że w przypadku gazów półdoskonałych nadal obowiązuje zależność (2.13) [13].

6. Obliczenie ciepeł molowych z równania (2.8), mając na uwadze fakt, że część konfiguracyjna gazu doskonałego (zależna od ciśnienia) nie ma udziału w ciepłach molowych. Oznacza to, że ciepła molowe gazu doskonałego nie są funkcją ciśnienia

$$c_{P\,i}^D = c_{P\,i}^D(T), \qquad c_{V\,i}^D = c_{V\,i}^D(T)$$

7. Obliczenie ciepeł właściwych, dysponując masą molową mieszaniny gazu, wyznaczoną z równania

$$M = \sum_{i=1}^{m} M_i x_i$$

gdzie: M_i — masa molowa i-tego składnika mieszaniny, kg/kmol,
x_i — udział molowy i-tego składnika mieszaniny.

Skład gazu ziemnego potrzebny do wyznaczenia masy molowej mieszaniny obliczany jest w sposób iteracyjny, zgodnie z pierwszym etapem procedury SGERG-88 [10].

2.2.4. WSPÓŁCZYNNIK OPORÓW HYDRAULICZNYCH

Współczynnik oporów hudraulicznych f jest parametrem określającym wielkość strat energii wywołanych działaniem sił tarcia przy przepływie płynu lepkiego. Współczynnik oporów hydraulicznych Fanninga f pozostaje w następującej zależności ze współczynnikiem oporów hydraulicznych wg definicji Darcy'ego $\lambda = 4f$. W stanie ustalonym, współczynnik oporu hydraulicznego λ jest funkcją liczby Reynoldsa Re i współczynnika chropowatości względnej rury ε, które definiujemy

$$Re = \frac{\rho w D}{\mu}, \quad \varepsilon = \frac{k}{D}$$

gdzie: ρ — gęstość gazu, kg/m^3,
w — średnia prędkość w gazociągu, m/s,
D — średnica wewnętrzna gazociągu, m,
μ — współczynnik lepkości dynamicznej gazu, kg/(ms)
k — chropowatość bezwzględna rury.

Lepkość dynamiczną gazu wysokometanowego w zakresie temperatur od –30 do 60 °C i w zakresie ciśnienia od 0 do 7 MPa możemy wyznaczyć z równania [4]:

$$\mu = \mu_n \cdot \left[1 + 0.175(b\rho) + 0.8651(b\rho)^2\right] \tag{2.15}$$

gdzie: ρ — gęstość gazu, kg/m^3,
b — poprawka objętości, m^3/kg, wyznaczona z równania

$$b = 5.477 \cdot 10^{-6} \cdot T^{0.75} \cdot (\mu_n)^{-1.5} \cdot M^{-0.25}$$

M — masa molowa mieszaniny,
T — temperatura gazu, K,
μ_n — jest lepkością dynamiczną mieszaniny gazów w warunkach normalnych.

Lepkość dynamiczną mieszaniny gazów w warunkach normalnych możemy obliczyć ze wzoru empirycznego Herninga i Zipperera [4, 24, 25]:

$$\mu_n = \frac{\sum_{i=1}^{n} \mu_{ni} \cdot x_i \sqrt{M_i T_{ki}}}{\sum_{i=1}^{n} x_i \sqrt{M_i T_{ki}}}$$

gdzie: μ_{ni} — lepkość dynamiczna i-tego składnika w warunkach normalnych,
x_i — udział molowy i-tego składnika,
M_i — masa molowa i-tego składnika,

T_{ki} — temperatura krytyczna i-tego składnika,
p — ciśnienie bezwzględne gazu, kPa,
p_n — ciśnienie w warunkach normalnych, p_n = 101.325 kPa,
T_n — temperatura w warunkach normalnych, T_n = 273.15 K.

W sieci gazowej wysokiego ciśnienia przepływ gazu jest przepływem burzliwym i może odbywać się w trzech strefach przepływu: strefie rur hydraulicznie gładkich, strefie przejściowej lub strefie rur szorstkich (kwadratowej zależności oporów). Równania określające współczynnik oporu hydraulicznego w strefie rur hydraulicznie gładkich oraz w strefie przejściowej są niejawne względem współczynnika oporu hydraulicznego, dlatego w celu ich rozwiązania należy stosować metody iteracyjne. We wszystkich trzech strefach przepływu burzliwego do wyznaczenia współczynnika oporów hydraulicznych zastosowano wzór Colebrooka-White'a [5, 27]

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1.14 - 2\log\left(\frac{k}{D} + \frac{9.35}{Re\sqrt{\lambda}}\right) \tag{2.16}$$

Do wyznaczenia wartości współczynnika należy stosować metody iteracyjne lub przybliżenia wielomianowe, ponieważ λ w równaniu (2.14) występuje w postaci uwikłanej [19]. W obliczeniach przeprowadzonych w tej pracy zastosowano metodę Newtona rozwiązywania nieliniowych równań algebraicznych.

Wartość współczynnika oporów hydraulicznych w przypadku przepływu nieustalonego różni się od wartości współczynnika obliczonego z równania przepływu w stanie ustalonym. W chwili obecnej brak jest odpowiedniej metodyki, pozwalającej na uwzględnienie istniejących w układzie opóźnień, spowodowanych akumulacją gazu w systemie. Wszystkie obliczenia przeprowadzone w tej pracy wykonane zostały przy założeniu, że wartość współczynnika oporów liniowych dla przepływu w stanie nieustalonym równa jest wartości współczynnika oporów liniowych dla przepływu w stanie ustalonym.

2.2.5. WSPÓŁCZYNNIK OPORÓW MIEJSCOWYCH

Nieizotermicznemu przepływowi gazu w przewodach zamkniętych towarzyszy spadek ciśnienia oraz wzrost prędkości przepływu. Obecność strat liniowych przy przepływie gazu wyraża jeden z członów równania pędu (2.2). Parametrem określającym wielkość strat liniowych jest współczynnik oporów hydraulicznych. Zmiany temperatury gazu na skutek zjawisk towarzyszących przepływowi (rozprężanie, wymiana ciepła) są rezultatem rozwiązania równania energii, będącego jednym z równań modelu przepływu nieizotermicznego.

Z przepływem gazu w rurociągach pod ciśnieniem wiążą się również straty miejscowe, wywołane lokalnymi przeszkodami powodującymi zaburzenia profilu prędkości gazu w przewodzie. Oporami hydraulicznymi tego typu są wszelkiego rodzaju elementy zmieniające kierunek przepływu, np. węzły rozdzialające strumień gazu, zawory, filtry itp. W gazociągach wysokiego ciśnienia, straty ciśnienia będące efektem oporów miejscowych sa z reguły małe, biorąc pod uwagę klasę dokładności zainstalowanych przyrządów pomiarowych oraz dokładność stosowanych modeli przepływu. W przypadkach szczególnych, stosując dokładne modele przepływu, może istnieć konieczność uwzględnienia oporów miejscowych przy przepływie gazu.

W świetle założeń dla zagadnienia pęknięcia gazociągu, formułowany model matematyczny przepływu powinien możliwie najdokładniej aproksymować rzeczywisty stan układu. W przypadku pęknięcia gazociągu, zaburzenia profilu prędkości w miejscu awarii mogą stanowić istotną stratę miejscową.

Spadek wartości ciśnienia na skutek oporów miejscowych i towarzysząca mu zmiana temperatury gazu może odgrywać istotną rolę również w przypadku analiz prowadzonych w czasie bezawaryjnej pracy systemu. Na przykład, stosując symulator sieci gazowej do wyznaczenia bilansu energii w systemie przesyłowym musimy przeprowadzić dokładną analizę spadków ciśnienia w sieci, określić strumienie gazu w systemie, wyznaczyć parametry pracy sprężarek w tłoczni [21]. Jeśli tłocznia poprzedzona jest stacją pomiarową, istotne mogą okazać się spadki ciśnienia na filtrach oraz odcinkach pomiarowych gazomierzy. Przykładem jest tłocznia gazociągu tranzytowego DN 1400 Jamał-Europa Zachodnia w Kondratkach, przed którą znajduje się 6 ciągowa pomiarownia gazu. Przed każdym ciągiem pomiarowym o średnicy DN 600, wyposażonym w gazomierz zwężkowy oraz kontrolny gazomierz turbinowy, zainstalowany jest filtr gazu. Wymiana wkładów filtra następuje przy wzroście różnicy ciśnień między króćcami wlotowym i wylotowym filtra do około 0.8 bar. Łączne straty ciśnienia na stacji pomiarowej wynoszą wtedy około 2 bar. Tego typu spadki ciśnienia należy zaliczyć do strat miejscowych.

Spadek wartości ciśnienia wywołany oporami miejscowymi wyraża się bezwymiarowym współczynnikiem oporu miejscowego ζ. Wartość współczynnika oporów miejscowych dla poszczególnych przeszkód wyznacza się doświadczalnie. Zależą one od rodzaju przeszkody, wymiarów geometrycznych charakteryzujących przeszkodę oraz od parametrów płynu wyrażonych liczbą Reynoldsa *Re*. Lokalny spadek ciśnienia Δp odniesiony do gęstości gazu ρ wyraża zależność

$$\frac{\Delta p}{\rho} = \xi \frac{w^2}{2} \tag{2.17}$$

gdzie w jest prędkością gazu, w miejscu określonym przy wyznaczaniu współczynnika ζ.

W przypadku przepływów turbulentnych przy dużych liczbach Reynoldsa, gdy współczynnik oporów liniowych λ jest funkcją wyłącznie chropowatości względnej przewodu istnieje możliwość stosowania odmiennej procedury uwzględniania strat na oporach miejscowych. Wprowadza się pojęcie bezwymiarowej zastępczej długości rury $(L/D)_{z,m}$, która pozwala wyrazić wielkość każdej ze strat miejscowych m, przez ekwiwalentną jej długość prostej rury. Straty ciśnienia na skutek oporów liniowych i miejscowych przy przepływie gazu możemy zapisać

$$\frac{\Delta p}{\rho} = \lambda \frac{\Delta x}{D} \frac{w^2}{2} + \xi \frac{w^2}{2} = \lambda \left[\frac{\Delta x}{D} + \sum_m \left(\frac{L}{D} \right)_z \right] \cdot \frac{w^2}{2}$$

W przypadku uwzględniania strat miejscowych konieczne staje się znalezienie zależności pozwalających wyznaczyć zmiany temperatury gazu, jako rezultat lokalnych spadków ciśnienia spowodowanych dławieniem przepływu gazu.

Procesy dławienia gazu rzeczywistego, a przede wszystkim adiabatycznego rozprężania, są dziedziną termodynamiki szeroko analizowaną i posiadającą ogromne dane literaturowe na temat wyników prac. Wynika to z faktu, że badania tego typu procesów pozwalają uzyskać wiele informacji na temat cieplnych i wolumetrycznych własności gazu. Naszym celem jest analiza, w jakim stopniu efekty wykazywane przez gaz rzeczywisty, podlegający lokalnemu rozprężaniu, mogą być uwzględnione w obliczeniach symulacyjnych gazociągów. Możemy z doskonałym przybliżeniem założyć, że ruchu gazu w elementach sieci gazowej powodujących miejscowe opory przepływu ma charakter ustalony. Są to elementy, których charakterystyka wyklucza akumulację gazu w czasie. Równanie energii w ruchu ustalonym wyraża zmianę energii układu (wewnętrznej oraz kinetycznej — pomijając energię potencjalną) jako sumę pracy wykonanej w procesie oraz ilości ciepła wymienionego z otoczeniem

$$\underbrace{w\frac{\partial}{\partial x}\left(c_v T+\frac{w^2}{2}\right)}_{energia}=\underbrace{w\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{p}{\rho}\right)+\dot{q}}_{praca+ciepło}$$

Powyższe stwierdzenie stanowi treść pierwszego prawa termodynamiki. Praca wykonywana w procesie może mieć dwojaki charakter: pracy zewnętrznej oraz pracy wewnętrznej. Praca zewnętrzna jest pracą mechaniczną wykonywaną nad układem przez źródła zewnętrzne. Praca wewnętrzna jest objętościową pracą rozprężania, związaną z przetłaczaniem gazu i wykonaną nad gazem przez siły ciśnienia. W zależności od opisu termodynamicznego, istnieje kilka rodzajów rozprężania (adiabatyczna ekspansja prosta, rozprężanie izoenergetyczne, rozprężanie izentalpowe). Możemy wśród nich wyróżnić procesy odwracalne i nieodwracalne. Z technicznego punktu widzenia najistotniejsze są nieodwracalne procesy dławienia gazu rzeczywistego.

Procesem, który najlepiej przybliża termodynamiczny stan gazu przy przepływie przez opory miejscowe w sieci gazowej jest rozprężanie izentalpowe (efekt Joule'a-Thomsona). Gaz rozpręża się bez wymiany ciepła z otoczeniem, nie wykonując pracy zewnętrznej. Zaniedbując zmiany energii kinetycznej gazu (prędkości przepływu), zmiana energii wewnętrznej gazu równa jest pracy rozprężania (przetłaczania) gazu. W takich warunkach entalpia gazu nie ulega zmianie. Proces jest nieodwracalny, towarzyszy mu przyrost entropii. Typowym przykładem dławienia izentalpowego jest przepływ gazu przez porowatą przeszkodę typu zwężka, przymknięta zasuwa lub zawór dławiący. Rozprężanie izentalpowe charakteryzuje współczynnik Joule'a-Thomsona $\eta=\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_I$. Stosując regułę różniczkowania funkcji złożonej oraz termodynamiczne równanie stanu możemy zapisać

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_I=-\frac{\left(\frac{\partial I}{\partial p}\right)_T}{\left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_p}=-\frac{V^R-T\left(\frac{\partial V^R}{\partial T}\right)_p}{c_p}$$

Podstawiając wirialne równanie stanu, po przekształceniach uzyskujemy następującą zależność na współczynnik Joule'a'-Thomsona gazu rzeczywistego, opisanego równaniem wirialnym [32]

$$\eta=-\frac{1}{c_p}\left\{B-T\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T}+\frac{p}{RT}\left[2\left(C-B^2\right)+2BT\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T}-T\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}T}\right]+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{p}{RT}\right)^2\left[3\left(-2B^3-3BC\right)-6B^2T\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T}+3BT\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}T}+3CT\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T}\right]\right\} \tag{2.18}$$

Warto podkreślić, że pod względem termodynamicznego opisu przepływu, procedura obliczania start miejscowych przy zastosowaniu długości zastępczej jest poprawna jedynie dla przepływów przy przemianie izentalpowej (opisującej rozprężanie na oporach miejscowych). W przypadku ogólnym, w którym model przepływu nieizotermicznego zawiera równanie energii, zmiany parametrów gazu na skutek izentalpowego rozprężania na oporach miejscowych należy rozważać oddzielnie i wyznaczać z równania (2.18).

2.3. MODEL MATEMATYCZNY NIEUSTALONEGO, NIEIZOTERMICZNEGO PRZEPŁYWU GAZU

Układ równań stanowiący model matematyczny przepływu nieizotermicznego w gazociągu tworzą równania zachowania masy, pędu i energii (2.1) ÷ (2.3) oraz równanie stanu (2.5). Otrzymujemy zamknięty układ równań postaci

$$-\frac{\partial(\rho w)}{\partial x}=\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{1.19}$$

$$-\frac{2f\rho w^2}{D}-g\rho\sin\alpha=\frac{\partial(\rho w)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(p+\rho w^2\right) \tag{1.20}$$

$$q\rho=\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\left(c_vT+\frac{w^2}{2}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial x}\left[\rho w\left(c_vT+\frac{p}{\rho}+\frac{w^2}{2}\right)\right] \tag{1.21}$$

$$\frac{p}{\rho}=ZRT \tag{1.22}$$

W określonych warunkach, udział ilościowy wybranych członów równań zastosowanych do opisu zjawiska jest pomijalnie mały i wtedy możemy stosować modele uproszczone [9, 17, 18]. Analizowane przypadki dotyczą wyłącznie gazociągów poziomych (w równaniu energii (2.3) $g\rho\sin\alpha = 0$). Łatwo jednak udowodnić, że składniki grawitacyjne odgrywają pomijalnie małą rolę we wszystkich modelach przepływów nieustalonych [20, 22, 23].

Powyższy układ jest układem quasi-liniowych równań różniczkowych cząstkowych typu hiperbolicznego, z którego obliczane są wartości ciśnienia, strumienia gazu i temperatury, panujące w wybranych węzłach sieci, w określonych chwilach czasowych. Twierdzenie o jednoznaczności zagadnienia różniczkowego wymaga podania warunków granicznych (początkowo-brzegowych).

Warunki początkowe określa ruch i stan termodynamiczny gazu w chwili czasu $t = 0$ — obowiązujące dla przepływu nieizotermicznego w stanie ustalonym. W przypadku analizy problemu pęknięcia gazociągu są to ruch i stan gazu przed awarią. Dla nieizotermicznego przepływu w stanie ustalonym, ciśnienie w rurociągu w punkcie x może być określone z następującego równania [2]:

$$p(x)=\sqrt{\left(p(0)\right)^2-KQ_m^2} \tag{1.23}$$

gdzie: $p(0)$ — ciśnienie $x = 0$, Pa,
Q_m — strumień masy gazu, kg/s,
K — współczynnik określony równaniem

$$K=\frac{ZR}{A^2}\left[\frac{4f}{D}\left(T_gx+\frac{T(0)-T_{gr}}{\beta}-\frac{T(0)-T_{gr}}{\beta}e^{-\beta x}\right)-2\left(T(0)-T(x)\right)\right]$$

gdzie: x — zmienna przestrzenna, m,
f — współczynnik oporów hydraulicznych Fanninga, –,
Z — współczynnik ściśliwości, –,
R — indywidualna stała gazowa, J/(kgK),
A — pole przekroju poprzecznego rury, m^2.

Otrzymane równanie opisuje rozkład ciśnienia w gazociągu i jest używane w trakcie symulacji statycznej do wyznaczenia warunku początkowego. Wyznaczenie rozkładu ciśnienia gazu w chwili czasowej $t = 0$ musimy poprzedzić wyznaczeniem rozkładu temperatury wzdłuż gazociągu. Rozkład temperatury gazu wzdłuż gazociągu $T = T(x)$ otrzymamy przekształcając odpowiednio równanie energii (2.3). W stanie ustalonym równanie energii opisujące przepływ gazu w gazociągu poziomym zapiszemy w postaci

$$q\rho A\mathrm{d}x = \frac{\partial}{\partial x}\left[(\rho wA\mathrm{d}x)\left(c_v T + \frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2}\right)\right]$$

Analiza ilościowa członów równania energii [20, 22, 23] pokazuje, że w stanie ustalonym pochodna przestrzenna energii kinetycznej jest pomijalnie mała w porównaniu z innymi składnikami równania. Podstawiając entalpię i przyjmując, że wymiana ciepła między gazem a otoczeniem zewnętrznym gazociągu odbywa się na drodze przenikania, otrzymujemy równanie energii postaci

$$\frac{\mathrm{d}T}{(T - T_{gr})} = -\frac{k_L}{c_p M}\mathrm{d}x \tag{2.24}$$

gdzie: k_L — liniowy współczynnik przenikania ciepła,

c_P — ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu,

z którego całkując w przedziale $x \in [0, L]$ ($T|_{x=0}$ ozn.. $T(0)$) otrzymujemy [28]

$$T(x) = T_{gr} + (T(0) - T_{gr})e^{-\beta x} \tag{2.25}$$

gdzie $\beta = k_L / (c_P Q_m)$.

Funkcje stanowiące warunki brzegowe są rezultatem zmian parametrów pracy jednostek (tłoczni, reduktorów) oraz zmieniających się w czasie poborów gazu z systemu. W przypadku symulacji pojedynczego odcinka gazociągu przesyłowego warunki brzegowe określają wartości wielkości reprezentowane przez zmienne zależne w punktach $x = 0$ i $x = L$. Równania (2.1) ÷ (2.3) posiadają trzy rodziny krzywych charakterystycznych, przy czym dwie z tych rodzin mają dodatni współczynnik nachylenia, a jedna ujemny (w układzie współrzędnych (x, t), w którym zmienna przestrzenna rośnie w kierunku ruchu). Przy założeniu że przepływ odbywa się w kierunku „dodatnim" potrzebne są zatem dwa warunki na lewym brzegu ($x = 0$) oraz jeden na prawym brzegu. Ponieważ przepływ może odbywać się w obu kierunkach istnieje kilka kombinacji warunków brzegowych dla wyjściowych równań, np. funkcje $p = p(0, t)$, $T = T(0, t)$ na lewym brzegu oraz $Q_n = Q_n(L, t)$, gdzie L jest długością gazociągu, na prawym brzegu.

W zasadzie funkcje stanowiące warunki brzegowe dla zmiennych zależnych mogą być dowolne, gdyż obecność członu inercyjnego w równaniu ruchu daje możliwość symulacji przebiegów szybkozmiennych. Istotny jest jedynie fakt „uzgodnienia" warunków brzegowych z warunkami początkowymi. Jest oczywiste, że sformułowanie dowolnych z ww. warunków początkowo-brzegowych nie powoduje zmiany klasy przepływu ani żadnej z jego własności (determinuje je postać rozwiązywanego układu równań, niezależnie od warunków granicznych).

Celem pracy jest opis zjawisk zachodzących we wnętrzu gazociągu w czasie jego przypadkowej awarii. Modelem przepływu jest układ równań różniczkowych cząstkowych typu hiperbolicznego. W artykule [1] analizowano wpływ członu inercyjnego w równaniu ruchu na wyniki symulacji awarii pojedynczego odcinka gazociągu. Stwierdzono istotny wpływ tego składnika w przypadku, gdy miejsce awarii występuje w pobliżu początku przewodu.

Jeżeli funkcje stanowiące warunki brzegowe są „gładkie", z reguły powinniśmy otrzymać powolnie zmienny stan przepływu. Silne nieciągłości przepływu spowodowane pracą systemu w stanach awaryjnych determinują natomiast szybkozmienny stan przepływu. Przykładem takiego stanu może być nagłe odcięcie gazociągu na jego końcu wobec istnienia pewnego przepływu gazu w chwili początkowej. Prowadzi to do powstania fali zgęszczeniowej, przechodzącej w falę uderzeniową. Symulacja zjawiska fali uderzeniowej wymaga odpowiedniego „zachowawczego" schematu numerycznego wprowadzającego człony „sztucznej lepkości".

Rozerwanie gazociągu powodujące awaryjną ucieczkę gazu jest procesem, który powoduje powstawanie fali rozrzedzeniowej. Analizując fizyczną stronę zjawisk falowych przy przepływie gazu łatwo udowodnić, że w gazie doskonałym fale rozrzedzeniowe nie powodują skokowych zmian parametrów gazu (fal uderzeniowych). Wynika to z faktu, że rozprężaniu gazu przy przemianie adiabatycznej Hugoniota towarzyszyłby spadek entropii gazu. W gazie rzeczywistym natomiast skokowe zmiany parametrów przepływu mogą wystąpić jedynie w obszarze dużych gęstości. Przy analizie modeli awarii gazociągów nie zachodzi zatem potrzeba stosowania specjalnych schematów numerycznych, które stanowiłyby dodatkową trudność w sensie metodyki obliczeniowej.

Wystąpienie awarii w postaci pęknięcia lub rozerwania gazociągu wiąże się z pewnym lokalnym upustem masy gazu do atmosfery. Koncepcja przyjęta w tej pracy oparta jest na założeniu, że niekontrolowany wypływ gazu do atmosfery traktowany jest jako miejsce dodatkowego odbioru gazu z systemu. Upust gazu do atmosfery stanowi źródło ujemne, którego obecność jest uwzględniona w warunku brzegowym. Należy zatem zdefiniować obiekt tej samej klasy co węzeł sieci z poborem gazu, mając na uwadze fakt, że ilość odbieranego gazu jest rezultatem rozwiązania problemu wypływu gazu kanałem zbieżnym (dyszą). Dane początkowe określa ruch i stan gazu przed awarią. Warunkami brzegowymi są ilość oraz parametry gazu wypływającego w przekroju awarii oraz wartości ciśnień, przepływów i temperatur przesyłane z wybranych węzłów sieci (są nimi parametry pracy jednostek oraz masa gazu odbieranego z sieci).

Innym sposobem opisu problemu awarii gazociągów są modele bazujące na założeniu, że w gazociągu ma miejsce punktowa wymiana masy gazu [1, 14–16]. Równania ciągłości, pędu i energii uzupełniane są dodatkowymi składnikami wyrażającymi odpowiednio jednostkową masę, strumień pędu i strumień energii, wymieniane w sposób ciągły między wnętrzem gazociągu, a jego otoczeniem. Metody ingerujące w algorytm symulacji na poziomie modelu matematycznego posiadają ograniczone walory użytkowe. W praktyce, tego typu opis ma zastosowanie wyłącznie w przypadku symulacji awarii pojedynczych gazociągów przesyłowych.

2.4. WYNIKI PRZYKŁADOWYCH OBLICZEŃ WARTOŚCI WSPÓŁCZYNNIKÓW MODELU

2.4.1. WSPÓŁCZYNNIK ŚCIŚLIWOŚCI

Poprawność procedury SGERG88 testowano na zbiorze następujących danych dotyczących składu gazu ziemnego:

- gęstość gazu (w warunkach normalnych) ρ_n = 0.8226 kg/m^3,
- gęstość powietrza (w warunkach normalnych) ρ_{pow} = 1.292923 kg/m^3,
- ciepło spalania mieszaniny H_s = 39.4745 MJ/m^3,
- udział molowy dwutlenku węgla x_{CO2} = 1.796 % mol.,
- udział molowy wodoru x_{H2} = 0.000 % mol.

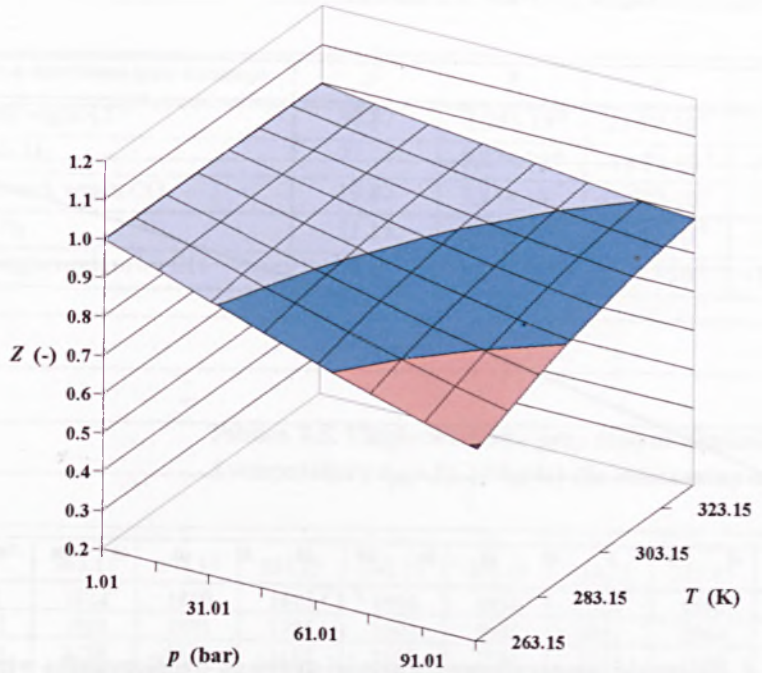
Powyższe dane odpowiadają mieszaninie pięcioskładnikowej o udziałach molowych składników (uzyskanych zgodnie z obliczeniami pierwszego etapu procedury SGERG88) przedstawionych w tab. 2.2. Uzyskane wartości współczynnika ściśliwości zamieszczono w tablicy 2.3 oraz na rys. 2.3.

Tablica 2.2. Skład gazu ziemnego.

Składnik mieszaniny gazu ziemnego	Udział molowy, % mol.
Tlenek węgla CO	0
Wodór H_2	0
Dwutlenek węgla CO_2	1.796
Azot N_2	5.449
Gaz węglowodorowy CH	92.755

Tablica 2.3. Współczynnik ściśliwości w funkcji ciśnienia i temperatury $Z(p,T)$, (–) dla mieszaniny o składzie wg tab. 2.2.

p (bar) \ T (K)	263.15	273.15	283.15	293.15	303.15	313.15	323.15	333.15
1.01	0.997	0.997	0.998	0.998	0.998	0.998	0.999	0.999
16.01	0.951	0.957	0.962	0.967	0.971	0.974	0.977	0.980
31.01	0.905	0.917	0.927	0.936	0.944	0.950	0.956	0.961
46.01	0.858	0.876	0.892	0.906	0.917	0.928	0.936	0.944
61.01	0.812	0.837	0.859	0.877	0.893	0.906	0.918	0.928
76.01	0.768	0.800	0.827	0.850	0.870	0.886	0.901	0.913
91.01	0.728	0.766	0.798	0.825	0.849	0.868	0.885	0.900
106.01	0.694	0.737	0.773	0.804	0.830	0.853	0.872	0.889



Rys. 2.3. Współczynnik ściśliwości w funkcji ciśnienia i temperatury dla mieszaniny o składzie wg tab. 2.3.

2.4.2. CIEPŁA WŁAŚCIWE

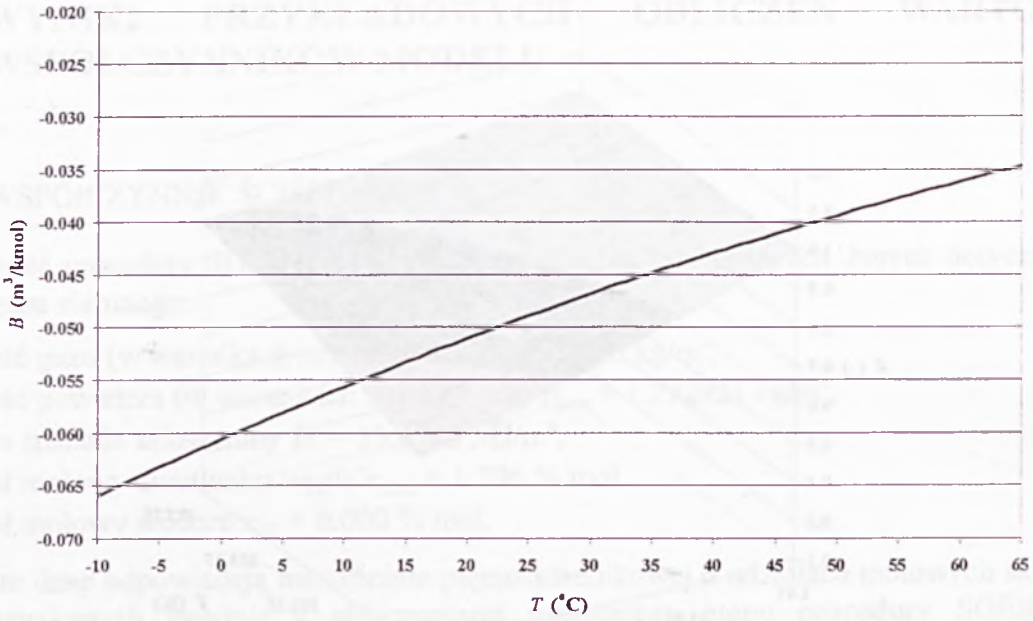
W celu weryfikacji poprawności algorytmu wyznaczania ciepła właściwego, przeprowadzone zostały obliczenia testowe, dla danych dotyczących składu gazu ziemnego identycznych jak w przypadku obliczeń współczynnika ściśliwości.

Na rys. 2.4, 2.5 przedstawiono odpowiednio wartości drugiego i trzeciego współczynnika wirialnego w rozumieniu ISO, obliczone dla gazu o składzie podanym w tab. 2.2. Uzyskane krzywe aproksymowano następnie metodą najmniejszych kwadratów, wykorzystując procedurę *lfit* z biblioteki Fortran 77 Numerical Recipes Version 2.07, opisanej w [30]. Założono, że funkcje są aproksymowane wielomianami drugiego stopnia [33], które dla rozważanego składu gazu są postaci

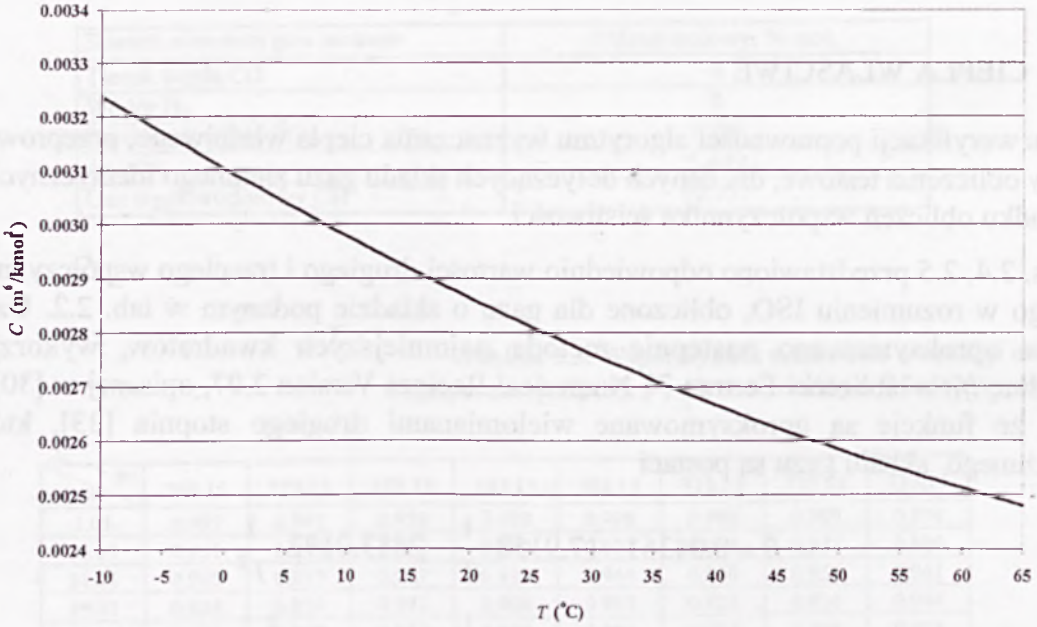
$$B = 0.04361 - 17.9158 \cdot \frac{1}{T} - 2883.0172 \cdot \frac{1}{T^2}$$

$$C = 0.0014 - 0.0946 \cdot \frac{1}{T} + 149.0680 \cdot \frac{1}{T^2}$$

Wartości współczynników równania (2.14) przedstawiono w tab. 2.4. W tablicach 2.5, 2.6 oraz na rys. 2.6, 2.7 przedstawiono obliczone wartości ciepeł właściwych.



Rys. 2.4. Zależność temperaturowa wartości drugiego współczynnika wirialnego w zakresie temperatur -10 ÷ +65 °C.



Rys. 2.5. Zależność temperaturowa wartości trzeciego współczynnika wirialnego w zakresie temperatur -10 ÷ +65 °C.

Tablica 2.4. Wartości współczynników równania (2.14) [7].

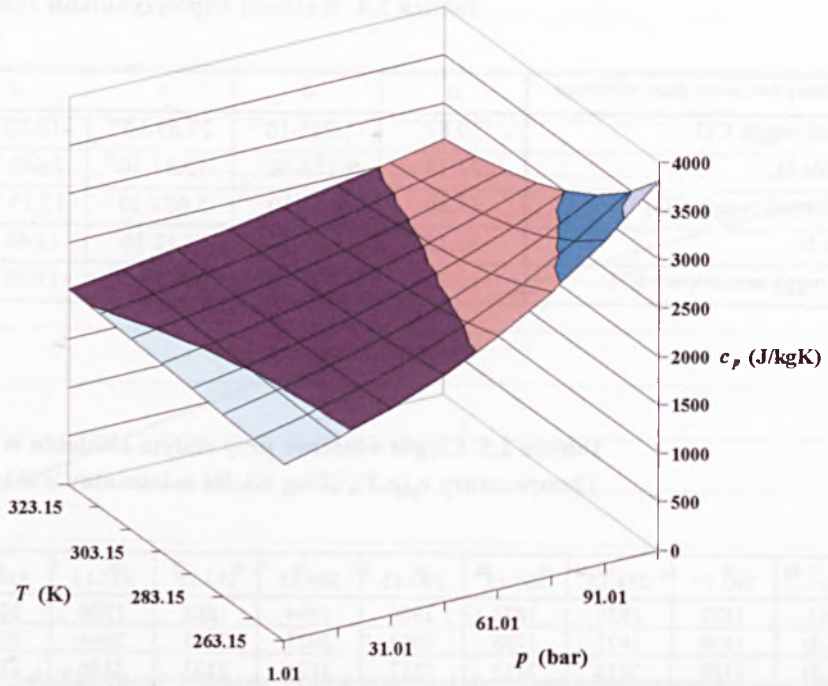
Składnik mieszaniny gazu ziemnego	*a*	*b*	*c*	*d*
Tlenek węgla CO	30.87	$-1.285\cdot10^{-2}$	$27.89\cdot10^{-6}$	$-12.72\cdot10^{-9}$
Wodór H_2	27.14	$9.274\cdot10^{-3}$	$-13.81\cdot10^{-6}$	$7.645\cdot10^{-9}$
Dwutlenek węgla CO_2	19.80	$7.344\cdot10^{-2}$	$-5.602\cdot10^{-5}$	$17.15\cdot10^{-9}$
Azot N_2	31.15	$-1.357\cdot10^{-2}$	$18.42\cdot10^{-6}$	$-11.68\cdot10^{-9}$
Gaz węglowodorowy CH	19.25	$5.213\cdot10^{-2}$	$11.97\cdot10^{-6}$	$-11.32\cdot10^{-9}$

Tablica 2.5. Ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu w funkcji ciśnienia i temperatury $c_p(p,T)$, (J/kg·K) dla mieszaniny o składzie wg tab. 2.2.

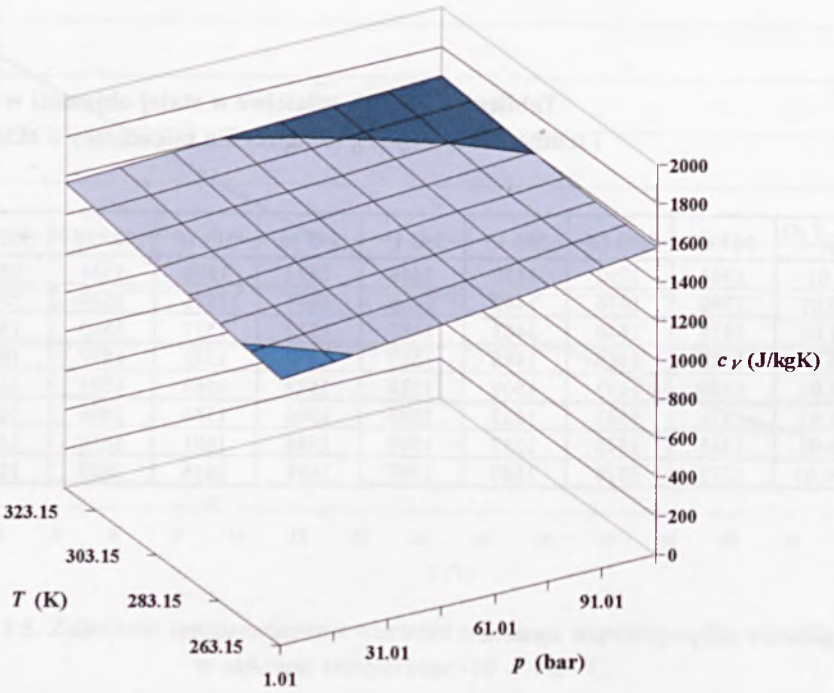
p (bar) \ *T* (K)	263.15	273.15	283.15	293.15	303.15	313.15	323.15	333.15
1.01	1822	1850	1878	1906	1934	1962	1990	2019
16.01	1958	1971	1986	2004	2023	2043	2064	2086
31.01	2128	2118	2115	2117	2124	2133	2146	2160
46.01	2342	2299	2269	2249	2239	2234	2235	2240
61.01	2609	2517	2450	2403	2369	2347	2333	2327
76.01	2937	2780	2664	2579	2517	2473	2441	2420
91.01	3335	3093	2915	2782	2684	2612	2559	2522
106.01	3812	3463	3206	3015	2872	2766	2688	2630

Tablica 2.6. Ciepło właściwe w stałej objętości w funkcji ciśnienia i temperatury $c_V(p,T)$, (J/kg·K) dla mieszaniny o składzie wg tab. 2.2.

p (bar) \ *T* (K)	263.15	273.15	283.15	293.15	303.15	313.15	323.15	333.15
1.01	1364	1392	1420	1449	1477	1506	1534	1563
16.01	1390	1416	1442	1468	1494	1521	1549	1576
31.01	1418	1440	1463	1487	1512	1537	1563	1589
46.01	1448	1466	1486	1507	1530	1553	1577	1602
61.01	1480	1493	1509	1528	1548	1569	1591	1615
76.01	1512	1521	1533	1548	1566	1585	1606	1627
91.01	1545	1548	1557	1569	1584	1601	1620	1640
106.01	1577	1576	1580	1589	1601	1616	1633	1652

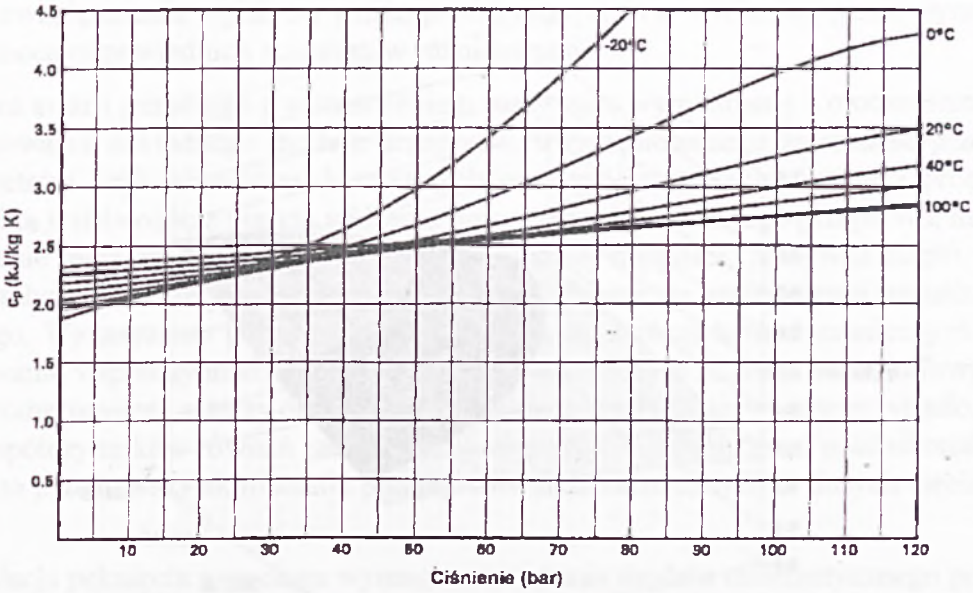


Rys. 2.6. Ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu w funkcji ciśnienia i temperatury dla mieszaniny o składzie wg tab. 2.2.



Rys. 2.7. Ciepło właściwe w stałej objętości w funkcji ciśnienia i temperatury dla mieszaniny o składzie wg tab. 2.2.

Na rys. 2.8 przedstawiono orientacyjną zależność ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu w funkcji ciśnienia i temperatury dla gazu ziemnego wysokometanowego, pochodzącą z niemieckiej normy DVGW G 499 *Podgrzewanie gazu w stacjach gazowych* [8]. Porównanie wykresu na rys. 2.6 z wykresem na rys. 2.8 potwierdza ten sam charakter zmian wielkości ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu. Istniejące różnice w wartościach wynikają z różnego składu gazu ziemnego przyjętego do obliczeń.



Rys. 2.8. Ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu w funkcji ciśnienia i temperatury dla gazu ziemnego wysokometanowego [8].

Z rys. 2.7 wynika, że wartość ciepła właściwego w stałej objętości rośnie monotonicznie wraz ze wzrostem wartości ciśnienia i temperatury. Szybkość zmian w całym zakresie ciśnień i temperatur panujących w sieciach gazowych jest porównywalna.

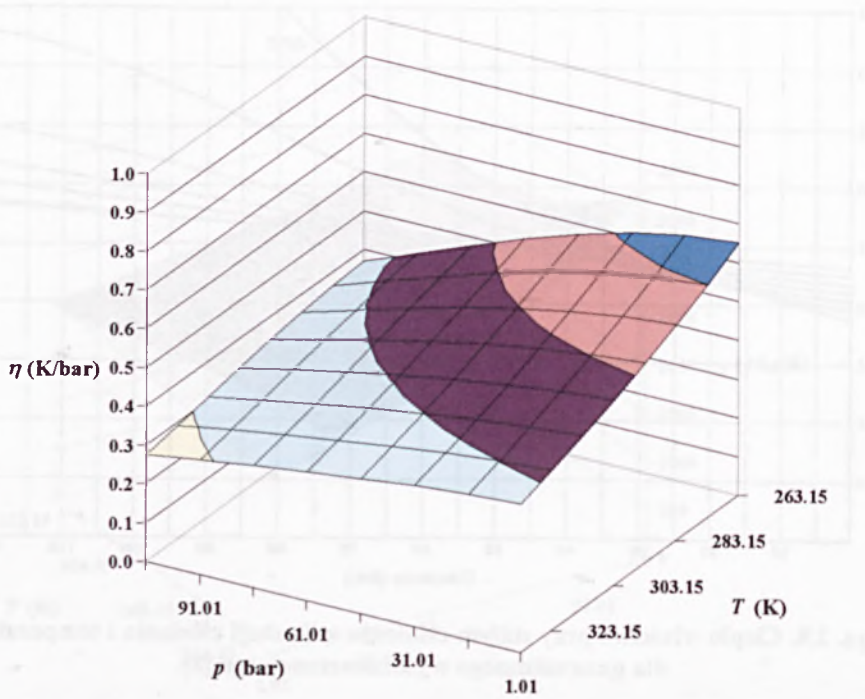
2.4.3. WSPÓŁCZYNNIK JOULE'A-THOMSONA

W pracy przyjęto, że przepływ gazu przez przeszkody powodujące opory miejscowe może być zaliczony do zjawisk dławienia i, że odbywa się przy przemianie izentalpowej. W rzeczywistości rozprężaniu gazu przy przepływie przez przeszkody w sieci gazowej towarzyszy spadek ciśnienia i temperatury, powodujący zmniejszenie gęstości gazu i wzrost prędkości przepływu. Ze względów ekonomicznych, prędkości przepływu gazu w transporcie rurociągami są małe, rzędu kilkunastu, kilkudziesięciu metrów na sekundę. Pozwala to pominąć zmiany energii kinetycznej gazu przy opisie termodynamicznym procesu dławienia, i uwzględniać zmiany temperatury gazu jako rezultat typowego zjawiska Joule'a-Thomsona.

W tablicy 2.7 oraz na rys. 2.9 przedstawiono wyniki obliczeń współczynnika Joule'a-Thomsona. Podobnie jak ciepło właściwe, współczynnik α jest typową funkcją resztkową, bezpośrednio związaną z oddziaływaniami międzycząsteczkowymi, dlatego jego wartość jest funkcją ciśnienia i temperatury.

Tablica 2.7. Współczynnik Joule'a-Thomsona w funkcji ciśnienia i temperatury $\eta(p,T)$ (bar/K) dla mieszaniny o składzie wg tab. 2.2.

p (bar) \ T (K)	263.15	273.15	283.15	293.15	303.15	313.15	323.15	333.15
1.01	0.651	0.600	0.554	0.513	0.475	0.441	0.410	0.383
16.01	0.638	0.588	0.543	0.501	0.464	0.431	0.400	0.373
31.01	0.611	0.565	0.523	0.484	0.449	0.417	0.388	0.361
46.01	0.574	0.534	0.497	0.462	0.429	0.399	0.372	0.347
61.01	0.528	0.497	0.466	0.435	0.407	0.380	0.354	0.331
76.01	0.476	0.454	0.430	0.405	0.381	0.357	0.335	0.314
91.01	0.423	0.409	0.392	0.373	0.353	0.333	0.314	0.295
106.01	0.371	0.364	0.353	0.340	0.324	0.308	0.292	0.276



Rys. 2.9. Współczynnik Joule'a-Thomsona w funkcji ciśnienia i temperatury dla mieszaniny o składzie wg tab. 2.2.

WNIOSKI

1. Nieustalony przepływ gazu powstający w efekcie punktowego wypływu wskutek pęknięcia lub rozerwania gazociągu jest w przypadku ogólnym przepływem nieizotermicznym, z wymianą masy z otoczeniem.
2. W przypadku analizy skutków awarii w układzie składającym się z pojedynczego odcinka gazociągu, istnieje możliwość dekompozycji układu na układ dwóch gazociągów połączonych węzłem, w którym ma miejsce dodatkowy odbiór gazu (jako rezultat niekontrolowanego wypływu do atmosfery). Opisując ruch gazu w przewodach incydentnych do utworzonego w ten sposób węzła możemy założyć, że nie występuje wymiana masy z otoczeniem (równanie ciągłości nie zawiera członu reprezentującego gęstość wymiany masy).
3. Do opisu przepływu w zagadnieniach pęknięcia gazociągu należy stosować model hiperboliczny, w którym równanie ruchu zawiera składnik przyspieszenia lokalnego (człon inercyjny). Wynika to z faktu, że warunek brzegowy w węźle, w którym ma miejsce lokalny upust masy gazu do atmosfery nie jest funkcją ciągłą i powoduje szybkozmienny charakter przepływu.
4. W obliczeniach technicznych często stosuje się średnie w danym przedziale temperatury, ciśnienia i prędkości przepływu wartości współczynnika ściśliwości, lepkości dynamicznej, współczynnika oporów hydraulicznych oraz funkcji termodynamicznych gazu: ciepeł właściwych, współczynnika Joule'a-Thomsona i innych. Takie postępowanie uzasadnione jest względami praktycznymi i pozwala na uproszczenie obliczeń. W przypadku obliczeń prowadzonych dla modeli nieizotermicznych o wysokim stopniu dokładności, uwzględnienie zmienności przestrzennej ww. wielkości może okazać się konieczne. Istnieje także możli-

wość uwzględnienia szybkości zmian przestrzennych ww. wielkości, przez wyrażenie ich za pomocą odpowiednich schematów różnicowych.

5. Analiza awarii gazociągu z wyznaczeniem masy gazu wymienianej z otoczeniem wymaga zastosowania dokładnego modelu przepływu, uwzględniającego zmienność przestrzenną parametrów fizykochemicznych zawartych we współczynnikach równań. Oprócz współczynnika ściśliwości, z punktu widzenia opisu termodynamicznego przepływu, największe znaczenie mają zmiany ciepła właściwego w stałej objętości, ponieważ ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu jest parametrem służącym jedynie do wyznaczenia warunku początkowego. Wyznaczenie poprawek ciśnieniowych dla funkcji termodynamicznych przy zastosowaniu współczynników wirialnych wiąże się z dużym kosztem obliczeniowym. Pewnym kompromisem między dokładnością a nakładem obliczeniowym w przypadku obliczania współczynników równań zachowania jest przyjęcie modelu gazu półdoskonałego. Dotyczy to przede wszystkim analiz przepływów nieizotermicznych w dużych sieciach gazowych.

6. Symulacja pęknięcia gazociągu wymaga rozwiązania modelu matematycznego przepływu, którym jest układ nieliniowych (lub quasi-liniowych) równań różniczkowych cząstkowych typu hiperbolicznego. Twierdzenie o jednoznaczności zagadnienia różniczkowego wymaga podania warunków granicznych (początkowo-brzegowych). W praktyce oznacza to, że w porównaniu z algorytmem stanów ustalonych liczba danych wejściowych niezbędnych do wykonania obliczeń jest znacznie większa, ponieważ zarówno obciążenia jak również zasilania systemu są funkcją czasu.

BIBLIOGRAFIA

[1] Abdullajew M., Rustanow K.: *Wlijanie inercjalnogo czlena pri issliedowanii awarijnych rieżimow magistralnych gazoprowodow*, Nefta i Gaz, 9/1973.

[2] The American Gas Association, *Distribution — System Design*, A.G.A., Arlington, 1990.

[3] Bukowski J., Kijakowski P.: *Kurs mechaniki płynów*, PWN, Warszawa, 1980.

[4] Bretsznajder S.: *Własności cieczy i gazów*, WNT Warszawa, 1962

[5] Colebrook C.: *Turbulent flow in pipes, with particular reference to the transition regime between smooth and rough pipe laws*, Institution of Civ. Eng. Journal, nr 11, 1939.

[6] Daneshyar, H.: *One-dimensional Compressible Flow*, Pergamon Press, New York, 1976.

[7] Daubert T.E.: *Chemical Engineering Thermodynamics*, McGraw-Hill Book, New York, 1985.

[8] DVGW-Merkblatt G 499 *Erdgas-Vorwärmung in Gasanlagen*, Deutscher Verein des Gas- und Wasserfaches e.V., Bonn, 1997.

[9] Goldwater M. H., Fincham A. E.: *Modelling of Dynamical Systems*, ed. H. Nicholson, Peter Peregrinus, Stevenage, 1981.

[10] ISO 12213-3 *Natural gas - Calculation of Compression factor - Part 3: Calculation using physical properties*, International Standarization Office, Geneve, 1997.

[11] Kralik J. i in.: *Dynamic Modelling of Large Scale Networks With Application to Gas Distribution*, Elsevier, New York, 1988.

[12] Landau L., Lifszyc L.: *Hydrodynamika*, PWN, Warszawa 1994.

[13] Michałowski S., Wańkowicz K.: *Termodynamika procesowa*, WNT, Warszawa, 1999.

[14] Olajossy A.: *Problem teoretycznego określenia miejsca awarii w gazociągach przesyłowych*, Archiwum Budowy Maszyn, z. 3., 1980

[15] Olajossy A.: *Modele matematyczne przepływów nieustalonych w gazociągach. Przegląd i poglądy. Cz. 1.*, Gaz, woda i technika sanitarna, 2(59) 1985.

[16] Olajossy A.: *Modele matematyczne przepływów nieustalonych w gazociągach. Przegląd i poglądy. Cz. 2.*, Gaz, woda i technika sanitarna, 3(59) 1985.

[17] Osiadacz A. J.: *Simulation and Analysis of Gas Networks*, Gulf Publishing Company, Huston, 1989.

[18] Osiadacz A. J.: *Different Transient Models — Limitations, Advantages And Disadvantages*, w materiałach konferencyjnych PSIG The 28th Annual Meeting, San Francisco, 1996.

[19] Osiadacz A.: *Wyznaczanie współczynnika oporów liniowych w obliczeniach symulacyjnych gazociągów*, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Inżynieria Środowiska, z. 21., Warszawa, 1996.

[20] Osiadacz A. J., Chaczykowski M.: *Comparision of Isothermal and Non-Isothermal Transient Models*, w materiałach konferencyjnych PSIG The 30th Annual Meeting, Denver, 1998

[21] Osiadacz A. J., Chaczykowski M.: *Bilans mocy w systemie przesyłowym a opis termodynamiczny przepływu gazu*, w materiałach I Konferencji Naukowo-Technicznej Energetyka Gazowa, Szczyrk, 2000.

[22] Osiadacz A. J., Chaczykowski M.: *Comparison of Isothermal and Non-Isothermal Pipeline Gas Flow Models*, Chemical Engineering Journal Vol. 81, 2001.

[23] Osiadacz A. J., Chaczykowski M.: *Simulation of Non-Isothermal Transient Flow of Gas in a Pipeline*, Archives of Thermodynamics, Vol. 22, 2001.

[24] PN-93/M-53950/011993 *Pomiar strumienia masy i strumienia objętości płynów za pomocą zwężek pomiarowych*, Wydawnictwa normalizacyjne ALFA, Warszawa, 1993.

[25] Pohorecki R., Wroński S.: *Kinetyka i termodynamika procesów inżynierii chemicznej*, WNT, Warszawa, 1977.

[26] Shapiro A. H.: *The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow*, The Ronald Press Company, New York, 1954.

[27] Sletfjerding E.: *Friction factor in smooth and rough gas pipelines. An experimental study*, praca doktorska, Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Universitet, Trondheim, 1999.

[28] Suchariew M.G., Stawrowskij E.R.: *Razczety sistem transporta gaza z pomoszyu wyczysletelnych maszin*, Nedra, Moskwa, 1971.

[29] Syczev V.V.: *The Differential Equations of Thermodynamics*, Mir Publishers, Moskwa, 1983 (tłumaczenie z jezyka rosyjskiego: *Differencialnyje urawnienia termodynamiki*, Nauka, Moskwa, 1981).

[30] Vetterling W.T., Teucolsky S.A., Press W.H.: *Numerical Recipes in Fortran*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995.

[31] Wark K.: *Advanced thermodynamics for engineers*, McGraw-Hill, New York, 1995.

[32] Warowny W.: *Termodynamiczne funkcje konfiguracyjne substancji gazowych przedstawione za pomocą współczynników wirialnych*, Gaz Woda i Technika Sanitarna, 7(53) 1979.

[33] Warowny W.: *Współczynnik ściśliwości - definicje i zależności termodynamiczne*, Nowoczesne Gazownictwo, 4(III) 1998.

[34] Warowny W.: *Współczynnik ściśliwości - współczynniki wirialne*, Nowoczesne Gazownictwo, 1(V) 2000.

[35] ZN-G-4004 *Pomiary paliw gazowych. Metody obliczania współczynników ściśliwości*, Polskie Górnictwo Naftowe i Gazownictwo, Warszawa, 1995.

III Modele wymiany ciepła między gazem a otoczeniem gazociągu

3.1. Wyznaczenie nieustalonego pola temperatury w przekroju poprzecznym gazociągu 44

3.1.1. Model dwuwymiarowej wymiany ciepła zastosowany do wyznaczenia pola temperatury w gruncie 44

3.1.2. Warunki brzegowe 45

3.1.3. Wyniki obliczeń 46

3.2. Wyznaczenie strumienia ciepła wymienianego między gazem a otoczeniem 52

3.2.1. Model dwuwymiarowej wymiany z uwzględnieniem akumulacji ciepła w gruncie 53

3.2.2. Model dwuwymiarowej wymiany ciepła z pominięciem akumulacji w gruncie 57

3.2.3. Model jednowymiarowej wymiany ciepła z uwzględnieniem akumulacji w gruncie 57

3.2.4. Model jednowymiarowej wymiany ciepła z pominięciem akumulacji w gruncie 61

3.3. Porównanie wyników rozwiązania uproszczonych modeli wymiany ciepła z wynikami modelu dwuwymiarowego 64

Wnioski 70

Bibliografia 71

Jednym z czterech równań tworzących model nieustalonego nieizotermicznego przepływu gazu jest równanie energii. Równanie energii stanowi termodynamiczny opis zjawiska przepływu gazu. Jedną z pozycji bilansowych w równaniu energii jest strumień ciepła wymienianego między wnętrzem a otoczeniem gazociągu. Wyznaczenie tej wielkości wymaga sformułowania równań opisujących wymianę ciepła między gazem a otoczeniem gazociągu.

Wymiana ciepła ma miejsce w przypadku, gdy temperatura w obszarze nie jest stała. Proces wymiany ciepła między płynem w rurociągu a otoczeniem zewnętrznym ogranicza się w systemach ciepłowniczych [3, 14, 18, 24] oraz systemach gazowniczych [4, 8, 11, 15, 22, 23] do zjawiska przenoszenia energii na drodze przenikania ciepła od płynu do zewnętrznego otoczenia rurociągu. Modele zaproponowane w pracy również opisują wyłącznie przenikanie ciepła.

Do rozwiązania zagadnienia wymiany ciepła potrzebna jest znajomość:

a) geometrii układu w którym rozwiązywane jest zagadnienie,
b) właściwości cieplnych materiałów przez które przepływa ciepło,
c) warunków brzegowych dla zagadnień ustalonych, a brzegowych i początkowych dla zagadnień nieustalonych.

Ad. a) Przewodzenie ciepła w gruncie odbywa się w ogólnym przypadku w trzech wymiarach. W pracy nie analizowano przewodzenia ciepła w kierunku równoległym do osi gazociągu. Łatwo wykazać, że gradient temperatury w kierunku prostopadłym do osi gazociągu jest kilka rzędów wielkości większy od gradientu temperatury wzdłuż osi gazociągu [20, 21]. W pracy [8] stwierdzono, że pominięcie efektu przewodzenia ciepła wzdłuż osi gazociągu powodowało względne różnice w wielkości strumienia ciepła nie większe od 0.5 % we wszystkich analizowanych przypadkach wymiany ciepła.

W obliczeniach przeprowadzonych w niniejszej pracy przyjęto założenie, że przenoszenie energii w rozpatrywanym obszarze występuje wyłącznie za pośrednictwem przejmowania ciepła od gazu do ścianki rurociągu, przejmowania ciepła od gruntu do powietrza, oraz na drodze przewodnictwa cieplnego w ściance gazociągu oraz gruncie. Można wykazać, że oporności cieplne gazu i ścianki rurociągu nie przekraczają 1 % całkowitej oporności obszaru w którym ma miejsce przewodzenie ciepła, dlatego w obliczeniach uproszczonych uwzględnia się jedynie przewodzenie ciepła w gruncie [8]. W tym wypadku przyjmuje się temperaturę ścianki rury równą temperaturze gazu i rozważa się jedynie przewodzenie ciepła w gruncie. We wszystkich obliczeniach pominięto opór przejmowania ciepła między ścianką rury a gruntem. Powyższe założenie nie wpływa na dokładność obliczeń strumienia ciepła do otoczenia.

Ad b) Właściwości cieplne gruntu przyjmowane do obliczeń projektowych lub symulacyjnych powinny być wynikiem analizy próbek pobranych z trasy gazociągu. W przypadku braku takich analiz przyjmowane są z tablic. Niepewność wyznaczenia właściwości cieplnych gruntu w którym przebiega trasa gazociągu powoduje duży błąd jakim obarczony jest wynik obliczeń wartości strumienia ciepła [23]. Jest to również jeden z głównych czynników skłaniających do przyjęcia założeń upraszczających w konstruowanym modelu wymiany ciepła.

Analizując właściwości cieplne materiałów przez które przepływa ciepło wyróżniono cztery podstawowe rodzaje gruntu: piaszczysty, lessowy, gliniasty, oraz „standardowy" (ziemia orna). Na podstawie danych zawartych w [6, 7, 10, 17] opracowana została tablica 3.1, w której zamieszczono własności cieplne ww. gruntów dla różnych warunków wilgotnościowych.

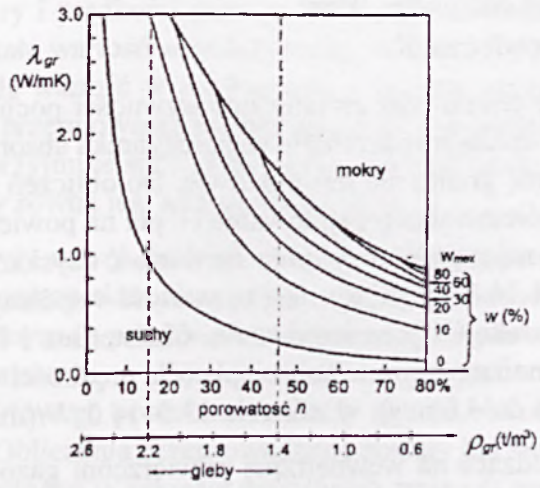
Tablica 3.1 pokazuje jak zmieniają się własności termofizyczne gruntu w zależności od zawartości wilgoci. Zawartość wilgoci oznacza masę wody przypadającą na jednostkę masy suchego gruntu. Największą przewodnością cieplną cechuje się zawilgocona gleba piaszczysta zaś najlepszym izolatorem cieplnym jest sucha glina. Istnieją również gleby o większym współ-

czynniku przewodzenia ciepła niż gleby zawarte w tablicy 3.1, np.. nasycone wilgocią gleby piaszczyste o dużej gęstości lub glina morenowa. Mogą one osiągać współczynnik przewodzenia ciepła do 2.7 W/(m·K).

Tablica 3.1.

Rodzaj gruntu		Gęstość suchego gruntu ρ_s	Gęstość ρ	Zawartość wilgoci	Stopień nasycenia	Współczynnik przewodzenia ciepła λ	Ciepło właściwe C_p
		kg/m³	kg/m³	%	%	W/(mK)	J/(kg K)
Gleba piaszczysta		1600	1760	10	< 50	1.6	1050
	Standard	1600	1840	15	60	1.8	1180
		1600	1920	20	80	1.9	1310
	Wilgotna	1600	2000	25	100	2.0	1420
Gleba lessowa	Sucha	1380	1590	15	<50	0.9	1180
	Standard	1380	1730	25	60	1.1	1420
	Wilgotna	1380	1850	34	95	1.2	1610
Gleba gliniasta	Sucha	1140	1370	20	< 50	0.74	1310
	Standard	1140	1480	30	60	0.85	1530
	Wilgotna	1140	1600	40	85	0.94	1720
Grunt „standardowy"		1260	1390	10	< 50	0.6	1050
		1260	1510	20	< 50	0.8	1310
	Standard	1260	1640	30	75	1.0	1530
		1260	1760	40	95	1.1	1720

Analizując wpływ wymiany ciepła na parametry przepływu w gazociągu, najistotniejsze są przepływy w gazociągach posadowionych w gruntach które źle przewodzą ciepło. Mając na uwadze fakt, że współczynnik przewodzenia ciepła suchej ziemi w warunkach laboratoryjnych wynosi 0.064 W/(m·K), widocznym jest, że problem zawartości wilgoci jest bardzo istotny z punktu widzenia identyfikacji właściwości cieplnych gruntu. Zmiany wartości współczynnika przewodzenia ciepła gruntu w funkcji zawartości wilgoci w oraz gęstości gruntu ρ_{gr} pokazano na rys 3.1.



Rys. 3.1. Przewodność cieplna gruntu w funkcji zawartości wilgoci oraz gęstości (źr. Jumiki A. R.: *Thermal Geotechnics*, Rutgers University Press, New Brunswick, New Jersey, 1977, cyt. w [8]).

Obok gruntu, kolejnym elementem przewodzącym ciepło w układzie jest ścianka rurociągu. Przedmiotem rozważań w pracy są gazociągi przesyłowe wysokiego ciśnienia, zatem materiałem użytym do produkcji rur jest stal. Począwszy od lat 50-tych, w celu zmniejszenia oporów

hydraulicznych przy przepływie gazu stosowane są wewnętrzne powłoki gazociągów. Dzięki zmniejszeniu kosztów eksploatacyjnych sieci, prosty czas zwrotu nakładów poniesionych na naniesienie powłok wewnętrznych na ściankę gazociągu wynosi typowo 3-5 lat [26]. Przykładem gazociągu posiadającego powłoki wewnętrzne jest gazociąg tranzytowy Jamał — Europa Zachodnia. Dane dotyczące konstrukcji i parametrów cieplnych poszczególnych warstw ścianki tego gazociągu przedstawia tablica 3.2.

Tablica 3.2.

	grubość	λ	ρ	C_p
	mm	W/(mK)	kg/m^3	J/(kg K)
Okładzina wewnętrzna poliesterowa	0.5	0.52	1800	1050
Ścianka stalowa	19.2	45.3	7830	500
Okładzina zewnętrzna polietylenowa	3	0.4	940	1900

Ad. c) Na powierzchni gruntu zachodzą zjawiska wymiany ciepła na drodze konwekcji oraz promieniowania. Wartość współczynnika przejmowania ciepła na drodze konwekcji można policzyć ze wzorów Jürgensa [25]. Jego wartość zależy od prędkości wiatru przy powierzchni gruntu

$$\alpha_p = 7.15 \cdot w^{0.87}, \text{ W/(m}^2\text{K), dla } w > 5 \text{ m/s}$$

$$\alpha_p = 6.2 + 4.2w, \text{ W/(m}^2\text{K), dla } w < 5 \text{ m}$$

Wpływ promieniowania słonecznego można uwzględnić biorąc do obliczeń zamiast temperatury powietrza T_p wielkość temperatury słonecznej T_s [18]

$$T_s = T_p - \frac{EI_c}{\alpha_p}, \text{ K}$$

gdzie: E — współczynnik absorpcji promieniowania słonecznego przez powierzchnię gruntu,
I_c — promieniowanie całkowite, W/m^2
T_p — temperatura powietrza, K.

Z uwagi na zróżnicowanie terenu oraz zmiany intensywności pochłaniania promieniowania słonecznego w ciągu roku, dokładne określenie współczynnika absorpcji promieniowania słonecznego przez powierzchnię gruntu nie jest możliwie. Do obliczeń symulacyjnych przyjmuje się średnie wartości współczynnika przejmowania ciepła na powierzchni gruntu. Jako średnią wartość współczynnika najczęściej przyjmuje się wartość uzyskaną przez Kvisgaarda i Hadvida [3, 17], która wynosi 14.6 W/(m^2·K). Jest to wartość współczynnika który uwzględnia wymianę ciepła przez konwekcję i promieniowanie. Christensen i Petersen [5] podają przedział zmienności współczynnika przejmowania ciepła (dla prędkości wiatru mierzonej 2 m nad powierzchnią gruntu od 3.6 do 4.6 m/s), w zakresie 13.0–14.3 W/(m^2·K).

Przejmowanie ciepła zachodzące na wewnętrznej powierzchni gazociągu jest skomplikowanym problemem, związanym bezpośrednio z mechaniką płynów. Wyznaczenie współczynnika przejmowania ciepła jest złożonym zagadnieniem, ponieważ zależy on od własności termofizycznych płynu, które są funkcjami temperatury i ciśnienia [30]. Wartość współczynnika przejmowania ciepła zależy również w istotny sposób od prędkości i charakteru przepływu

płynu. Istnieją znaczne różnice między wartościami współczynników przejmowania ciepła przy ustalonym i nieustalonym przepływie płynu, związane ze zmianami prędkości i temperatury w czasie.

Przejmowanie ciepła od gazu do ścianki rury opisane jest empirycznymi wzorami wiążącymi liczby podobieństwa. W warunkach ustalonej wymiany ciepła, do obliczania współczynnika przejmowania ciepła od gazu płynącego w przewodzie kołowym do ścianki rury możemy zastosować wzór Kays'a [23]

$$Nu = 0.021 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.6}$$

gdzie: Nu — liczba Nusselta,
Re — liczba Reynoldsa,
Pr — liczba Prandtla.

Podstawiając wyrażenia na liczby podobieństwa i przekształcając otrzymujemy

$$\alpha_g = 0.021 \cdot (w\rho)^{0.8} \cdot (D\mu)^{-0.2} \cdot \lambda^{0.4} \cdot c_p^{0.6} \tag{3.1}$$

gdzie: w — prędkość gazu, m/s,
ρ — gęstość gazu, kg/m^3,
D — średnica wewnętrzna gazociągu, m,
μ — dynamiczny współczynnik lepkości, kg/(m·s)
λ — współczynnik przewodzenia ciepła w gazie, W/(m·K)
c_p — ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu, J/(kg·K)

Wzór (3.5) dotyczy burzliwego przepływu gazu w przewodzie kołowym ($Re > 10000$), natomiast wartość liczby Prandla dla gazu musi być w zakresie 0.5 – 1. Ponieważ dla metanu w temperaturze 0 °C otrzymujemy $Pr = 0.75$, a w temperaturze 100 °C $Pr = 0.74$, wzór (3.1) jest odpowiedni do obliczania przypadków analizowanych w pracy.

W sieci gazowej wysokiego ciśnienia przepływ gazu jest przepływem turbulentnym. W takich warunkach współczynnik przejmowania ciepła ma dużą wartość, wynoszącą 30 – 500 W/(m^2·K) [30]. W obliczeniach uproszczonych istnieje możliwość pominięcia wpływu ciśnienia, temperatury i prędkości gazu na opór przejmowania ciepła od gazu do ścianki rurociągu, przyjmując stałą wartość współczynnika. W pracy [23] stwierdzono, że opór przejmowania ciepła ma małą wartość w porównaniu z oporem przewodzenia ciepła w gruncie. W przypadku gdy opór przejmowania można uznać za pomijalnie mały, na wewnętrznej powierzchni ścianki rury przyjmuje się warunek brzegowy I rodzaju, zakładając, że temperatura powierzchni ścianki rury równa jest temperaturze gazu.

W pracy analizowane były cztery modele: model dwuwymiarowej wymiany ciepła w stanie nieustalonym (uwzględniający akumulację ciepła w gruncie), model dwuwymiarowej wymiany ciepła w stanie ustalonym (z pominięciem akumulacji ciepła w gruncie) oraz dwa uproszczone modele jednowymiarowe — w stanie nieustalonym oraz w stanie ustalonym. Na przykładzie gazociągu tranzytowego porównane zostały wyniki obliczeń uzyskane z rozwiązania modeli uproszczonych. Obliczenia przeprowadzone zostały dla średnich wartości parametrów gazu i powietrza zewnętrznego w zakresie możliwych zmian w czasie eksploatacji gazociągu. Naszym celem jest porównanie wyników symulacji pod względem dokładności przybliżenia rzeczywistego zjawiska fizycznego, dlatego do rozwiązania problemów stosowano najprostsze procedury numeryczne istniejące w danej klasie rozwiązań, pomijając kwestie związane z efektywnością metod.

3.1. WYZNACZENIE NIEUSTALONEGO POLA TEMPERATURY W PRZEKROJU POPRZECZNYM GAZOCIĄGU

Wybór odpowiedniego modelu wymiany ciepła w celu wyznaczenia ilości ciepła wymienianego drogą przenikania między gazem a otoczeniem gazociągu wymaga znajomości kształtu pola temperatury w przekroju poprzecznym gazociągu. Wyznaczenie pola temperatury w gruncie znajdującym sie w otoczeniu gazociągu pozwala ocenić zasadność stosowania uproszczonych modeli wymiany ciepła.

W przypadku ogólnym przewodzenie ciepła w otoczeniu gazociągu odbywa się w trzech wymiarach. Można z dobrym przybliżeniem założyć dwuwymiarowość wymiany ciepła między gazem a gruntem otaczającym gazociąg i pominąć efekty związane z przewodzeniem ciepła w kierunku równoległym do osi gazociągu. Wynika to z faktu, że w gruncie, podobnie jak we wnętrzu gazociągu, gradient temperatury w kierunku poprzecznym do osi gazociągu jest wielokrotnie większy od gradientu temperatury wzdłuż osi. Należy podkreślić, że założenie dwuwymiarowości pola temperatury w gruncie odnosi się jedynie do pojedynczej sekcji gazociągu, uzyskanej w rezultacie dyskretyzacji przestrzennej wzdłuż gazociągu. Przy symulacji nieustalonych przepływów nieizotermicznych, z punktu widzenia procesu przepływu, pole temperatury w gruncie jest zatem trójwymiarowe. Funkcja zmian temperatury w gruncie wzdłuż osi gazociągu jest funkcją przedziałami stałą.

Wyznaczenie pola temperatury w gruncie polega na rozwiązaniu zagadnienia płaskiej wymiany ciepła. Do rozwiązania zagadnienia zastosowano klasyczną metodę różnic skończonych [27, 30], polegającą na podziale przestrzeni na siatkę elementarnych części, o wymiarach odpowiadających krokom dyskretyzacji przestrzeni. Metoda różnic skończonych jest w pełni skuteczna w przypadku prostych geometrii modelowanych pól temperatury. Korzystając z ekstrapolacji liniowej, umożliwia stosowanie równych kroków dyskretyzacji przestrzeni mimo krzywoliniowych brzegów obszaru wymiany ciepła, co ułatwia wizualizację pola temperatury.

3.1.1. MODEL DWUWYMIAROWEJ WYMIANY CIEPŁA ZASTOSOWANY DO WYZNACZENIA POLA TEMPERATURY W GRUNCIE

Punktem wyjścia rozważań jest różniczkowe równanie dyfuzji, opisujące nieustalone przewodzenie ciepła w ciałach stałych. Przy stałym współczynniku przewodzenia ciepła równanie to można zapisać w postaci

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) \tag{3.2}$$

gdzie $a = \lambda / \left(\rho c_p\right)$ jest współczynnikiem wyrównywania temperatury (dyfuzyjność termiczna (m^2/s)).

Własności cieplne gruntu są zmienne w ciągu roku, ponieważ zależą od jego wilogotności. Wilgotność gruntu zależy natomiast od warunków atmosferycznych, których zmiany są stochastyczne i nie jest możliwe ich dokładne przewidzenie. Największe zmiany własności cieplnych gruntu występują na głębokości do 0.5 m i wahają się od 10 % do 40 % [23]. Wraz ze wzrostem zagłębienia, rośnie wilgotność gruntu, a zmiany jego własności cieplnych w ciągu roku maleją. W różnych miejscach na ziemi zmiany własności termofizycznych gruntu w ciągu roku nie są jednakowe. Z uwagi na brak możliwości określenia ogólnej zależności między

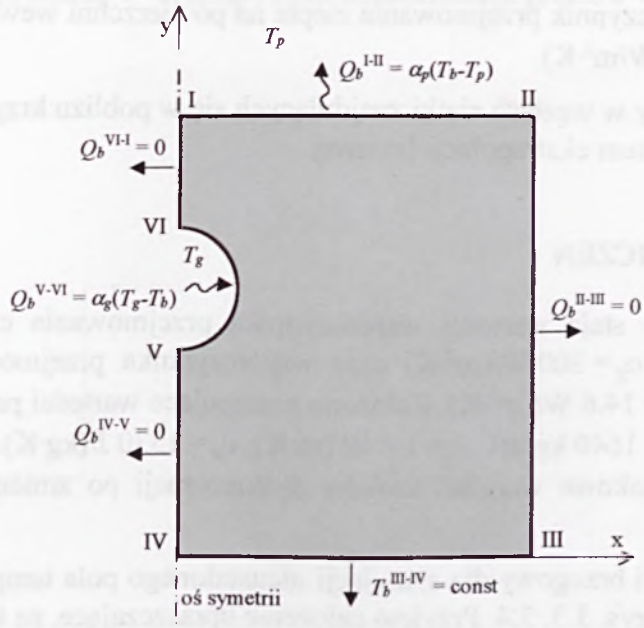
wartością parametrów fizykochemicznych gruntu a głębokością pod powierzchnią terenu, w pracy przyjęto założenie, że grunt jest ciałem jednorodnym, scharakteryzowanym średnią wartością gęstości i ciepła właściwego. Duża niepewność wyznaczenia własności cieplnych gruntu w którym przebiega trasa gazociągu oraz stosunkowo niewielkie różnice temperatur między gazem a otoczeniem pozwalają przyjąć założenie upraszczające, że współczynnik przewodzenia ciepła w analizowanym obszarze ma stałą wartość.

Do rozwiązania równania (3.1) możemy zastosować jawną metodę różnicową [30]. Podstawienie ilorazu różnicowego przedniego w miejsce pochodnej względem czasu prowadzi do uzyskania równania algebraicznego dla określonego węzła, z którego w prosty sposób możemy obliczyć szukaną wartość temperatury w końcowym momencie kroku czasu.

3.1.2. WARUNKI BRZEGOWE

Układ równań różnicowych dla węzłów wewnętrznych siatki różnicowej uzupełniany jest równaniami różnicowymi dla węzłów brzegowych. Wynikają one z zadanych warunków brzegowych (rys. 3.2).

- Brzeg I-II — warunek trzeciego rodzaju. Powietrze atmosferyczne o temperaturze T_p, otaczające powierzchnię gruntu wymienia ciepło na drodze konwekcji swobodnej. Warunek brzegowy trzeciego rodzaju można zastąpić ekwiwalentnym warunkiem brzegowym pierwszego rodzaju (opór przejmowania ciepła na powierzchni zastępujemy takim samym co do wartości oporem przewodzenia ciepła w gruncie).



Rys. 3.2. Warunki brzegowe obszaru wymiany ciepła.

- Brzeg II-III — warunek drugiego rodzaju. Przeprowadzone obliczenia testowe dla różnych średnic gazociągu wykazały, że obecność gazociągu wpływa na zmiany temperatury w gruncie w kierunku poziomym, w odległości nie przekraczającej 8 m. Przyjęto założenie o adiabatyczności powierzchni brzegowej.
- Brzeg III-IV — warunek pierwszego rodzaju. Przeprowadzone obliczenia testowe dla różnych średnic gazociągu wykazały, że zasięg wpływu gazociągu na rozkład temperatury

w gruncie w kierunku pionowym nie przekracza 8 m. Temperatura gruntu na głębokości poniżej 8 m jest stała i na terenie Polski wynosi około 8 °C. Obliczenia przeprowadzone w pracy [18] z wykorzystaniem danych klimatycznych z okresu 1990-2000 potwierdziły ten fakt. Na głębokości 8 metrów uzyskano roczne wahania temperatury wynoszące około 0.3 °C. Przyjęto założenie o izotermiczności powierzchni brzegowej.

- Brzegi IV-V oraz VI-I — warunek drugiego rodzaju. Linie brzegowe przebiegają wzdłuż osi symetrii pola temperatury w przekroju poprzecznym gazociągu. Z warunku symetrii wynika, że między sąsiednimi elementami podziałowymi nie zachodzi przepływ ciepła — założono adiabatyczność powierzchni brzegowej.
- Brzeg V-VI — warunek trzeciego rodzaju. Gaz o temperaturze T_g, opływający powierzchnię ścianki gazociągu wymienia ciepło na drodze konwekcji wymuszonej. Wprowadzono założenie upraszczające, polegające na włączeniu cieplnego oporu przewodzenia przez materiały warstw ścianki gazociągu do oporu przejmowania ciepła od strony gazu [2]. W ten sposób wprowadza się zastępczy współczynnik przejmowania ciepła określony równaniem

$$\alpha_g^z = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{g_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_g}} \tag{3.3}$$

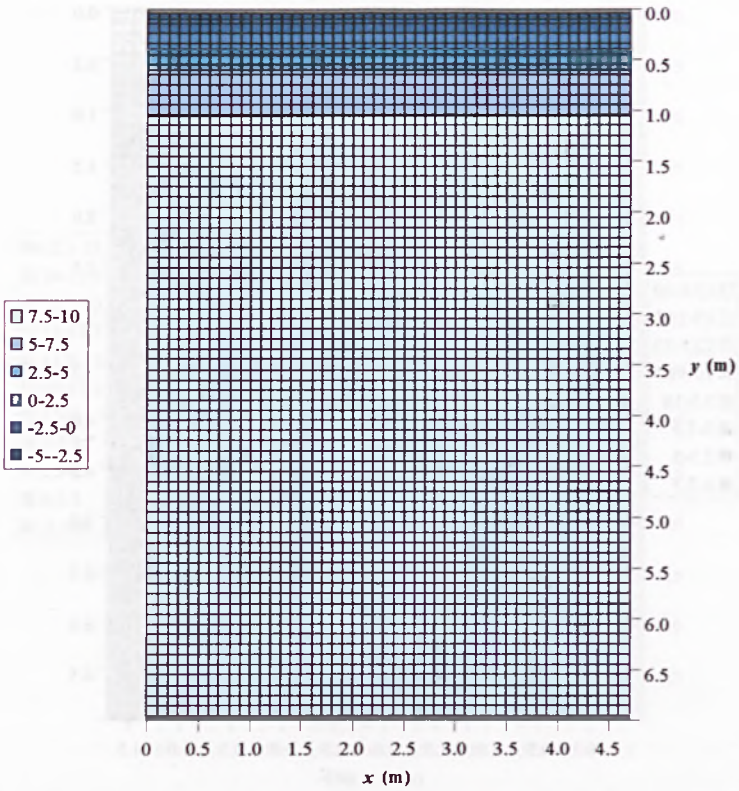
gdzie: g_i — grubość i-tej warstwy ścianki gazociągu (m),
λ_i — współczynnik przewodzenia ciepła materiału i-tej warstwy ścianki gazociągu (W/m·K),
n — liczba warstw ścianki gazociągu,
α_g — współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni wewnętrznej ścianki gazociągu (W/m²·K).

Wartość temperatury w węzłach siatki znajdujących się w pobliżu krzywoliniowego brzegu obszaru jest rezultatem ekstrapolacji liniowej.

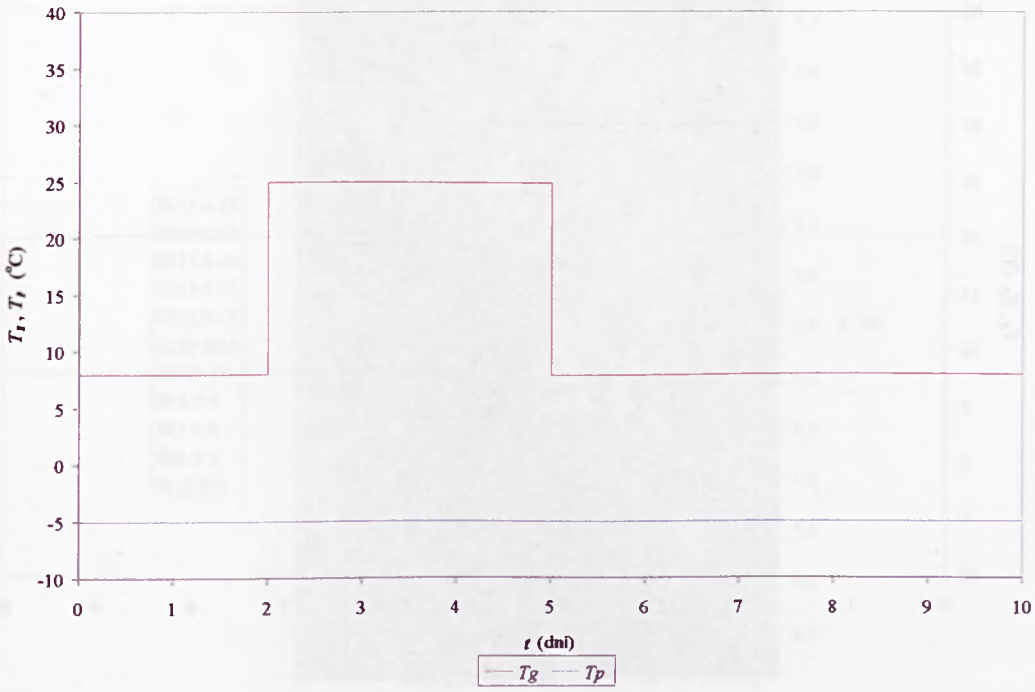
3.1.3. WYNIKI OBLICZEŃ

Do obliczeń przyjęto stałe wartości współczynnika przejmowania ciepła między gazem a ścianką rurociągu $\alpha_g = 200$ W/(m²·K) oraz współczynnika przejmowania ciepła na powierzchni gruntu $\alpha_p = 14.6$ W/(m²·K). Założono następujące wartości parametrów fizykochemicznych gruntu: $\rho = 1640$ kg/m³, $\lambda = 1.0$ W/(m·K), $c_p = 1530$ J/(kg·K). W schemacie różnicowym przyjęto jednakowe wartości kroków dyskretyzacji po zmiennych przestrzennych $\Delta y = \Delta z = 0.1$ m.

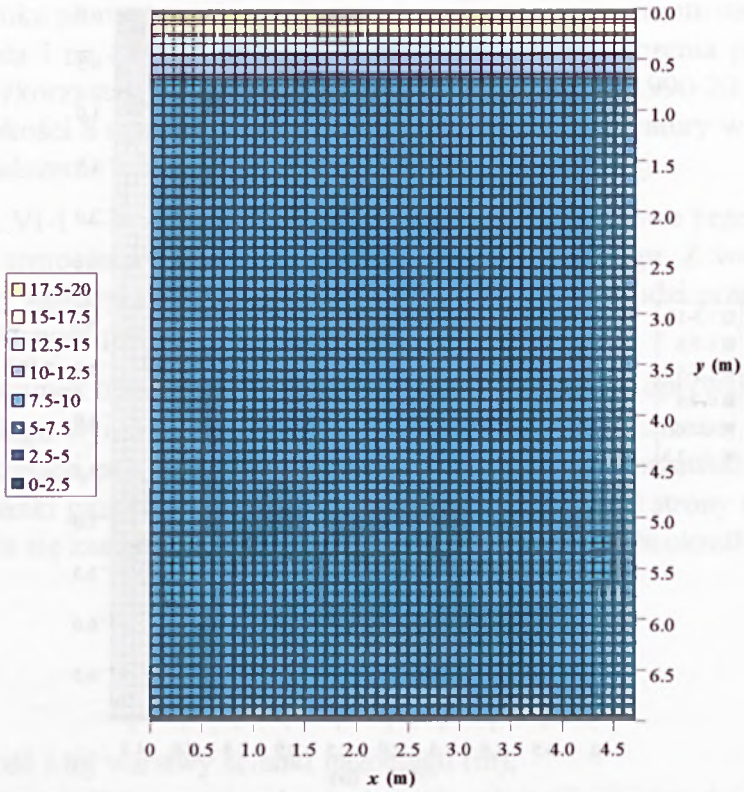
Warunki początkowy i brzegowy dla symulacji nieustalonego pola temperatury w okresie zimowym pokazano na rys. 3.3, 3.4. Przyjęto założenie upraszczające, że temperatura powietrza w ciągu doby jest stała, co nie ma wpływu na dokładność obliczeń wykonywanych dla tak krótkiego przedziału czasu. Trwająca przez okres trzech dni zmiana temperatury gazu odpowiada przypadkowi włączenia dodatkowej tłoczni w systemie. Sprężaniu gazu towarzyszy wzrost temperatury gazu, a gazociąg incydenty z tłocznią staje się liniowym źródłem ciepła w gruncie. Warunki początkowy i brzegowy przyjęte do symulacji nieustalonego pola temperatury w okresie letnim pokazano na rys. 3.5, 3.6.



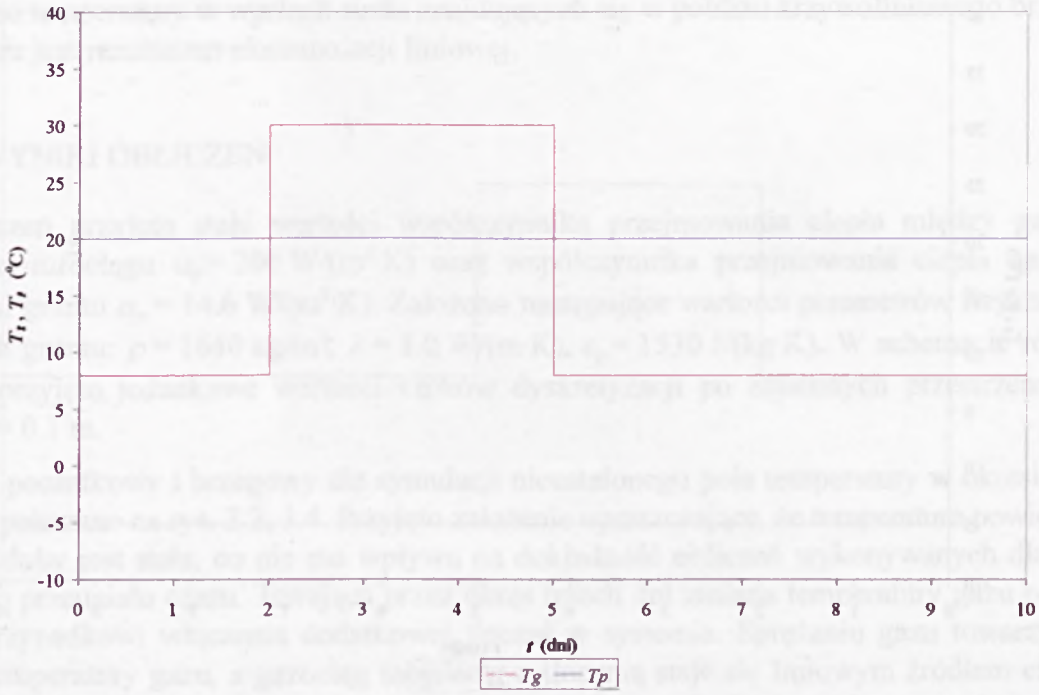
Rys. 3.3. Warunek początkowy dla symulacji nieustalonego pola temperatury w gruncie w okresie zimowym (temperatura gazu 8 °C, temperatura powietrza -5 °C, temperatura niezaburzonego gruntu 8 °C).



Rys. 3.4. Warunki brzegowe dla symulacji nieustalonego pola temperatury w gruncie w okresie zimowym.

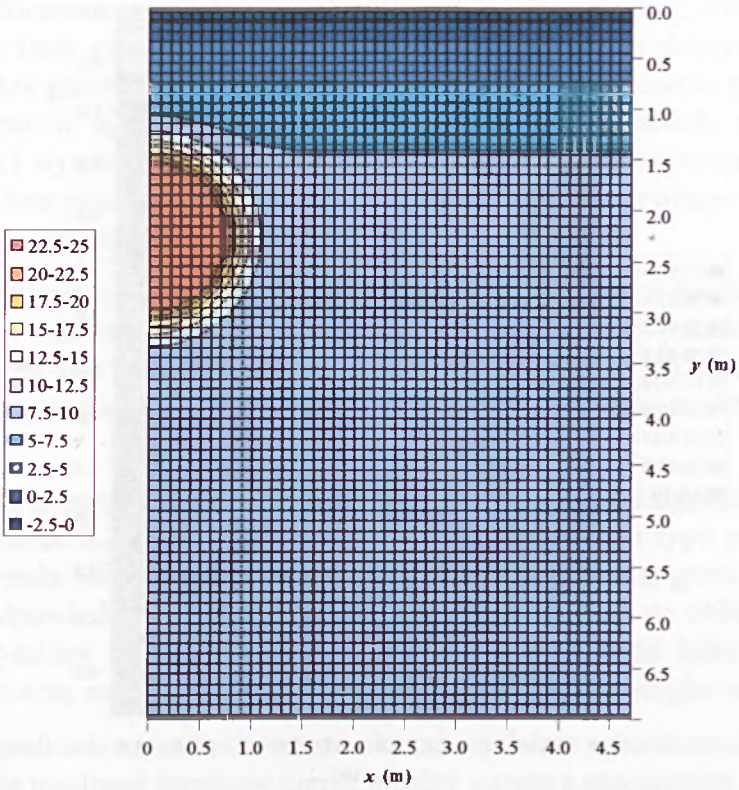


Rys. 3.5. Warunek początkowy dla symulacji nieustalonego pola temperatury w gruncie w okresie letnim (temperatura gazu 8 °C, temperatura powietrza 20 °C, temperatura gruntu 8 °C).

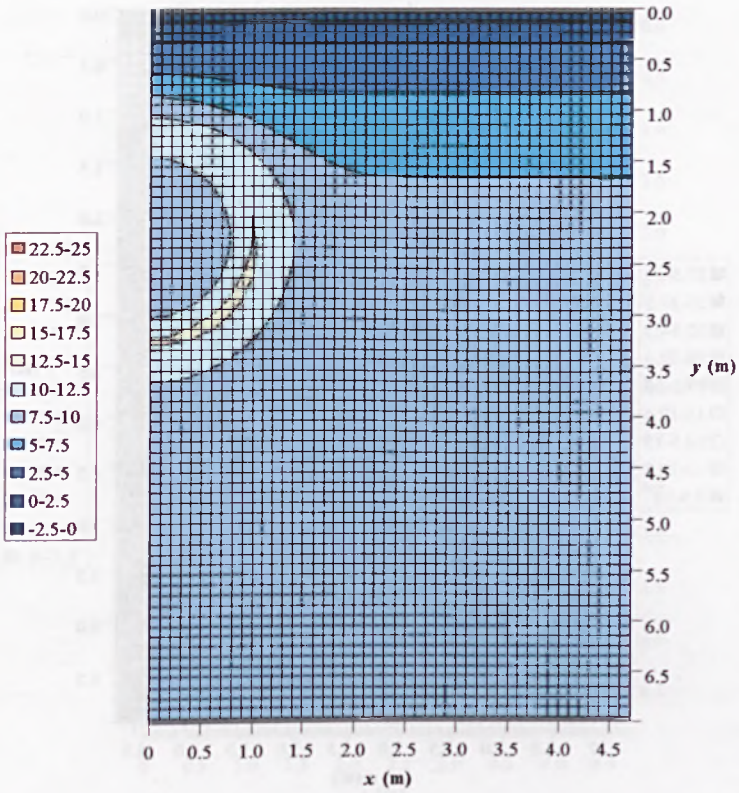


Rys. 3.6. Warunki brzegowe dla symulacji nieustalonego pola temperatury w gruncie w okresie letnim.

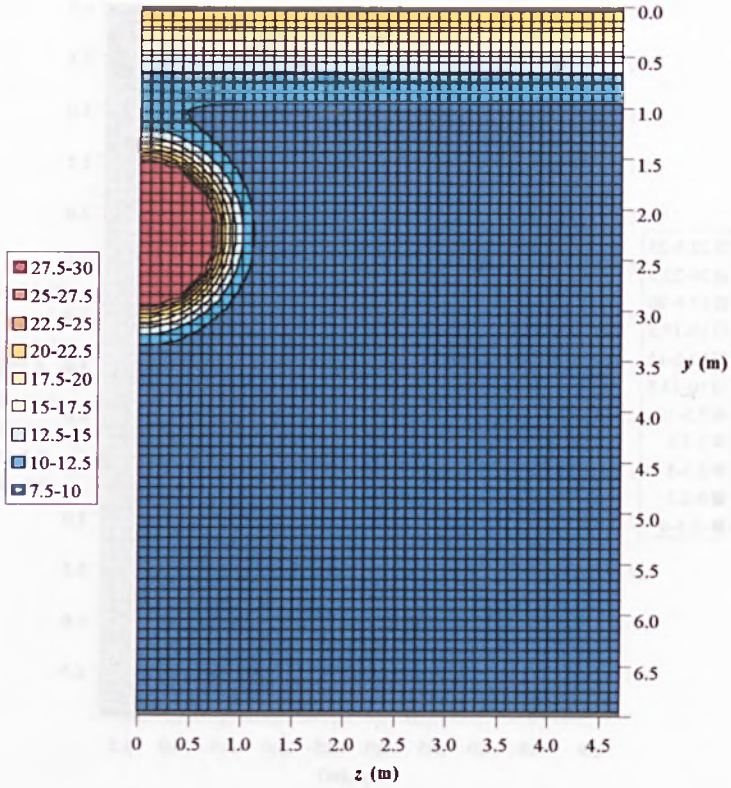
Wyniki symulacji nieustalonego pola temperatury w okresie zimowym pokazano na rys. 3.7 i rys. 3.8. Wyniki symulacji dla okresu letniego przedstawiono na rys. 3.9, 3.10.



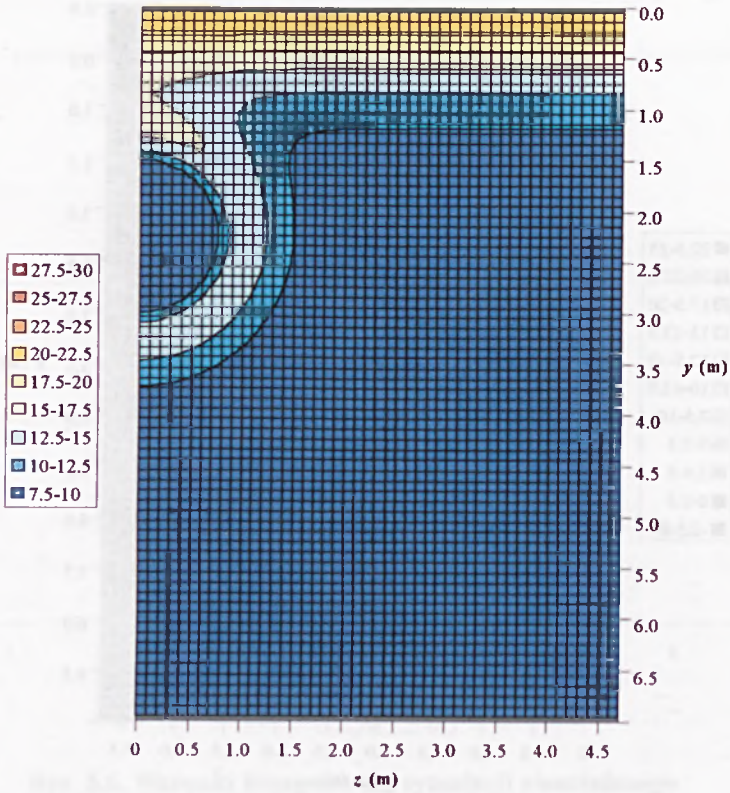
Rys. 3.7. Pole temperatury w gruncie w okresie zimowym po 3 dobie symulacji.



Rys. 3.8. Pole temperatury w gruncie w okresie zimowym po 6 dobie symulacji.



Rys. 3.9. Pole temperatury w gruncie w okresie letnim po 3 dobie symulacji.



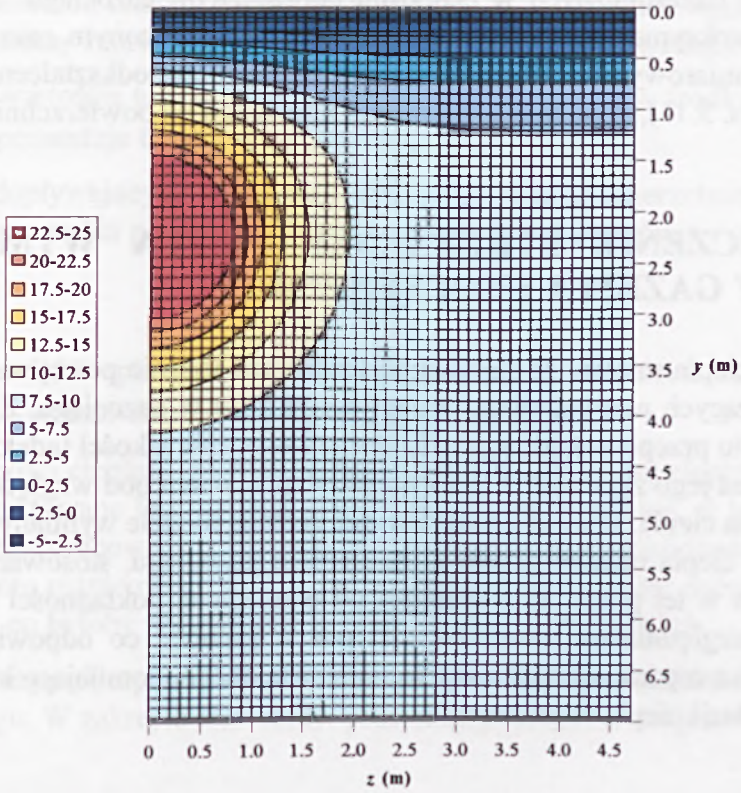
Rys. 3.10. Pole temperatury w gruncie w okresie letnim po 6 dobie symulacji.

Na rys. 3.7, 3.9 widoczna jest wyraźna współśrodkowość powierzchni izotermicznych w przekroju poprzecznym trasy gazociągu. Kołowy kształt izoterm jest charakterystyczną cechą pola temperatury wokół gazociągu. Świadczy on o możliwości przybliżenia procesów przewodzenia ciepła w gruncie uproszczonymi metodami, opartymi na modelu jednowymiarowej osiowosymetrycznej wymiany ciepła. Widoczny jest większy gradient temperatury w kierunku pionowym w stronę powierzchni terenu. Wynika on z istnienia pewnego strumienia ciepła wymienianego z powietrzem atmosferycznym na drodze konwekcji.

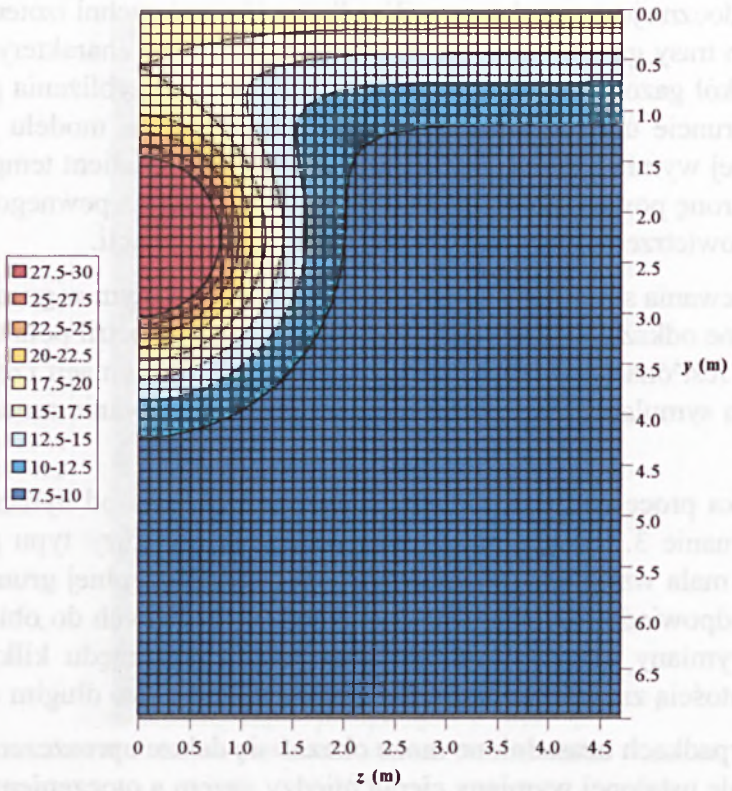
W przypadku ogrzewania strumienia gazu ciepłem zakumulowanym w gruncie (rys. 3.8, 3.10) widoczne jest pewne odkształcenie izoterm, prowadzące do asymetrii pola temperatury w kierunku poziomym. Jest ona przyczyną większych błędów aproksymacji rzeczywistego zjawiska w obliczeniach symulacyjnych prowadzonych przy zastosowaniu modeli jednowymiarowych.

Ponieważ dynamika procesów cieplnych jest znacznie mniejsza od dynamiki procesów hydraulicznych (równanie 3.2 jest różniczkowym równaniem dyfuzji typu parabolicznego, w którym występuje mała wartość współczynnika dyfuzyjności cieplnej gruntu), bardzo istotna staje się kwestia odpowiednio przejętych warunków początkowych do obliczeń. Osiągnięcie stanu ustalonej wymiany ciepła przez układ wymaga czasu rzędu kilku miesięcy, co w porównaniu z częstością zmian parametrów przepływu jest bardzo długim okresem.

W niektórych przypadkach uzasadnione może okazać się dalsze uproszczenie modelu wymiany ciepła i założenie ustalonej wymiany ciepła między gazem a otoczeniem gazociągu. Pominięcie akumulacji ciepła w gruncie prowadzi do znacznego uproszczenia obliczeń i poprawy ogólnej efektywności matematycznego modelu przepływu. Przykład ustalonych pól temperatury w gruncie w okresie zimowym i letnim przedstawiono na rys. 3.11, 3.12.



Rys. 3.11. Przykład ustalonego pola temperatury w gruncie w okresie zimowym (temperatura gazu 25 °C, temperatura powietrza -5 °C, temperatura niezaburzonego gruntu 8 °C).



Rys. 3.12. Przykład ustalonego pola temperatury w gruncie w okresie letnim (temperatura gazu 30 °C, temperatura powietrza 20°C, temperatura niezaburzonego gruntu 8 °C).

Także w przypadku ustalonych pól temperatury widoczny jest współśrodkowy charakter położenia powierzchni izotermicznych w przekroju poprzecznym gazociągu. Stanowi to dobry prognostyk dla aproksymacji modelu wymiany ciepła uproszczonym osiowosymetrycznym modelem jednowymiarowym. Widoczne jest również częściowe odkształcenie izoterm do formy eliptycznej (rys. 3.11), wynikające z istnienia konwekcji na powierzchni gruntu.

3.2. WYZNACZENIE STRUMIENIA CIEPŁA WYMIENIANEGO MIĘDZY GAZEM A OTOCZENIEM

Proces wymiany ciepła między gazem a otoczeniem jest jedynie pewnym elementem ogółu zjawisk towarzyszących nieustalonemu przepływowi gazu w gazociągu. Z punktu widzenia dokładności modelu przepływu, głównym kryterium w ocenie jakości (adekwatności) modelu wymiany ciepła jest jego zgodność z rzeczywistym zjawiskiem pod względem uzyskiwanych wartości strumienia ciepła. Poniżej przedstawione zostaną modele wymiany ciepła do wyznaczenia strumienia ciepła między gazem a otoczeniem gazociągu, stosowane w obliczeniach przeprowadzonych w tej pracy. W zależności od wymaganej dokładności wyróżniono dwie grupy modeli: uwzględniające akumulację ciepła w gruncie, co odpowiada przypadkowi nieustalonego pola temperatury, oraz modele stanu ustalonego, pomijające kwestie związane z istnieniem akumulacji ciepła w gruncie.

3.2.1. MODEL DWUWYMIAROWEJ WYMIANY Z UWZGLĘDNIENIEM AKUMULACJI CIEPŁA W GRUNCIE

Konstrukcja modelu dwuwymiarowego w niniejszej pracy oparta została na znanej z teorii wymiany ciepła metodzie bilansów elementarnych [28]. W odróżnieniu od metody różnic skończonych, w której dyskretyzacji poddaje się sformułowany wcześniej matematyczny model procesu, metoda bilansów elementarnych pozwala na dyskretyzację zmiennych przestrzennych i czasu przed zbudowaniem modelu zjawiska fizycznego.

Metoda bilansów elementarnych polega na podziale rozpatrywanej przestrzeni na siatkę elementów geometrycznych i rozwiązaniu makroskopowych bilansów energii dla tych elementów. Bezpośrednie sporządzanie bilansów ciepła elementów podziałowych powoduje dogodniejszą realizację metody w połączeniu z rozwiązaniem równań stanowiących model przepływu. W przypadku metody różnic skończonych obliczenie strumieni ciepła wiązałoby się z koniecznością uśredniania wartości temperatury na ściance gazociągu, przez co konieczne byłoby określenie funkcji wagi dla średniej. Z uwagi na cylindryczny kształt powierzchni ograniczającej, metoda ta byłaby trudniejsza w realizacji.

Chwilowy bilans energii i-tego dwuwymiarowego elementu różnicowego (rys. 3.13) ma postać

$$m_i c_{Pi} \frac{\mathrm{d}T_i}{\mathrm{d}t} = -Q_{i,j} - Q_{i,k} + Q_{i,l} + Q_{i,n} \tag{3.4}$$

gdzie: m_i — masa elementu (kg/m),
c_{Pi} — ciepło właściwe elementu (J/(kg·K)).

Dla uproszczenia notacji, dany element podziałowy oznaczono pojedynczym indeksem literowym (w odróżnieniu od metody różnic skończonych, w której zbiór węzłów siatki określany był przez dwa indeksy reprezentujące współrzędne punktu dyskretyzacji).

Wielkość T_i jest wartością temperatury w węźle znajdującym się w środku ciężkości elementu. Wartość ta reprezentuje temperaturę elementu.

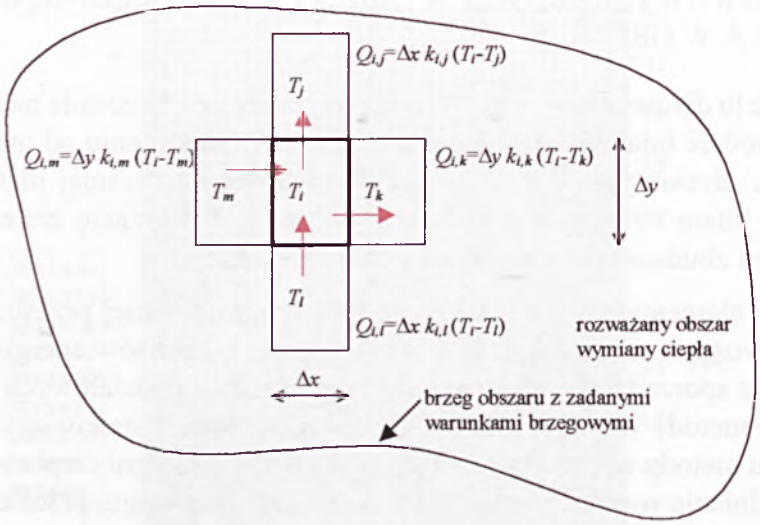
Strumień ciepła dopływający do elementu różnicowego przez powierzchnię ograniczającą wynika z prawa Fouriera. Na przykład dla dwóch sąsiednich elementów i, j otrzymujemy

$$Q_{i,j} = k_{i,j}\left(T_i - T_j\right) \tag{3.5}$$

gdzie: $Q_{i,j}$ — strumień ciepła dopływający do i-tego elementu od elementu j (W/m),
$k_{i,j}$ — przewodność cieplna między węzłami i, j (W/m·K).

Użycie przewodności cieplnej (równej liczbowo odwrotności oporu cieplnego), zamiast oporu cieplnego podyktowane jest wygodą w programowaniu zagadnień, w których rozważa się stykanie elementu różnicowego z płaszczyzną adiabatyczną. Przewodność cieplna od płaszczyzny do elementu różnicowego równa jest bowiem zero, natomiast opór cieplny jest równy nieskończoności, co byłoby niewygodne w obliczeniach numerycznych.

W rozważanym przypadku przewodność cieplną między węzłami siatki odnosi się do 1 metra długości gazociągu. W zakresie elementów prostokątnych, określona jest wzorem



Rys. 3.13. Fragment podziału różnicowego ciała dwuwymiarowego.

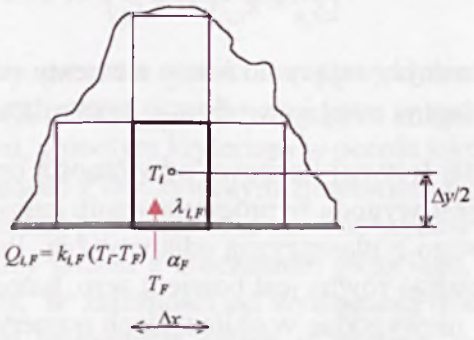
$$k_{i,j} = \frac{\Delta x \lambda_{i,j}}{\Delta y}$$

gdzie: Δx — długości granicy między elementami (m),
$\lambda_{i,j}$ — średni współczynnik przewodzenia ciepła na odcinku i, j (W/(m·K)),
Δy — odległość węzłów i, j (m)

W przypadku gdy i-ty element różnicowy ograniczony jest powierzchnią zewnętrzną (rys. 3.14), strumień ciepła dopływający z powierzchni zewnętrznej ciała przy warunku brzegowym trzeciego rodzaju obliczamy z równania

$$Q_{i,F} = k_{i,F}\left(T_i - T_F\right) \tag{3.6}$$

gdzie: $k_{i,F}$ — przewodność cieplna między płynem a i-tym węzłem elementu różnicowego (W/(m·K)),
T_F — temperatura płynu stykającego się z powierzchnią zewnętrzną (K).



Rys. 3.14. Brzegowy element różnicowy.

Przewodność cieplną między płynem a i-tym węzłem elementu różnicowego wyznaczamy dodając do siebie odwrotności przewodności cieplnej między płynem a powierzchnią elementu różnicowego oraz przewodności cieplnej między powierzchnią elementu różnicowego a i-tym węzłem (szeregowe połączenie oporów cieplnych)

$$k_{i,F} = \frac{1}{\dfrac{\Delta y}{2\Delta x \lambda_{i,F}} + \dfrac{1}{\Delta x \alpha_F}}$$

gdzie: Δx — długości granicy między elementem brzegowym a płynem (m),
$\lambda_{i,F}$ — średni współczynnik przewodzenia ciepła na odcinku między węzłem wewnętrznym elementu brzegowego a jego powierzchnią zewnętrzną (W/(m·K)),
α_F — współczynnik przejmowania ciepła między płynem a powierzchnią zewnętrzną elementu brzegowego (W/(m²·K))
$\Delta y/2$ — odległość węzła wewnętrznego od powierzchni zewnętrznej elementu brzegowego (m)

Pochodną temperatury po czasie w równaniu (3.4) zastępujemy dwupunktowym ilorazem różnicowym

$$\frac{\mathrm{d}T_i}{\mathrm{d}t} = \frac{T_i^{m+1} - T_i^m}{\Delta t} \tag{3.7}$$

Przyjmując strumienie ciepła po prawej stronie równania w momencie początkowym danego kroku czasu, otrzymujemy iloraz różnicowy przedni, który pozwala wyznaczyć temperaturę w końcowym momencie danego kroku czasu. Po przekształceniu otrzymujemy następujące równanie

$$T_i^{m+1} = \left[1 - \frac{\Delta t}{m_i c_{Pi}}\left(a_i k_{i,F} + \sum_j k_{i,j}\right)\right] T_i^m + \sum_j \left(\frac{\Delta t}{m_i c_{Pi}} k_{i,j}\right) T_j^m + a_i \frac{\Delta t}{m_i c_{Pi}} k_{i,F} T_F^m \tag{3.8}$$

gdzie: $a_i = 1$ dla elementów różnicowych brzegowych (dla pozostałych $a_i = 0$),
j — numery węzłów wewnętrznych sąsiadujących z i-tym węzłem.

Ograniczenie dopuszczalnej długości kroku czasu z uwagi na stabilność rozwiązania ma postać:

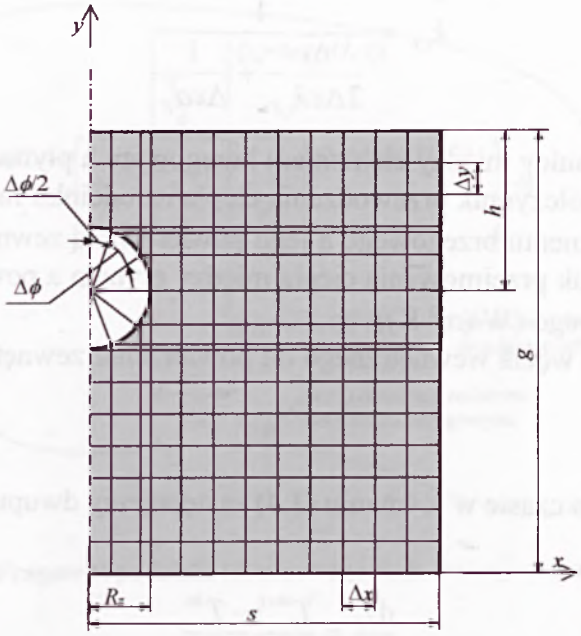
$$\Delta t \le \min \left\{ m_i c_{Pi} \left(a_i k_{i,F} + \sum_j k_{i,j} \right)^{-1} \right\}$$

Interpretację fizyczną powyższego warunku podano w pracy [27].

Na rys. 3.15 przedstawiony został podział różnicowy gruntu w przekroju poprzecznym gazociągu. Ze względu na wprowadzenie współrzędnych biegunowych dla elementów rury widoczna jest pewna nieregularność podziału w obrębie gazociągu. Rozmiary elementów różnicowych określone są wzorami

$$\Delta\phi = \frac{\pi}{n_1}, \quad \Delta x = \frac{s - R_z}{n_2}, \quad \Delta y_1 = \frac{h - R_z}{n_3}, \quad \Delta y_2 = \frac{g - h - R_z}{n_4}$$

gdzie: n_1 — liczba elementów różnicowych w rurze (nieparzysta liczba naturalna),
n_2, n_3, n_4 — liczby podziału odpowiednio wzdłuż osi x i y.



Rys. 3.15. Podział różnicowy gruntu.

Przy przeprowadzaniu obliczeń przyjęto założenie upraszczające, polegające na włączeniu cieplnego oporu przewodzenia przez materiały ścianki rury do oporu przejmowania ciepła od strony gazu. Zastępczy współczynnik przejmowania ciepła obliczany jest z równania (3.3). Przewodność cieplną w kierunku gazu dla elementów trójkątopodobnych stykających się z rurą obliczamy ze wzoru

$$\frac{1}{k_{i,F}} = \frac{1}{\Delta\phi R_z}\left(\frac{d_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_g^z}\right)$$

gdzie: d_i — odległość środka ciężkości elementu od powierzchni rury.

Na powierzchni gazociągu oraz powierzchni gruntu przyjęto warunek brzegowy trzeciego rodzaju. Powierzchnia ograniczająca obszar wymiany ciepła od dołu jest izotermiczna, natomiast pozostałe powierzchnie brzegowe, zgodnie z oznaczeniami na rys. 3.2, są adiabatyczne.

Strumień ciepła przekazywany przez gaz do otoczenia w końcowym momencie kroku czasu wyznaczamy z równania

$$Q^{m+1} = 2\sum_{i=1}^{n_1} k_{i,g}\left(T_g^{m+1} - T_i^{m+1}\right) \tag{3.9}$$

gdzie: T_g^{m+1} — temperatura gazu w końcowym momencie kroku czasu (K),

T_i^{m+1} — temperatura węzłów trójkątopodobnych w sąsiedztwie rury (K),

$k_{i,g}$ — przewodność cieplna w kierunku gazu dla elementu stykającego się z rurą (W/(m·K)).

3.2.2. MODEL DWUWYMIAROWEJ WYMIANY CIEPŁA Z POMINIĘCIEM AKUMULACJI W GRUNCIE

Pominięcie akumulacji ciepła w gruncie prowadzi do rozwiązania zagadnienia ustalonego przewodzenia ciepła. Lewa strona wzoru (3.4) jest równa zeru, prawą zaś można przedstawić w postaci

$$T_i - \frac{\sum_j k_{i,j} T_j}{a_i k_{i,F} + \sum_j k_{i,j}} = \frac{a_i k_{i,F} T_F}{a_i k_{i,F} + \sum_j k_{i,j}} \tag{3.10}$$

gdzie: $a_i = 1$ dla elementów różnicowych brzegowych (dla pozostałych $a_i = 0$),
j — numery węzłów wewnętrznych sąsiadujących z i-tym węzłem.

Równania (3.12) tworzą układ równań liniowych, który można przedstawić w zapisie macierzowym [27]

$$\mathbf{P}\,\mathbf{T} = \mathbf{D} \tag{3.11}$$

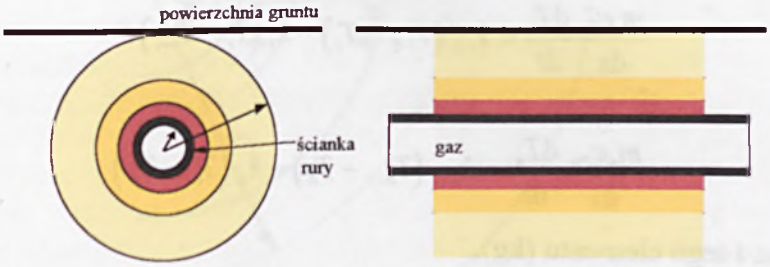
gdzie: **P** — macierz kwadratowa o wymiarze odpowiadającym liczbie elementów podziałowych, której elementy na głównej przekątnej wynoszą jeden, natomiast pozostałe są równe $p_{i,j} = -\dfrac{k_{i,j}}{a_i k_{i,F} + \sum_j k_{i,j}}$ jeśli nie ma bezpośredniego przejścia między węzłami i oraz k, $p_{i,j} = 0$ w pozostałych przypadkach,

T — wektor nieznanych temperatur T_i,
D — wektor prawych stron równań (3.10).

Przy rozwiązaniu układu równań (3.11) nie występuje problem stabilności. Rozwiązanie numeryczne jest zbieżne, tzn. w miarę zagęszczania siatki różnicowej zbliża się do rozwiązania dokładnego.

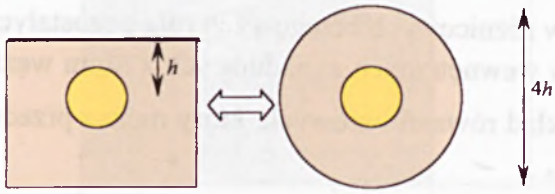
3.2.3. MODEL JEDNOWYMIAROWEJ WYMIANY CIEPŁA Z UWZGLĘDNIENIEM AKUMULACJI W GRUNCIE

Przy założeniu, że temperatura w otoczeniu gazociągu zmienia się tylko w kierunku promieniowym, model wymiany ciepła jest modelem jednowymiarowym. Powierzchnie izotermiczne są wtedy powierzchniami walcowymi (rys. 3.16).



Rys. 3.16. Brzeg obszaru wymiany ciepła z wyróżnionymi powierzchniami cylindrycznymi.

Brzegami obszaru wymiany ciepła w jednowymiarowym modelu osiowosymetrycznym są dwie współosiowe powierzchnie walcowe. Jedną z nich jest wewnętrzna powierzchnia rurociągu. W pracy przyjęto założenie, że druga z nich ma średnicę równą czterokrotnej odległości między osią gazociągu a powierzchnią gruntu h (rys. 3.17). Wynika to z faktu, że modelem geometrycznym gazociągu zakopanego w gruncie może być nieskończenie długi walec umieszczony w ciele półnieskończonym, równolegle do płaszczyzny ograniczającej ciało. Z teorii wymiany ciepła wynika, że w stanie ustalonym opór przenikania ciepła od walca do półprzestrzeni można zastąpić oporem cieplnym ścianki cylindrycznej, o średnicy wewnętrznej równej średnicy walca i średnicy zewnętrznej równej $4h$.



Rys. 3.17. Graficzna interpretacja zastępczego oporu przewodzenia ciepła przez grunt.

W metodach uproszczonych, opór przejmowania ciepła od gruntu do powietrza zostaje zastąpiony oporem przewodzenia dodatkowej warstwy gruntu [18, 23]. W tym wypadku wielkość „zredukowanego" zagłębienia rury h_{red} oblicza się ze wzoru

$$h_{red} = h + \frac{\lambda_{gr}}{\alpha_p} \tag{3.12}$$

gdzie: λ_{gr} — współczynnik przewodzenia ciepła gruntu (W/(m·K)),

α_P — współczynnik przejmowania ciepła od gruntu do powietrza (W/(m·K)).

Podobnie jak w zagadnieniach dwuwymiarowych, do wyznaczenia strumienia ciepła między gazem a otoczeniem gazociągu w modelu jednowymiarowej osiowosymetrycznej wymiany ciepła zastosowano metodę bilansów elementarnych. W naszym przypadku rozważanymi elementami będą warstwy ścianki walcowej. Bilanse cieplne obszarów ograniczonych poszczególnymi powierzchniami walcowymi w przekroju poprzecznym gazociągu możemy zapisać

$$\begin{aligned}
\frac{m_1 c_{P1}}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}T_1}{\mathrm{d}t} &= k_0\left(T - T_1\right) - k_1\left(T_1 - T_2\right)\\
\frac{m_2 c_{P2}}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}T_2}{\mathrm{d}t} &= k_1\left(T_1 - T_2\right) - k_2\left(T_2 - T_3\right)\\
&\vdots\\
\frac{m_i c_{Pi}}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}T_i}{\mathrm{d}t} &= k_{i-1}\left(T_{i-1} - T_i\right) - k_i\left(T_i - T_{i+1}\right)\\
&\vdots\\
\frac{m_n c_{Pn}}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}T_n}{\mathrm{d}t} &= k_{n-1}\left(T_{n-1} - T_n\right) - k_n\left(T_n - T_p\right)
\end{aligned} \tag{3.13}$$

gdzie: m_i — masa i-tego elementu (kg),

c_{Pi} — ciepło właściwe i-tego elementu (J/(kg·K)),

$m_i c_{Pi}$ — pojemność cieplna i-tego elementu (J/kg),

n — liczba przedziałów dyskretyzacji przestrzennej obszaru wymiany ciepła (równa

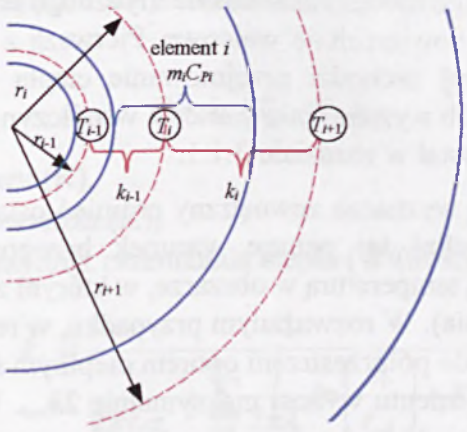
liczbie elementów),
dx — długości jednostkowa gazociągu (m),
T_i — temperatura i-tego elementu (K), $i = 1,... n$,
k_i — liniowy współczynnik przenikania ciepła między elementami (i–1) oraz i (W/(m·K)),
T — temperatura gazu (K),
T_p — temperatura powietrza (K),

W metodzie bilansów elementarnych, podobnie jak w każdej metodzie numerycznego modelowania, podział na elementy obliczeniowe (dyskretyzacja obszaru wymiany ciepła) powinien zapewniać dobre odzwierciedlenie natury zjawiska. Oznacza to, że dobór liczby elementów powinien być tak przeprowadzony, aby przy ich minimalnej liczbie uzyskać akceptowalną z technicznego punktu widzenia dokładność. Jest oczywiste, że największe zmiany temperatury będą występowały w pobliżu rury i tam podział powinien być bardziej gęsty. Z fizycznego punktu widzenia grunt o stałej temperaturze ma nieskończoną pojemność cieplną. Naturalne jest zatem przyjęcie takiego podziału otoczenia gazociągu na elementy, aby pojemność cieplna zewnętrznego elementu była większa od pojemności cieplnej elementu wewnętrznego. Podejmując decyzję o sposobie dyskretyzacji obszaru wymiany ciepła przyjęto założenie, że opór cieplny każdego z elementów jest jednakowy [22, 23]. Należy zwrócić uwagę na dwa aspekty fizyczne takiego założenia:

- w stanie ustalonym spadek temperatury w każdej z warstw stanowiących element obliczeniowy jest jednakowy,
- sposób dyskretyzacji nie zależy od różnicy temperatur między gazem a otoczeniem.

Do rozwiązania układu równań (3.13) wymagana jest znajomość wartości współczynników przenikania ciepła między kolejnymi elementami. W tym celu należy określić między jakimi promieniami obliczane będą wartości tych współczynników. W pracy [23] zaproponowano, aby „środki" elementów znajdowały się na promieniach, na których w stanie ustalonym wartość temperatury gruntu równa jest średniej arytmetycznej z wartości temperatury na zewnętrznej i wewnętrznej powierzchni ograniczającej element. Taki podział dobrze charakteryzuje pojemność cieplną gruntu i odzwierciedla rzeczywisty rozkład temperatury w gruncie.

Przyjęcie „środka" elementu w miejscu, gdzie w stanie ustalonym występuje średnia temperatura elementu, oznacza równość oporów cieplnych między wewnętrzną powierzchnią elementu a jego środkiem oraz między jego środkiem a powierzchnią zewnętrzną (rys. 3.18).



Rys. 3.18. Schemat podziału obszaru na elementy (widok w przekroju poprzecznym gazociągu).

Parametry cieplne gruntu — obszaru, w którym zachodzi wymiana ciepła, są określone zbiorem współczynników $m_i c_{Pi}$ (pojemności cieplne elementów) oraz k_i (współczynniki przenikania ciepła między „środkami" poszczególnych elementów).

Załóżmy, że n jest liczbą przedziałów dyskretyzacji przestrzennej obszaru wymiany ciepła (odpowiadającą liczbie elementów obliczeniowych), $m-1$ jest liczbą warstw z których składa się rurociąg (m-tą warstwę stanowi grunt). Szkic procedury dokonującej dekompozycji obszaru na elementy obliczeniowe oraz wyznaczającej n współczynników $m_i c_{Pi}$ oraz $n+1$ współczynników k_i jest następujący:

1. Obliczenie oporu cieplnego elementu z równania:

$$R_e = \frac{1}{n}\left[\frac{1}{2\pi r_1 \alpha_g} + \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{2\pi\lambda_i} \ln\left(\frac{r_i}{r_{i-1}}\right)\right] \tag{3.14}$$

gdzie: r_1 — promień wewnętrzny rurociągu (m),
α_g — współczynnik przejmowania ciepła od gazu do ścianki rurociągu (W/m²·K),
r_m — promień obszaru, w którym zmiany temperatury są znaczące $(r_m \le 2h_{red})$ (m)
λ_i — współczynnik przewodzenia i-tej warstwy gazociągu (W/m·K).

2. Obliczenie wymiarów geometrycznych (promieni) elementów, korzystając z faktu, że opór cieplny pojedynczego elementu jest stały, i że opór cieplny między „środkiem" elementu a jego granicami wynosi $R_e/2$.

3. Wyznaczenie liniowych współczynników przenikania ciepła między „środkami" poszczególnych elementów $k_i = \dfrac{1}{R_e}$

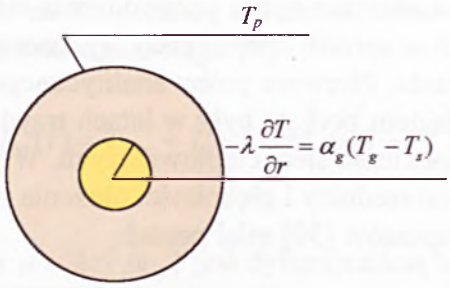
4. Wyznaczenie współczynników $m_i c_{Pi}$, sumując po kolejnych warstwach rurociągu zawartych w elemencie między promieniami r_e i $r_{e\,i-1}$:

$$m_i c_{Pi} = \sum_{j=1}^{m} \rho_j c_{Pj} \pi \mathrm{d}x \left\{\left[\min\left(r_{e\,i}, r_{w\,j}\right)\right]^2 - \left[\max\left(r_{e\,i-1}, r_{w\,j-1}\right)\right]^2\right\}$$

gdzie: $r_{e\,i}$ — promień i-tego elementu (m),
$r_{w\,j}$ — promień j-tej warstwy rurociągu (m).

W przypadku jednowymiarowego modelu osiowosymetrycznego brzeg obszaru wymiany ciepła tworzą dwie współosiowe powierzchnie walcowe. Pierwszą z nich jest wewnętrzna powierzchnia rurociągu, na której zachodzi przejmowanie ciepła od gazu do ścianki rury (rys. 3.21). Proponowany sposób wyznaczenia wartości współczynnika przenikania ciepła od gazu do ścianki rury podany został w rozdziale 3.1.1.

Drugą powierzchnię brzegową wyznacza zewnętrzny promień ostatniego elementu. W przypadku ogólnym na powierzchni tej panuje warunek brzegowy pierwszego rodzaju, z odpowiednio przyjętą średnią temperaturą w obszarze, w którym zaburzenia temperatury nie są istotne (temperatura otoczenia). W rozważanym przypadku, w rezultacie zastąpienia oporu przewodzenia ciepła od walca do półprzestrzeni oporem cieplnym ścianki cylindrycznej, promień zewnętrzny ostatniego elementu wynosi maksymalnie $2h_{red}$. Warunek brzegowy na powierzchni zewnętrznej jest warunkiem brzegowym pierwszego rodzaju, z zadaną wartością temperatury równą temperaturze powietrza.



Rys. 3.19. Warunki brzegowe obszaru jednowymiarowej wymiany ciepła.

Układ równań (3.13) możemy rozwiązać jedną z jawnych metod rozwiązywania układów równań różniczkowych zwyczajnych. Podstawienie w miejsce pochodnych ilorazu różnicowego przedniego danego równaniem (3.7) prowadzi do rozwiązania metodą Eulera.

Strumień ciepła przekazywany przez gaz do otoczenia w końcowym momencie kroku czasu wyznaczamy z równania

$$Q^{m+1} = k_0\left(T_g^{m+1} - T_1^{m+1}\right) \tag{3.15}$$

gdzie: T_g^{m+1} — temperatura gazu w końcowym momencie kroku czasu (K),

T_1^{m+1} — temperatura pierwszego elementu podziałowego ścianki walcowej (K),

k_0 — liniowy współczynnik przenikania ciepła między gazem a pierwszym elementem podziałowym (W/(m·K)).

3.2.4. MODEL JEDNOWYMIAROWEJ WYMIANY CIEPŁA Z POMINIĘCIEM AKUMULACJI W GRUNCIE

W przypadku, gdy zjawiska dynamiczne w procesie wymiany ciepła mogą być pominięte, rozważana jest ustalona wymiana ciepła między gazem a otoczeniem gazociągu w formie przenikania przez wielowarstwową ściankę walcową. W modelu uwzględniony jest opór przejmowania ciepła na wewnętrznej powierzchni ścianki rurociągu oraz opór przewodzenia ciepła przez warstwy ścianki rurociągu oraz warstwy gruntu.

W stanie ustalonym wymiana ciepła między gazem a otoczeniem zewnętrznym gazociągu opisana jest równaniem wyrażającym stały strumień ciepła wymieniany na drodze przewodzenia przez ściankę walcową

$$Q = k_L\left(T_g - T_p\right) \tag{3.16}$$

gdzie: T_g — temperatura gazu (K),

T_p — temperatura powietrza (K),

k_L — liniowy współczynnik przenikania ciepła (W/(m·K)), wyznaczany ze wzoru

$$k_L = \frac{1}{\dfrac{1}{2\pi r_1\alpha_1} + \sum_{i=1}^{m-1}\dfrac{1}{2\pi\lambda_i}\ln\left(\dfrac{r_i}{r_{i-1}}\right) + R_{gr}}$$

gdzie R_{gr} jest oporem przewodzenia ciepła przez grunt (W/(m·K)).

W zależności od sposobu wyznaczenia oporu przewodzenia ciepła przez grunt wyróżnia się szereg wzorów pozwalających w sposób uproszczony wyznaczać strumienie ciepła przekazywanego przez rurociąg do gruntu. Pierwsze próby analitycznego określenia oporu przepływu ciepła przez grunt nad rurociągiem podjęte były w latach trzydziestych przez Krischera [16] i dotyczyły badań nad stratami ciepła sieci ciepłowniczych. Wzór na opór przewodzenia ciepła przez grunt w zależności od średnicy i głębokości ułożenia rury w gruncie wyprowadzony w oparciu o metodę źródeł i upustów [30] miał postać

$$R_{gr} = \frac{1}{2\pi\lambda_{gr}} \ln\left[\frac{h_{red}}{r_z} + \sqrt{\left(\frac{h_{red}}{r_z}\right)^2 - 1}\right] \tag{3.17}$$

gdzie r_z jest promieniem zewnętrznym gazociągu (m).

Najczęściej spotykanym w literaturze wzorem pozwalającym określić opór przewodzenia ciepła przez grunt jest wzór Forchheimera [3, 13, 17, 25, 29], który z uwagi na prostą budowę jest bardzo często stosowany do obliczeń strat ciepła w rurociągach lub kablach zakopanych w gruncie

$$R_{gr} = \frac{1}{2\pi\lambda_{gr}} \ln\left(\frac{2h_{red}}{r_z}\right) \tag{3.18}$$

Przedstawione wyżej wzory dotyczą pojedynczej rury umieszczonej w gruncie traktowanym jako jednorodne ciało półnieskończone.

W pracy [8] do wyznaczenia strumienia ciepła między gazem a otoczeniem gazociągu zaproponowano model quasi-ustalonej wymiany ciepła. Rozważano jedynie przewodzenie ciepła w gruncie, tzn. pominięto opory: przejmowania ciepła od gazu do ścianki rurociągu, przewodzenia ciepła w rurociągu oraz przejmowania ciepła od gruntu do powietrza. Strumień ciepła wyznaczono ze wzoru

$$Q = \frac{1}{R_{gr}}\left(T_g - T_{ot}\right) \tag{3.19}$$

gdzie: T_g — temperatura gazu (K),

T_p — temperatura otoczenia równa temperaturze gruntu na głębokości równej zagłębieniu osi gazociągu, w dostatecznie dużej odległości od gazociągu w płaszczyźnie poziomej (>10·D) (K),

R_{gr} — opór przewodzenia ciepła przez grunt (m·K/W), wyznaczany ze wzoru (3.18) przy $h_{red} = h$.

Temperatura otoczenia T_p ulega rocznym wahaniom z uwagi na lokalne zmiany temperatury powierzchni terenu i inne czynniki meteorologiczne oraz geofizyczne. Temperatura otoczenia może być wyznaczona jeśli znane są roczne zmiany temperatury na powierzchni gruntu. Przyjmując, że temperatura powierzchni gruntu oscyluje sinusoidalnie wokół średniej temperatury $T_{p\,sr}$ z amplitudą T_0

$$T_p(t) = T_{p\,sr} + T_0 \cos(\omega t)$$

gdzie: t — czas wyrażony w dobach,

$\omega = 2\pi / 365$ — częstość oscylacji, wynosząca 0.01721/dobę,

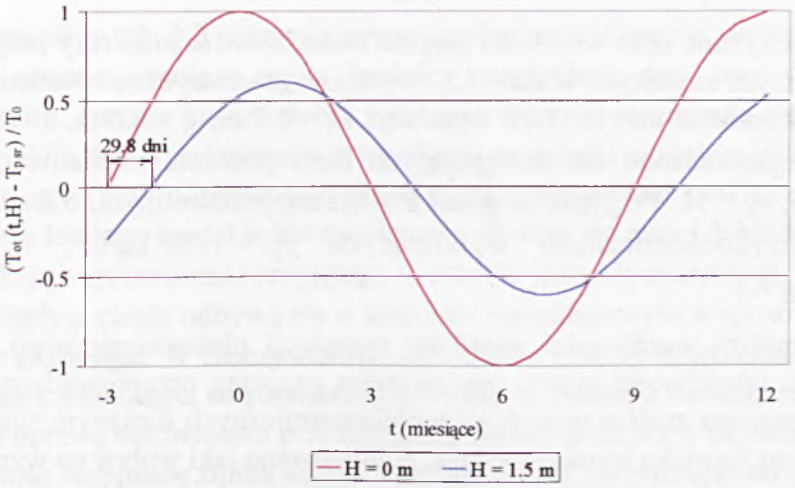
uzyskujemy następujący wzór na temperaturę otoczenia, odpowiadającą temperaturze gruntu na głębokości h w przypadku braku gazociągu [8]

$$T_{ot}(t) = T_{p\,sr} + T_0 e^{-C} \cos\left[\omega\left(t - \frac{C}{\omega}\right)\right] \tag{3.20}$$

gdzie $C = \sqrt{\frac{\omega}{2a}}h$, przy czym $a = \lambda/(\rho c_p)$ jest dyfuzyjnością termiczną gruntu (m²/s).

Z równania (3.20) wynika, że temperatura gruntu na głębokości h oscyluje z tą samą częstością co temperatura powierzchni gruntu. Dzięki mnożnikowi e^{-h} amplituda oscylacji jest mniejsza, ponadto są one przesunięte w czasie (opóźnione) o wartość C/ω.

Równanie (3.20) jest rezultatem analitycznego rozwiązania zagadnienia przewodzenia ciepła w ciele półnieskończonym, którego temperatura płaszczyzny ograniczającej zmienia się sinusoidalnie. Przykład rocznych zmian temperatury na powierzchni gruntu oraz na głębokości 1.5 m (typowa głębokość posadowienia gazociągu) przedstawiono na rysunku 3.20. Obliczenia wykonano przyjmując dyfuzyjność cieplną gruntu $a = 8.66 \cdot 10^{-7}$ m²/s, która odpowiada średnim wartościom parametrów fizykochemicznych gruntu wynoszącym $\rho_{gr} = 1760$ kg/m³, $\lambda_{gr} = 1.6$ W/(m·K), $c_{Pgr} = 1050$ J/(kg·K).



Rys. 3.20. Roczne zmiany temperatury otoczenia gazociągu.

Rysunek 3.20 przedstawia typowy przykład rocznego przebiegu zmian temperatury na powierzchni gruntu $H = 0$ m oraz na głębokości $H = 1.5$ m. Dla danej dyfuzyjności cieplnej gruntu współczynnik amplitudy zmian temperatury wynosi $e^{-C} = 0.60$, natomiast przesunięcie w czasie $C/\omega = 29.8$ dni.

3.3. PORÓWNANIE WYNIKÓW ROZWIĄZANIA UPROSZCZONYCH MODELI WYMIANY CIEPŁA Z WYNIKAMI MODELU DWUWYMIAROWEGO

Stosowanie uproszczonych modeli wymiany ciepła wiąże się z pewną niedokładnością przybliżenia rzeczywistego procesu wymiany ciepła między gazem a otoczeniem gazociągu. W modelach jednowymiarowych zakłada się kołowy kształt izoterm pola temperatury w przekroju poprzecznym gazociągu, co oczywiście jest tylko pewnym przybliżeniem rzeczywistego kształtu pola temperatury w gruncie.

Z równania energii (2.3) wynika, że model wymiany ciepła stosowany do sformułowania równań uzupełniających model przepływu powinien umożliwić przede wszystkim odpowiednio dokładne wyznaczenie wartości strumienia ciepła wymienianego między gazem a otoczeniem. Określenie współczynnika przenikania ciepła między gazem a otoczeniem jest zatem zasadniczym celem stosowania określonego modelu wymiany ciepła, natomiast wyznaczenie rozkładu temperatury w otaczającym gazociąg gruncie jest dopiero wtórnym rezultatem obliczeń. Z tego powodu, w obliczeniach testujących poprawność modeli uproszczonych jako kryterium oceny zastosowano wartość strumienia ciepła wymienianego między gazem a otoczeniem.

W celu weryfikacji poprawności wyników uproszczonych modeli wymiany ciepła przeprowadzone zostały obliczenia testowe, dla danych charakteryzujących konstrukcję gazociągu tranzytowego Jamał-Europa Zachodnia wraz z jego otoczeniem.

Wymiary geometryczne oraz własności cieplne materiałów ścianki rury przyjęte do obliczeń odpowiadają danym zawartym w tab. 3.2. Wymiary geometryczne obszaru wymiany ciepła zgodnie z oznaczeniami na rys. 3.15 wynosiły: $R_z = 0.7$ m, $g = 8.0$ m, $s = 8.0$ m, $h = 2.2$ m. Obliczenia przeprowadzono dla następujących liczb podziału różnicowego gruntu $n_1 = 5$, $n_2 = 73$, $n_3 = 15$, $n_4 = 51$. Przyjęto, że grunt jest ciałem jednorodnym, o średnich wartościach parametrów fizykochemicznych wynoszących $\rho_{gr} = 1760$ kg/m^3, $\lambda_{gr} = 1.6$ W/(m·K), $c_{Pgr} = 1050$ J/(kg·K).

Szczegółowe analizy wrażliwości wyników symulacji nieizotermicznego przepływu gazu w gazociągu na właściwości gruntu otaczającego gazociąg przeprowadzone zostały w pracy [23]. Praca zawiera analizę przepływów nieizotermicznych o różnym stopniu dokładności i złożoności opisu zjawiska wymiany ciepła. Analizowano jaki wpływ na wyniki symulacji ma uwzględnienie m. in. oporu przejmowania ciepła od gazu do ścianki rury, przejmowania ciepła od powierzchni gruntu do powietrza zewnętrznego, zmian temperatury powietrza zewnętrznego. Badania dotyczyły różnych średnic i długości gazociągów. Uzyskano rezultaty świadczące o tym, że przyjęcie do obliczeń odpowiednich właściwości cieplnych gruntu w którym posadowiony jest gazociąg, może mieć zdecydowanie większą wagę w porównaniu z efektem uwzględnienia akumulacji ciepła w gruncie. Innymi słowy, niewłaściwa klasyfikacja gruntów trasy gazociągu (np. przyjęcie do obliczeń właściwości cieplnych gleby gliniastej gdy gazociąg ułożony jest w gruncie piaszczystym) może prowadzić do znacznie większego błędu wyznaczenia rozkładu ciśnienia w gazociągu od błędu popełnianego jako rezultat przyjęcia modelu ustalonej wymiany ciepła. Wrażliwość wyniku obliczeń strumienia ciepła na błąd oszacowania współczynnika przewodzenia ciepła gruntu w sieciach ciepłowniczych analizowano również w pracy [18]. Stwierdzono, że błąd określenia współczynnika λ_{gr} wynoszący 30 % w stosunku do wielkości poprawnej, powoduje zmianę wyniku obliczeń o około 7–9 %.

W celu sprawdzenia poprawności modeli uproszczonych wyniki symulacji ustalonej wymiany ciepła modelem dwuwymiarowym porównano z wynikami modelu jednowymiarowego, w którym opór przewodzenia ciepła w gruncie wyznaczono ze wzoru Forchheimera (3.18). W okresie zimowym założono następujące warunki brzegowe: temperatura gazu 25 °C, temperatura powietrza –5 °C. W okresie letnim: temperatura gazu 30 °C, temperatura powietrza 20 °C. Przyjęto stałe wartości współczynnika przejmowania ciepła między gazem a ścianką rurociągu $\alpha_g = 200$ W/(m²·K) oraz współczynnika przejmowania ciepła na powierzchni gruntu $\alpha_p = 14.6$ W/(m²·K). Wyniki przedstawiono w tablicy 3.3.

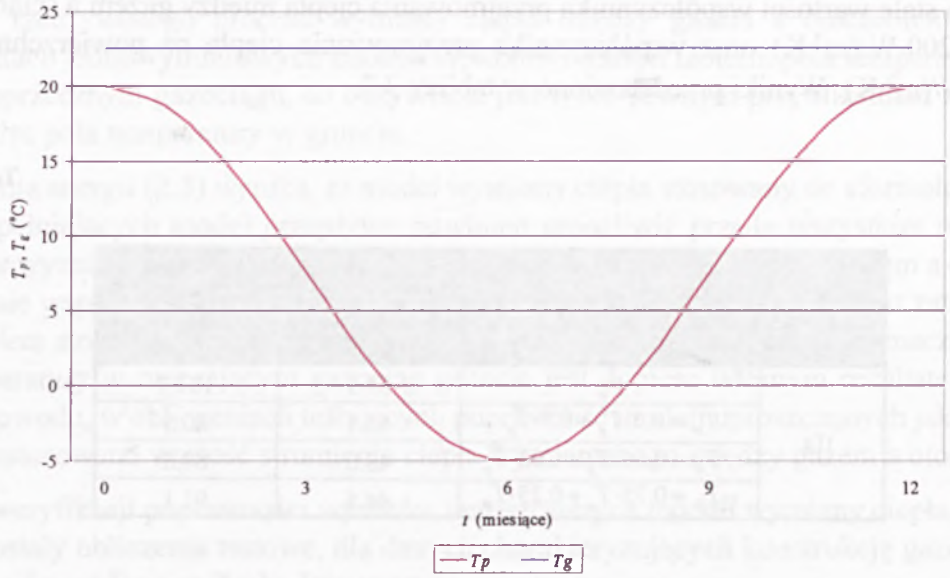
Tablica 3.3.

model		strumień ciepła (W/m) w okresie	
		letnim	zimowym
2D		50.5	100.8
1D	T_p	33.9	101.7
	$T_{sr} = 0.5 \cdot T_p + 0.5 \cdot \overline{T}_p$	55.1	80.5
	$T_{sr} = 0.66 \cdot T_p + 0.33 \cdot \overline{T}_p$	48.0	87.6
	$T_{sr} = 0.75 \cdot T_p + 0.25 \cdot \overline{T}_p$	44.5	91.1

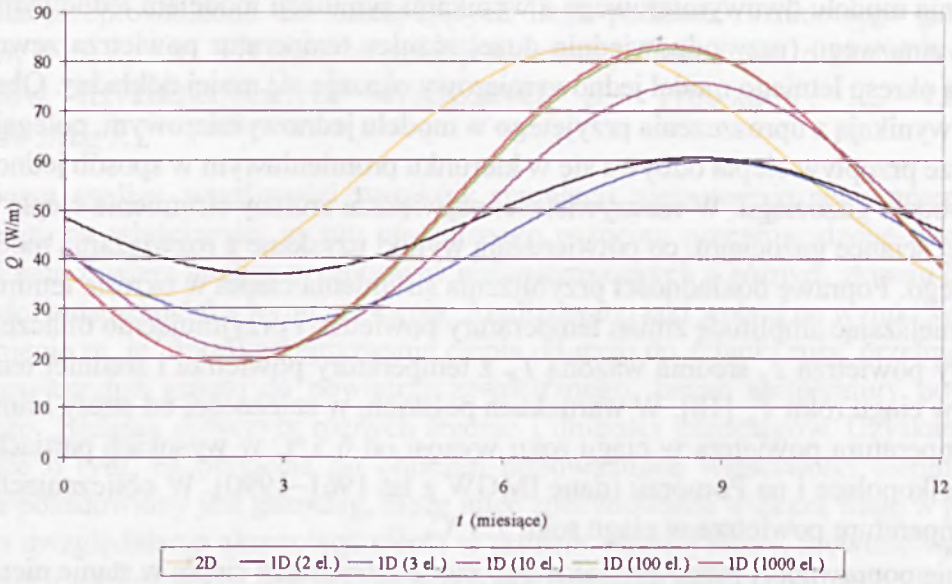
Wyniki zamieszczone w tab. 3.3 pokazują pewną ogólną prawidłowość, występującą niezależnie od geometrii obszaru wymiany ciepła (średnicy i zagłębienia rury) oraz własności fizykochemicznych gruntu. Istnieje bardzo dobra zgodność wartości strumienia ciepła uzyskanych z rozwiązania modelu dwuwymiarowego z wynikami symulacji modelem jednowymiarowym dla okresu zimowego (przy odpowiednio dużej różnicy temperatur powietrza zewnętrznego i gazu). Dla okresu letniego model jednowymiarowy okazuje się mniej dokładny. Obserwowane różnice wynikają z uproszczenia przyjętego w modelu jednowymiarowym, polegającego na założeniu, że przepływ ciepła odbywa się w kierunku promieniowym w sposób jednorodny na całym obwodzie gazociągu. W rzeczywistości największe zmiany strumienia ciepła występują na górnej ściance gazociągu, co potwierdzają wyniki uzyskane z rozwiązania modelu dwuwymiarowego. Poprawę dokładności przybliżenia strumienia ciepła w okresie letnim uzyskać można zmniejszając amplitudę zmian temperatury powietrza i przyjmując do obliczeń zamiast temperatury powietrza T_p średnią ważoną $T_{śr}$ z temperatury powietrza i średniej temperatury powietrza w ciągu roku $\overline{T}_p$ [18]. W warunkach polskich, w zależności od strefy klimatycznej, średnia temperatura powietrza w ciągu roku wynosi od 6.5 °C w wysokich partiach Tatr, do 8 °C w Wielkopolsce i na Pomorzu (dane IMGW z lat 1961–1990). W obliczaniach przyjęto średnią temperaturę powietrza w ciągu roku 7.5 °C.

Sprawdzenie poprawności jednowymiarowego modelu wymiany ciepła w stanie nieustalonym przeprowadzone zostało dla danych opisujących geometrię gazociągu tranzytowego Jamał — Europa Zachodnia. Polegało ono na wykonaniu obliczeń dla dwóch wariantów przebiegu zmian funkcji stanowiących warunki brzegowe modelu, a następnie analizie zmian strumienia ciepła do otoczenia. Pierwszy z analizowanych przypadków dotyczył symulacji rocznych zmian temperatury powietrza zewnętrznego, przy stałej temperaturze gazu w gazociągu. Wyniki obliczeń przeprowadzonych przy zastosowaniu modelu dwuwymiarowego porównano z wynikami modelu jednowymiarowego, uzyskanymi przy różnych dyskretyzacjach przestrzennych. W modelu jednowymiarowym obszar wymiany ciepła zdyskretyzowano na 1000 elementów podziałowych. Są nimi poszczególne warstwy ścianki walcowej. Zmiany temperatury gazu i powietrza (warunki brzegowe) pokazano na rys. 3.21. Przyjęto, że zmiany tempe-

ratury powietrza w ciągu roku mają przebieg sinusoidalny, o amplitudzie 25 °C, wokół wartości średniej T_p = 7.5 °C. Przyjęto stałą wartość temperatury gazu wynoszącą 22.5 °C. Wyniki obliczeń przestawiono na rys. 3.22.



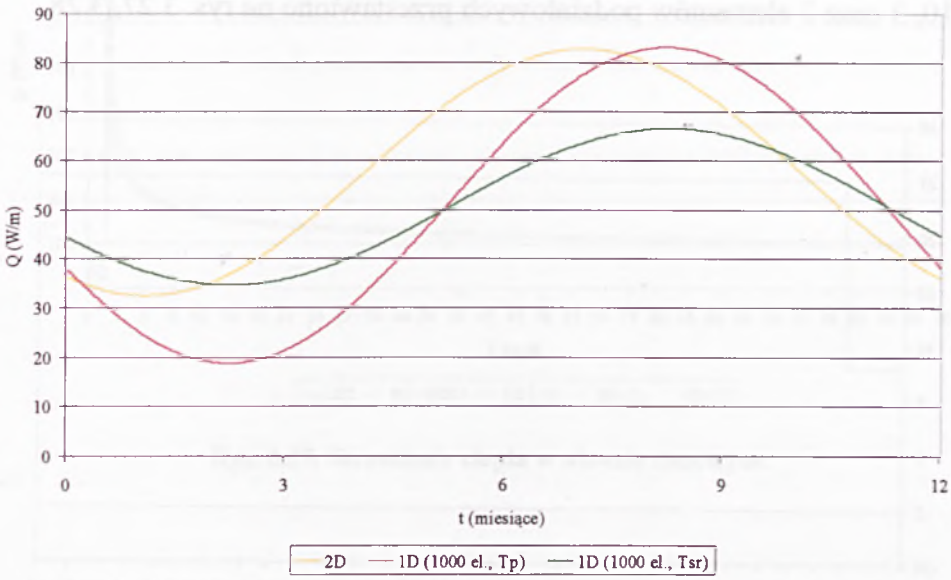
Rys. 3.21. Warunki brzegowe symulacji wymiany ciepła.



Rys. 3.22. Zmiany strumienia ciepła w ciągu roku dla różnych gęstości podziału różnicowego.

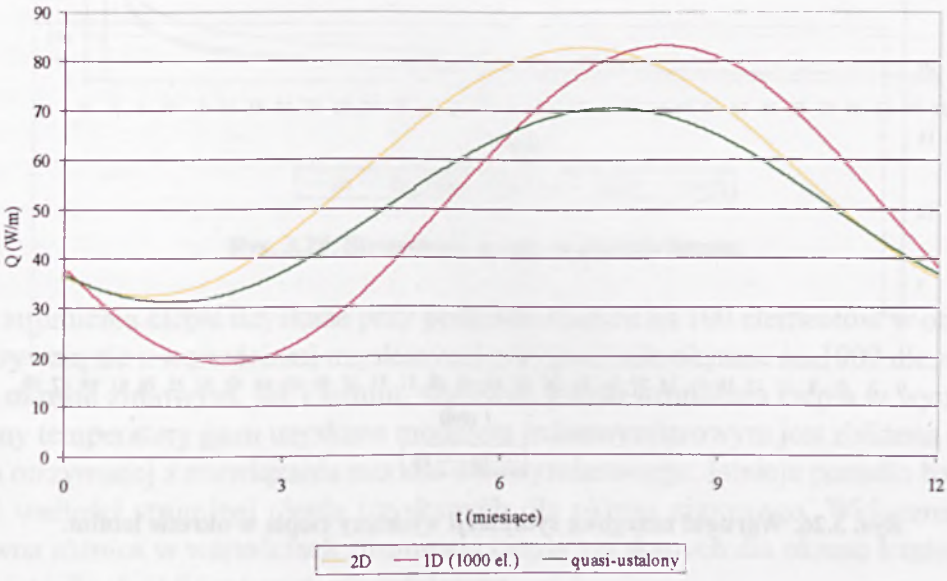
Rys. 3.22 prezentuje również wyniki obliczeń testowych dla 100, 10 oraz 3 elementów podziałowych. W okresie letnim występują większe różnice między wartościami strumienia ciepła uzyskanymi z rozwiązania modelu dwuwymiarowego a rezultatami obliczeń uzyskanymi z rozwiązania modeli jednowymiarowych. W miarę zagęszczania siatki różnicowej rozwiązania modelu jednowymiarowego zbliżają się do rozwiązania uzyskanego modelem dwuwymiarowym jedynie dla okresu zimowego, rosną natomiast błędy przybliżenia strumienia ciepła dla

okresu letniego. Porównanie powyższych wartości strumienia ciepła z wynikami obliczeń przeprowadzonych dla temperatury powietrza równej średniej arytmetycznej z aktualnej temperatury powietrza i średniej temperatury powietrza w ciągu roku $T_{śr}$ pokazano na rys. 3.23



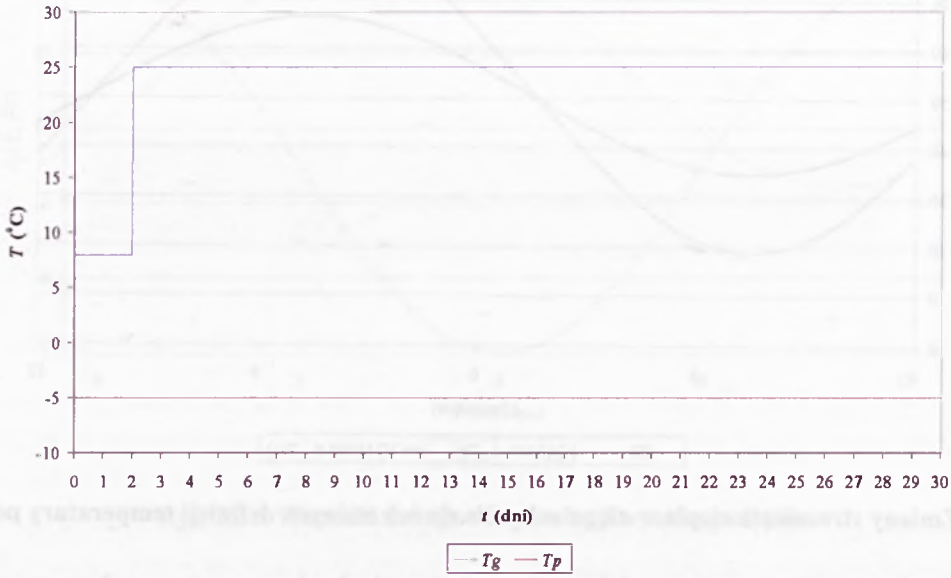
Rys. 3.23. Zmiany strumienia ciepła w ciągu roku dla dwóch różnych definicji temperatury powietrza.

Na rys. 3.22, 3.23 widoczna jest większa bezwładność cieplna gruntu w obszarze wymiany ciepła zdefiniowanym modelem jednowymiarowym. Błąd ten można zmniejszyć stosując quasi-ustalony model wymiany ciepła opisany równaniami (3.20). Porównanie dotychczasowych wyników obliczeń z wynikami uzyskanymi z rozwiązania modelu quasi-ustalonego przedstawiono na rys. 3.24.

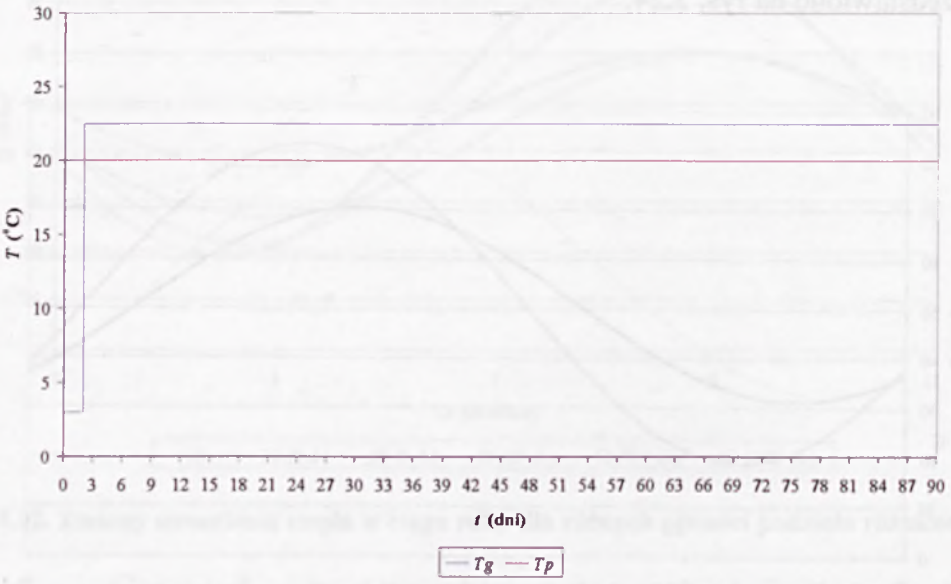


Rys. 3.24. Porównanie zmian strumienia ciepła uzyskanych z rozwiązania jedno i dwuwymiarowych modeli nieustalonych oraz jednowymiarowego modelu quasi-ustalonego.

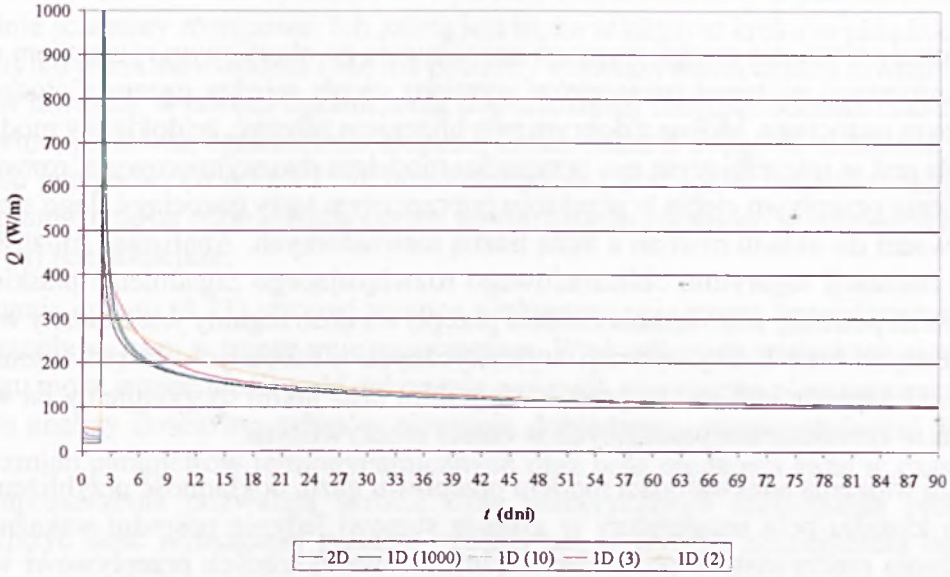
Drugim czynnikiem wpływającym w istotny sposób na ilość ciepła wymienianego między gazem a otoczeniem gazociągu są zmiany temperatury gazu. Poprawność modelu jednowymiarowego pod względem własności dynamicznych analizowana była w oparciu o rezultaty symulacji skokowej zmiany temperatury gazu w gazociągu. Zmiany temperatury gazu i powietrza (warunki brzegowe) pokazano na rys. 3.25, 3.26. Wyniki obliczeń przeprowadzone dla 1000, 100, 10, 3 oraz 2 elementów podziałowych przestawiono na rys. 3.27, 3.28.



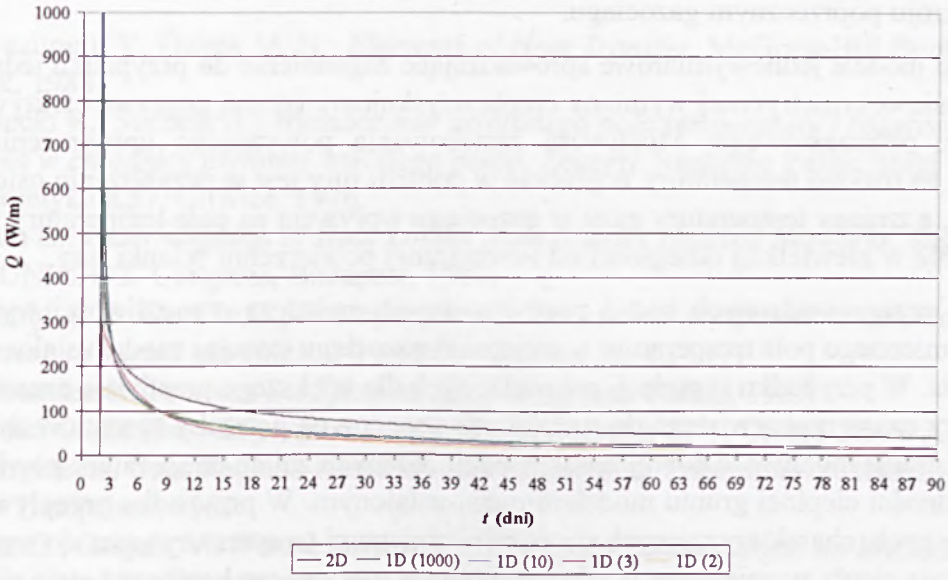
Rys. 3.25. Warunki brzegowe symulacji wymiany ciepła w okresie zimowym.



Rys. 3.26. Warunki brzegowe symulacji wymiany ciepła w okresie letnim.



Rys. 3.27. Strumienie ciepła w okresie zimowym.



Rys. 3.28. Strumienie ciepła w okresie letnim.

Wartości strumienia ciepła uzyskane przy podziale obszaru na 100 elementów w obu przypadkach pokrywają sie z wartościami uzyskanymi przy podziale obszaru na 1000 elementów. Zarówno w okresie zimowym, jak i letnim, szybkość zmian strumienia ciepła w wyniku skokowej zmiany temperatury gazu uzyskana modelem jednowymiarowym jest zbliżona do szybkości zmian otrzymanej z rozwiązania modelu dwuwymiarowego. Istnieje ponadto bardzo dobra zgodność wartości strumieni ciepła uzyskanych dla okresu zimowego. Widoczna jest natomiast pewna różnica w wartościach strumienia ciepła uzyskanych dla okresu letniego, podobnie jak w wynikach obliczeń w stanie ustalonym.

WNIOSKI

1. Rozwiązanie równania energii wymaga uzupełnienia go określonym równaniem dostarczającym informacji na temat parametrów wymiany ciepła między gazem a otoczeniem zewnętrznym gazociągu. Można z dobrym przybliżeniem założyć, że dokładny model wymiany ciepła jest w interesującym nas przypadku modelem dwuwymiarowym, rozwiązującym zagadnienie przepływu ciepła w przekroju poprzecznym trasy gazociągu. Jego sformułowanie prowadzi do układu równań z dużą liczbą niewiadomych. Analizując możliwość praktycznej realizacji algorytmu obliczeniowego rozwiązującego zagadnienie płaskiej wymiany ciepła na potrzeby rozwiązania modelu przepływu dostrzegalny jest znaczny wzrost liczby zmiennych oraz liczby operacji arytmetycznych niezbędnych do rozwiązania układu równań. Ograniczeniem jest tu przede wszystkim czas jakim dysponujemy na wykonanie obliczeń w symulatorach pracujących w czasie rzeczywistym.

2. Z punktu widzenia adekwatności modelu przepływu gazu, dokładność przybliżenia rzeczywistego kształtu pola temperatury w gruncie stanowi jedynie pośredni wskaźnik jakości przybliżenia rzeczywistych procesów cieplnych towarzyszących przepływowi w gazociągu. Głównym kryterium oceny jest wartość strumienia ciepła przepływającego między gazem a otoczeniem. Należy jednak podkreślić, że strumienie ciepła w obszarze wymiany ciepła wynikają bezpośrednio z kształtu istniejącego pola temperatur w gruncie, dlatego modele dokładne powinny umożliwiać odpowiednio dobre przybliżenie pola temperatury w przekroju poprzecznym gazociągu.

3. Stosując modele jednowymiarowe sprowadzające zagadnienie do przypadku jednowymiarowej osiowosymetrycznej wymiany ciepła uzyskujemy istotną poprawę efektywności algorytmu obliczeniowego. Możliwość zastosowania powyższego uproszczenia wynika z faktu, że rozkład temperatury w gruncie w pobliżu rury jest w przybliżeniu osiowosymetryczny, a zmiany temperatury gazu w gazociągu wpływają na pole temperatury w gruncie wyłącznie w niewielkiej odległości od zewnętrznej powierzchni ścianki rury.

4. Wyniki przeprowadzonych badań porównawczych świadczą o możliwości wyznaczania wolnozmiennego pola temperatury w otoczeniu gazociągu stosując model ustalonej wymiany ciepła. W przypadku symulacji prowadzonych dla większego przedziału czasowego (symulatory czasu rzeczywistego do weryfikacji prognoz na potrzeby systemów dyspozytorskich) istnieje możliwość dobrej aproksymacji rocznych zmian temperatury powietrza oraz bezwładności cieplnej gruntu modelem quasi-ustalonym. W przypadku przepływów szybkozmiennych, charakteryzujących się dużymi zmianami temperatury gazu, do wyznaczenia strumienia ciepła wymienianego między gazem a otoczeniem konieczne staje się zastosowanie modelu nieustalonej wymiany ciepła. Dobrym kompromisem między dokładnością obliczeń a wzrostem pamięci (na potrzeby bazy danych czasu rzeczywistego) jest wybór nieustalonego modelu jednowymiarowego z trzema elementami podziałowymi. W porównaniu z ustalonym modelem nieizotermicznym, wymagany jest wówczas dwukrotny wzrost pamięci operacyjnej przeznaczonej do przechowania zmiennych zależnych modelu.

5. Analiza dwuwymiarowej wymiany ciepła w gruncie wymaga dokładniejszych danych dotyczących geometrii układu i właściwości cieplnych gruntu. W praktyce, dane na ten temat mogą być bardzo ograniczone, dlatego w rozważaniach przyjęto założenie upraszczające, że grunt w którym posadowiony jest gazociąg jest jednorodny i charakteryzuje się stałymi wartościami współczynnika przewodzenia ciepła oraz ciepła właściwego. Należy jednak pamiętać, że wrażliwość wyników symulacji przepływu nieizotermicznego na zmienność właściwości fizykochemicznych gruntu znajdującego się w otoczeniu gazociągu (np. na skutek zmian zawartości wilgoci) jest duża.

6. Do rozwiązania równań opisujących wymianę ciepła możemy z powodzeniem stosować przednie schematy różnicowe. Ich zaletą jest to, że w każdym kroku w układzie równań istnieje tylko jedna niewiadoma i nie ma potrzeby rozwiązywania układu równań. Wada schematów jawnych, w postaci ograniczenia dopuszczalnej długości odcinka czasu nie stanowi problemu, ponieważ ograniczenie długości kroku czasu z uwagi na stabilność rozwiązania modelu przepływu (warunek Couranta-Friedrichsa-Levy'ego w metodach stałokrokowych lub ograniczenie na odpowiednią normę wektora błędu lokalnego w metodach zmiennokrokowych) jest silniejsze.
7. Równanie energii (3.23) stanowi wysoce adekwatny opis strony termodynamicznej zjawiska przepływu gazu w transporcie gazociągiem. W określonych warunkach eksploatacji gazociągu może istnieć możliwość dokonania pewnych uproszczeń równania energii, jako rezultatu analizy ilościowej członów równania dokładnego, przeprowadzonej dla uśrednionych zmian parametrów termodynamicznych oraz pola prędkości gazu w czasie. Ewentualne uproszczenia pozwalają skrócić czas numerycznego rozwiązania problemu oraz zmniejszyć ilość wymaganej pamięci operacyjnej w wyniku zmniejszenia liczby zmiennych.

BIBLIOGRAFIA

[1] Bayazitoglu Y., Özişik M. N.: *Elements of Heat Transfer*, McGraw-Hill Book, New York, 1988.
[2] Białecki R., Sucheta A.: *Wyznaczanie ustalonego pola temperatury i rozpływu strumieni ciepła w chłodnicy płytowej wielkiego pieca*, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Energetyka z.57, Gliwice, 1976.
[3] Bohm B.: *Determination of Heat Losses from District Heating Networks*, Report 3.15E, 25. UNICHAL Congress, Budapest, 1991.
[4] Buthold A. P., Castillo G., Thompson R. E.: *How to use computers to calculate heat, pressure in buried pipelines*, Oil and Gas Journal, nr. 8., 1971.
[5] Christensen K, Petersen B.: *Fjernvarme*, Polyteknisk Forlag, 1987.
[6] Farouki O. T.: *Thermal properties of soils*, monograph 81-1, United States Army Corps of Engineers, Cold Regions Research and Engineering Laboratory. (CRREL), Hanover, New Hampshire, 1981.
[7] Franz G., Grigull, V.: *Wärmeverluste von beheizten Rohrleitungen im Erdboden*, Wärme- und Stoffübertragung. Bd. 2, 1969.
[8] Gersten K. i in.: *Heat Transfer in Gas Pipelines*, Oil Gas 1, 2001
[9] Glück B.: *Wärmeverlustströme von erdverlegten Rohrleitungen*, Stadt und Gebäudetechnik, nr 38., 1984,
[10] Gogół W.: *Wymiana ciepła tablice i wykresy*, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1991.
[11] Goussein Z. M., Bobrovski S., Mamaev V.: *Calculs hydrauliques et thermiques d'optimisation de l'ensemble d'un reseau de transport de gaz*, 12e Congres Mondial du gaz, Niece, 1973.
[12] Hodanowicz I. E. (red.): *Woprosy transporta prirodnogo gaza*, Nedra, Moskwa, 1970.
[13] Kamler W.: *Ciepłownictwo*, PWN, Warszawa, 1979.
[14] Kersten, M. S.: *Laboratory research for the determination of the thermal properties of soils* (Final report), United States Army Cold Regions Research and Engineering Laboratory (CRREL), Hanover, New Hampshire, 1949.
[15] Kralik J. i in.: *Dynamic Modelling of Large Scale Networks With Application to Gas Di-*

stribution, Elsevier, New York, 1988.
[16] Krischer O.: *Die Wärmeverluste von Rohrleitungen im Erdreich*, W.S.W. Mitteilungen d.Fa. Rheinhold & Co., nr.1, Berlin, 1930.
[17] Kvisgaard B., Hadvig, S.: *Varmetab fra fjernvarmeledninger*, Teknisk Forlag 1980.
[18] Niemyjski O.: *Modelowanie procesów cieplno-hydraulicznych w sieciach ciepłowniczych, praca doktorska*, Politechnika Warszawska, Warszawa, 2001.
[19] Osiadacz A. J.: *Different Transient Models — Limitations, Advantages And Disadvantages*, w materiałach konferencyjnych PSIG The 28th Annual Meeting, San Francisco, 1996.
[20] Osiadacz A. J., Chaczykowski M.: *Comparision of Isothermal and Non-Isothermal Transient Models, w materiałach konferencyjnych PSIG The 30th Annual Meeting*, Denver, 1998
[21] Osiadacz A. J., Chaczykowski M.: *Comparison of Isothermal and Non-Isothermal Pipeline Gas Flow Models*, Chemical Engineering Journal 81, 2001.
[22] Osiadacz A. J., Pancewicz A.: *Modele wymiany ciepła przy nieizotermicznym przepływie gazu w rurociągu*, w materiałach I Konferencji Naukowo-Technicznej Energetyka Gazowa, Szczyrk, 2000.
[23] Pancewicz A.: *Symulacja nieustalonego, nieizotermicznego przepływu gazu w sieci gazowej*, praca doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa, 2000.
[24] Petri H.: *Die Wärmeverluste von Rohrleitungen im Erdreich*, praca doktorska, Technischen Hochschule zu Karlsruhe, Karlsruhe, 1931.
[25] Recknagel H., Sprenger E., Hönmann W., Schramek E.R.. *Ogrzewanie i klimatyzacja, poradnik*, EWFE, Gdańsk, 1994.
[26] Singh G., Samdal O.: *Internal coating justified by operating costs*, Oil and Gas Journal, nr 1., 1988
[27] Szargut J.: *Modelowanie numeryczne pól temperatury*, W. N. T., Warszawa, 1992.
[28] Turner W. J., Maguire P. A.: *Sirogas — a computer program for the calculation of steady state and transient behaviour of gas pipeline networks*, Csiro, 1989.
[29] Wasilewski W.: *Straty ciepła rur preizolowanych zagłębionych w gruncie*. COW nr 5., 1999.
[30] Wiśniewski S., Wiśniewski S. T.: *Wymiana ciepła*, WNT, Warszawa, 1994.

IV Analiza warunków brzegowych zagadnienia pęknięcia gazociągu

4.1. Analiza jakościowa przepływu w miejscu awarii 74

4.2. Wyznaczenie strumienia masy gazu przepływającego przez dyszę przy przemianie izentropowej 77

4.3. Rzeczywisty przepływ gazu przez dyszę 79

4.3.1. Adiabatyczny ruch gazu przewodem o zmiennym przekroju z uwzględnieniem tarcia 80

4.3.2. Ruch gazu przewodem o zmiennym przekroju z uwzględnieniem tarcia i wymiany ciepła 81

4.3.3. Dodatkowe straty energetyczne przy przepływie gazu przez dyszę 82

4.4. Model gazu rzeczywistego zastosowany do obliczeń ilości gazu wypływającego w miejscu awarii 86

4.4.1. Izentropowy przepływ gazu rzeczywistego 88

4.4.2. Nieizentropowy przepływ gazu rzeczywistego 92

4.5. Wyniki obliczeń testowych 94

4.5.1. Model gazu doskonałego 94

4.5.2. Model gazu rzeczywistego 96

Wnioski 99

Bibliografia 100

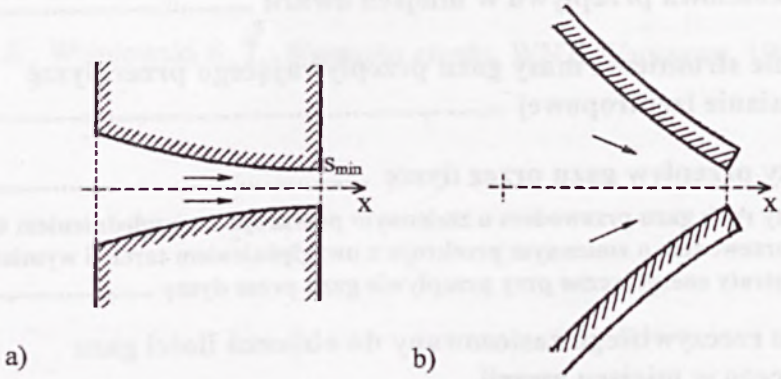
Równania ciągłości, ruchu i energii, zastosowane do opisu zjawisk zachodzących we wnętrzu gazociągu w przypadku jego pęknięcia, są równaniami różniczkowymi cząstkowymi. Dane początkowe określa ruch i stan gazu przed awarią. W celu jednoznacznego rozwiązania problemu wymagane jest sformułowanie odpowiednich warunków brzegowych.

Warunkami brzegowymi są ilość oraz parametry gazu wypływającego w miejscu awarii oraz wartości ciśnień, przepływów i temperatur przesyłane z wybranych węzłów sieci (są nimi parametry pracy jednostek oraz masa odbieranego z sieci gazu). W rezultacie otrzymujemy zagadnienie początkowo-brzegowe dla układu równań różniczkowych cząstkowych typu hiperbolicznego. W niniejszym rozdziale zaproponowana zostanie procedura określenia ilości gazu wypływającego w miejscu awarii.

4.1.ANALIZA JAKOŚCIOWA PRZEPŁYWU W MIEJSCU AWARII

Analiza jakościowa przepływu ma na celu zbadanie tendencji zmian prędkości gazu oraz parametrów termodynamicznych gazu na skutek zmian przekroju przewodu. Załóżmy, że w miejscu pęknięcia gaz porusza się wewnątrz krótkiego kanału zwężającego się monotonicznie w kierunku swojego zewnętrznego końca (rys. 4.1). Minimalne pole przekroju osiągane jest na końcu kanału (taką geometrię w przypadku rury określa się w literaturze mianem dyszy zbieżnej, dyszy Bendemanna lub konfuzora).

Załóżmy, że geometria kanału może być przybliżona przewodem kołowym. Przy założeniu, że przewód jest niezbyt szeroki, a pole S jego przekroju poprzecznego zmienia się wolno, w każdym miejscu przewodu ruch gazu można uważać za jednorodny w całym jego przekroju, a składową prędkości gazu wzdłuż osi za dominującą. Ruch gazu w miejscu pęknięcia możemy przybliżyć jednowymiarowym ruchem gazu w rurze, (wszystkie wielkości charakteryzujące przepływ będą funkcjami wyłącznie współrzędnej x wzdłuż osi rury).



Rys. 4.1. Dysza zbieżna jako otwór w ściance gazociągu a) dysza otworowa powstająca w rezultacie nawiercenia gazociągu, b) konfuzor powstający na skutek pęknięcia i odkształcenia rurociągu pod wpływem nadciśnienia gazu.

W przypadku, gdy otwór z którego wydobywa się gaz ma nieregularny kształt, a znane jest szacunkowo jego pole przekroju wylotowego S, wprowadza się pojęcie średnicy równoważnej d_r, która umożliwia przybliżanie geometrii otworu zastępczym przekrojem kołowym

$$d_r = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} \tag{4.1}$$

Przy założeniu, że w dyszy nie zachodzi akumulacja masy gazu (założenie to jest w pełni uzasadnione, ponieważ objętość geometryczna dyszy jest znikomo mała w porównaniu z objętością sekcji gazociągu odpowiadającą jednemu przedziałowi dyskretyzacji przestrzennej), ruch gazu w dyszy można uważać za ustalony. Miejsce pęknięcia gazociągu traktowane jest jako miejsce dodatkowego odbioru gazu z systemu, dlatego interesującą nas wielkością jest ilość (masa) gazu przepływającego przez przekrój poprzeczny dyszy w jednostce czasu. Wielkość ta w ruchu ustalonym jest oczywiście stała wzdłuż całej dyszy i zgodnie z równaniem ciągłości wynosi

$$Q = \rho w S \tag{4.2}$$

Przyjmijmy, że wpływ tarcia na zmianę parametrów przepływu jest pomijalny. Przyjmijmy ponadto, że gaz płynący przez dyszę zbieżną jest gazem doskonałym i że jego ciepła właściwe są wielkościami stałymi. Znana jest również przemiana termodynamiczna opisująca zmiany stanu gazu w trakcie jego ruchu (gaz jest płynem barotropowym). Załóżmy, że jest nią przemiana izentropowa określona powszechnie znanym równaniem Laplace'a-Poissona

$$\frac{p}{\rho^{\gamma}} = \text{const.} \tag{4.3}$$

gdzie $\gamma = \frac{c_p^D}{c_V^D}$ jest wykładnikiem w równaniu izentropy Poissona. Oznacza to, że gaz płynący przez dyszę zbieżną jest izolowany termicznie, czyli, że nie zachodzą procesy wymiany ciepła między gazem a otoczeniem dyszy. Ponieważ czas przepływu gazu przez dyszę jest krótki w porównaniu z czasem, w którym gaz znajduje się w gazociągu (zbiorniku), założenie takie jest uzasadnione. Efekty związane z istnieniem wymiany ciepła z otoczeniem oraz przewodzeniem ciepła w gazie są wówczas zaniedbywalne, a ruch gazu w dyszy można uznać za adiabatyczny.

Jednowymiarowy przepływ płynu ściśliwego w przewodach o stałym i zmiennym przekroju jest dobrze rozwiniętą dziedziną dynamiki gazów, poruszaną w każdym podręczniku mechaniki płynów zawierającym rozdział dotyczący przepływu płynu ściśliwego [34, 28] Równania ciągłości, ruchu oraz równanie przemiany izentropowej, opisujące ustalony ruch gazu nielepkiego w gazociągu o zmiennym przekroju są postaci

$$\begin{cases} \rho w S = \text{const} \\ -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} = w\dfrac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x} \\ \dfrac{p}{\rho^{\gamma}} = \text{const} \end{cases} \tag{4.4}$$

gdzie w jest prędkością gazu. Z uwagi na istnienie składowych poprzecznych prędkości, równanie ciągłości winno być ściślej zapisane w postaci $\rho w S \cong \text{const}$. Ponieważ składowa wzdłużna prędkości dominuje, istnieje możliwość przyjęcia założenia upraszczającego, że ruch ma charakter jednowymiarowy, a pozostałe składowe prędkości są pomijalnie małe.

W celu rozwiązania układu równań (4.4) logarytmujemy i różniczkujemy równania ciągłości i przemiany politropowej, otrzymując układ trzech równań różniczkowych. Po podstawieniu zależności na prędkość dźwięku w gazie zgodnie z definicją Laplace'a

$$c^2 = \gamma \frac{p}{\rho} \tag{4.5}$$

po prostych przekształceniach uzyskujemy zależność

$$\frac{\mathrm{d}S}{S} = \left[\left(\frac{w}{c}\right)^2 - 1\right]\frac{\mathrm{d}w}{w}$$

Powyższe równanie umożliwia bezpośrednią ocenę gradientu prędkości gazu (w kierunku przepływu) w zależności od gradientu przekroju przewodu. W przypadku, gdy pole przekroju S maleje w kierunku ruchu, tzn. $\mathrm{d}S < 0$ otrzymamy

$$\mathrm{d}w > 0 \Leftrightarrow \frac{w}{c} < 1$$

$$\mathrm{d}w < 0 \Leftrightarrow \frac{w}{c} > 1$$

Niezależnie od początkowej wartości ilorazu w/c, zmniejszanie pola przekroju przewodu powoduje, że przepływ zmierza do stanu, w którym prędkość gazu równa jest prędkości dźwięku. Oznacza to, że dla przepływów poddźwiękowych prędkość gazu w dyszy zbieżnej nie może przekraczać pewnej wartości granicznej, równej prędkości dźwięku $w = w^* = c$. W rezultacie, maksymalna prędkość gazu w przekroju wylotowym dyszy S_{min} równa jest prędkości dźwięku w gazie. Iloraz w/c jest liczbą Macha i stanowi wygodną skalę prędkości w dynamice gazów. Ruch gazu z prędkością równą prędkości dźwięku w gazie, czyli odpowiadającą liczbie Macha $M = 1$ określa się jako ruch krytyczny, a przekrój gazociągu w którym zachodzi określa się jako przekrój krytyczny. Ruch odbywający się z prędkością $w < c$ jest ruchem podkrytycznym, natomiast ruch gazu z prędkością $w > c$ jest ruchem nadkrytycznym.

Układ równań (4.4) dotyczy płynu nielepkiego. W przypadku, gdy wpływ tarcia na parametry przepływu jest znaczący opis ruchu stanowią równania

$$\begin{cases} \rho w S = \text{const} \\ -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} - \dfrac{4f}{D}\dfrac{w^2}{2} = w\dfrac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x} \\ \dfrac{p}{\rho^{\chi}} = \text{const} \end{cases} \tag{4.6}$$

gdzie: f — współczynnik oporów hydraulicznych Fanninga,
x — zmienna przestrzenna,
χ — wykładnik adiabaty.

W sposób analogiczny jak dla ruchu gazu nielepkiego, po wyrugowaniu p, wprowadzeniu prędkości dźwięku oraz liczby Macha, możemy uzyskać zależność wiążącą zmiany przekroju przewodu z gradientem prędkości przepływu (w kierunku ruchu gazu) [23]

$$\frac{\mathrm{d}S}{S} - \frac{4f\mathrm{d}x}{D}\frac{M^2}{2} = \left[\left(\frac{w}{c}\right)^2 - 1\right]\frac{\mathrm{d}w}{w} \tag{4.7}$$

Z równania (4.7) wynika, że struga osiąga prędkość dźwięku nie w gardzieli, lecz w kanale rozbieżnym (dyfuzorze), w którym

$$\frac{dS}{dx} = \pi D f \frac{M^2}{2}$$

Dokładne wyznaczenie przekroju krytycznego wymaga opisu ruchu modelem przepływu dwuwymiarowego. Z równania (4.7) wynika, że na skutek działania sił tarcia struga poddźwiękowa jest przyspieszana. Prędkość dźwięku w poruszającym się lepkim gazie doskonałym jest większa od prędkości dźwięku w ruchu odwracalnym. Powodem jest wydzielanie się wskutek tarcia niewielkich ilości ciepła, które powodują podwyższenie temperatury gazu $\left(\chi RT = c^2\right)$. Tarcie powoduje zmniejszenie gęstości gazu, jako rezultat większych spadków ciśnienia i dodatkowego rozprężania gazu. Istnienie warstwy przyściennej powoduje ponadto zmniejszenie „efektywnej" powierzchni przekroju poprzecznego dyszy.

4.2. WYZNACZENIE STRUMIENIA MASY GAZU PRZEPŁYWAJĄCEGO PRZEZ DYSZĘ PRZY PRZEMIANIE IZENTROPOWEJ

Wartość strumienia masy gazu przepływającego przez dyszę w rozważanym przypadku wynosi

$$M = \rho_* w_* S_{min} \tag{4.8}$$

gdzie: ρ_* — gęstość krytyczna,
w_* — prędkość krytyczna,
S_{min} —pole przekroju wylotowego kanału.

Wartość w_* wyznacza się korzystając z adiabatyczności przepływu gazu. Całka pierwsza równania energii wyrażającego adiabatyczność ruchu gazu doskonałego (nielepkiego i izolowanego termicznie, tzn. bez przewodzenia ciepła w gazie oraz przy braku źródeł ciepła w obszarze ruchu) jest postaci [29, 35]

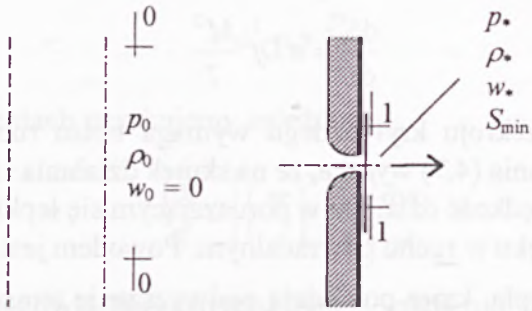
$$i + \frac{w^2}{2} = \text{const.} \tag{4.9}$$

gdzie $i = c_v T + \frac{p}{\rho}$ jest entalpią gazu, const. jest wielkością stałą wzdłuż każdej linii prądu.

Równanie (4.9) nie uwzględnia zmian energii potencjalnej, jednak w odniesieniu do gazu w sieci wysokociśnieniowej energia potencjalna jest zwykle znacznie mniejsza niż energia kinetyczna i w dalszych rozważaniach można ją pominąć. Dysponując prędkością oraz wartościami parametrów termodynamicznych gazu w gazociągu możemy wyznaczyć parametry spiętrzenia dla ruchu gazu w dyszy (rys. 4.2). Zapisujące równanie (4.9) dla przekroju wylotowego dyszy ($w_* = c$) oraz przekroju, w którym panują parametry spiętrzenia ($w_0 = 0$) i korzystając z faktu, że entalpia gazu doskonałego dana jest zależnością

$$i = c_p T = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\frac{p}{\rho} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} T$$

po prostych przekształceniach otrzymujemy



Rys. 4.2. Warunki brzegowe dla ruchu gazu w dyszy.

$$w_* = \sqrt{\frac{2\gamma R}{\gamma+1} T_0} \tag{4.10}$$

gdzie T_0 jest temperaturą spiętrzenia gazu. Zapisując równanie (4.9) dla dowolnego przekroju dyszy oraz przekroju w którym panują parametry spiętrzenia i podstawiając związek (4.5) po prostych przekształceniach otrzymujemy

$$\frac{T}{T_0} = \frac{1}{1+\frac{\gamma-1}{2}\left(\frac{w}{c}\right)^2} \tag{4.11}$$

Równanie stanu gazu doskonałego oraz równanie izentropy Poissona pozwalają wyznaczyć relacje dla ciśnienia i gęstości

$$\frac{p}{p_0} = \left[1+\frac{\gamma-1}{2}\left(\frac{w}{c}\right)^2\right]^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{4.12}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left[1+\frac{\gamma-1}{2}\left(\frac{w}{c}\right)^2\right]^{-\frac{1}{\gamma-1}} \tag{4.13}$$

Zależność (4.13) dla przekroju wylotowego dyszy ($w = c$) jest postaci

$$\rho_* = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{-\frac{1}{\gamma-1}} \rho_0 \tag{4.14}$$

Podstawiając (4.10) oraz (4.14) do (4.8) otrzymujemy

$$M = S_{min}\left(\frac{2}{1+\gamma}\right)^{\frac{1+\gamma}{2(\gamma-1)}} \sqrt{\gamma \frac{p_0^2}{RT_0}} \tag{4.15}$$

Strumień masy gazu w dyszy obliczony z równania (4.15) występuje w przypadku, gdy prędkość gazu na wylocie z dyszy równa jest prędkości dźwięku w gazie. Odpowiada mu następująca relacja między ciśnieniem w gazociągu a ciśnieniem na wylocie z dyszy, uzyskana z równania (4.12)

$$\frac{p_*}{p_0} = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{4.16}$$

Równania (4.15), (4.16) po raz pierwszy wyprowadzili Saint-Venant i Wentzel w 1839 roku stosując równanie Laplace'a-Poissona (4.3) do przepływu powietrza w dyszy [37]. Nie podali oni jednak interpretacji fizycznej równania (4.16) jako formy równania ciągłości (4.8). Uczynił to dopiero w 1886 Osborne Reynolds, badając ruch w dyszach zbieżno-rozbieżnych. Rozpoznał on ponadto, że prędkość gazu w gardzieli dyszy równa jest prędkości dźwięku w gazie obliczanej dla tego przekroju.

Ciśnienie na zewnątrz dyszy — w otoczeniu gazociągu, do którego wypływa gaz p_b musi pozostawać w następującej relacji z ciśnieniem na wylocie z dyszy

$$p_b \leq p_0 \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{4.17}$$

Przyjmując orientacyjną wartość stałej Poissona dla gazu wysokometanowego $\gamma = 1.3$, otrzymujemy

$$p_b \leq 0.546 p_0 \tag{4.18}$$

Nierówność (4.18) zachodzi dla wszystkich gazociągów w sieciach wysokociśnieniowych. W sieciach średniociśnieniowych lub w czasie upustów technologicznych gazu do atmosfery, może istnieć sytuacja, gdy prędkość gazu na wylocie z dyszy jest mniejsza od prędkości dźwięku w gazie, to znaczy, gdy iloraz ciśnienia w przekroju wylotowym dyszy (równego ciśnieniu atmosferycznemu) do ciśnienia w gazociągu nie spełnia nierówności (4.18). Przypadki te nie są rozważane w niniejszej pracy.

Awaria gazociągu spowodowana jest zwykle mechaniczną usterką, korozją lub nieszczelnością na spawie. W takich przypadkach nie istnieją podstawy do uwzględnienia specjalnego kształtu miejsca pęknięcia i odstępstwa od geometrii kanału zbieżnego. Należy jednak podkreślić, że również kształt zbieżno-rozbieżny otworu w pękniętej ściance rurociągu, nie powodowałby ilościowych zmian strumienia masy gazu płynącego przez dyszę. Także w tym przypadku ilość gazu wypływającego z gazociągu ograniczona jest prędkością w najwęższym miejscu dyszy (gardzieli), równą prędkości dźwięku w gazie. Istotną zmianą jakościową jest obserwowany w części rozbieżnej wzrost ciśnienia gazu i towarzyszący mu wzrost prędkości gazu do prędkości naddźwiękowych. Z uwagi na wzrost ciśnienia w części rozbieżnej, wydatek gazu w miejscu nieszczelności opisany równaniem (4.15), będzie miał miejsce również przy ciśnieniu w gazociągu niższym od ciśnienia wynikającego z nierówności (4.18). Jest to wartość odpowiadająca wartości ciśnienia w sieci średniociśnieniowej, nie będącej przedmiotem rozważań tej pracy.

4.3. RZECZYWISTY PRZEPŁYW GAZU PRZEZ DYSZĘ

Równanie (4.15) dotyczy przypadków, w których podczas ruchu gazu w dyszy nie zachodzą procesy dyssypacji energii. W rzeczywistości istnienie sił tarcia związanych z lepkością gazu oraz procesów przewodnictwa cieplnego powoduje termodynamiczną „nieodwracalność" ruchu i wzrost entropii gazu.

W celu otrzymania równań opisujących przepływ rzeczywisty, należy do równań opisujących przepływ idealny wprowadzić dodatkowe wyrazy. Równanie ciągłości odnosi się do ruchu dowolnego płynu, w tym także do ruchu gazu lepkiego i przewodzącego ciepło. Równanie ruchu

gazu lepkiego zostanie zmodyfikowane o dodatkowy człon, wyrażający nieodwracalny proces przenoszenia pędu z miejsc o większej prędkości do miejsc o mniejszej prędkości w obszarze ruchu.

Załóżmy, że stan gazu w czasie ruchu daje się opisać równaniem przemiany termodynamicznej. W skrajnym przypadku, gdy gaz porusza się z małą prędkością i w krótkim okresie czasu osiąga stan równowagi cieplnej z otoczeniem (o stałej temperaturze), opis termodynamiczny przepływu stanowi równanie przemiany izotermicznej. Z kolei, w przypadku gwałtownych zmian parametrów przepływu gazu i dużych prędkości gazu, zmiany ciśnienia mogą być na tyle szybkie, że efekty związane z wymianą ciepła pomiędzy gazem a otoczeniem są zaniedbywalne. W takich przypadkach do opisu termodynamiki przepływu gazu stosuje się równanie przemiany adiabatycznej.

W wielu przypadkach założenie że przepływ ma charakter izotermiczny lub adiabatyczny jest zbyt dużym uproszczeniem. Również zbyt dużym uproszczeniem może okazać się założenie, że opis termodynamiczny przepływu gazu stanowi równanie przemiany termodynamicznej. W takich przypadkach temperatura gazu jest funkcją odległości wzdłuż linii prądu i jest obliczana przy zastosowaniu modelu matematycznego zawierającego równanie energii. Zagadnienie przepływu gazu w dyszach, które są bardzo krótkimi odcinkami rurociągów, jest oczywiście bliższe procesom adiabatycznym w sensie termodynamicznego opisu przepływu. W pracy analizowane były dwa przypadki przepływów, którym towarzyszą nieodwracalne procesy dyssypacji energii: przepływ gazu z uwzględnieniem tarcia, bez wymiany ciepła z otoczeniem oraz przepływ gazu z uwzględnieniem tarcia i wymianą ciepła z otoczeniem.

4.3.1. ADIABATYCZNY RUCH GAZU PRZEWODEM O ZMIENNYM PRZEKROJU Z UWZGLĘDNIENIEM TARCIA

Opisany w rozdziale poprzednim izentropowy ruch gazu nie występuje w rzeczywistości, ponieważ na skutek istnienia sił tarcia przepływ przebiega w sposób nieodwracalny, a więc ze wzrostem entropii. W dalszych rozważaniach przyjęto, że termodynamika przepływu opisana jest równaniem przemiany adiabatycznej o wykładniku χ.

Model matematyczny ustalonego ruchu gazu lepkiego przy przemianie adiabatycznej stanowi układ równań (4.6). W celu jego rozwiązania wybierzmy jako zmienne niezależne następujące dwie wielkości: $\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}x}$ oraz $\frac{4f}{D}$. Są to wielkości, które można wyznaczyć w funkcji zmiennej zależnej x. Równania wyrażające przyrosty liczby Macha, prędkości i gęstości gazu będą wyrażone odpowiednio [35, 40]

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}M^2}{\mathrm{d}x} = -\dfrac{M^2}{S}\dfrac{2\left(1+\dfrac{\chi-1}{2}M^2\right)}{1-M^2}\dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}x} + \dfrac{\left(1+\dfrac{\chi-1}{2}M^2\right)}{1-M^2}\dfrac{4\bar{f}}{\bar{D}} & (4.19) \\ \dfrac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x} = -\dfrac{w}{S}\dfrac{1}{1-M^2}\dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}x} + w\dfrac{\chi M^2}{2\left(1-M^2\right)}\dfrac{4\bar{f}}{\bar{D}} & (4.20) \\ \dfrac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}x} = \dfrac{\rho}{S}\dfrac{M^2}{1-M^2}\dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}x} - \rho\dfrac{\chi M^2}{2\left(1-M^2\right)}\dfrac{4\bar{f}}{\bar{D}} & (4.21) \end{cases}$$

Układ równań (4.19)–(4.21) jest układem trzech równań różniczkowych zwyczajnych. Jednoznaczne rozwiązanie układu wymaga znajomości pochodnej przekroju poprzecznego przewodu A po długości przewodu x, średnich wartości współczynnika liniowych oporów hydraulicznych f i średnicy kanału D.

Zauważmy w tym miejscu, że alternatywną metodą uwzględnienia efektów związanych z działaniem sił tarcia przy przepływie gazu jest zastosowanie modelu politropowego w równaniach na izentropowy przepływ gazu w dyszy

$$\frac{p}{\rho^n} = \text{const.} \tag{4.22}$$

gdzie n jest wykładnikiem politropy. Jest to najprostszy i najczęściej stosowany model do rozwiązywania zagadnień przepływu w zastosowaniach inżynierskich przy dowolnych przemianach gazu, zarówno doskonałego, jak i rzeczywistego. Przykładem są tu realizowane współcześnie przemiany opisywane modelem gazu doskonałego: sprężanie izotermiczne, sprężanie i rozprężanie adiabatyczne ze stratami, itp. Równanie (4.22) jest identyczne z równaniem Laplace'a-Poissona (4.3), co wynika z faktu, że model politropowy zaproponowany po raz pierwszy przez Zeunera* w 1874 roku był modyfikacją modelu Laplace'a-Poissona. Zeuner zaproponował, aby dla przepływów z tarciem przyjmować $n < \gamma$.

Obecność sił tarcia w gazie rzeczywistym powoduje, że parametry termodynamiczne gazu opuszczającego dyszę różnią się od wartości uzyskanych z wykorzystaniem zależności izentropowych. W praktyce, uproszczona procedura obliczania przepływów w dyszach opiera się na wykorzystaniu izentropowego równania przepływu postaci (4.15), zmodyfikowanego o pewien empirycznie określony współczynnik, nazywany współczynnikiem wydatku lub współczynnikiem wypływu.

Współczynnik wypływu dyszy C definiuje się jako stosunek rzeczywistego strumienia masy gazu w dyszy do strumienia idealnego, obliczonego w rezultacie rozwiązania modelu izentropowego, dla danych wartości ciśnienia wlotowego i wylotowego.

$$C \equiv \frac{Q_m^{rzeczywisty}}{Q_m} \tag{4.23}$$

Dla starannie wykonanych dysz, w których przepływ w przekroju minimalnym osiąga wartość liczby Reynoldsa 10^6 lub więcej, współczynnik wypływu uwzględniający istnienie lepkości gazu jest na poziomie 0.99 i nie zależy znacząco od liczby Macha na wylocie [4].

4.3.2. RUCH GAZU PRZEWODEM O ZMIENNYM PRZEKROJU Z UWZGLĘDNIENIEM TARCIA I WYMIANY CIEPŁA

Przy założeniu, że wymiana ciepła jest na tyle intensywna, że jej oddziaływanie na przepływ nie może być pominięte, równania opisujące jednowymiarowy przepływ gazu lepkiego są następujące

* Zeuner G.A.: *Resultate experimentaller Untersuchungen ueber das Ausstroemen der Luft bei starkrm Ueberdruck*, Der Civilinge. Jour., Vol. 20, 1-14, 1874 (cyt. w [37]).

$$\begin{cases} \rho w S = \text{const} & (4.24) \\ -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} = w\dfrac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x} + \dfrac{4f}{D}\dfrac{w^2}{2} & (4.25) \\ w\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(c_v T + \dfrac{p}{\rho} + \dfrac{w^2}{2}\right) = \dot{q} & (4.26) \end{cases}$$

gdzie $\dot{q}$ oznacza ciepło wymienione przez jednostkę masy gazu w jednostce czasu.

Równanie energii (4.26) wynika z przekształceń równania (2.3) zapisanego dla stanu ustalonego. Zapisując równanie (4.26) dla parametrów spiętrzenia ($w_0 = 0$) otrzymujemy

$$\frac{\dot{q}\mathrm{d}x}{w} = \mathrm{d}\left(c_V^D T_0 + \frac{p_0}{\rho_0}\right) = \overline{c}_p^D \mathrm{d}T_0 \tag{4.27}$$

gdzie $\overline{c}_p^D$ jest średnią wartością ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu.

Równania wyrażające przyrosty liczby Macha, prędkości i gęstości gazu w ruchu przewodem o zmiennym przekroju z uwzględnieniem tarcia i wymiany ciepła są następujące [35, 40]

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}M^2}{\mathrm{d}x} = -\dfrac{M^2}{S}\dfrac{2\left(1+\dfrac{\chi-1}{2}M^2\right)}{1-M^2}\dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}x} + M^2\dfrac{\chi M^2\left(1+\dfrac{\chi-1}{2}M^2\right)}{1-M^2}\dfrac{4\overline{f}}{\overline{D}} \\ \qquad + \dfrac{M^2}{T_0}\dfrac{\left(1+\chi M^2\right)\left(1+\dfrac{\chi-1}{2}M^2\right)}{1-M^2}\dfrac{\mathrm{d}T_0}{\mathrm{d}x} & (4.28) \\ \dfrac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x} = -\dfrac{w}{S}\dfrac{1}{1-M^2}\dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}x} + w\dfrac{\chi M^2}{2\left(1-M^2\right)}\dfrac{4\overline{f}}{\overline{D}} + \dfrac{w}{T_0}\dfrac{1+\dfrac{\chi-1}{2}M^2}{1-M^2}\dfrac{\mathrm{d}T_0}{\mathrm{d}x} & (4.29) \\ \dfrac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}x} = \dfrac{\rho}{S}\dfrac{M^2}{1-M^2}\dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}x} - \rho\dfrac{\chi M^2}{2\left(1-M^2\right)}\dfrac{4\overline{f}}{\overline{D}} - \dfrac{\rho}{T_0}\dfrac{1+\dfrac{\chi-1}{2}M^2}{1-M^2}\dfrac{\mathrm{d}T_0}{\mathrm{d}x} & (4.30) \end{cases}$$

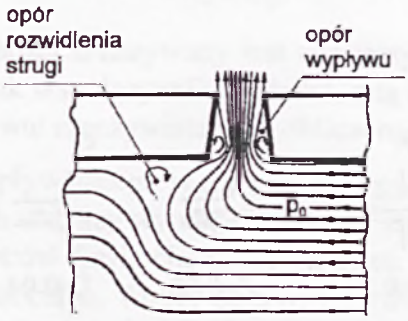
Jednoznaczne rozwiązanie układu (4.28)–(4.30) wymaga znajomości pochodnej względem x przekroju przewodu S, średnich wartości współczynnika oporów liniowych f i średnicy dyszy D oraz pochodnej względem x temperatury spiętrzenia T_0. Powodowany wymianą ciepła dyszy przyrost temperatury wzdłuż długości dyszy łatwo wyznaczyć korzystając z równania (4.27) oraz modelu jednowymiarowej wymiany ciepła w stanie ustalonym.

4.3.3. DODATKOWE STRATY ENERGETYCZNE PRZY PRZEPŁYWIE GAZU PRZEZ DYSZĘ

Proces przenoszenia pędu związany z lepkością gazu powoduje zmniejszenie strumienia masy gazu przez dyszę. Ponadto wypływowi gazu ze zbiornika przez dyszę towarzyszy dodatkowe przenoszenie pędu wywołane rozdzieleniem strumienia, lokalną zmianą kierunku ruchu oraz zwężeniem przewodu. Ponieważ przenoszenie pędu związane jest zawsze z przenosze-

niem energii [29], zaburzenia te prowadzą do powstania strumienia energii. Dodatkowy strumień energii ujawnia się w postaci straty miejscowej, powodującej spadek ciśnienia w strumieniu gazu oraz mniejszy strumień masy gazu przez dyszę.

Analiza strat energetycznych przy przepływie gazu przez dyszę obejmuje dwa zagadnienia. Pierwszym jest wyznaczenie spadku ciśnienia i temperatury na oporze miejscowym (rys. 4.3), którym jest lokalne rozwidlenie strugi gazu w przekroju, w którym ma miejsce upust gazu do atmosfery. Powodują one zmianę parametrów spiętrzenia dla przepływu gazu w przekroju początkowym dyszy. Drugim zagadnieniem jest zbadanie, w jaki sposób obecność oporu miejscowego wpływa na strumień masy gazu wypływającego w miejscu nieszczelności.



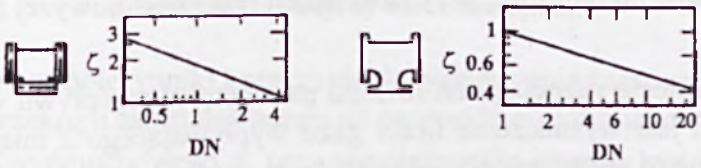
Rys. 4.3. Przebieg linii prądu w miejscu awarii.

Lokalny opór hydrauliczny powodowany rozwidleniem strugi gazu wyrażony jest współczynnikiem oporu miejscowego ζ. Dodatkowe rozprężanie gazu na skutek straty miejscowej powoduje również zmianę temperatury gazu. Stratę ciśnienia możemy obliczyć z równania (2.17), natomiast przy założeniu, że zachodzi proces dławienia, spadek temperatury gazu wyznacza się dysponując wartością współczynnika Joule'a-Thomsona

$$\Delta p = \xi \frac{\rho w^2}{2} \qquad (4.31)$$
$$\Delta T = \eta\left(\overline{p}, \overline{T}\right) \cdot \Delta p$$

Procedura wymaga iteracyjnego wyznaczenia wartości współczynnika η. Obliczając w sposób uproszczony, możemy skorzystać z wartości ciśnienia i temperatury w węźle, w którym ma miejsce awaria gazociągu (są one parametrami początkowymi przemiany).

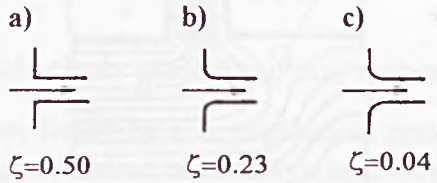
W pracy przyjęto, że modelem przepływu w miejscu rozdzielania strug gazu jest kątowy przepływ w trójniku lub otwartym zaworze wydmuchowym. Z uwagi na panujące w gazociągu nadciśnienie gazu możemy przyjąć, że dobrym przybliżeniem geometrii miejsca wypływu jest kanał zbieżny. W tym przypadku bliższy rzeczywistemu jest kształt trójnika z połączeniami kołnierzowymi o współczynniku $\zeta = 1.0$ [9]. Na rysunku 4.4 przedstawiono zmiany współczynnika oporów miejscowych trójników, w funkcji średnicy nominalnej gazociągu. Wraz ze wzrostem średnicy opór przepływu maleje.



Rys. 4.4. Zmiany współczynnika oporów miejscowych przy kątowym przepływie gazu przez trójnik w funkcji średnicy nominalnej przewodu [9] (źr. Simpson L.L.: Chem. Eng. 75(13): 192 (June 17, 1968)).

Tablica 4.1. Długości zastępcze dla oporów miejscowych o danym współczynniku ζ [9] (źr. Lapple C.E.: *Chem. Eng.* 56(5): 96 (1949), Preey R.H., Green D.W. *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, 6th ed., McGraw-Hill, New York, 1984, Crane Company: *Flow of Fluids through valves, Fittings, and Pipe*, Tech. Paper 410, 1969).

ζ	$(L/D)_{z,m}$
0.04	0.1
0.4	20.0
1.0	60.0
3.0	175.0



Rys. 4.5. Opory przy wypływie gazu: a) wlot kanału o ostrych krawędziach, b) lekko zaokrąglony wlot kanału, c) dobrze zaokrąglony wlot kanału [9] (źr. Tech. Paper 410, Flow of Fluids through Valves, Fittings, and Pipe, Crane Co., 1969).

Wartości współczynnika oporów miejscowych dla ww. elementów podano także w [28]. W przypadku przepływu kątowego przez trójnik o połączeniach gwintowanych i połączeniach kołnierzowych wynoszą one odpowiednio $\zeta = 1.9$ oraz $\zeta = 0.69$. Dla wylotu $\zeta = 1.0$.

W przypadku wyrażania wielkości oporów miejscowych *m* przez ekwiwalentną im długość prostej rury, zastępcze długości rury $(L/D)_{z,m}$ dla oporów o danym współczynniku ζ podano w tablicy 4.1. Pod względem oporów hydraulicznych przypadek przepływu kątowego przez trójnik o dużej średnicy staje się bliski przypadkowi wypływu ze zbiornika. Przykładowe współczynniki oporów miejscowych przy wypływie gazu ze zbiornika kanałem zbieżnym pokazano na rys. 4.5. Wartości ζ odnoszą się do prędkości w przekroju wylotowym kanału.

Z rysunku 4.5 wynika, że kontrakcja strumienia w kanale zbieżnym o dobrze „wyprofilowanym" przekroju, w którym strumień zbiega w sposób jednorodny, powoduje bardzo małe straty miejscowe. Blisko dwa rzędy wielkości większą wartość ma współczynnik oporu miejscowego przy przepływie gazu przez otwarty zawór wydmuchowy, typu zawór trójdrogowy o średnicy od DN25 do DN150 ($\zeta = 3.0$) [9]. Wzrost oporu miejscowego wynika ze zmiany kierunku przepływu gazu. Identyczny miejscowy opór przepływu zaobserwowano przy kątowym wypływie z trójnika o połączeniach gwintowanych (rys. 4.4). Kształt tego elementu odpowiada przypadkowi nawiercenia ścianki gazociągu. Na ogół wartości współczynnika oporów miejscowych przy rozdzielaniu strumieni podawane są w postaci funkcji zależnej od ilorazu prędkości w „odnodze" do prędkości w połączonym strumieniu [11, 33, 45]. W pracy [45], w oparciu o dane literaturowe, przy stosunkach prędkości powyżej 5 podawana jest stała wartość $\zeta = 0.5$.

Badając wpływ pęknięcia gazociągu na rozkład parametrów przepływu w sieci, najistotniejszym zagadnieniem jest wyznaczenie ilości gazu wypływającego z miejsca nieszczelności. W przekroju wlotowym dyszy gaz posiada składową prędkości w kierunku prostopadłym do osi dyszy (rys. 4.3). Na skutek bezwładności elementów płynu składowa ta nie może zniknąć

natychmiast (wymagałoby to nieskończenie dużych sił i przyspieszeń), więc przekrój strumienia dalej się zwęża, powodując powstanie wirów w strefie martwej. Zjawisko przewężenia strumienia nazywane jest kontrakcją strumienia, zaś stosunek przewężonego przekroju strumienia do przekroju otworu nazywamy współczynnikiem kontrakcji β.

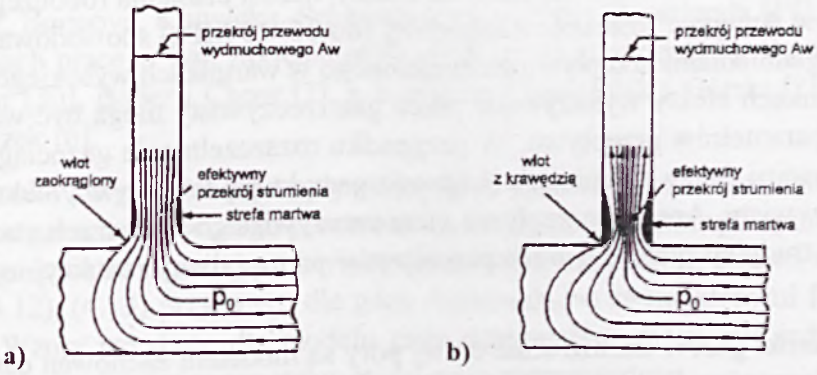
Podobnie jak przy uproszczonym sposobie oceny wpływu sił tarcia, wpływ oporu miejscowego na wlocie do dyszy na przepływ gazu przez dyszę uwzględnia się w postaci empirycznego współczynnika wypływu zdefiniowanego równaniem (4.23). Zależność między współczynnikiem wypływu a współczynnikiem kontrakcji (zgodnie z równaniem ciągłości w stanie ustalonym) jest liniowa

$$C = \alpha\beta \tag{4.32}$$

Współczynnik proporcjonalności α nazywany jest współczynnikiem prędkości i definiowany jest w sposób analogiczny jak współczynnik wydatku, z tą różnicą, że uwzględnia on relację między prędkościami wypływu: rzeczywistą oraz obliczoną z modelu matematycznego.

Wyznaczenie masy gazu wypływającego w miejscu nieszczelności w oparciu o analizę teoretyczną zjawisk zachodzących w dyszy wymaga dokładnej znajomości wymiarów geometrycznych obszaru ruchu, parametrów fizykochemicznych gazu, materiału ścianek dyszy oraz rodzaju gruntu w otoczeniu gazociągu. Wobec oczywistych trudności w uzyskaniu dostatecznie dokładnych danych do rozwiązania zagadnienia, zastosowanie procedury uproszczonej, bazującej na empirycznym współczynniku wypływu wydaje się w pełni uzasadnione. Wyznaczenie ruchu przy niekontrolowanym wypływie gazu przez otwór w gazociągu o kształcie dyszy zbieżnej będzie wymagało znajomości współczynnika wypływu lub współczynników kontrakcji i prędkości.

W artykule [22] przedstawiono algorytm projektowania układów upustowych gazu na gazociągach przesyłowych. Omówione zostały dwa rodzaje geometrii króćca dolotowego do przewodu upustowego — zaokrąglony (instalacja prefabrykowana) oraz o ostrej krawędzi, będącej wynikiem nawiercenia gazociągu (rys. 4.6). W przypadku króćców o płynnie ukształtowanym wlocie kontrakcja strumienia nie występuje lub ma ograniczony rozmiar, dlatego współczynniki wypływu dla tego typu instalacji mają znacznie większą wartość.



Rys. 4.6. Schemat króćców dolotowych w przewodach upustowych, a) wlot zaokrąglony, b) wlot z krawędzią.

Zalecane przez autora współczynniki korekcyjne do wyznaczania czasu odgazowania gazociągu są funkcją pola przekroju zainstalowanego na przewodzie wydmuchowym zaworu A_z, pola przekroju przewodu wydmuchowego A_w oraz współczynnika oporów hydraulicznych przewodu $\lambda L/D$, gdzie L i D są odpowiednio długością i średnicą przewodu upustowego. Wyniki obliczeń pozwalają wyznaczyć wartość współczynnika wypływu dla wlotu z krawędzią. Przyj-

mując, że wypływ przez kanał z zaokrąglonym wlotem odbywa się bez strat (współczynnik wypływu $C = 1$), sugerowana wartość współczynnika dla wlotu z krawędzią wynosi $C = 0.65$. W miejscu pęknięcia lub rozerwania gazociągu, w którym dochodzi do wypływu gazu do atmosfery, nadciśnienie gazu powoduje odkształcenie rury do geometrii dyszy zbieżnej o zaokrąglonej krawędzi wlotowej. Ostra krawędź wlotowa kanału dyszy odpowiadałaby przypadkowi nawiercenia ścianki gazociągu.

W artykule [36] omawiano kwestie awaryjnej emisji gazu do atmosfery w warunkach pożaru stacji gazowej I stopnia. Do wyznaczenia ilości gazu wypływającego w miejscu nieszczelności przyjęto wzór na wypływ przy przemianie izentropowej (4.18). Jako najbardziej prawdopodobną w praktyce nieszczelność zaproponowano wystąpienie uszkodzenia i wyrwania części uszczelki na przewodzie dolotowym do stacji. Wartość współczynnika wypływu przyjęto na poziomie 0.55.

Zagadnienie wyznaczenia czasu opróżniania gazociągu omawiano w artykule [5]. Przepływ w gazociągu opisano modelem o parametrach skupionych, co stanowi duże uproszczenie w ocenie parametrów rzeczywistego przepływu. Ilość gazu wypływającego przez układ wydmuchowy wyznaczano ze wzoru (4.18), przyjmując stały współczynnik wydatku $C = 0.5$, niezależnie od średnicy króćców wydmuchowych. Nie uwzględniono, bądź nie podano długości przewodu wydmuchowego oraz chropowatości ścianki rury. Założenia te stanowią o bardzo ograniczonym zakresie stosowalności proponowanej przez autorów metodyki. W zasadzie ogranicza się ona jedynie na potrzeby przybliżonej oceny czasu trwania prac eksploatacyjnych związanych z opróżnianiem gazociągów.

Zagadnienie wyznaczenia czasu opróżniania gazociągu omawiano ponadto w artykule [8] Artykuł zawiera porównanie wyników obliczeń przy złożeniu, że przepływ opisany jest kolejno modelem o parametrach skupionych, a następnie modelem o parametrach rozłożonych.

4.4. MODEL GAZU RZECZYWISTEGO ZASTOSOWANY DO OBLICZEŃ ILOŚCI GAZU WYPŁYWAJĄCEGO W MIEJSCU AWARII

Zapoczątkowany w latach siedemdziesiątych istotny wzrost ciśnienia roboczego w systemach gazowniczych w Ameryce i Europie Zachodniej (do 10–15 MPa) spowodował większe zainteresowanie zagadnieniami przepływu gazu ziemnego w warunkach wysokiego ciśnienia [19]. W takich warunkach efekty wykazywane przez gaz rzeczywisty mogą być ważnym elementem w ocenie parametrów przepływu. W przypadku rozszczelnienia gazociągu, w tworzącej się w miejscu awarii dyszy ma miejsce ekspansja gazu której towarzyszą efekty wykazywane przez gaz rzeczywisty. Analiza przepływu gazu rzeczywistego w dyszach stanowi podstawę rozwiązywania trudniejszych zagadnień przepływów przez zawory redukcyjne i kryzy pomiarowe.

Równania dynamiki gazów analizowane do tej pory są modelem zachowań ośrodka ściśliwego opisanego równaniem stanu gazu doskonałego. W obszarze wysokiego ciśnienia równanie stanu gazu jest złożoną funkcją parametrów termodynamicznych czynnika. Jego wpływ na wartości stałych fizycznych ośrodka (np. ciepeł właściwych, wykładnika adiabaty, entalpii) powoduje istotne odstępstwo od modelu gazu doskonałego.

Równanie stanu jest równaniem zamykającym układ równań „zachowawczych" tworzących model przepływu. Z tego powodu należy pamiętać, że im bardziej skomplikowana (przez co dokładniejsza) jest jego forma, tym większe trudności obliczeniowe, wynikające z wprowa-

dzenia dodatkowych nieliniowości komplikujących schemat obliczeniowy. Jest oczywiste, że pełna zgodność opisu stanu gazu zachowana jest wyłącznie dla równań w postaci bilansów różniczkowych, dlatego dla nieodwracalnego procesu o skończonej amplitudzie zmian parametrów wyznaczyć można tylko przybliżone zależności jawne wiążące parametry początkowe i końcowe procesu. Wynika to z faktu, że np. wykładniki przemian są uwikłanymi funkcjami parametrów stanu [20].

Istnieje dosyć obszerna literatura z zakresu dynamiki gazów na temat opisu podstawowych klas przepływów oraz przemian cieplno-przepływowych gazów doskonałych. W odniesieniu do gazów rzeczywistych liczba publikacji jest mniejsza i dotyczą on przede wszystkim gazów technicznych, czynników chłodniczych (powietrza, pary wodnej, azotu, spalin, czystego metanu i freonów), w szczególności obszaru wysokich ciśnień. Z punktu widzenia analizowanego w tej pracy problemu nieszczelności gazociągu, interesującym zagadnieniem jest wyznaczenie krytycznego przepływu mieszaniny gazów, głównie węglowodorów, w zakresie parametrów spiętrzenia 1–8 MPa.

Spotykane w literaturze obliczenia przepływu krytycznego gazów rzeczywistych dotyczą w dużym stopniu zagadnień metrologii przepływów w zakresie przepływomierzy zwężkowych [2], ostatnio w szczególności kryz [10, 43], a także niskociśnieniowych dysz otworowych, stosowanych w pneumatycznych układach regulacji, sterowania, sygnalizacji itp. Są to dysze o małych wymiarach liniowych, których średnica wynosi od 1.0 do 2.5 mm. W Polsce wyniki badań charakterystyk przepustowości dysz otworowych prowadzono w ramach projektu badawczego KBN, zakończonego w 1996 r. Wyniki badań streszczono w pracy [27]. Stwierdzono, że rzeczywisty krytyczny strumień masy gazu przepływającego przez dyszę jest mniejszy od teoretycznego (izentropowego). Są to wyniki uzyskane przy ciśnieniach spiętrzenia 0.25 MPa, dlatego nie pozwalają na sformułowanie wniosków dających się uogólnić na zagadnienia nieszczelności gazociągów. Przyczyną jest stosunkowo niska wartość ciśnienia spiętrzenia oraz wymiary geoemtryczne otworów dalekie od wymiarów liniowych miejsc pęknięcia gazociągów.

Opis przemian termodynamicznych towarzyszących przepływowi gazu rzeczywistego został zainicjowany w latach 40-tych pracami Tsiena (cyt. w [7]), Iberalla [24], Bethe i Vulisa (cyt. w [20]). Dalszy wkład poznawczy w tym zakresie wiąże sie przede wszystkim z pracami Edmistera w latach 50-tych i 60-tych (cyt. w [37]), Arnberga [3], Thompsona [41], Thompsona i Sullivana [42], Borisova, Kluwicka, Schneera (cyt. w [20]), Fagerlunda [19], Cramera [14]. W ostatnich latach prace w tym zakresie prowadzili m. in. Cramer [13], Cramer i Best [15], Menikof i Plohr [30], Bober i Chow [7], a w Polsce Chmielniak i Górski [21], Górski [20], Białecki i Kruczek [6].

Określenie warunków wystąpienia przepływu krytycznego oraz wyznaczenie jego parametrów jest w przypadku gazu rzeczywistego procesem iteracyjnym. W izentropowym przepływie gazu rzeczywistego związki określające krytyczny stosunek temperatur, ciśnień i gęstości (równania (4.11), (4.12), (4.13) przy $w = c$ dla gazu doskonałego) są uwikłanymi funkcjami parametrów stanu. Wzory uzyskane dla modelu gazu doskonałego mogą być jedynie przybliżeniem krytycznych stosunków parametrów stanu gazu rzeczywistego.

Spośród równań stanu najczęściej stosowanymi w obliczeniach są sześcienne równania van der Waalsa oraz Redlicha-Kwonga. Równanie van der Waalsa zastosowano w analizie przepływu gazu w dyszy w pracy Tsiena (cyt. w [7]), przy czym założono, że ciepło właściwe przy stałej objętości jest kwadratową funkcją temperatury. Równanie stanu Redlicha-Kwonga użyto w pracy [19], w której rozważano termodynamikę procesów przepływowych zachodzących w zaworze, w celu określenia współczynników poprawkowych dla procedury doboru zaworu. W pracy nie podano opisu zjawisk przepływowych (kinematycznego opisu przepływu gazu),

ponadto założono stałą wartość wykładnika izentropy. Również praca [7] zawiera analizę przepływu gazu rzeczywistego, w której do opisu stanu gazu zastosowano równanie Redlicha-Kwonga. Dyskusja dotyczyła beztarciowego przepływu metanu przez dyszę zbieżno-rozbieżną przy przemianie adiabatycznej. Przyjęto, że ciepła właściwe przy stałym ciśnieniu i przy stałej objętości są funkcją ciśnienia i temperatury.

Specyfika rozwiązywanego w pracy problemu wymaga, aby do opisu właściwości ośrodka zastosowane było wirialne równanie stanu. Równanie wirialne oraz procedura SGERG-88 wyznaczania współczynników wirialnych są zalecane do opisu fazy gazowej przez międzynarodową normę [26]. Procedura SGERG-88 wyznacza wartości współczynników wirialnych gazu ziemnego wysokometanowego w oparciu o niepełną informację o składzie gazu. Jest ona wymagana w obliczeniach ilości gazu na potrzeby rozliczeń finansowych w przedsiębiorstwie Polskie Górnictwo Naftowe i Gazownictwo, w którym obowiązuje norma zakładowa [49], będąca tłumaczeniem normy międzynarodowej. Ponieważ ilość gazu tracona na skutek nieszczelności może być podstawą do ustalenia wysokości roszczeń o odszkodowanie za straty spowodowane awarią gazociągu, do opisu właściwości ośrodka gazowego należy wybrać wirialne równanie stanu. Użycie wirialnego równania stanu wynika ponadto z potrzeby dopasowania do schematu numerycznego stosowanego do symulacji przepływu w gazociągu. Zastosowane w nim równanie jest wirialnym równaniem stanu.

4.4.1. IZENTROPOWY PRZEPŁYW GAZU RZECZYWISTEGO

Ogólny opis matematyczny energetycznie odosobnionego przepływu gazu rzeczywistego z pominięciem tarcia stanowią równania zachowania masy, pędu i energii

$$\begin{cases} \rho w S = \text{const.} & (4.33) \\ -\dfrac{\mathrm{d}p}{\rho} = w\mathrm{d}w & (4.34) \\ i + \dfrac{w^2}{2} = i_0 & (4.35) \end{cases}$$

Zastosowane w pracy wirialne równanie stanu gazu jest postaci

$$p = \frac{ZRT}{V} = RT\left[\frac{1}{V} + \frac{B(T)}{V^2} + \frac{C(T)}{V^3}\right] \tag{4.36}$$

gdzie: B, C — odpowiednio drugi i trzeci współczynnik wirialny,
V — objętość molowa.

Równanie (4.36) możemy zapisać ogólnie [44]

$$p = \sum_{i=1}^{3} f_i(T)\, g_i(V) \tag{4.37}$$

gdzie: $f_i(T)$ — jest dwukrotnie różniczkowalną funkcją temperatury,
$g_i(V)$ — jest różniczkowalną i całkowalną funkcją objętości molowej,

spełniony jest warunek $p \to RT/V$ przy $V \to \infty$. Różniczkę zupełną entropii możemy zapisać

$$\mathrm{d}s = \left.\frac{\partial s}{\partial T}\right|_V \mathrm{d}T + \left.\frac{\partial s}{\partial V}\right|_T \mathrm{d}V \tag{4.38}$$

Termodynamiczne równanie różniczkowe z temperaturą i ciśnieniem jako zmiennymi niezależnymi jest postaci [46]

$$\mathrm{d}s = c_V \frac{\mathrm{d}T}{T} + \left.\frac{\partial p}{\partial T}\right|_V \mathrm{d}V \tag{4.39}$$

Porównując (4.38) oraz (4.39) otrzymujemy

$$\left.\frac{\partial s}{\partial T}\right|_V = \frac{c_V}{T}, \quad \left.\frac{\partial s}{\partial V}\right|_T = \left.\frac{\partial p}{\partial T}\right|_V$$

Ciepło właściwe przy stałej objętości obliczamy z równania (2.11), natomiast pochodną ciśnienia po temperaturze obliczamy z równania stanu

$$\left.\frac{\partial p}{\partial T}\right|_V = \sum_{i=1}^{3} f_i'(T)\, g_i(V) = \frac{R}{V} + \frac{RB}{V^2} + \frac{RT}{V^2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T} + \frac{RC}{V^3} + \frac{RT}{V^3}\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}T} \tag{4.40}$$

Wyznaczenie entropii będzie polegało na scałkowaniu równania (4.40) przy stałej temperaturze

$$s(T,V) = s(T_0,V_0) + s^D(T) - s^D(T_0) + \sum_{i=1}^{3}\left[f_i'(T)\int_{\infty}^{V} g_i(V)\,\mathrm{d}V - f_i'(T_0)\int_{\infty}^{V_0} g_i(V)\,\mathrm{d}V \right]$$

gdzie: $s^D(T) = \int \frac{c_V^D(T)}{T}\mathrm{d}T$

Dla wirialnego równania stanu (4.36) otrzymujemy:

$$s(T,V) = s(T_0,V_0) + s^D(T) - s^D(T_0) + \\ +R\left[\frac{1}{2V^2} + \left(B + T\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T}\right)\frac{1}{3V^3} + \left(C + T\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}T}\right)\frac{1}{4V^4}\right] \tag{4.41}$$

gdzie: $s^D(T) = R\left[(a-1)\ln T + bT + \frac{1}{2}cT^2 + \frac{1}{3}dT^3\right]$

Stałe a, b, c, d są współczynnikami wielomianu (2.14). Procedura obliczeniowy wyznaczania parametrów izentropowego przepływu gazu rzeczywistego polega na iteracyjnym rozwiązaniu równania (4.38) [15, 44] dla warunku izentropowości

$$s(T,V) - s(T_0,V_0) = 0 \tag{4.42}$$

Określenie warunków wystąpienia przepływu krytycznego wymaga obliczenia liczby Macha, zdefiniowanej wzorem

$$M = \frac{w}{c} \tag{4.43}$$

Lokalną prędkość w strumieniu gazu obliczamy z równania Bernoulliego dla gazów (4.35)

$$w = \sqrt{2\left(i_0 - i\right)} \tag{4.44}$$

Entalpia i może być określona z zależności $i = u + pV$. Ciśnienie p obliczamy z równania stanu (4.42). Energię wewnętrzną możemy obliczyć z następującego równania [46]

$$\mathrm{d}u = c_V \mathrm{d}T + \left[T \left.\frac{\partial p}{\partial T}\right|_V - p \right] \mathrm{d}V$$

Podstawiając zależności (4.36), (4.40) i całkując przy stałej temperaturze otrzymujemy

$$u = u^D(T) + \sum_{i=1}^{3} \left[T f_i'(T) - f_i(T) \right] \int_{\infty}^{V} g_i(V) \mathrm{d}V$$

gdzie: $u^D(T) = \int_0^T c_V^D(T) \mathrm{d}T = R\left[(a-1)T + \frac{b}{2}T^2 + \frac{c}{3}T^3 \right]$

Dla wirialnego równania stanu otrzymujemy

$$u(T,V) = u^D(T) - RT^2 \left(\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}T}\frac{1}{V} + \frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}T}\frac{1}{2V^2} \right)$$

Prędkość dźwięku w gazie jest prędkością propagacji zaburzeń o znikomej amplitudzie, których przemianą termodynamiczną jest izentropa, tzn. zmiany gęstości ośrodka na skutek zmian ciśnienia przebiegają zgodnie z równaniem przemiany izentropowej

$$c^2 = \left.\frac{\partial p}{\partial \rho}\right|_s = -V^2 \left[\left.\frac{\partial p}{\partial V}\right|_T + \frac{T}{c_V}\left(\left.\frac{\partial p}{\partial T}\right|_V \right)^2 \right] \tag{4.45}$$

przy czym w analizowanym przypadku, gdy do opisu stanu gazu zastosowane zostało równanie wirialne (4.42)

$$\left.\frac{\partial p}{\partial V}\right|_T = \sum_{i=1}^{3} f_i(T) g_i'(V) = -\frac{RT}{V^2} - \frac{2RTB(T)}{V^3} - \frac{3RTC(T)}{V^4} \tag{4.46}$$

W pracy [7] przeprowadzono porównawcze obliczenia testowe izentropowego przepływu metanu, stosując modele gazu doskonałego oraz gazu rzeczywistego opisanego równaniem Redlicha-Kwonga. Obliczenia przeprowadzono dla dwóch wartości parametrów spiętrzenia. W pierwszym przypadku ciśnienie i temperatura spiętrzenia wynosiły odpowiednio 232 bar i 267.0 K, w drugim 37.12 bar i 572.1 K. Względna różnica krytycznego strumienia masy w pierwszym przypadku wyniosła 18.8 %, natomiast w drugim 0.14 %. Analogiczne obliczenia porównawcze przepływu izentropowego wykonano w pracy [20] dla powietrza w zakresie parametrów spiętrzenia $T_0 = 300$ K oraz $5 < p_0 < 50$ (MPa). Błąd obliczeń funkcji wydatku krytycznego modelem gazu doskonałego wynosił 4-6 %.

Zastosowanie powyższej procedury wymaga numerycznego rozwiązania dwóch silnie nieliniowych równań algebraicznych w celu wyznaczenia temperatury z równania (4.41) przy warunku (4.42) oraz określenia warunków przepływu krytycznego ($M = 1$) z równań (4.43), (4.44), (4.45).

Z uwagi na trudności w dokładnym określeniu wymiarów geometrycznych dyszy oraz niepewność wyznaczenia warunków brzegowych problemu (błędy przybliżenia rzeczywistych parametrów przepływu w przekroju awarii wynikami rozwiązania modelu przepływu), do oszacowania wpływu efektów wykazywanych przez gaz rzeczywisty na strumień masy gazu w dyszy posłużono się uproszczonym modelem politropowym. Model ten jest powszechnie wykorzystywany w praktyce.

Po raz pierwszy sugestia zastosowania modelu politropowego do opisu izentropowego przepływu gazu rzeczywistego podana została w pracy Iberalla [24]. Stwierdzono, że stosunek ciepeł właściwych nie jest dokładną wartością wykładnika w równaniu (4.3). Wykorzystując definicję prędkości dźwięku

$$c^2 = \left.\frac{\partial p}{\partial \rho}\right|_s = -V^2 \left.\frac{\partial p}{\partial V}\right|_s \tag{4.47}$$

oraz równanie (4.22) po prostych przekształceniach otrzymano następujący wzór definicyjny wykładnika izentropy

$$n_s = \frac{c^2}{pV} \tag{4.48}$$

Iberall zaproponował ponadto, aby nachylenie izentropy dla płynu rzeczywistego w układzie współrzędnych PV określał następujący wykładnik,

$$\left.\frac{\partial p}{\partial V}\right|_s = \gamma \left.\frac{\partial p}{\partial V}\right|_T$$

Zależność tą łatwo uzyskać stosując relację cykliczności, w celu wprowadzenia ciepeł właściwych [39]. Po przekształceniach równania (4.22) uzyskujemy zależność

$$n_s = -\frac{V}{p}\left.\frac{\partial p}{\partial V}\right|_s$$

Powyższe równanie umożliwiło Edmisterowi [18] zaproponowanie następującego wzoru na wykładnik izentropy

$$n_s = -\gamma \frac{V}{P}\left.\frac{\partial p}{\partial V}\right|_T \tag{4.49}$$

W praktyce wykładnik izentropy określony równaniem (4.49) można łatwo obliczyć korzystając z równania (4.46), otrzymanego w oparciu o wirialne równanie stanu.

Mimo nowej definicji wykładnika izentropy (4.48), w dużej liczbie publikowanych prac nadal kontynuowano wyznaczanie wykładnika izentropy z zależności

$$n_s = \frac{c_p^D(T)}{c_V^D(T)} \tag{4.50}$$

lub

$$n_s = \frac{c_p(p,T)}{c_V(p,T)} \tag{4.51}$$

W pracy [2] analizowano wagę efektów wykazywanych przez gaz rzeczywisty przy pomiarach przepływu gazu dyszami krytycznymi. Strumień masy gazu obliczano z równania

$$M = S_{\min}\left(\frac{2}{1+n_s}\right)^{\frac{1+n_s}{2(n_s-1)}}\sqrt{\frac{n_s}{Z}\frac{p_0^2}{RT_0}} \tag{4.52}$$

Zaproponowano kilka metod efektywnego wyznaczania wykładnika izentropy i współczynnika ściśliwości. Analizowano m. in. przypadki, w których wartości Z oraz n_s obliczone z równań (4.50) lub (4.51), przyjmowane były dla parametrów spiętrzenia, parametrów krytycznych lub przyjmowane były jako średnia arytmetyczna z wartości obliczonych dla parametrów spiętrzenia i parametrów krytycznych. Wyniki obliczeń tymi metodami zostały następnie zweryfikowane w pracy [32]. Stwierdzono, że metoda polegająca na przyjęciu równania stanu gazu doskonałego, czyli $Z = 1$ oraz obliczeniu wykładnika izentropy jako ilorazu ciepeł właściwych gazu rzeczywistego z równania (4.51) przy ciśnieniu i w temperaturze odpowiadającym parametrom spiętrzenia:

$$\begin{cases} Z = 1 \\ n_s = \dfrac{c_p(p_0, T_0)}{c_V(p_0, T_0)} \end{cases} \tag{4.53}$$

mimo niezgodności z zależnościami dla gazu rzeczywistego podanymi przez Iberalla jest najdokładniejsza.

W pracy [38], Sullivan i Thompson pokazali, że dokładniejsze wyniki obliczeń przepływu metanu uzyskiwane są przyjmując do obliczeń równanie stanu gazu rzeczywistego oraz wykładnik izentropy równy stosunkowi ciepeł właściwych gazu doskonałego (4.50), zamiast stosunkowi ciepeł właściwych gazu rzeczywistego (4.51):

$$\begin{cases} Z = Z(p_0, T_0) \\ n_s = \dfrac{c_p^D(T_0)}{c_V^D(T_0)} = \dfrac{c_p^D(T_0)}{c_p^D(T_0) - R} \end{cases} \tag{4.54}$$

Analogiczny wynik uzyskano w pracy [16] badając naddźwiękowy przepływ powietrza.

4.4.2. NIEIZENTROPOWY PRZEPŁYW GAZU RZECZYWISTEGO

Analizy uogólnionych przepływów gazu rzeczywistego spotykane w literaturze dotyczą wielu zastosowań, włączając transport chemiczny, inżynierię chemiczną i procesową, teorię maszyn przepływowych, przepływy dwufazowe i inne. Rozważania obejmują między innymi zjawiska nieciągłości przepływu (fale uderzeniowe), różnorodne oddziaływania z otoczeniem, takie jak przemiany fazowe, reakcje chemiczne itp. Przykładem może być adiabatyczna ekspansja gazów po wybuchu.

Przedstawiony w poprzednim podrozdziale opis ustalonego, izentropowego ruchu gazu rzeczywistego wygodnie prowadziło się w konwencji równania przemiany izentropowej, wiążącego dwa parametry stanu postaci $p = p(V)$. Do opisu nieizentropowych przepływów gazu rzeczywistego stosuje się formę alternatywną, którą jest model $T = T(V)$. Model, który jest analogiczny do modelu politropowego, używa parametru Gruneissena [3] oraz drugiego, istotnego dla podobieństwa przepływu płynów ściśliwych parametru, którym jest fundamentalna pochodna dynamiki gazów [42].

Ogólną postać równań ustalonego przepływu gazu rzeczywistego tworzą analogicznie jak w przypadku gazu doskonałego zależności wyrażające wpływ poszczególnych form oddziaływań na zmiany parametrów pola przepływu. Równania wyrażające przyrosty parametrów przepływu w ruchu przewodem o zmiennym przekroju z uwzględnieniem tarcia i wymiany ciepła są następujące [20]

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x} = -\dfrac{w}{S}\dfrac{1}{1-M^2}\dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}x} + w\dfrac{M^2}{2\left(1-M^2\right)}\dfrac{1}{\rho c_V}\dfrac{\partial p}{\partial T}\bigg|_\rho \dfrac{4\bar{f}}{\bar{D}} + \dfrac{w}{c^2\rho c_V}\dfrac{1}{1-M^2}\dfrac{\partial p}{\partial T}\bigg|_\rho \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}x} & (4.55) \\ \dfrac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}x} = \dfrac{\rho}{S}\dfrac{M^2}{1-M^2}\dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}x} - \rho\dfrac{M^2}{2\left(1-M^2\right)}\dfrac{1}{\rho c_V}\dfrac{\partial p}{\partial T}\bigg|_\rho \dfrac{4\bar{f}}{\bar{D}} - \dfrac{1}{c^2 c_V}\dfrac{1}{1-M^2}\dfrac{\partial p}{\partial T}\bigg|_\rho \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}x} & (4.56) \\ \dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} = \dfrac{p}{S}\dfrac{n_s M^2}{1-M^2}\dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}x} - p\dfrac{n_s M^2}{2\left(1-M^2\right)}\dfrac{1}{\rho c_V}\dfrac{\partial p}{\partial T}\bigg|_\rho \dfrac{4\bar{f}}{\bar{D}} - \dfrac{p}{\rho c^2 c_V}\dfrac{n_s M^2}{1-M^2}\dfrac{\partial p}{\partial T}\bigg|_\rho \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}x} & (4.57) \\ \dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = \dfrac{\partial T}{\partial \rho}\bigg|_s \left\{\dfrac{T}{S}\dfrac{M^2}{1-M^2}\dfrac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}x} - \dfrac{TM^2}{2\left(1-M^2\right)}\left[1-\left(\chi M^2-1\right)\dfrac{\rho}{T}\dfrac{\partial T}{\partial \rho}\bigg|_p\right]\dfrac{4\bar{f}}{\bar{D}} + \right. \\ \qquad \left. -\dfrac{\rho}{c^2}\dfrac{\chi M^2-1}{1-M^2}\dfrac{\partial T}{\partial \rho}\bigg|_p \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}x}\right\} & (4.58) \end{cases}$$

gdzie pochodna $\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}x}$ reprezentuje proces doprowadzenia/odprowadzenia ciepła z dyszy na skutek wymiany ciepła z otoczeniem (w gazie doskonałym określa zmianę entalpii spiętrzenia $\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}x} = \bar{c}_p^D \frac{\mathrm{d}T_0}{\mathrm{d}x}$). Wyznaczenie w sposób jawny zmian powyższych parametrów wymaga przyjęcia modelu dyssypacji energii na skutek oporów tarcia oraz wymiany ciepła z otoczeniem.

W rezultacie otrzymujemy układ nieliniowych równań różniczkowych, którego rozwiązanie pozwala na ilościową ocenę parametrów przepływu. Współczynniki układu równań — prędkość dźwięku, ciepło właściwe, wykładnik izentropy oblicza się z równania stanu gazu. Widocznym jest, że realizacja powyższego schematu obliczeniowego jest stosunkowo kosztowna w sensie nakładu obliczeniowego. Wymaga przyjęcia modeli dyssypacji energii na skutek oporów liniowych oraz wymiany ciepła z otoczeniem. Łatwo przewidzieć, że w przypadku pęknięcia gazociągu wysoce dokładnemu przybliżeniu procesów cieplno–przepływowych w dyszy niestety zwykle nie towarzyszyłyby odpowiedniej jakości dane do rozwiązania zagadnienia. Wynika to z nieznajomości wszystkich wymiarów geometrycznych dyszy, chropowatości ścianki rury, współczynnika przenikania ciepła między gazem a otoczeniem ścianki rury, parametrów fizykochemicznych materiałów z którymi wymieniane jest ciepło. Wobec powyższych uwarunkowań w pracy nie rozwiązywano dokładnego modelu ustalonego przepływu gazu rzeczywistego kanałem zbieżnym. Analizę różnic związanych z odstępstwem od modelu gazu doskonałego przeprowadzona została w oparciu o model politropowy.

Dodatkową trudnością przy modelowaniu przepływu w miejscu nieszczelności może być jakość przybliżenia rzeczywistego pola prędkości przepływu w dyszy modelem jednowymiarowym. Jest oczywiste, że w przypadku poważnych uszkodzeń mechanicznych ścianki rurociągu, odstępstwo geometrii otworu od geometrii kanału osiowosymetrycznego może być znacz-

ne. W takich przypadkach uwzględnienie dodatkowej strat energetycznych wynikających z asymetrii profilu prędkości w kanale oraz zawirowań w polu prędkości możliwe jest jedynie za pośrednictwem empirycznego współczynnika wypływu.

4.5. WYNIKI OBLICZEŃ TESTOWYCH

4.5.1. MODEL GAZU DOSKONAŁEGO

Analizowane były cztery modele, różniące się między sobą stopniem przyjętych uproszczeń. W modelu najdokładniejszym uwzględnione zostały straty miejscowe na wlocie do dyszy zgodnie z równaniami (4.31) a także obecność sił tarcia oraz wymiany ciepła przy przepływie gazu w dyszy. Model ten opisany jest układem równań (4.28)–(4.30). W modelach uproszczonych nie uwzględniano kolejno: oporów miejscowych na wlocie do dyszy, oporów miejscowych i wymiany ciepła między gazem a otoczeniem dyszy oraz oporów miejscowych, wymiany ciepła i strat na skutek sił tarcia. Oznacza to, że ostatni z analizowanych modeli opisuje ruch przy przemianie izentropowej.

Do rozwiązania układów równań (4.19)–(4.21) oraz (4.28)–(4.30) zastosowano czterokrokową procedurę Rungego-Kutty numerycznego całkowania układu równań różniczkowych zwyczajnych. Analizowano wypływ przez dyszę zbieżną przy następujących danych: ciśnienie w gazociągu p_0= 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 MPa, temperatura gazu w gazociągu T_0= 278.15 K, prędkość przepływu gazu w gazociągu 10 m/s, średnica otworu wylotowego dyszy d_{min} = 0.10 m, średnica otworu wlotowego dyszy d_{max} = 0.30 m, długość dyszy g = 0.30 m.

Przyjęto, że kształt dyszy odpowiada liniowym zmianom pola przekroju poprzecznego. Współczynnik oporów hydraulicznych obliczono ze wzoru Colebrooka-White'a. Przyjęto arbitralnie, że chropowatość bezwzględna ścianki dyszy wynosi 0.2 mm i jest rezultatem korozji oraz odkształcenia wewnętrznej powierzchni ścianki dyszy w chwili pęknięcia.

W obliczeniach wymiany ciepła założono, że liniowy współczynnik przenikania ciepła między gazem a otoczeniem jest równy k_L = 100 W/mK (wartość odpowiadająca współczynnikowi przewodzenia ciepła w stali — pominięto opór przejmowania między gazem a ścianką dyszy oraz opór przewodzenia w gruncie stanowiącym otoczenie dyszy). Przyjęto temperaturę otoczenia gazociągu równą T_g= 278.15 K.

W obliczeniach uwzględniono miejscowe straty ciśnienia na wlocie do dyszy korzystając ze współczynnika oporów miejscowych. Przyjęto współczynnik oporu miejscowego ζ= 0.69. Zmiany ciśnienia i temperatury obliczono z równań (4.31). Wyniki obliczeń przedstawione zostały w tablicy 4.2. W tablicy 4.3 przedstawiono błąd względny wyników obliczeń strumienia masy gazu, odniesiony do wyników uzyskanych z rozwiązania modelu uwzględniającego tarcie, wymianę ciepła i opory miejscowe.

Wyniki obliczeń przedstawione w tablicy 4.3 pokazują, że niezależnie od wartości ciśnienia w gazociągu, uproszczone wyznaczenie oporów ruchu polegające na nie uwzględnianiu oporów miejscowych prowadzi do wyznaczenia strumienia masy gazu z błędem względnym na poziomie 0.1 %. Należy jednak mieć na uwadze dużą niepewność przyjmowanych wartości współczynnika oporów miejscowych ζ. Pominięcie wpływu wymiany ciepła nie powoduje znaczącego wzrostu błędu jakim obarczone są wyniki obliczeń. Zaniedbanie wpływu sił tarcia powoduje wzrost błędu przekraczający 3.0 %.

Tablica 4.2. Wyniki symulacji wypływu gazu dyszą zbieżną.

Ciśnienie w gazociągu p_0, MPa	model uwzględniający tarcie i wymianę ciepła zgodnie z równaniami (4.28) ÷ (4.30) oraz opory miejscowe (4.31)		model z uwzględnieniem tarcia i wymiany ciepła (4.28) ÷ (4.30)		model adiabatyczny z uwzględnieniem tarcia (4.19) ÷ (4.21)		model izentropowy (4.15)	
	Strumień masy gazu	*Współczynnik wydatku**	*Strumień masy gazu*	*Współczynnik wydatku**	*Strumień masy gazu*	*Współczynnik wydatku**	*Strumień masy gazu*	*Współczynnik wydatku**
	kg/h	-	kg/h	-	kg/h	-	kg/h	-
1	52022.46	0.969	52091.76	0.970	52091.55	0.970	53693.70	1.00
2	104077.81	0.969	104216.43	0.970	104216.21	0.970	107425.60	1.00
3	156109.61	0.969	156317.53	0.970	156317.32	0.970	161131.25	1.00
4	208142.39	0.969	208419.61	0.970	208419.4	0.970	214837.86	1.00
5	260175.80	0.969	260522.32	0.970	260522.11	0.970	268545.12	1.00
6	312209.52	0.969	312625.35	0.970	312625.13	0.970	322252.70	1.00
7	364243.42	0.969	364728.55	0.970	364728.34	0.970	375960.47	1.00
8	416277.44	0.969	416831.87	0.970	416831.66	0.970	429668.36	1.00

* w odniesieniu do wypływu izentropowego

Tablica 4.3. Błędy względne wartości strumienia masy z tablicy 4.2 (odniesione do wyników uzyskanych z uwzględnieniem tarcia, wymiany ciepła i oporów miejscowych).

Ciśnienie w gazociągu p_0, MPa	model z uwzględnieniem tarcia i wymiany ciepła (4.33) ÷ (4.35)	model adiabatyczny z uwzględnieniem tarcia (4.23) ÷ (4.25)	model izentropowy
	%	%	%
1	0.1	0.1	3.2
2	0.1	0.1	3.2
3	0.1	0.1	3.2
4	0.1	0.1	3.2
5	0.1	0.1	3.2
6	0.1	0.1	3.2
7	0.1	0.1	3.2
8	0.1	0.1	3.2

Wpływ wymiany ciepła między gazem a otoczeniem dyszy można uznać za pomijalnie mały. Oznacza to, że przemiana adiabatyczna stanowi bardzo dobre przybliżenie rzeczywistego procesu termodynamicznego zachodzącego w czasie przepływu gazu przez dyszę. Wpływ sił tarcia jest znaczący i należy go uwzględniać w obliczeniach.

Badając wpływ różnych czynników na parametry termodynamiczne gazu stwierdzono silną zależność strumienia masy gazu wypływającego przez dyszę od wielkości sił tarcia gazu o ścianki dyszy. W tablicy 4.4 zestawiono wyniki symulacji wypływu gazu przez dyszę przy różnej chropowatości bezwzględnej ścianki dyszy.

Tablica 4.4. Wyniki symulacji wypływu gazu dyszą zbieżną z zastosowaniem modelu uwzględniającego tarcie i wymianę ciepła (4.19) ÷ (4.21).

Ciśnienie w gazociągu p_0, MPa	Strumień masy gazu przez dyszę (kg/h) oraz odpowiadające im współczynniki wydatku (w odniesieniu do wypływu izentropowego), w zależności od chropowatości bezwzględnej ścianki dyszy (mm)							
	$k = 0.1$		$k = 0.2$		$k = 0.3$		$k = 0.4$	
1	52915.45	0.99	52022.46	0.97	50442.08	0.94	47459.15	0.88
2	105866.57	0.99	104077.81	0.97	100912.41	0.94	94938.83	0.88
3	158792.66	0.99	156109.61	0.97	151361.69	0.94	142401.64	0.88
4	211719.72	0.99	208142.39	0.97	201811.94	0.94	189865.44	0.88
5	264647.42	0.99	260175.80	0.97	252262.81	0.94	237329.81	0.88
6	317575.44	0.99	312209.52	0.97	302713.98	0.94	284794.47	0.88
7	370503.65	0.99	364243.42	0.97	353165.32	0.94	332259.30	0.88
8	423431.97	0.99	416277.44	0.97	403616.78	0.94	379724.22	0.88

* w odniesieniu do wypływu izentropowego

Rezultaty zawarte w tablicy 4.4 pokazują istotne różnice wartości strumienia masy gazu w zależności od chropowatości ścianki dyszy. Brak możliwości uwzględnienia zmian czynników wpływających na wielkość sił tarcia przy przepływie gazu może być istotną wadą metody opartej na uwzględnianiu strat energetycznych w oparciu o stały współczynnik wypływu.

4.5.2. MODEL GAZU RZECZYWISTEGO

Badania polegały na porównaniu dwóch metod wyznaczania parametrów gazu rzeczywistego przy wypływie krytycznym. W obu przypadkach do obliczenia strumienia masy gazu stosuje się równanie (4.52). Pierwszą z analizowanych metod była procedura zaproponowana przez Pate'a [31], w której współczynnik ściśliwości oraz wykładnik izentropy gazu obliczono z równania (4.53). Drugą metodą była procedura sugerowana przez Sullivana i Thompsona [38], dla której współczynniki równania (4.52) wyznacza się z zależności (4.54). Wyniki obliczeń przedstawiono w tablicy 4.5.

Tablica 4.5. Wyniki symulacji izentropowego wypływu gazu rzeczywistego dyszą zbieżną.

Ciśnienie w gazociągu p_0, MPa	współczynnik ściśliwości oraz wykładnik izentropy wg modelu (4.53)		Współczynnik ściśliwości oraz wykładnik izentropy wg modelu (4.54)	
	Strumień masy gazu	*Współczynnik wydatku**	*Strumień masy gazu*	*Współczynnik wydatku**
	kg/h	-	kg/h	-
1	54061.71	1.007	54220.16	1.010
2	109315.02	1.018	109854.28	1.023
3	165890.91	1.030	166945.26	1.036
4	224008.31	1.043	225573.54	1.050
5	283863.95	1.057	285783.93	1.064
6	345649.65	1.073	347593.93	1.079
7	409546.44	1.089	410979.38	1.093
8	475720.34	1.107	475855.50	1.107

* w odniesieniu do izentropowego przepływu gazu doskonałego

Tablica 4.6. Błędy względne wartości strumienia masy obliczonych modelem gazu doskonałego (4.15) (odniesione do wyników uzyskanych z rozwiązania modeli gazu rzeczywistego).

Ciśnienie w gazociągu p_0, MPa	w stosunku do wyników modelu (4.60)	w stosunku do wyników modelu (4.68)
	%	%
1	0.7	1.0
2	1.7	2.2
3	2.9	3.5
4	4.1	4.8
5	5.4	6.0
6	6.8	7.3
7	8.2	8.5
8	9.7	9.7

W tablicy 4.5 widoczny jest monotoniczny wzrost współczynnika wydatku, którego wartość odniesiona do wyników uzyskanych modelem gazu doskonałego, we wszystkich przypadkach przekracza 1.0. Wynika to z porównania równań (4.15) i (4.52) przy stałej wartości ciśnienia i temperatury w strumieniu. Również dla stanu gazu rzeczywistego interpretację fizyczną równania (4.52) stanowi równanie (4.2). Przeprowadźmy krótką analizę przebiegu zmienności funkcji opisanej równaniem (4.2). Otrzymujemy

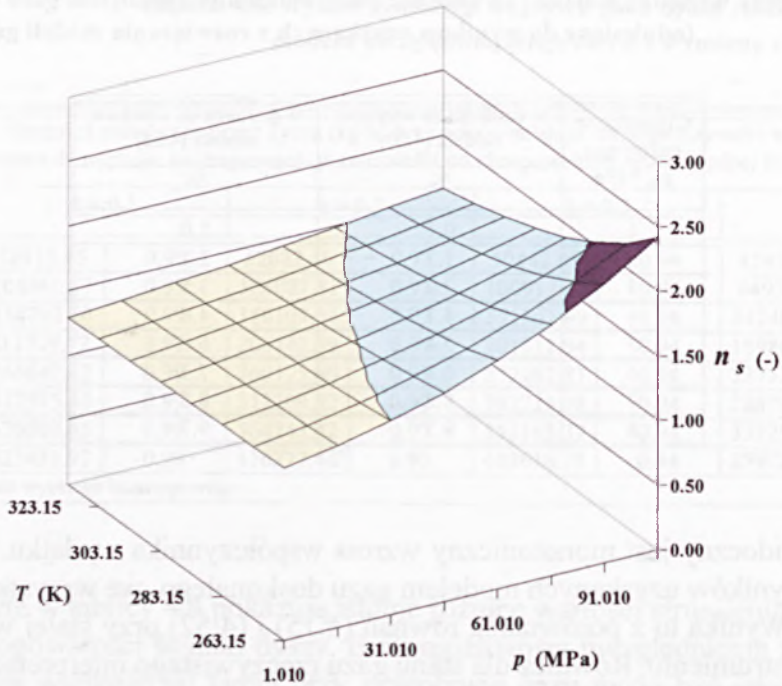
$$Q^{rz} = \rho w S = \frac{p}{ZRT}\sqrt{n_s ZRT}\, S_{\min} = Q^d \sqrt{\frac{n_s}{\gamma Z}} \tag{4.59}$$

gdzie: Q^{rz} — strumień masy gazu rzeczywistego,
Q^d — strumień masy gazu doskonałego,
n_s — wykładnik izentropy gazu rzeczywistego,
γ — wykładnik izentropy gazu doskonałego.

Wykładnik izentropy gazu rzeczywistego w metodzie opisanej zależnościami (4.53) równy jest ilorazowi ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu i ciepła właściwego przy stałej objętości. Wynik obliczeń tej wielkości w funkcji ciśnienia i temperatury podano w tablicy 4.7 oraz na rys. 4.7.

Tablica 4.7. Stosunek ciepeł właściwych dla mieszaniny o składzie wg tab. 2.5.

p (bar) \ T (K)	263.15	273.15	283.15	293.15	303.15	313.15	323.15	333.15
0.101	1.34	1.33	1.32	1.32	1.31	1.30	1.30	1.29
1.601	1.41	1.39	1.38	1.37	1.35	1.34	1.33	1.32
3.101	1.50	1.47	1.45	1.42	1.40	1.39	1.37	1.36
4.601	1.62	1.57	1.53	1.49	1.46	1.44	1.42	1.40
6.101	1.76	1.69	1.62	1.57	1.53	1.50	1.47	1.44
7.601	1.94	1.83	1.74	1.67	1.61	1.56	1.52	1.49
9.101	2.16	2.00	1.87	1.77	1.70	1.63	1.58	1.54
10.601	2.42	2.20	2.03	1.90	1.79	1.71	1.65	1.59



Rys. 4.7. Iloraz ciepeł właściwych w funkcji ciśnienia i temperatury dla mieszaniny o składzie wg tab. 2.5.

Wykładnik n_s jest rosnącą funkcją ciśnienia. Prawdziwa jest zależność $\frac{n_s}{\gamma} > 1$, a ponieważ $Z = 1$, z równania (4.59) wynika $\frac{Q^r}{Q^d} > 1$

W przypadku zależności (4.54) wykładnik izentropy gazu rzeczywistego równy jest wykładnikowi izentropy gazu doskonałego $\frac{n_s}{\gamma} = 1$, a ponieważ $Z < 1$, prawdziwa jest zależność $\sqrt{\frac{1}{Z}} > 1$. W rezultacie uzyskujemy $\frac{Q^r}{Q^d} > 1$.

Ponieważ wzrost wartości ciśnienia powoduje zmniejszenie współczynnika ściśliwości oraz wzrost wykładnika izentropy, dlatego współczynniki wydatku w tablicy 4.5 rosną wraz ze wzrostem ciśnienia.

W praktyce, do wyznaczania ilości gazu traconego przy awariach związanych z uszkodzeniem gazociągu i wypływem gazu do atmosfery, stosuje się wzory uproszczone lub korzysta się z danych w postaci tabel. W pracy [17] do obliczenia objętości gazu traconego w czasie jednej godziny przy krytycznym wypływie z gazociągu proponuje się stosować wzór

$$V_n = 8.864 PD^2 \tag{4.60}$$

gdzie: V_n — objętość gazu w warunkach normalnych (p_n =101325 Pa, T_n =273.15 K), m^3,
P — średnie ciśnienie w gazociągu, MPa,
D — średnica otworu, m.

W polskich zakładach gazowniczych, do wyznaczania ilości gazu traconego przy awariach obecnie stosuje się tablice. Przykładem są „zasady-wytyczne wyliczania ilości gazu zużywanego przy pracach eksploatacyjnych lub traconego przy awariach" zawarte w [48].

Porównanie danych zawartych w tym opracowaniu z wynikami obliczeń przeprowadzonych korzystając ze wzoru (4.60) oraz wynikami obliczeń z tab. 4.5, przeprowadzonych dla modelu (4.54) przedstawiono w tab. 4.8. Przyjęto wypływ otworem średnicy 0.1 m, współczynnik wypływu $C = 1.0$, gęstość gazu w warunkach normalnych wynosi $\rho_n = 0.82265$ kg/m^3.

Przyczyną tak dużych rozbieżności wyników obliczeń mogą być pewne dodatkowe założenia, przyjęte na etapie wyznaczania współczynnika we wzorze (4.60). Brak jest bowiem informacji na temat zakresu prędkości przepływu w gazociągu oraz składu gazu przyjętego do obliczeń (który determinuje wartość wykładnika izentropy). Objętość gazu uzyskana z obliczeń modelem politropowym odpowiada przypadkowi stałej wartości ciśnienia w gazociągu. Równanie (4.60) wymaga natomiast określenia średniego ciśnienia gazu w pobliżu miejsca wypływu. Brak jest informacji na temat sposobu uśredniania, co może być przyczyną tak dużych rozbieżności wyników obliczeń.

Tablica 4.8. Wyniki porównania procedur stosowanych w praktyce eksploatacyjnej.

Ciśnienie w gazociągu p_0, MPa	Objętość gazu		
	obliczenia wg modelu politropowego (4.54)	obliczenia wg (4.60)	dane wg [47]
	m^3	m^3	m^3
1	65909	88640	69700
2	133537	177280	141260
3	202935	265920	214580
4	274167	354560	289900
5	347394	443200	367070

Tablica 4.9. Błędy względne wartości objętości gazu z tablicy 4.8 (odniesione do wyników uzyskanych z rozwiązania modelu (4.68)).

Ciśnienie w gazociągu p_0, MPa	Błąd względny obliczeń wg (4.60)	Błąd względny danych wg [47]
	%	%
1	34.5	5.8
2	32.8	5.8
3	31.0	5.7
4	29.3	5.7
5	27.6	5.7

WNIOSKI

1. W przypadku pęknięcia gazociągu dobrym przybliżeniem geometrii miejsca wypływu jest kanał zbieżny o zaokrąglonej krawędzi wlotowej. Kontrakcja strumienia w kanale o gładkiej krawędzi wlotowej nie powoduje dużych strat miejscowych, pod warunkiem, że strumień zbiega w sposób jednorodny, tzn. jest symetryczny i nie towarzyszą mu zawirowania

w polu prędkości w przekroju poprzecznym do osi dyszy. Wyznaczenie oporów miejscowych powstających na skutek nieregularnych kształtów miejsca awarii wymaga zastosowania empirycznego współczynnika wypływu. Możliwość opisania ruchu równaniami dwu- lub trój-wymiarowego przepływu gazu ograniczona jest niepełną znajomością kształtu obszaru ruchu. Zastosowanie modelu jednowymiarowego jest tutaj skutecznym kompromisem, pozwalającym sformułować efektywny algorytm wyznaczania ilości gazu wypływającego z miejsca nieszczelności, w oparciu o równanie krytycznego wypływu gazu ze zbiornika.

2. Ocena ilościowa parametrów wypływu wymaga rozwiązania układu równań liniowych w przypadku gazu doskonałego oraz nieliniowych w przypadku gazu rzeczywistego. Stosując model gazu rzeczywistego, występujące w równaniach pochodne cząstkowe oraz parametry fizykochemiczne płynu oblicza się z równania stanu gazu. Wyraźnie rośnie nakład obliczeniowy wymagany do rozwiązania zagadnienia. Może to w sposób istotny zwiększyć czas pracy modułu obliczeniowego symulatora czasu rzeczywistego, odpowiadającego za wykrywanie, lokalizację oraz symulację różnych warunków pracy sieci w stanach awaryjnych.

3. Zmiany parametrów pola przepływu wynikają z trzech rodzajów oddziaływań: zmian pola przekroju przewodu, doprowadzenia/odprowadzenia ciepła oraz strat spowodowanych obecnością sił tarcia. Obliczenia przeprowadzone dla modelu gazu doskonałego wykazały, że można z doskonałym przybliżeniem pominąć efekty związane z wymianą ciepła między gazem a otoczeniem dyszy. Istotny jest wpływ oporów tarcia gazu o ścianki dyszy, którego nie uwzględnienie może prowadzić do błędów wyznaczenia strumienia masy gazu rzędu kilkunastu procent.

4. Nieznajomość wymiarów geometrycznych oraz chropowatości ścianek dyszy skłania do przyjęcia założeń upraszczających, polegających na zastosowaniu empirycznego współczynnika wypływu. Zbiór danych o współczynnikach wypływu na potrzeby symulacji awarii gazociągów powinien umożliwiać uwzględnienie chropowatości ścianek przewodu w miejscu awarii. Identyfikacja tego parametru ma duże znaczenie z punktu widzenia dokładności wyników obliczeń.

5. Odstępstwo od praw gazu rzeczywistego przy uproszczonym opisie termodynamicznym krytycznego wypływu gazu z gazociągu pod ciśnieniem od 1 do 8 MPa powoduje ujemny błąd obliczeń strumienia masy gazu sięgający $-1 \div -10$ %.

6. Wyznaczenie ilości gazu wypływającego kanałem zbieżnym w miejscu nieszczelności wymaga zastosowania równania (4.52) i jednego z modeli (4.53) lub (4.54) określania współczynników równania. Danymi do procedury są skład gazu, ciśnienie i temperatura gazu w przekroju awarii oraz współczynnik wypływu.

7. Istnieją duże różnice w wartościach ilości gazu traconych na skutek nieszczelności wyznaczanych zgodnie z procedurami obecnie stosowanymi w praktyce eksploatacyjnej. Potwierdza to celowość przeprowadzenia badań polegających na symulacji pęknięcia gazociągu powodującego niekontrolowany wypływu gazu do atmosfery z uwzględnieniem rozłożenia parametrów termodynamicznych i pola prędkości w gazociągu.

BIBLIOGRAFIA

[1] The American Gas Association: *Distribution — System Design*, A. G. A., Arlington 1990.
[2] Arnberg B. T.: *Review of Critical Flow Meters for Gas Flow Measurements*, ASME

Journal of Basic Engineering, Vol. 84, 447-460, 1962.
[3] Arp V.: *Thermodynamics of Single-Phase, One-DimensionalFluid Flow*, Cryogenics, Vol. 15,285-289, 1975.
[4] Baker R. C.: *Introductory guide to flow measurement*, Mechanical Engineering Publications Ltd., London 1989.
[5] Barczyński A., Kamiński R.: *Algorytm wyznaczania czasu napełniania oraz opróżniania gazociągów wysokiego i średniego ciśnienia*, w materiałach XXXIV Zjazdu Gazowników Polskich, Mikołajki 1996.
[6] Białecki R.A., Kruczek T.: *Frictional Diathermal Flow of Steam in a Pipeline,* Chemical Engineering Science, Vol. 51, No. 19, 4369-4378, 1996.
[7] Bober W., Chow W. L.: *Nonideal Isentropic Gas Flow Through Converging-Diverging Nozzles*, ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 112, No. 4, 455-460, 1990.
[8] Botros K.K., Jungowski W.M., Weiss M.H.: Models and Methods of Simulating Gas Pipeline Blowdown, Can. J. Chem.Eng. (The Canadian Journal of Chemical Engineering), Vol. 67, 529-539, 1989.
[9] Brodkey R. S., Hershey H. C.: *Transport phenomena*, McGraw-Hill Book, New York, 1998.
[10] Brower W. B. i in.: *On the Compressible Flow Through an Orifice*, Journal of Fluids Engineering, Trans. of the ASME, Vol. 115, No. 4, 660-664, 1993.
[11] Bukowski J.: *Mechanika płynów*, PWN, Warszawa, 1968.
[12] Chandrasekar D., Prasad P.: *Transonic Flow of a Fluid with Positive and Negative Nonlinearity through Nozzles*, Phys. Fluids A Vol. 3 427-438, 1991.
[13] Cramer M. S.: *On the Mach Number Variation in Steady Flows of Dense Hydrocarbons*, ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 113, No. 4, 675-680, 1991.
[14] Cramer M. S.: *Negative Nonlinearity in Selected Fluorocarbons*, Phys. Fluids A Vol. 1 1894-1897, 1989.
[15] Cramer M. S., Best L. M.: *Steady Isentropic Flow of Dense Gases*, Phys. Fluids A Vol. 3 219-226, 1991.
[16] Crown J. C.: *Flow of a Beattie-Bridgeman Gas with Variable Specific Heats*, NAVORD Report 2148, 1951.
[17] Datta-Barua L. *Natural Gas Measurement and Control*, McGraw-Hill Inc., New-York, 1992.
[18] Edmister W. C. *Applied Hydrocarbon Thermodynamics*: Part 7 — Isentropic Exponents for Gases, Petroleum Rafiner., Vol 37, No. 7, 153-162, 1958.
[19] Fagerlund A. C., Winkler R. J., *The Effect of Non-ideal Gases on Valve Sizing*, Adv. Instrum., Vol. 37, No. 3, 1323-1333, 1982.
[20] Górski J.: *Ustalone przepływy gazów o dużej gęstości*, w materiałach XII Krajowej Konferencji Mechaniki Płynów, Rzeszów — Jawor, 1996.
[21] Górski J., Chmielniak T.: *Physical Aspects of Retrograde Phenomena of HFC 134a in the Dense Gas Region*, w materiałach 2nd European Fluid Mechanics Conf., Warszawa, 1994.
[22] Gradle R. J.: *Design of Gas Pipeline Blowdowns*, Energy Processing/Canada, 1 (1984).
[23] Gryboś R.: *Podstawy mechaniki płynów*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1998.
[24] Iberall A. S.: *The Effective Gamma for Isentropic Expansions of Real Gases*, Journal of Applied Physics, Vol. 19, 997-999, 1948.
[25] ISO 9300: 1995 *Measurement of Gas Flow by Means of Critical Flow Venturi Nozzles.*
[26] ISO 12213-3:1997 *Natural gas - Calculation of Compression factor - Part 3: Calculation using physical properties.*
[27] Jermak C. J., Piątkowski R.: *Badania charakterystyk przelotowości dysz otworowych*, w materiałach XIII Krajowej Konferencji Mechaniki Płynów, Częstochowa, 1998.

[28] Johnson R. W. (ed.): *The Handbook of Fluid Dynamics*, CRC Press, London, 1998.
[29] Landau L., Lifszyc L.: *Hydrodynamika*, PWN, Warszawa 1994.
[30] Menikof, R., Plohr R.: *Riemann Problem for Fluid Flow of Real Materials*, Rev. Mod. Phys., Vol. 61, No. 1, 75-130, 1989.
[31] Osiadacz A. J. *Statyczna symulacja sieci gazowych*, Fluid Systems, Warszawa 2001.
[32] Pate S. R.: *Errors in Sonic Nozzle Mass Flow Measurements at High Supply Preasures and Moderate Temperature Due to Real Gas Effects*, ASME 68-WA/FM-6, 1968
[33] PN-76 M-34034: 1976 *Rurociągi. Zasady obliczeń strat ciśnienia.*
[34] Schnerr G. H., Leidner P.: *Diabatic Supersonic Flows of Dense Gases*, Phys. Fluids A Vol. 3, 2445-2451, 1991
[35] Shapiro, A. H.: *The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow*. The Ronald Press Company, New York 1954.
[36] Strojny J.: *Propozycja określania odległości stacji gazowych od innych obiektów ze względu na niebezpieczeństwo pożaru*, Nowoczesne Gazownictwo 3 (2000).
[37] Sullivan D. A.: *Historical Review of Real-Fluid Isentropic Flow Models*, ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 103, 258-267, 1981.
[38] Sullivan D. A., Thompson, P. A.: *Some General Numerical Techniques for Real-Gas Thermodynamic Calculations with Application to Isentropic Flow*, Max-Planck-Institut fuer Stroemungsforschung Bericht 116, Goettingen, 1976.
[39] Szargut J.: *Termodynamika techniczna*, PWN, Warszawa, 1991
[40] Szumowski A., Selerowicz W., Piechna J.: *Dynamika gazów*, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1998.
[41] Thompson P. A.: *A Fundamental Derivative in Gasdynamics*, Phys. Fluids, Vol. 14, 1843-1849, 1971.
[42] Thompson P. A., Sullivan D. A.: *Exact and Approximate Equations for Real-fluid Isentropic Flow*, ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 100, No. 4, 413-418, 1978.
[43] Torizumi Y., Hirayama N., Maeda T.: *Flow Characteristics and Methods of flow Calculation of High-speed Compressible Flow through Pipe Orifices*, Bull. of the JSME, Vol. 26, No. 211, 57-67, January 1983.
[44] Vinokur M.: *Discussion of Nonideal Isentropic Gas Flow Through Converging-diverging Nozzles*, ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 112, 460-461, 1990.
[45] Walden H.: *Mechanika płynów*, Wydawnictwa Pol. Warszawskiej, Warszawa, 1991.
[46] Wark K.: *Advanced Thermodynamics For Engineers*, McGraw-Hill, New York, 1995.
[47] Warowny W.: *Termodynamiczne funkcje konfiguracyjne substancji gazowych przedstawione za pomocą współczynników wirialnych*, Gaz Woda i Technika Sanitarna, nr 53., 1979.
[48] Zarządzenie Dyrektora Mazowieckiego Zakładu Gazowniczego z 14.03.1995 r. dotyczące wytycznych wyliczania traconych ilości gazu, (materiały nie publikowane).
[49] ZN-G-4004 *Pomiary paliw gazowych. Metody obliczania współczynników ściśliwości*, Norma Zakładowa PGNiG, Warszawa, 1995.

V Wybór metody numerycznej rozwiązania problemu

5.1. Metoda prostych 105

5.3. Układy równań sztywnych 107

5.4. Algorytm całkowania zmiennokrokowego 109

5.4.1. Wyznaczenie nowego rozwiązania przybliżonego (etap I) 110
5.4.2. Szacowanie wartości błędu lokalnego (etap II) 113
5.4.3. Strategie wyboru długości kroku (etap III i IV) 113

Wnioski 114

Bibliografia 115

Zagadnienie symulacji sieci gazowej w stanach nieustalonych można najogólniej sprowadzić do dwóch etapów. Pierwszym jest określenie obowiązującego dla danej sieci matematycznego modelu przepływu gazu, następnym etapem jest rozwiązanie wynikającego z przyjętego modelu układu równań różniczkowych cząstkowych. Rozwiązanie modelu wymaga ścisłego zdefiniowania warunków początkowych i brzegowych, w określonej liczbie charakterystycznych punktów sieci.

Przypadek pęknięcia gazociągu opisany jest modelem hiperbolicznym, który uwzględnia zjawiska falowe przy przepływie gazu w czasie awarii. Do opisu przepływu wybrano model nieizotermiczny, ponieważ określenie ilości gazu wypływającego z gazociągu w miejscu awarii wymaga znajomości wartości temperatury. Ponadto, modele nieizotermiczne, ze względu na wysoką dokładność przybliżenia rzeczywistego zjawiska przepływu pozwalają dokładniej wyznaczać rozkład ciśnienia w sieci. Jest oczywiste, że zmiany ciśnienia w miejscu awarii w bardzo istotny sposób wpływają na wynik obliczeń ilości gazu traconego na skutek nieszczelności. W stanach awaryjnej pracy systemu mają miejsce duże zmiany temperatury gazu, wynikające z istotnych zmian parametrów pola przepływu (prędkości) gazu. Dlatego równanie energii zastosowane w modelu przepływu umożliwia odpowiednio dokładny opis termodynamiczny procesu przepływu, z uwzględnieniem energii kinetycznej oraz wymiany ciepła w chwilowym bilansie energii układu. Powyższe czynniki powodują, że wybranej do rozwiązania problemu metodzie numerycznej stawiane są wysokie wymagania w zakresie efektywności.

Ponieważ o efektywności całego algorytmu symulacji decyduje w głównej mierze efektywność metody numerycznej stosowanej do rozwiązania modelu przepływu, głównym celem jest zapewnienie, aby wybrana metoda działała stosunkowo szybko, umożliwiając symulację w czasie rzeczywistym z uzyskaniem wyników na określonym poziomie dokładności. Celem symulacji nie jest wyznaczenie wartości parametrów przepływu w każdej chwili czasowej z minimalnym błędem, lecz określenie charakteru ich jakościowych i ilościowych zmian w czasie. Wynika to z następujących faktów: warunek początkowy znany jest jedynie w sposób przybliżony, warunki brzegowe są tylko pewnym przybliżeniem rzeczywistej zmienności parametrów (np. rozbiory gazu mogą być przybliżone funkcjami przedziałami liniowymi lub przedziałami stałymi), modele wymiany ciepła nie pozwalają uwzględnić wszystkich czynników wpływających na procesy cieplne zachodzące między gazem a otoczeniem, parametry rurociągu (chropowatość wewnętrzna ścianki rury) i gruntu (ciepło właściwe, współczynnik przewodzenia ciepła, zawartość wilgoci) znane sa w sposób przybliżony. W rezultacie wybrana metoda numeryczna powinna charakteryzować się dużym obszarem stabilności i niskim rzędem dokładności. Wymagania te praktycznie eliminują z zakresu rozważań metody wariacyjne, których wysoka dokładność wiąże się z dużym nakładem mocy obliczeniowej potrzebnej do rozwiązania problemu [4]. W rezultacie do rozwiązania zagadnień dynamicznej symulacji sieci gazowych stosuje się wyłącznie metody różnic skończonych.

Przykładem strategii stosowanych w metodach różnic skończonych rozwiązywania układów równań różniczkowych cząstkowych jest zastąpienie ich układem równań różniczkowych zwyczajnych ODE (akronim Ordinary Differential Equations) lub różniczkowo-algebraicznych DAE (Differential Algebraic Equations) o jednej zmiennej niezależnej, którą jest czas t, dla ściśle określonej liczby punktów dyskretyzacji po zmiennej przestrzennej x. Procedury te są koncepcją odpowiednio metody charakterystyk oraz metody prostych.

W przypadku metody charakterystyk warunek stabilności schematu różnicowego (warunek Couranta-Frierichsa-Levy'ego) określa ograniczenie wynikające z największej prędkości propagacji zaburzeń w gazie. (Ograniczenie to dotyczy również innych schematów różnicowych,

np. schematu Laxa-Wendroffa). Ograniczenie to powoduje, że długość kroków dyskretyzacji po czasie znacząco maleje przy małych przedziałach dyskretyzacji po zmiennej przestrzennej, będących rezultatem na przykład krótkich długości rur.

Z kolei w przypadku równań różniczkowo-algebraicznych, układ taki posiada poważną wadę, jest mianowicie układem sztywnym. Przy rozwiązywaniu go jedną ze znanych metod numerycznego całkowania równań różniczkowych zwyczajnych (np. jawną metodą Rungego-Kutty) wada ta ujawnia się w postaci konieczności stosowania małych kroków całkowania w celu zapewnienia zbieżności rozwiązania. Długość kroku zależy zarówno od struktury układu, jak i charakteru zmian szukanych wartości (rozwiązań), tym samym optymalna długość kroku nie może być określona *a priori*, a tylko i wyłącznie metodą prób i błędów, w rezultacie obliczeń numerycznych. Istnieje jednak klasa nowoczesnych metod numerycznego całkowania równań różniczkowo-algebraicznych, które „potrafią" uporać się ze sztywnością układu. Są nimi metody zmiennokrokowe, które optymalizują długość kroku całkowania w zależności od wymaganej dokładności rozwiązania.

W zagadnieniu symulacji pęknięcia gazociągu przepływ gazu opisany jest modelem nieizotermicznym, którym jest układ równań różniczkowych cząstkowych typu hiperbolicznego. Koncepcja przyjęta w tej pracy polega na przekształceniu rozwiązywanego układu równań różniczkowych w układ równań różniczkowo-algebraicznych stosując metodę prostych. Następnie, wykorzystując jedną z metod całkowania zmiennokrokowego, sformułowano efektywny algorytm symulacji pęknięcia gazociągu. Celem niniejszej części pracy jest zaprezentowanie schematów aproksymujących wykorzystywanych w metodzie prostych oraz wybranych metod całkowania zmiennokrokowego dla klasy sztywnych równań różniczkowo-algebraicznych DAE.

5.1. METODA PROSTYCH

Jeżeli w równaniach różniczkowych cząstkowych, opisujących nieustalony jednowymiarowy ruch gazu, pochodne względem zmiennej przestrzennej x zastąpimy ich algebraiczną aproksymacją, pozostawiając jedynie pochodną pierwszego rzędu po czasie t, otrzymamy wówczas układ równań różniczkowo-algebraicznych z jedną zmienną niezależną. Każde z równań różniczkowo-algebraicznych odpowiadać będzie jednemu punktowi dyskretyzacji po zmiennej przestrzennej. Jest to pomysł wykorzystywany w metodzie prostych [6, 13], którą z powodzeniem można stosować zarówno do rozwiązywania równań różniczkowych cząstkowych parabolicznych, jak i hiperbolicznych.

Metodę prostych można rozpatrywać jako graniczny przypadek między metodami analitycznymi i numerycznymi. Od metod opartych w pełni na różnicach skończonych różni ją to, że jeden z wymiarów siatki prostokątnej dąży do zera. Oznacza to, że metoda prostych wymaga dyskretyzacji tylko względem jednej zmiennej, np. zmiennej przestrzennej, podczas gdy druga zmienna, np. czas pozostaje ciągła. Dzięki takiemu przekształceniu istnieje możliwość rozwiązania otrzymanego układu równań różniczkowo-algebraicznych w bardzo efektywny sposób, jedną z metod całkowania zmiennokrokowego. W przypadku symulacji sieci gazowych rozwiązywany tymi metodami układ równań różniczkowo-algebraicznych ma następującą postać

$$\mathbf{B}\frac{\mathrm{d}\mathbf{y}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{f}(t, \mathbf{y}) \tag{5.1}$$

gdzie B jest macierzą współczynników opisujących rodzaj i parametry pracy elementów nierurowych, **y** jest wektorem zawierającym zmienne zależne (wartości strumieni, temperatur oraz ciśnień lub gęstości), **f**(t, **y**) jest funkcją prawych stron układu równań, zależną od czasu oraz zmiennych zależnych. Zależność prawych stron układu równań od czasu wynika z uwzględnienia obciążeń sieci (dobowych przebiegów poboru gazu). Przyjmując pobór przedziałami stały w czasie równanie (5.1) możemy zapisać

$$\mathbf{B}\frac{\mathrm{d}\mathbf{y}}{\mathrm{d}t}=\mathbf{f}(\mathbf{y}) \tag{5.2}$$

W celu przekształcenia równań różniczkowych cząstkowych sformułowanego modelu matematycznego do powyższej postaci zastosowano metodę prostych. Jak wynika ze wzoru (5.2) model matematyczny musi mieć postać, w której po lewej stronie układu równań znajdują się jedynie pochodne po t wyznaczanych parametrów, a prawe strony są odpowiednio przekształconymi funkcjami zmiennych zależnych i stałych współczynników. W pracy przyjęto, że zmiennymi zaleznymi w układzie równań (5.2) będą ciśnienie, strumień objętości gazu w warunkach normalnych oraz temperatura gazu. Są to wielkości podlegające pomiarowi w rzeczywistych systemach przesyłowych, wyposażonych w sterowniki procesowe oraz infrastrukturę komunikacyjną.

W pracy [7] pokazano sposób przekształcenia układu równań (2.19)—(2.22) do postaci

$$\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{p}{T}\frac{\partial T}{\partial t}-\frac{ZR\rho_n}{A}T\frac{\partial Q_n}{\partial x} \tag{5.3}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q_n}{\partial t}=&\left(\frac{\rho_n ZR}{A}\frac{Q_n^2T}{p^2}-\frac{A}{\rho_n}\right)\frac{\partial p}{\partial x}-\frac{2\rho_n ZR}{A}\frac{Q_nT}{p}\frac{\partial Q_n}{\partial x}+\\&-\frac{\rho_n ZR}{A}\frac{Q_n^2}{p}\frac{\partial T}{\partial x}-\frac{2f\rho_n ZR}{DA}\frac{TQ_n|Q_n|}{p}\end{aligned} \tag{5.4}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial T}{\partial t}=&\frac{Z^2R^2\rho_n}{c_VA}\frac{Q_nT^2}{p^2}\frac{\partial p}{\partial x}-\frac{Z^2R^2\rho_n}{c_VA}\frac{T^2}{p}\frac{\partial Q_n}{\partial x}-\left(\frac{Z^2R^2\rho_n}{c_VA}+\frac{ZR\rho_n}{A}\right)\frac{Q_nT}{p}\frac{\partial T}{\partial x}+\\&-\frac{k_LZR}{c_VA}\frac{T}{p}\left(T-T_{gruntu}\right)+\frac{2f\rho_n^3Z^3R^3}{c_VDA^3}\frac{Q_n^3T^3}{p^3}\end{aligned} \tag{5.5}$$

gdzie: Q_n — strumień objętości gazu w warunkach normalnych,
ρ_n — gęstość gazu w warunkach normalnych,

W równaniach (5.3)–(5.5), zgodnie z ideą metody prostych funkcje zmiennych zależnych zdyskretyzowano względem zmiennej przestrzennej na N przedziałów, czas pozostawiając ciągły. Pochodne po zmiennej przestrzennej zastąpiono ich aproksymacją zgodnie z oznaczeniami

$$\frac{\partial y_j}{\partial x}=\Delta_x\left(y_j\right)$$

otrzymując układ równań różniczkowo-algebraicznych z jedną zmienną niezależną t postaci

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial p_j}{\partial t} = \dfrac{p_j}{T_j}\dfrac{\partial T_j}{\partial t} - \alpha_2 Z_j T_j \Delta_X\left(Q_{nj}\right) & j = 0,1,\ldots,N \\
\dfrac{\partial Q_{nj}}{\partial t} = \left(\alpha_2 \dfrac{Z_j Q_{nj}^2 T_j}{p_j^2} - \alpha_5\right)\Delta_X\left(p_j\right) - \alpha_6 \dfrac{Z_j Q_{nj} T_j}{p_j}\Delta_X\left(Q_{nj}\right) & \\
\qquad - \alpha_2 \dfrac{Z_j Q_n^2}{p_j}\Delta_X\left(T_j\right) - \alpha_7 \dfrac{Z_j T_j Q_{nj}\left|Q_{nj}\right|}{p_j} & j = 0,1,\ldots,N \\
\dfrac{\partial T_j}{\partial t} = \alpha_1 \dfrac{Z_j^2\left|Q_{nj}\right| T_j^2}{c_{Vj} p_j^2}\Delta_X\left(p_j\right) - \alpha_1 \dfrac{Z_j^2 T_j^2}{c_{Vj} p_j}\dfrac{\partial Q_{nj}}{\partial x} - \left(\dfrac{Z_j^2}{c_{Vj}}\alpha_1 + Z_j \alpha_2\right)\dfrac{Q_{nj} T_j}{p_j}\Delta_X\left(T_j\right) & \\
\qquad - \alpha_4 \dfrac{Z_j T_j}{c_{Vj} p_j}\left(T_j - T_{gruntu}\right) + \alpha_3 \dfrac{Z_j^3 Q_{nj}^3 T_j^3}{c_{Vj} p_j^3} & j = 0,1,\ldots,N
\end{cases}
\tag{5.6}
$$

gdzie:

$$
\alpha_1 = \frac{R^2 \rho_n}{A}, \qquad \alpha_2 = \frac{R \rho_n}{A}, \qquad \alpha_3 = \frac{2 f \rho_n^3 R^3}{D A^3}, \qquad \alpha_4 = \frac{k_L R}{A},
$$

$$
\alpha_5 = \frac{A}{\rho_n}, \qquad \alpha_6 = 2 \cdot \alpha_2, \qquad \alpha_7 = \frac{2 f \rho_n R}{D A},
$$

oraz: j — indeks po zmiennej przestrzennej gazociągu,
N — liczba przedziałów dyskretyzacji gazociągu po zmiennej przestrzennej,
t — czas, s,
p — ciśnienie, Pa,
ρ — gęstość gazu, kg/m^3,
ρ_n — gęstość gazu w warunkach normalnych, kg/m^3,
Q_n — strumień objętości gazu w warunkach normalnych, m^3/s,
T — temperatura gazu, K,
T_g — temperatura gruntu otaczającego gazociąg, K,
A — pole przekroju poprzecznego gazociągu, m^2,
f — współczynnik oporów hydraulicznych gazociągu wg definicji Feninga, –,
D — średnica gazociągu, m,
k_L — liniowy współczynnik przenikania ciepła do gruntu, W/(m·K),
c_V — ciepło właściwe gazu przy stałej objętości, J/(kg·K),
Z — współczynnik ściśliwości gazu, –,
R — indywidualna stała gazowa, J/(kg·K).

Pochodne zmiennych zależnych po czasie aproksymowano schematami pięciopunktowymi. Sposób aproksymacji pochodnych podano w pracy [6].

5.3. UKŁADY RÓWNAŃ SZTYWNYCH

Celem całkowania numerycznego jest wyznaczenie w kolejnych krokach przybliżeń rozwiązania dokładnego w taki sposób, aby dostatecznie wiernie odtwarzały kształt rozwiązania dokładnego. Jeżeli funkcja będąca rozwiązaniem układu równań jest funkcją szybkozmienną,

tzn. wartości funkcji ulegają gwałtownym zmianom, to procedura całkowania numerycznego będzie wymagała stosunkowo małego kroku całkowania. Jeżeli natomiast jest ona funkcją wolnozmienną to możliwe okazuje się wydłużenie kroku całkowania. Mały krok całkowania w przypadku rozwiązania szybkozmiennego pociąga za sobą duży nakład obliczeniowy potrzebny na rozwiązanie problemu. Przy rozwiązaniu wolnozmiennym rodzi się natomiast pytanie, o ile możemy zwiększyć długość kroku aby zmniejszyć ilość i czas obliczeń.

Wydaje się, że jedynym ograniczeniem na długość kroku całkowania powinna być z góry przyjęta dokładność obliczeń. Niestety okazuje się, że w pewnych przypadkach konieczne staje się stosowanie znacznie krótszych długości kroku całkowania, aniżeli wynikałoby to z kryterium dokładności obliczeń. Wymóg znacznego zmniejszenia długości kroku całkowania pojawia się nie dla każdego problemu tzn. nie dla wszystkich układów równań różniczkowych. Jest on związany ze szczególnym typem równań nazywanych równaniami sztywnymi lub źle uwarunkowanymi. Złe uwarunkowanie równania różniczkowego jest własnością tego równania i nie zależy od stosowanej metody numerycznej. Dla tej klasy równań wydłużenie kroku powoduje niestabilność metody numerycznej. Jeżeli dla danej długości kroku, warunki gwarantujące stabilność nie są spełnione, to po wykonaniu niewielkiej liczby kroków rozwiązania przybliżone na ogół gwałtownie rosną dając tak zwaną „lawinę błędu".

Dla układów równań różniczkowo-algebraicznych pojęcie sztywności lub złego uwarunkowania zdefiniowane jest w następujący sposób [5]: zagadnienie początkowe

$$\begin{aligned} &\frac{\mathrm{d}\mathbf{y}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{f}(t,\mathbf{y}),\ t > t_0 \\ &\mathbf{y}(t_0) = \mathbf{y}_0 \end{aligned} \tag{5.7}$$

nazywamy sztywnym lub źle uwarunkowanym na przedziale $[t_0, t_1]$, jeżeli dla każdego $t \in [t_0, t_1]$ zachodzi

$$S(t) = \frac{\max\limits_i |\lambda_i(t)|}{\min\limits_i |\lambda_i(t)|} >> 1$$

gdzie: $\lambda_i(t)$ — wartości własne macierzy jakobianowej $\mathbf{J}(t) = \dfrac{\partial f_i(t, \mathbf{y}(t))}{\partial y_j}$,

$\mathbf{y}(t)$ — rozwiązanie dokładne rozważanego zagadnienia początkowego.

Wielkość $S(t)$ nazywamy współczynnikiem sztywności lub współczynnikiem uwarunkowania. Duża wartość współczynnika sztywności, wyrażająca duży rozrzut wartości własnych oznacza, że w trakcie rozwiązania pojawia się konieczność stosowania małych kroków całkowania.

Symulacja sieci gazowych opisanych układem równań różniczkowo-algebraicznych (5.6) jest problemem sztywnym, stąd np. stałokrokowa metoda Rungego-Kutty, zastosowana do jego numerycznego całkowania wymaga małego kroku całkowania [8].

Sztywność układu gwałtownie rośnie w przypadku, gdy długość odcinków dyskretyzacji w sieci maleje. Własność ta w sposób szczególny wymusza stosowanie algorytmów całkowania zmiennokrokowego do rozwiązywania problemów symulacji sieci w stanach nieustalonych.

5.4. ALGORYTM CAŁKOWANIA ZMIENNOKROKOWEGO

Nowoczesne metody numerycznego całkownia sztywnych układów różniczkowo-algebraicznych są zwykle stosowane w formie algorytmów zmiennokrokowych, w których krok całkowania zmieniany jest w sposób zapewniający spełnienie okreslonego kryterium dokładnosci rozwiązania.

Obecnie, w większości przypadków kontrolowany jest błąd lokalny, który jest błędem popełnianym w aktualnym kroku czasu, zaniedbując błędy przenoszone w poprzednich krokach całkowania. Formalna definicja błędu lokalnego $\mathbf{l}_{n+1}$ w chwili czasu t_{n+1} dla układu równań różniczkowych (5.7) jest postaci

$$\mathbf{l}_{n+1} = \mathbf{y}_{n+1} - \mathbf{u}_n\left(t_{n+1}\right)$$

gdzie: $\mathbf{y}_{n+1}$ — obliczone rozwiązanie w chwili czasu t_{n+1},

$\mathbf{u}_n\left(t_{n+1}\right)$ — rozwiązanie, które spełnia równania różniczkowe, przy czym

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}_n}{\mathrm{d}t} = \mathbf{f}\left(t,\ \mathbf{u}_n\left(t\right)\right),\ \text{dla } t \geq t_n \text{ i } \mathbf{u}_n\left(t_n\right) = \mathbf{y}_n$$

Proces iteracyjny niejawnej, k-krokowej liniowej metody numerycznej rozwiązania zagadnienia początkowego (5.7) jest postaci

$$\sum_{i=0}^{k} \alpha_i \mathbf{y}\left(t_{n+i}\right) - h\sum_{i=0}^{k} \beta_i \mathbf{f}\left(t_{n+i}, \mathbf{y}\left(t_{n+i}\right)\right) = 0 \tag{5.8}$$

gdzie: $\mathbf{y}(t_{n+i})$ — rozwiązanie rzeczywiste,

h — długość kroku całkowania,

Lokalny błąd obcięcia $\mathbf{l}_{n+k}$ w k-tym kroku wielokrokowej metody numerycznej (5.8) można wyrazić następującą formułą [9]

$$\begin{aligned}\mathbf{l}_{n+k} &= -\sum_{i=0}^{k} \alpha_i \mathbf{y}\left(t_{n+i}\right) + h\sum_{i=0}^{k} \beta_i \mathbf{f}\left(t_{n+i}, \mathbf{y}\left(t_{n+i}\right)\right) = \\ &= C_{p+1} h^{p+1} \mathbf{y}^{(p+1)}\left(t_n\right) + \mathrm{O}\left(h^{p+2}\right)\end{aligned} \tag{5.9}$$

Równanie (5.9) definiuje jednocześnie rząd metody numerycznej p.

Lokalny błąd obcięcia jest błędem generowanym w aktualnie wykonywanym kroku i nie uwzględnia przenoszenia błędów popełnianych na wcześniejszych poziomach czasowych. Ponieważ błędy lokalne przenoszone są w kolejnych krokach rozwiązania numerycznego, znajomość jedynie ich nie pozwala określić dokładności rozwiązania numerycznego. Wyznaczenie błędu jakim obarczony jest wynik rozwiązania wymaga policzenia błędu globalnego (całkowitego). Globalny błąd dyskretyzacji $\mathbf{g}_{n+1}$ jest rzeczywistym błędem występującym w rozwiązaniu, uwzględniającym zarówno lokalny błąd obcięcia, jak i błędy przenoszone z kroku na krok w trakcie rozwiązywania problemu. Jest on definiowany jako różnica pomiędzy rozwiązaniem obliczonym a rzeczywistym

$$\mathbf{g}_{n+1} = \mathbf{y}_{n+1} - \mathbf{y}\left(t_{n+1}\right)$$

gdzie: $\mathbf{y}(t_{n+1})$ — rzeczywiste rozwiązanie układu równań (5.7).

Korzystając z równań (5.8) i (5.9) można powiązać globalny błąd dyskretyzacji z błędem lokalnym otrzymując

$$\mathbf{l}_{n+k} = \sum_{i=0}^{k} \alpha_i \mathbf{g}_{n+k} - h \sum_{i=0}^{k} \beta_i \mathbf{J}_{n+k} \mathbf{g}_{n+k} \tag{5.10}$$

gdzie $\mathbf{J}_{n+k}$ jest macierzą jakobianową w chwili t_{n+i}. Po przekształceniach otrzymujemy [9]

$$\mathbf{g}_{n+k} = \left[\mathbf{I} - h\beta_k \mathbf{J}_{n+k}\right]^{-1} \left[\mathbf{l}_{n+k} - \sum_{i=0}^{k-1} \left(\alpha_i \mathbf{I} - h\beta_i \mathbf{J}_{n+i}\right) \mathbf{g}_{n+i}\right] \tag{5.11}$$

gdzie $\mathbf{I}$ jest macierzą jednostkową (w przypadku ogólnym macierzą współczynników lewych stron równań (5.1)). Widoczne jest, że z uwagi na konieczność odwracania macierzy iteracyjnej w każdym kroku, kontrola błądu globalnego w celu akceptacji otrzymanego rozwiązania i określania długości następnego kroku jest procesem bardzo kosztownym w sensie nakładu obliczeniowego. Z tego powodu, w wiekszości przypadków do kontroli dokładności rozwiązania stosuje się błąd lokalny.

Niezależnie od metody stosowanej do numerycznego rozwiązania sztywnego układu równań różniczkowo-algebraicznych DAE algorytm całkowania zmiennokrokowego można przedstawić w postaci zbioru czterech instrukcji. Załóżmy, że w toku wcześniejszych obliczeń wyznaczony został wektor będący numerycznym przybliżeniem rzeczywistej wartości funkcji dla chwili czasowej t_n oraz określona została wstępna długość następnego kroku, oznaczona przez h_n. Kolejne obliczenia mają następujący przebieg [1]:

I wyznaczenie wektora $\mathbf{y}_{n+1}$ będącego rozwiązaniem numerycznym dla końcowej chwili kroku czasu $t_{n+1} = t_n + h_n$

II szacowanie wartości błędu lokalnego $\mathbf{l}_{n+1}$,

III jeżeli wartość błędu lokalnego jest mniejsza od założonej dokładności to wykonany krok jest akceptowany i następuje przejście do punktu IV, w przeciwnym wypadku następuje redukcja długość kroku h_n i powrót do punktu I,

IV określenie wstępnej długości nowego kroku h_{n+1} i przejście do chwili czasowej $t_{n+2} = t_{n+1} + h_{n+1}$.

Szczegółową analizę procedur stosowanych w każdym z powyższych etapów przedstawiono w pracy [6]. Poniżej omówione zostanie ogólnie co kryje się pod każdym z ww. punktów.

5.4.1. WYZNACZENIE NOWEGO ROZWIĄZANIA PRZYBLIŻONEGO (ETAP I)

Wszystkie przedstawione poniżej rozważania dotyczą problemu zdefiniowanego równaniem (5.6). W zapisie wektorowym problem można przedstawić następująco

$$\mathbf{B}_{(3N+3)\times(3N+3)} \cdot \left[\frac{\mathrm{d}\mathbf{y}}{\mathrm{d}t}\right]_{(3N+3)\times 1} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1(\mathbf{y}) \\ \mathbf{f}_2(\mathbf{y}) \\ \mathbf{f}_3(\mathbf{y}) \end{bmatrix}_{(3N+3)\times 1} \tag{5.12}$$

gdzie **B** jest macierzą współczynników, przy czym w przypadku sieci bez elementów nierurowych macierz **B** jest macierzą jednostkową **I**, N oznacza liczbę przedziałów dyskretyzacji gazociągu po zmiennej przestrzennej. Formę zapisu powyższego układu równań dla przypadku symulacji pojedyńczego odcinka gazociągu podano w pracy [7].

Wykonanie instrukcji (I) dla każdej chwili czasowej wymaga rozwiązania co najmniej jednego układu algebraicznych równań nieliniowych (w przypadku stosowania metod nieliniowo niejawnych) lub układu algebraicznych równań liniowych (w przypadku stosowania metod liniowo niejawnych). Układy te można zapisać w formie:

- dla metod liniowo niejawnych

$$\begin{aligned} \mathbf{G}\Delta &= -\mathbf{F}(\mathbf{k}_n) \\ \Delta &= \mathbf{k}_{n+1} - \mathbf{k}_n \end{aligned} \tag{5.13}$$

- dla metod nieliniowo niejawnych

$$\begin{aligned} \mathbf{G}\Delta^{(m)} &= -\mathbf{F}\left(\mathbf{k}_{n+1}^{(m-1)}\right) \\ \Delta^{(m)} &= \mathbf{k}_{n+1}^{(m)} - \mathbf{k}_{n+1}^{(m-1)} \end{aligned} \tag{5.14}$$

gdzie: Δ — wektor poprawek dla szukanych wartości,
F(**k**) — funkcja zależna od konkretnie zastosowanej metody całkowania,
G — macierz iteracyjna.

W metodzie opisanej układem równań (5.14) dolny indeks odnosi się do chwili czasowej, górny natomiast do kolejnej iteracji.

W procesach iteracyjnych całkowania zmiennokrokowego zagadnień symulacji sieci gazowych zamiast macierzy jakobianowej stosowane jest jej przybliżenie, wyznaczone dla którejś z wcześniejszych chwil czasowych [15]. Pozwala to uniknąć czasochłonnych obliczeń związanych z ciągłym uaktualnianiem macierzy iteracyjnej. Tym samym do instrukcji I dołączona jest procedura decyzyjna kiedy należy uaktualniać macierz iteracyjną **G**. Ponieważ procedura ta jest inna dla metod jawnych i niejawnych poniżej zaprezentowane zostały obie strategie.

Algorytm całkowania oparty na metodzie nieliniowo niejawnej niesie ze sobą konieczność rozwiązywania na każdym poziomie czasowym układu algebraicznych równań nieliniowych. Jest on rozwiązywany iteracyjnie, zwykle przy użyciu metody Newtona-Raphsona. W celu określenia, czy dla rozważanej chwili czasowej proces iteracyjny przebiega satysfakcjonująco wprowadza się wskaźnik zbieżności R zdefiniowany jako

$$R = \frac{\left|\Delta^{(m)}\right|}{\left|\Delta^{(m-1)}\right|}$$

gdzie $|...|$ oznacza odpowiednią normę wektora. Uznaje się, że iteracja przebiega w sposób poprawny jeśli $R < 0.5$. Ta sama macierz iteracyjną stosowana jest tak długo, jak długo proces iteracyjny zbiega zadowalająco. Gdy wskaźnik zbieżności nie jest satysfakcjonujący lub iteracja rozbiega się, czyli gdy $R > 0.5$, wówczas albo uaktualnia się macierz iteracyjną, dokonując przeliczenia macierzy jakobianowej dla ostatnio wyznaczonych wartości wektora **y**, albo zmniejsza się długość kroku.

W zagadnieniach dynamicznej symulacji sieci gazowych przedkłada się uaktualnianie macierzy iteracyjnej nad zmianę długości kroku. Wynika to z dużej nieliniowości rozwiązywanych układów równań. Po kilku iteracjach rozwiązanie zmienia się na tyle znacząco, że macierz iteracyjna staje się nieaktualna. W rezultacie zalecane jest uaktualnianie macierzy iteracyjnej **G**, nawet jeśli była ona uaktualniana przy obecnie obowiązującej długości kroku. Opierając się na wynikach badań przeprowadzonych przez Chua i Dew [1] można przyjąć, że optymalną strategią jest uaktualnianie macierzy iteracyjnej maksimum trzykrotnie na każdym poziomie czasowym, a następnie dopiero redukcja długości kroku. Stąd dla dowolnej chwili czasowej realizowane są następujące zadania

1. wstępne oszacowanie rozwiązania dla bieżącej długości kroku h stosując jako predictor prostą, jednokrokową metodę jawną,
2. przeprowadzenie jednej iteracji zmodyfikowaną wielowymiarową metodą Newtona i obliczenie współczynnika zbieżności R,
3. jeśli $R > 0{,}5$, to:
   - w przypadku gdy liczba uaktualnień macierzy iteracyjnej **G** wykonanych dla danej chwili czasowej przy długości kroku h jest mniejsza od trzech — uaktualnienie macierzy iteracyjnej i przejście do punktu 2.,
   - w przeciwnym wypadku redukcja długości kroku o połowę i przejście do punktu 1.

Jeśli $|\Delta^{(m)}| < \delta$, gdzie δ jest żądaną dokładnością obliczeń, to procedura iteracyjna jest kończona. Macierz iteracyjna jest również uaktualniana gdy zmienia się długość kroku h, lub ta sama macierz iteracyjna była stosowana w ponad 25 krokach czasu.

Powyższa procedura jest efektem dużej ilości testów obliczeniowych przeprowadzonych przez Chua i Dew dla wybranych fragmentów sieci British Gas. Tego typu podejście stosowane jest powszechnie w programowaniu zagadnień, w których trudno jest w sposób teoretyczny określać i oceniać różne warianty możliwych strategii. Badania numeryczne stają się wówczas nieodłącznym elementem projektowania i realizacji pakietu oprogramowania.

Metody liniowo niejawne wymagają rozwiązania liniowego układu równań, co stanowi dużą zaletę. Na każdym poziomie czasowym istnieje możliwość natychmiastowego wyznaczenia wektora poprawek Δ. Wobec braku procedury iteracyjnej, a tym samym i wskaźnika zbieżności, nie stosuje się przedstawionej powyżej strategii uaktualniania macierzy iteracyjnej. Ponieważ przeliczanie macierzy iteracyjnej na każdym poziomie czasowym jest podejściem bardzo nieefektywnym, w miejsce wskaźnika zbieżności wprowadza się inny parametr, określający w sposób jednoznaczny kiedy konieczne jest uaktualnianie macierzy iteracyjnej **G**. Steihaug i Wolfbrandt [15] zaproponowali aby zmienną tą był błąd lokalny. W metodach liniowo niejawnych macierz iteracyjna jest uaktualniana gdy

1. zmienia się długość kroku h,
2. ta sama macierz iteracyjna była stosowana w ponad 15 krokach czasu,
3. spełniony jest warunek $|\mathbf{l}_{n+1}| > 0.85\,\delta$, gdzie $|...|$ oznacza odpowiednią normę wektora, a δ jest żądaną dokładnością obliczeń.

5.4.2. SZACOWANIE WARTOŚCI BŁĘDU LOKALNEGO (ETAP II)

Dysponując rozwiązaniem $\mathbf{y}_{n+1}$ dla chwili czasowej t_{n+1} musimy w punkcie II algorytmu całkowania zmiennokrokowego oszacować wartości wektora błędu lokalnego jakim obarczone jest to rozwiązanie. W rozwiązaniach numerycznych zagadnienia początkowego postaci (5.7) dokładność rozwiązania jest zwykle sprawdzana przez określenie lokalnego błędu obcięcia w każdym kroku całkowania.

Wyrażenia na błąd lokalny proponowane dla układów równań różniczkowych zwyczajnych ODE zawyżają wartość błędu faktycznie generowanego w układach DAE. Dla układów równań różniczkowo-algebraicznych zostało wykazane, że błąd lokalny jest rzędu $O(h^p)$, a nie $O(h^{p+1})$ jak zakładano dla układów równań różniczkowych zwyczajnych [8]. Sacks-Davis [12] zaproponował w swojej pracy, aby jako wartość błędu lokalnego dla interesującego nas sztywnego układu równań różniczkowo-algebraicznych przyjąć wyrażenie $\mathbf{G}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{l}$ gdzie $\mathbf{G}$ jest macierzą iteracyjną, $\mathbf{B}$ jest macierzą współczynników równania (5.1), a $\mathbf{l}$ jest oszacowaniem błędu lokalnego dla układu równań różniczkowych zwyczajnych. Tym samym pojawia się konieczność wyznaczenia odwrotności macierzy iteracyjnej $\mathbf{G}$. Ponieważ dla problemu dynamicznej symulacji sieci gazowej macierz iteracyjna jest macierzą rzadką, algorytm całkowania zmiennokrokowego w którym chcemy otrzymać oszacowanie błędu lokalnego musi mieć wbudowane efektywne procedury dekompozycji i odwracania macierzy [2].

W praktyce, w algorytmach całkowania zmiennokrokowego na potrzeby symulacji sieci gazowych wyznacza się jedynie wektor błędu lokalnego, ponieważ jego norma pełni rolę wskaźnika przy akceptacji wykonanego kroku i określeniu wstępnej długości kroku następnego.

5.4.3. STRATEGIE WYBORU DŁUGOŚCI KROKU (ETAP III I IV)

Punkty III i IV algorytmu całkowania zmiennokrokowego są wykonywane jednocześnie. W oparciu o wyniki badań Chua i Dew [1] można przyjąć, że dla metod numerycznych niskiego rzędu, charakteryzujących się dużą wrażliwością na zmiany długości kroku, nie ma potrzeby stosować matematycznych formuł precyzyjnie określających optymalną długość następnego kroku. Zalecana jest dużo prostsza technika podwajania i redukowania o połowę długości kroku. Blok decyzyjny akceptacji wykonanego kroku i określania długości następnego kroku można przedstawić jako

1. jeśli $|\mathbf{l}_{n+1}| > \delta$ to wykonany krok nie jest akceptowany i obliczenia są powtarzane dla długości kroku zredukowanej o połowę $h = h/2$,
2. jeśli $0.15\delta \le |\mathbf{l}_{n+1}| \le \delta$ to wykonany krok jest akceptowany, a wstępna długość następnego kroku nie ulega zmianie $h_n = h$,
3. jeśli $|\mathbf{l}_{n+1}| < 0.15\delta$ to wykonany krok jest akceptowany, a wstępna długość następnego kroku jest podwajana $h_n = 2h$, pod warunkiem, że po ostatniej zmianie długości kroku miały miejsce nie mniej niż trzy pomyślne kroki,

gdzie $\mathbf{l}_{n+1}$ jest wektorem błędu lokalnego, $|...|$ oznacza odpowiednią normę wektora, a δ jest żądaną dokładnością.

Szczegółowy przegląd wybranych metod całkowania zmiennokrokowego z uwagami na temat stabilności podany został w pracy [6]. Do rozwiązania zagadnienia nieustalonego nieizotermicznego przepływu gazu w niniejszej pracy zastosowano metodę typu Rosenbrocka [3, 10, 11] w formie zaproponowanej przez Scratona [14].

WNIOSKI

1. W przypadku metod stałokrokowych przyjęta na początku obliczeń długość kroku determinuje ilość wykonanych kroków, dokładność metody oraz czas trwania obliczeń. Niewątpliwą wadą tych metod jest konieczność przyjęcia pewnej długości kroku *a priori*. W trakcie procesu obliczeniowego długość ta nie może być modyfikowana, przez co nie mamy wpływu na dokładność obliczeń. W przypadku, gdy rozwiązanie jest funkcją szybkozmienną mogą istnieć problemy z wyborem odpowiedniej długości kroku, tzn. takiej aby dokładność uzyskanego rozwiązania była satysfakcjonująca, a nakład obliczeniowy nie był zbyt duży.
2. Metody całkowania zmiennokrokowego umożliwiają zmiany długości kroku całkowania w funkcji żądanej dokładności indywidualnie dla każdego problemu. W trakcie trwania procesu obliczeniowego długość kroku jest wielokrotnie modyfikowana w zależności od wymaganej dokładności rozwiązania i obliczonych wartości wektora błędu lokalnego. W przedziale, w którym funkcja będąca rozwiązaniem jest szybkozmienna wartość błędu lokalnego wzrasta, co powoduje zmniejszanie długości kroku i częstrze uaktualnianie macierzy iteracyjnej. W przedziale powolnych zmian funkcji stanowiących rozwiązanie, krok całkowania jest wydłużany, umożliwjając tym samym skrócenie czasu obliczeń. Istnieje możliwość poprawienia dokładności obliczeń metodami zmiennokrokowymi, narzucając ostrzejszy warunek akceptacji kroku obliczeń.
3. Symulatory sieci gazowych pracujące w czasie rzeczywistym realizują przede wszystkim dwa zadania systemu dyspozytorskiego: symulację współbieżną oraz symulację wyprzedzającą. W przypadku symulatora współbieżnego (którego elementem jest moduł obliczeniowy lokalizacji i symulacji nieszczelności) dane do obliczeń są częściwo wynikiem rekonstrukcji stanu. Wynika to z faktu, że pomiar parametrów przepływu stanowiących dane do symulacji nie we wszystkich punktach odbywa się w czasie rzeczywistym. Pewna część pomiarów realizowania jest jedynie okresowo, dlatego wartości chwilowe muszą być wyznaczane w oparciu o dane statystyczne. Widoczne jest, że wartości wielkości w zbiorze danych do symulacji mają określoną niepewność. Podobna sytuacja ma miejsce w przypadku symulacji wyprzedzającej, w której warunki brzegowe stanowią wyniki prognoz zużycia gazu. Ww. czynniki sprawiają, że metoda numeryczna stosowania do rozwiązania zagadnienia powinna charakteryzować się niskim rzędem dokładności.
4. W przypadku symulacji awarii funkcje stanowiące warunki brzegowe zagadnienia ulegają gwałtownym zmianom, dlatego zastowana w rozwiązaniu metoda numeryczna powinna cechować się dużym obszarem stabilności.
5. System dyspozytorski realizuje zadania symulacji w sposób automatyczny. Z punktu widzenia automatyzacji procesu, algorytm rozwiązania numerycznego wymagający dostarczenia parametrów, które są zależne od metody rozwiązania jest bardzo niewygodny w implementcji. Taka sytuacja ma miejsce w przypadku metod stałokrokowych, które wymagają określenia stałego kroku dyskretyzacji po czasie. Wygodnym rozwiązaniem jest zastosowanie metody zmiennokrokowej, w której długość kroku przyjęta na początku

obliczeń nie ma znaczenia, ponieważ jest ona modyfikowana w trakcie obliczeń, w zależności od wymaganej dokładności rozwiązania.

BIBLIOGRAFIA

[1] Chua T.S., Dew P.M.: *The Design of a Variable-step Integrator for the Simulation of Gas Transmision Networks*, International Journal for Numerical Methods in Engineering Vol. 20, 1797-1813, 1984.

[2] Gear C.W.: *Simultaneous Numerical Solution of Differential-algebraic Equations*, IEEE Trans. on Circuit Theory, Vol. 18, 89-95, 1971.

[3] Gottwald B.A., Wanner G.: *A Reliable Rosenbrock Integrator for Stiff Differential Equations*, Computing, Vol. 26, 355-360, 1981.

[4] Hopkins T.R., Wait R.: *A Comparison of Numerical Methods for the Solution of Quasilinear PDE's*, Comp. Methods Appl. Mech. Eng. (Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering), 181-190, 1976.

[5] Krupowicz A.: *Metody numeryczne zagadnień początkowych równań różniczkowych zwyczajnych*. PWN, Warszawa, 1986.

[6] Osiadacz, A.J., Chaczykowski. M.: *Metoda prostych zastosowana w symulacji dynamicznej sieci gazowych*, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Inżynieria Środowiska, z.35, 17-56, 2000.

[7] Osiadacz A. J., Chaczykowski M.: *Simulation of Non-Isothermal Transient Flow of Gas in a Pipeline*, Archives of Thermodynamics, Vol. 22, 1-20, 2001.

[8] Petzold L.: *Differential/algebraic Equations are not ODE's*, SIAM J. Stat. Sci. Comput. (SIAM Journal on Scientific and Statistical Computation), Vol. 3, 367-384, 1982.

[9] Protero A., Robinson A.: *Global Error Estimates for Solution of Stiff Systems of Ordinary Differential Equations*, Numerical Analysis Conference, Dundee University, 1977.

[10] Roche M.: *Rosenbrock Methods for Differential Algebraic Equations*, Numerische Mathematik, Vol. 52, 45-63, 1988.

[11] Rosenbrock H.H.: *Some General Implicit Processes of the Numerical Solution of Differential Equations*, The Computer Journal, Vol. 5, 329-330, 1963.

[12] Sacks-Davis R.: *Error Estimates for a Stiff Differential Equation Procedure*, Maths. Comp. (Mathematics of Computation), Vol. 31, 939-953, 1977.

[13] Schiesser W. E.: *The Numerical Methods of Lines,* Academic Press, London, 1991.

[14] Scraton R.E.: *Some L-stable Methods for Stiff Differential Equations*, Int. J. Computer Maths. (International Journal on Computer Mathematics), Vol. 9, 81-87, 1981.

[15] Steihaug T., Wolfbrandt. A.: *An Attempt to Avoid Exact Jacobian and Nonlinear Equations in the Numerical Solution of Stiff Differential Equations*, Maths. Comp. (Mathematics of Computation), Vol. 33, 521-534, 1979.

VI Wyniki symulacji

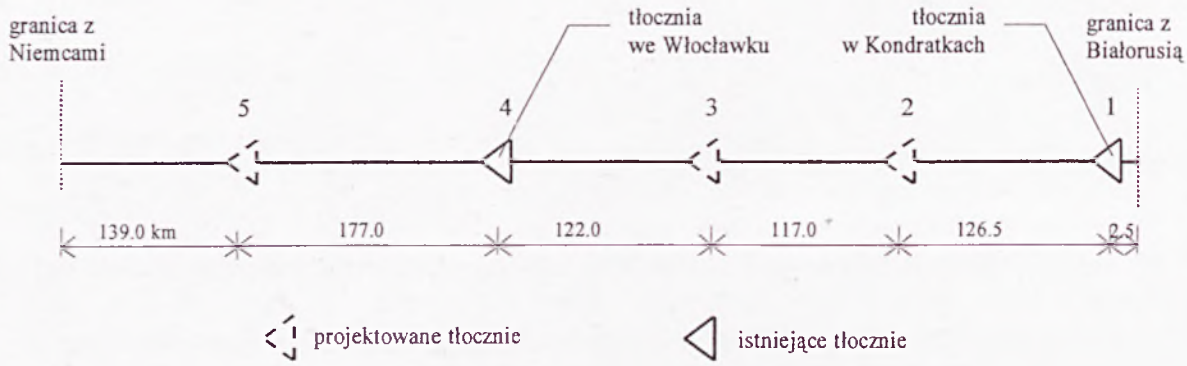
6.1. Weryfikacja wyników symulacji nieizotermicznego przepływu gazu na zbiorze danych rzeczywistych 118

6.2. Wyniki obliczeń symulacyjnych awarii gazociągu przesyłowego 124

W niniejszym rozdziale zaprezentowane zostaną wyniki obliczeń symulacyjnych awarii gazociągu przesyłowego, przeprowadzone dla arbitralnie przyjętych danych dotyczących geometrii oraz zakresu wartości ciśnień roboczych. Są to wielkości realne z punktu widzenia wielkości oraz parametrów pracy gazociągów pracujących w polskim systemie przesyłowym. Analizy poprzedzone zostały weryfikacją wyników obliczeń zmian temperatury gazu przy przepływie w gazociągu na zbiorze danych rzeczywistych. Badania dotyczyły uproszczonego, jednowymiarowego modelu wymiany ciepła w stanach: ustalonym i nieustalonym.

6.1. WERYFIKACJA WYNIKÓW SYMULACJI NIEIZOTERMICZNEGO PRZEPŁYWU GAZU NA ZBIORZE DANYCH RZECZYWISTYCH

W pracy przyjęto założenie, że opisem termodynamicznym przepływu gazu w gazociągu nie jest przemiana izotermiczna. Wymagane jest w tym przypadku uzupełnienie równania energii w modelu przepływu równaniami wymiany ciepła między gazem a otoczeniem. W celu zbadania poprawności zaproponowanego w pracy uproszczonego, jednowymiarowego modelu wymiany ciepła wybrano fragment polskiego odcinka gazociągu tranzytowego z Półwyspu Jamalskiego do Europy Zachodniej (rys. 6.1).



Rys. 6.1.Struktura badanego systemu przesyłowego.

Średnica wewnętrzna rurociągu wynosi $d_w = 1.386$ m, natomiast współczynnik chropowatości wewnętrznej powierzchni rury $k = 0.015$ mm. Niska wartość współczynnika chropowatości ścianki gazociągu wynika z zastosowania wewnętrznych powłok z żywic epoksydowych. Analizowano zmiany temperatury gazu w gazociągu. Pomiary wykonywane były w okresie od 15.12.2000 do 28.05.2001 i polegały na określeniu przebiegu zmian temperatury gazu na wybranym odcinku między tłoczniami w Kondratkach i we Włocławku. Transmisja wyników pomiary dokonywana była za pośrednictwem systemu dyspozytorskiego gazociągu.

Przebieg zmian temperatury wzdłuż symulowanego fragmentu gazociągu uzyskano w oparciu o wyniki pomiarów temperatury w siedmiu punktach wzdłuż trasy. Punkty pomiarowe znajdowały się w siedmiu węzłach zespołów zaporowo-upustowych, w odległości kolejno 1, 34, 71, 95, 127, 155, 183 km od tłoczni w Kondratkach. Znajdują sie tam przetworniki temperatury (termometry oporowe), z których sygnały pomiarowe, za pośrednictwem sterowników procesowych przkazywane są po łączach światłowodowych do serwera bazy danych czsu rzeczywistego. Klasa dokładności przetworników temperatury wynosi 0.2 %. Całkowity błąd pomiaru temperatury, łącznie ze wszystkimi błędami konwersji jest nie większy od ±0,5% nastawionego zakresu pomiarowego. Zakres roboczy przetwornika temperatury wynosi +70 °C.

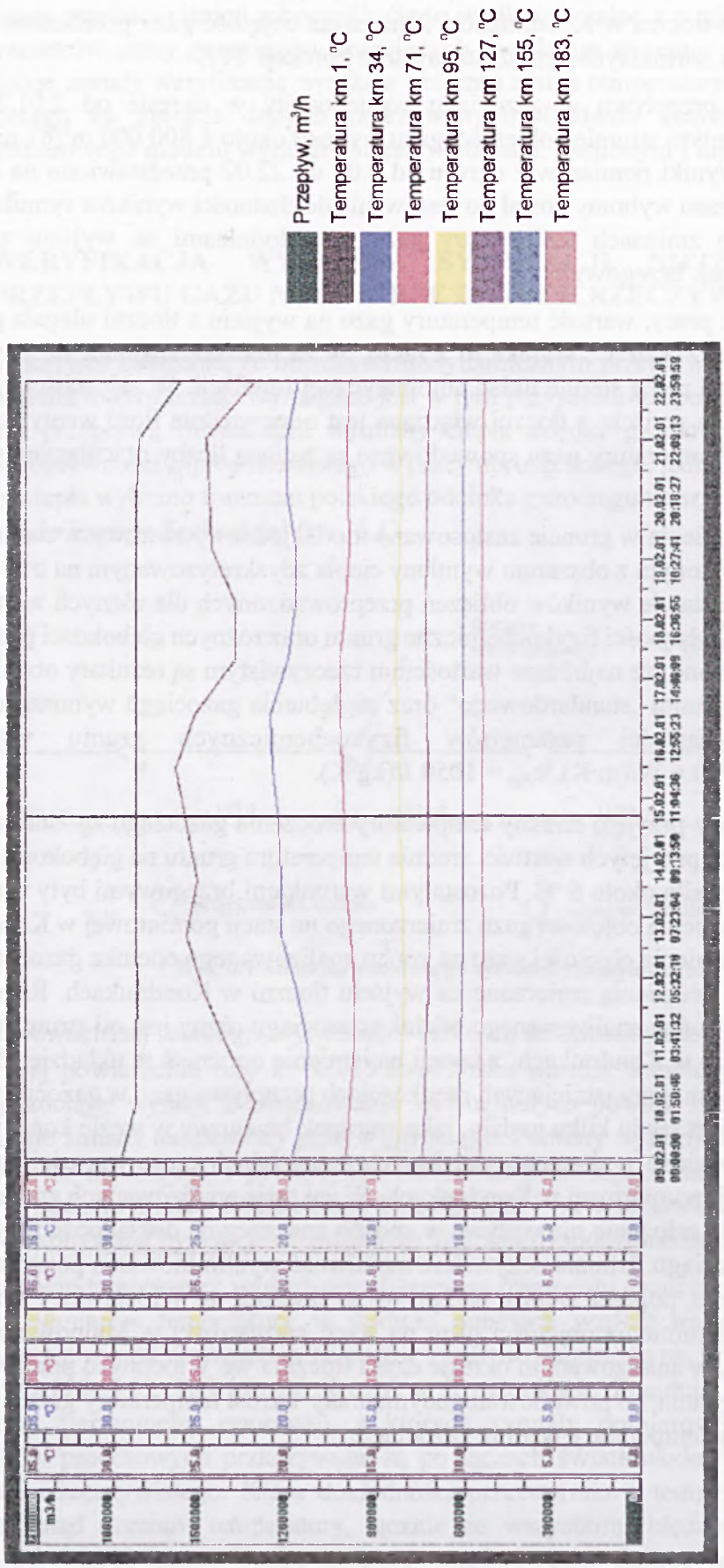
Warunkami brzegowymi do symulacji był strumień objętości gazu w warunkch normalnych (p_n = 101 325 Pa, T_n = 273.15 K) zmierzony na stacji pomiarowej w Kondratkach oraz ciśnienie na wyjściu z tłoczni w Kondratkach. Zmierzona objętość gazu przeliczana była na objętość w warunkach normalnych przy zastosowaniu korekcji TPZ

Najmniejsze zmiany przepływu w gazociągu występowały w okresie od 2.01.2001 do 21.02.2001. W okresie tym strumień objętości gazu wynosił około 1 800 000 m^3/h i nie ulegał istotnym zmianom. Wyniki pomiarów z okresu od 9.02 do 22.02 przedstawiono na rys. 6.2. Powyższy przedział czasu wybrany został do testowania dokładności wyników symulacji uzyskanych przy małych zmianach temperatury gazu za chłodnicami na wyjściu z tłoczni (wolnozmienny warunek brzegowy).

Niezależnie od okresu pracy, wartość temperatury gazu na wyjściu z tłoczni ulegała pewnym zmianom w przedziale 21–26 °C. Wynika to z faktu, że za tłocznią znajdują się powietrzne chłodnice gazu, których pracą steruje układ automatycznej regulacji. W zależności od wartości temperatury gazu na wyjściu z tłoczni włączana jest odpowiednia ilość wentylatorów na chłodnicach. Zmiany temperatury gazu spowodowane są zmianą liczby pracujących wentylatorów.

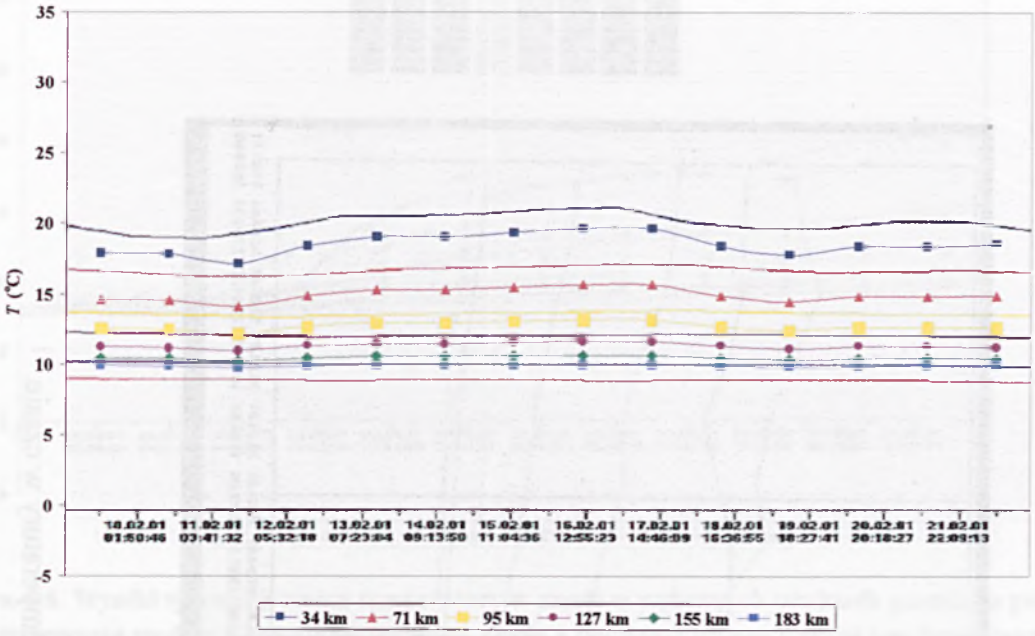
Do obliczeń wymiany ciepła w gruncie zastosowano model jednowymiarowy w stanie ustalonym oraz stanie nieustalonym z obszarem wymiany ciepła zdyskretyzowanym na trzy elementy podziałowe. Na podstawie wyników obliczeń przeprowadzonych dla różnych wartości parametrów opisujących własności fizykochemiczne gruntu oraz różnych głębokości posadowienia gazociągu stwierdzono, że najbliższe wartościom rzeczywistym są rezultaty obliczeń uzyskanych dla suchego gruntu „standardowego" oraz zagłębienia gazociągu wynoszącego 2 m. Przyjęto średnie wartości parametrów fizykochemicznych gruntu wynoszące ρ_{gr} = 1390 kg/m^3, λ_{gr} = 0.6 W/(m·K), c_{Pgr} = 1050 J/(kg·K).

Jako warunek brzegowy przyjęto zmiany temperatury otoczenia gazociągu zgodnie z równaniem (3.20). W wyniku przyjętych wartości średnia temperatura gruntu na głębokości posadowienia gazociągu wynosiła około 6 °C. Pozostałymi warunkami brzegowymi były uśrednione w czasie wartości strumienia objętości gazu zmierzonego na stacji pomiarowej w Kondratkach (jako przybliżenie strumienia objętości gazu na końcu analizowanego odcinka gazociągu) oraz wartości temperatury i ciśnienia zmierzone na wyjściu tłoczni w Kondratkach. Rzeczywisty strumień objętosci na końcu analizowanego odcinka gazociągu różny jest od strumienia zarejestrowanego na tłoczni w Kondratkach, z uwagi na istnienie opóźnień w układzie. Ponieważ na odcinku około 150 km, przy istniejących prędkościach przepływu gazu w gazociągu "opóźnienie transportowe" jest rzędu kilku godzin, jako warunek brzegowy w węźle końcowym gazociągu przyjęto uśrednione w dwunastogodzinnych przedziałach czasu wartości strumienia objętości gazu ze stacji pomiarowej w Kondratkach. W zakresie analizowanych zmian natężenia przepływu przyjęte założenie nie wpływa w sposób znaczący na dokładność przybliżenia pola prędkości w gazociągu. Istniała oczywiście możliwość wyeliminowania powyższego założenia uproszczającego, poprzez analizę przepływu za tłocznią we Włocławku i korzystając z wyników pomiaru strumienia objętości gazu na stacji pomiarowej w Malnow na granicy z Niemcami. Niestety, w analizowanym okresie czasu tłocznia we Włocławku pracowała przy niskich stopniach sprężania, co powodowało jedynie mały wzrost temperatury gazu przy sprężaniu i małe gradienty temperatury wzdłuż gazociągu.

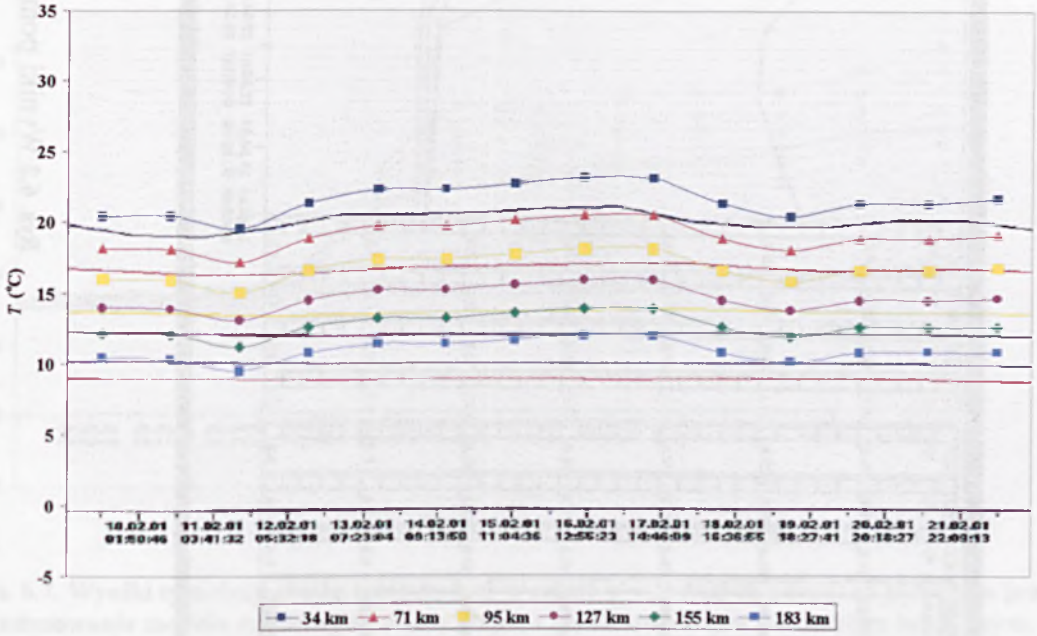


Rys. 6.2 Wyniki pomiarów zmian temperatury w czasie.

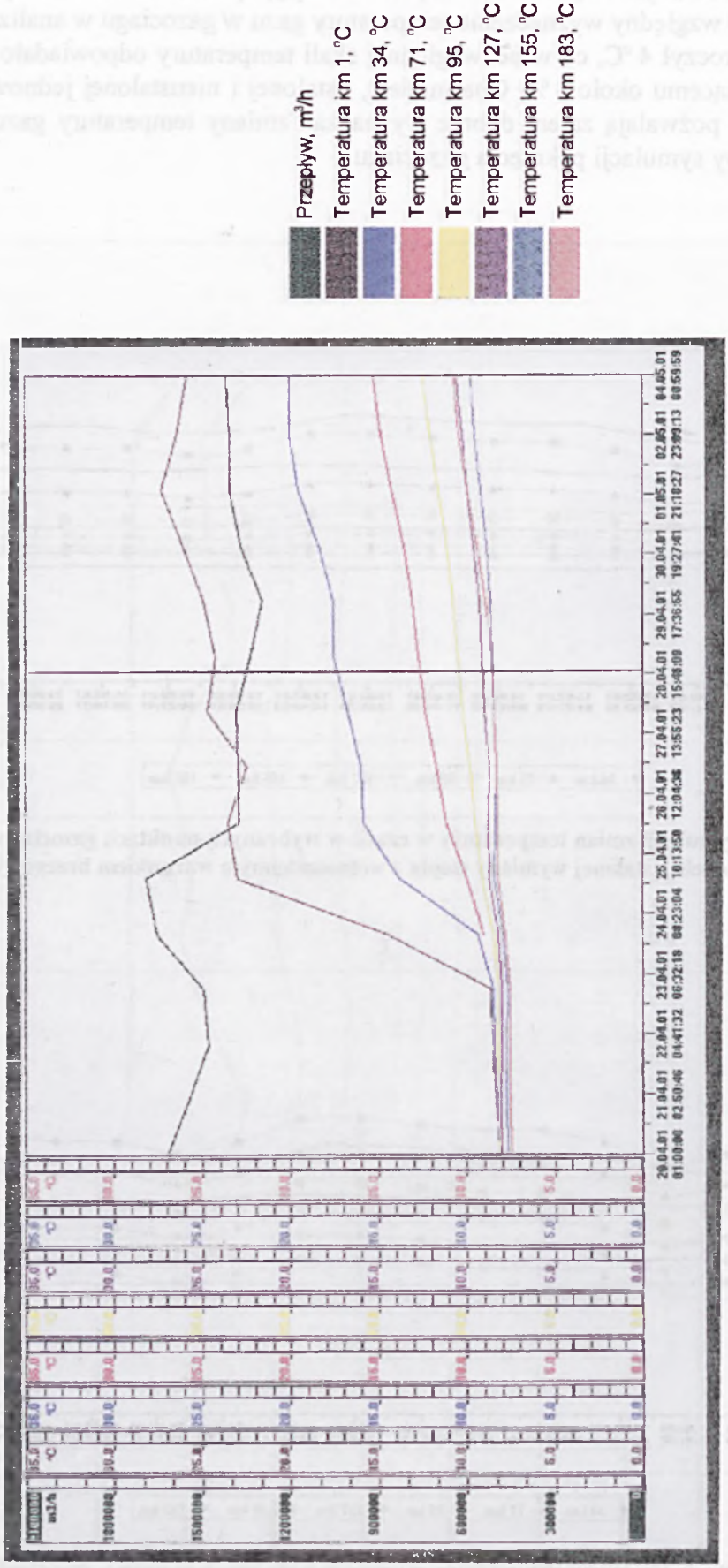
Porównanie wyników pomiarów zarejestrowanych na obiekcie z rezultatami obliczeń symulacyjnych przedstawiono na rys. 6.3, 6.4. Wyniki potwierdzają poprawność stosowanej metodyki. Maksymalny błąd względny wyznaczenia temperatury gazu w gazociągu w analizowanym przypadku nie przekroczył 4 °C, co w bezwzględnej skali temperatury odpowiadało błędowi względnemu wynoszącemu około 1 %. Oba modele, ustalonej i nieustalonej jednowymiarowej wymiany ciepła pozwalają zatem dobrze wyznaczać zmiany temperatury gazu wzdłuż gazociągu na potrzeby symulacji pęknięcia gazociągu.



Rys. 6.3. Wyniki symulacji zmian temperatury w czasie w wybranych punktach gazociągu przy zastosowaniu modelu ustalonej wymiany ciepła z wolnozmiennym warunkiem brzegowym.

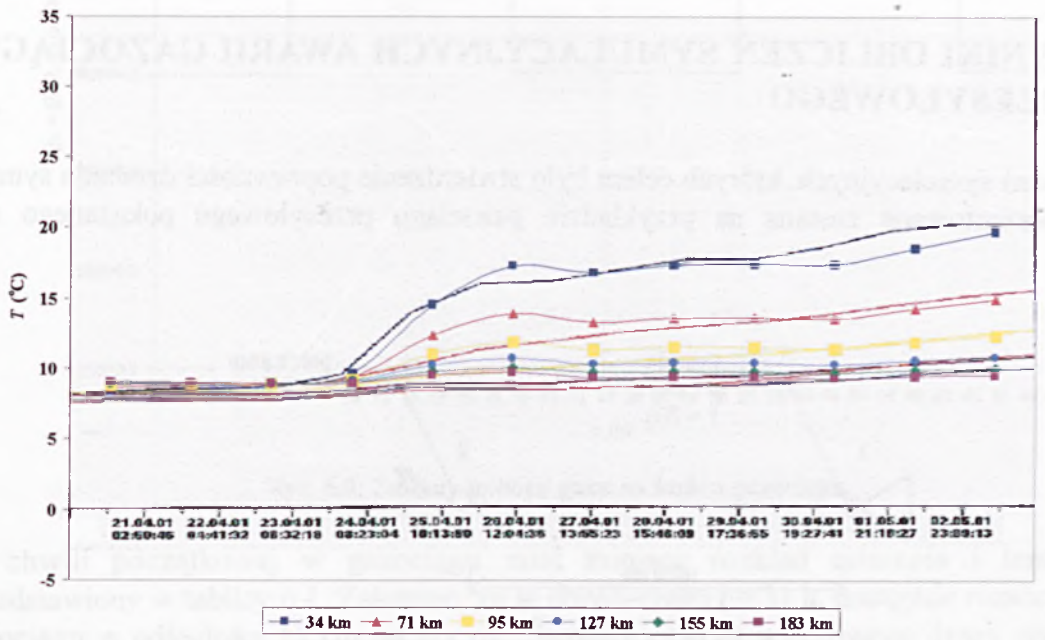


Rys. 6.4. Wyniki symulacji zmian temperatury w czasie w wybranych punktach gazociągu przy zastosowaniu modelu nieustalonej wymiany ciepła z wolnozmiennym warunkiem brzegowym.

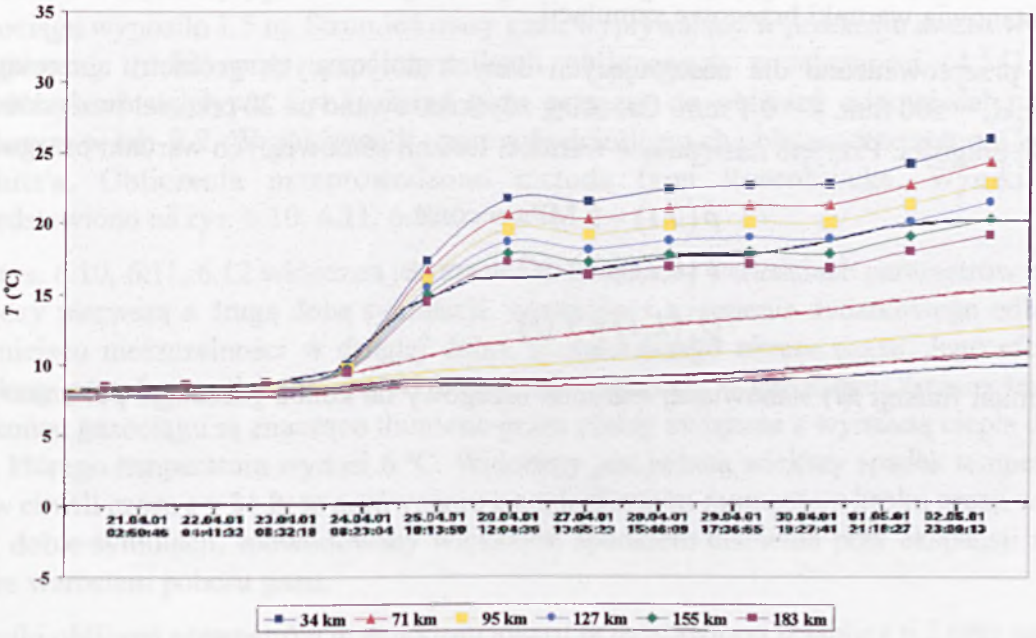


Rys. 6.3 Wyniki pomiarów zmian temperatury w czasie.

Własności dynamiczne modelu jednowymiarowego testowano na zbiorze wyników pomiarów pochodzących z okresu od 20.04 do 3.05. Wyniki pomiarów z tego okresu przedstawiono na rys. 6.5. Jest to czas w którym włączono do pracy tłocznię w Kondratkach po trwającej od 29.03.2001 przerwie. Wyniki obliczeń symulacyjnych porównane z wynikami pomiarów na obiekcie przedstawiono na rys. 6.6, 6.7.



Rys. 6.6. Wyniki symulacji zmian temperatury w czasie w wybranych punktach gazociągu przy zastosowaniu modelu nieustalonej wymiany ciepła z szybkozmiennym warunkiem brzegowym.

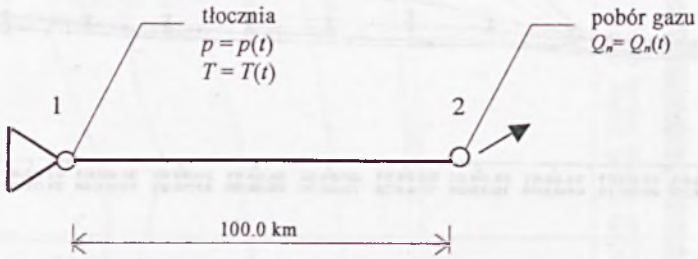


Rys. 6.7. Wyniki symulacji zmian temperatury w czasie w wybranych punktach gazociągu przy zastosowaniu modelu ustalonej wymiany ciepła z szybkozmiennym warunkiem brzegowym.

Z rys. 6.6 wynika, że model jednowymiarowej, osiowosymetrycznej wymiany ciepła z trzema elementami podziałowymi pozwala dobrze przybliżać wartości strumienia ciepła towarzyszące dużym zmianom wartości temperatury gazu. Widoczne jest natomiast pogorszenie dokładności wyników obliczeń przeprowadzonych przy zastosowniu modelu ustalonej wymiany ciepła (rys. 6.7), wynikające z nieuwzględnienia akumulacji ciepła w gruncie.

6.2. WYNIKI OBLICZEŃ SYMULACYJNYCH AWARII GAZOCIĄGU PRZESYŁOWEGO

Wyniki badań symulacyjnych, których celem było stwierdzenie poprawności działania symulatora zaprezentowane zostaną na przykładzie gazociągu przesyłowego pokazanego na rys. 6.8.



Rys. 6.8 Struktura badanego systemu przesyłowego.

Przyjęto, że w węźle początkowym gazociąg jest zasilany z tłoczni pracującej z zadaną wartością ciśnienia wyjściowego, która determinuje wartość temperatury gazu na wyjściu z tłoczni. Znany jest również dobowy przebieg zmian poboru gazu w węźle końcowym. Powyższe parametry stanowią warunki brzegowe symulacji.

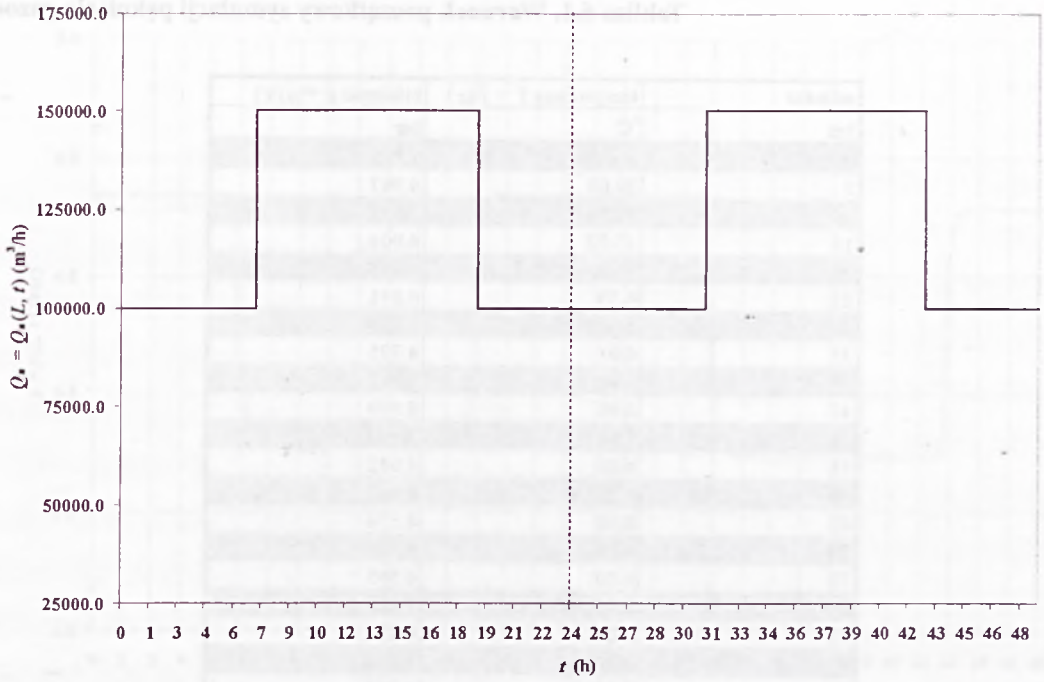
Obliczenia przeprowadzono dla następujących danych dotyczących geometrii gazociągu: $L = 100$ km, $d_w = 500$ mm, $k = 0.1$ mm. Gazociąg zdyskretzowano na 20 przdziałów dyskretyzacji równej długości. Przyjęto następujące wartości funkcji stanowiących warunki brzegowe

$$p(0,t) = 5 \text{ MPa} = \text{const.}$$

$$T(0,t) = 30 \text{ °C} = \text{const.}$$

$$Q_n(L,t) = f(t)$$

Przebieg zmian funkcji $f(t)$ stanowiącej warunek brzegowy na końcu gazociągu pokazano na rys. 6.9.



Rys. 6.9. Zmiany poboru gazu na końcu gazociągu.

W chwili początkowej w gazociągu miał miejsce rozkład ciśnienia i temperatury przedstawiony w tablicy 6.1. Założono, że w chwili czasu $t = 31$ h, następuje rozszczelnienie gazociągu w odległości 15 km od tłoczni. Średnica otworu wylotowego dyszy przez którą następuje wypływ gazu do atmosfery jest równa 3 cm.

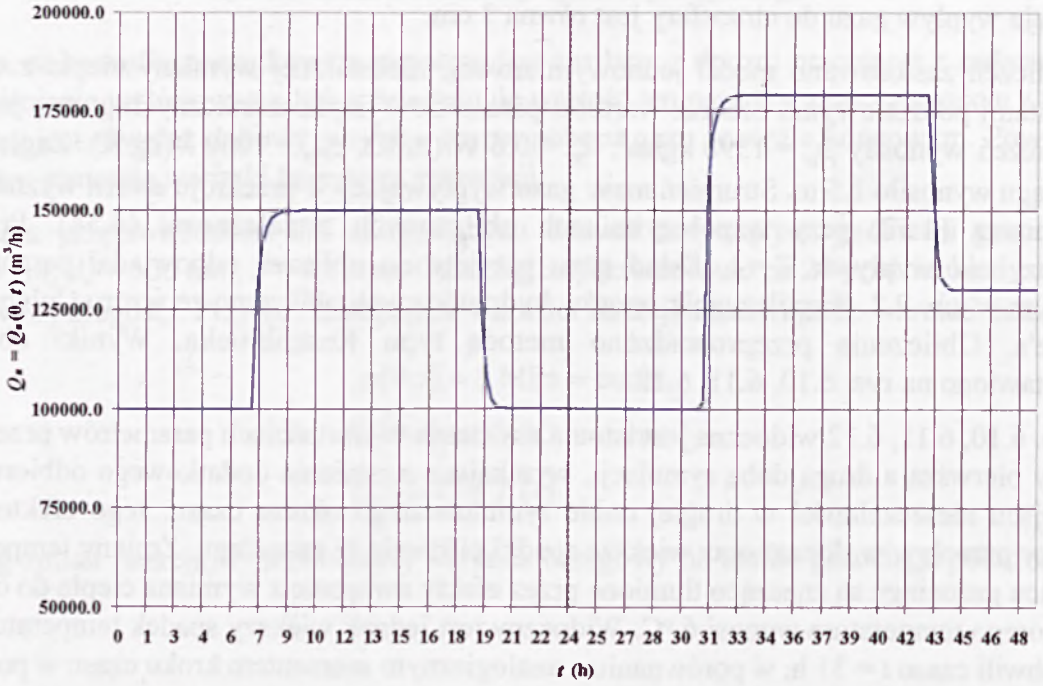
Do obliczeń zastosowano model jednowymiarowej, nieustalonej wymiany ciepła z trzema elementami podzialowymi. Średnie wartości parametrów fizykochemicznych gruntu przyjęte do obliczeń wynosiły $\rho_{gr} = 1390$ kg/m³, $\lambda_{gr} = 0.6$ W/(m·K), $c_{Pgr} = 1050$ J/(kg·K). Zagłębienie gazociągu wynosiło 1.5 m. Strumień masy gazu wypływający w przekroju awarii wyznaczono z równania (4.52) przy współczynnikach obliczonych z zależnosci (4.54). Przyjęto współczynnik wypływu $C = 1$. Skład gazu przyjęty do obliczeń odpowiadał parametrom podanym w tab. 2.2. Współczynnik oporów hydraulicznych obliczono ze wzoru Colebrooka-White'a. Obliczenia przeprowadzono metodą typu Rosenbrocka. Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 6.10, 6.11, 6.12.

Na rys. 6.10, 6.11, 6.12 widoczna jest istotna asymetria w wartościach parametrów przepływu między pierwszą a drugą dobą symulacji, wynikajaca z istnienia dodatkowego odbioru gazu w miejscu nieszczelności w drugiej dobie symulowanego okresu czasu. Jego efektem jest większy przepływ w tłoczni oraz większe spadki ciśnienia w gazociągu. Zmiany temperatury na końcu gazociągu są znacząco tłumione przez efekty związane z wymianą ciepła do otoczenia, którego temperatura wynosi 6 °C. Widoczny jest jednak wiekszy spadek temperatury gazu w chwili czasu $t = 31$ h, w porównaniu z analogicznym momentem kroku czasu w poprzedniej dobie symulacji, spowodowany większym spadkiem ciśnienia przy ekspansji związananejze wzrostem poboru gazu.

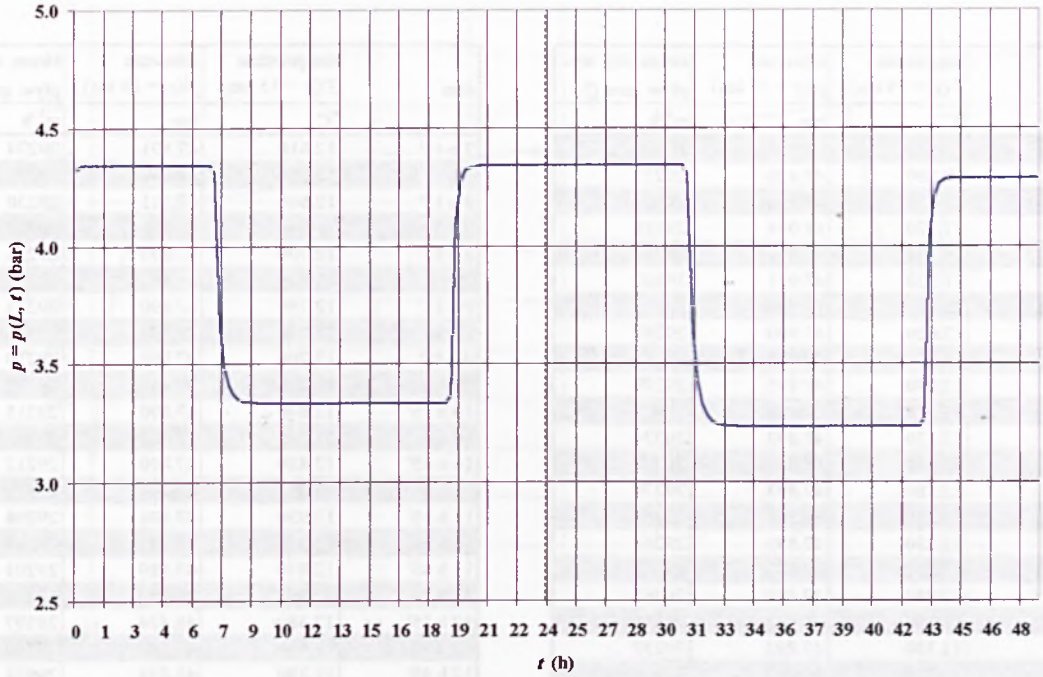
Wyniki obliczeń parametrów w przekroju awarii przedstawiono w tablicy 6.2 oraz na rys. 6.13 i 6.14.

Tablica 6.1. Warunek początkowy symulacji pęknięcia gazociągu.

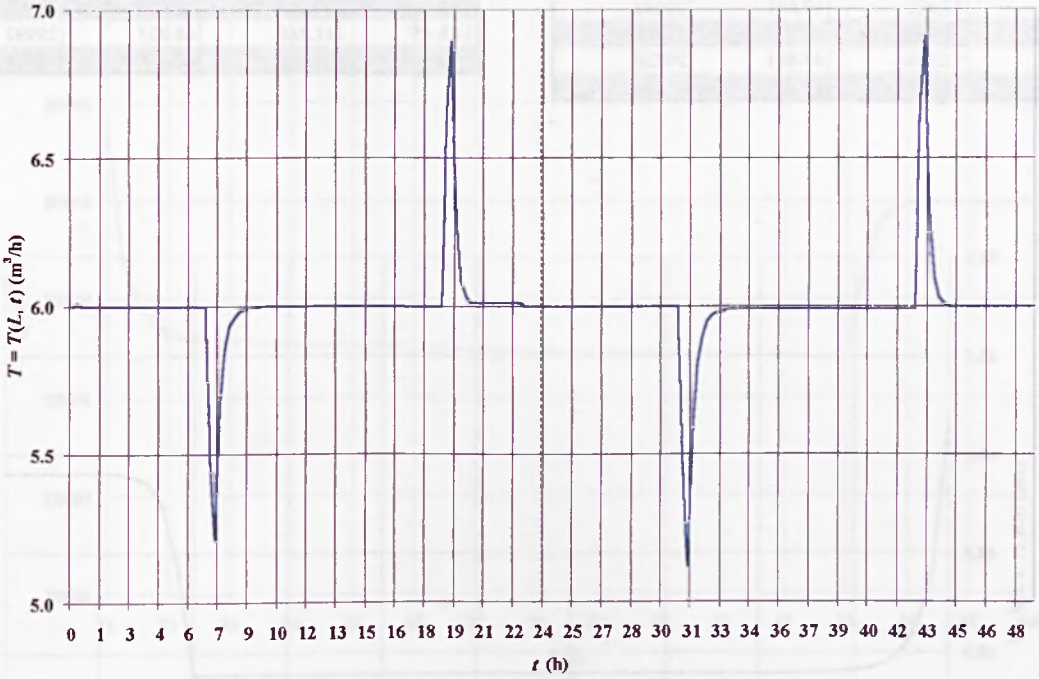
pikietaż	temperatura $T = T(x)$	ciśnienie $p = p(x)$
km	°C	bar
0	30.00	5.000
5	24.03	4.967
10	16.18	4.935
15	10.32	4.904
20	7.38	4.873
25	6.33	4.841
30	6.06	4.808
35	6.01	4.775
40	6.00	4.742
45	6.00	4.709
50	6.00	4.676
55	6.00	4.642
60	6.00	4.608
65	6.00	4.574
70	6.00	4.540
75	6.00	4.505
80	6.00	4.470
85	6.00	4.435
90	6.00	4.399
95	6.00	4.363
100	6.00	4.327



Rys. 6.10. Zmiany wartości stumienia objętości gazu w węźle początkowym.



Rys. 6.11. Zmiany wartości ciśnienia na końcu gazociągu.

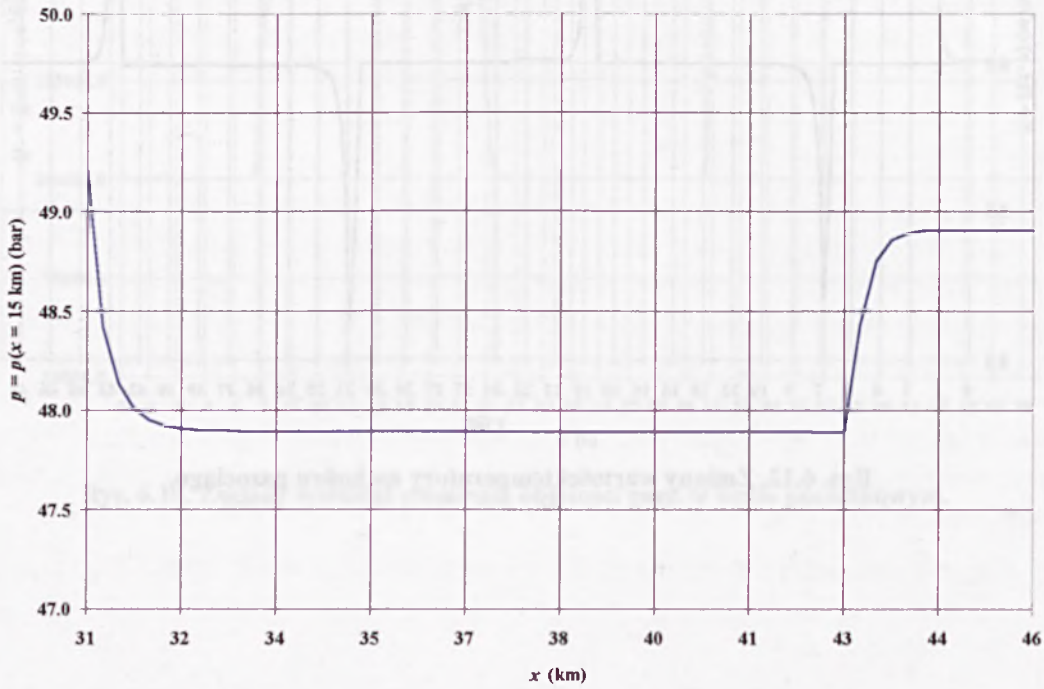


Rys. 6.12. Zmiany wartości temperatury na końcu gazociągu.

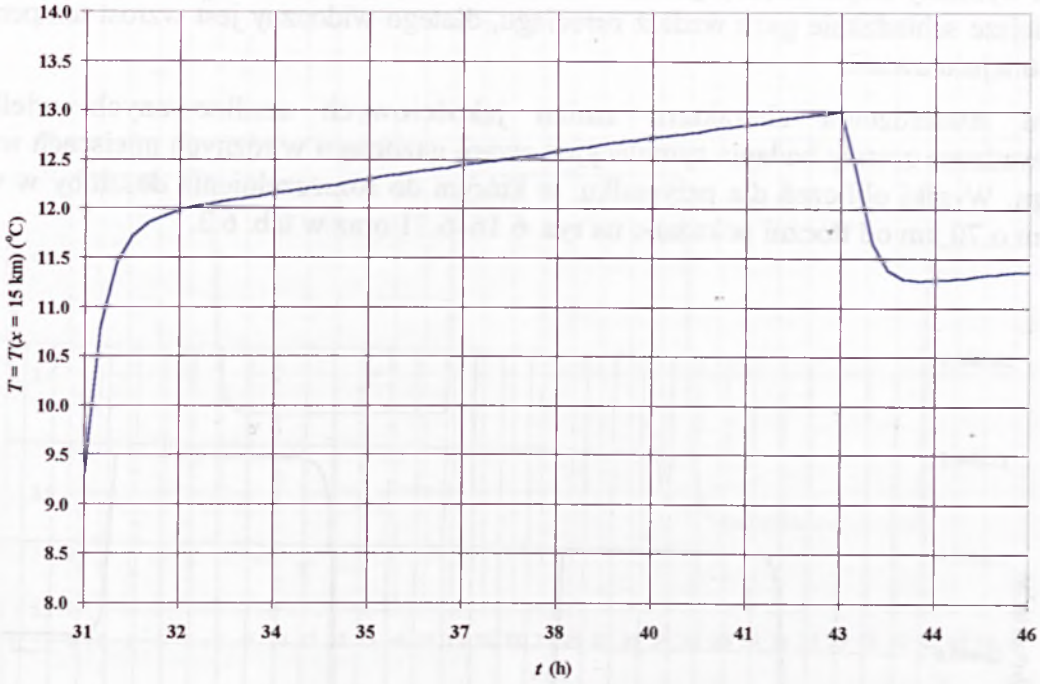
Tablica 6.2. Wyniki symulacji wypływu gazu w węźle na piętnastym kilometrze długości gazociągu.

czas	temperatura $T(x = 15\ \text{km})$ °C	ciśnienie $p(x = 15\ \text{km})$ bar	strum. obj. wypływ. gazu Q_n m³/h
0 h	9.300	49.205	30387
0 h 15'	10.800	48.420	29723
0 h 30'	11.450	48.135	29484
0 h 45'	11.720	48.008	29381
1 h	11.860	47.949	29332
1 h 15'	11.930	47.921	29307
1 h 30'	11.980	47.907	29294
1 h 45'	12.020	47.900	29287
2 h	12.050	47.896	29282
2 h 15'	12.080	47.895	29279
2 h 30'	12.100	47.894	29276
2 h 45'	12.130	47.893	29274
3 h	12.160	47.893	29272
3 h 15'	12.180	47.893	29270
3 h 30'	12.210	47.893	29268
3 h 45'	12.230	47.893	29265
4 h	12.250	47.892	29263
4 h 15'	12.280	47.892	29261
4 h 30'	12.300	47.892	29259
4 h 45'	12.330	47.892	29257
5 h	12.350	47.892	29255
5 h 15'	12.380	47.892	29253
5 h 30'	12.400	47.892	29251
5 h 45'	12.420	47.892	29249
6 h	12.450	47.892	29248
6 h 15'	12.470	47.891	29246
6 h 30'	12.490	47.891	29244
6 h 45'	12.520	47.891	29242
7 h	12.540	47.891	29240
7 h 15'	12.560	47.891	29238
7 h 30'	12.590	47.891	29236

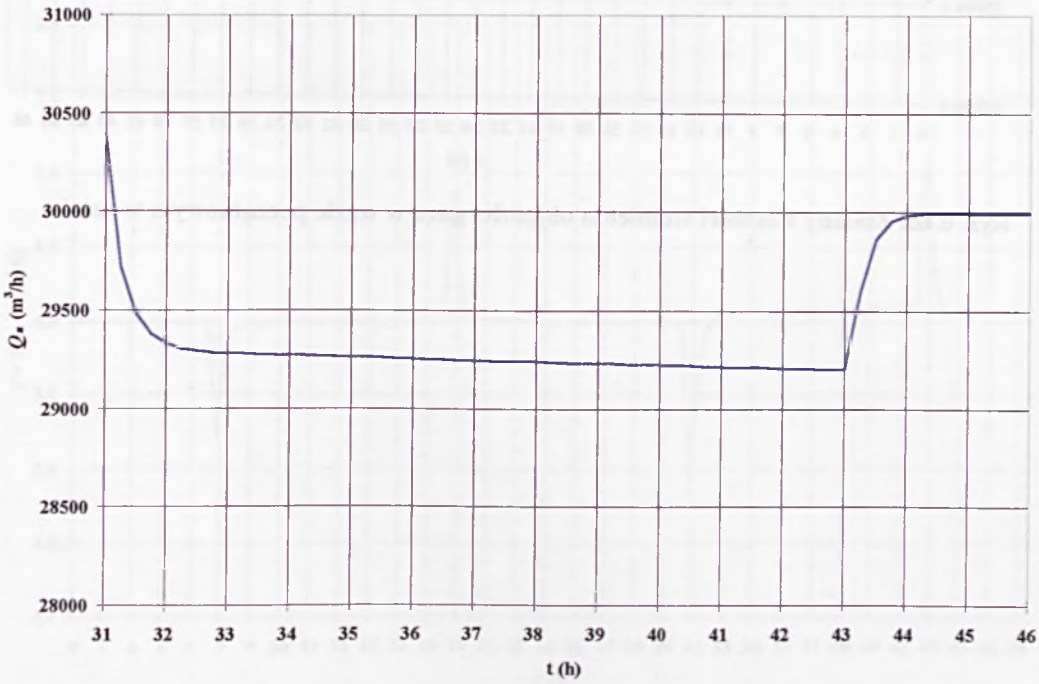
czas	temperatura $T(x = 15\ \text{km})$ °C	ciśnienie $p(x = 15\ \text{km})$ bar	strum. obj. wypływ. gazu Q_n m³/h
7 h 45'	12.610	47.891	29234
8 h	12.630	47.891	29232
8 h 15'	12.660	47.891	29230
8 h 30'	12.680	47.891	29228
8 h 45'	12.700	47.890	29226
9 h	12.730	47.890	29225
9 h 15'	12.750	47.890	29223
9 h 30'	12.770	47.890	29221
9 h 45'	12.790	47.890	29219
10 h	12.820	47.890	29217
10 h 15'	12.840	47.890	29215
10 h 30'	12.860	47.890	29213
10 h 45'	12.880	47.890	29212
11 h	12.910	47.890	29210
11 h 15'	12.930	47.890	29208
11 h 30'	12.950	47.889	29206
11 h 45'	12.970	47.889	29204
12 h	13.000	47.889	29202
12 h 15'	12.380	48.426	29597
12 h 30'	11.660	48.748	29864
12 h 45'	11.380	48.858	29958
13 h	11.300	48.892	29987
13 h 15'	11.280	48.902	29996
13 h 30'	11.290	48.905	29997
13 h 45'	11.300	48.906	29997
14 h	11.310	48.907	29996
14 h 15'	11.330	48.907	29994
14 h 30'	11.340	48.907	29993
14 h 45'	11.360	48.907	29992
15 h	11.370	48.907	29991



Rys. 6.13. Przebieg zmian ciśnienia w przekroju awarii w czasie.



Rys. 6.14. Przebieg zmian temperatury gazu w przekroju awarii w czasie.

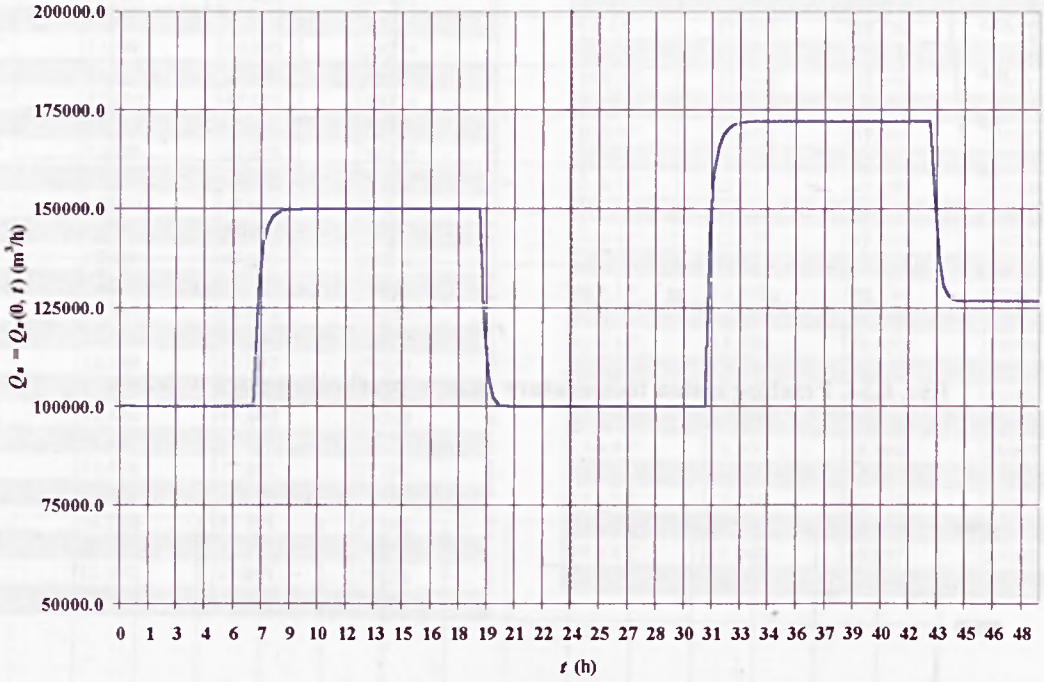


Rys. 6.15. Przebieg zmian strumienia objętości gazu wypływającego w przekroju awarii w czasie.

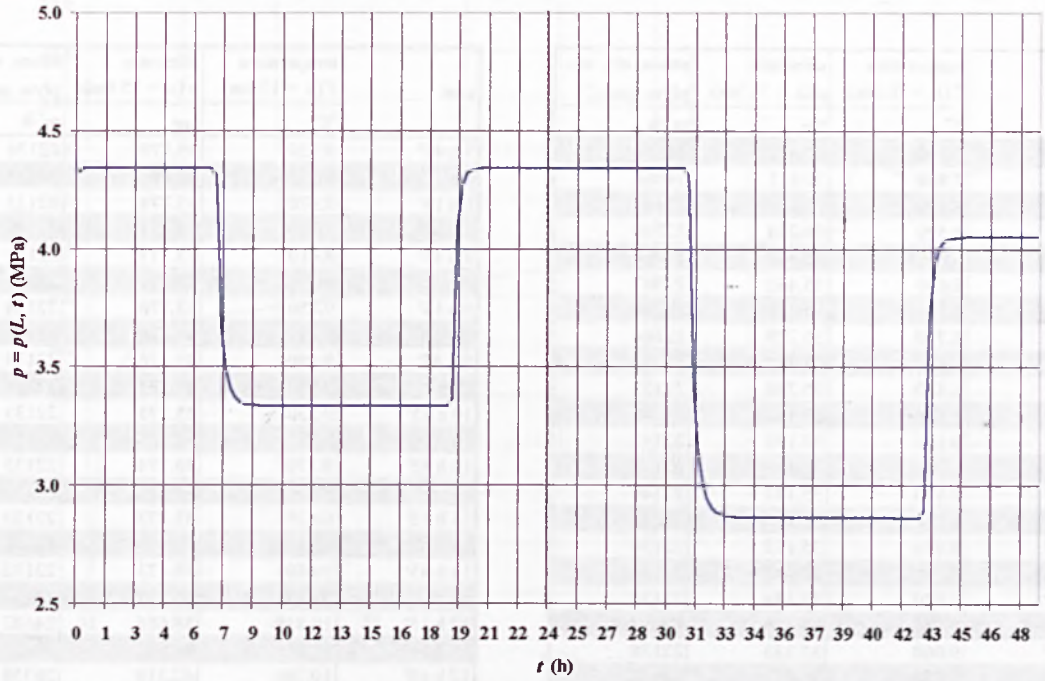
Zmiany ciśnienia gazu w miejscu nieszczelności pokazane na rys. 6.13 są niewielkie ze względu na bliskość tłoczni pracującej ze stałym ciśnieniem wyjściowym. W efekcie nie obserwuje się również znaczących zmian strumienia objętości gazu wypływającego w przekroju awarii (rys. 6.15). Zmiany temperatury gazu w przekroju awarii mają odwrotny przebieg w stosunku do zmian jakie obserwowane byłyby przy adiabatycznej ekspansji prostej, czy też dławieniu izentalpowemu w zakresie rozważanych ciśnień i temperatur. Efekt ten należy tłumaczyć zja-

wiskiem wymiany ciepła między gazem a otoczniem. Przesył większych ilości gazu powoduje wolniejsze schładzanie gazu wzdłuż rurociągu, dlatego widoczny jest wzrost temperatury gazu w miejscu awarii.

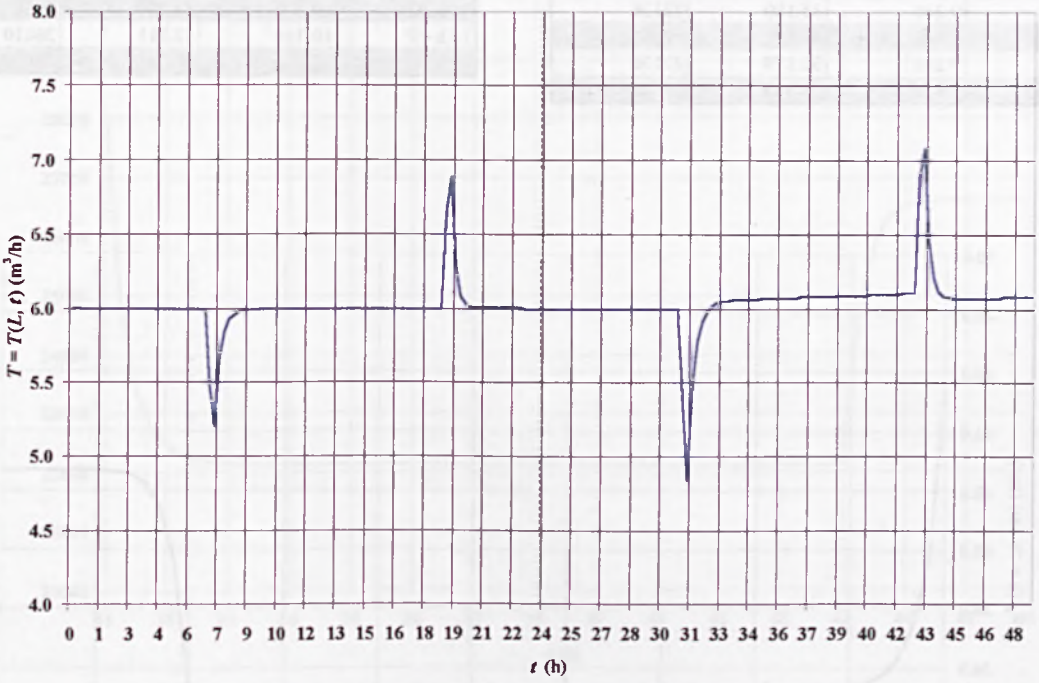
W celu stwierdzenia charakteru zmian jakościowych analizowanych wielkości przeprowadzone zostały badania symulacyjne awarii gazociągu w różnych miejscach wzdłuż rurociągu. Wyniki obliczeń dla przypadku, w którym do rozszczelnienia doszłoby w węźle odległym o 70 km od tłoczni pokazano na rys. 6.16–6.21 oraz w tab. 6.3.



Rys. 6.16. Zmiany wartości stumienia objętości gazu w węźle początkowym w czasie.



Rys. 6.17. Zmiany wartości ciśnienia na końcu gazociągu w czasie.

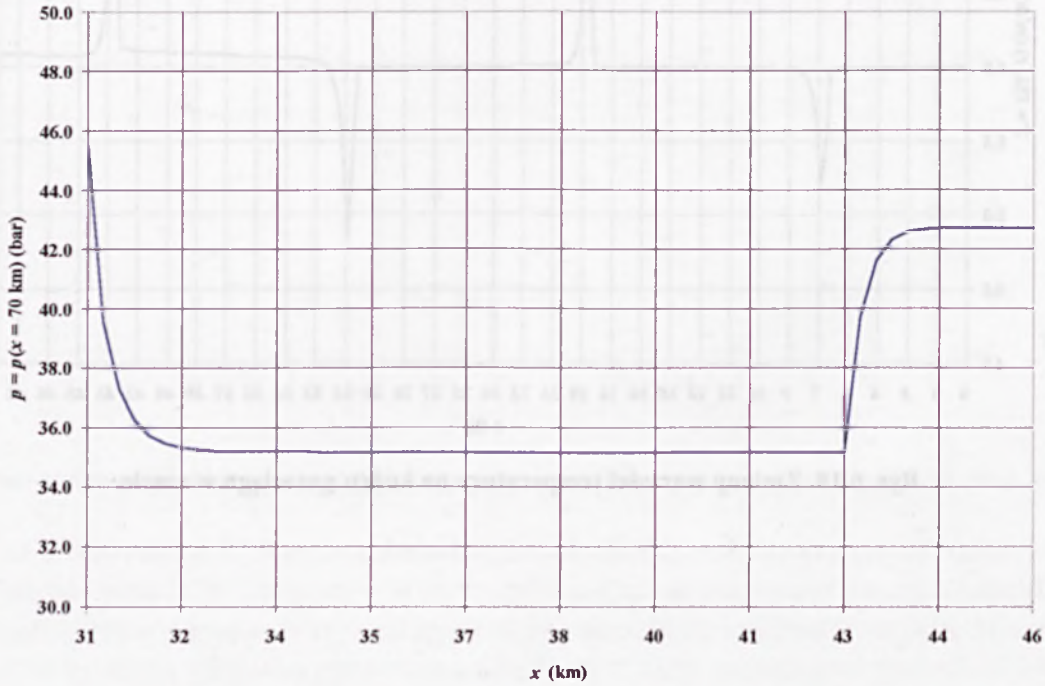


Rys. 6.18. Zmiany wartości temperatury na końcu gazociągu w czasie.

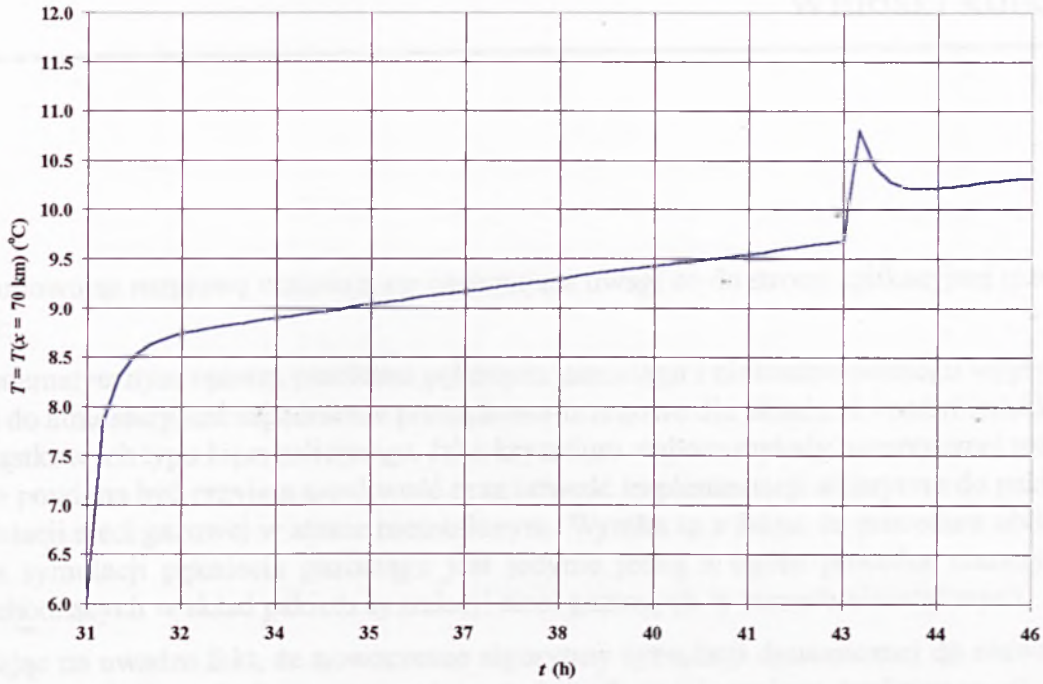
Tablica 6.3. Wyniki symulacji wypływu gazu w węźle na siedemdziesiątym kilometrze długości gazociągu.

czas	temperatura $T(x = 70$ km)	ciśnienie $p(x = 70$ km)	strum. obj. wypływ. gazu Q_n
	°C	bar	m^3/h
0 h	6.030	45.467	28352
0 h 15'	7.840	39.611	24866
0 h 30'	8.310	37.327	23447
0 h 45'	8.520	36.254	22789
1 h	8.630	35.727	22468
1 h 15'	8.690	35.462	22307
1 h 30'	8.740	35.328	22226
1 h 45'	8.770	35.259	22184
2 h	8.800	35.224	22163
2 h 15'	8.830	35.206	22152
2 h 30'	8.850	35.196	22146
2 h 45'	8.880	35.191	22143
3 h	8.900	35.189	22141
3 h 15'	8.920	35.187	22140
3 h 30'	8.950	35.186	22140
3 h 45'	8.970	35.185	22139
4 h	8.990	35.185	22139
4 h 15'	9.020	35.184	22139
4 h 30'	9.040	35.184	22138
4 h 45'	9.060	35.183	22138
5 h	9.080	35.183	22138
5 h 15'	9.110	35.183	22138
5 h 30'	9.130	35.182	22137
5 h 45'	9.150	35.182	22137
6 h	9.170	35.181	22137
6 h 15'	9.190	35.181	22137
6 h 30'	9.220	35.181	22137
6 h 45'	9.240	35.180	22136
7 h	9.260	35.180	22136
7 h 15'	9.280	35.179	22136
7 h 30'	9.300	35.179	22136

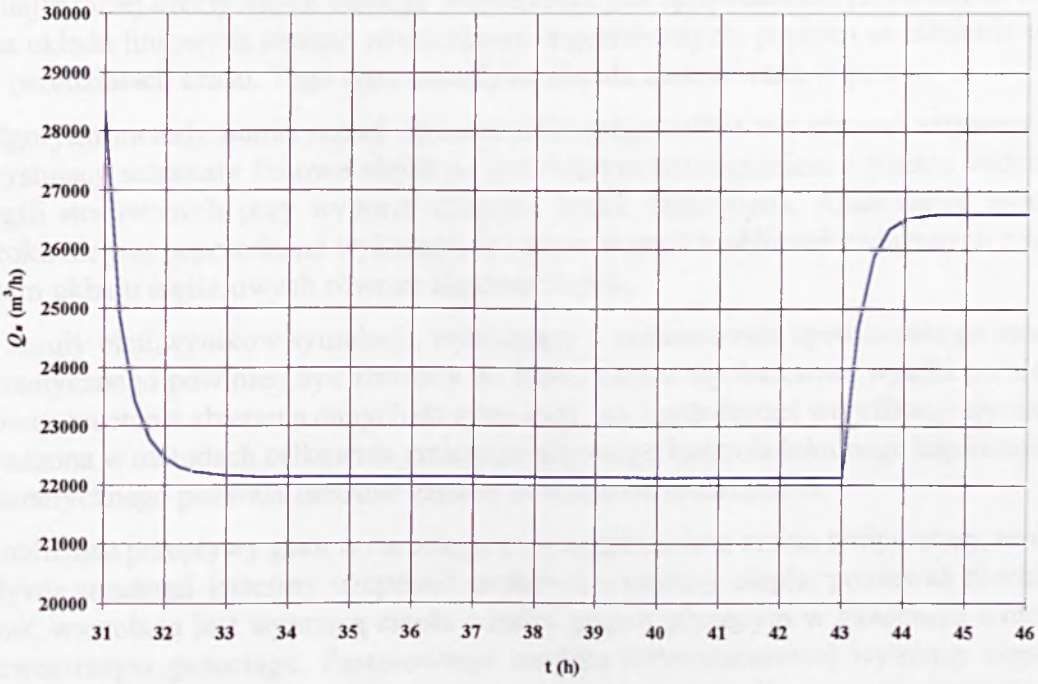
czas	temperatura $T(x = 15$ km)	ciśnienie $p(x = 15$ km)	strum. obj. wypływ. gazu Q_n
	°C	bar	m^3/h
7 h 45'	9.320	35.179	22136
8 h	9.350	35.178	22135
8 h 15'	9.370	35.178	22135
8 h 30'	9.390	35.178	22135
8 h 45'	9.410	35.177	22135
9 h	9.430	35.177	22134
9 h 15'	9.450	35.176	22134
9 h 30'	9.470	35.176	22134
9 h 45'	9.490	35.176	22134
10 h	9.510	35.175	22134
10 h 15'	9.530	35.175	22133
10 h 30'	9.550	35.175	22133
10 h 45'	9.570	35.174	22133
11 h	9.600	35.174	22133
11 h 15'	9.620	35.173	22133
11 h 30'	9.640	35.173	22132
11 h 45'	9.660	35.173	22132
12 h	9.680	35.172	22132
12 h 15'	10.810	39.686	24683
12 h 30'	10.430	41.601	25897
12 h 45'	10.280	42.319	26358
13 h	10.230	42.575	26522
13 h 15'	10.220	42.664	26580
13 h 30'	10.230	42.695	26600
13 h 45'	10.240	42.706	26607
14 h	10.260	42.709	26609
14 h 15'	10.280	42.710	26610
14 h 30'	10.290	42.711	26610
14 h 45'	10.310	42.711	26610
15 h	10.320	42.711	26610



Rys. 6.19. Przebieg zmian ciśnienia w przekroju awarii w czasie.



Rys. 6.20. Przebieg zmian temperatury gazu w przekroju awarii w czasie.



Rys. 6.30. Przebieg zmian strumienia objętości gazu wypływającego w przekroju awarii w czasie.

Widoczne są znacznie większe zakresy zmian parametrów w przekroju awarii. Świadczy to o dużej niedokładności przybliżenia rzeczywistych strat gazu przy zastosowaniu uproszczonych procedur dla których danymi są uśrednione wartości ciśnienia i stała wartość temperatury gazu w przekroju awarii.

Wnioski końcowe

Podsumowując rozprawę nasuwają się następujące uwagi co do strony aplikacyjnej rezultatów badań:

1. Matematycznym opisem problemu pęknięcia gazociągu i niekontrolowanego wypływu gazu do atmosfery jest zagadnienie początkowo-brzegowe dla układu równań różniczkowych cząstkowych typu hiperbolicznego. Jako kryterium wyboru metody numerycznej rozwiązania powinna być przyjęta możliwość oraz łatwość implementacji algorytmu do pakietu symulacji sieci gazowej w stanie nieustalonym. Wynika to z faktu, że procedura obliczeniowa symulacji pękniecia gazociągu jest jedynie jedną z ogółu procedur numerycznych wchodzących w skład pakietu symulacji sieci gazowych w stanach nieustalonych.
2. Mając na uwadze fakt, że nowoczesne algorytmy symulacji dynamicznej do rozwiązywania zagadnień różniczkowych stosują metody całkowania zmiennokrokowego, dla układu równań hiperbolicznych I rzędu wygodną w użyciu metodą numeryczną jest metoda prostych. Stosując metodę prostych, problem symulacji sieci gazowej w stanach nieustalonych polega na rozwiązaniu sztywnego układu równań różniczkowo-algebraicznych. Jedną z najbardziej efektywnych strategii rozwiązania jest sprowadzenie problemu do rozwiązania układu liniowych równań różniczkowo-algebraicznych, poprzez uśrednianie wielkości w przedziałach czasu. Tego typu metodyka została zastosowana w pracy.
3. Algorytm metody numerycznej zmiennokrokowego całkownia równań sztywnych wykorzystujący schematy liniowo niejawne jest dobrym rozwiązaniem z punktu widzenia strategiii stosowanych przy wyborze długości kroku całkowania. Anulowanie wykonanego kroku nie jest poprzedzone wykonaniem czasochłonnych obliczeń związanych z rozwiązaniem układu nieliniowych równań algebraicznych.
4. Z reguły błąd wyników symulacji, wynikający z zastosowania uproszczonego modelu matematycznego powinien być zbliżony do błędu jakimi są obarczone wyniki pomiarów, zarówno na etapie zbierania danych do symulacji, jak i późniejszej weryfikacji wyników. Prowadzona w metodach całkownia zmiennokrokowego kontrola lokalnego błędu rozwiązania numerycznego pozwala określać żądaną dokładność rozwiązania.
5. Analizując przepływy gazu w rurociągu z uwzględnieniem zmian temperatury, model przepływu zmuszeni jesteśmy uzupełnić modelem wymiany ciepła, ponieważ nieizotermiczność wywołana jest wymianą ciepła między gazem płynącym w gazociągu a otoczeniem zewnętrznym gazociągu. Zastosowanie modelu dwuwymiarowej wymiany ciepła, który doskonale przybliża pole temperatury w gruncie wiązałoby się z ogromym spadkiem efektywności obliczeń, z uwagi na wielkorotny wzrost liczby zmiennych zależnych w rozwiązywanym układzie równań. Należy pamiętać, że w każdym kroku czasu wyznaczanych jest n pól temperatury, gdzie n jest liczbą punktów dyskretyzacji gazociągu po zmiennej przestrzennej).
6. Model jednowymiarowej nieustalonej wymiany ciepła pozwala z dobrym przybliżeniem wyznaczać strumienie ciepła do otoczenia, nawet przy jedynie kilku pierścieniach podziałowych obszaru wymiany ciepła. Potwierdza to weryfikacja wyników na zbiorze danych

rzeczywistych, z której wynika, że maksymalny błąd względny wzyznaczenia temperatury gazu w gazociagu nie przekracza piętnastu procent, co w bezwzględnej skali temperatur odpowiada jednemu procentowi. Należy spodziewać się pewnego pogorszenia dokładności wyników symulacji prowadzonych dla okresów letnich.

7. Weryfikacja wyników symulacji nieustalonego przepływu gazu na zbiorze danych rzeczywistych potwierdza całkowitą poprawność modelu nieizotermicznego. Model ten zostanie wkrótce wykorzystany do celów praktycznych w symulatorze gazociągu tranzytowego Jamał-Europa Zachodnia, pracującym na potrzeby dyspozytorskie operatora gazociągu, firmy EuroPol GAZ s.a..
8. Analizujac warunek brzegowy w miejscu pęknięcia gazociągu stwierdzono, że parametry w przekroju awarii można w łatwy sposób powiązać z parametrami otoczenia stosując model izentropowego wypływu gazu kanałem zbieżnym. Z uwagi na przybliżoną znajomość geometrii dyszy, dobrym sposobem uzwzględninia start energetycznych przy przepływie gazu jest zastosowanie współczynnka wypływu. Uwzględnienie efektów wykazywanych przez gaz rzeczywisty wygodnie rozpatrywać w kategoriach modelu politropowego.
9. Zakładając pomijalnie małą niepewność wyznaczenia wykładnika politropy, zależność strumienia masy gazu wypływającego w miejscu nieszczelnosci od temperatury i ciśnienia gazu jest jednomianem potęgowym, w którym waga błędu wyznaczenia ciśnienia jest dwukrotnie większa od wagi błędu jakim obarczony jest wynik wyznaczenia wartości temperatury.
10. Badania weryfikacyjne modułu obliczeniowego symulacji pęknięcia gazociągu polegające na wyznaczaniu bilansu masy gazu w gazociągu z uwzględnieniem akumulacji oraz wypływu gazu w miejscu awarii potwierdziły poprawność opracowanych procedur. Świadczy to o możliwści stosowania symulatora na potrzeby wyznaczania ilości gazu traconego na skutek awarii.
11. Prezentowany algorytm symulacji pęknięcia gazociągu został zainstalowany w pakiecie symulacji dynamicznej sieci gazowych, umożliwiającym wykrywanie i lokalizację nieszczelności gazociągów oraz ocenę strat gazu spowodowanych awarią sieci, a badania weryfikacyjne na rzeczywistych obiektach potwierdziły jego pełną przydatność.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA (1)
R.005561
Biblioteka Główna

30

BIBLIOTEKA GŁÓWNA
Politechniki Warszawskiej
R.005561
400000000076679

R o z p r a w a d o k t o r s k a

Tytuł rozprawy: Modelowanie pęknięcia gazociągu przy założeniu nieizotermiczności przepływu gazu

ilość stron+tablic+wykresów 136 + 22 + 65

Nazwisko i imię autora : Chaczykowski Maciej

POLITECHNIKA WARSZAWSKA
B.005561
Biblioteka Główna

S t r e s z c z e n i e

Praca zawiera teoretyczny opis zjawisk towarzyszących pęknięciu gazociągu. Opracowany został algorytm obliczeniowy symulacji przepływu, pozwalający badać wpływ pęknięcia gazociągu na rozkład parametrów przepływu. W rozdziałach drugim, trzecim i czwartym sformułowano matematyczny model przepływu gazu w gazociągu ulegającym awarii. Opisywanym zjawiskiem fizycznym jest przepływ gazu w gazociągu oraz wypływ gazu do atmosfery w miejscu pęknięcia. Równaniami opisującymi przepływ są równania wyrażające prawo zachowania masy, pędu i energii oraz równanie stanu. Kryteriami w wyborze modelu były dokładność przybliżenia rzeczywistego zjawiska oraz nakład obliczeniowy potrzebny do rozwiązania modelu.

Drugim etapem pracy jest poszukiwanie efektywnego rozwiązania sformułowanego modelu matematycznego. Numeryczne rozwiązanie równań zachowania podano w rozdziale piątym. Jako kryterium wyboru metody numerycznej przyjęta została możliwość oraz łatwość implementacji algorytmu do pakietu symulacji sieci gazowej w stanie nieustalonym. Zaproponowana procedura obliczeniowa pozwala prognozować ewentualne skutki rozszczelnienia gazociągu oraz analizować możliwe przebiegi zmian parametrów przepływu w trakcie hipotetycznych awarii.

Rozdział szósty zawiera wyniki obliczeń symulacyjnych oraz częściową weryfikację wyników na zbiorze danych rzeczywistych.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA
WYDZIAŁ INŻYNIERII ŚRODOWISKA
00-653 Warszawa, Nowowiejska 20, tel. 621-45-60, fax 625-73-77

Warszawa, dnia 17.09.2001 r

Nr WIŚ - 29/167 /2001

POLITECHNIKA WARSZAWSKA
R.005561
Biblioteka Główna

Biblioteka Główna
Politechniki Warszawskiej
00-661 Warszawa
ul. Plac Politechniki 1

Przesyłam w załączeniu 2 egzemplarze rozprawy doktorskiej

mgr inż. Macieja CHACZYKOWSKIEGO

na temat: ***„Modelowanie pęknięcia gazociągu przy założeniu nieizotermiczności przepływu gazu"***

z prośbą o udostępnienie rozprawy zainteresowanym w związku z dyskusją publiczną, która odbędzie się w dniu 12 października 2001 r. o godz. 10^{00} w Sali Rady Wydziału nr 115 w Warszawie ul. Nowowiejska 20.

Załącznik

DZIEKAN

prof. dr hab. inż. Janusz Kindler