

OD AUTORA

Dr. Inż. WITOLD WIERZBICKI.

Docent Politechniki Warszawskiej.

ROZKŁAD NAPRĘŻEŃ W MURACH SZCZELNYCH.

Odbitka z „Przeglądu Technicznego“.

WARSZAWA

1927

5-436

Dr. Inż. WITOLD WIERZBICKI.

Docent Politechniki Warszawskiej.

ROZKŁAD NAPRĘŻEŃ W MURACH SZCZELNYCH.



Odbitka z „Przeglądu Technicznego”.

624.04

WARSZAWA

1928

WYDZIAŁ ARCHITEKTURY
Politechniki Łódzkiej
Nr 2840 Inwentarz

1. Istota zagadnienia.

Obliczenie statyczne murów, podtrzymujących masy ziemne lub wodne, odbywa się za pomocą jednego z dwóch następujących sposobów.

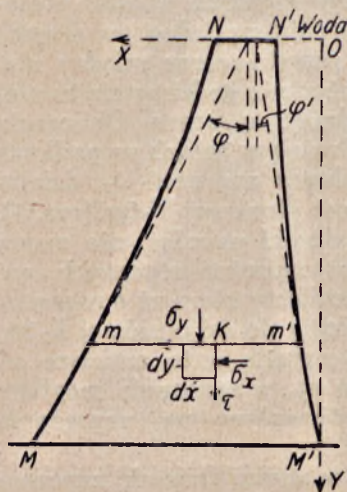
W wypadkach, gdy szczelność murów nie ma znaczenia pierwszorzędno, wyobrażamy sobie, że mur składa się z szeregu cienkich warstw poziomych, które nie przesuwają się jedna po drugiej jedynie dzięki tarciu, powstającemu między nimi. W ten sposób teoretycznie godzimy się tu niejako z możliwością pęknięć w murze. Obliczenie wytrzymałości sprowadza się w takich wypadkach do wyznaczenia normalnych naprężeń σ_y , działających równoległe do osi pionowej Y-ów (rys. 1), gdyż, wobec dopuszczalności pęknięć, nie mamy potrzeby obliczania ani naprężeń stycznych, ani naprężeń głównych; pomijamy również i naprężenia normalne σ_x , równoległe do osi poziomej X-ów, gdyż naprężenia te są zwykle dużo mniejsze od odpowiednich naprężeń σ_y , a znaczenie mogłyby mieć jedynie przez swój wpływ na naprężenia główne.

Rozkład naprężeń w murze staje się znacznie bardziej skomplikowanym, o ile powstawanie pęknięć nie może być tolerowane. W tych razach uciekamy się do sporządzenia tak zwanych linii jednakowych naprężeń, które charakteryzują pracę murów szczelnych.

Celem niniejszego artykułu jest podanie, na tle ogólnej teorii, linii jednakowych naprężeń w wypadkach, dla których to nie jest zrobione, o-

raz omówienie zakresu stosowalności obliczenia murów, jako szczelnych.

Mury podporowe, czyli mury podtrzymujące ziemię, bywają wprawdzie naogół obliczane za pomocą pierwszego z wymienionych wyżej sposobów (wyznaczenie samych tylko σ_y), jednak ze względu na to, że w rzeczywistości staramy się unikać w murach pęknięć, a również i ze względu na lepsze wyzyskanie materiału, należałoby i do tych murów stosować ściślejszy sposób drugi, powszechnie już przyjęty w obliczeniach tam (wyznaczenie linii jednakowych naprężeń). Powstaje wówczas kwestja różnicy, jaka zachodzi między parciem ziemi na mury, a ciśnieniem hydrostatycznym.



Rys. 1.

Wszystkie, najbardziej rozpowszechnione teorie parcia ziemi, oparte są na metodzie równowagi granicznej i dają wartość parcia, odpowiadającą chwili wywracania się muru (parcie geodynamiczne¹⁾). Próby obliczenia geostatycznego parcia ziemi, t. j. takiego, które odpowiadałoby stałej równowadze muru i miałyby ten sam

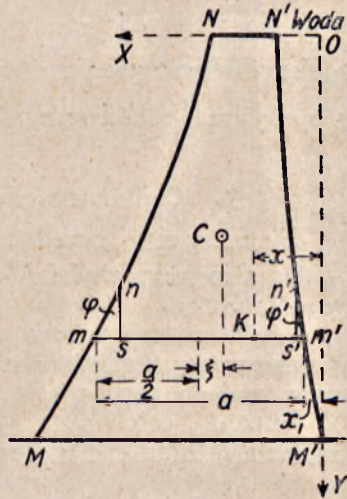
charakter, co parcie hydrostatyczne, nie dały dotąd wyników cieszących się większą wziętością. Pewną analogję

¹⁾ Termin zapożyczony z „Podręcznika Statyki Budowlanej”, prof. M. Thulliego.

między parciem ziemi na mur a parciem hydrostatycznym wprowadza założenie (konieczne do wyznaczenia parcia ziemi), że ziemia na całej wysokości muru znajduje się w stanie równowagi granicznej. Takie założenie, aczkolwiek niezupełnie uzasadnione, pozwala nam na sporządzenie wykresów parć jednostkowych ziemi,

odpowiadających wykresowi ciśnienia hydrostatycznego.

Parcie jednostkowe ziemi na płaszczyznę pionową, w razie naziomu płaskiego i poziomego, ma wykres trójkątny, podobnie jak parcie hydrostatyczne, i wyraża się, przy pominięciu tarcia między ziemią a murem, zapomo-



Rys. 2.

$$z = \gamma_z y \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\psi}{2} \right), \dots (1)$$

gdzie γ_z jest to ciężar właściwy ziemi, y zagłębienie pod powierzchnią naziomu, ψ kąt stoku naturalnego. Odpowiednio dla parcia jednostkowego wody otrzymujemy:

$$p = \gamma_w y \dots (2)$$

Z powyższego wynika, że wzory dla obydwóch rodzajów parć jednostkowych różnią się od siebie jedynie wielkościami stałymi, które w dodatku mogą być w pewnych szczególnych wy-

padkach we wzorach (1) i (2) sobie równe. Mając to na uwadze, możemy w rozumowaniach, dotyczących rozkładu naprężeń w murach, nie robić różnicy między parciem ziemi a parciem wody, tem bardziej, że wielkości γ nie wpływają zasadniczo na charakter linii jednakowych naprężeń. Będziemy więc w dalszym ciągu przyjmowali, że γ , względnie $\gamma \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\psi}{2} \right)$ równe są $1 t/m^3$, czyli, że będziemy rozpatrywali parcie ziemi, jako parcie wody o ciężarze właściwym $\gamma_z \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\psi}{2} \right)$.

2. Ogólna metoda obliczenia.

Bierzemy mur, przedstawiony na rys. 1.

Od strony krawędzi $N' M'$ działa tu ciśnienie hydrostatyczne.

Mur uważamy za ciało sprężyste i wypisujemy następujące dwa równania równowagi nieskończone małego prostopadłościanu o wymiarach $1 \times dx \times dy$, położonego w dowolnym punkcie K (równania różniczkowe równowagi sprężystej):

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \dots \dots \dots (3)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau}{\partial x} = \gamma_m, \dots \dots \dots (4)$$

gdzie γ_m oznacza ciężar właściwy muru.

Przytoczone dwa równania wyrażają zależność między trzema naprężeniami, działającymi w punkcie K , dają wobec tego nieograniczoną liczbę rozwiązań. Ponieważ wzorów dla odkształceń wewnątrz muru nie znamy, więc aby dla dwóch wchodzących tu naprężeń otrzymać rozwiązanie w postaci znanych funkcji współrzędnych, musimy przyjąć dla jednego z nich jakąś funkcję znaną a priori, opierając się na doświadczeniu zadań po-

krewnych. Robimy to, mianowicie, dla naprężenia σ_y na podstawie analogii następujących:

1) W belkach pryzmatycznych naprężenia normalne, równoległe do osi belki, mają w poszczególnych przekrojach poprzecznych rozkład linjowy; w konsekwencji stosuje się to i do słupów ściskanych mimośrodowo.

2) W sklepieniach sprężystych o małej krzywiznie, przy założeniu przekrojów płaskich, rozkład naprężeń mało różni się od prostolinjowego, podczas gdy poszczególne odcinki sklepienia mają kształt trapezowy, t. j. taki, jaki miewa mur lub tama.

Rozkład naprężeń stycznych w danym przekroju poziomym muru, jaki moglibyśmy przyjąć na podstawie analogii powyższych, byłby znacznie bardziej złożony, niż prostolinjowy, nie byłby zaś bardziej prawdopodobny.

Przedstawiamy więc dla danego przekroju mm' naprężenia σ_y w postaci funkcji:

$$\sigma_y = f_1(x) = ax + b \dots \dots \dots (5)$$

i wyznaczamy współczynniki a i b na podstawie ogólnego wzoru na ściskanie mimośrodkowe:

$$\max \sigma_y = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W}, \dots \dots \dots (6)$$

gdzie N oznacza ciężar muru ponad danym przekrojem poziomym mm' , A i W odpowiednio pole i wskaźnik wytrzymałości tegoż przekroju, zaś $M = M_w - M_c$, t. j. różnicy momentów od parcia wody i ciężaru własnego względem środka przekroju muru.

Wzór (5) przybiera ostatecznie postać następującą (rys. 2):

$$\sigma_y = \frac{N}{A} - \frac{M}{W} \cdot \left(\frac{\frac{a}{2} + x_1 - x}{\frac{a}{2}} \right) \dots \dots \dots (7)$$



W dalszym ciągu wstawiamy wzór (7) w równania (3) i (4). Aby drogą całkowania tych równań dojść do rozwiązań typu:

$$\sigma_y = f_2(x), \quad \tau = f_3(x), \quad$$

ustalamy przedewszystkiem tak zwane warunki brzegowe na końcach przekroju mm' .

W tym celu wypisujemy równania równowagi nieskończenie małego graniastosłupa o wysokości 1 i podstawie mns , przylegającego do powierzchni muru od strony powietrza²⁾. Na powierzchni mn graniastosłupa, którą uważamy za płaską, żadne siły nie działają, na płaszczyznę ms działają naprężenia normalne σ_y^m i styczne τ^m , a na płaszczyznę ns normalne σ_x^m i styczne τ^m . Równania równowagi przybierają dla graniastosłupa mns postać następującą:

$$\Sigma X = mn(\sigma_x \cos \varphi - \tau \sin \varphi) = 0 \quad . . \quad (9)$$

$$\Sigma Y = mn(\sigma_y \sin \varphi - \tau \cos \varphi) = 0, \quad . . \quad (10)$$

skąd wynika, że

$$\sigma_x^m = \sigma_y^m \operatorname{tg}^2 \varphi; \quad \tau^m = \sigma_y^m \operatorname{tg} \varphi. \quad . . . \quad (11)$$

W podobny sposób dla nieskończenie małego graniastosłupa $m'n's'$, przylegającego do powierzchni muru od strony wody, dochodzimy do równań następujących:

$$p \cos \varphi' = \sigma_x^{m'} \cos \varphi' + \tau^{m'} \sin \varphi' \quad . . \quad (12)$$

$$p \sin \varphi' = \sigma_y^{m'} \sin \varphi' + \tau^{m'} \cos \varphi', \quad . . \quad (13)$$

w których p oznacza jednostkowe parcie wody. Z równań tych otrzymujemy, że

$$\sigma_x^{m'} = p + (\sigma_y^{m'} - p) \operatorname{tg}^2 \varphi'; \quad \tau^{m'} = (p - \sigma_y^{m'}) \operatorname{tg} \varphi'. \quad (14)$$

Znając naprężenia na końcach pewnego przekroju poprzecznego mm' muru, możemy doprowa-

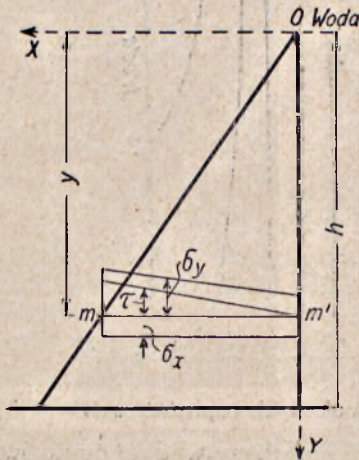
²⁾ Por. Maurice Lévy, „Note sur les diverses manières d'appliquer la règle du trapèze au calcul de la stabilité des barrages en maçonnerie“, Annales des Ponts et Chaussées, 1897, 4-me trimestre.

dzić do końca całkowanie równań (3) i (4) i otrzymać ze wzorów (8) naprężenia w poszczególnych punktach K , względnie sporządzić dla danego przekroju wykresy odpowiednich naprężeń. Naprężenia σ_{max} (główne) i τ_{max} (największe styczne) dla poszczególnych punktów przekroju mm' otrzymujemy ze wzorów:

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} \quad (15)$$

$$\tau_{max} = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} \quad (16)$$

Wreszcie sporządzamy wykresy naprężeń σ_{max} i τ_{max} dla poszczególnych przekrojów poprzecznych



Rys. 3.

mm' muru. Na podstawie tych wykresów znajdujemy w ciele muru punkty, dla których σ_{max} lub τ_{max} mają te same wartości i łączymy je ze sobą linią krzywą. Otrzymujemy w ten sposób linie jednakowych naprężeń.

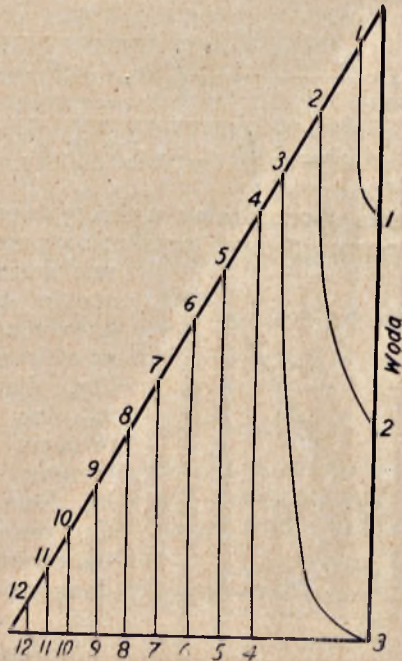
Możemy i w inny sposób jeszcze wyznaczać linie jednakowych naprężeń w murze.

W tym celu ustawiamy równania:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} = \\ = F_1(x, y) = R_g \dots \dots (17) \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} = F_2(x, y) = R_t, \quad (18)$$

w których R_g i R_t oznaczają te wartości naprężeń σ_{max} lub τ_{max} , dla których chcemy otrzymać linie jednakowych naprężeń.



Rys. 4. Linie jednakowych naprężeń σ_{max} .

Krzywe (17) i (18) budujemy według punktów. Ostatnio wyłożony sposób wyznaczenia linii jednakowych naprężeń jest dogodny jedynie w razie murów trójkątnych, a w niniejszej pracy stosowany nie będzie.³⁾

³⁾ Por. G. Pigeaud, „Barrages triangulaires en maçonnerie“ Le Génie Civil, 1923 i „Résistance des matériaux“ oraz O. Mohr, „Der Spannungszustand einer Stauwand“, Zeitschrift der Oesterreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereins, 1908.

3. Mury trójkątne.

Mamy mur o przekroju normalnym, przedstawiony na rys. 3 i znajdujący się pod działaniem ciśnienia hydrostatycznego.

Wzór (7) przybiera tu postać następującą:

$$\sigma_y = \frac{N}{A} - \frac{M}{W} \cdot \frac{y \operatorname{tg} \varphi - x}{\frac{y \operatorname{tg} \varphi}{2}} \dots (19)$$

Zakładając, że mur posiada długość 1 m, otrzymujemy, że:

$$\begin{aligned} A &= y \operatorname{tg} \varphi; & N &= \frac{1}{2} \gamma_m y \operatorname{tg}^2 \varphi; & M_c &= N \cdot \xi; \\ \xi &= \frac{1}{6} y \operatorname{tg} \varphi; & M_c &= \frac{1}{12} \gamma_m y^3 \operatorname{tg}^2 \varphi; & M_w &= \frac{1}{6} y^3; \\ M &= \frac{1}{6} y^3 - \frac{1}{12} \gamma_m y^3 \operatorname{tg}^2 \varphi; \\ \sigma_y &= \frac{\gamma_m y}{2} - \frac{(2 - \gamma_m \operatorname{tg} \varphi)}{2 \operatorname{tg}^2 \varphi} \cdot \frac{(y \operatorname{tg} \varphi - 2x)}{\operatorname{tg} \varphi}, \dots (20) \end{aligned}$$

gdzie $\gamma_w = 1$, ξ oznacza mimośród siły pionowej N , zaś wszystkie inne oznaczenia są te same, co wyżej.

Wstawiając wzór (20) w równanie (4) i, mając na uwadze, że przy $x = 0$, stale $\tau = 0$, otrzymujemy dla τ w danym przekroju muru wzór następujący:

$$\tau = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \varphi} \dots \dots \dots (21)$$

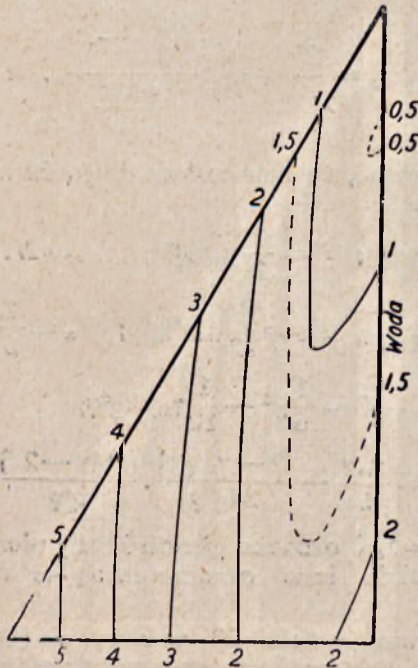
Odwołujemy się do równania (3) i, mając na uwadze, że, wobec wzoru (21), $\frac{\partial \tau}{\partial y} = 0$, dochodzi-

my do równania $\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = 0$.

Całkując to równanie, otrzymujemy, że

$$\sigma_x = \text{const} = y, \quad \dots \quad (22)$$

gdyż na powierzchni muru od strony wody działa normalne do tej powierzchni ciśnienie y .



Rys. 5. Linje jednakowych naprężeń τ_{max} .

Wykresy naprężeń σ_y , σ_x i τ dla danego przekroju mm' przedstawione są na rys. 3.

O ile żadna z krawędzi muru nie jest pionowa, wówczas otrzymujemy zamiast (21) i (22) wzory:

$$\sigma_x = a_1 x + b_1 y; \quad \tau = a_2 x + b_2 y, \quad \dots \quad (23)$$

gdzie współczynniki a_1, a_2, b_1, b_2 oznaczają grupy wielkości, zależnych od wymiarów muru, a wcho-

dzących we wzór dla σ_y , zaś iloczyny $b_1 y$ i $b_2 y$ są to stałe całkowania względem x , które wyznaczamy ze wzorów (11) i (14).

Na rys. 4 i 5 podaję wyniki jednego z obliczeń, wykonanych według sposobu omówionego wyżej, dotyczącego tamy trójkątnej o średniej wysokości ($\varphi = 30^\circ$, $h = 30$ m, $\gamma_m = 2,4$ t/m³), uważając je za charakterystyczne dla zadań tego rodzaju.

Układ linii jednakowych naprężeń między wierzchołkiem a przekrojem mm' (rys. 3) nie jest zależny od całkowitej wysokości tamy h .

Dla porównania wyznaczyłem powyższym sposobem linie jednakowych naprężeń dla tamy obliczonej przez Pigeaud'a,⁴⁾ otrzymując wyniki zgodne z tamtymi.

4. Mury prostokątne.

Bierzemy mur przedstawiony na rys. 6.

W danym wypadku mamy, że:

$$N = \gamma_m a y; \frac{N}{A} = \gamma_m y; M_w = \frac{1}{6} y^3; M_c = 0,$$

wobec czego wzór (7) dla σ_y przybiera postać następującą:

$$\sigma_y = \gamma_m y - \frac{y^3}{a^2} \cdot \frac{a - 2x}{a} \dots \dots (24)$$

Obliczamy pochodną $\frac{\partial \sigma_y}{\partial y}$ i w dalszym ciągu otrzymujemy z równania (4), że:

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} = \frac{3y^2}{a^2} - \frac{6y^2x}{a^3} \dots \dots (25)$$

Po scałkowaniu równania (25), wobec $\tau = 0$ przy $x = 0$, otrzymujemy dla τ wzór następujący:

$$\tau = \frac{3y^2x}{a^2} \left(1 - \frac{x}{a} \right) \dots \dots (26)$$

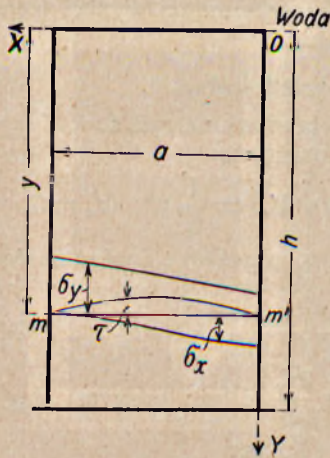
⁴⁾ Por. Prof. J. Łopuszański, „Zbiorniki i przegrody dolin” w „Podręczniku Inżynierskim”, wydanym pod red. prof. S. Bryły.

Wstawiając w równanie (3) pochodną $\frac{\partial \tau}{\partial y}$, obliczoną na podstawie wzoru (26), otrzymujemy (przy $x=0$, $\sigma_x=y$):

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = -\frac{6yx}{a^2} + \frac{12yx^2}{2a^3}, \dots \dots (27)$$

$$\sigma_x = y \left[1 - 3 \left(\frac{x}{a} \right)^2 + 2 \left(\frac{x}{a} \right)^3 \right] \dots \dots (28)$$

Wykresy naprężeń σ_x , σ_y , τ w przekroju mm' muru prostokątnego przedstawione są na rys. 6, a linie naprężeń σ_{max} i τ_{max} na rys. 7 i 8. Dotyczą one muru



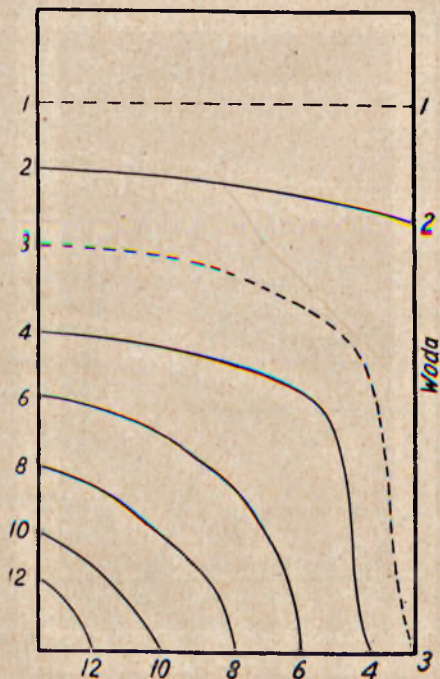
Rys. 6. Naprężenia σ_x , σ_y i τ w przekroju mm' muru prostokątnego.

o wysokości 30 m i szerokości 18 m przy $\gamma_m = 2,4 \text{ t/m}^3$, $\gamma_w = 1 \text{ t/m}^3$. Wymiary te wybrane są w ten sposób, aby największe naprężenia normalne wyciągające ($1,9 \text{ kg/cm}^2$) były tu te same, co w murze trójkątnym, przedstawionym na rys. 4. Wobec tego porównanie ze sobą linii jednakowych naprężeń w obydwóch wypadkach może tu być miarodajnym. Sposób wyznaczenia tych linii jest ten sam, co w § 3.

5. Mury trapezowe.

Wyznaczenie linii jednakowych naprężeń w murach trapezowych (rys. 9) mogłoby nie różnić się zasadniczo od wyznaczenia tych linii w murach trójkątnych i prostokątnych, gdyby nie okoliczność, że w większości murów trapezowych wzory dla N , M ,

A i W są bardzo skomplikowanymi funkcjami spółrzednych. Czyni to działania potrzebne do rozwiązania równań (3) i (4) tak żmudnymi, że pochodzące stąd wzory ogólne nie nadają się prawie do użycia. Zmuszeni więc tu jesteśmy, poza założeniem liniowego rozkładu naprężeń σ_y , do dalej idących „uproszczeń”.

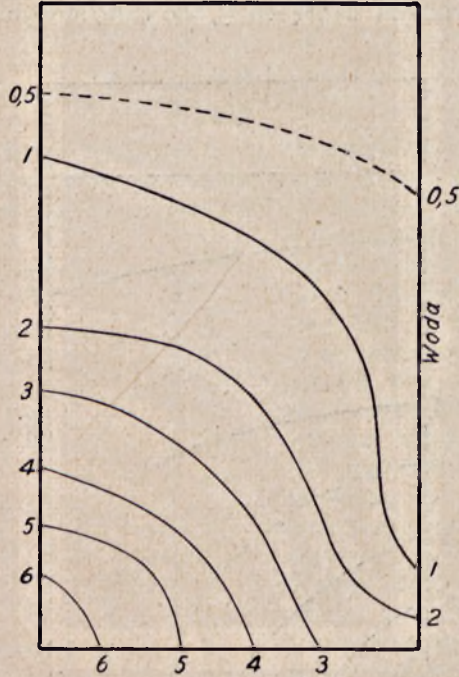


Rys. 7. Linje jednakowych naprężeń σ_{max} w murze prostokątnym.

Chodzi mianowicie o przyjęcie prostego a prawdopodobnego rozkładu dla naprężeń σ_x i τ w danym przekroju muru.

Naprężenia σ_x mają w poszczególnych przekrojach murów trójkątnych przebieg prostoliniowy (rys. 3),

a w murach prostokątnych przebieg wyrażający się wzorem (28), niezbyt wiele odbiegający od prostoliniowego. Ponieważ mur trapezowy można uważać za kombinację muru prostokątnego z trójkątnym, na-

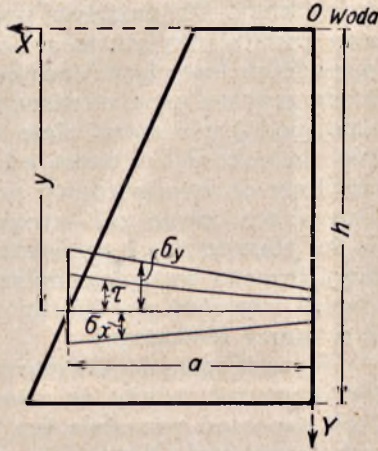


Rys. 8. Linje jednakowych naprężeń τ_{max} w murze prostokątnym.

leży więc oczekiwać, iż wykres naprężeń σ_x w pewnym przekroju takiego muru będzie się mało różnił od prostoliniowego. O ile przyjmiemy taki właśnie kształt wykresu dla σ_x , wówczas do jego sporządzenia potrzebna będzie jedynie znajomość warunków brzegowych na końcach danego przekroju mm' .

Wykres naprężeń τ ma w danym przekroju muru prostokątnego kształt paraboliczny (rys. 6 i wzór 26),

a w takim samym przekroju muru trójkątnego kształt trapezowy (wzory 21 i 23). Należy oczekiwać, że wykres naprężeń τ dla danego przekroju muru trapezowego ma kształt pośredni między podobnymi wykresami dla murów prostokątnych i trójkątnych¹⁾, przyjmujemy więc dla niego kształt trapezu, ograniczonego parabolą. Parabole, ograniczającą wykres, przeprowadzamy przez dwa punkty, określone przez warunki brzegowe (rzędne naprężeń na powierzchniach oznaczamy dla danego przekroju przez τ_1 i τ_2) i przez punkt, odpowiadający środkowi przekroju. Rzędną τ_2 , odpowiadającą temu ostatniemu, obliczamy, wychodząc z równania $\sum X = 0$, zastosowanego do części muru ponad przekrojem mm' . Twierdzimy, mianowicie, że parcie wody na wspomnianą część muru musi zrównoważyć się z siłami stycznymi, działającymi w płaszczyźnie mm' . Mamy stąd, że



Rys. 9. Naprężenia σ_x , σ_y i τ w murze trapezowym.

$$\frac{y^2}{2} - \int_0^a \tau dx = 0, \quad \dots \quad (29)$$

gdzie całka dotyczy całego pola przekroju mm' muru (czyli pola $a \cdot 1$). Zastępujemy całkę przez sumę wziętą według wzoru Simpson'a:

¹⁾ O. Mohr, op. cit.

$$\int \tau dx = \frac{a}{6} (\tau_1 + 4\tau_2 + \tau_3) \dots (30)$$

i otrzymujemy stąd przybliżoną wartość τ_2 :

$$\tau_2 = \frac{3y^2}{4a} - \frac{\tau_1 + \tau_3}{4} \dots (31)$$

Na rys. 10 i 11 przedstawione są wyniki obliczeń muru trapezowego z pionową ścianą od strony wody. Dla możności porównania, wysokość muru została przyjęta ta sama, co w przykładach poprzednich (szerokość podstaw 24 m i 12 m). O ile płaszczyzna muru od strony powietrza, przy tej samej podstawie muru, staje się bardziej strona, linje jednakowych naprężeń zbliżają się swym kształtem do odpowiednich linii w murze prostokątnym, przeciwnie zaś—zwiększenie się nachylenia tej płaszczyzny i zmniejszenie się górnej podstawy trapezu względem dolnej, czyni linje jednakowych naprężeń podobnymi do odpowiednich linii w murze trójkątnym.

W zastosowaniu do murów różnych kształtów zaznaczyć należy, że charakter linii jednakowych naprężeń pozostaje ten sam w murach różnych wysokości. Niewielkie wahania w ciężarze jednostkowym muru nie wpływają również na ogólny charakter tych linii.

6. Naprężenia τ a możliwość tarcia w murach.

Według Instrukcji Francuskiego Ministerstwa Robót Publicznych ²⁾ z roku 1923, największe naprężenia styczne w tamach powinny być obliczane ze wzoru:

$$\tau_{max} = \frac{1}{2 \cos \varphi} [V(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2 - (\sigma_x + \sigma_y) \sin \psi]. (32)$$

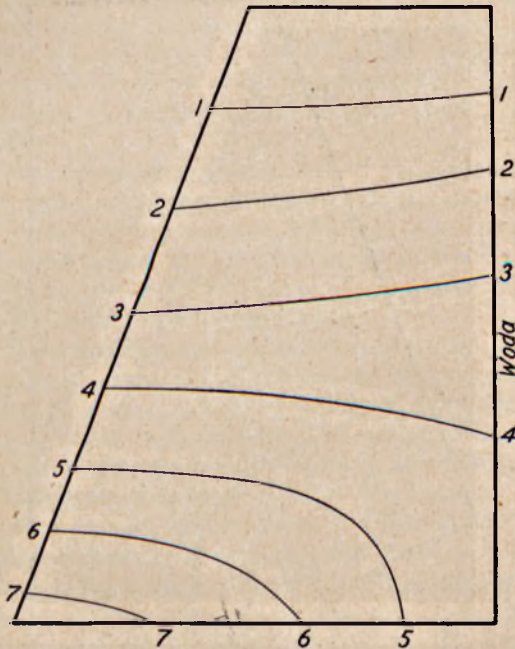
Wzór ten daje nam maximum różnicy:

$$\tau = \tau_w - \tau_w \operatorname{tg} \psi, \dots (33)$$

²⁾ Annales des Ponts et Chaussées, I partie, 1923 —IV, str. 289.

w której τ_w oznacza naprężenie styczne, działające w pewnym punkcie muru na płaszczyznę, nachyloną względem osi OX o kąt ω , σ_w — naprężenie normalne do tej płaszczyzny, a ψ — kąt tarcia muru po murze.

Wzór (32) został niewątpliwie wypróbowany na szeregu wykonanych budowli i wobec tego w

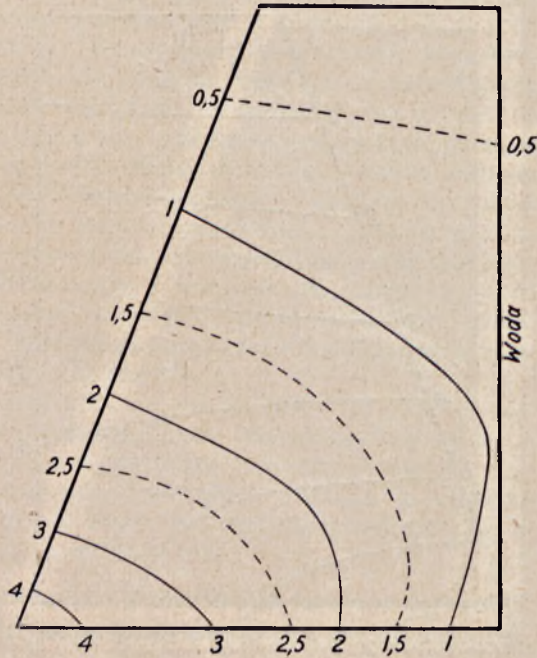


Rys. 10. Linje jednakowych naprężeń σ_{max} w murze trapezowym.

sensie praktycznym może nie wzbudzać wątpliwości, natomiast jego teoretyczne podstawy wywołać muszą zastrzeżenia.

Wzór (33) wyraża, że w pewnym punkcie muru, na pewną płaszczyznę działa jednocześnie i naprężenie styczne τ_w i tarcie równe $\sigma_w \operatorname{tg} \psi$. Otóż, czy jest to zjawisko fizyczne realnie możliwe?

Jeżeli dwa ciała utrzymują się tarciem jedno na drugim, to, po usunięciu tarcia, ciała te muszą się po sobie przesuwać. Tarcie powstać może tylko wówczas, gdy zachodzi możliwość ruchu, a nie gdy dwa ciała związane są ze sobą siłami wewnętrznymi. O ile może być mowa o naprężeniach



Rys. 11. Linje jednakowych naprężeń τ w murze trapezowym.

stycznych τ_w , to rozumieć to należy właściwie w ten sposób, że ciało wzdłuż płaszczyzny nachylonej pod kątem ω nie zostało rozerwane, mur stanowi więc w tym miejscu jedną całość. Jeżeli więc dwie części muru, rozdzielone płaszczyzną ω , stanowią jedną całość sprężystą, to nie może tu być mowy o tarciu jednej z tych części o drugą

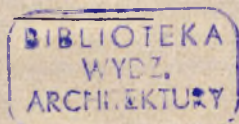
i o niesprężystym przesuwaniu się ich względem siebie.

Wprawdzie od czasów Navier'a nieraz uwzględniano w obliczeniu murów jednoczesne działanie sił sprężystych i siły tarcia, lub tarcia i spistości ziemi w tej samej płaszczyźnie, nikt jednak, o ile mi wiadomo, nie próbował wyjaśnić możliwości podobnego zjawiska fizycznego. Przeciwno dopuszczalności omówionego pojmowania rzeczy najwyraźniej, zdaje się, protestuje Kötter³⁾, wprawdzie w zastosowaniu do mas ziemnych spóistych.

Można przewidywać, że w częściach muru, w których nastąpiło pęknięcie, działa tarcie, tam zaś, gdzie pęknięć niema, działają siły sprężyste, lecz współdziałanie obydwóch tych rodzajów sił w jednym punkcie i na jednej płaszczyźnie nie jest, mojem zdaniem, do pomyślenia.

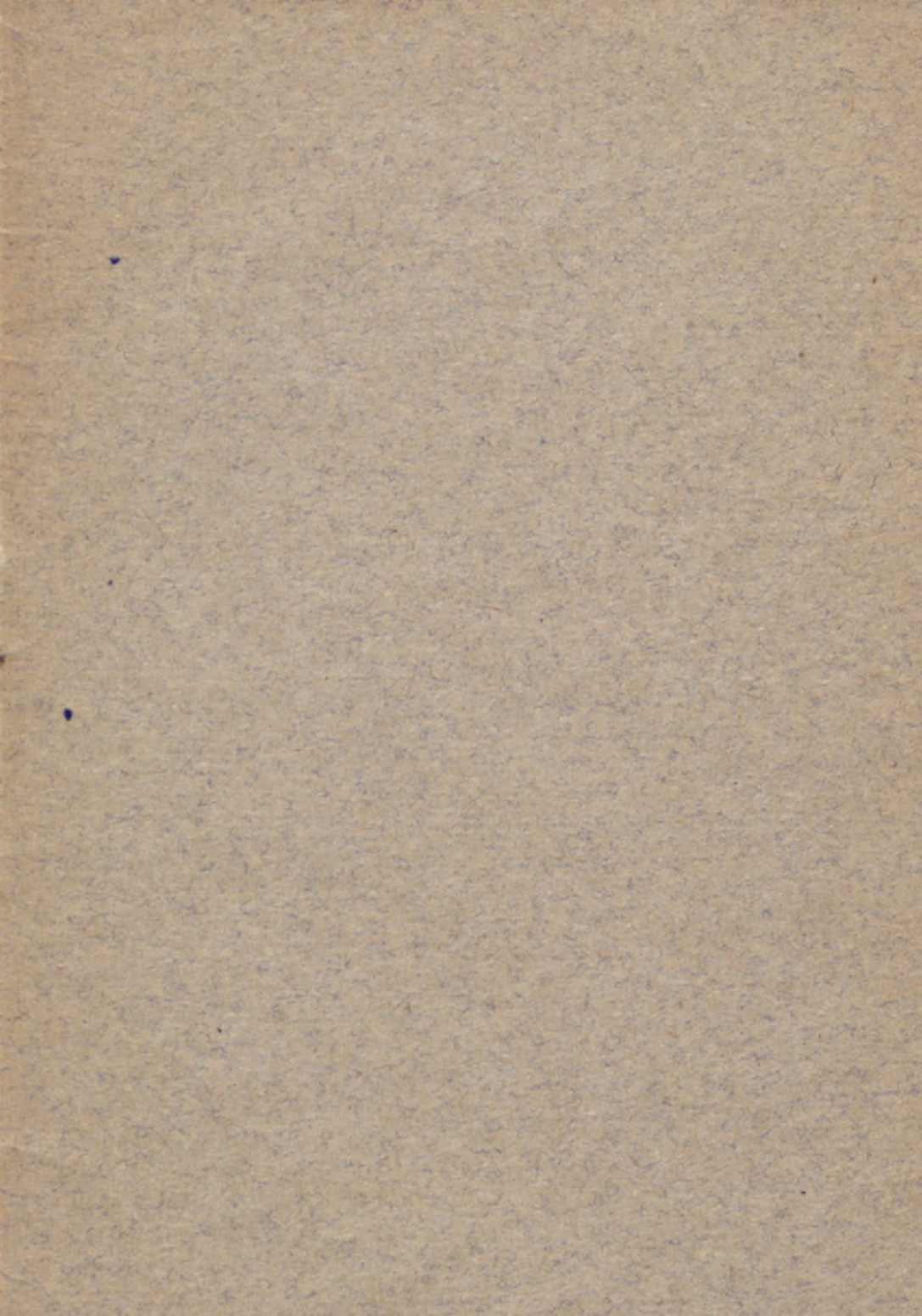
O ile największe naprężenia styczne, obliczone ze wzoru (16), nie mieszczą się w granicach naprężeń dopuszczalnych na ścinanie muru, pomimo że mur nie wzbudza, to należałoby raczej zwiększyć dopuszczalne naprężenia na ścinanie, niż stosować sztuczny sposób obliczenia.

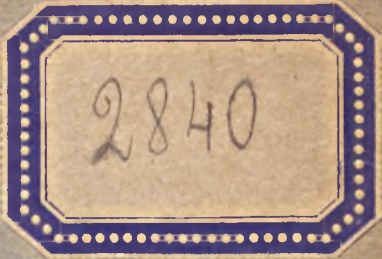
W przytoczonych wyżej przykładach podane były linje jednakowych naprężeń dla τ_{max} , obliczonych według wzoru (16), w podobny sposób możnaby je jednak otrzymać i dla τ_{min} , obliczonego według wzoru (32), miałyby one np. dla tam trójkątnych kształt linij prostych, do siebie równoległych i słabo nachylonych względem powierzchni muru od strony powietrza.



³⁾ F. Kötter, Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, II, 1893, str. 111.

10-





2840