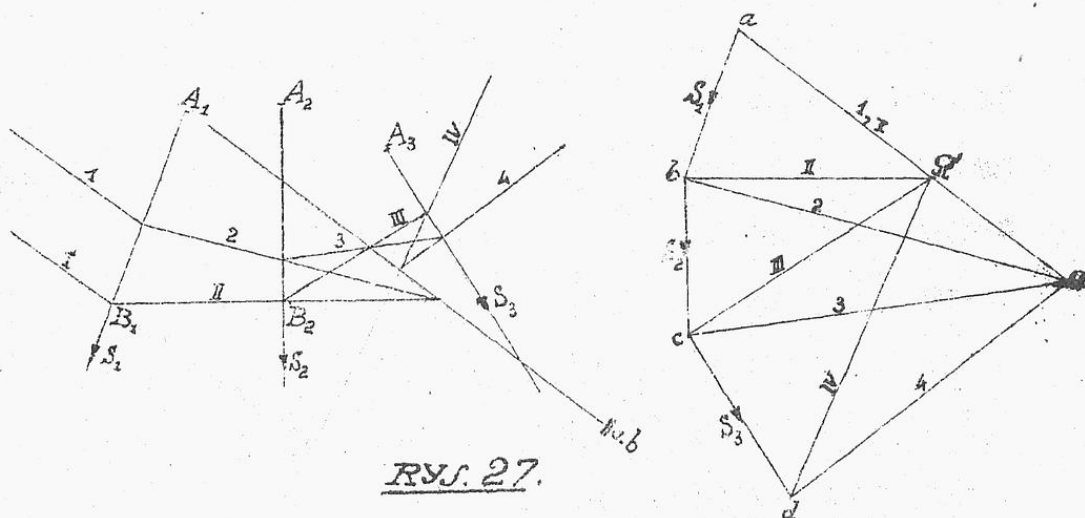


że z odpowiednimi bokami poprzednio wykreślonego wieloboku przecinają się na prostej, równoległej do osi



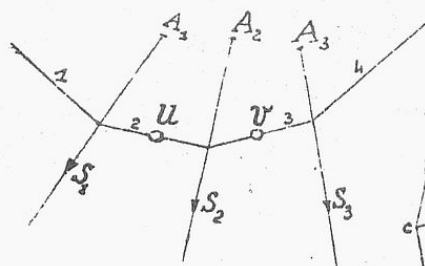
biegunów $\parallel ab$. Jeden punkt tej prostej znamy, jest nim bowiem przecięcie się boków 2 z II, kierunek jej znamy również /jest równoległy do SS' /, a zatem prosta ta jest całkowicie określona.

Wykreśliwszy ją, dopełniamy następnie szukany wielobok sznurowy, nie zwracając już zupełnie uwagi na wielobok sił. Tak więc np. bok I spotyka się z bokiem II na siłce S_1 , poźatem przechodzi on przez punkt przecięcia się boku 1 z prostą $\parallel ab$, czyli przez punkt nieskończenie odległy na tej prostej. Inaczej mówiąc, bok I jest równoległy do boku 1. Następnie wyznaczmy boki pozostałe.

32. ZASTOSOWANIE II.

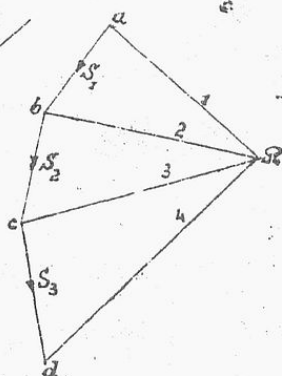
POPROWADZIĆ WIELOBOK SZNUROWY PRZESZ DWA Z GÓRY ZADANE PUNKTY u i v .

Rozwiążmy to zadanie naprzód w tym przypadku, gdy dane są tylko trzy siły S_1, S_2, S_3 /rys.28/, przyczem punkty U i V są oddzielone od siebie tylko jedną z nich np. S_2 .



RYŚ. 28.

RYŚ. 28

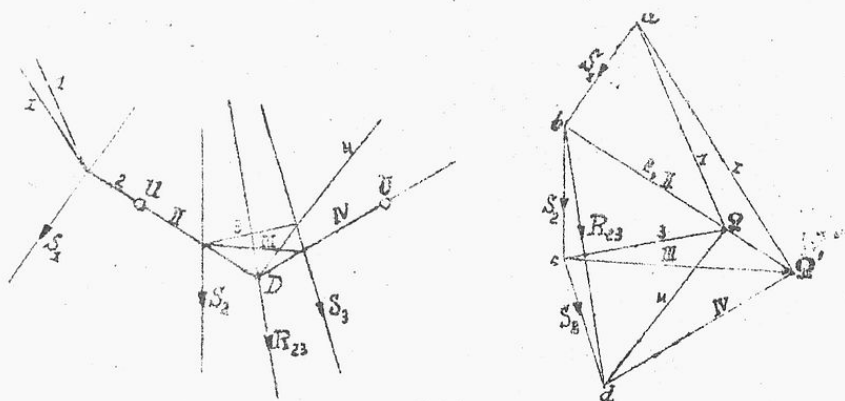


W tym razie zadanie jest niezmiernie proste. Wiadomo bowiem, że dwa boki wieloboku sznurowego można obrać dowol-

nie; niech więc będą niemi boki 2 i 3, z których pierwszy przechodzi przez punkt U , drugi przez V , a ich punkt przecięcia się leży na linii działania siły. Wykreślamy następnie wielobok sił i prowadzimy promienie 2 i 3, których kierunek został już obrany. Punkt przecięcia się tych promieni jest biegunem R ; łącząc go wreszcie z pozostałymi punktami a i d otrzymujemy promienie, a mając je, uzupełnimy wielobok sznurowy w sposób znany. Rozwiązań możemy mieć bez liku.

33. W tym razie, gdy między punktami U i V mamy więcej, niż jedną siłę, np. dwie, jak na rys.29, lub więcej, wówczas zastępujemy owe siły, zawarte między U i V , wypadkową tych sił; sprowadzamy więc nasze zadanie do przypadku szczególnego, rozważonego poprzednio.

Na rys.29 mamy rozwiązany stosowny przykład dla sił $S_1,$



rys. 29

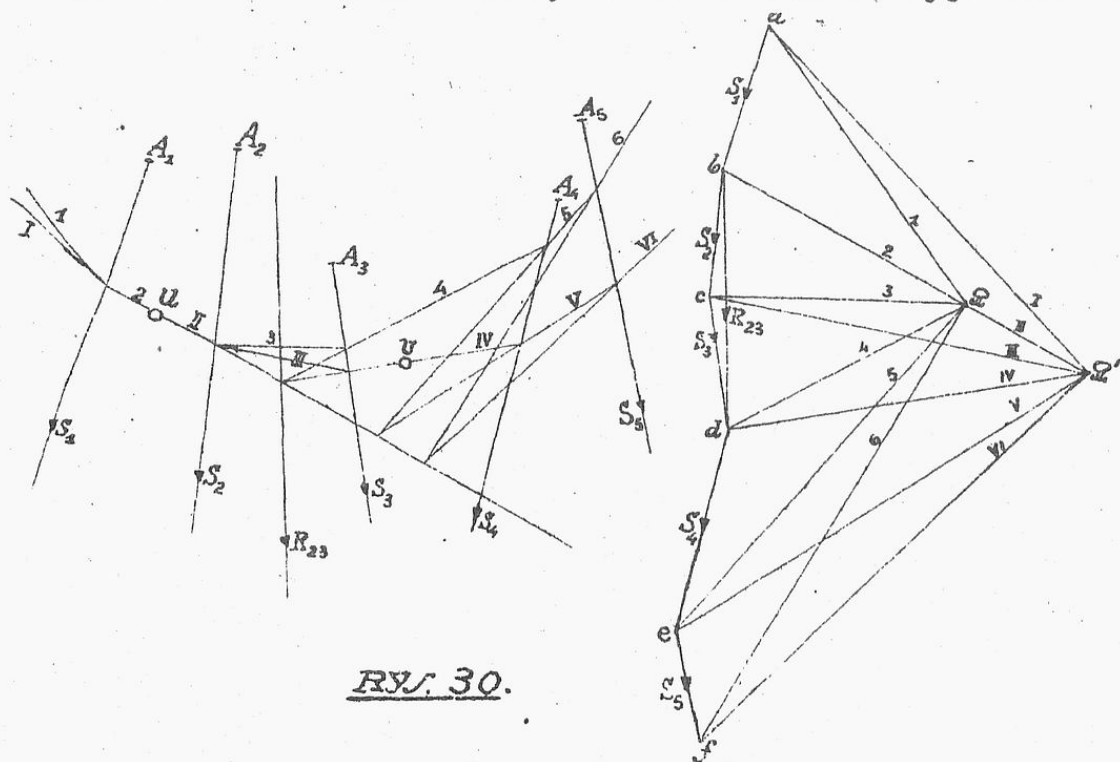
2, 3. Kreślimy najprzód dowolny wielobok sznurowy 1, 2, 3, 4. Aby rzecz nieco uprościć, postępujemy tak, żeby bok 2 przechodził przez punkt U . Znajdujemy dalej wypadkową sił S_2 i S_3 , czyli R_{23} , co uskuteczniamy znany już sposobem.

Oznaczmy punkt przecięcia się boków 2 i 4 przez D ; przez punkt D prowadzimy bok IV tak, aby przechodził również przez punkt U . Dwa te boki II i IV dają możliwość wyznaczenia nowego bieguna R' na promieniu II. Wyznaczając nowy biegun, uzupełniamy już z łatwością nowy wielobok sznurowy.

Możnaby tu zresztą skorzystać z własności wieloboków sznurowych, opisanych w Par. 30.

34. Na rys. 30 jest rozwiązane zadanie bardziej jeszcze złożone. W tym wypadku mamy pięć sił S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 .

zaś punkty U i V są od siebie oddzielone siłami S_2 i S_3 . Postępujemy podobnie, jak poprzednio: dodajemy siły S_2 z S_3 ; wypadkowa ich niech będzie R_{23} . W sąsiedztwie bezpośrednim z naszymi punktami mamy już tylko trzy siły, mianowicie S_1 , R_{23} i S_4 i możemy do nich zastosować wprost rozwiązanie przytoczone poprzednio w Par. 32, dopełniając wielobok sznurowy i poza siłą S_4 , S_5 . Zresztą, rys. 30 w dostatecznej mierze rzecz tę wyjaśnia.



RYC. 30.

35. ZASTOSOWANIE LVI. POPROWADZIĆ WIELOBOK SZNUROWY

PRZEZ TRZY Z GÓRY ZADANE PUNKTY.

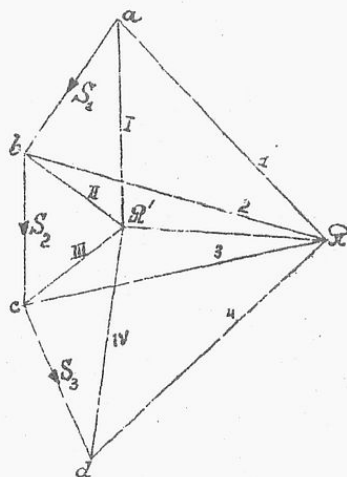
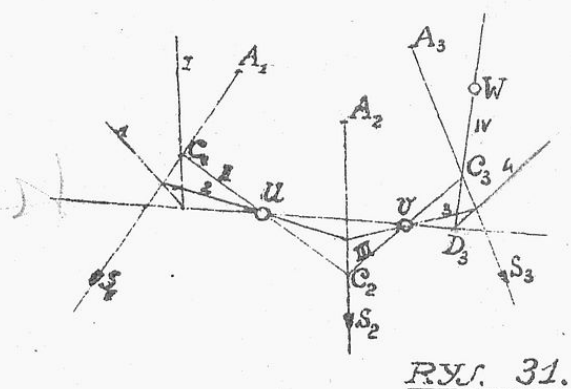
Rozpatrzmy z początku znowu taki przypadek, gdy dane są tylko trzy siły S_1 , S_2 , S_3 , w ten sposób, że każde dwa dane punkty są odgraniczone od siebie jedną tylko siłą /rys. 31/.

Kreślimy naprzód dowolny wielobok sznurowy, którego boki 2 i 3 przechodzą przez punkty U i V . Bieguna będzie punkt \mathcal{N} . Następnie wielobok ten przekształcamy tak, aby nowe położenie boków 2 i 3 przecinały się z poprzednimi w tych właśnie punktach U i V , zaś bok 4 przeszedł przez W .

Jest rzeczą jasną, że dla dokonania tego przekształcenia nowy biegun \mathcal{N}' trzeba obrać na osi biegunów równoległej do UV , bo tylko wtedy będzie spełniony warunek, wymagany od boków 2 i 3. Bok IV /czyli nowe położenie boku 4/ ma przejść przez W i winien jednocześnie przeciąć się z 4 na prostej UV , a więc położenie jego jest całkowicie określone. Nowy biegun znajduje się zatem w przecięciu osi biegunów z promieniem IV, odpowiadającym bokowi IV. Wykreślając z tego bieguna pozostałe promienie I, II, III, albo też opierając się na własności prostej UV , równoległej do osi biegunów, możemy uzupełnić nowy wielobok sznurowy.

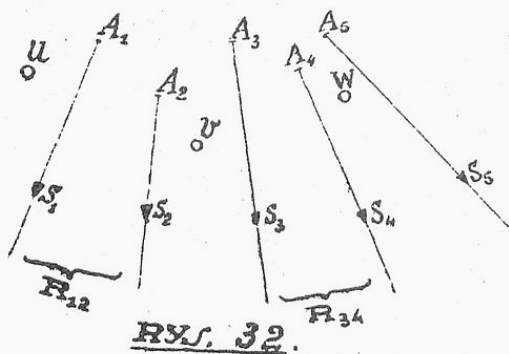
36. Gdy punkty U, V, W są oddzielone od siebie więcej, niż jedną siłą, to postępujemy podobnie, jak w odpowiednich zadaniach, w których chodziło o poprowadzenia wieloboku sznurowego przez dwa punkty rys.29 i 30.

Przypuśćmy, dla przykładu, że punkty U, V, W są położone tak, jak to wskazuje rys.32. W tym razie znajdujemy naprzód wypadkową R_{12} sił S_1 i S_2 oraz wypadkową



RY. 31.

R_{34} się S_3 i S_4 i w ten sposób zadanie nasze sprowa-



dzany do poprzedzającego,
bo mamy już tylko trzy si-
ły, mianowicie R_{12} , R_{34} ,
 S_5 , z których każda
przegradza dwa z punktów
 u, v, w .

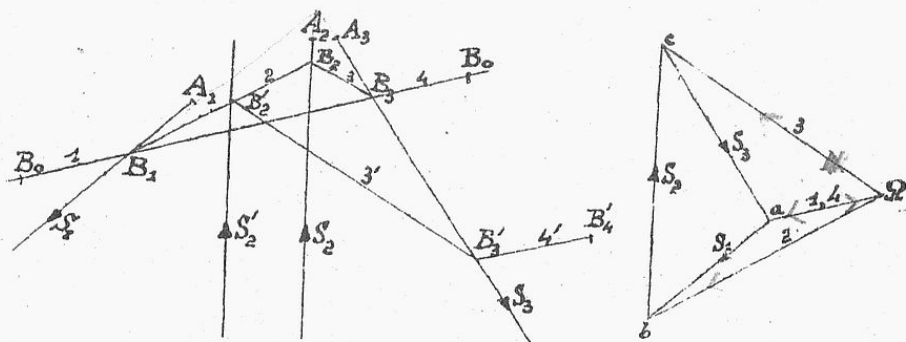
37. BADANIE RÓWNOWAGI CIAŁA SZTYWNEGO ZAPOMOCĄ WIELO-
BOKU SZNUROWEGO.

Dany jest układ trzech sił S_1, S_2, S_3 , przyłożonych w punktach A_1, A_2, A_3 /rys. 83/.

Niech będzie wiadome zgóry, że siły te są w równowadze, że więc przecinają się w jednym punkcie, a wielobok sił, utworzony z nich, jest zamknięty. Chodzi o to, jak się zaznaczy równowaga tego układu na dowolnym wieloboku

sznurowym, wykreślonym dla danego układu sił.

Aby to zbadać, obieramy dowolny biegun Ω , prowadzimy promienie 1, 2, 3, 4 i budujemy odpowiedni wielobok sznurowy. Wielobok sił jest zamknięty; zatem promienie pierwszy i ostatni /t.j. 1 i 4/ leżą na jednej prostej; z tego dalej wynika, że boki 1 i 4 wieloboku sznurowego albo są do siebie równoległe, albo też pokrywają się. Aby rozstrzygnąć, który z tych przypadków zachodzi, przypomnijmy sobie, że pierwszy i ostatni bok wieloboku sznurowego można uważać za linie działania dwóch sił, które zastępują układ sił danych /rys.24/; ponieważ zaś z góry wiemy, że układ ten jest w równowadze, więc



RYC. 33.

owe siły zastępcze powinny być równe, mieć loty przecienne i wspólną linię działania. Pierwsze dwa warunki są spełnione w wieloboku sił, jak to widać bezpośrednio, trzeci warunek wymaga, aby BOKI 1, 4 /pierwszy i ostatni/ w wieloboku sznurowym LEŻAŁY NA JEDNEJ PROSTEJ; wów-

czas powiemy, że wielobok sznurowy sam przez się został zamknięty.

Oczywiście, wyprowadzony wniosek dotyczy również zagadnień, gdy dany układ zawiera więcej, niż trzy siły, bo i wtedy możemy taki układ sił zastąpić dwiema siłami, skierowanymi wzdłuż pierwszego i ostatniego boku wieloboku sznurowego. Zatem możemy wypowiedzieć twierdzenie, że - GDY UKŁAD SIŁ, ZNAJDUJĄCYCH SIĘ W JEDNEJ PŁASZCZYŹNIE, DO RÓŻNYCH PUNKTÓW PRZYŁOŻONYCH, JEST W RÓWNOWADZE, TO WIELOBOK SIŁ ORAZ WIELOBOK SZNUROWY ZAMYKAJĄ SIĘ SAME PRZES SIĘ.

Przypuśćmy teraz, że siła S_2 /rys.33/ została przesunięta równolegle do swego położenia pierwotnego tak, że zajęła położenie S_2' , zachowując poprzednią wartość oraz lot. Co się stanie przez to z wielobokiem sił oraz z wielobokiem sznurowym?

Widoczne jest, że pierwszy z nich nie ulegnie żadnej zmianie; również boki 1 i 2 wieloboku sznurowego pozostaną na swych miejscach; jedynie punkt B_2 przesunie się do Z a boki 3 i 4 przybiorą położenie 3' i 4', równoległe do poprzednich. Naturalnie boki 1 i 4' nie utworzą już teraz jednej prostej, lecz będą do siebie równoległe.

Z tego wynika, że siły, zastępujące dany układ i działające wzdłuż prostych 1 i 4' są równe, loty mają przeciwno i linie działania równoległe - tworzą więc PARĘ

SIL. Łatwo wyrozumieć, że podobnych par sił możemy znaleźć tyle, ile możemy pomyśleć wieloboków sznurowych dla danego układu sił.

Odwracając otrzymane twierdzenie, możemy powiedzieć, że

a/ GDY WIELOBOK SIŁ ORAZ WIELOBOK SZNUROWY SĄ ZAMKNIĘTE, TO DANY UKŁAD SIŁ JEST W RÓWNOWADZE.

b/ GDY ANI WIELOBOK SIŁ, ANI WIELOBOK SZNUROWY NIE SĄ ZAMKNIĘTE, TO DANY UKŁAD SIŁ SPROWADZA SIĘ DO JEDNEJ SIŁY WYPADKOWEJ, KTÓREJ LINJA DZIAŁANIA JEST RÓWNOLEGŁA DO BOKU ZAMYKAJĄCEGO WIELOBOK SIŁ I PRZECHODZI PRZES PUNKT PRZECIĘCIA SIĘ BOKÓW SKRAJNYCH WIELOBOKU SZNUROWEGO, CO DO WARTOŚCI I LOTU OKREŚLAJĄ ÓW BOK ZAMYKAJĄCY. Odpowiedź będzie jedna jedyna.

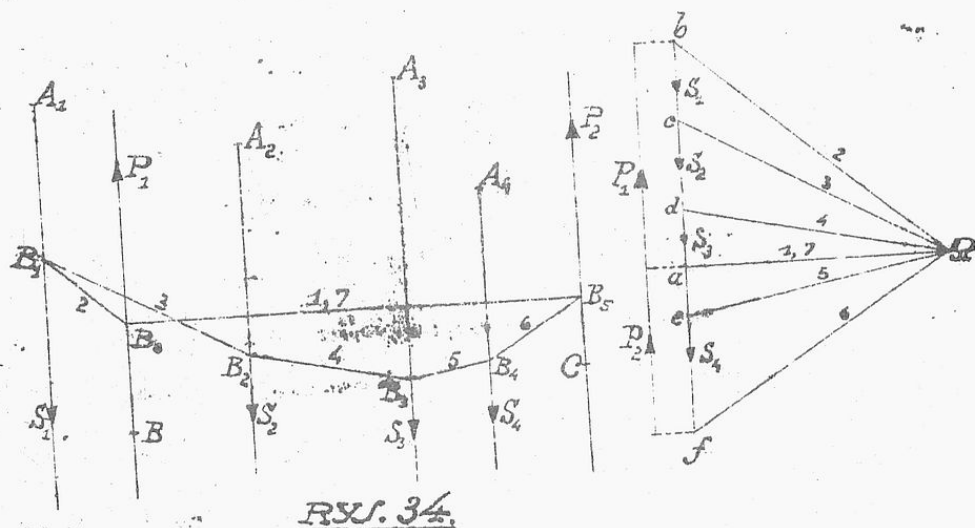
c/ GDY WIELOBOK SIŁ JEST ZAMKNIĘTY, A WIELOBOK SZNUROWY NIE, TO DANY UKŁAD SIŁ SPROWADZA SIĘ DO JEDNEJ PARY WYPADKOWEJ. Odpowiedzi będziemy mieli bez liku.

38. PRZYKŁAD. Dane są siły S_1, S_2, S_3, S_4 równoległe i przyłożone w punktach A_1, A_2, A_3, A_4 . Pragniemy zrównoważyć je dwiema siłami P_1 i P_2 , z których pierwsza przechodzi przez punkt B i jest równoległa do sił danych, a druga przechodzi przez punkt C (rys. 34/).

Zauważymy naprzód, że siła P_2 również musi być równoległa do sił danych, gdyż wypadkowa sił S_1, S_2, S_3, S_4 następnie siła P_1 powinna mieć z P_2 wspólną linię działa

nia, jakoż wszystkie te siły się równoważą.

Przystępujemy do wykreślenia wieloboku sił. Siły P_1 i P_2 są pod względem wartości nieznane, a więc możemy wykreślić jedynie odcinki, wyrażające siły S_1, S_2, S_3, S_4 .



Rys. 34.

Aby konstrukcję naszą móc posunąć jak najdalej, dogodnie jest ułożyć siły w szereg i siły P_1, P_2 ustawić na początku i końcu tego szeregu. Rozważajmy więc siły w takim porządku: $P_1, S_1, S_2, S_3, S_4, P_2$.

Zatem bok pierwszy wieloboku sił przedstawia siłę P_1 ; początek jej a jest nieznany, koniec przypada, dajmy na to, w b i w tym samym punkcie rozpoczyna się bok, wyobrażający siłę S_1 ; koniec siły S_1 niech będzie w punkcie c ; stąd rozpoczynamy siłą S_2 i t.d., aż do siły S_4 . Dochodzimy wreszcie do punktu f , gdzie kończy się siła S_4 i zaczyna P_2 . Aby była równowaga, wielobok sił musi się zamknąć, czyli koniec siły P_2 winien przypaść w początku siły P_1 , t.j. w punkcie a . Po-

nieważ punkt ten jest nieznany, więc budowy wieloboku się nie możemy narazie dokończyć.

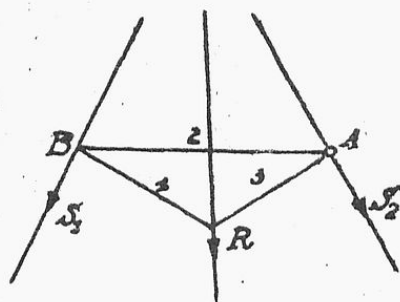
Obierzmy dalej dowolny biegun S i prowadźmy promienie 2, 3, 4, 5, 6.

Promienie 1 i 7 idą do owego niezanego punktu a nie wykreślamy więc ich i przystępujemy do budowy wieloboku sznurowego.

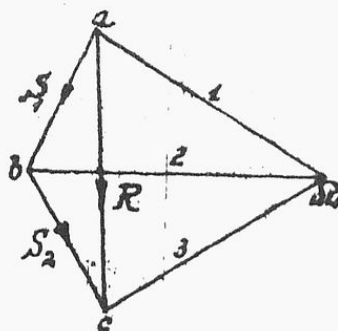
Na linii działania siły P obieramy dowolny punkt B_0 i prowadzimy przezeń bok 2; przez ten sam punkt przechodzi również nieznany narazie bok 1. Dalsza budowa wieloboku sznurowego nie następuje żadnych trudności łatwo więc wykreślamy boki 3, 4, 5, 6, aż w końcu dochodzimy do punktu B_5 , przez który należy poprowadzić bok 7. Ma być równowaga układu sił, a więc pierwszy i ostatni bok wieloboku sznurowego muszą tworzyć jedną prostą, albo innymi słowy: boki 1 i 7 powinny się pokrywać. Ponieważ bok 1 przechodzi przez punkt B_0 , a bok 7 - przez B_5 , więc boki te powinny być skierowane wzdłuż prostej B_0B_5 . Mając tym sposobem znalezione boki skrajne, musimy uzupełnić wielobok sił, prowadząc przez S równoległą do B_0B_5 . Będzie to promień 1 /wzgl. 7/ i wyznaczy nam na prostej odcinków szukany punkt a . Tak więc $\vec{ab} = P_1$, $\vec{fa} = P_2$.

39. ROZKŁAD SIŁY NA SKŁADOWE. a/ Rozkładać siłę R na dwie składowe. z których jedna S_1 posiada daną

linię działania, a druga $/S_2/$ przechodzi przez dany punkt A /rys.35/.



RYG. 35.

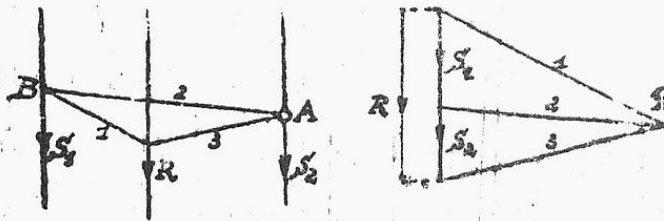


Budujemy na-
przód wielo-
bok sił. Od-
cinek ac przed-
stawia siłę

R ; przez

a przechodzi bok, równoległy do S_1 , przez c - bok, równoległy do S_2 . Gdybyśmy znali koniec b siły S_1 , to wypadaloby tylko połączyć go z c ; odcinek bc wyznaczyłby nam siłę S_2 . Jednak nie znamy punktu b ; budowę wieloboku sił trzeba przerwać. Obieramy dowolny biegun R ; prowadzimy promienie 1 i 3 ; promień 2 idzie do punktu b , jest więc nieznany. Wykreślamy następnie wielobok sznurowy, a właściwie jedynie jego boki 1 i 3, przytem robimy to tak, aby bok 3 przeszedł przez A . Bok 1 przecina siłę S_1 w punkcie B ; oczywiście, prosta AB musi być bokiem 2, gdyż bok ten powinien przejść zarówno przez punkt A jak i przez B .

Mając bok 2 wykreślamy z R promień 2, który wyznaczy nam nieznany punkt b ; wówczas ab i bc przedstawia nam siły S_1 i S_2 co do kierunku, wartości i lotu.



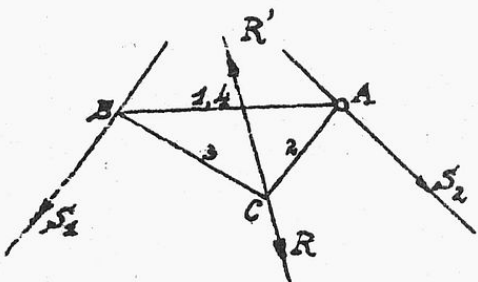
RYS. 36.

Na rys. 36 widzimy sposób rozkładu siły R na dwie składowe do niej równoległe. Wypadek ten nie różni się zasadniczo

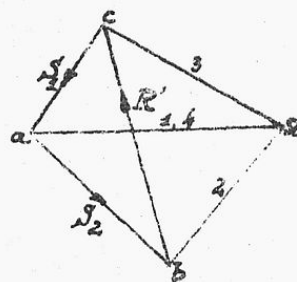
od przytoczonego poprzednio.

b/ W celu rozłożenia siły R na dwie składowe S_1, S_2 /dla jednej z nich jest dana linia działania, dla drugiej punkt/ można rozumować jeszcze nieco inaczej, można mianowicie uważać, że siły S_1, S_2 mają zrównoważyć odwróconą siłę R czyli R' /rys. 37/.

Ustawiamy siły w szereg: S_1, R, S_2 /nieznane siły po brzegach/ i budujemy wielobok sił i wielobok sznurowy. W danym razie nieznane są położenia skrajnych promieni i boków, a więc 1 i 4. Wiemy jednak, że te boki pokrywają się wzajemnie, a ponieważ pierwszy z nich przechodzi przez punkt B , a drugi przez A , zatem AB jest ich wspólnym kierunkiem. Łatwo już teraz wykreślić



RYS. 37.



brakujące promienie 1, 4 i tym sposobem znaleźć szukane składowe

S_1, S_2 . Sposoby rozkładania sił, podane w niniejszym par. znajdują zastosowanie wówczas, kiedy linie działania sił nie przecinają się w obrębie rysunku.

ROZDZIAŁ III.

MOMENTY STATYCZNE SIŁ.

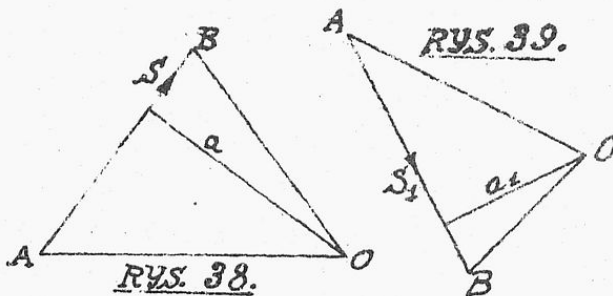
40. OKREŚLENIE MOMENTU STATYCZNEGO SIŁY. Przypuśćmy, że odcinek AB /rys.38/ przedstawia co do wartości, kierunku i lotu siłę S .

MOMENTEM STATYCZNYM TEJ SIŁY WZGLĘDEM DOWOLNEGO PUNKTU O NAZYWAĆ BĘDZIEMY ILOCZYN Z OWIEJ SIŁY PRZEZ JEJ ODLEGŁOŚĆ OD O , CZYLI PRZEZ T.ZW.RAMIE. PRZYTEM ILOCZYNOWI TEMU PRZYPISUJEMY ZNAK $+$ LUB $-$, ZALÉŻNIE OD TEGO, CZY SIŁA S DĄŻY DO OBROTU OKOŁO O W KIERUNKU RUCHU WSKAZÓWEK ZEGAROWYCH, CZY TEŻ W KIERUNKU PRZECIWNYM.

Z określenia tego wynika, że w przypadku, przedstawionym na rys.38, moment jest dodatni; oznaczając zatem ramie przez a , będziemy mogli napisać

$$M_O S = S \cdot a;$$

lewa strona tej równości jest symbolem wyrażenia: "moment $/M/$ względem punktu O siły S ".



Natomiast moment siły

S_1 względem punktu

/rys.39/ jest ujemny,

więc $M_O S_1 = -S_1 \cdot a_1;$