

ROZDZIAŁ II.

SKŁADANIE I ROZKŁADANIE SIŁ PRZYŁOŻONYCH DO RÓŻNYCH
PUNKTÓW I DZIAŁAJĄCYCH W JEDNEJ PŁASZCZYZNIE. WIELOBOKI
VARIGNONA; ICH WŁASNOŚCI. WARUNKI RÓWNOWAGI.

20. Rozpatrzmy obecnie PRZYPADEK OGÓLNY KIEDY SIŁY
PRZYŁOŻONE SĄ DO RÓŻNYCH PUNKTÓW DANEGO CIAŁA.

Znajdźmy wypadkową tego układu. Założmy, że wszystkie siły danego układu są położone w jednej płaszczyźnie.

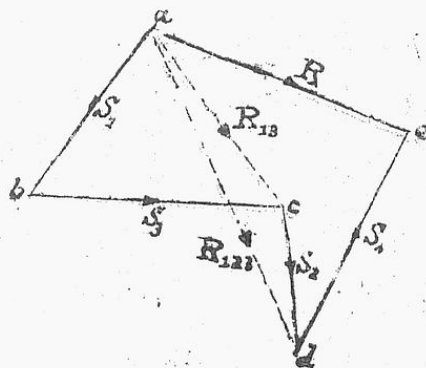
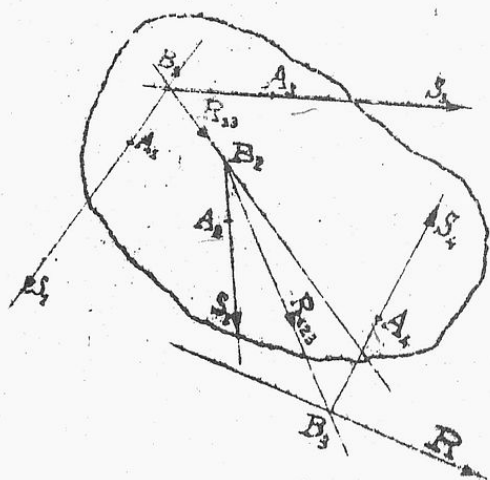


FIG. 19.

Przypuśćmy więc, że na dane ciało działają siły S_1, S_2, S_3, S_4 , przyłożone odpowiednio do punktów A_1, A_2, A_3, A_4 ; mamy znaleźć wypadkową tych sił.

Wyznaczymy naprzód wypadkową sił S_1 i S_2 . Możemy na zasadzie Par. 5 uważać, że te dwie siły są przesunięte do wspólnego punktu B_2 , w którym przecinają się ich linie działania; w takim razie wypadkową ich

R_{13} znajdziemy z łatwością, na zasadzie Par. 8. Na rysunku pomocniczym kreślimy więc trójkąt sił abc , w którym odcinki ab i bc wyrażają pod względem wartości, kierunku i lotu siły S_1 i S_3 . Bok zamykający ac jest równy wypadkowej R_{13} ; linią jej działania jest prosta, równoległa do tego boku i przechodząca przez punkt B_1 .

W taki sam sposób wyznaczymy wypadkową sił R_{13} i S_2 czyli R_{123} ; przejdzie ona przez punkt B_2 przecięcia się dwóch owych składowych, a co do wartości, kierunku i lotu wyrazi ją odcinek ad na rysunku pomocniczym.

Wreszcie, wyznaczymy w ten sam sposób wypadkową sił R_{123} i S_4 , które się przecinają w punkcie B_3 ; jest to oczywiście, szukana wypadkowa R całego układu zadanego. Linia jej działania przechodzi przez punkt B_3 , a wartość, kierunek i lot wyznacza odcinek ae .

Przy powyższem postępowaniu mogą zajść trzy przypadki, mianowicie:

a/ Dany układ sił sprowadza się do wypadkowej R , ostatecznie określonej i skończonej. Ten przypadek mamy na rys. 19.

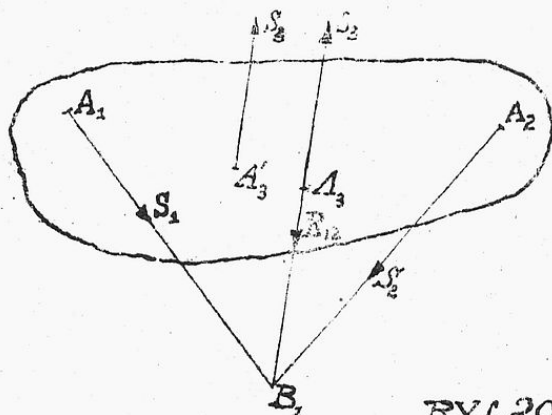
b/ Przedostatnia wypadkowa i ostatnia z sił składowych są równe, mają WSPÓLNĄ linię działania, lecz loty ich są różne. W tym razie wypadkowa danego układu sił jest równa zero i, oczywiście, taki układ będzie w RÓWNOWAŻE.

c/ Przedostatnia wypadkowa i ostatnia z sił składowych są równe, linie działania ich są RÓWNOLEGŁE i loty różne. Mówimy, że w tym razie dany układ sił sprowadza się do PARY SIŁ.

21. Na zasadzie powyższego możemy odpowiedzieć na takie pytanie: o czym świadczy zamknięcie się wieloboku sił, działających na różne punkty ciała sztywnego?

Przedewszystkiem wnosimy stąd, że wypadkowa danego układu sił jest równa zeru, a więc układ ten albo sprowadza się do pary sił albo jest w równowadze. O tem, który z tych dwóch przypadków zachodzi, wielobok sił nie nam więcej nie powie. Możemy sprawę rozstrzygnąć jedynie na podstawie tego, czy linie działania przedostatniej wypadkowej i ostatniej siły składowej są równoległe, czy też pokrywają się. W pierwszym razie mamy parę sił, w drugim - równowagę układu sił.

22. NA CIAŁO DZIAŁAJĄ TRZY SIŁY. Przypuśćmy, że na dane ciało działają trzy siły S_1, S_2, S_3 , przyłożone w punktach A_1, A_2, A_3 . Jakim warunkom muszą podlegać te siły, aby była możliwa ich równowaga?



RYJ. 20.



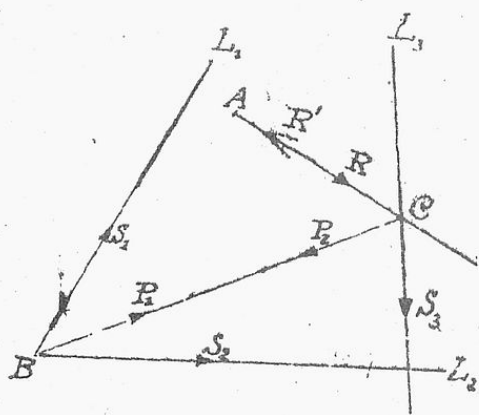
Postępując zgodnie z Par.20 znajdziemy naprzód wypadkową sił S_1 i S_2 , czyli R_{12} . Otrzymamy ją na rysunku pomocniczym, jako bok zamykający trójkąta abc , w którym $\overline{ab} = S_1$ i $\overline{bc} = S_2$. Aby równowaga sił S_1 , S_2 i S_3 mogła zachodzić, to wypadkowa sił R_{12} i S_3 /p.Par.21/ powinna być równa zeru i siły te winny mieć wspólną linię działania.

Pierwszy z tych warunków wymaga, aby WIELOBOK SIŁ S_1, S_2, S_3 BYŁ ZAMKNIĘTY, t.j. aby siła S_3 była równa co do wartości, a przeciwna co do lotu wypadkowej R_{12} , drugi - żąda, aby WSZYSTKIE TRZY SIŁY PRZECHODZIŁY PRZEZ JEDEN PUNKT, bo linja działania wypadkowej przechodzi przez punkt przecięcia się sił S_1 i S_2 , zaś ta sama prosta ma być linją działania siły S_3 .

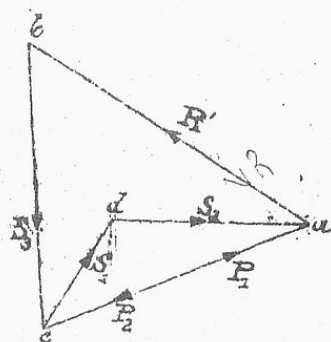
O ileby siła S_3 była równa i RÓWNOLEGŁA do R_{12} i posiadała lot, przeciwny do tej ostatniej, to dany układ sprowadzałby się do pary. Miałoby to np. miejsce wtedy, gdyby siła S_3 była przyłożona do punktu A_3 /rys.20/.

23. ROZKŁAD SIŁY NA TRZY SKŁADOWE, O DANYCH LINJACH DZIAŁANIA. Dana jest siła R ; rozłożyć ją na trzy składowe S_1, S_2, S_3 , których linjami działania są proste L_1, L_2, L_3 .

Aby to uczynić, zmienimy naprzód lot siły R i tę siłę odwróconą oznaczmy przez R' . Oczywiście, siły



rys. 21



R' i R albo R' i owe trzy szukane składowe S_1, S_2, S_3 powinny być w równowadze. Przypuśćmy teraz, że siły S_1 i S_2 zastąpiliśmy przez ich wypadkową P_2 , zaś siły R' i S_3 - przez wypadkową P_2 ; ponieważ ma być równowaga wszystkich sił, więc siły P_1 i P_2 powinny być równe, mieć loty przeciwne i posiadać muszą wspólną linię działania. Jest rzeczą oczywistą, że tą linią może być tylko prosta BC /rys. 21/. W celu znalezienia samych sił rozpatrzmy siły R' i S_3 , działające na punkt C . P_2 jest ich wypadkową, zatem z wieloboku abc /p.rys. pomocniczy/, możemy otrzymać wartości nieznanych S_3 i P_2 . Będzie, mianowicie, $\overline{bc} = S_3$, $\overline{ac} = P_2$

Na punkt B działają siły S_1 i S_2 . Wypadkową ich $P_1 = -P_2$ już wyznaczyliśmy, a więc wypada tylko postąpić odwrotnie, rozłożyć tę wypadkową na składowe w kierunkach L_1 i L_2 . Rozkład ten mamy w trójkącie acd , na rys.

pomocniczym; znajdujemy, że $S_1 = \overline{cd}$, $S = \overline{da}$ i z poprzedniego $S_3 = \overline{dc}$

Widzimy, że zadanie daje się rozwiązać jednoznacznie. Sposobów rozwiązania może być kilka, np. można składać siłę R' z S_1 i S_2 z S_3 lub jeszcze inaczej. Wynik zawsze będzie ten sam.

24. SKŁADANIE SIŁ ZAPOMOCA WIELOBOKU SZNUROWEGO.

Sposób składania sił, podany w Par. 20, jest nieprzydatny w tym razie, gdy siły nie przecinają się w granicach rysunku. Ten wypadek jest szczególnie ważny, bo siły ciężkości, z którymi wciąż mieć będziemy do czynienia, do takich właśnie sił należą.

Niedogodność powyższa nie zachodzi przy innej metodzie składania sił, którą poznamy obecnie.

Przypuśćmy, że w punktach A_1, A_2, A_3, \dots są przyłożone odpowiednie siły S_1, S_2, S_3, \dots ; trzeba wyznaczyć ich wypadkową R . Ograniczmy zagadnienie np. do trzech sił, nie zmniejszając przez to ogólnego charakteru tej metody.

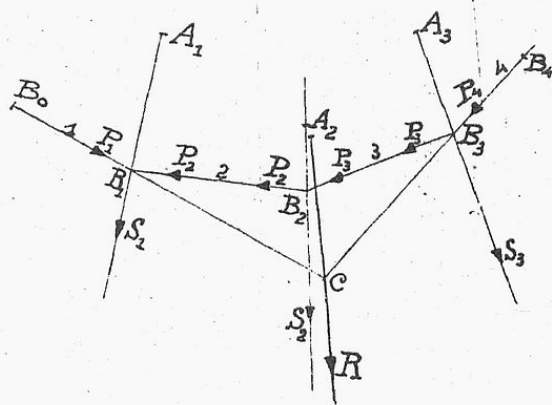
Obierzmy na linii działania siły S_1 dowolny punkt B_1 /rys. 22/ i poprowadźmy przezń dwie dowolne proste, 1 i 2. Rozkładamy następnie siłę S_1 na te dwa kierunki. Rozkład ten wykonamy na rys. pomocniczym zapomocą trójkąta abc , w którym $ab = S_1$, zaś boki ac i bc są odpowiednio równoległe do prostych 1 i 2. Gdy ozna-

czyśmy szukane składowe przez P_1 i P_2 , to oczywiście będzie $a\bar{\Omega} = P_1$ i $\bar{\Omega}b = P_2$.

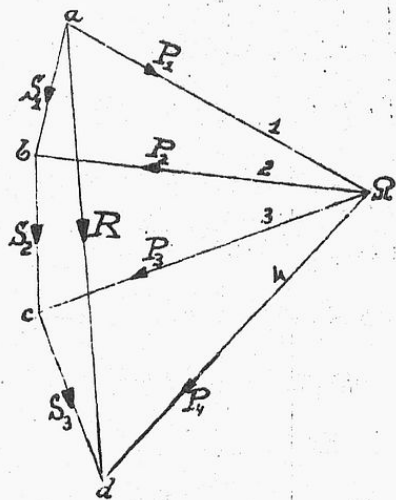
Możemy teraz zapomnieć o działaniu siły S_1 i postępować tak, jak gdybyśmy zamiast niej mieli owe dwie składowe.

Znajdźmy teraz wypadkową sił P_2 i S_2 przenosząc punkt przyłożenia siły P_2 do punktu B_2 , gdzie przecinają się prosta 2 z linią działania siły S_2 . Uczynimy to również na fig. pomocniczej, budując trójkąt $bc\Omega$, przyczem $\bar{bc} = S_2$. Szukana wypadkowa P_3 ma wartość, kierunek i lot odcinka $\bar{\Omega}c$, a jej linia działania 3 przechodzi przez punkt B_2 .

Możemy teraz nasz układ sił uważać jakby złożony z sił P_1 , P_3 i S_3 .



RX. 22.



Dodajmy wreszcie, w zupełnie taki sam sposób, siły P_3 i S_3 ; wypadkową ich oznaczmy przez P_4 , a linię jej działania przez 4.

W ten sposób zastąpiliśmy dany układ sił S_1, S_2, S_3 przez dwie siły P_1 i P_2 i zadanie nasze sprowadza się do wyznaczenia ich wypadkowej. Wypadkowa ta przejdzie przez punkt przecięcia C prostych 1, 4, zaś co do kierunku, wartości i lotu wyznacza ją odcinek ad na rys. pomocniczym, jako bok zamykający trójkąt aRd . Z rysunku pomocniczego widać, że taką samą wypadkową dają siły S_1, S_2, S_3 , bo odcinek ad może być uważany albo za bok zamykający trójkąta aRd , albo też za takiż bok wieloboku $abcd$.

W celu uproszczenia dalszego postępowania wprowadźmy następującą nomenklaturę: rysunek pomocniczy nazwiemy WIELOBOKIEM SIŁ, punkt R - biegunem, proste aR, bR, cR, dR - PROMIENIAMI; wielobok, utworzony z prostych 1, 2, 3, 4 /na rys. głównym/ nazwiemy WIELOBOKIEM VARRIGNONA lub WIELOBOKIEM SZNUROWYM, same proste: 1, 2, 3, 4 zwać będziemy BOKAMI tego wieloboku.

25. Postaramy się teraz zmechanizować podany tu sposób składania sił. Przypomnijmy sobie naprzód, że boki 1 i 2 wieloboku sznurowego poprowadziliśmy dowolnie, a kierunki tych boków wyznaczyły biegun R .

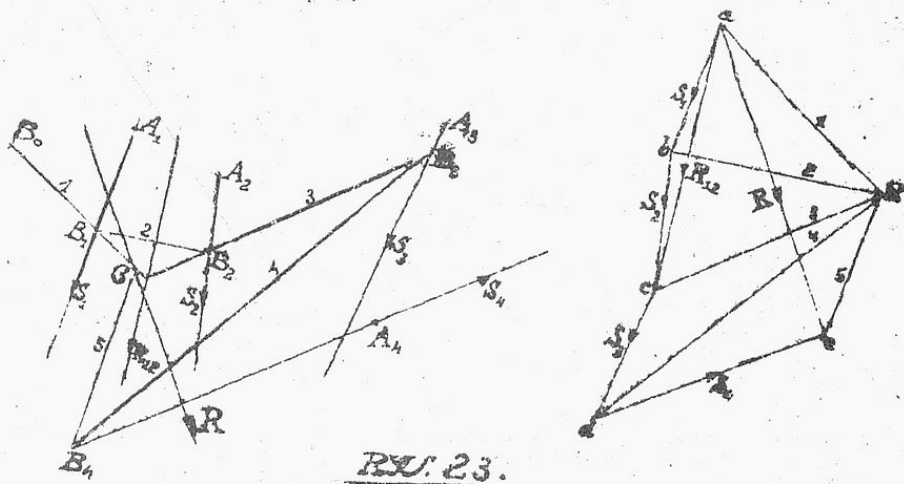
Z tego wynika, że i położenie bieguna jest dowolne. Wobec tego przy wyznaczaniu wypadkowej możemy postępować tak:

Wykreślamy wielobok sił $abcd$; bok jego ad

przedstawi nam co do kierunku, wartości i lotu szukaną wypadkową, następnie obieramy dowolny biegun - punkt S i łączymy go z wierzchołkami wieloboku sił a, b, c, d ; przez dowolny punkt B , obrany na siłę pierwszej, kreślimy równoległą do promienia aS prostą 1, z punktu przecięcia prostej 1 i siły S_2 prowadzimy prostą 2, równoległą do bS i t.d.; w ten sposób otrzymamy wielobok Varignona; wypadkowa przechodzić powinna przez punkt przecięcia się jego boków: pierwszego i ostatniego; przez ten punkt prowadzimy prostą równoległą do aS ; będzie to linja działania wypadkowej.

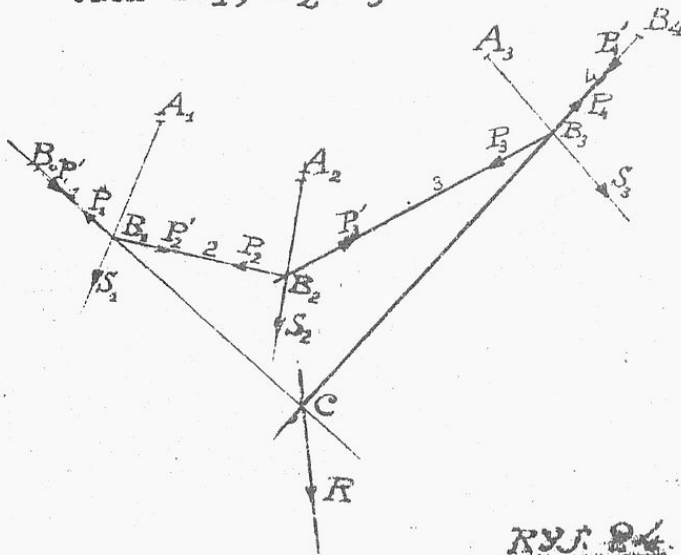
Tę samą wypadkową otrzymamy i wtedy, gdy za biegun obierzemy jakiś inny punkt.

Podczas całej tej budowy wykresu możemy nie pamiętać o promieniach wieloboku sił, albo bokach wieloboku Varignona, jako o linjach działania pewnych sił; możemy je traktować wyłącznie z punktu widzenia geometrycznego.

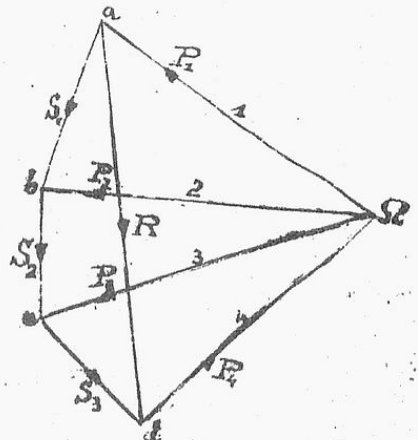


Na rys.23 wyznaczona jest wypadkowa czterech sił takim, właśnie, mechanicznym sposobem.

26. Objaśnimy pochodzenie nazwy wieloboku sznurowego. Wyobraźmy sobie na pierwszym i ostatnim boku tego rysunku dwa punkty B_0 i B_4 i przypuśćmy, że w punktach tych jest zaczepiony giętki sznur, a w jego punktach B_1, B_2, B_3 działają siły S_1, S_2, S_3 /rys.24/.



RYC. 24.



Pod działaniem tych sił sznur będzie w równowadze. przybierając kształt według wieloboku Varignona. Z wieloboku sił obliczymy te siły, z którymi sznur będzie rozciągany: węzeł B_1 jest w równowadze pod działaniem sił P_1, P_2' i S_1 . Loty i wartości sił P_1 i P_2' znajdziemy z trójkąta sił $abRa$. Toż samo z węzłem B_2 : zachodzi równowaga sił P_2, P_3' i S_2 ; loty i wartości sił P_2 i P_3' znajdziemy z trójkąta sił $bcRc$. Część sznura B_1B_2 działa na węzeł B_1 z siłą P_2' /rys. 25/.

na prawo/, zaś na węzeł B_2 z siłą P_2 /lot na lewo/; siły te są sobie równe, loty mają przeciwne, stąd wniosek, że część sznura na odciepie B_1B_2 , będąc w równowadze jest rozciągana siłą P_2 , względnie P_2' . To samo możemy powiedzieć o którymkolwiek kawałku sznura B_0B_1, B_2B_3, B_3B_4 . Z powyższego wynika ścisły związek między nazwą "WIELOBOK VARIGNONA" i nazwą "WIELOBOK SZNUROWY".

Gdyby siły S_1, S_2, S_3 działały, dajmy na to, w górę, sznur nie mógłby być tu użyty. W tym razie należałoby uważać, że boki wieloboku sznurowego wykonane są ze sztywnych prętów, połączonych ze sobą przegubami; dwa skrajne boki powinny być zamocowane w takiż sam sposób w punktach B_0 i B_4 . Wtedy siły S_1, S_2, S_3 , skierowane ku górze i przyłożone w przegubach, nadadzą układowi owych prętów kształt, o który chodzi.

W tym przypadku możnaby nazwać wielobok Varignona "WIELOBOKIEM PRZEGUBOWYM".

27. Wykreślone wieloboki sznurowe pozwalają także wyznaczać wypadkowe niektórych sił z pośród danego układu. Tak więc np. wypadkowa sił S_1 i S_2 czyli R_{12} /rys.23/ ma kierunek, wartość i lot, jak odcinek ac , a linia jej działania przechodzi przez punkt przecięcia się boków 1 i 3 w wieloboku sznurowym. Tak samo, wypadkowa sił S_2 i S_3 jest równa $\bar{bd} = R_{23}$; punkt prze-

ciągła się boku PRZED siłą S_2 /t.j. 2/ z bokiem ZA S_3 /t.j. 4/, leży na linii działania tej wypadkowej. Należy zwrócić uwagę, że z wykreślonego wieloboku można korzystać przy składaniu częściowym sił układu tylko wtedy, gdy składowe następują bezpośrednio po sobie. Zapomocą wieloboku $B_0 B_1 \dots B_5$ nie można np. znaleźć wypadkowej sił S_1 i S_3 albo S_2, S_4 .

28. NIEKTÓRE WŁASNOŚCI WIELOBOKU SIŁ I WIELOBOKU SZNUROWEGO. Z konstrukcji, którą stosujemy przy wyznaczaniu wypadkowej układu sił zapomocą wieloboku sznurowego, wynikają wprost następujące wnioski:

1. LICZBA PROSTYCH WIELOBOKU SIŁ JEST TAKA SAMA, JAK LICZBA PROSTYCH WIELOBOKU SZNUROWEGO.

2. KAŻDEJ PROSTEJ W WIELOBOKU SIŁ ODPOWIADA RÓWNOLEGŁA DO NIEJ PROSTA W WIELOBOKU SZNUROWYM; tak więc np. promieniowi aB odpowiada bok 1, promieniowi Bc - bok 3 i t.d.

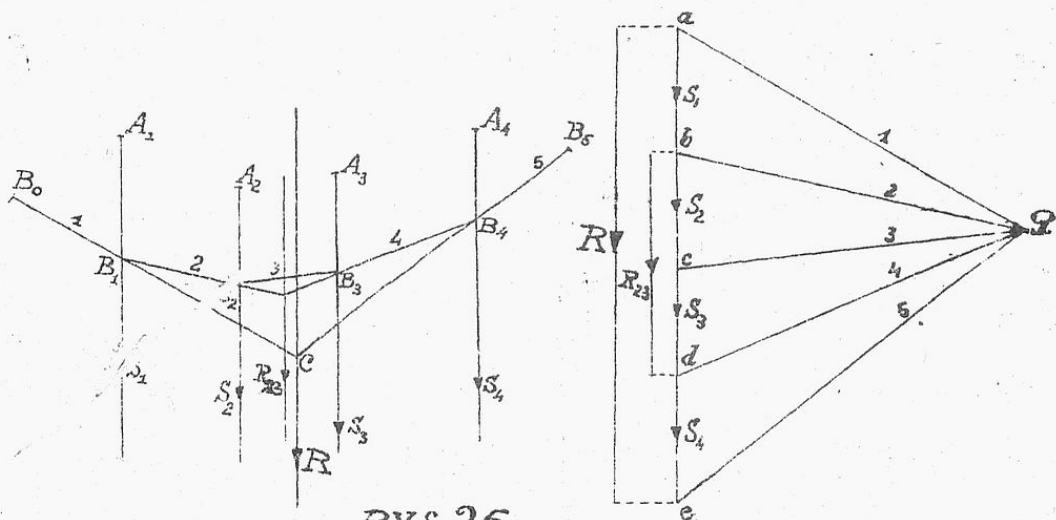
3. KAŻDEMU PUNKTOWI PRZECIĘCIA SIŁ TRZECH LUB WIĘKSZEJ LICZBY PROSTYCH WIELOBOKU SIŁ ODPOWIADA TRÓJKĄT LUB WIELOBOK, UTWORZONY Z PROSTYCH, ODPOWIADAJĄCYCH TAMTYM W WIELOBOKU SZNUROWYM I ODWROTNIE.

A więc np. punktowi B_1 , w którym spotykają się siły 1, 2 i S_1 odpowiada trójkąt aBb , złożony z boków, równoległych do 1, 2 i S_1 , tak samo np. w wieloboku sił punktowi c przecięcia się prostych S_2, S_3 odpowiada trójkąt bCc .
STATYKA WYKREŚLONA. - ARKUSZ III.

prom. 3 odpowiada w wieloboku sznurowym trójkąt, którego bokami są linje działania sił S_2 , S_3 oraz bok 3; punktowi S wieloboku sił odpowiada wielobok sznurowy.

Z powodu tych zależności wielobok sił i wielobok sznurowy noszą nazwę FIGUR WZAJEMNYCH.

29. SKŁADANIE SIŁ RÓWNOLEGŁYCH. Składanie sił równoległych zapomocą wieloboku sznurowego można uważać za przypadek szczególny poprzednich rozważań w Par.24 i następnych. W tym razie wielobok sił staje się odcinkiem prostej, równoległej do sił danego układu, a wypadkowa, mając linję działania równoległą do sił zadanych, jest równa sumie algebraicznej tych sił składowych.



RYC. 25.

Na rys.25 mamy wyznaczoną wypadkową R czterech sił równoległych, mianowicie S_1, S_2, S_3, S_4 ; prócz tego jest tam znaleziona wypadkowa R_{23} sił S_2 i S_3 .

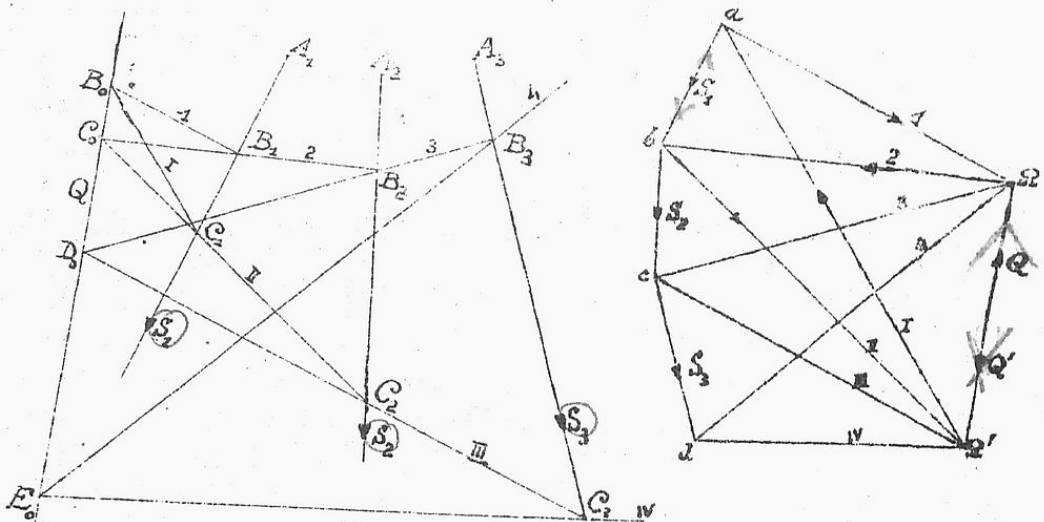
30. INNE WŁASNOŚCI WIELOBOKU SZNUROWEGO I WIELOBOKU

SIŁ. ZMIANA BIEGUNA. Wycobraźmy sobie w jednej płaszczyźnie trzy siły S_1, S_2, S_3 , przyłożone do punktów A_1, A_2, A_3 dowolnego ciała sztywnego /rys.26/.

Wykreślmy wieloboki:sił i sznurowy przy dowolnym biegunie Ω . Promienie pierwszej z tych figur i odpowiednie boki drugiej oznaczmy kolejno przez 1, 2, 3, 4.

Obierzmy następnie za biegun jakiś inny punkt, dajmy na to, Ω' ; wykreślmy teraz nowy wielobok sznurowy. Nowe promienie i boki oznaczmy w tym samym porządku, co poprzednie, liczbami rzymskimi I, II, III, IV.

Rozkłómy siłę S_1 na składowe w kierunkach boków I i 2. Rozkład ten mamy w trójkącie $a b \Omega$, gdzie są również wskazane loty szukanych składowych.



RY5 26.

Przypuśćmy następnie, że w punkcie przecięcia się boków I i II działa siła S_1' , równa i odwrotna do S_1 . Rozkładowy ją za pomocą trójkąta $a b \Omega'$ na składowe w kierunkach prostych I i II.

Ponieważ siły S_2 i S_2' są w równowadze, zatem równoważą się też układy sił 1,2 wraz z 1, II, albo 1, I z 2, II. Wypadkowa sił 1, I jest równa pod względem wartości, kierunku i lotu odcinkowi BB' , a linja jej działania przechodzi przez punkt B_0 , w którym przecinają się boki 1, I wieloboków sznurowych. Oznaczmy tę wypadkową przez Q /lot do góry/.

Podobnie znajdziemy wypadkową sił 2, II; będzie ona równa i odwrotna do siły Q , przechodzić będzie przez punkt przecięcia się boków 2, II, czyli przez C_0 . Oznaczmy tę wypadkową przez Q' . Ponieważ pomiędzy układami sił 1, I i 2, II zachodzi równowaga, zatem obie wypadkowe posiadać powinny wspólną linję działania, która przejść musi, oczywiście, przez punkty B_0 i C_0 .

Z drugiej strony kierunek tych wypadkowych wyznacza prosta BB' ; a więc prosta B_0C_0 powinna być równoległą do prostej, łączącej bieguny B i B' czyli do t.zw. OSI BIEGUNÓW.

Rozumowania zupełnie podobne do poprzednich powtarzamy co do siły S_3 i S_3' ; S_3 i S_3' .

Znajdziemy znowu, że wypadkowe grup sił 2, II i 3, III powinny być równe, odwrotne i równoległe do osi biegunów. Oczywiście, ich wspólną linję działania jest ta sama prosta CD , co i poprzednio i t.d.

Naturalnie, że dowodzenie powyższe, przeprowadzone

dla trzech sił. jest ważne również dla jakiejkolwiek ich liczby /byleby siły leżały w jednej płaszczyźnie/.

Wynika stąd następujące twierdzenie: WIELOBOKI SZNUROWE, WYKREŚLONE DLA TEGO SAMEGO UKŁADU SIŁ PRZY DWÓCH RÓŻNYCH BIEGUNACH POSIADAJĄ TĘ WŁAŚNOŚĆ, ŻE ODPOWIEDNIE ICH BOKI PRZECINAJĄ SIĘ NA JEDNEJ PROSTEJ, RÓWNOLEGŁEJ DO OSI BIEGUNÓW.

31. ZASTOSOWANIE I. Dla danego układu sił WYKREŚLIĆ TAKI WIELOBOK SZNUROWY, KTÓREGO JEDEN Z BOKÓW MIAŁBY POŁOŻENIE Z GÓRY ZADANE.

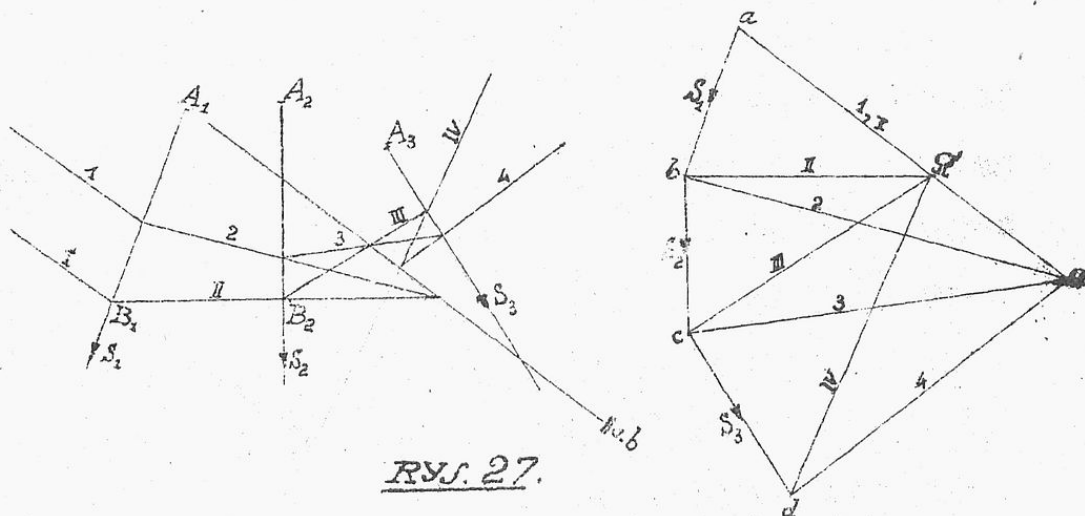
Niech będą dane 3 siły S_1, S_2, S_3 , przyłożone do punktów A_1, A_2, A_3 /rys. 27/; żądamy, aby bok drugi był na prostej $B_1 B_2$.

Wykreślamy naprzód dowolny wielobok sznurowy 1, 2, 3, 4 przy biegunie Ω . Następnie tak obieramy nowy biegun Ω' , aby dany bok II mógł być jednym z boków nowego wieloboku sznurowego. Oczywiście biegun ten musi leżeć na promieniu równoległym do zadanego boku II i przechodzącym przez koniec B siły S_2 . Innego ograniczenia dla bieguna Ω' nie mamy; przypuścimy, że leży on na promieniu I, a więc znajduje się w przecięciu się tego promienia z nowym promieniem II.

Wielobok sznurowy, zbudowany dla tego nowego bieguna Ω' , odpowiada postawionemu warunkowi.

Możnaby zadanie nasze rozwiązać w inny sposób: wiemy, że boki szukanego wieloboku sznurowego muszą być takio,

że z odpowiednimi bokami poprzednio wykreślonego wieloboku przecinają się na prostej, równoległej do osi



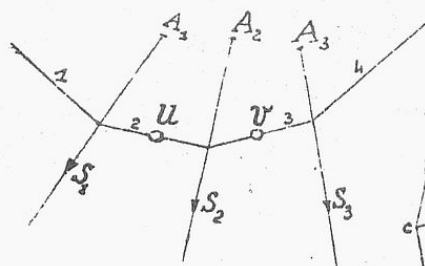
biegunów $\parallel ab$. Jeden punkt tej prostej znamy, jest nim bowiem przecięcie się boków 2 z II, kierunek jej znamy również /jest równoległy do SS' /, a zatem prosta ta jest całkowicie określona.

Wykreśliwszy ją, dopełniamy następnie szukany wielobok sznurowy, nie zwracając już zupełnie uwagi na wielobok sił. Tak więc np. bok I spotyka się z bokiem II na siłce S_1 , poźatem przechodzi on przez punkt przecięcia się boku 1 z prostą $\parallel ab$, czyli przez punkt nieskończenie odległy na tej prostej. Inaczej mówiąc, bok I jest równoległy do boku 1. Następnie wyznaczymy boki pozostałe.

32. ZASTOSOWANIE II.

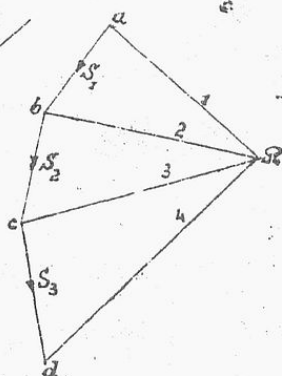
POPROWADZIĆ WIELOBOK SZNUROWY PRZESZ DWA Z GÓRY ZADANE PUNKTY u i v .

Rozwiążmy to zadanie naprzód w tym przypadku, gdy dane są tylko trzy siły S_1, S_2, S_3 /rys.28/, przyczem punkty U i V są oddzielone od siebie tylko jedną z nich np. S_2 .



RYŚ. 28.

RYŚ. 28



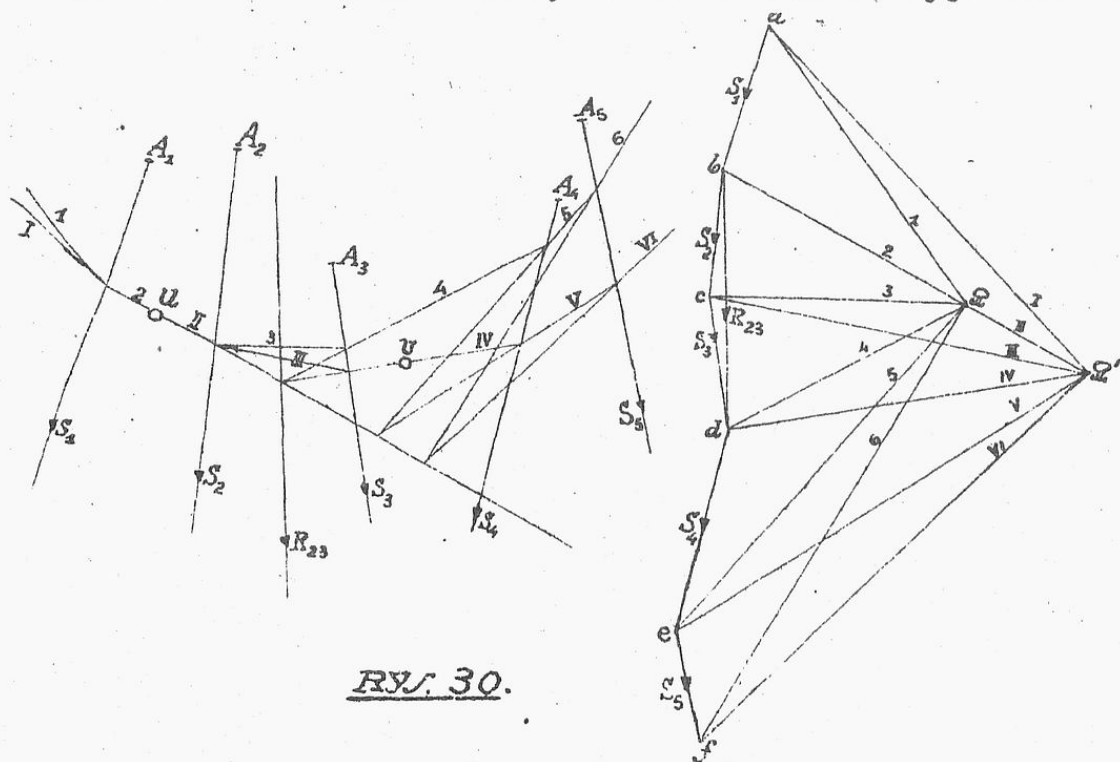
W tym razie zadanie jest niezmiernie proste. Wiadomo bowiem, że dwa boki wieloboku sznurowego można obrać dowol-

nie; niech więc będą niemi boki 2 i 3, z których pierwszy przechodzi przez punkt U , drugi przez V , a ich punkt przecięcia się leży na linii działania siły. Wykreślamy następnie wielobok sił i prowadzimy promienie 2 i 3, których kierunek został już obrany. Punkt przecięcia się tych promieni jest biegunem R ; łącząc go wreszcie z pozostałymi punktami a i d otrzymujemy promienie, a mając je, uzupełnimy wielobok sznurowy w sposób znany. Rozwiązań możemy mieć bez liku.

33. W tym razie, gdy między punktami U i V mamy więcej, niż jedną siłę, np. dwie, jak na rys.29, lub więcej, wówczas zastępujemy owe siły, zawarte między U i V , wypadkową tych sił; sprowadzamy więc nasze zadanie do przypadku szczególnego, rozważonego poprzednio.

Na rys.29 mamy rozwiązany stosowny przykład dla sił S_1, S_2 ,

zaś punkty U i V są od siebie oddzielone siłami S_2 i S_3 . Postępujemy podobnie, jak poprzednio: dodajemy siły S_2 z S_3 ; wypadkowa ich niech będzie R_{23} . W sąsiedztwie bezpośrednim z naszymi punktami mamy już tylko trzy siły, mianowicie S_1 , R_{23} i S_4 i możemy do nich zastosować wprost rozwiązanie przytoczone poprzednio w Par. 32, dopełniając wielobok sznurowy i poza siłą S_4 , S_5 . Zresztą, rys. 30 w dostatecznej mierze rzecz tę wyjaśnia.



RYC. 30.

35. ZASTOSOWANIE LVI. POPROWADZIĆ WIELOBOK SZNUROWY PRZEZ TRZY Z GÓRY ZADANE PUNKTY.

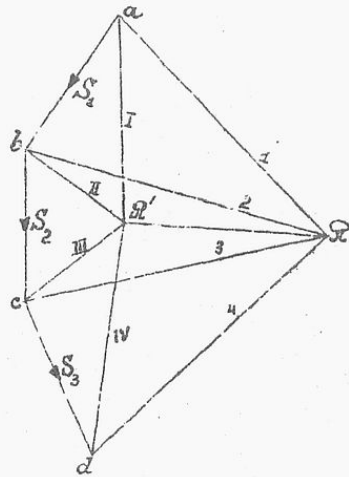
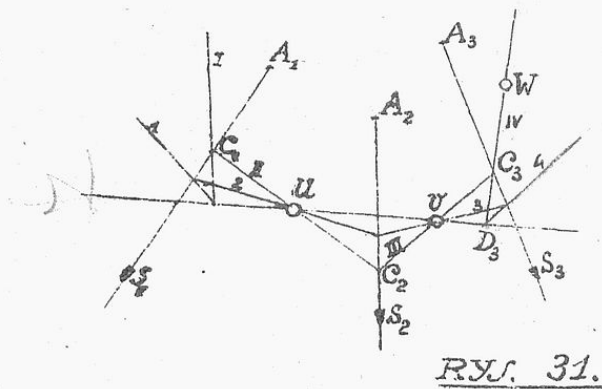
Rozpatrzmy z początku znowu taki przypadek, gdy dane są tylko trzy siły S_1 , S_2 , S_3 , w ten sposób, że każde dwa dane punkty są odgraniczone od siebie jedną tylko siłą /rys. 31/.

Kreślimy naprzód dowolny wielobok sznurowy, którego boki 2 i 3 przechodzą przez punkty U i V . Biegunem będzie punkt \mathcal{N} . Następnie wielobok ten przekształcamy tak, aby nowe położenie boków 2 i 3 przecinały się z poprzednimi w tych właśnie punktach U i V , zaś bok 4 przeszedł przez W .

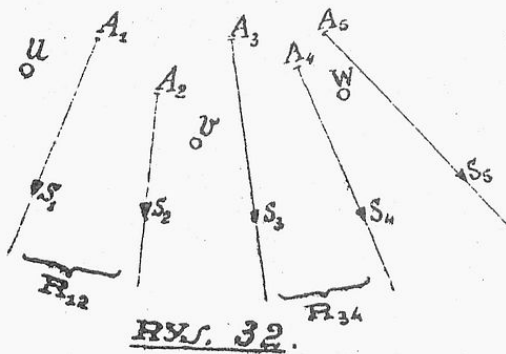
Jest rzeczą jasną, że dla dokonania tego przekształcenia nowy biegun \mathcal{N}' trzeba obrać na osi biegunów równoległej do UV , bo tylko wtedy będzie spełniony warunek, wymagany od boków 2 i 3. Bok IV /czyli nowe położenie boku 4/ ma przejść przez W i winien jednocześnie przeciąć się z 4 na prostej UV , a więc położenie jego jest całkowicie określone. Nowy biegun znajduje się zatem w przecięciu osi biegunów z promieniem IV, odpowiadającym bokowi IV. Wykreślając z tego bieguna pozostałe promienie I, II, III, albo też opierając się na własności prostej UV , równoległej do osi biegunów, możemy uzupełnić nowy wielobok sznurowy.

36. Gdy punkty U, V, W są oddzielone od siebie więcej, niż jedną siłą, to postępujemy podobnie, jak w odpowiednich zadaniach, w których chodziło o poprowadzenia wieloboku sznurowego przez dwa punkty rys.29 i 30.

Przypuśćmy, dla przykładu, że punkty U, V, W są położone tak, jak to wskazuje rys.32. W tym razie znajdujemy naprzód wypadkową R_{12} sił S_1 i S_2 oraz wypadkową



$R_{3,4}$ się S_3 i S_4 i w ten sposób zadanie nasze sprowa-



dzany do poprzedzającego,
bo mamy już tylko trzy si-
ły, mianowicie R_{12} , R_{34} ,
 S_5 , z których każda
przegradza dwa z punktów
 u, v, w .

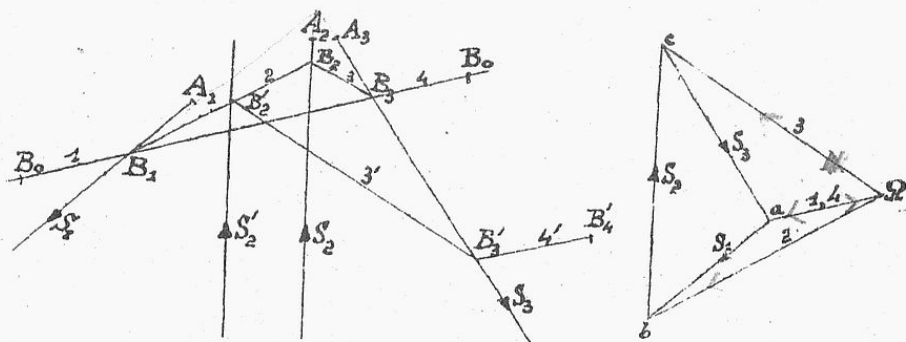
37. BADANIE RÓWNOWAGI CIAŁA SZTYWNEGO ZAPOMOCĄ WIELOBOKU SZNUROWEGO.

Dany jest układ trzech sił S_1, S_2, S_3 , przyłożonych w punktach A_1, A_2, A_3 /rys. 33/.

Niech będzie wiadome zgóry, że siły te są w równowadze, że więc przecinają się w jednym punkcie, a wielobok sił, utworzony z nich, jest zamknięty. Chodzi o to, jak się zaznaczy równowaga tego układu na dowolnym wieloboku

sznurowym, wykreślonym dla danego układu sił.

Aby to zbadać, obieramy dowolny biegun Ω , prowadzimy promienie 1, 2, 3, 4 i budujemy odpowiedni wielobok sznurowy. Wielobok sił jest zamknięty; zatem promienie pierwszy i ostatni /t.j. 1 i 4/ leżą na jednej prostej; z tego dalej wynika, że boki 1 i 4 wieloboku sznurowego albo są do siebie równoległe, albo też pokrywają się. Aby rozstrzygnąć, który z tych przypadków zachodzi, przypomnijmy sobie, że pierwszy i ostatni bok wieloboku sznurowego można uważać za linie działania dwóch sił, które zastępują układ sił danych /rys.24/; ponieważ zaś z góry wiemy, że układ ten jest w równowadze, więc



RYC. 33.

owe siły zastępcze powinny być równe, mieć loty przecienne i wspólną linię działania. Pierwsze dwa warunki są spełnione w wieloboku sił, jak to widać bezpośrednio, trzeci warunek wymaga, aby BOKI 1, 4 /pierwszy i ostatni/ w wieloboku sznurowym LEŻAŁY NA JEDNEJ PROSTEJ; wów-

czas powiemy, że wielobok sznurowy sam przez się został zamknięty.

Oczywiście, wyprowadzony wniosek dotyczy również zagadnień, gdy dany układ zawiera więcej, niż trzy siły, bo i wtedy możemy taki układ sił zastąpić dwiema siłami, skierowanymi wzdłuż pierwszego i ostatniego boku wieloboku sznurowego. Zatem możemy wypowiedzieć twierdzenie, że - GDY UKŁAD SIŁ, ZNAJDUJĄCYCH SIĘ W JEDNEJ PŁASZCZYŹNIE, DO RÓŻNYCH PUNKTÓW PRZYŁOŻONYCH, JEST W RÓWNOWADZE, TO WIELOBOK SIŁ ORAZ WIELOBOK SZNUROWY ZAMYKAJĄ SIĘ SAME PRZESIE.

Przypuśćmy teraz, że siła S_2 /rys.33/ została przesunięta równolegle do swego położenia pierwotnego tak, że zajęła położenie S_2' , zachowując poprzednią wartość oraz lot. Co się stanie przez to z wielobokiem sił oraz z wielobokiem sznurowym?

Widoczne jest, że pierwszy z nich nie ulegnie żadnej zmianie; również boki 1 i 2 wieloboku sznurowego pozostaną na swych miejscach; jedynie punkt B_2 przesunie się do Z a boki 3 i 4 przybiorą położenie 3' i 4', równoległe do poprzednich. Naturalnie boki 1 i 4' nie utworzą już teraz jednej prostej, lecz będą do siebie równoległe.

Z tego wynika, że siły, zastępujące dany układ i działające wzdłuż prostych 1 i 4' są równe, loty mają przeciwno i linie działania równoległe - tworzą więc PARĘ

SIL. Łatwo wyrozumieć, że podobnych par sił możemy znaleźć tyle, ile możemy pomyśleć wieloboków sznurowych dla danego układu sił.

Odwracając otrzymane twierdzenie, możemy powiedzieć, że

a/ GDY WIELOBOK SIŁ ORAZ WIELOBOK SZNUROWY SĄ ZAMKNIĘTE, TO DANY UKŁAD SIŁ JEST W RÓWNOWADZE.

b/ GDY ANI WIELOBOK SIŁ, ANI WIELOBOK SZNUROWY NIE SĄ ZAMKNIĘTE, TO DANY UKŁAD SIŁ SPROWADZA SIĘ DO JEDNEJ SIŁY WYPADKOWEJ, KTÓREJ LINJA DZIAŁANIA JEST RÓWNOLEGŁA DO BOKU ZAMYKAJĄCEGO WIELOBOK SIŁ I PRZECHODZI PRZES PUNKT PRZECIĘCIA SIĘ BOKÓW SKRAJNYCH WIELOBOKU SZNUROWEGO, CO DO WARTOŚCI I LOTU OKREŚLAJĄ ÓW BOK ZAMYKAJĄCY. Odpowiedź będzie jedna jedyna.

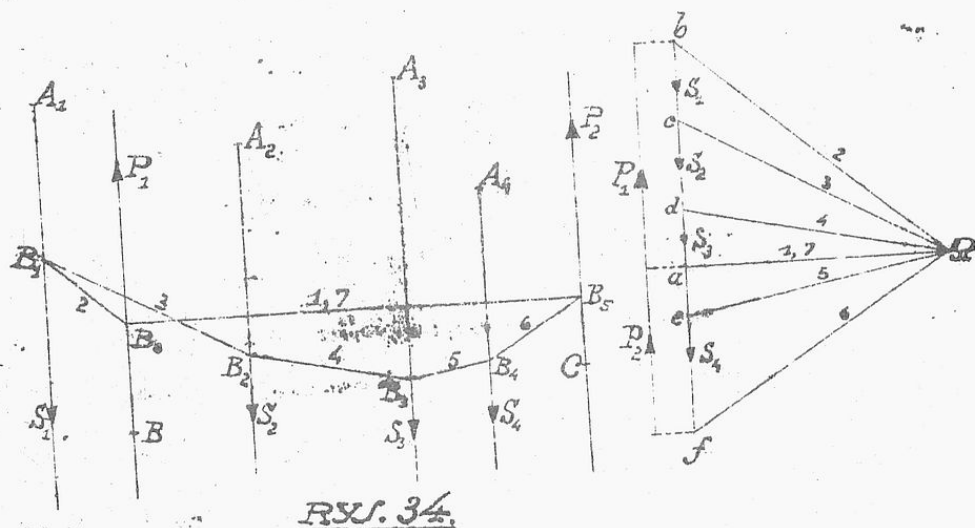
c/ GDY WIELOBOK SIŁ JEST ZAMKNIĘTY, A WIELOBOK SZNUROWY NIE, TO DANY UKŁAD SIŁ SPROWADZA SIĘ DO JEDNEJ PARY WYPADKOWEJ. Odpowiedzi będziemy mieli bez liku.

38. PRZYKŁAD. Dane są siły S_1, S_2, S_3, S_4 równoległe i przyłożone w punktach A_1, A_2, A_3, A_4 . Pragniemy zrównoważyć je dwiema siłami P_1 i P_2 , z których pierwsza przechodzi przez punkt B i jest równoległa do sił danych, a druga przechodzi przez punkt C (rys. 34/).

Zauważymy naprzód, że siła P_2 również musi być równoległa do sił danych, gdyż wypadkowa sił S_1, S_2, S_3, S_4 następnie siła P_1 powinna mieć z P_2 wspólną linię działa

nia, jakoż wszystkie te siły się równoważą.

Przystępujemy do wykreślenia wieloboku sił. Siły P_1 i P_2 są pod względem wartości nieznane, a więc możemy wykreślić jedynie odcinki, wyrażające siły S_1, S_2, S_3, S_4 .



Rys. 34.

Aby konstrukcję naszą móc posunąć jak najdalej, dogodnie jest ułożyć siły w szereg i siły P_1, P_2 ustawić na początku i końcu tego szeregu. Rozważajmy więc siły w takim porządku: $P_1, S_1, S_2, S_3, S_4, P_2$.

Zatem bok pierwszy wieloboku sił przedstawia siłę P_1 ; początek jej a jest nieznany, koniec przypada, dajmy na to, w b i w tym samym punkcie rozpoczyna się bok, wyobrażający siłę S_1 ; koniec siły S_1 niech będzie w punkcie c ; stąd rozpoczynamy siłą S_2 i t.d., aż do siły S_4 . Dochodzimy wreszcie do punktu f , gdzie kończy się siła S_4 i zaczyna P_2 . Aby była równowaga, wielobok sił musi się zamknąć, czyli koniec siły P_2 winien przypaść w początku siły P_1 , t.j. w punkcie a . Po-

nieważ punkt ten jest nieznany, więc budowy wieloboku się nie możemy narazie dokończyć.

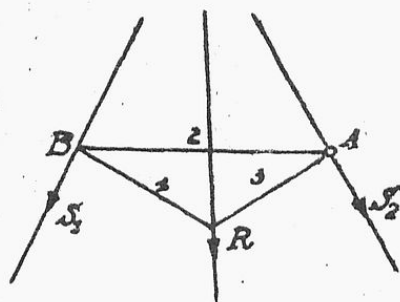
Obierzmy dalej dowolny biegun S i prowadźmy promienie 2, 3, 4, 5, 6.

Promienie 1 i 7 idą do owego niezanego punktu a nie wykreślamy więc ich i przystępujemy do budowy wieloboku sznurowego.

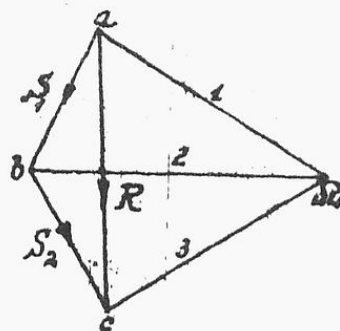
Na linii działania siły P obieramy dowolny punkt B_0 i prowadzimy przez ten bok 2; przez ten sam punkt przechodzi również nieznany narazie bok 1. Dalsza budowa wieloboku sznurowego nie następuje żadnych trudności łatwo więc wykreślamy boki 3, 4, 5, 6, aż w końcu dochodzimy do punktu B_5 , przez który należy poprowadzić bok 7. Ma być równowaga układu sił, a więc pierwszy i ostatni bok wieloboku sznurowego muszą tworzyć jedną prostą, albo innymi słowy: boki 1 i 7 powinny się pokrywać. Ponieważ bok 1 przechodzi przez punkt B_0 , a bok 7 - przez B_5 , więc boki te powinny być skierowane wzdłuż prostej B_0B_5 . Mając tym sposobem znalezione boki skrajne, musimy uzupełnić wielobok sił, prowadząc przez S równoległą do B_0B_5 . Będzie to promień 1 /wzgl. 7/ i wyznaczy nam na prostej odcinków szukany punkt a . Tak więc $\vec{ab} = P_1$, $\vec{fa} = P_2$.

39. ROZKŁAD SIŁY NA SKŁADOWE. a/ Rozkładać siłę R na dwie składowe. z których jedna S_1 posiada daną

linię działania, a druga $/S_2/$ przechodzi przez dany punkt A /rys.35/.



RYG. 35.

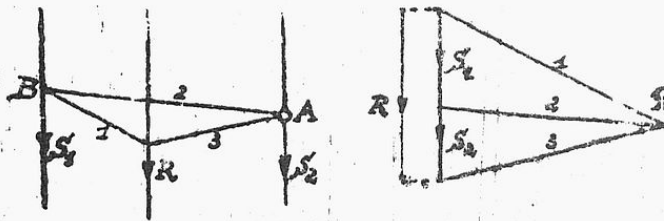


Budujemy na-
przód wielo-
bok sił. Od-
cinek ac przed-
stawia siłę

R ; przez

a przechodzi bok, równoległy do S_1 , przez c - bok, równoległy do S_2 . Gdybyśmy znali koniec b siły S_1 , to wypadaloby tylko połączyć go z c ; odcinek bc wyznaczyłby nam siłę S_2 . Jednak nie znamy punktu b ; budowę wieloboku sił trzeba przerwać. Obieramy dowolny biegun P ; prowadzimy promienie 1 i 3 ; promień 2 idzie do punktu b , jest więc nieznany. Wykreślamy następnie wielobok sznurowy, a właściwie jedynie jego boki 1 i 3, przytem robimy to tak, aby bok 3 przeszedł przez A . Bok 1 przecina siłę S_1 w punkcie B ; oczywiście, prosta AD musi być bokiem 2, gdyż bok ten powinien przejść zarówno przez punkt A jak i przez B .

Mając bok 2 wykreślamy z P promień 2, który wyznaczy nam nieznany punkt b ; wówczas ab i bc przedstawia nam siły S_1 i S_2 co do kierunku, wartości i lotu.



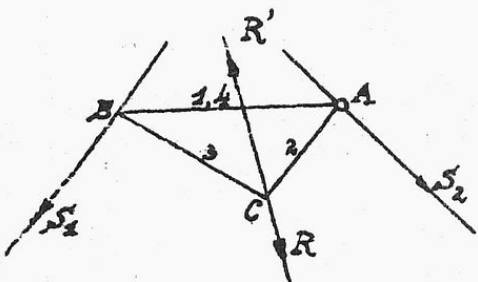
RYS. 36.

Na rys. 36 widzimy sposób rozkładu siły R na dwie składowe do niej równoległe. Wypadek ten nie różni się zasadniczo

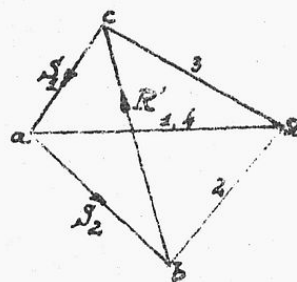
od przytoczonego poprzednio.

b/ W celu rozłożenia siły R na dwie składowe S_1, S_2 /dla jednej z nich jest dana linia działania, dla drugiej punkt/ można rozumować jeszcze nieco inaczej, można mianowicie uważać, że siły S_1, S_2 mają zrównoważyć odwróconą siłę R czyli R' /rys. 37/.

Ustawiamy siły w szereg: S_1, R, S_2 /nieznane siły po brzegach/ i budujemy wielobok sił i wielobok sznurowy. W danym razie nieznane są położenia skrajnych promieni i boków, a więc 1 i 4. Wiemy jednak, że te boki pokrywają się wzajemnie, a ponieważ pierwszy z nich przechodzi przez punkt B , a drugi przez A , zatem AB jest ich wspólnym kierunkiem. Łatwo już teraz wykreślić



RYS. 37.



brakujące promienie 1, 4 i tym sposobem znaleźć szukane składowe

S_1, S_2 . Sposoby rozkładania sił, podane w niniejszym par. znajdują zastosowanie wówczas, kiedy linie działania sił nie przecinają się w obrębie rysunku.

ROZDZIAŁ III.

MOMENTY STATYCZNE SIŁ.

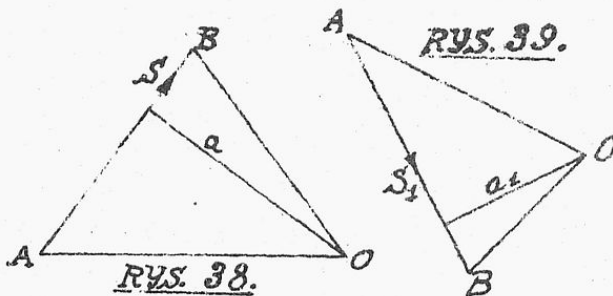
40. OKREŚLENIE MOMENTU STATYCZNEGO SIŁY. Przypuśćmy, że odcinek AB /rys.38/ przedstawia co do wartości, kierunku i lotu siłę S .

MOMENTEM STATYCZNYM TEJ SIŁY WZGLĘDEM DOWOLNEGO PUNKTU O NAZYWAĆ BĘDZIEMY ILOCZYN Z OWIEJ SIŁY PRZEZ JEJ ODLEGŁOŚĆ OD O , CZYLI PRZEZ T.ZW.RAMIE. PRZYTEM ILOCZYNOWI TEMU PRZYPISUJEMY ZNAK $+$ LUB $-$, ZALÉŻNIE OD TEGO, CZY SIŁA S DĄŻY DO OBROTU OKOŁO O W KIERUNKU RUCHU WSKAZÓWEK ZEGAROWYCH, CZY TEŻ W KIERUNKU PRZECIWNYM.

Z określenia tego wynika, że w przypadku, przedstawionym na rys.38, moment jest dodatni; oznaczając zatem ramie przez a , będziemy mogli napisać

$$M_O S = S \cdot a;$$

lewa strona tej równości jest symbolem wyrażenia: "moment $/M/$ względem punktu O siły S ".



Natomiast moment siły

S_1 względem punktu

/rys.39/ jest ujemny,

więc $M_O S_1 = -S_1 \cdot a_1;$