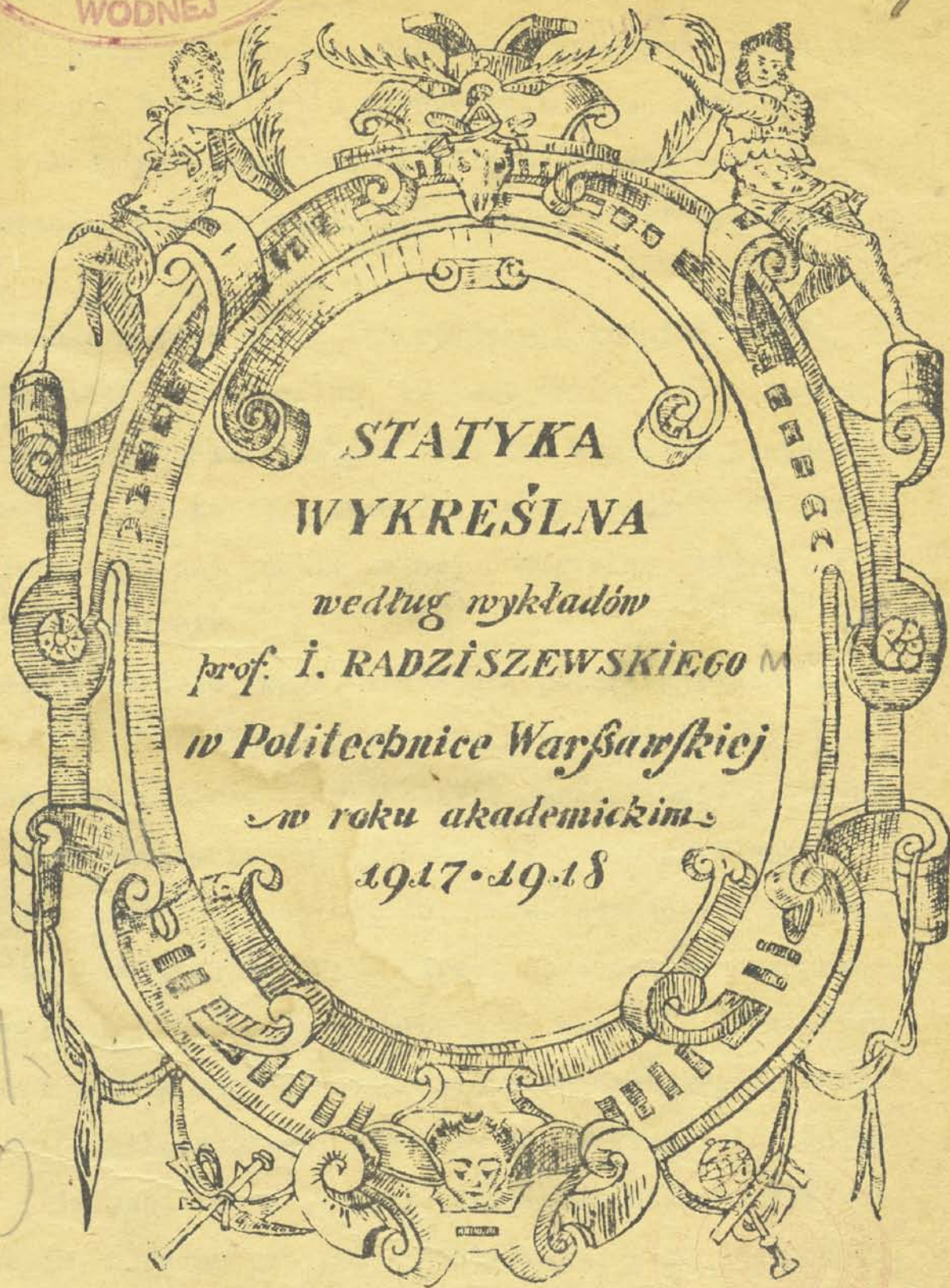




780



687



**STATYKA  
WYKREŚLNA**

według wykładów  
prof. **Ā. RADZIŠZEWSKIEGO**  
w Politechnice Warszawskiej  
w roku akademickim  
1917-1918

M.  
O



POLITE  
Warr



B. 5053

264-46-542



1. O BADANIU METODĄ WYKREŚLĄ. Metoda wykreslna rozwiązywania zagadnień znajduje szerokie zastosowanie w wielu gałęziach wiedzy, zarówno stosowanej, jak i teoretycznej. Wspomnimy tu choćby tylko o znanych sposobach wykreslnych wykonywania działań algebraicznych, całkowania, rozwiązywania najbardziej zawiłych równań i in.

Badaniu metodą wykreslną podlegają również wszelkie zjawiska funkcyjne, to jest takie, które są warunkowane zjawiskami innymi. Pod tym względem zastosowania metody tej są tak rozległe, że wystarczyły do stworzenia specjalnej nauki, zwanej nomografią, która się też niemi zajmuje.

Należy zwrócić uwagę, zwłaszcza początkujących, na to, że wyniki rachunku graficznego są dostatecznie dokładne, szczególnie, gdy chodzi o zastosowania praktyczne. Mając bowiem pewną wprawę we wkladaniu cyrklem i linijką, można uniknąć błędów, przekraczających 3 - 4%; ponadto zauważmy, że dane, otrzymane zapomocą rachunku wykreslnego, stosujemy zazwyczaj we wzorach, do których wchodzi zwykle szereg wielkości, w rodzaju współczynników wytrzymałościowych, ciężarów właściwych i t.p. niedość ścisłych; wobec niedokładności ich nikną omyłki rezultatów, otrzymanych metodą wykreslną; stąd przekonywamy się, że zarzut niedokładności metody wykreslnej jest

STATYKA WYKREŚLNA. ARKUSZ I.

słaby.

Przypuśćmy, na przykład, że chodzi o wyznaczenie ciężaru pewnej bryły ziemi, której objętość możemy obliczyć drogą wykreślną, nie popełniając przytem błędu, większego od 3 - 4%. Aby znaleźć ciężar tej bryły, trzeba objętość znalezioną pomnożyć przez ciężar właściwy, który waha się w granicach od 1600 do 2000 kg/m<sup>3</sup>. Widzimy stąd, że w danym razie niedokładność odpowiedzi spadnie raczej na karb nieścisłej wartości ciężaru właściwego, a nie będzie spowodowana błędem obliczeniem objętości.

Podobnie, obliczając pręt żelazny na rozciąganie, wprowadzamy we wzór stosowny liczbę, wyrażającą naprężenie bezpieczne, zawarte w szerokich granicach, bo od 900 do 1200 kg/cm<sup>2</sup>.

Niedokładność tej liczby niweczy omyłkę, którą popełniamy przy wyznaczaniu wykreślnem siły, rozciągającej pręt.

Wskazemy jeszcze kilka innych zalet metody wykreślnej.

Jedną z nich jest przejrzystość wykonywanych działań, co pozwala ewentualne omyłki znaleźć łatwiej, niż w tym razie, gdy posiłkujemy się mnóstwem operacji analitycznych.

Dalej zwróćmy uwagę na to, że rozwiązania wykreślne dają się zwykle prowadzić w dużym stopniu mecha-

nicznie, na zasadzie pewnych reguł ogólnych, nie  
nużą więc umysłu tak, jak rachunek analityczny.

Wspomniemy wreszcie o pozornej trudności, którą  
sprawia początkującym metoda wykreślna. Gdy badamy roz-  
wiązanie analityczne jakiegoś zagadnienia, widzimy wów-  
czas stopniowy rozwój rozwiązania, widzimy, jak jedna  
myśl wynika z innych, jakim ulegają przekształceniom  
i t.d. Gdy zaś spojrzymy na rysunek, przy którego po-  
mocy rozwiązujemy to samo zagadnienie, to praca przed-  
stawi się nam nieraz jako coś ogromnego i chaotycznego,  
rzecz pozornie trudna do zbadania.

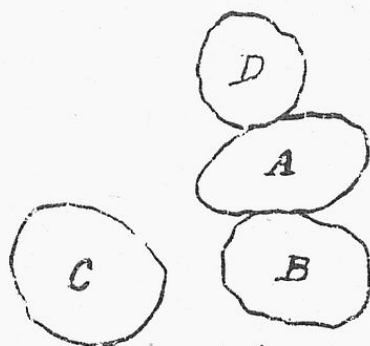
Unikniemy jednak tego wrażenia, gdy, wychodząc z  
paru linii zasadniczych i opierając się na wskazówkach  
wyłożonych w tekście, stopniowo rysunek ten tworzyć bę-  
dziemy sami.

## 2. PRZEDMIOT STATYKI WYKREŚLNEJ I POJĘCIE SIŁY.

STATYKA WYKREŚLNA JEST NAUKĄ, KTÓRA BADA DROGĄ WYKREŚL-  
NĄ STOSUNKI, ZACHODZĄCE POMIĘDZY SIŁAMI, BĘDĄCEMI W  
RÓWNOWADZE.

POD NAZWĄ SIŁY ROZUMIEMY ODDZIAŁYWANIE, KTÓREMU  
ULEGA JEDNO CIAŁO POD WPŁYWEM CIAŁA INNEGO.

Oddziaływania takie mogą zachodzić bądź dzięki  
związkowi mechanicznemu, panującemu pomiędzy ciałami,  
bądź przez działanie z odległości, jak to mamy np.  
przy ciałach magnetycznych. Tak więc np. ciała *B* i *D*,



rys. 1.

przedstawione na rys.1, działają na *A* przez zetknięcie, *C* może działać jedynie z odległości.

Siłę wyznaczają następujące elementy:

1. Punkt ciała, na który siła działa, czyli jej PUNKT

PRZYŁOŻENIA.

2. Prosta, wzdłuż której siła działa, czyli jej LINIA DZIAŁANIA.

3. LOT SIŁY, to jest cecha, odróżniająca siłę, zwróconą ku pewnemu punktowi, położonemu na linii działania, od innej siły, zwróconej od tego punktu.

4. WARTOŚĆ siły w stosunku do pewnej siły, obranej za jednostkę. Za jednostkę taką przyjmuje się zwykle kilogram /kg/.



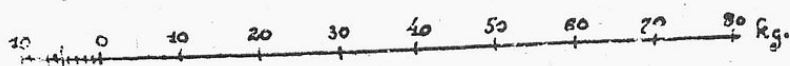
rys. 2.

Opierając się na tych znamionach, możemy każdą siłę przedstawić w postaci odcinka, wziętego na linii działania, o pewnym locie i początku, przypadającym w punk-

cie przyłożenia i długości, wyrażającej w pewnej skali wartość siły.

Lot oznaczamy przytem zapomocą strzałki.

Długość odcinka, przedstawiającego siłę bierzemy zwykle ze SKALI SIŁ, którą wykreślamy w sposób następujący: rysujemy dowolną prostą i obieramy na niej jaki-



Rys. 3.

kikolwiek punkt  $O$  /rys.3/ za początkowy. Od tego punktu odmierzamy w prawo szereg równych odcinków, z których każdy reprezentuje jednakową liczbę jednostek siły, np. 10 kg. Taki sam odcinek odmierzamy również w lewo od punktu  $O$  i dzielimy go na pewną liczbę równych części, najczęściej na 10 części. W ten sposób każda działka tego odcinka wyrazi, jak na rys.3, 1 kg.

Chcąc odmierzyć w wykreślonej skali siłę, równą np. 54 kg., stawiamy jedną nóżkę cyrkla w punkcie, oznaczonym przez 50, drugą zaś przesuwamy o 4 działki w lewo od punktu  $O$ . Odległość między końcami nóżek cyrkla wyraża żadaną siłę.

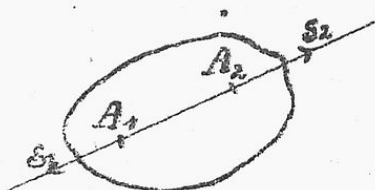
3. PEWNIKI STATYKI WYKREŚLNEJ. Zagadnienia statyki wykreślnej rozwiązywać będziemy na podstawie trzech PEWNIKÓW lub AKSJOMATÓW, to jest prawd opartych na doświadczeniu; pewniki te są dla każdego tak oczywiste, że nie wymagają dowodu.

Pierwszym pewnikiem jest ZASADA RÓWNOŚCI DZIAŁANIA I PRZECIWDZIAŁANIA. Głosi ona, że SIŁY, Z KTÓREMI DZIAŁAJĄ NA SIEBIE DWA CIAŁA, POSIADAJĄ WSPÓLNĄ LINJĘ DZIAŁANIA, SĄ RÓWNE, LECZ ODWROTNIE SKIEROWANE.

Nie znaczy to bynajmniej, że te siły znoszą się lub równoważą. Nie może być o tem mowy, bo każda z nich pochodzi od jednego ciała, a działa na drugie.

Zasada ta jest ważną niezależnie od tego, czy ciała działają na siebie bezpośrednio, czy też z odległości.

4. Drugi pewnik polega na następującem: wyobraźmy sobie dowolne ciało sztywne, to jest takie, które nie



RYS. 4.

ulega odkształceniom pod działaniem sił. Obierzmy w tem ciele dwa dowolne punkty  $A_1$  i  $A_2$  /rys. 4/; przypuśćmy, że do tych punktów przyłożone są siły  $S_1$  i  $S_2$  równe, ze wspólną linią działania, przechodzącą przez

punkty przyłożenia i z lotami odwrotnymi.

Doświadczenie wskazuje, że takie dwie siły są zawsze w równowadze. Przytem odległość  $A_1A_2$  nie gra tu żadnej roli tak, że można ją zmieniać dowolnie, a w szczególnym przypadku uważać, że jest ona równa zeru: siły  $S_1$  i  $S_2$  działają wówczas na jeden punkt danego ciała.

5. Przypuśćmy teraz, że na punkt  $A_1$  danego ciała /rys.5/ działa siła  $S_1$ . Obierzmy na jej linii działania dowolny punkt  $A_2$  i przyłożmy do niego dwie siły równe  $S_2$ , lecz odwrotnie skierowane. Z powiedzianego wyżej wnosimy, że takie dwie



RYS. 5.



siły nie wpłyną na zachowanie się ciała. Z drugiej strony można uważać, że siła  $S_1$  przyłożona w  $A_1$  znosi się z siłą  $S_2$ , przyłożoną w  $A_2$ ; wówczas możemy powiedzieć, że siła  $S_1$  przyk. w  $A_2$  sprawia ten sam skutek, co siła  $S_2$  przyk. w  $A_1$ .

Z tego wynika, że siłę  $S_1$  można przesuwać dowolnie wzdłuż jej linii działania.

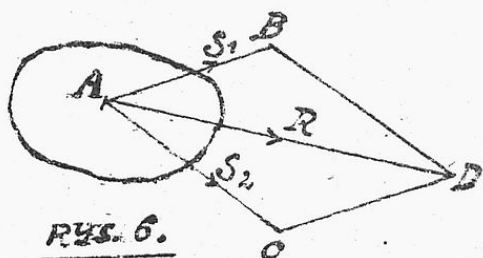
Zwróćmy tu uwagę na to, że siłę można przesuwać również do punktu, położonego na zewnątrz ciała. W tym jednak razie trzeba sobie wyobrazić, że punkt ten jest związany z ciałem zapomocą dodatkowej konstrukcji sztywnej.

Będziemy często mówili wprost, że uważamy, iż punkt taki należy do ciała. Wymieniony pewnik dotyczy także tego przypadku, gdy siły są skierowane nie od siebie, jak na rys. 4 i 5, lecz ku sobie.

W pierwszym razie siły te mają dążność do rozciągania, w drugim do ściskania ciała; skutku jednak nie osiągną, gdyż ciało uważamy za sztywne, nieodkształcone.

6. Ostatni pewnik zwiemy ZASADĄ RÓWNOLEGŁOBOKU SIŁ.

Przypuśćmy, że do dowolnego punktu  $A$  ciała /rys. 6/ są przyłożone dwie siły:  $S_1$  i  $S_2$  przedstawione od-



powiedniami odcinkami  $AB$  i  $AC$ . Zbudujmy równoległobok, którego bokami są właśnie te odcinki.

Doświadczenie nas uczy,

BIBLIOTEKA  
ś. P. W.

że dane dwie siły  $S_1$  i  $S_2$  mogą być zastąpione jedną siłą, która da się przedstawić pod względem wartości i kierunku przekątnią  $AD=R$  tego równoległoboku; lot siły będzie od  $A$  do  $D$ .

Siły  $S_1$  i  $S_2$  zwać będziemy w tym przypadku SIŁAMI SKŁADOWEMI.  $R$  - ich WYPADKOWĄ.

Dowodzenia zasady równoległoboku na drodze rozumowej są zawiłe, tyle wprowadzają nowych pewników i pojęć, że lepiej jest przyjąć t. zasadę wprost na wiarę, tembardziej, że doświadczenia potwierdzają ją w sposób zupełnie ścisły. Ścisłe dowodzenie tej zasady da się uskutecznić na podstawie "dynamiki".

7. WZMIANKA HISTORYCZNA. Aczkolwiek zasady statyki wykreślnej, jak widzieliśmy, są niezmiernie proste, to jednak ludzkość dość długo musiała czekać, zanim zostały one ujęte w formę i zastosowane. Dopiero w w.XVII pojawiają się pierwsze prace z tej dziedziny. Stevin, inaczej Stevinusem zwany, formułuje około r.1600 sposób składania dwóch sił, ograniczając się, zresztą, tym przypadkiem, kiedy działają one pod kątem prostym. Potem Newton uogólnia sposób Stevin'a, rozszerzając go na siły, tworzące jakikolwiek ze sobą kąt /ok.r.1687/.

Prawie równocześnie rówieśnik Newtona, Varignon doszedł do zbudowania t.zw. wieloboku sznurowego, z którym zapoznamy się później.

Po tych odkryciach nauka nasza rozwijała się powoli, różni uczeni zajmowali się nią wprawdzie, ale w sposób

chaotyczny, każdy inaczej rzecz traktował.

Dopiero w w.XIX Culmann zebrał prace swych poprzedników, usystematyzował i powiązał je; można powiedzieć, że on właśnie stworzył statykę wykreślną, jako odrębną naukę. Stąd nazwa "ojca statyki wykreślnej", słusznie mu się należy.

Po ukazaniu się dzieła Culmanna rozwój statyki wykreślnej nabiera szybkiego tempa. Wymienimy tu tylko nazwiska Mohr'a, Winklera, Maxwella, Cremony, Müllera-Breslau, którzy, poza wielu innymi, do rozwoju tej gałęzi wiedzy znacznie się przyczynili.

Zauważmy wreszcie, że rozwój statyki wykreślnej był jedną z pobudek do stworzenia w drugiej połowie zeszłego stulecia nowej nauki - rachunku kwaternionowego, lub wektorowego.

## ROZDZIAŁ I.

### SKŁADANIE I ROZKŁADANIE SIŁ DO JEDNEGO PUNKTU PRZYŁOŻENIA.

8. SKŁADANIE SIŁ. WARUNKI RÓWNOWAGI. Gdy na dowolny punkt ciała działają dwie siły, to umiemy już na zasadzie metody równoległoboku /rys.6/ wyznaczać ich wypadkową.

Wskazaną wyżej konstrukcję można uprościć, zważywszy, że do końca  $D$  siły wypadkowej  $R$  można także dojść, prowadząc z punktu  $B$  jako z początku, odcinek  $BD$ , równy i równoległy do siły  $S_2$ ; koniec tego odcinka jest punktem szukanym. Widzimy więc, że można się obejść bez