

pręt.

Stąd wnioski: a/ Wszystkie pręty pasa dolnego są rozciągane. b/ Aby otrzymać jaknajwięźszą siłę, ROZCIĄGAJĄCĄ którykolwiek pręt PASA DOLNEGO, należy obciążenie ruchome przyłożyć do WSZYSTKICH węzłów dźwigara, na które to obciążenie może działać.

127. DZIAŁANIE OBCIĄŻENIA RUCHOMEGO NA PRĘTY WEWNĘTRZNE. Zbadajmy wpływ siły ruchomej  $P$ , przyłożonej do węzła, wziętego z prawej strony przekroju  $xx$ , na siłę w pręcie  $\gamma$  /rys.111/.

Niech siła  $P$  będzie przyłożona do węzła  $G$ . Na lewą część dźwigara działają siły  $A, S_\alpha, S_\beta, S_\gamma$ ; aby znaleźć siłę  $S_\gamma$ , ułożymy równanie momentów względem punktu  $H$  /przecięcie się prętów  $\alpha$  i  $\beta$ /, który, zwróćmy na to uwagę, znajduje się POZA linjami działania odporów  $A$  i  $B$ . Moment odporu  $A$  względem punktu  $H$  jest ujemny, zatem moment siły  $S_\gamma$  powinien być dodatni, to jest siła  $S_\gamma$  jest skierowana KU  $E$ , czyli że pręt  $\gamma$  jest ŚCISKANY. Jeżeliby siła  $P$  działała z LEWEJ strony przekroju  $xx$ , np. na węzeł  $C$ , wówczas, rozpatrując równowagę prawej części dźwigara, na którą działają siły  $B, S_\alpha, S_\beta, S_\gamma$ , napiszmy równanie momentów względem poprzedniego punktu  $H$ . Wtedy znajdziemy: moment odporu  $B$  względem  $H$  jest ujemny, zatem moment siły  $S_\gamma$  powinien być

dodatni, to jest siła  $S_z$  jest skierowana OD węzła  $D$ , zatem pręt  $\gamma$  jest ROZCIĄGANY.

Poprzednio rozpatrywaliśmy pręt wewnętrzny  $\gamma$ , który nazwiemy prętem "podnoszącym się NA PRAWO", aby w ten sposób rozróżnić go od pręta innego rodzaju, jakim np. będzie pręt  $\gamma_1$  /linja przerywana  $CQ$  /, który nazwiemy "podnoszącym się NA LEWO".

Zbadajmy w sposób poprzednio podany wpływ siły  $P$  na taki właśnie pręt  $\gamma_1$ . Nie będziemy tu przytaczali poprzedniego dowodzenia, tyle razy już powtózonego, lecz wskażemy odrazu na wynik: jeśli siła  $P$  działa z PRAWEJ strony  $xx$ , wówczas pręt  $\gamma_1$  będzie ROZCIĄGANY; kiedy przeniesiemy siłę na LEWĄ stronę  $xx$ , wówczas pręt  $\gamma_1$ , jest ŚCISKANY. Zestawiając powyższe wyniki, wypowiemy: pręt wewnętrzny, "podnoszący się na prawo" pod działaniem siły  $P$ , przyłożonej z PRAWEJ strony od  $xx$  jest ściskany. zaś pod działaniem siły  $P$ , przyłożonej z LEWEJ strony od  $xx$ , pręt ten jest rozciągany.

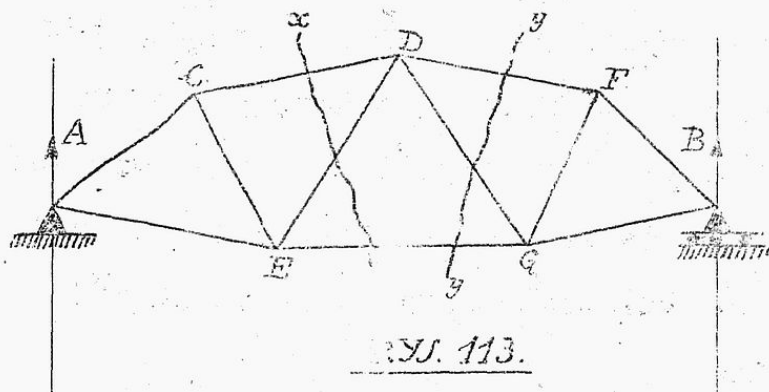
128. Powyższe wyniki /z par. 126 i 127/ dotyczą przypadku, kiedy "punkt momentów" /skrótowe: punkt, względem którego obliczamy momenty sił/ wypadł POZA linjami działania odporów.

Rozważmy teraz przypadek dźwigara, kiedy "punkt momentów" znajdzie się MIĘDZY linjami odporów. Niech



największych sił w prętach wewnętrznych.

Niech będzie dany dźwigar, jaki jest wskazany na rys. 113.



Wiemy, że ciężar własny dźwigara z pomostem i brukiem wywoła w jednych prętach siły rozciągające, w innych ściskające. Niech, dajmy na to,

pręt  $DG$  od własnego ciężaru dźwigara będzie ŚCISKANY.

Wówczas obciążenie ruchome, któreby wywołało w tym pręcie również siłę ŚCISKAJĄCĄ, należy, zgodnie z paragrafem 127, przyłożyć do wszystkich węzłów, znajdujących się tylko z LEWEJ strony przekroju  $yy$ . Gdyby ten sam pręt  $DG$  pod działaniem sił stałych był ROZCIĄGANY,

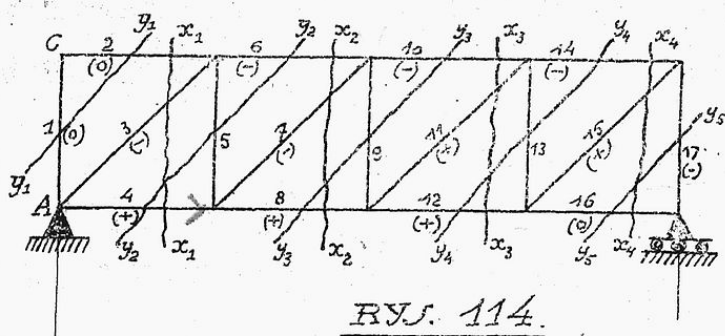
wówczas obciążenie ruchome należałoby przyłożyć do węzłów, znajdujących się z PRAWEJ strony  $yy$ .

Podobnie, gdybyśmy chcieli znaleźć najniekorzystniejsze obciążenie ruchome w stosunku do pręta  $DE$ , należałoby się przekonać, czy od obciążenia stałego pręt ten

jest rozciągany, czy też ściskany. W pierwszym razie należałoby obciążenie ruchome przyłożyć do węzłów z LEWEJ strony przekroju  $xx$ , w drugim razie - do węzłów z PRAWEJ strony tegoż przekroju.

Jeśli będzie dany dźwigar, przedstawiony na rys. 112, gdzie dla niektórych prętów "punkty momentów" znajdują się MIĘDZY linjami działania odporów  $A$  i  $B$ , wówczas, jak to wynika z par. 128, zarówno obciążenie stałe, jak i ruchome wywoła w prętach siły o tym samym znaku. Dlatego też w tym razie należy obciążenie ruchome przyłożyć do wszystkich węzłów, na które to obciążenie może działać, wspólnie z obciążeniem stałym.

130. PRZYKŁAD. DŹWIGAR O PASACH RÓWNOLEGŁYCH. Niech będzie dane obciążenie stałe i ruchome dźwigara, przedstawione na rys. 114.



Znaleźć rozkład obciążenia niekorzystny dla tych  
czy innych prętów.

a/ Pręty PASA GÓRNEGO będą ściskane /za wyjątkiem pręta  
2/, czy to pod działaniem obciążenia stałego, czy też ru-  
chomego. Dlatego też niekorzystny rozkład obciążenia dla  
prętów pasa górnego będzie polegał na przyłożeniu obciąże-  
nia stałego i ruchomego do wszystkich, możliwie, węzłów;  
przy takim rozkładzie należy znaleźć siły w prętach pasa  
górnego.

b/ Pręty PASA DOLNEGO będą rozciągane /za wyjątkiem  
pręta 16/ zarówno pod działaniem obciążenia stałego jak  
i ruchomego. Dlatego też do obliczenia sił w prętach pasa  
dolnego należy do wszystkich, możliwie, węzłów, przyłożyć  
jednocześnie obciążenie stałe i ruchome.

c/ W prętach WEWNĘTRZNYCH UKOŚNYCH, które możemy roz-  
patrywać jako pręty "podnoszące się NA PRAWO", będą po-  
wstawały od obciążenia STAŁEGO w jednych prętach siły  
ściskające, w innych rozciągające. Np. pręty 3 i 7 będą  
ściskane, zaś 11 i 15 będą rozciągane.

Jeżeli teraz mamy uwzględnić obciążenie ruchome, po-  
winniśmy je przyłożyć do takich węzłów dźwigara, aby w  
odpowiednich prętach powstały dodatkowe siły TEGO SAMEGO  
znaku, co siły, wywołane obciążeniem stałym.

A więc, aby otrzymać niekorzystne położenie obciążenia  
ruchomego dla prętów  $\frac{3}{7}$  należy obciążenie to, zgodnie



z paragrafem 129, przyłożyć do węzłów, znajdujących się NA PRAWO od przekrojów  $\frac{x_1 x_2}{x_2 x_2}$  ; dla prętów  $\frac{11}{15}$  należy obciążenie ruchome przyłożyć do węzłów, znajdujących się NA LEWO od przekrojów  $\frac{x_3 x_3}{x_4 x_4}$ .

Tutaj nastręcza się UWAGA następująca: Jeślibyśmy przyłożyli obciążenie ruchome do węzłów, leżących NA PRAWO od  $x_3 x_3$ , to w pręcie 11 powstałaby siła ściskająca, która przy pewnych warunkach mogłaby się otrzymać większą, niż siła rozciągająca ten pręt pod działaniem obciążenia stałego. W rezultacie otrzymalibyśmy, że pręt 11 przy takim obciążeniu ruchomem mógłby być ściskany.

Teoria "wytrzymałości materiałów" wskazuje nam, że pręt, obliczony na rozciąganie, wogóle nie może być uważany za dostatecznie wytrzymały względem sił ściskających, choćby nawet mniejszych od poprzednich, szczególnie kiedy stosunek długości pręta do jego mniejszego wymiaru poprzecznego jest znaczny. Dlatego też konieczne jest zbadać takie pręty rozciągane i na ściskanie, jeśli mogą być one przy pewnych okolicznościach ściskane.

d/ Zbadajmy pręty wewnętrzne PIONOWE /skupki/; pręty te rozpatrywać możemy, jako "podnoszące się NA LEWO" /w stosunku do przekrojów  $y y$  /. Jedne z tych prętów, pod działaniem obciążenia stałego są ściskane, inne rozciągane. Do tych prętów dadzą się zastosować te same uwagi, co do prętów ukośnych. Zatem:

Pręty 1,5 są rozciągane, zaś 9,13,17 są ściskane od działania obciążenia stałego.

Aby więc otrzymać niekorzystne położenie obciążenia ruchomego należy

dla prętów  $\frac{1}{5}$ , zgodnie z par.128, obciążenie ruchome przyłożyć do węzłów, znajdujących się NA LEWO od przekrojów  $\frac{y_1 y_1}{y_2 y_2}$

zaś dla prętów 9, 13, 17 należy obciążenie ruchome przyłożyć do węzłów, znajdujących się na prawo od przekrojów  $y_3 y_3, y_4 y_4, y_5 y_5$ .

Co się tyczy niekorzystnego rozkładu obciążenia ruchomego dla słupków, które pod działaniem obciążenia stałego są rozciągane, a pod działaniem obciążenia ruchomego mogłyby być ściskane, to należałoby dosłownie to samo powtórzyć, co było mówione o rozciąganych - ściskanych prętach ukośnych.

131. KRATOWNICE TRÓJPRZEGUBOWE. Do konstrukcyj statycznie wyznaczalnych należą ustroje trójprzegubowe: na taki ustrój składają się dwa stałe ciała płaskie, połączone ze sobą przegubem /przegub zwornikowy/ i opierające się na podporach przegubowych /przeguby węzłowe/.

Przyjmujemy, że siły, które na taki ustrój działają, znajdują się w płaszczyźnie przegubów.

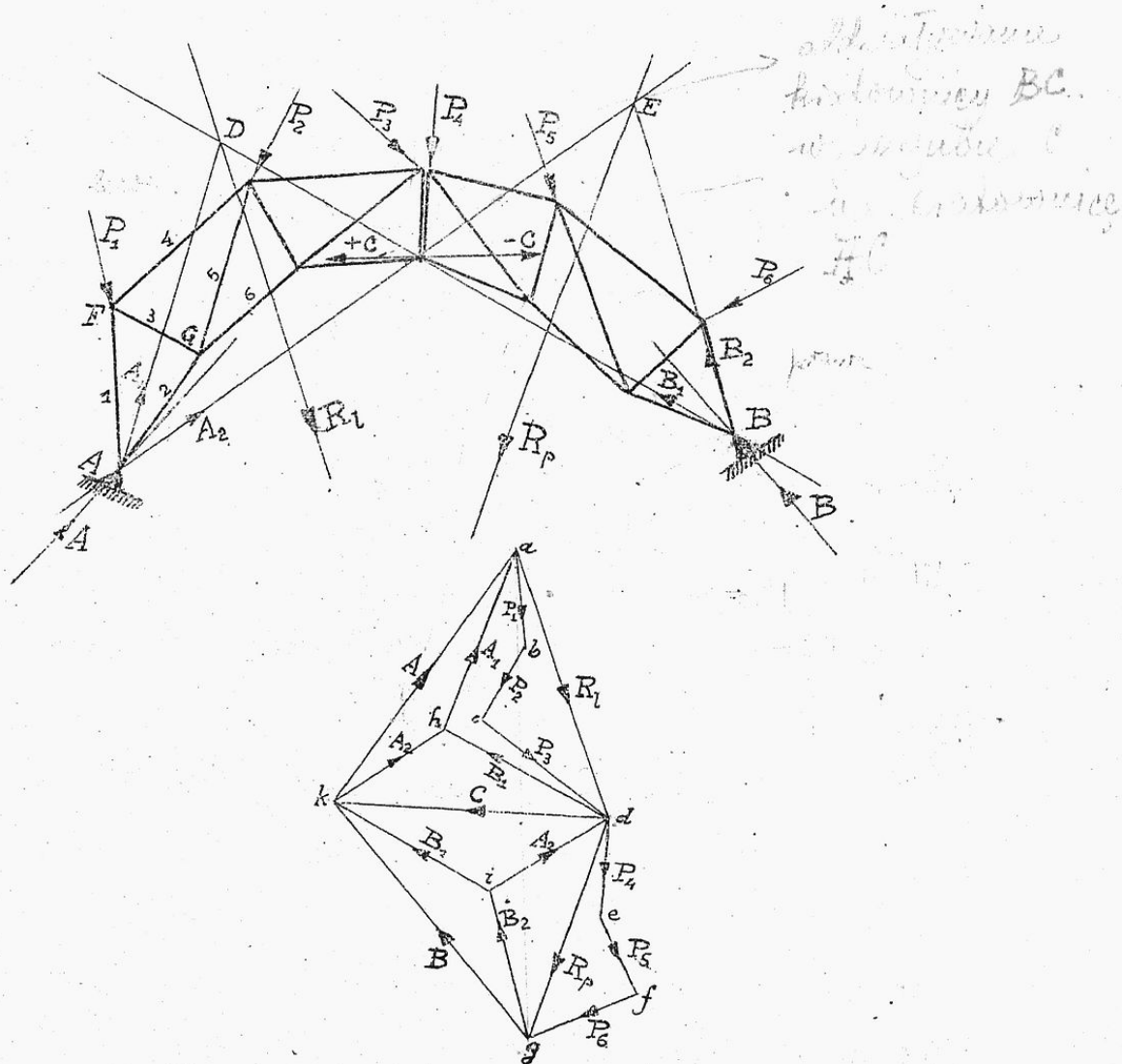
Każde z dwóch ciał płaskich może być zastąpione kra-



townicą i wtedy otrzymamy kratownicę trójpřzegubową, inaczej nazywaną trójpřzegubowym łukiem kratowianym. Konstrukcje takie są stosowane zarówno do mostów, jak i do przekrojów dachowych o dużych rozpiętościach i wzniosach, naprz. dla dworców kolejowych /przekrycie nad torami/.

Obliczenie kratownicy trójpřzegubowej nie nastręcza trudności: byleby znaleźć oddziaływanie przegubów węzłowych; dalsze odnajdywanie sił w prętach odbywa się w sposób, pokazany w poprzednich przykładach. Zajmijmy się tu sprawą znalezienia odporów przegubów węzłowych.

Przypuśćmy, że na kratownicę trójpřzegubową  $ACB$  /rys. 115/ działają siły  $P_1, P_2, \dots, P_6$ , przyłożone do poszczególnych węzłów. Siły te obliczamy tak samo, jak w poprzednich przykładach, korzystając z wzorów lub danych praktycznych. W naszym zadaniu, w celu uogólnienia rozumowania, przyjęliśmy dowolne kierunki sił  $P_1, P_2, \dots, P_6$ . Dajmy na to, że znanymi nam sposobami dodaliśmy siły  $P_1, P_2, P_3$ , przyłożone do lewej części kratownicy, i że znaleźliśmy wypadkową  $R_L$ ; toż samo zrobiliśmy z siłami  $P_4, P_5, P_6$ , przyłożonymi do prawej części kratownicy i otrzymaliśmy wypadkową  $R_P$  /Wieloboki sznurowe, biegun i promienie nie są pokazane, aby rysunku nie gmatwać/.



RYŚ. 115.

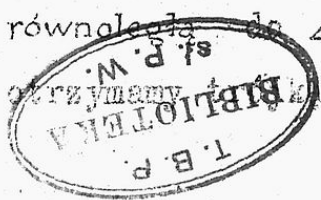
Przypuśćmy teraz, że siły działają tylko na LEWA część kratownicy  $AC$ , prawa zaś niech będzie wolna od sił. Wówczas równowaga całości  $(ACB)$  pod działaniem sił  $P_1, P_2, P_3$ , albo, co na jedno wyniesie, pod działaniem wypadkowej  $R_1$ , powstanie w ten sposób, że przegub  $B$  działa na kratownicę  $AC$  przy pomocy

kratownicy  $BC$ , jak gdyby przy pomocy pręta prostego  $BC$  z siłą  $B_1$ , skierowaną wzdłuż prostej  $BC$ . Na kratownicę  $AC$  działać będą wtedy siły  $R_2$ , odpór  $A$  i odpór  $B_1$ ; dla równowagi koniecznem jest, aby siły te przecinały się w jednym punkcie, a tym będzie przecięcie się linii działania siły  $R_2$  z linią działania odporu  $B_1$ , t.j. w punkcie  $D$ . Stąd wyznaczymy linię działania odporu  $A_1$ .

Kiedy mamy linie działania odporów  $A_1$  i  $B_1$ , w wieloboku sił  $abcd$ , gdzie  $ad$  jest właśnie wypadkową  $R_2$ , z punktu  $a$  prowadzimy równoległą do prostej  $AD$ , zaś z  $d$  równoległą do  $BD$ ; otrzymamy wtedy trójkąt sił  $adh$ , z którego wyznaczymy odpory  $A_1$  i  $B_1$ :  $A_1 = \overline{ha}$ ,  $B_1 = \overline{dh}$ .

Toż samo, słowo w słowo, robimy z kratownicą prawą  $BC$ , zakładając, że na nią tylko działają siły  $P_4, P_5, P_6$ , albo wypadkowa  $R_p$ . Lewa kratownica /bez sił/ działa na prawą wzdłuż prostej  $AC$ .

Prosta  $AC$  i linia działania wypadkowej  $R_p$  przecinają się w  $E$ ; przez ten punkt  $E$  przejdzie linia odporu  $B_2$ . Znaleźliśmy zatem linie działania odporów  $A_2$  i  $B_2$ . W wieloboku sił  $defg$  bok  $dg$  przedstawia wypadkową  $R_p$ . Jeśli z punktu  $d$  przeprowadzimy prostą równoległą do  $AE$ , zaś z  $g$  równoległą do  $BE$  otrzymamy trójkąt  $dgi$ ; stąd  $A_2 = \overline{id}$ ,  $B_2 = \overline{gi}$ .



Zakładamy teraz, że siły  $R_1$  i  $R_p$  działają jednocześnie każda na właściwą kratownicę; wówczas przegub  $A$  oddziaływać będzie na lewą kratownicę z wypadkową sił  $A_1$  i  $A_2$ ; zaś przegub  $B$  na prawą kratownicę z wypadkową  $B_1$  i  $B_2$ .

Wypadkowe te znajdziemy z poprzedniego wieloboku sił: poprowadzimy z punktów  $\frac{h}{i}$  równoległe do  $\frac{id}{dh}$ ; wówczas wypadkową  $A_1$  i  $A_2$  otrzymamy jako odcinek  $ka = A$  a wypadkową zaś  $B_1$  i  $B_2$ , jako odcinek  $gk = B$ .

W ten sposób znaleźliśmy oddziaływania przegubów węzłowych.

Dalsza sprawa rozwiązania zadania jest już prosta: zaczynamy od węzła  $A$ , na który działa siła  $A$ ; równowagę są siłami w prętach 1 i 2; stąd metodą Cremony znajdujemy siły w tych prętach.

Przechodzimy do węzła  $F$ ; z warunków równowagi tego węzła znajdujemy siły w prętach 3 i 4. Następnie przechodzimy do węzła  $G$ ; odnajdujemy siły w prętach 5 i 6 i t.d. aż do węzła  $B$ .

Zwróćmy tu uwagę, że przy wykonywaniu wykresu Cremony w celu wyznaczenia sił w prętach poszczególnych należy starać się korzystać z wykreślonego już wieloboku sił  $abcdefg$ .

132. Dodać tu musimy, że rozpocząć wykres Cremony można nie tylko od przegubu  $A$ , lecz też od przegubu  $B$ ,

a nawet od przegubu  $C$ .

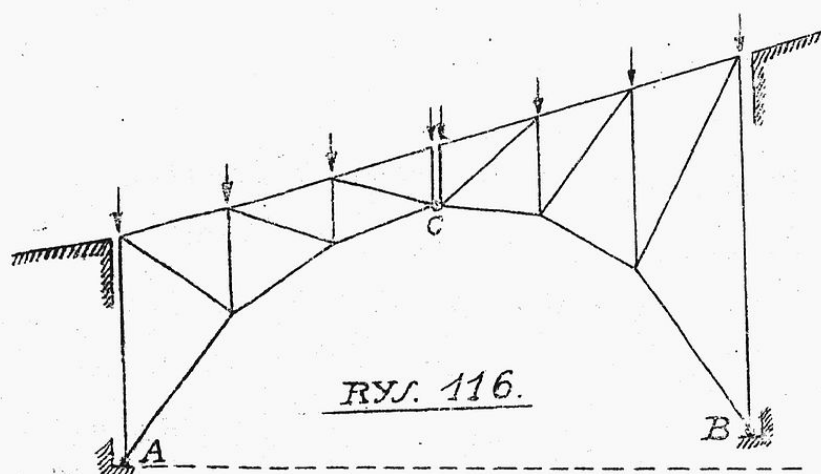
Parę słów co do tego ostatniego przypadku: Jeżeli mamy zamiar wyznaczyć siły w prętach lewej kratownicy wówczas rozumiemy tak: na kratownicę  $AC$  działa odpór  $A$  /wypadkowa dwóch sił  $A_1$  i  $A_2$ /, siła  $R_L$  oraz działanie kratownicy prawej  $BC$  w przegubie  $C$ . To działanie wyraża się siłą  $B_1$ , powstającą wtedy, kiedy na  $AC$  działa siła  $R_L$ , zaś na  $BC$  niema żadnych sił  $P$ , oraz siłą  $(-A_2)$ , kiedy na  $AC$  nie działają żadne siły, zaś na  $BC$  działa siła  $R_P$ .

Zatem przegub  $C$  działa na część lewą  $AC$  z wypadkową sił:  $B_1$  i  $(-A_2)$ . Wypadkową tę znajdziemy z wieloboku sił, łącząc punkt  $d$  z  $k$ : odcinek  $dk$  jest wypadkową siły  $B_1 = ik$  oraz siły  $(-A_2) = di$ . Znalazłszy wypadkową można rozpocząć wykres Cremony dla części  $AC$  od węzła  $C$ .

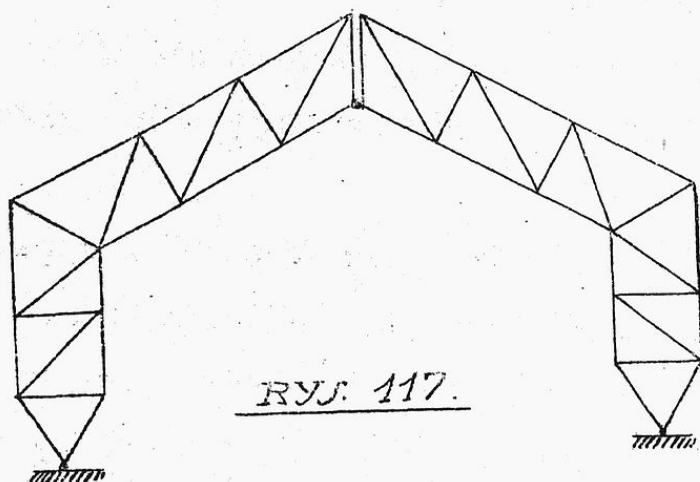
Jeślibyśmy chcieli wykres Cremony dla części  $BC$  rozpocząć od węzła  $C$ , należałoby pierwszej wyznaczyć oddziaływanie lewej części kratownicy  $AC$  na prawą  $BC$ ; będzie niem wypadkowa sił  $A_2$  i  $(-B_1)$ . Będzie to więc co do wartości i linii działania taka sama wypadkowa jak w poprzednim przypadku tylko z lotem przeciwnym.

133. Na rys. 116 i 117 pokazane są dwie kratownice trójkątne przegubowe, z których pierwsza może mieć zastosowanie do mostu, druga do przykrycia dachowego.





RYS. 116.



RYS. 117.

Przy wyznaczeniu sił w prętach w przypadku obciążenia ruchomego /dla mostów/ należy postępować metodą wyłożoną w paragrafach 124 - 129. Dodać tu jednak trzeba, że w przykładach, jak na rys. 116 i 117, odpory nie bę-

dą pionowe, jak to było poprzednio, skutkiem tego niekorzystny rozkład obciążenia ruchomego może wypaść odmienny od tego, jaki znaleźliśmy we wspomnianych paragrafach.

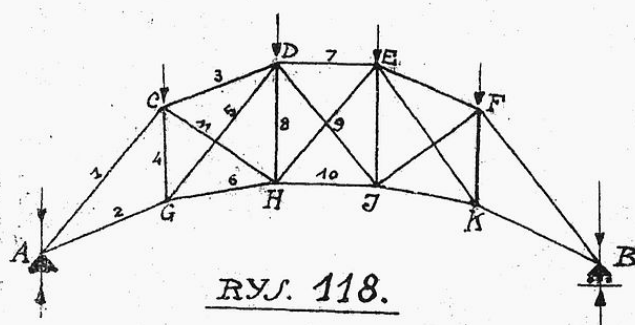
Ustalenie w danym razie niekorzystnego rozkładu obciążenia ruchomego trudności nie powinno nastręczać, jakkolwiek jest SPRAWĄ ZAWILSZĄ, niż w przypadku oporów pionowych.

#### 134. KRATOWNICE Z ROZCIĄGANIAMI PRĘTAMI WEWNĘTRZNYMI.

Niech będzie dana kratownica, jak na rys. 118. Dajmy na to, wymagane jest, aby ukośne pręty wewnętrzne były tylko ROZCIĄGANE. Znaleźć, które pręty wewnętrzne należy

zostawić i określić siły, które w tych prętach działają.

Przebieg rozwiązania może być następujący:



Niech będą obciążone górne węzły kratownicy; odnajdujemy, jak zwykle, odpory; następnie, rozpoczynając od węzła  $A$ , metodą Cremony, znajdujemy siły w prętach 1 i 2. Później przechodzimy do węzła  $C$  lub  $G$ ; w każdym z tych węzłów znajdujemy po 3 pręty o nieznanych siłach. Łatwo dostrzeżemy, że z prętów wewnętrznych  $CH$  lub  $DG$ , jeden tylko może być rozciągany. Przypuśćmy, że pręt  $CH$  będzie rozciągany; w takim razie możemy nie uwzględniać pręta  $DG$ . Przy takim założeniu przystępujemy do węzła  $G$ , w którym mamy teraz dwa pręty /4 i 6/ o nieznanach siłach. Z wykresu Cremony znajdujemy te siły i przechodzimy do węzła  $C$ , w którym schodzą się 4 pręty /1, 4, 3, 5/. Nieznane są siły w prętach 3 i 5; z wykresu Cremony odnajdujemy te siły. Wówczas dostrzeżemy, że pręt 5 ( $CH$ ) będzie ściskany, czyli, że założenie poprzednie

jest nieskuteczne. Musimy zatem przejść pierw do węzła  $C$ , w którym zbiegają się pręty 1,3,4, dopiero później do węzła  $Q$ , przy czem znajdziemy siłę, rozciągającą pręt 5 ( $QD$ ).

Następnie przechodzimy do dalszych węzłów  $D$  lub  $H$  w ten sam sposób postępując, jak to poprzednie zrobiliśmy w stosunku do węzłów  $C$  i  $Q$  i t.d. Przy siłach ukośnych /od wiatru/ może nieraz wypaść, że pręt np.  $[5(QD)]$  rys. 118, który przy siłach pionowych był rozciągany, tym razem będzie ściskany; wówczas należy zwrócić uwagę na wypadkową siłę w danym przecie, obliczoną według par. 122. Jeśli ta wypadkowa dany pręt /naprz.  $[5(QD)]$  / przy pewnej kombinacji sił będzie ściskała, przy innej rozciągała, będzie to wskazówką, że należy wstawić w konstrukcję krzyżujący się pręt  $[5(CH)]$ , któryby złuzował pręt  $[5(QD)]$  wtedy, kiedy ten ostatni miałby być ściskany. Czyli, że w kratownicy należałoby utrzymywać obydwa krzyżujące się pręty.

Podobny stosunek często się przytrafia w DŹWIGARACH MOSTOWYCH: przy pewnym układzie obciążenia ruchomego - - pomimo obciążenia stałego - będziemy mieli jednym razem siły rozciągające, innym razem, siły ściskające ten sam ukośny pręt wewnętrzny. Wówczas, rozumie się, należy w dźwigarze utrzymać obydwa pręty krzyżujące się.