

## R O Z D Z I A Ł      V I I I .

### ŚCIANY OPOROWE.

135. PRZEDMIOT ROZDZIAŁU. Każdy materiał sypki, zestawiony sam sobie, przybiera kształt pewnej, właściwej sobie powierzchni, która nie może tworzyć z poziomem kąta, większego od t.zw. KĄTA ZESYPU  $\varphi$ . Kąt ten jest różny dla rozmaitych materiałów.

Dla przykładu przytoczymy kilka wartości kąta zesypu, podając również ciężar właściwy odpowiedniego materiału.

MATERJAŁ.	Kąt zesypu $\varphi$	tg. $\varphi$	Cięż. właściwy w $\text{kg/m}^3$ .
Gлина sucha	40° - 46°	0,84-1,04	1500
Gлина mokra	20° - 25°	0,36-0,47	1900
Ziemia nasypowa	30° - 37°	0,58-0,75	1650
Żwir mokry	25°	0,47	1860
Tłuczeń /szaber/ mokry	35° - 40°	0,7 - 0,84	1600

Gdy chcemy którykolwiek z tych materiałów utrzymać w równowadze przy pochyłości, większej od kąta zesypu, to trzeba podeprzeć go t.zw. ŚCIANĄ OPOROWĄ.

Zadaniem danego rozdziału będzie rozpatrzenie równowagi /stateczności i wytrzymałości/ tych ścian.

Rozróżniać będziemy dwa przypadki ścian oporowych

a/ kiedy ziemia /lub inny sypki materiał/ prze na mur, dążąc do obalenia go; będziemy wtedy mówili o NAPO-  
RZE ziemi;

b/ kiedy mur opiera się o ziemię, dążąc do wyciśnięcia jej z za siebie; wówczas ziemia jakby odpiera mur; będzie-  
my wtedy mówili o ODPORZE ziemi.

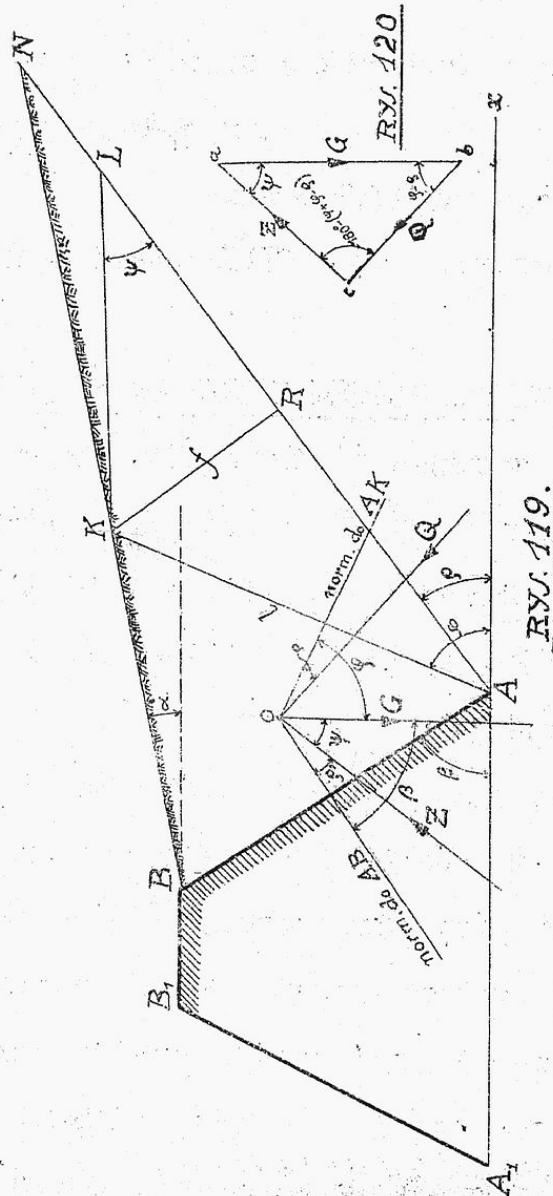
Łatwo to zrozumieć, że ODPÓR ziemi będzie zawsze więk-  
szy niż NAPÓR.

136. WYZNACZANIE NAPORU ZIEMI NA ŚCIANĘ. Przypuśćmy,  
że chodzi o utrzymanie w równowadze bryły ziemi, ograni-  
czonej płaszczyznami  $BN$  i  $AB$  /rys. 119/. Długość ścia-  
ny, na którą badamy parcie, STAŁE BĘDZIEMY w dalszym wy-  
kładzie PRZYJMOWALI RÓWNĄ 1 METROWI /w kierunku presto-  
padłym do rysunku/.

Gdyby ściana  $AB$  nie było, wówczas ziemia, pozostawio-  
na sama sobie, w równowadze nie pozostanie; część ziemi,  
ograniczona od góry płaszczyzną  $AN$ , tworzącą z pozi-  
mem kąt  $\alpha AN =$  kątowi zesypu  $\varphi$ , pozostanie w równowa-  
dze sama przez się, zaś część, znajdująca się ponad płasz-  
czyzną  $AN$ , zsunie się po niej. Zapobiedz temu zesunię-  
ciu ma za zadanie ściana  $ABB_1A_1$ ; o nią właśnie oprze  
się ruchoma bryła ziemi.

Oddziaływanie ściany ( $Z$ ) na ziemię powinno być takie,  
aby mogło zrównoważyć dwie inne siły, działające na ruch-  
mą bryłę, mianowicie: ciężar własny ( $G$ ) oraz oddziaływa-

nie( $Q$ ) ziemi nieruchomej. Doświadczenie wskazuje, że,



gdyby ścianę  $AB$  cokolwiek odsunąć, to z bryły ziemi  $xABN$  odetnie się część jej, ograniczona płaszczyzną  $AK$ , tworzącą z poziomem kąt  $\varphi$ , inny niż  $\varphi$ . /Kąt  $\varphi$  nazywamy kątem OSUWU /odłamu/, a płaszczyznę  $AK$  płaszczyzną OSUWOWĄ /odłamu/. Reszta bryły pozostanie na

razie bez ruchu.

Stąd widać, że na ścianę oporową wywiera napór bryła ziemi  $ABK$ , dążąca do osunięcia się. Wobec tego należy rozważyć równowagę takich sił: ciężaru  $G$  bryły  $ABK$ , oddziaływania muru  $Z$  na tę bryłę oraz oddziaływania  $Q$  pozostającej w spoczynku ziemi poniżej płaszczyzny  $AK$ .

Gdyby powierzchnie ziemi i ściany były zupełnie gładkie, to siły  $Z$  i  $Q$  byłyby normalne, odpowiednio do  $AB$  i  $AK$ . Ponieważ, jednak, powierzchnie te są chropowate, więc oddziaływania  $Z$  i  $Q$  tworzą z normalnymi do tych płaszczyzn kąty tarcia, które oznaczmy przez  $\varphi'$  i  $\varphi$ ; drugi z nich /kąt  $\varphi$ / jest, oczywiście, równy kątowi zesypu.

Tak więc na bryłę  $ABK$  działają trzy siły  $Z$ ,  $G$  i  $Q$ ; pod działaniem ich bryła ta jest w równowadze; stąd wynika, że trójkąt sił  $abc$  /rys. 120/ musi być zamknięty. Mając więc wartość  $G$  oraz kierunki sił  $Z$  i  $Q$  łatwo wyznaczymy oddziaływania tych sił  $Z$  i  $Q$ . Powyżej przyjmowaliśmy kąt  $\varphi$  jako dany; nie możemy jednak ani obliczyć ani też doświadczalnie znaleźć kąta  $\varphi$ , a od niego zależy wartość  $Z$ . Dlatego też przyjmujemy, że względu na bezpieczeństwo ściany oporowej, iż kąt  $\varphi$  otrzymuje taką wartość, przy której siła  $Z$  przybiera wartość NAJWIEKSZĄ. Tę wartość siły  $Z$  będziemy uważali za miarodajną przy obliczaniu ściany oporowej.



137. KĄT OSUWU  $\varphi$  , ODPOWIADAJĄCY MAXIMUM SIŁY  $Z$  .

Wprowadzając oznaczenia z rys. 120, napiszemy z trójkąta  $abc$  :

$$\frac{Z}{Q} = \frac{\sin(\varphi - \rho)}{\sin(\psi + \varphi - \rho)} \dots\dots\dots /1/$$

gdyż  $\angle(Q, Q) = \varphi - \rho$ , a  $\angle(Q, Z) = 180^\circ - (\psi + \varphi - \rho)$  .

Z /1/ mamy, dalej:

$$Z = \frac{Q \sin(\varphi - \rho)}{\sin(\psi + \varphi - \rho)} \dots\dots\dots /2/$$

Aby znaleźć, przy jakiej wartości  $\varphi$  ,  $Z$  osiąga maximum, trzeba znaleźć pochodną  $\frac{dZ}{d\varphi}$  i przyrównać ją do zera. Należy przytem zauważyć, że jedynie  $Q$  i  $Z$  są funkcjami kąta  $\varphi$  , natomiast kąt  $\psi$  wcale nie zależy od  $\varphi$  .

Będzie więc

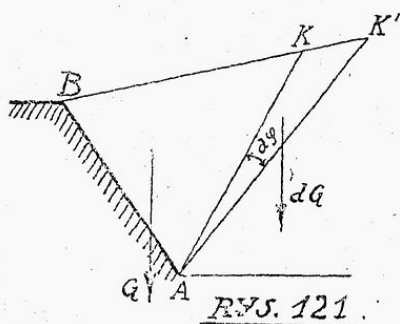
$$\frac{dZ}{d\varphi} = \frac{dQ}{d\varphi} \cdot \frac{\sin(\varphi - \rho)}{\sin(\psi + \varphi - \rho)} + Q \frac{\sin(\psi + \varphi - \rho) \cos(\varphi - \rho) - \sin(\varphi - \rho) \cos(\psi + \varphi - \rho)}{\sin^2(\psi + \varphi - \rho)} = 0,$$

albo, sprowadzając otrzymane wyrażenie do wspólnego mianownika, znajdziemy:

$$\frac{\frac{dQ}{d\varphi} \sin(\varphi - \rho) \sin(\psi + \varphi - \rho) + Q [\sin(\psi + \varphi - \rho) \cos(\varphi - \rho) - \sin(\varphi - \rho) \cos(\psi + \varphi - \rho)]}{\sin^2(\psi + \varphi - \rho)} = 0$$

Ponieważ mianownik nie może być  $= \infty$  , więc licznik  $= 0$ . Jeśli ponadto zauważymy, że wyrażenie, ujęte w nawias kwadratowy, jest to sinus różnicy kątów  $(\psi + \varphi - \rho)$  i  $(\varphi - \rho)$ , to otrzymamy:

$$\frac{dQ}{d\varphi} \sin(\varphi - \varphi) \sin(\psi + \varphi - \varphi) + Q \sin \psi = 0 \dots \dots /3/$$



Z rys. 121 wynika, że przyrost ciężaru  $Q$  jest równy przyrostowi pola  $ABK$ , pomnożonemu przez ciężar właściwy ziemi  $= q$ . A więc

$$dQ = - \frac{AK \cdot AK \cdot d\varphi}{2} q,$$

gdyż pole elementarne  $AKK'$  można w przybliżeniu uważać za pole wycinka koła, o kącie środkowym  $= d\varphi$  i promieniu  $= AK$ . Znak  $-$  wynika stąd, że ze wzrostem  $Q$  kąt  $\varphi$  maleje; kiedy więc  $dQ$  jest dodatnie,  $d\varphi$  jest ujemne.

Oznaczając jeszcze  $AK$  przez  $l$ , otrzymamy stąd:

$$\text{albo} \quad dQ = - \frac{l^2 \cdot d\varphi}{2} \cdot q,$$

$$\frac{dQ}{d\varphi} = - \frac{l^2}{2} \cdot q.$$

Podstawiając tę wartość w /3/, otrzymamy:

$$- \frac{l^2}{2} q \sin(\varphi - \varphi) \sin(\psi + \varphi - \varphi) + Q \sin \psi = 0$$

albo

$$- \frac{q}{2} l \sin(\varphi - \varphi) \cdot l \sin(\psi + \varphi - \varphi) + Q \sin \psi = 0 \dots \dots /4/$$

Z trójkąta  $AKR$  /rys. 119/ widzimy, że  $l \cdot \sin(\varphi - \varphi)$  jest to rzut  $AK$  na  $KR$ , prostopadłą do  $AN$ ; oznaczmy ten rzut przez  $f$  i poprowadźmy dalej prostą  $KL$  pod kątem  $\psi$  do  $AN$  i oznaczmy jeszcze  $AL$  przez  $b$ ,

wtedy z trójkąta  $AKL$  znajdziemy:

$$\frac{l}{b} = \frac{\sin \psi}{\sin [180 - (\psi + \varphi - \varrho)]} = \frac{\sin \psi}{\sin (\psi + \varphi - \varrho)}$$

Stąd

$$l \sin (\psi + \varphi - \varrho) = b \sin \psi$$

Podstawiając to w /4/, znajdziemy:

$$-\frac{q}{2} f b \sin \psi + Q \sin \psi = 0$$

a po skróceniu przez  $\sin \psi \neq 0$ :

$$-\frac{q}{2} f b + Q = 0$$

i ostatecznie

$$Q = q \cdot f \cdot \frac{b}{2} = \text{pole } \triangle AKL \cdot q$$

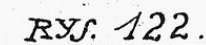
Z drugiej strony ciężar  $Q$  jest równy iloczynowi z pole  $\triangle ABK$ , pomnożonego przez  $q$ , czyli  $Q = \text{pole } \triangle ABK \cdot q$ , zatem  $\text{pole } \triangle ABK = \text{pole } \triangle AKL$ .

Tak więc widzimy, że SIŁA  $Z$  OSIĄGA MAXIMUM PRZY TAKIM KĄCIE  $\varphi$ , PRZY KTÓRYM PROSTA  $AK$  POŁOWI POLE  $ABKL$ .

Postarajmy się teraz wyznaczyć punkt  $L$ : praktycznie /rys. 122/.

W tym celu poprowadźmy dwie proste pomocnicze: jedną przez punkt  $B$  pod kątem  $\psi$  do  $AN$ ; nazwiemy ją prostą „kierunkową”<sup>x/</sup>, oraz drugą przez punkt  $L$ , równoległą

<sup>x/</sup> Prosta „kierunkową” dogodniej jest wykreślić, odkładając kąt  $ABJ = \varphi + \varphi'$ . Że tak jest, wynika to stąd: Niech ściana  $AB$  tworzy kąt  $\beta$  z poziomem /rys. 122/; wówczas



$\beta = \beta'$ , wówczas wykreślimy "kierunkową" odkładając kąt  $ABJ = 2\beta$ .

$$\frac{KL}{AL} = \frac{\sin(\varphi - \varrho)}{\sin(\varphi + \varrho - \varrho)},$$

więc

$$Z = \text{pole } \triangle AKL \cdot q \cdot \frac{KL}{AL}.$$



Lecz pole trójkąta  $AKL = \frac{1}{2} \overline{AL} \cdot \overline{KR}$ , zatem

$$Z = \frac{1}{2} \overline{AL} \cdot \overline{KR} \cdot q \cdot \frac{KL}{AL} = \frac{1}{2} \overline{KR} \cdot \overline{KL} \cdot q.$$

Oznaczając, wreszcie, wysokość  $\overline{KR}$  przez  $f$ , a  $KL$  przez  $d$ , otrzymamy:

$$Z = \frac{1}{2} f \cdot d \cdot q.$$

Iloczyn  $\frac{1}{2} f d$  wyraża pole trójkąta o podstawie  $d$  i wysokości  $f$ . Trójkąt ten możemy łatwo zbudować, zataczając łuk z punktu  $L$  promieniem  $= KL$  do przecięcia się z  $AN$  w punkcie  $M$ ; widoczne jest, że pole trójkąta  $KLM = \frac{1}{2} f d$ ; zatem oddziaływanie ściany na ziemię, a więc napór ziemi na ścianę  $Z$  jest równe polu trójkąta  $KLM$  pomnożonemu przez  $q$ .

Trójkąt „ $KLM$ ” nazywać będziemy TRÓJKĄTEM NAPORU.

Zauważmy, że w zastosowaniu praktycznym powyższego wykresu nie potrzeba prowadzić wcale linii  $LH$ ,  $AH$  i  $AK$ .

**140. INNA BUDOWA.** Gdy odcinek  $AN$  nie mieści się w granicach rysunku, to sposób określenia największego naporu ziemi, wskazany w par. poprzedzającym, jest niewykonalny. Wówczas należy postąpić inaczej /rys. 123/. mianowicie, po przeprowadzeniu kierującej  $BJ$ , trzeba zatoczyć półkole na  $AB$ , jak na średnicy, przez  $J$  poprowadzić równoległą do naziomu  $BN$  aż do punktu  $J_1$  przecięcia się  $JJ_1$  z  $AB$



do  $AK$ . Punkt przecięcia się tej ostatniej z naziemem  $BN$  oznaczmy przez  $H$ , a punkt przecięcia się kierującej z  $AN$ -przez  $J$ .

Zgodnie z poprzedniem: pola  $\triangle AKB$  i  $\triangle AKL$  mają być równe, a że pola  $\triangle AKL$  i  $\triangle AKH$  też są równe<sup>x/</sup>, więc pole  $\triangle AKB$  jest równe polu  $\triangle AKH$ .

Ponieważ, wreszcie, trójkąty  $ABK$  i  $AKH$  mają równe wysokości (względem podstaw  $BK$  i  $KH$ ), więc wobec równości pól,  $BK=KH$ .

Oznaczmy  $\overline{AJ}=a$ ,  $\overline{AL}=b$ ,  $\overline{AN}=c$ , otrzymamy z trójkątów podobnych  $BJN$  i  $CLN$ :

$$\frac{BK}{KN} = \frac{JL}{LN} = \frac{b-a}{c-b} \dots\dots\dots/5/$$

Zaś z trójkątów podobnych  $AKN$  i  $LHN$  mamy:

$$\frac{KH}{HN} = \frac{AL}{LN} = \frac{b}{c-b};$$

stad

$$\frac{KH+HN}{KH} = \frac{b+(c-b)}{b},$$

stad, ponieważ  $BK=KH$ :

$$\frac{KN}{BK} = \frac{c}{b}$$

Porównując to z /5/ otrzymamy:

$$\frac{b-a}{c-b} = \frac{b}{c},$$

albo po uproszczeniu  $b=\sqrt{ac}$ .

<sup>x/</sup>

Podstawa  $AK$  jest wspólna, a wierzchołki  $L$  i  $H$  leżą na równoległej do tej podstawy.

z  $J$  wyprowadzić prostopadłą do  $AB$ , a wreszcie zato-  
czyć łuk koła o promieniu  $= AD$  ze środka  $A$ ; przecię-  
cie się  $AB$  z łukiem tym niech będzie punkt  $L_1$ ; rów-  
noległa do  $BN$ , przeprowadzona przez  $L_1$ , wyznaczy  
w przecięciu się z  $AN$  punkt  $L$ , ten sam, który zna-  
leźliśmy w poprzednim paragrafie. Że tak jest istotnie,  
wynika wprost z uwagi, że trójkąty  $AJJ_1$ ,  $ALL_1$ ,  $ANB$   
są podobne, a zatem pomiędzy odcinkami  $AJ_1$ ,  $AL_1$ ,  $AB$   
zachodzą te same stosunki, co pomiędzy  $AJ$ ,  $AL$ ,  $AN$ .

141. ROZKŁAD CIŚNIEŃ ZIEMI NA ŚCIANĘ OPOROWĄ. Z rys.  
119 i 120 i wyjaśnić w par. 137 wynika bezpośrednio,  
że napór  $Z$  ziemi na ścianę zależy od ciężaru  $G$  tej  
bryły ziemi, która może mieć dążność do osuwania się;  
ciężar ten zaś jest, jak wiemy, proporcjonalny do pola  
trójkąta  $ABK$ , w którym  $AK$  oznacza płaszczyznę osuwo-  
wą; zatem i napór ziemi  $Z$  jest proporcjonalny do pola  
trójkąta  $ABK$ .

Rozważmy teraz rys. 123. Napór  $Z$  na ścianę  $AB$  jest,  
jak mówiliśmy, proporcjonalny do pola trójkąta  $ABK$ ,  
gdzie  $AK$  oznacza płaszczyznę osuwową.

Jeślibyśmy obliczyli napór ziemi na część ściany,  
naprz.  $A_y B$ , otrzymalibyśmy, że napór ten  $Z_y$  będzie  
proporcjonalny do pola trójkąta  $A_y BK_y$ . Ten ostatni  
trójkąt jest podobny do trójkąta  $ABK$ .

We wzorze tym znane są wielkości  $\alpha$  i  $c$  ; możemy więc wyznaczyć zen  $\delta$  , a stąd i punkt  $L$  ; następnie będziemy mogli poprowadzić prostą  $LK$  i  $AK$  ; znajdziemy w ten sposób, kąt osuwu  $\varphi$  , przy którym będzie  $Z$  max.

138. Można łatwo zbudować znaleziony wzór:  $\delta = \sqrt{ac}$

Zatoczmy na  $AN$  /rys. 122/, jak na średnicy, półkole; przez punkt  $J$  poprowadzmy prostopadłą do  $AN$  , aż do przecięcia się z owym półkolem w punkcie  $C$  , i, wreszcie, zatoczmy z punktu  $A$  promieniem równym  $AC$  łuk. Przecięcie się tego łuku z  $AN$  da nam szukany punkt  $L$  . Wynika to z twierdzenia, że cięciwa  $AC$  jest średnią geometryczną średnicy koła i przyległego odcinka  $AJ$  .

Mając punkt  $L$  prowadzimy przezeń równoległą do kierunku  $BJ$  . Przecięcie się jej z  $BN$  daje punkt  $K$  ; jeśli poprowadzimy prostą  $KA$  , będziemy mieli położenie płaszczyzny osuwowej, przy której siła  $Z$  otrzyma wartość największą.

### 139. WYZNACZENIE ODDZIAŁYWANIA ŚCIANY OPOROWEJ NA ZIEMIĘ I ODWROTNIE: NAPORU ZIEMI NA ŚCIANĘ.

Uskutecznimy to drogą wykreślną.

W par. 137 mieliśmy wzór /2/:

$$Z = G \cdot \frac{\sin(\varphi - \varphi)}{\sin(\psi + \varphi - \varphi)}$$

gdzie  $G$  oznacza ciężar bryły  $AKB$  , który jest równy polu trójkąta  $AKL$  , pomnożonemu przez ciężar właściwy ziemi  $q$  . Z rysunku 122 mamy:

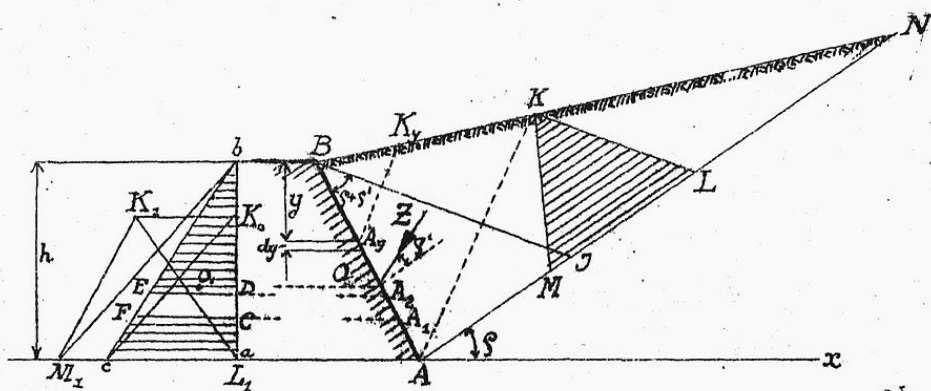
Ponieważ pola trójkątów podobnych mają się do siebie jak kwadraty odpowiednich boków lub wysokości, możemy więc powiedzieć, że

$$\frac{Z}{Z_y} = \frac{\overline{AB}^2}{\overline{A_y B}^2}, \quad \text{lub} = \frac{h^2}{y^2} \quad \text{gdzie } h \text{ i } y$$

są to wysokości trójkątów  $ABK$  i  $A_y B K_y$ .

Oznaczając współczynnik proporcjonalności przez  $\xi$ , napiszemy więc

$$Z = \xi \cdot h^2 \quad \text{w podobny sposób}$$



RYS. 123.

$$Z_y = \xi \cdot y^2$$

wówczas dla części ściany, odpowiadającej wysokości  $y+dy$ , napiszemy:

$$Z_{y+dy} = \xi (y+dy)^2$$

Z tego wynika, że na element ściany na wysokości  $dy$  przypada napór:

$$Z_{dy} = Z_{y+dy} - Z_y = \xi(y+dy)^2 - \xi y^2 = \xi(dy^2 + 2y dy).$$

Odrzucając  $dy^2$ , jako nieskończenie małą drugiego rzędu, otrzymamy:

$$Z_{dy} = 2\xi y dy$$

albo:

$$\frac{Z_{dy}}{dy} = 2\xi y.$$

Stosunek  $\frac{Z_{dy}}{dy}$  jest to JEDNOSTKOWY NAPÓR ziemi w danem miejscu ściany, oznaczonem wysokością  $y$ . Nazywać będziemy taki jednostkowy napór CIŚNIENIEM.

Tak więc ciśnienie w dowolnem miejscu ściany jest proporcjonalne do odległości tego miejsca od powierzchni ziemi. Powiemy, że CIŚNIENIE ZIEMI NA ŚCIANĘ ROZKŁADA SIĘ LINJOWO i poczynając od zera - w punkcie najwyższym  $B$  - wzrasta do największej wartości w punkcie  $A$ .

Całkowity napór ziemi  $Z$  jest proporcjonalny do pola trójkąta  $KLM$ . Aby otrzymać ciśnienie w dowolnym punkcie ściany, trzeba trójkąt  $KLM$  przekształcić na równoważny mu trójkąt, o wysokości  $h$ .

Można to wykonać łatwo w sposób następujący:

Przenosimy trójkąt  $KLM$  tak, aby nowa podstawa jego  $L_1 M_1$  przypadła na prostej poziomej  $x$ . Przez punkt  $L_1$  /albo  $a$ / prowadzimy prostą pionową  $ab$ , punkt  $b$  łączymy z  $M_1$  i przez punkt  $K_0$  przecięcia się prostej  $K_0 K_1$  /równoległej do  $x$  / z  $ab$  prowadzimy równoległą do  $M_1 b$ .



W przecięciu się z prostą  $x$  znajdziemy punkt  $c$ , który, gdy połączymy z  $b$ , otrzymamy trójkąt  $abc$ . Trójkąt ten daje szukany rozkład ciśnienia na ścianę  $AB$  wzdłuż jej wysokości. Trójkąt  $abc$  będziemy nazywali "trójkątem rozkładu ciśnień", lub wprost "trójkątem ciśnień". Z wykresu tego możemy korzystać przy wyznaczaniu działania ziemi na poszczególne części ściany; np. napór ziemi na część ściany  $A, A_2$  jest proporcjonalny do pola trapezu, wyciętego z trójkąta ciśnień  $abc$  przez dwie równoległe do  $x$ , poprowadzone przez punkty  $A_1$  i  $A_2$ . Napór ten więc równa się polu  $CDEF$  pomnożonemu przez  $q$ .  
 $/q =$  ciężar właściwy ziemi/.

142. PUNKT PRZYŁOŻENIA NAPORU ZIEMI NA ŚCIANĘ. Kiedy poznaliśmy rozkład ciśnień na ścianę, łatwo odpowiemy, gdzie jest przyłożony napór na tę czy inną część ściany.

A więc, jeśli szukamy punktu przyłożenia naporu ziemi na ścianę  $AB$ /rys.123/, który należy traktować jako wypadkową sił ciągłych, jednostajnie wzrastających od  $A$  do  $B$ , to wypadkowa przejdzie przez środek ciężkości

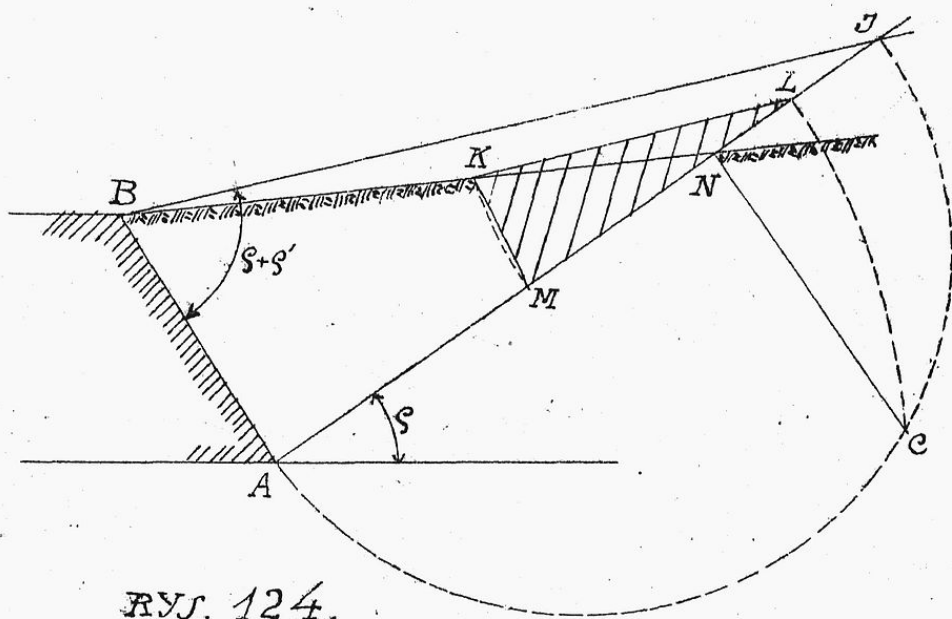
$O_1$  pola trójkąta ciśnień  $abc$ , czyli w odległości  $\frac{h}{3}$  od podstawy. Prowadzimy zatem przez  $O_1$  równoległą do

$Ax$  aż do przecięcia się z  $AB$  w p.  $O$ . Punkt  $O$  jest punktem przyłożenia naporu. Ponieważ napór ziemi tworzy z normalną do płaszczyzny  $AB$  kąt tarcia  $= \varphi'$ , więc, odłożywszy kąt  $\varphi'$  naprawo od normalnej, znajdziemy

linję działania naporu ziemi.

W podobny sposób znaleźlibyśmy punkt przyłożenia naporu ziemi, naprz. na część ściany  $A_1 A_2$ . Punkt ten znajdzie się na  $AB$  na tej wysokości, na której znajdzie się środek ciężkości pola ciśnień  $CDEF$ . Co do wyznaczenia linii działania naporu, należy powtórzyć te same uwagi, co i dla ściany  $AB$ .

143. JEDEN ZE SZCZEGÓLNYCH PRZYPADKÓW. Korzystając z podanego w poprzednich paragrafach ogólnego sposobu znajdowania naporu ziemi na ścianę płaską, i zachowując podobne do poprzedniego oznaczenia, łatwo damy sobie radę w każdym innym przypadku.



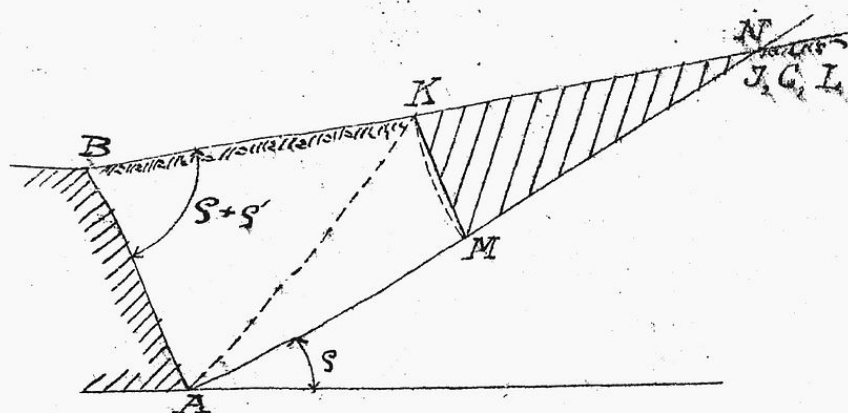
Jako jeden z przykładów niech będzie taki: znaleźć

napór ziemi na ścianę, jeśli "kierunkowa" wychodzi PONAD naziom, jak to widzimy na rys. 124, gdzie prosta  $BN$  wskazuje naziom, zaś kierunkowa  $BJ$ , tworząc kąt  $(S+S')$  z płaszczyzną ściany  $AB$ , wychodzi ponad naziom. Zauważmy, że odcinek  $AJ=a$  i odcinek  $AN=c$  są analogiczne do podobnych odcinków na fig. 122.

W końcu paragr. 137 otrzymaliśmy, że aby wyznaczyć punkt  $L$ , przy pomocy którego odnajdziemy na naziomie punkt  $K$ , należy określić odcinek  $b=\sqrt{ac}$ . W tym celu, podobnie jak w par. 134 na odcinku  $a$ , jak na średnicy, zataczamy półkole; z punktu  $N$  /koniec odcinka  $c$ / wystawiamy do  $a$  prostopadłą aż do przecięcia się w  $C$  z półkolem; wreszcie, promieniem  $AC$  zataczamy łuk  $CL$ , który na prostej  $AJ$  odcina długość  $AL=b$ . Kiedy znaleźliśmy punkt  $L$ , prowadzimy przezeń prostą  $LK$  równoległą do kierunkowej  $AJ$ . Odłożywszy następnie odcinek  $LK=LM$  znajdujemy trójkąt naporu  $KLM$ . Pole tego trójkąta pomnożone przez  $q$  da nam wartość naporu ziemi na ścianę  $AB$ .

144. DRUGI SZCZEGÓLNY PRZYPADEK. Kiedy "kierunkowa" ułoży się wzdłuż naziomu, jak to widzimy na rys. 125. Postępujemy podług ogólnej reguły: pod kątem  $S$  prowadzimy prostą zesypu  $AN$ . Kierunkowa poprowadzona z  $B$  przecina prostą  $AN$  w punkcie  $J$ , który upadnie na punkt  $N$ . Jeśli na  $AN$  jak na średnicy zataczymy

łuk i z punktu  $J$  wystawimy prostopadłą, otrzymamy punkt  $C$  /i ten znajdzie się też w punkcie  $N$  /. Odcinek  $AC$  na prostej  $AN$  wyznaczy punkt  $L$  /i ten punkt będzie w  $N$  /. Przez znaleziony punkt  $L$  prowadzimy pro-



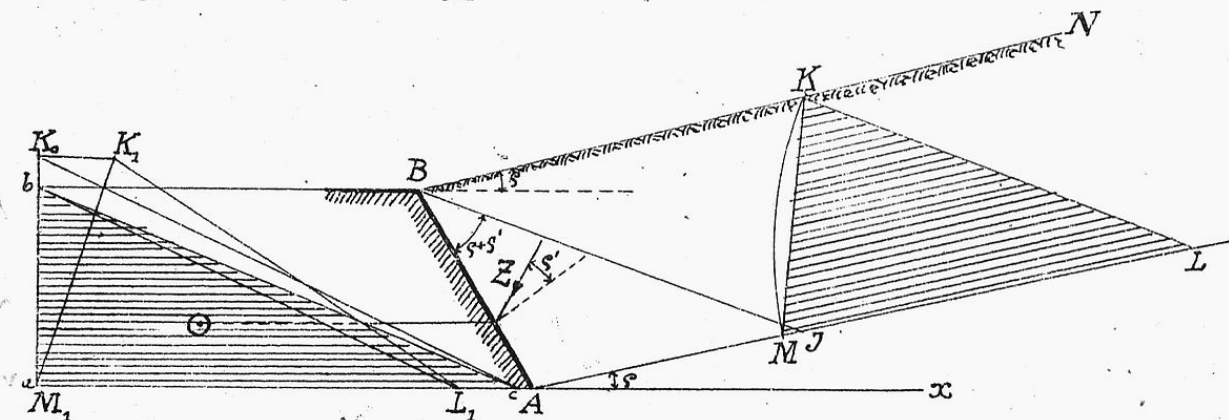
RYŚ. 125.

stą równoległą do kierunkowej do przecięcia się z nazi-  
mem w punkcie  $K$  . Punkt ten w danym przypadku jest nie-  
określony, gdyż prosta  $JK$  idzie wzdłuż prostej naziomu  
 $AN$  . Wobec tego zmuszeni jesteśmy zwrócić się do innej  
właściwości punktu  $K$  , wynikającej z twierdzenia, przy-  
toczonego w par. 137; szukana prosta osuwowa  $AK$  połowi  
pole  $ABKLA$  .

Na zasadzie tego znajdziemy, że  $K$  znajduje się w  
połowie odcinka  $BN$ , inaczej  $BL$  . Kiedy punkt  $K$   
znaleźliśmy, odkładamy  $KL=ML$ , i otrzymamy wówczas trój-

kąt naporu  $KLM$ .

145. JESZCZE JEDEN PRZYPADEK SZCZEGÓLNY. Gdy na ścianę  $AB$  prze ziemia, której naziom  $BN$  jest równoległy do płaszczyzny zesypu  $AL$  /rys. 126/.



RYS. 126.

W tym razie punkt przecięcia się  $BN$  z  $AL$  jest nieskończenie odległy, a zatem i cały trójkąt parcia  $KLM$  leży w nieskończoności, mając jednak wymiary skończone.

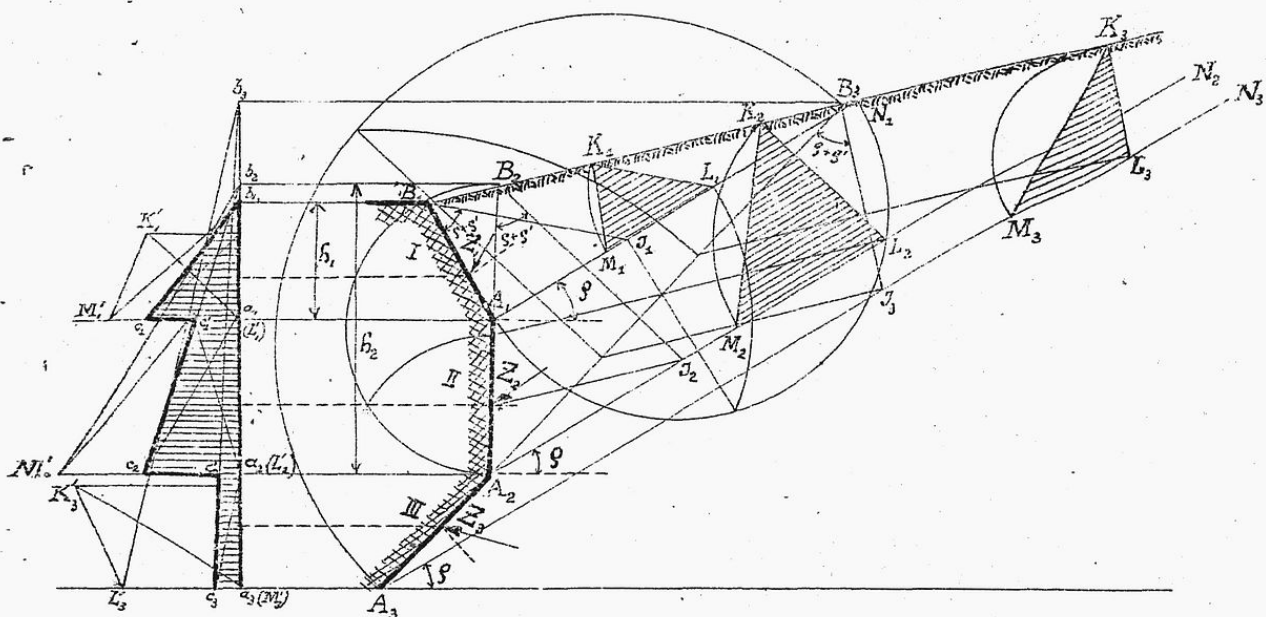
Możemy sobie łatwo wyobrazić ów trójkąt w granicach rysunku: należy tylko przez dowolny punkt  $L$  prostej zesypu poprowadzić  $KL$  równoległą do kierunkowej  $BJ$ , a następnie odłożyć odcinek  $LM = LK$  i połączyć punkty  $K$  i  $M$ . Otrzymamy wtedy trójkąt  $KLM$ . Oczywiście jest, że taki sam trójkąt otrzymalibyśmy i w tym razie, gdyby powyższą budowę wykonać w nieskończoności.

Przekształcenie tego trójkąta naporu na równoważny mu trójkąt  $abc$ , o wysokości = wysokości ściany wykonuje się tak samo, jak w przypadku ogólnym /par. 141/.



Całkowity napór  $Z$ , mierzony polem trójkąta  $abc$ , jest przyłożony w tym punkcie ściany  $AB$ , który przypada na jednej wysokości ze środkiem ciężkości trójkąta ciśnien  $abc$  i tworzy z normalną do ściany kąt  $\mathcal{S}'$ .

146. NAPÓR ZIEMI NA ŚCIANĘ O PROFILU ŁAMANYM. Gdy ściana oporowa od strony ziemi ograniczona jest kilkoma płaszczyznami, pochyłonemi do poziomu pod różnemi kątami, wówczas w celu wyznaczenia rozkładu ciśnień, należy postąpić



RYŚ. 127.

w sposób, który wyłożymy na przykładzie /rys. 127/. Przypuścimy, że ściana od strony ziemi jest ograniczona trzema dowolnemi płaszczyznami:  $B_1A_1$ ,  $A_1A_2$  i  $A_2A_3$ .

Rozpatrzmy naprzód płaszczyznę  $BA_1$  ściany, nie zwracając wcale uwagi na dwie pozostałe dolne płaszczyzny.

Wykreślamy więc, tak samo jak w przypadku ogólnym,

prostą zesypu  $A_1 N_1$ , prostą kierunkową  $B J_2$  i t.d.,  
 aż wreszcie otrzymamy trójkąt naporu  $K_1 L_1 M_1$ , który  
 następnie przekształcamy na trójkąt ciśnień  $a_1 b_1 c_1$  o wy-  
 sokości  $= h_1$ . Trójkąt ten daje rozkład ciśnień na ścia-  
 nę  $B_1 A_1$ .

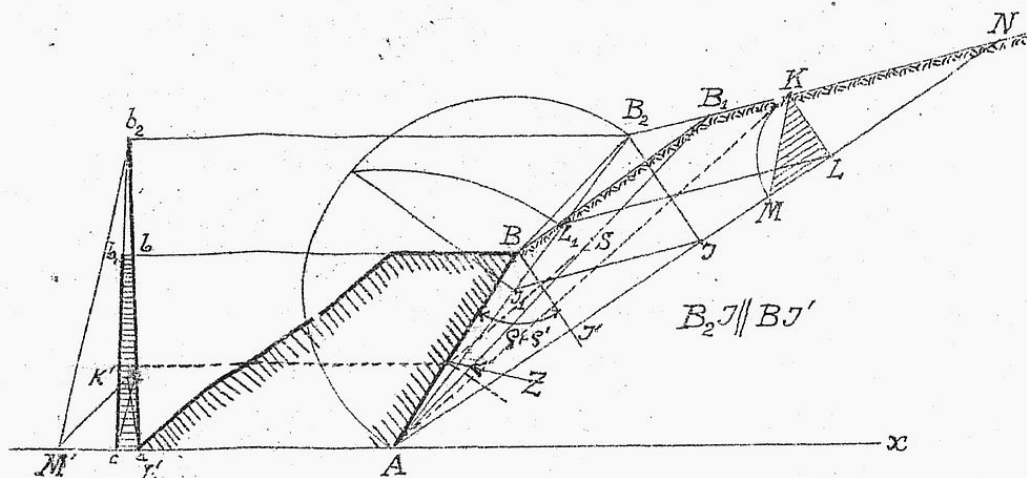
Przechodzimy następnie do płaszczyzny  $A_1 A_2$ . Prze-  
 dłużamy ją w myśli, aż do przecięcia się z naziemem  
 $B_1 N_1$  w punkcie  $B_2$  i rozpatrujemy działanie ziemi, jak  
 gdyby na płaszczyznę  $A_2 B_2$ . Prostą zesypu jest w da-  
 nym razie prosta  $A_2 N_2$ , tworząca z poziomem kąt  $\vartheta$  ;  
 kierunkową - prosta  $B_2 J_2$ , a trójkątem naporu-trójkąt  
 $K_2 L_2 M_2^x$ . Trójkąt ten należy przekształcić na prostokąt-  
 ny, o wysokości  $= h_2$ , co może być wykonane znanym  
 już sposobem. Aby mieć wykres ciśnień na ścianę  $A_1 A_2$ ,  
 należy od otrzymanego trójkąta  $a_2 b_2 c_2$  odrzucić tę część,  
 która odpowiada ciśnieniu na wyobrażalną ścianę  $A_1 B_2$ ,  
 czyli trójkąt  $a_2 b_2 c_2'$ . Pozostanie wówczas trapez  
 $a_2 c_2' c_2 a_2$ , który przedstawia szukany rozkład ciśnień  
 na ścianę  $A_1 A_2$ .

Zupełnie tak samo postępujemy z płaszczyzną  $A_2 A_3$   
 ściany. W trójkącie ciśnień  $a_3 b_3 c_3$ , który otrzymamy,  
 nie posiada dla nas znaczenia część  $a_2 b_3 c_2'$ ; pozosta-  
 je więc jedynie trapez  $a_2 c_2' c_3 a_3$ . Środki ciężkości:  
 trójkąta  $a_1 b_1 c_1$ , trapezu  $a_1 c_1' c_2 a_2$  i trapezu  $a_2 c_2' c_3 a_3$   
 wskażą punkty przyłożenia naporu ziemi  $Z_1, Z_2, Z_3$  w płasz-

x/ Trójkąt ten jest wyznaczony na rys. 127 sposobem,  
 wyłożonym w par. 140.

czynach *I*, *II*, *III*.

147. POWIERZCHNIA NAZIOMU ŁAMANA. Przypuśćmy, że na-  
ziom ma kształt jak na rys. 128; wówczas trójkąt naporu



RYC. 128.

wyznaczamy z warunku, aby prosta osuwowa  $AK$  połowiła  
pole  $ABB_2KLA$ , jak to było dowiedzione w paragr. 137.

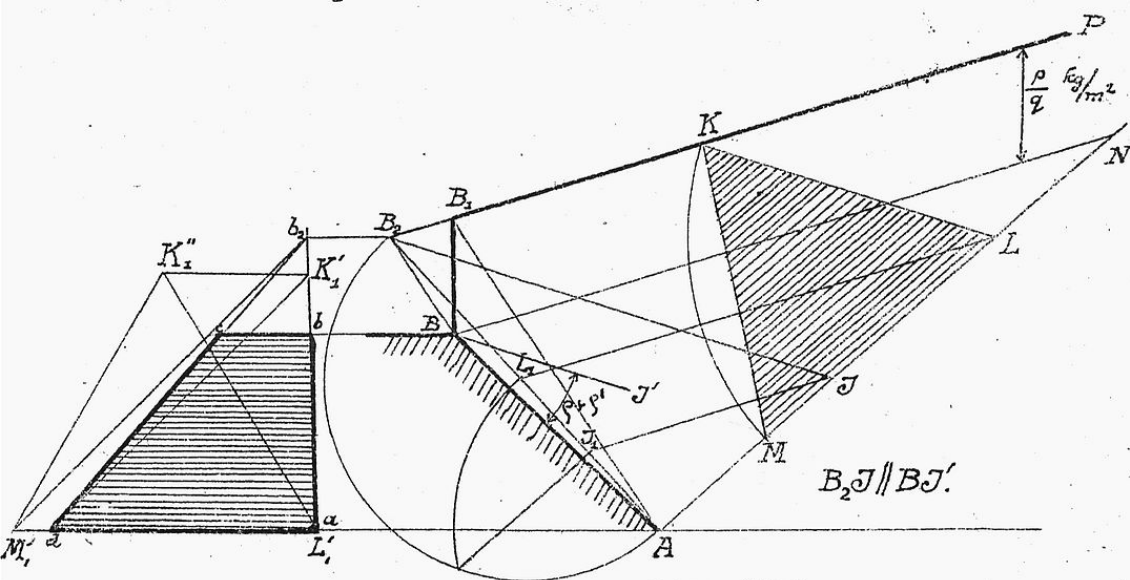
W celu ułatwienia zadania zastępujemy trójkąt  $ABB_2$   
przez równoważny mu trójkąt, którego jeden z boków stano-  
wi przedłużenie prostej  $B_2N$ , a drugi ( $AB_1$ ) jest wspólny  
dla niego oraz dla figury  $NB_2Ax$ . Wykonujemy to,  
prowadząc przez  $B$  równoległą do prostej  $AB_1$ , aż do  
punktu  $B_2$  przecięcia się z  $B_1N$ , i łącząc następnie  
 $B_2$  z  $A$ .

Teraz uważamy, że mamy do czynienia jakby ze ścianą  
 $AB_2$ , na którą prze bryła ziemi  $NB_2Ax$  i wykreślamy  
dla niej trójkąt naporu  $KLM$  i równoważny mu trójkąt  
ciśnien  $ab_2c$ . Od tego ostatniego odrzucamy część  $bb_2c_2$ ,  
odpowiadającą tej części ściany domniemanej, która znaj-

duje się powyżej ściany rzeczywistej. Pozostanie wobec tego trapez  $ab_2c$ , który przedstawia rozkład ciśnienia na ścianę  $AB$ . Punkt przyłożenia naporu ziemi znajdziemy na wysokości środka ciężkości trapezu  $ab_2c$ , lub też, co będzie mniej dokładnie, w taki sposób: szukamy środka ciężkości czworoboku  $ABB_1KA$ , który dąży do osunięcia się; niech to będzie punkt  $S$ . Przez ten punkt prowadzimy prostą, równoległą do  $KA$ , prostej osuwu, do przecięcia się ze ścianą  $AB$ . Punkt przecięcia się tych prostych możemy przyjmować za punkt przyłożenia naporu ziemi.

148. DODATKOWE OBCIĄŻENIE NAZIOMU. Przypuśćmy, że prócz ciężaru ziemi  $N_0BAx$ /rys.129/ na ścianę  $AB$  działa jeszcze dodatkowe obciążenie równomiernie rozłożone na naziomie i wynoszące  $\rho \text{ kg/m}^2$ . W takim przypadku możemy dodatkowe obciążenie zastąpić warstwą ziemi takiej grubości, aby ciężar tej warstwy ziemi wyniósł  $\rho \text{ kg/m}^2$ . A dalej postępujemy podobnie, jak w par. poprzedzającym: zastępujemy trójkąt  $ABB_1$  przez  $AB_1B_2$ , przyjmujemy  $AB_2$  za domniemaną ścianę i wykreślamy dla niej trójkąt naporu i trójkąt ciśnień, uważając  $B_2P$  jako naziom. Od trójkąta ciśnień  $ab_2d$  należy odrzucić część  $b_2c$ . Pozostała część - trapez  $abcd$  wskaże nam rozkład ciśnienia na ścian  $AB$ . O Punkcie przyłożenia

naporu ziemi na ścianę  $AB$  sędzić będziemy ze środka ciężkości trapezu  $abcd$ .



RYS. 129.

149. Często też jest stosowany inny sposób rozwiązywania powyższego zadania, mianowicie, nie uwzględniamy dodatkowego obciążenia naziomu, natomiast przyjmujemy stosownie zwiększony ciężar właściwy ziemi.

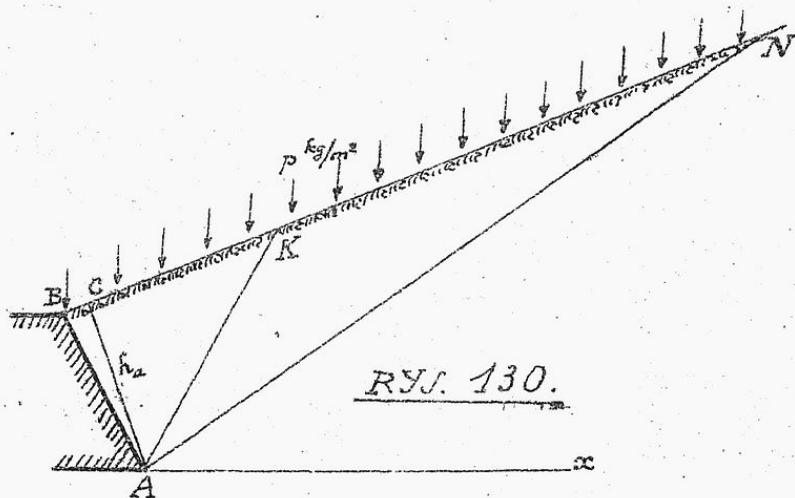
Obliczmy, jaki należy przyjąć ciężar właściwy ziemi, jeśli dodatkowe obciążenie naziomu wynosi  $\rho \text{ kg/m}^2$  rys.

130/. Przypuśćmy, że należy uwzględnić dodatkowe obciążenie na dowolnej części naziomu  $\overline{BK}$ . Ciężar odpowiedniej bryły ziemi  $ABK$  znajdziemy:  $\frac{1}{2} \cdot \overline{BK} \cdot h_a \cdot q$ ; dodatkowe obciążenie naziomu wyniesie  $\overline{BK} \cdot 1 \cdot \rho$ ; razem otrzymamy siły, działające na bryłę:  $\frac{1}{2} \cdot \overline{BK} \cdot h_a \cdot q + \overline{BK} \cdot 1 \cdot \rho$ . Jeśli tę siłę mamy przedstawić jedynie jako ciężar tej bryły, wówczas, oznaczając zastępczy ciężar właściwy



przez  $q'$ , otrzymamy:

$$\frac{1}{2} \overline{BK} \cdot h_a \cdot q + \overline{BK} \cdot 1 \cdot p = \frac{1}{2} \overline{BK} \cdot h_a \cdot q';$$



$$q' = q + \frac{2p}{h_a};$$

$h_a$  oznacza tu odległość  $A$  od płaszczyzny naziomu.

Otóż, przyjmując ciężar właściwy ziemi nie  $q$  lecz  $q'$ , możemy dodatkowego obciążenia naziomu już nie uwzględniać i traktować zadanie z ostatniego paragrafu w sposób typowy, jak to było wskazane w par. 139 i 140.

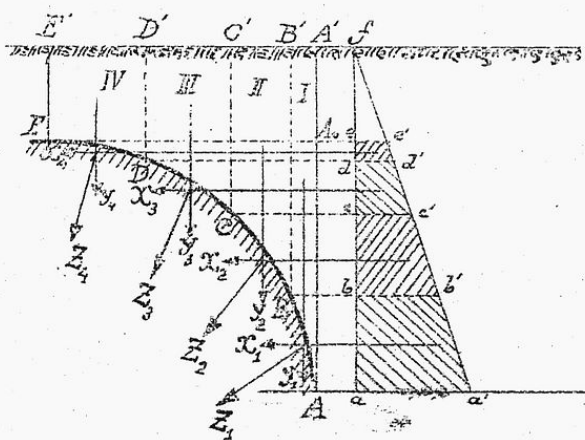
Zwrócić tu należy uwagę, że wyłożona metoda nie jest w zupełności szkusna. Dostrzeżemy to, rozważając rozkład ciśnień na ścianę  $AB$ . Przy pierwszym sposobie, wykazanym w par. 148, o rozkładzie ciśnień poucza nas trapez  $abcd$  [rys. 129], zaś przy sposobie drugim, podanym w obecnym paragrafie, rozkład ciśnień będzie wskazany przy pomocy trójkąta,  $abc$  jak na rys. 129.

Pierwszy rozkład należy uznać za logiczniejszy, niż drugi.

Również punkt przyłożenia naporu ziemi na ścianę otrzymany przy pierwszym sposobie wyżej, niż przy drugim sposobie. Więcej zaufania wzbudza, oczywiście, pierwsze rozwiązanie i tembardziej zasługuje na stosowanie, że, jak z późniejszego wykładu będzie to wynikało, taki rozkład sił będzie dla muru oporowego pod względem stateczności i wytrzymałości więcej niebezpieczny, a więc bardziej godny bliźszego rozważania.

#### 150. NAPÓR ZIEMI NA ŚCIANĘ O POWIERZCHNI KRZYWEJ.

Przypuśćmy, że należy znaleźć napór ziemi na powierzch-



RYS. 131.

nię grzbietową sklepienia  $AB C D E$  /rys. 131/.

Naziom niech będzie poziomy  $A E'$ . Długość sklepienia /wzdłuż tworzącej/ przyjmujemy, jak zwykle = 1 m.

Wskażemy tu na PRZYBLIŻONY, praktycznie dostatecznie

dokładny sposób.

Dzielimy linię grzbietową na kilka części niekoniecznie równych:  $AB, BC, CD, DE$  Przez punkty  $A, B, C, D, E$  — prowa-

dzimy proste pionowe,  $AA', BB', CC', DD', EE'$ , które dzielą bryłę ziemi, opierającą się na sklepieniu, na części I, II, III, IV. Znajdujemy ciężary i środki ciężkości tych części. Przyjmujemy, że ciężary znalezione będą PIONOWEMI składowemi naporu ziemi na odpowiednie części powierzchni grzbietowej. Niech te składowe będą  $X_1, X_2, X_3, X_4$ . Następnie zakładamy, że składowe POZIOME naporu ziemi będą takie jakiebyśmy otrzymali, obliczając napór ziemi na rzuty pionowe części powierzchni grzbietowej, to jest tak, jakgdyby to były części ściany pionowej  $AA_0$ . Przypuścimy, że postępując w sposób, podany w poprzednich paragrafach, znaleźlibyśmy trójkąt ciśnień  $aa'f$ . Trapezy ciśnień na poszczególne części rzutu sklepienia będą:  $abb'a', bcc'b', cdd'c', dee'd'$ . Jeżeli obliczymy pola tych trapezów, pomnożymy je przez ciężar właściwy ziemi, otrzymamy napór ziemi na części płaszczyzny  $AA_0$ . Będą to składowe POZIOME  $X_1, X_2, X_3, X_4$  całkowitego naporu ziemi na powierzchnię  $AB, BC, CD, DE$ . Linje działania tych składowych przejdą przez środki ciężkości właściwych trapezów ciśnień.

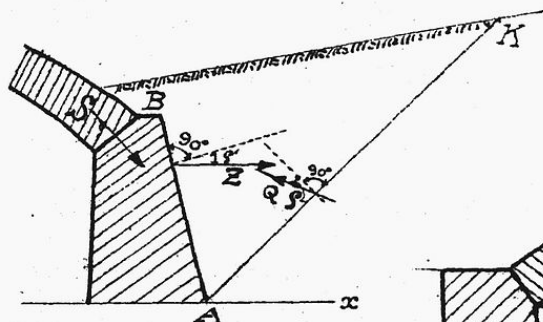
Kiedy już znaleźliśmy siły  $X_1, X_2$ , określimy przy pomocy trójkąta sił wypadkową ich  $Z_1$ , która będzie całkowitym naporem ziemi na powierzchnię  $AB$ . Toż samo dodanie sił  $X_2$  i  $X_1$  da nam wypadkową  $Z_2$  - napór ziemi na powierzchnię  $BC$  i t.d.; wreszcie otrzymamy

$Z_3$  i

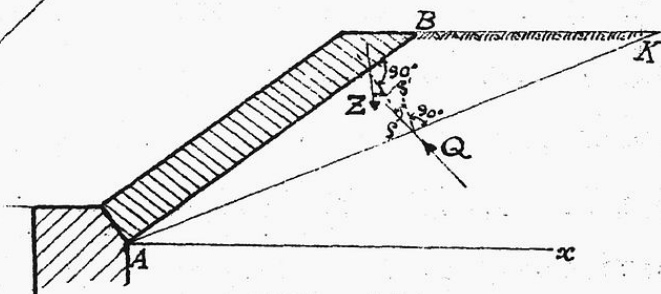


Dla zaoszczędzenia miejsca i dla większej wyrazistości rysunku wiele pomocniczych czynności nie zostały wcale pokazane; zaznaczono tylko ostateczne wyniki: trójkąt  $adf$  środki ciężkości pól, wypadkowe  $Z_1, Z_2, \dots$  i t.p.

151. ODPÓR ZIEMI. W paragr. 135 rozróżniliśmy działanie muru bierne od czynnego; w pierwszym przypadku ziemia wywiera na ścianę NAPIER, w drugim przypadku ODPÓR. O naporze była mowa w paragr. 136 do 150. Obecnie rozważmy odpór ziemi. Z samego charakteru odporu wynika, że, jeśli ziemia pod naciskiem muru może być wysunięta zza niego, kierunek oddziaływania muru na ziemię i odwrotnie oraz ziemi na ziemię w płaszczyźnie /nazwijmy tak/ wysuwu powinny ze stosownemi



RYS. 132.



RYS. 133.

normalnemi do AB i AK tworzyć kąty  $\beta$  i  $\beta'$ , odłożone w stronę przeciwną niż to było przy naporze ziemi /por. rys.

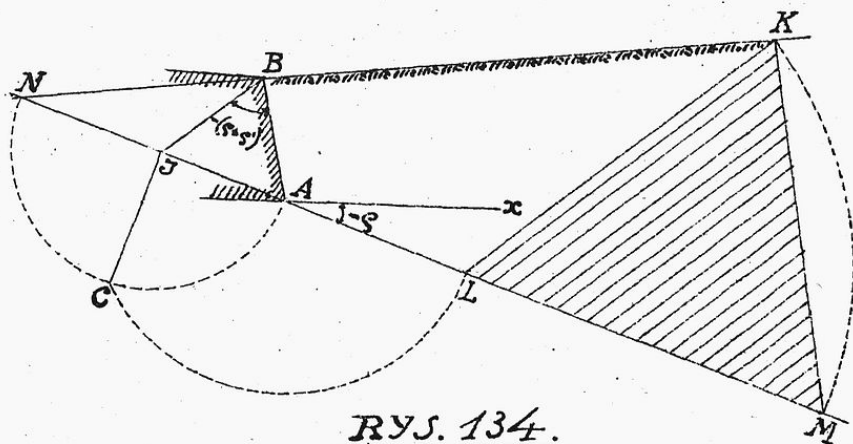
119/. Kierunek oddziaływania muru i ziemi w płaszczyźnie wysuwu wskazany jest na rys.132, gdzie ściana B, parta siłą S od strony, dajmy na to, sklepienia, dąży do wysunięcia zza siebie ziemi; ziemia w tym razie wywiera odpór. Na rys.133 wskazany jest drugi przykład oporu ziemi - w przypadku muru okładzinowego. W obydwóch tych przykładach wskazany jest kierunek sił Z i Q względem normali do płaszczyzn AB i AK.

Całe zagadnienie, dotyczące ODPÓRU ziemi, różni się, zatem, od zagadnienia na temat NAPORU tylko znakiem kątów  $\varphi$  i  $\varphi'$ .

Nieć i rozwiązanie odpowiednich zadań należy uskutecznić przy uwzględnieniu tej różnicy.

Na rys.134 pokazane jest rozwiązanie zadania, w którym szukany jest ODPÓR ziemi na ścianę AB. W celu ułatwienia wprowadzone jest znakowanie takie samo, jak na rys.122, 123 i następnych. Postępujemy tu w taki sposób: z punktu A prowadzimy prostą "zesypu" - pod kątem  $(-\varphi)$  do poziomu  $Ax$ . Prostą zesypu przedłużamy do przecięcia się z poziomem BN w punkcie N. Oczywiście, punkt N znajdzie się z lewej strony AB, odwrotnie niż to było w przypadku NAPO-  
RU. Z punktu B prowadzimy "kierunkową" BJ, która utworzy z AB kąt  $[-(\varphi + \varphi')]$ . Na AN zataczamy koło jak na średnicy i z punktu J prowadzimy prostopadłą JC. Na prostej zesypu





RYS. 134.

odkładamy odcinek  $AL =$  cięciwie  $AC$ . Przez punkt  $L$  prowadzimy prostą  $LK$  równoległą do "kierunkowej", wreszcie odkładamy odcinek  $LM = LK$ . Otrzymujemy w ten sposób "trójkąt odporu". Wykreślenie trójkąta ciśnień i następnie znalezienie punktu przyłożenia odporu na ścianę  $AB$  - już nie będzie stanowić trudności; pamiętać tylko należy, że kąty  $\varphi$  i  $\varphi'$  są ujemne.

Gdybyśmy punkt  $N$  otrzymali POZA granicami rysunku, należy zastosować wówczas budowę podobną do tej, jaką poznaliśmy w paragr. 140 /rys. 122/. Jak w tym razie można sobie poradzić, uwidoczniło się na rys. 135.

