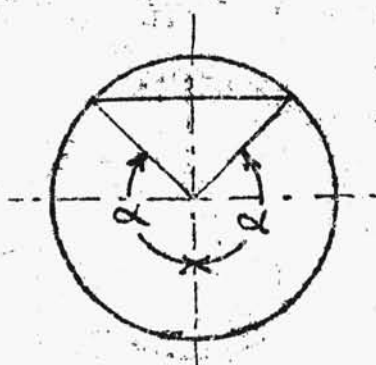


Przykład powyższy można uogólnić, gdyż z geometrii wiadomo, że ze wszystkich wieloboków, mających dane pole, najmniejszy obwód posiada ten, w który można wpisać koło. Z tych zaś najmniejszy obwód ma wielobok prawidłowy.

Pozostawiamy czytelnikowi dowód twierdzenia, że dla przekroju kołowego przy danym promieniu koła /rys. 91/



Rys. 91.

otrzymamy największy promień hydrauliczny przy wypełnieniu, któremu odpowiada

$2\alpha = 253,5^\circ$, zaś największy wydatek przy wypełnieniu, któremu odpowiada

$$2\alpha = 308^\circ;$$

§ 33. RUCH TRWAŁY NIEJEDNOSTAJNY.

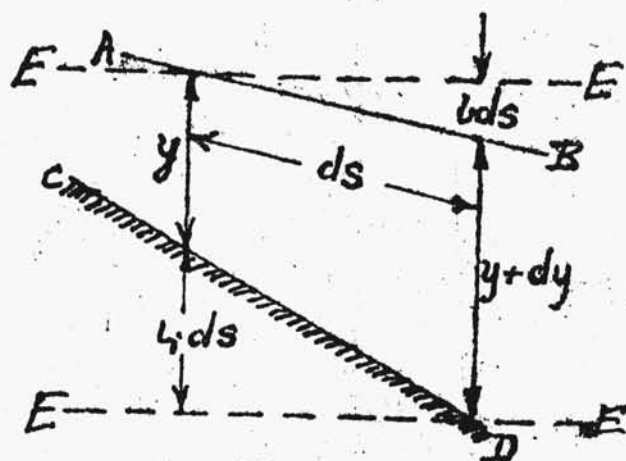
Zagadnienie to rozważymy tylko w wypadku szczególnym dla kanału prostokątnego o stałej szerokości b , i stałej pochyłości dna i , zaś głębokości nieznaczonej w porównaniu z szerokością.

Równanie ruchu, wyprowadzone przez nas dla wypadku trwałego ruchu niejednostajnego bez ograniczeń, ma

postaci

$$i = \frac{v}{g} \frac{dv}{ds} = \frac{ev^2}{R}$$

Proponujemy czytelnikowi, jako pożyteczne ćwiczenie, wyprowadzenie tego równania bezpośrednio z równania Bernouilliego'go. Na rys. 92 AB jest przekrojem zwierciadła kanału, zaś CD przekrojem dna. Oznac-



Rys. 92.

my pochyłość zwierciadła przez i . EF są linie poziome, zaś y oznacza głębokość zmienną. Pochyłość, jak zawsze, będzie bardzo mała, przeto

praktycznie możemy nie odróżniać odległości poziomych od odległości wzdłuż prądu.

W równaniu ruchu występują oprócz zmiennej niezależnej s 3 funkcje nieznane tej zmiennej, mianowicie pochyłość zwierciadła i , prędkość v i promień hydrauliczny R . Wszystkie te wielkości wyrazimy w zależności od głębokości y oraz od prędkości C oraz głębokości h , jakiby miały miejsce w tym samym kanale, gdyby w nim panował ruch jednostajny przy wydatku takim samym, jak przy ruchu nie-

jednostajnym

$$R = \frac{by}{b+2y};$$

zaniedbując y w obecności b podług umowy na początku rozdziału mamy

$$R \cong y$$

zaś przy ruchu jednostajnym byłoby

$$R \cong h$$

Dla ruchu jednostajnego mielibyśmy

$$i_1 = \frac{\varepsilon C^2}{h}$$

dalej

$$Q = bhc = byv;$$

z tych zależności mamy:

$$v = C \frac{h}{y}; \quad dv = -C \frac{h}{y^2} dy; \quad \varepsilon = \frac{i_1 h}{C^2};$$

Oprócz tego z rys. 92 widać, że

$$y + i_1 ds = y + dy + i ds;$$

czyli

$$i = i_1 - \frac{dy}{ds};$$

Po wprowadzeniu tych wartości do równania ruchu otrzymamy

$$i_1 - \frac{dy}{ds} = -\frac{C}{y} \cdot \frac{h}{y} \cdot \frac{ch}{y^2} \cdot \frac{dy}{ds} + \frac{i_1 h C^2 h^2}{C^2 y^2 y};$$

czyli po uproszczeniu

$$i_1 \left(1 - \frac{h^3}{y^3}\right) = \left(1 - \frac{C^2 h^2}{g y^3}\right) \frac{dy}{ds};$$

albo

$$i_1 (y^3 - h^3) = \left(y^3 - \frac{C^2 h^2}{g}\right) \frac{dy}{ds};$$

otrzymaliśmy równanie różniczkowe łatwe do scałkowania, które określa y , jako funkcję od S lub odwrotnie. Z tego równania mamy

$$i_1 ds = \frac{y^3 - \frac{C^2 h^2}{g}}{y^3 - h^3} dy;$$

czyli

$$i_1 s = \int \frac{y^3 - \frac{C^2 h^2}{g}}{y^3 - h^3} dy;$$

równanie to łatwe przekształcić na następujące:

$$i_1 s = y + \left(h - \frac{C^2}{g}\right) \int \frac{h^2 dy}{y^3 - h^3};$$

Rozkłómy ułamek, stojący pod znakiem całki na ułamki proste

$$\frac{h^2}{y^3 - h^3} = \frac{A}{y - h} + \frac{By + C}{y^2 + yh + h^2};$$

$$h^2 = A(y^2 + yh + h^2) + (By + C)(y - h)$$

przez założenie $y = h$, otrzymujemy $A = \frac{1}{3}$; przez porównanie współczynników przy y^2 mamy $B = -\frac{1}{3}$;

przez porównanie współczynników przy zerowej potęgze y mamy $C = -\frac{2}{3}h$.

Tym sposobem mamy

$$\int \frac{h^2}{y^3 - h^3} dy = \int \left[\frac{1}{3(y-h)} - \frac{y+2h}{3(y^2+yh+h^2)} \right] dy;$$

Pierwsza całka po prawej stronie bierze się bezpośrednio, zaś obliczenie drugiej całki uwidaczniają następujące przeróbki:

$$\begin{aligned} \int \frac{(y+2h)dy}{y^2+yh+h^2} &= \int \frac{y + \frac{h}{2} + \frac{3h}{2}}{(y + \frac{h}{2})^2 + \frac{3h^2}{4}} dy = \\ &= \frac{1}{2} \ln(y^2+yh+h^2) + \sqrt{3} \operatorname{arcTg} \frac{2y+h}{h\sqrt{3}}; \end{aligned}$$

Zbierając rezultaty, otrzymamy:

$$i_1 s = y + \frac{h - \frac{c^2}{g}}{3} \left[\ln \frac{y-h}{\sqrt{y^2+yh+h^2}} - \sqrt{3} \operatorname{arcTg} \frac{2y+h}{h\sqrt{3}} \right] + K;$$

albo

$$1/1/ \quad i_1 s = y + \frac{h - \frac{c^2}{g}}{3} \left[\ln \sqrt{\frac{(y-h)^3}{y^3-h^3}} - \sqrt{3} \operatorname{arcTg} \frac{2y+h}{h\sqrt{3}} \right] + K;$$

wprowadźmy oznaczenie

$$f(y) = \ln \sqrt{\frac{(y-h)^3}{y^3-h^3}} - \sqrt{3} \operatorname{arcTg} \frac{2y+h}{h\sqrt{3}};$$

wtedy poprzednie równanie napiszemy w prostej postaci:

$$1/2/ \quad i_1 s = y + \frac{h - \frac{c^2}{g}}{3} f(y) + K;$$

Jeżeli teraz równanie różniczkowe

$$L_1(y^3 - h^3) = (y^3 - \frac{c^2 h^3}{2}) \frac{dy}{ds};$$

z którego otrzymaliśmy powyższy rezultat zróżniczkujemy względem S , to otrzymamy

$$3L_1 y^2 \frac{dy}{ds} = 3y^2 \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 + (y^3 - \frac{c^2 h^3}{2}) \frac{d^2 y}{ds^2};$$

czyli

$$\frac{d^2 y}{ds^2} = 3y^2 \frac{dy}{ds} \frac{L_1 - \frac{dy}{ds}}{y^3 - \frac{c^2 h^3}{2}}; \quad /3/$$

Napiszmy jeszcze wartość pochodnej $\frac{dy}{ds}$ z równania różniczkowego

$$\frac{dy}{ds} = L_1 \frac{y^3 - h^3}{y^3 - \frac{c^2 h^3}{2}}; \quad /4/$$

Równanie /1/, /2/, /3/, /4/ pozwolą nam zbadać rozmaite postacie zwierciadła wody w rozważanym wypadku ruchu.

Z równania /4/ widać, że $\frac{dy}{ds} = L_1$, przy $y = \infty$ zaś równanie /3/ daje dla drugiej pochodnej wartość

$\frac{d^2 y}{ds^2} = 0$; z tego wynika, że krzywa, lub układ krzywych, jakie przedstawia równanie /1/ posiada dwie asymptoty poziome, gdyż przy $\frac{dy}{ds} = L_1$ mamy pochyłość zwierciadła $L = L_1 - \frac{dy}{ds} = 0$;

Dalej z równań /4/, /3/ i /1/ mamy dla

$$y = h; \quad \frac{dy}{ds} = 0; \quad \frac{d^2y}{ds^2} = 0;$$

zaś $s = \pm \infty$. Oznacza to, że zwierciadło ruchu niejednostajnego zbliża się asymptotycznie do zwierciadła ruchu jednostajnego nieskończenie daleko w górę lub w dół prądu.

Należy rozróżnić te dwa wypadki. Równanie /1/ daje dla s wartość $-\infty$ przy $y = h_1$, jeżeli $h > \frac{c^2}{g}$, który to warunek można napisać w innej postaci na podstawie $L_1 = \frac{\varepsilon c^2}{h}$, mianowicie w takiej $L_1 < \varepsilon g$; oznacza to, iż postać ruchu niejednostajnego z asymptotycznym zbliżaniem zwierciadła do zwierciadła ruchu jednostajnego w górę prądu istnieć może tylko wtedy, kiedy pochyłość dna nie przekracza pewnej granicy. Ten wypadek mamy w rzekach i kanałach o małej pochyłości dna. Drugi wypadek, mianowicie:

$$y = h; \quad \frac{dy}{ds} = 0; \quad \frac{d^2y}{ds^2} = 0;$$

$s = +\infty$ zachodzi przy $h < \frac{c^2}{g}$ czyli $L_1 > \varepsilon g$

Jest to wypadek zbliżania asymptotycznego zwierciadła ruchu niejednostajnego do zwierciadła ruchu jednostajnego w dół prądu, zachodzący przy potokach o dużej pochyłości dna, większej od wartości granicznej

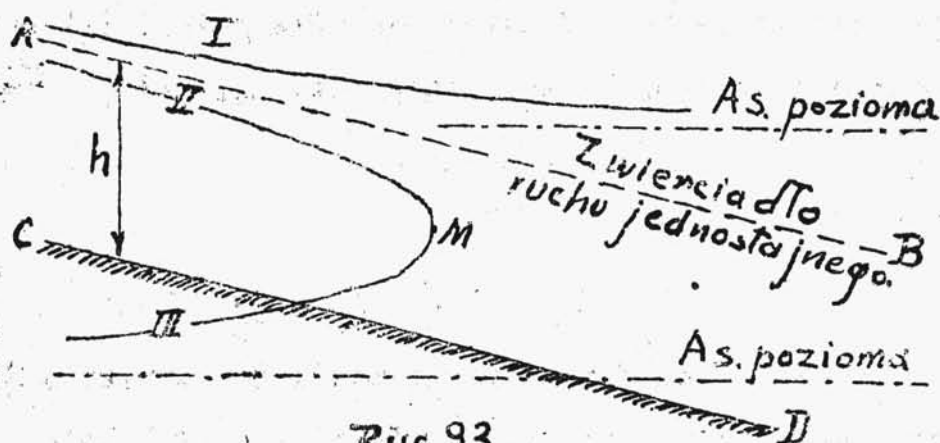
Wypadek pierwszy

$$h > c^2/g; \quad c_1 < \varepsilon g;$$

Równania /1/, /3/, /4/ dają układ krzywych, przedstawionych na rys. 93;

Na tym rysunku oznacza AB przekrój zwierciadła ruchu jednostajnego przy głębokości h , CD - przekrój dna. Gałęzie I, II, III oznaczają możliwe zwierciadła ruchu niejednostajnego. Dla punktu M mamy

$$\frac{dy}{ds} = \infty \quad \text{zatem} \quad y_M = \sqrt[3]{c^2 h^2 / g};$$



Rys. 93.

Gałąź I posiada asymptotę $y = h$, styczną do krzywej w punkcie $y = h, s = -\infty$ oraz oznaczoną na rys. 93 asymptotę poziomą. Dla tej gałęzi mamy

$$y > h > \sqrt[3]{c^2 h^2 / g};$$

przeto z równania /4/ otrzymamy

$$L_1 > \frac{dy}{ds} > 0; \text{ skąd } \dot{L} = L_1 - \frac{dy}{ds} > 0;$$

Zatem wzdłuż gałęzi I będziemy mieli do czynienia z ruchem zwolnionym przy zwiększającej się głębokości i z dodatnią pochyłością zwierciadła, czyli ze spadkiem. Dla gałęzi II mamy asymptotę $y=h$ przy $s=-\infty$

$$h > y > \sqrt[3]{c^2 h^2 / g}; \quad \frac{dy}{ds} < 0; \quad \dot{L} > L_1;$$

czyli będziemy mieli ruch przyspieszony przy zmniejszającej się głębokości ze spadkiem większym od pochyłości zwierciadła ruchu jednostajnego. Dla gałęzi III mamy oznaczoną na rysunku asymptotę poziomą. Dalej

$$h > \sqrt[3]{c^2 h^2 / g} > y;$$

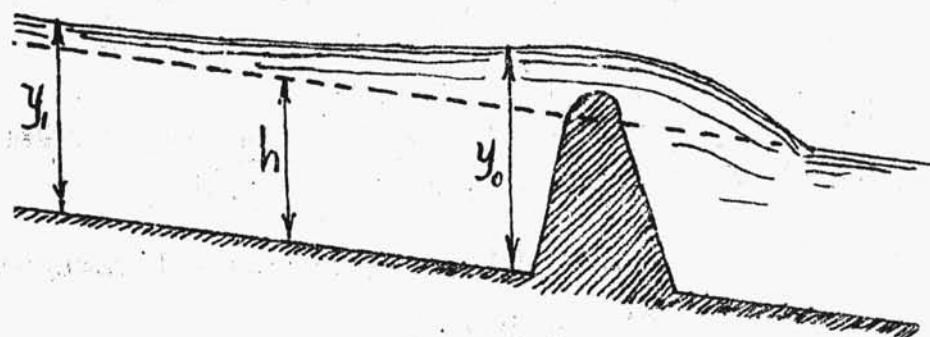
czyli z równania /4/

$$\frac{dy}{ds} > L_1; \quad \dot{L} = L_1 - \frac{dy}{ds} < 0;$$

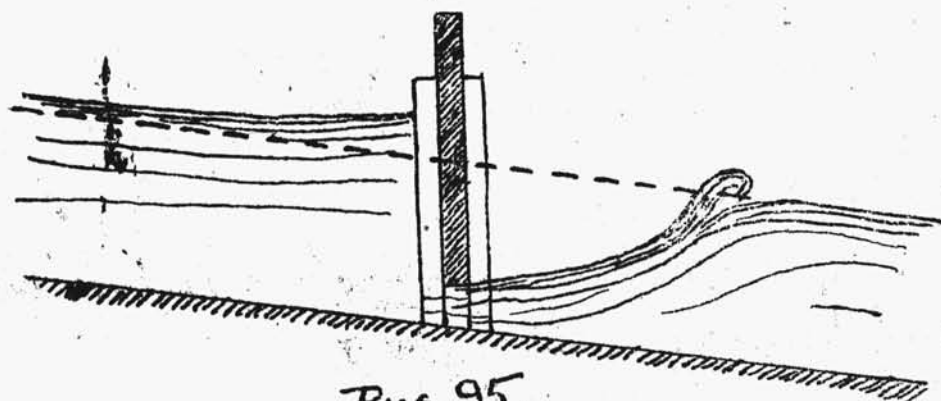
Wzdłuż tej gałęzi będziemy mieli do czynienia z ruchem zwolnionym przy zwiększającej się głębokości, z ujemną pochyłością zwierciadła, czyli ze wzniesieniem.

Ruch podług gałęzi I może trwać na długości nieograniczonej w obu kierunkach, zaś według gałęzi II i III nastąpi raptowna zmiana warunków ruchu w punkcie *M* rys. 93. Ruch podług gałęzi I realizuje się wtedy, kie-

dy w rzece lub kanale, gdzie istnieje ruch jednostajny cieczy, wybudujemy tamę /rys. 94/ i wywołamy spiętrzenie, zmieniając przy tamie głębokość ruchu jednostajnego h na $y_0 > h$. Ponad tamą następuje rapidowna zmiana warunków ruchu, tak iż za tamą ustala się na niewielkiej długości ruch według gałęzi II, który po wzburzeniu odpowiadającym punktowi M rys. 93 przechodzi w ruch jednostajny. Natomiast w przypadku stawidła /rys. 95/ po początkowym wzniesieniu poziomu według gałęzi III rys. 93 aż do punktu M następuje wzburzenie, przechodzące w ruch jednostajny.

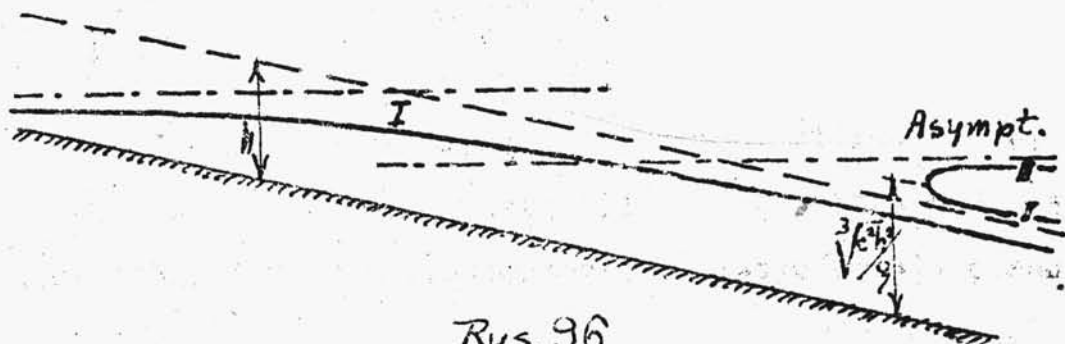


Rys. 94.



Rys. 95.

Z kolei zajmiemy się przepływami drugiej grupy, dla których $h < \frac{c^2}{g}$, czyli $L_1 > \varepsilon g$. Spotykamy się z nimi np. przy potokach górskich. Postępując jak poprzednie i opierając się na poprzednich danych, otrzymamy cokolwiek inny wykres /rys. 96/.



Rys. 96.

Istotnie, przy $h < \frac{c^2}{g}$ jest dla $0 < y < h$ pierwsza pochodna $0 < \frac{dy}{ds} < L_1$, skąd $L' = L_1 - \frac{dy}{ds} > 0$;

Mamy tu tedy wypadek ruchu zwolnionego z towarzyszącym mu obniżeniem poziomu cieczy /gałąź I, rys. 96/.

Jeśli natomiast

$$h < y < \sqrt[3]{\frac{c^2 h^2}{g}} = h \sqrt[3]{\frac{L_1^2}{\varepsilon g}};$$

to

$$\frac{dy}{ds} < 0;$$

zaś $L' > 0$, czyli przyspieszonemu ruchowi towarzyszy spadek powierzchni swobodnej cieczy /gałąź II/. Wreszcie,

gdy

$$y > \sqrt[3]{\frac{c^2 h^2}{g}} = h \sqrt[3]{\frac{L_1}{L_0}} ;$$

wówczas

$$\frac{dy}{ds} > L_1 > 0 ;$$

skąd $L < 0$, t.j. ruch zwolniony zachodzi ze wznie-
sieniem się powierzchni wody /gałęź III/. Stosownie
do zmienianych warunków woda zachowuje się przy ruchu
potokowym inaczej, niż przy poprzednio rozpatrywanym
przepływie w rzekach i kanałach. Tak np. ustawienie
tamy /rys. 97/ wywoła w tym razie raptowny przeskok
ruchu jednostajnego lub zwolnionego według gałęzi I
/rys. 96/, w ruch zwolniony ze wznieśmieniem według
gałęzi III, po którym otrzymamy znowu przejście do
ruchu przyspieszonego według gałęzi II lub też bezpo-
średnio do ruchu jednostajnego.



Rys. 97.

Rozróżniliśmy w dotychczasowych rozważaniach 2 zasadnicze grupy przepływów: rzeczny i potokowy, którym w analitycznych rozważaniach odpowiadały nierówności

$$L \leq \varepsilon g :$$

W rzeczywistości oczywiście niema ścisłej granicy między potokiem a rzeką, gdyż wchodząca w powyższem wyrażeniu empiryczna wielkość ε nie posiada określonej wartości, lecz zmienia się w zależności od bardzo wielu okoliczności. Tak więc materiał ścian, ich budowa, przekrój łożyska i t.d. uniemożliwiają ustalenie tego współczynnika.

Jako zastosowanie dotychczasowych rozważań, rozpatrzmy t.zw. "odległość spiętrzenia". Niech tedy tama umieszczona w jakimś miejscu przepływu rzeki lub kanału w przybliżeniu prostokątnego o stałej szerokości b , niewielkiej, w porównaniu z b , - głębokości h i stałej pochyłości dna i , wywołuje wzniesienie się powierzchni cieczy /rys. 94/. Chodzi o wyznaczenie odległości L , dobranej tak, aby różnica $(y_1 - h)$ była mniejsza od setnej części $(y_0 - h)$, t.j. aby wzrost głębokości, spowodowany przez przegrodę, zmniejszył się do 1% /jak wiemy, całkowity zanik nastąpi, teoretycznie wzięwszy, dopiero w nieskończoności/. W tym celu zwrócimy się do ogólnego równania powierzchni wody:

$$i_1 s = y + \frac{h - \frac{c^2}{3}}{3} f(y) + K$$

gdzie przez $f(y)$ oznaczyliśmy funkcję Bresse'a:

$$\ln \sqrt{\frac{(y-h)^3}{y^3 - h^3}} - \sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{2y+h}{h\sqrt{3}};$$

Stosując nasze równanie to przekrojów S_0 i s_1 i odejmując otrzymane rezultaty, znajdziemy, iż

$$i_1 (s_0 - s_1) = y_0 - y_1 + \frac{h - \frac{c^2}{3}}{3} [f(y_0) - f(y_1)];$$

Jeżeli ma być

$$y_1 - h \leq \frac{y_0 - h}{100};$$

to

$$y_1 \leq \frac{y_0 + 99h}{100}; \quad s_0 - s_1 \geq L;$$

czyli

$$i_1 L \leq \frac{99}{100} (y_0 - h) + \frac{h - \frac{c^2}{3}}{3} [f(y_0) - f(y_1)].$$

Obliczmy odległości podparcia w szerokiej rzece o głębokości $h = 2 \text{ m}$. Niech prędkość przy ruchu jednostajnym wynosi $c = 2 \text{ m/sek}$, zaś pochyłość dna $i_1 = 0,008$. Przypuśćmy dalej, iż przez podparcie tamą podnieśliśmy poziom rzeki o 1 metr; tak iż $y_0 = 3 \text{ m}$.

Wówczas

$$y_1 = h + \frac{y_0 - h}{100} = 2,01 \text{ m}.$$

zaś

$$f(y_0) = \ln \sqrt{\frac{(y_0 - h)^3}{y_0^3 - h^3}} - \sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{2y_0 + h}{h\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{1}{2} \ln \frac{1}{19} - \sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{6+2}{2\sqrt{3}} = -3,47;$$

oraz

$$f(y_1) = \frac{1}{2} \ln \frac{0,01^2}{2,01^2 + 2 \cdot 0,1 \cdot 2 + 4} - \sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{4,02+2}{2\sqrt{3}} = -7,66;$$

Wobec tego, podstawiając, znajdziemy, iż

$$0,008 L = 0,99(3-2) + \frac{2 - \frac{1}{3,81}}{3} [7,66 - 3,47];$$

skąd odległość podparcia

$$L = 3990;$$

Otrzymana w ten sposób odległość ma znaczenie raczej orientacyjne, niż praktyczne. Trudno bowiem przypuścić, żeby na tak znacznej długości przepływ nie ulegał różnym zmianom. Chcąc tedy znaleźć kształt powierzchni swobodnej wody, obliczamy na zasadzie pomiarów w jakimś punkcie wartość $\frac{dy}{ds}$ ze wzoru ogólnego, prowadzimy przez ten punkt styczną, długą na 100 mtr.; w otrzymanym punkcie prowadzimy nową styczną, również o długości 100 mtr. i t.d.

Otrzymana w ten sposób łamana odtwarza już ze znacznie większą dokładnością kształt powierzchni wody.

W wypadku bardziej zmiennego przepływu nie używamy wogóle równania ogólnego, lecz stosujemy bezpośrednio twierdzenie Bernouille'go, wykonując odpowiednie pomiary w rozważanych 2-ech przekrojach rzeki lub kanału /rys. 98/

Mianowicie znajdujemy wysokość h , szybkości v_0 v_1 , przekroje F_0 i F_1 oraz obwody zwilżone l_0 l_1 . Oznaczając wysokość straconą przez h_s , możemy wówczas napisać, że:

$$v_0^2/2g + h + p_a/\gamma = v_1^2/2g + h_s + p_a/\gamma$$

Wysokość straconą h_s , odpowiadającą długości L , możemy określić w przybliżeniu, biorąc zamiast prędkości panujących w poszczególnych przekrojach prędkość średnią V_s , odpowiadającą średniemu przekrojowi

$$F_s = \frac{F_0 + F_1}{2};$$

oraz średniemu promieniowi hydraulicznemu

$$R_s = \frac{R_0 + R_1}{2};$$

tak iż otrzymamy

$$h_s = L \varepsilon \frac{v_s^2}{R_s};$$

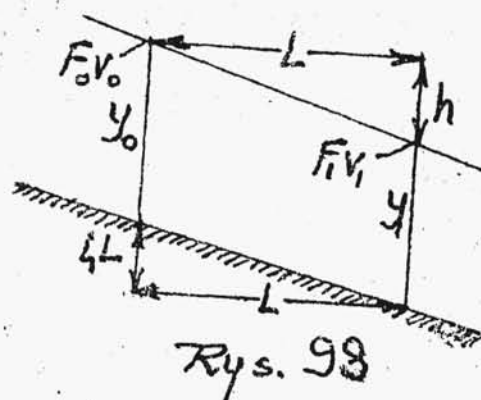
Ponieważ wydatek

$$Q = v_0 F_0 = v_1 F_1 = v_s F_s;$$

więc równanie Bernouille'go można przepisać w następującej postaci:

$$\text{t.j.} \quad \frac{Q^2}{F_0^2 \cdot 2g} + h = \frac{Q^2}{F_1^2 \cdot 2g} + \frac{\varepsilon Q^2 L}{F_s^2 R_s};$$

$$Q = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2} + \frac{\varepsilon L}{F_s^2 R_s}}};$$



Czasami jednak chodzi prócz obliczenia wydatku jeszcze o znalezienie odległości podparcia. Zauważmy tedy, że w myśl rys. 98 jest

$$y_0 + L_1 L = y_1 + h;$$

skąd

$$h = y_0 - y_1 + L_1 L;$$

tak iż równanie Bernoulli'ego przybierze cokolwiek inny kształt:

$$\frac{Q^2}{F_0^2 \cdot 2g} + (y_0 - y_1 + L_1 L) = \frac{Q^2}{F_1^2 \cdot 2g} + \frac{\varepsilon Q^2 L}{F_s^2 R_s};$$

skąd odległość podparcia

$$L = \frac{y_1 - y_0 + \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2} \right)}{L_1 - \frac{\varepsilon Q^2}{F_s^2 R_s}};$$

Wzór otrzymany pozwoli nam wyznaczyć przy pomocy szeregu pomiarów przekrojów dostatecznie ściśle dla celów praktycznych krzywą podparcia dla dowolnej rzeki lub kanału. Przy obliczeniach praktycznych odcinki L należy brać tem mniejsze, im więcej zmienny jest przepływ.

Rozpatrzmy jeszcze jedno zagadnienie praktyczne, będące w związku z teorią ruchu trwałego jednostajnego wody w rzekach lub kanałach. Mianowicie, zastanówmy

się na tem, jak się zmienia głębokość przy zmianie szerokości /takie zagadnienie następuje się np. wtedy, gdy wbijamy pnie w rzekę/. W miejscu zmiany przekroju musi istnieć ciągłe przejście, jeśli ruch ma zachodzić bez przerw. W naszych rozważaniach pominiemy jednak istnienie tego przejścia uważając, iż w rozpatrywanym przekroju mamy skok szybkości i ciśnień. Poza tem założymy, że kanał ma kształt prostokątny. Rozpatrzmy dwa przekroje przed i po hipotetycznym miejscu nieciągłości i założymy, że parametry $v, R,$ i wymiary $b, h,$ - w pierwszym z nich, przybierają w drugim wartości v_2, R_2, b_2, h_2 . Stałość wydatku wymaga wówczas, aby

$$v_1^2 / v_2^2 = (b_2 h_2)^2 / (b_1 h_1)^2 ; \quad /1/$$

Ponieważ ruch trwały jest według naszego założenia jednostajny, więc pochyłość dna

$$i = \varepsilon v_1^2 / R_1 = \varepsilon v_2^2 / R_2 ; \quad /2/$$

A że

$$R_1 = \frac{F_1}{l_1} = \frac{b_1 h_1}{b_1 + 2 h_1} ;$$

zas

$$R_2 = \frac{F_2}{l_2} = \frac{b_2 h_2}{b_2 + 2 h_2} \quad /3/$$

więc ostatecznie równanie /2/ przybierze po podstawieniu postać następującą

$$\frac{(b_2 h_2)^2 (b_1 + 2h_1)}{b_1 h_1} = \frac{(b_1 h_1)^2 (b_2 + 2h_2)}{b_2 h_2}$$

lub

$$\frac{b_1 + 2h_1}{b_1^3 h_1^3} = \frac{b_2 + 2h_2}{b_2^3 h_2^3};$$

Zwykle znamy wszystkie wartości, odnoszące się do pierwszego przekroju oraz szerokość rzeki w przekroju drugim, pragniemy zaś znaleźć odpowiadającą jej głębokość h_2 . Ponieważ otrzymaliśmy równanie 3-go stopnia względem h_2 , więc je rozwiązujemy sposobem przybliżonym, zastępując wyraz $2h_2$ przez $2h_1$. Następnie podstawiamy otrzymaną wartość w wyrazie $2h_2$ i ponownie rozwiązujemy równanie, otrzymując w ten sposób bardziej przybliżoną wartość na h_2 i t.d. Można też rozwiązać to równanie za pomocą formuły Cardana, gdyż wyraz z kwadratem niewiadomej w nim nie występuje, mianowicie

$$h_2^3 - \frac{2}{b_1 + 2h_1} \left(\frac{b_1 h_1}{b_2} \right)^3 h_2 - \frac{(b_1 h_1)^3}{b_2^2 (b_1 + 2h_1)} = 0$$

Tak np. w przypadku

$$b_1 = 30 \text{ m. } h_1 = 3 \text{ m. } ; b_2 = 26 \text{ m.}$$

Znajdziemy przybliżonym sposobem:

$$\frac{36}{30^3} = \frac{26 + 6}{26^3 h_2^3};$$

skąd

$$h'_2 = \frac{90}{26} \sqrt[3]{\frac{32}{36}} = 3,34;$$

Analogicznie

$$h''_2 = \frac{90}{26} \sqrt[3]{\frac{32,58}{36}} = 3,35; \quad h'''_2 = \frac{90}{26} \sqrt[3]{\frac{32,70}{36}} = 3,35;$$

§ 94. DZIAŁANIE SWOBODNYCH STRUMIENI CIECZY DOSKONAŁEJ.

1. Reakcja strumienia. Jeżeli w bocznej ścianie naczynia wypełnionego cieczą /rys. 99/ wykonamy otwór lub damy otwartą przystawkę, to podczas wypływu naczynie takie podlegać będzie reakcji P ze strony cieczy. Reakcję tę łatwo wyliczyć na podstawie zasady ilości ruchu. Oznaczając mianowicie wydatek objętościowy cieczy przez Q , zaś przekrój promienia przez F , możemy napisać, iż

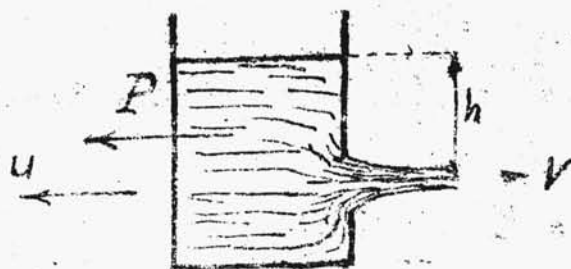
$$P = \frac{Q \gamma v}{g}$$

Wstawiając wartość wydatku w zależności od wielkości i przekroju

$$Q = Fv$$

otrzymamy

$$P = \frac{v^2 \gamma F}{g}$$



RYŚ. 99.