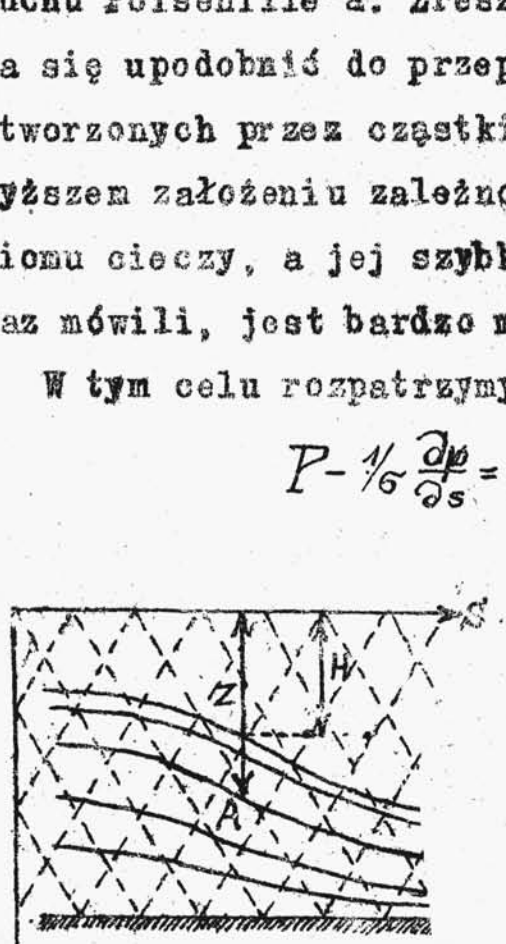
§36. RUCH WÓD GRUNTOWYCH /rys.107/.

Zastanowimy się z kolei nad przepływem cieczy w ziemi, gdy mamy do czynienia z t.zw. "wodami gruntowemi". Wskutek napotykanych oporów szybkości cząstek cieczy są tu bardzo małe. Otóż, jak stwierdza doświadczenie, straty powstałe przy tym są proporcjonalne do pierwszych potęg szybkości, mamy więc daleko idącą analogję do rozpatrywanego w przewodach ruchu Poiseuille'a. Zresztą przepływ wody przez grunt da się upodobnić do przepływu przez układ kanałów, utworzonych przez cząstki ziemi. Wyprowadzimy przy powyższem założeniu zależność między obniżeniem się poziomu cieczy, a jej szybkością, która, jakeśmy to już raz mówili, jest bardzo mała.

W tym celu rozpatrzymy równanie ogólne ruchu strugi

$$P - \frac{1}{\sigma}\frac{\partial p}{\partial s} = \frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial s}; \qquad /1/$$



Rys. 107.

Załóżmy, iż ruch wód gruntowych należy do kategorji ruchów trwałych, t.j. $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$. Otóż siła objętościowa jednostkowa wyrazi się, jak i poprzednio, jako

$$P = \varrho \frac{dz}{ds} - P_s;$$

gdzie przez i_s oznaczymy opór jednostkowy. Ale wysokość jednostkowa stracona i_s ma być proporcjonalna do pierwszej potęgi szybkości. Wobec tego opór na długości ds przy przekroju F elementu wyniesie $Kv\gamma ds F$, co na jednostkę masy da siłę

$$P_s = \frac{Kv\gamma ds F}{F ds \sigma} = Kvg$$

gdzie K oznacza spółczynnik proporcjonalności. Wobec tego równanie /1/ da się przekształcić:

$$g\frac{dz}{ds} - Kvg - \frac{1}{\sigma}\frac{dp}{ds} = v\frac{dv}{ds};$$

Ponieważ szybkości przepływu są bardzo małe, jak również i ich zmiany, więc bez wielkiego błędu możemy założyć $v\frac{dv}{ds} = 0$, tak iż

$$g\frac{dz}{ds} - Kvg - \frac{1}{\sigma}\frac{dp}{ds} \simeq 0;$$

Ponieważ ze względu na małą prędkość v i możność zaniedbywania v^2, możemy przyjąć, iż na głębokości z pod poziomem gruntu, zaś H poziomu wód gruntowych /rys.107/ panuje ciśnienie hydrostatyczne

$$p = p_a + (z - H)\gamma;$$

więc

$$\frac{dp}{ds} = \left(\frac{dz}{ds} - \frac{dH}{ds}\right)\gamma;$$

zaś

$$g\frac{dz}{ds} - Kvg - \frac{1}{\sigma}\left(\frac{dz}{ds} - \frac{dH}{ds}\right)\gamma = 0;$$

skąd

$$g\frac{dz}{ds} - Kvg - g\left(\frac{dz}{ds} - \frac{dH}{ds}\right) = 0;$$

czyli ostatecznie

$$\frac{dH}{ds} = Kv; \qquad /2/$$

lub

$$v = K\frac{dH}{ds}; \qquad /3/$$

Spółczynnik K we wzorze /3/ można określić empirycznie. Zależy on od bardzo wielu okoliczności, jak np. od sposobu rozdzielania się strug elementarnych wody przy cząstkach gruntu. Średnio znaleziono dla ziarn ziemi o średnicy $d=1_{mm}$ wartość $K \cong 1/600$, która się następnie zmienia proporcjonalnie do kwadratu średnicy, jakeśmy to mieli i w teorji Poiseuille'a. Chcąc wyliczyć wydatek wody w tych warunkach, nie możemy poprzestać na wyznaczeniu przekroju gruntu F gdyż tylko część jego μF jest wypełniona wodą tak, iż wydatek

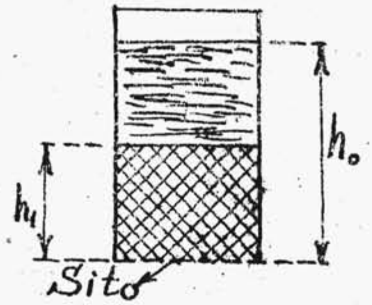
$$Q = \mu F v = \mu k F \frac{dH}{ds};$$

Iloczyn μk daje się najprościej wyliczyć zapomocą sztucznych filtrów /rys.108/. Są to naczynia cylindryczne, zaopatrzone na końcu w sito i wypełnione do jakiejś wysokości h_1 badanym gruntem. Nalewamy wówczas wody, póki poziom jej nie zajmie wysokości h_0, i wyznaczamy wówczas wydatek cieczy. Otóż w danym razie

$$\frac{dH}{ds} = h_0/h_1$$

tak iż ze wzoru /4/ szukany iloczyn

$$k = \frac{Q h_1}{F h_0}$$



Rys. 108.

Powyższe dane teoretyczno-empiryczne zastosujemy do obliczania wydatków studzien i to w dwuch założeniach:

1/ studnia jest ocembrowana - otwarta od dołu w gruncie wodonośnym;

2/ studnia opiera się na nieprzepuszczalnym gruncie.

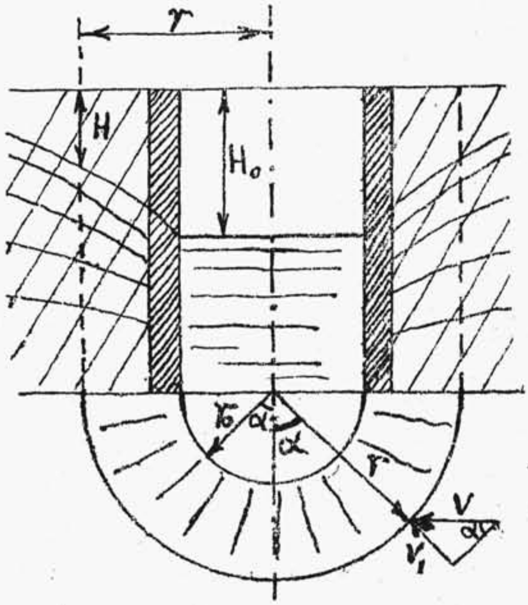
Rozpatrzmy tedy przedewszystkiem studnię ocembrowaną /rys.109/.

Ponieważ woda przenika do studni, więc w chwili czerpania poziom jej dookoła ocembrowiny się obniży. Obierając oś H do góry, musimy przepisać wzór /[illegible]/ ze zmienionym znakiem, czyli

$$V = -k \frac{dH}{dr} ;$$

gdyż maleje ze wzrostem r.

Możemy sobie wyobrazić, że wpływanie wody odbywa się w sposób dookolnie symetryczny, t.j. strugi elementarne są skierowane wzdłuż promieni r półkuli opisanej na dnie studni. Jest rzeczą oczywistą, że przy powyższem



Rys. 109.

założeniu wydatek cieczy jest taki sam przez wszystkie półkule spółśrodkowo z powyższą.

Obliczmy tedy wydatek wody przez półkulę o promieniu r.

Ponieważ szybkość w kierunku poziomym

$$v = -k \frac{dH}{dr}$$

więc jej składowa w kierunku promienia r, poprowadzonego pod kątem α do osi studni wyniesie

$$V_1 = -k \frac{dH}{dr} \sin\alpha ;$$

skąd wydatek elementarny wzdłuż odpowiedniego pasa kulistego wyrazi się, jako

$$dQ = -2\pi r \sin\alpha \, r \, d\alpha \cdot \mu k \frac{dH}{dr} \sin\alpha = -2\pi k r^2 \mu \frac{dH}{dr} \sin^2\alpha \, d\alpha ;$$

czyli cały wydatek

$$Q = \int_0^{\pi/2} dQ = -2\pi k \mu r^2 \frac{dH}{dr} \int_0^{\pi/2} \sin^2\alpha \, d\alpha = -\frac{\pi^2}{2} k \mu r^2 \frac{dH}{dr} ;$$

Całkując to ostatnie równanie znajdziemy, iż

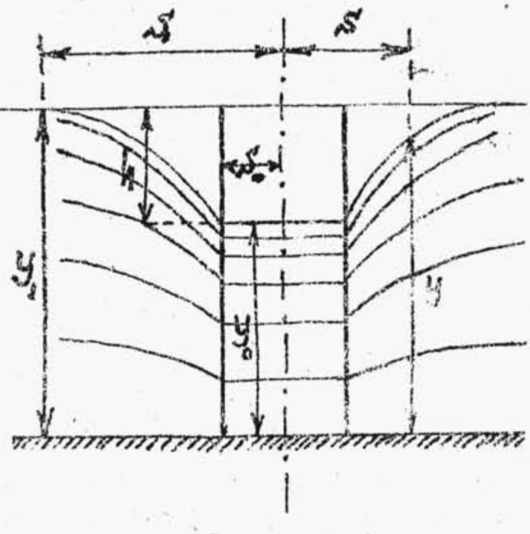
$$Q/r = \pi^2/2\, k\mu H + C ;$$

gdzie możemy założyć $C = 0$, jeżeli mierzyć będziemy H od poziomu wód gruntowych w spoczynku, bo nieskończenie daleko od studni, t.j. dla $r = \infty$ jest:

$$H = 0 ;$$

Ponieważ wyprowadzony wzór tyczy się również półkuli o promieniu r_0, więc dla tej wartości promienia znajdziemy

$$Q = \frac{\pi^2 k\mu}{2}\, r_0 H_0 ;$$



Rys. 110.

Na zasadzie powyższego wzoru możemy w przybliżeniu wyliczać wydatek cembrowanej studni, zmierzywszy jej promień r_0 i obniżenie H_0 wody w studni.

Rozpatrzmy z kolei studnię artezyjską, sięgającą nieprzepuszczalnego gruntu /rys. 110/. Ponieważ studnia taka nie mogłaby zaczerpnąć wody od dołu, jak poprzednia, więc kadłub jej jest dziurkowany, przyczem siatka ochronna mosiężna lub miedziana nie pozwala na przenikanie piasku do studni. Otóż w myśl wzoru /3/ średnia szybkość

$$v = k\frac{dy}{dr};$$

Ponieważ wydatki wody przez dowolne cylindry o osi, zlewającej się z osią studni, są równe, więc dla cylindra o wymiarach y, r, będzie wydatek

$$Q = \mu \cdot 2\pi r y v = \mu \cdot 2\pi k r y \frac{dy}{dr};$$

skąd po całkowaniu

$$Q \ln r/r_0 = \pi k \mu (y^2 - y_0^2);$$

Ze wzoru powyższego wynika, że powierzchnia wody przecina się pod kątem z poziomem gruntu, gdyż $y = y_1$ dla wartości $r = r_1$ określonej równaniem

$$Q \ln r_1/r_0 = \pi k \mu (y_1^2 - y_0^2)$$

Wprowadzając pomierową wielkość $h = y_1 - y_0$ łatwo wyliczymy stąd wydatek

$$Q = \pi k \mu h (2y_1 - h) \ln r_0/r_1$$

mając głębokość y_1 nieprzepuszczalnego gruntu w miejscu pojawienia się wody, oraz odległości r_0 i r_1.

Rachunek wzbudza tu znacznie mniej zaufania niż poprzednio, gdyż jest rzeczą niemożliwą, aby powierzchnia ruchoma wody tworzyła kąt z poziomem wód gruntowych w spoczynku. Niedokładność ta objaśnia się szeregiem upraszczających założeń, któreśmy uczynili, a z których może najbardziej rażącem było upodobnienie wszystkich strug elementarnych wody do strugi powierzchniowej. W każdym razie otrzymany wynik daje zgruba rezultaty zgodne z doświadczeniem.

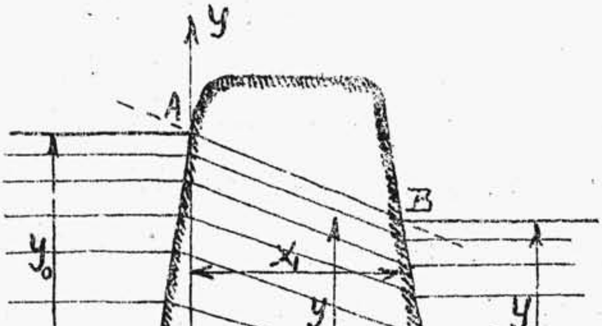
PRZEPŁYW WODY PRZEZ GROBLE.

Jako zakończenie powyższego działu, rozpatrzymy przepływ wody przez groblę /rys.111/.

Groblą nazywamy wał utworzony z gruntu dookoła jakiegoś zbiornika wody. Przenikając przez groblę, woda obniża swój poziom. Stosując tedy odpowiednią szerokość grobli, możemy dowolnie obniżyć poziom wód gruntowych.

Obierając układ współrzędnych, jak na rys.111 znajdujemy szybkość przepływu, jak poprzednio

$$V = -k\frac{dy}{dx};$$



Rys. 111.

Stąd wydatek Q_1 na jednostkę długości grobli do poziomu y wyniesie

$$Q_1 = \xi\mu y V = -\xi\mu k y \frac{dy}{dx};$$

skąd po scałkowaniu

$$Q_1 x = +\xi\mu k \frac{y_0^2 - y_1^2}{2};$$

Widać stąd, że cylindryczna powierzchnia wody, przenikającej groblę, ma podstawę paraboliczną, przecinając się i tu pod kątem z poziomami wody. Tak, naprzykład, w punkcie B spółrzędne x_1 y_1 czynią zadość równaniu

$$Q_1 x_1 = \mu k \frac{y_0^2 - y_1^2}{2};$$

skąd można dobrać odpowiednio grubość x_1 grobli, uzyskać określony spadek $(y_0 - y_1)$

Te same wątpliwości, któreśmy poruszyli przy rozpatrywaniu studni, narzucają się i tutaj. Jako jedno z najbardziej nieścisłych założeń wypada podkreślić tę okoliczność, że szybkość przepływu nie zależy od pochyłości grobli pod poziomem cieczy ze strony A rys.111. Jest to równoważne istnieniu prędkości przepływu wewnątrz pochyłej części grobli ze strony A bez istnienia spadku.

Rachunek niniejszego paragrafu może być stosowany w wypadku, kiedy chodzi o obniżenie poziomu wód gruntowych na określonym znacznym obszarze. Kopiemy wtedy kanały, nadając im odpowiedni do wydatku przekrój i spadek. Kanały te rozmieszczamy tak blisko, aby parabole AB dwóch kanałów sąsiednich przecinały się na żądanej wysokości.