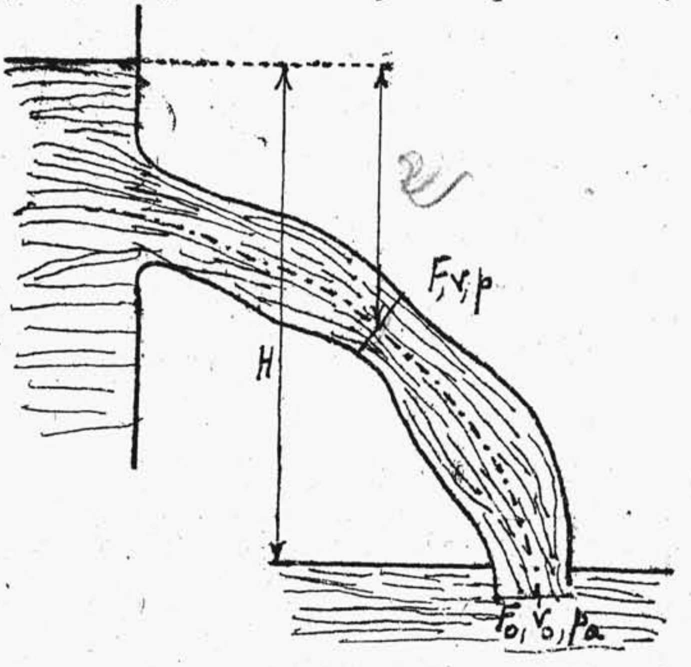
łość przepływu, moglibyśmy stosować zatopione przystawki tego typu. Ale i wówczas doświadczenie wskazuje, że przepływająca struga nie zawsze lej wypełnia.

Przewód o zmiennym kształcie.

Rozpatrzymy teraz najogólniejszy przypadek przepływu trwałego cieczy przez przewód o zmiennym kształcie bez uwzględnienia oporów szkodliwych. Zaniedbując straty, powstałe przez tarcie i szybkość dopływu, znajdziemy u wylotu przewodu /dla przekroju $\mathcal{F}_o$/ /rys.61/ szybkość $V_o^2 = 2gh$. Ponieważ mamy tu do czynienia z wypadkiem analogicznym do rozpatrzonego w § 25, opierając się na własnościach przystawek wywnioskować możemy, iż wydatek zależeć będzie tylko od przekroju końcowego $\mathcal{F}_o$, oraz od prędkości V_o, czyli $Q = \mathcal{F}_o V_o$. Oprócz tego na podstawie ciągłości cieczy



Rys. 61.

mamy $Q=\mathcal{F}v$. Należy pamiętać, że jednakowoż zmienność przekroju $\mathcal{F}$ musi mieć swe granice, aby nie sprowadzić przerwania się strugi. Że takie przerwanie nastąpi stwierdzają nietylko doświadczenia, lecz i teorja. Pomijając bowiem straty, możemy zastosować równanie Bernoulli do powierzchni przed otworem i do przekroju $\mathcal{F}$. Mianowicie

$$p_a/\gamma + Z = p/\gamma + v^2/2g \ ;$$

skąd

$$p/\gamma = p_a/\gamma + Z - v^2/2g$$

Wzór ostatni wskazuje jasno, że ciśnienie maleje ze wzrostem szybkości, t.j. w miarę zmniejszania się przekroju $\mathcal{F}$. Można stąd obliczyć wartość dopuszczalnego minimum przekroju $\mathcal{F}$ w założeniu, że ciśnienie p sprowadza się w nim do zera. Gdy tedy $p=0$, to wzór poprzedni przybierze postać następującą:

$$p_a/\gamma + Z - v_{max}^2/2g = 0$$

skąd

$$v_{max}^2 = 2g\left(p_a/\gamma + Z\right) \ ;$$

Ale

$$v_{max} = v_o \mathcal{F}_o / \mathcal{F}_{min}$$

kładąc zaś ponadto $p_a/\gamma = h_a$ i uwzględniając, że

$$v_o^2 = 2gH$$

otrzymamy:

---

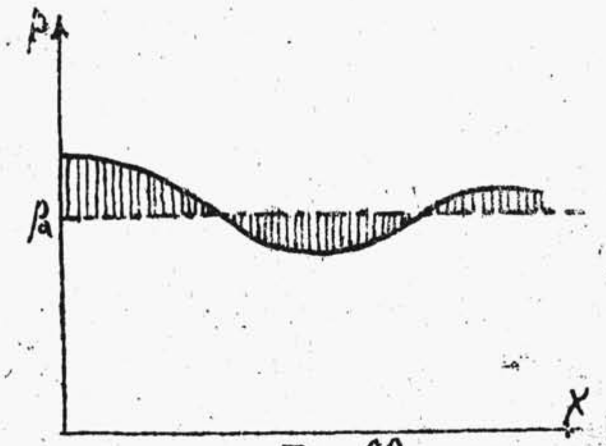
czyli
$$2g\frac{HF_o^2}{F_{min}^2} = 2g(h_a+Z) ;$$

$$F_{min} = F_o\sqrt{H/h_a+Z} ;$$

Gdybyśmy tedy tylko zmniejszyli przekrój przewodu poniżej wartości F_m, to wartość wydatku spadnie i ciągłość strugi ustaje. Nazewnątrz to się ujawnia w postaci drgań przewodu, które wywołują charakterystyczne efekty głosowe. Obliczmy jeszcze maksymalną wartość dopuszczalną prędkości V_{max}, odpowiadającą najmniejszemu przekrojowi. Otóż

$$V_{max} = V_o F_o/F_{min} = V_o\sqrt{\frac{h_a+Z}{H}} = \sqrt{2g(h_a+Z)}$$

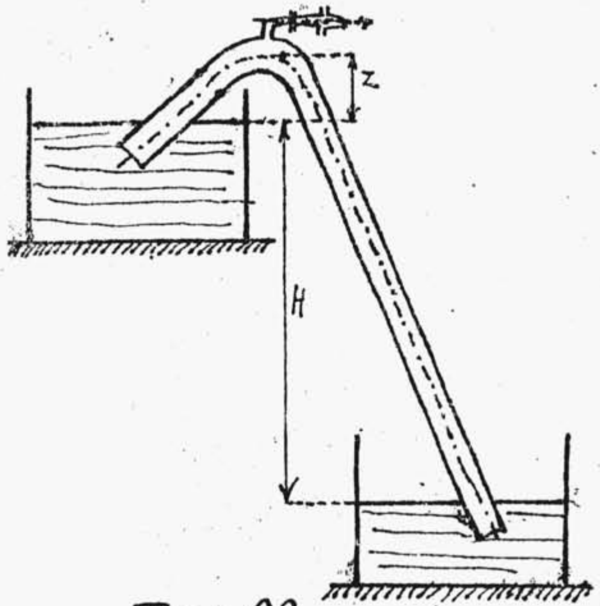
Po przekroczeniu granicy F_{min} nastąpi częściowe opróżnienie dalszej części przewodu. W miarę dalszego zmniejszenia F_{min} wydatek będzie się stale zmniejszał. Widzimy stąd, że kształt przewodu, ujawniający się w wartości Z, gra tu zasadniczą rolę. Tak więc, wznosząc przewód do góry, mamy mniejsze Z, a więc i mniejsze ciśnienie w rozpatrywanym przekroju. W przewodach należy według możności starannie unikać zmniejszrnia ciśnienia poniżej atmosferycznego, bo wówczas grozi niebezpieczeństwo przenikania powietrza do wnętrza przewodu przez nieszczelne połączenia, skutkiem czego może być zwiększenie ciśnienia, ale za to zmniejszenie szybkości i wydatku. Chcąc sobie zdawać lepiej sprawę z wartości ciśnień w różnych przekrojach przewodu, wyznaczamy zwykle dla każdego przewodu t.zw. linję spadku ciśnień, t.j. miejsce geometryczne końców wartości ciśnień, wykreślonych w pewnej skali, względem osi przewodu lub jej rzutu na poziom. Jeśli na wykresie takim /rys.62/ poprowadzimy prostą $p_a = const.$ znajdziemy bezpośrednio obszary nadciśnień i podciśnień w przewodzie. Zauważmy ponadto, że w przypadku mniej więcej równomiernego



Rys. 62.

wzniesienia przewodu w kierunku ruchu cieczy, powietrze zostaje porwane przez cząstki płynącej cieczy. Gdy natomiast przewód ma naprzemian spadki i wzniesienia, powietrze gromadzi się we wzniesieniach poszczególnych kolan, zmniejszając w nich przekrój strugi cieczy, która płynie w tych miejscach tylko częścią przekroju. Chcąc tego uniknąć, stosujemy odpowietrzanie zapomocą kurków, albo wyciąganie powietrza zapomocą pompek lub wodnych smoczków. Jako ilustrację tego rozpatrzymy syfon /lewar/. Jest to przewód, łączący dwa naczynia, przez który ciecz przepływa z naczynia, gdzie jej poziom jest wyższy do naczynia o niższym poziomie. O ile różnica poziomów H w naczyniach nie jest za duża, albo gdy ujemna wartość

Z skrajnego punktu lewara nie jest zbyt wielka, wówczas na zasadzie ogólnego wzoru dla ciśnień w przewodach, stwierdzimy istnienie w lewarze we wszystkich przekrojach wartości dodatniej ciśnienia $p > 0$. Dzięki tej okoliczności woda przepływa w lewarze w sposób ciągły, chyba że dzięki przekroczeniu granicznych wartości Z i H nastąpi przerwa ciągłości, której sprzyja powietrze, wydzielające się w kolanie. W czasie normalnej pracy lewara powietrze to należy usuwać co pewien czas lub też w sposób ciągły.



Rys. 63.

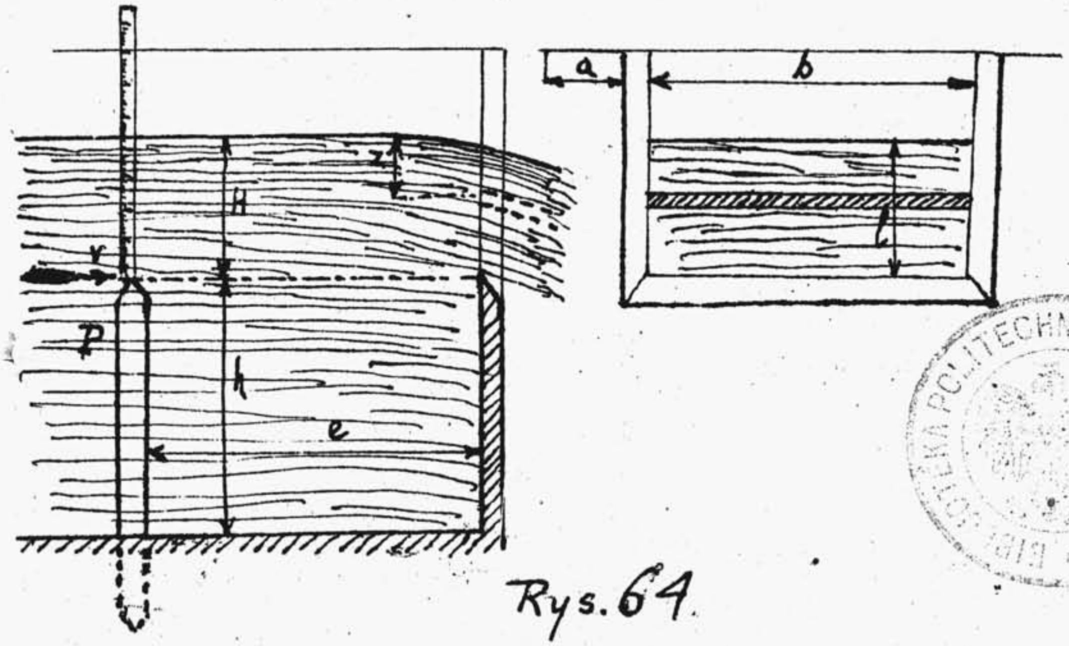
§25. PRZEWAŁY.

Przewałem nazywamy ściankę z otworem najczęściej prostokątnym, kończącym się na poziomie cieczy, a służącą do pomiaru większ[illegible] wydatków, np. wydatku cieczy w rzece, gdzie mamy umieścić turbiny lub koła wodne. Oznaczając wymiary przewału jak na rys.64 możemy określić w przybliżeniu odrazu wydatek cieczy, posługując się wzorem wyprowadzonym w § 24 wypływu cieczy przez prostokątny otwór w pionowej ścianie naczynia, bez uwzględnienia prędkości dopływu, dla którego $h=0$.

A więc

$$Q=\tfrac{2}{3}\alpha\beta\sqrt{2g}\,bH^{3/2} \quad (1)$$

Nie znamy jednak szybkości dopływu V, wprowadzamy tedy zamiast niej wysokość h_d, określoną wzorem $h_d=\frac{v^2}{2g}$



Rys. 64

Jakeśmy to wyprowadzili dla zwykłych otworów wypustowych, wydatek elementarny cieczy

$$dQ=\alpha\beta b\,dz\sqrt{2g(z+h_d)}$$

skąd całkowity wydatek

$$Q=\int_{z=0}^{z=H}dQ=\tfrac{2}{3}\alpha\beta b\sqrt{2g}\left[(H+h_d)^{3/2}-h_d^{3/2}\right] \quad (2)$$

Otrzymaliśmy w ten sposób dwa wzory na wartość Q.

W praktyce postępujemy zwykle tak, że znalezioną na zagadzie pomiarów wartość Q ze wzoru /1/ dzielimy przez przekrój kanału, wyliczając stąd szybkość przepływu V, a więc i wysokość $h_d = \frac{V^2}{2g}$. Podstawiając zaś wartość h_d do równania /2/, określimy z większą dokładnością wartość Q. Postępowanie to można powtórzyć szereg razy, otrzymując w ten sposób coraz to bardziej zbliżone do rzeczywistości wyniki. Jak pomiary wykazały, wartość iloczynu $\alpha\beta$ waha się dla warunków zwykłych w granicach $(0,6-0,62)$, rosnąc jednak przy mniejszem H i malejąc przy większem. Zjawisko to wskazuje na fakt, że wzrost wysokości H powiększa dławienie bocznych ścianek otworu, podczas gdy dławienie podstawy jest w tych samych warunkach dla wszystkich otworów to samo. Istnieje cały szereg wzorów empirycznych, których autorowie starają się uwzględnić powyższą okoliczność. Przytoczymy tu wzór Francis'a, w myśl którego

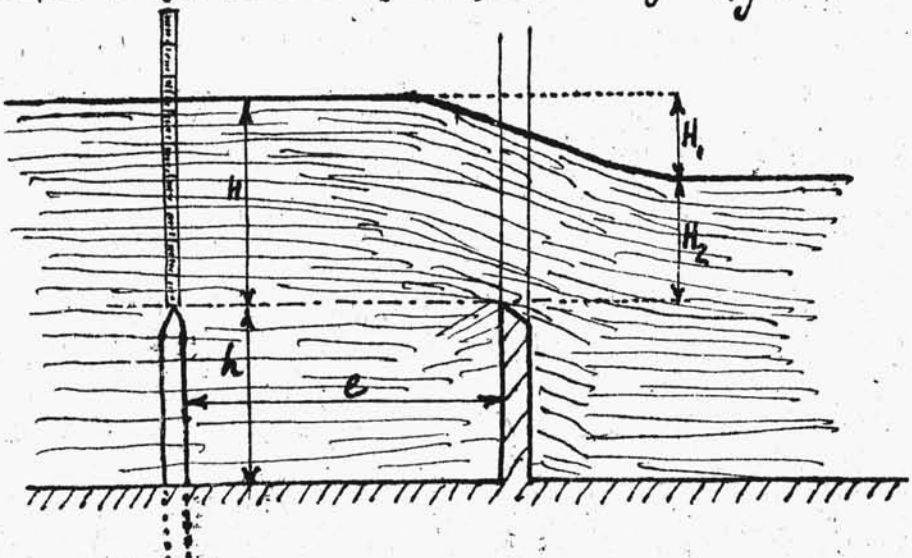
$$Q = 0,622 \cdot \frac{2}{3}\sqrt{2g}\left(l - \frac{\lambda H}{10}\right)\left[(H+h_d)^{\frac{3}{2}} - h_d^{\frac{3}{2}}\right]$$

gdzie przez l oznaczyliśmy długość otworu, zaś λ oznacza empiryczny współczynnik, który przy dławieniu obustronnem wynosi $\lambda = 2$, przy jednostronnem $\lambda = 1$, gdy zaś dławienia z boków niema, wówczas $\lambda = 0$. Szereg doświadczeń okazał, że błąd, który popełniamy, stosując wzór Francis'a, nie przenosi /1 - 2 % /, jest więc bardzo mały. Cipoletti proponował urządzenie otworu trapezowego zamiast prostokąta, uważając, że można tak dobrać wymiary tej figury, aby wzrost dławienia został skompensowany przez powięk szanie szerokości trapezu w kierunku wysokości. Podał on również wskazówkę, aby trapez ten, zwrócony większą podstawą ku górze, budować równoramiennie, dając mu skos $1/4$

Prócz powyższego przewału mamy czasem do czynienia z przewałem częściowo zatopionym /rys.65/, szczególniej kiedy wysokość h jest nieznaczna, a wydatek Q duży. Możemy wówczas uważać, że mamy do czynienia z dwoma wypływami różnymi, z których jeden odbywa się przez otwór zatopiony, drugi zaś stanowi przepływ, jak w przewale. Jeśli tedy otwór jest tu prostokątny o wymiarach, jak na rys.69, to całkowity wydatek będzie się składał z dwuch wydatków, odpowiadających powyższym dwum wypływom, t.j. podług oznaczenia rys.70,

$$Q = \frac{2}{3}\alpha\beta b\sqrt{2g}\left[\left(H_1+h_d\right)^{3/2}-h_d^{3/2}\right]+\alpha_1\beta_1 b H_2\sqrt{2g\left(H_1+h_d\right)}$$

Wchodzące w tym wzorze spółczynniki $\alpha\beta\ \alpha_1\beta_1$ są naogół



Rys. 65

niepewne, gdyż cały szereg okoliczności zmienia ich wartość, tak, iż stosowanie przewału zatopionego do pomiaru wydatków nie jest wskazane.

Dotychczasowe rozważania dotyczą przewałów, przy których pozioma krawędź dolna otworu, t.zw. grzbiet przewału ma brzeg ostry. O ile grzbiet ten jest zaokrąglony, to wartości α β będą się znacznie różniły od podanych. Ponieważ niema ścisłych danych co do α β w tym wypadku, przeto stosowanie przewałów o brzegach otworu zaokrąglonych należy unikać.

Przy pomiarach zapomocą przewału ustalono szereg praktycznych wskazówek, które tu w krótkości podajemy. A więc:

1. Grzbiet przewału powinien być poziomy, gdyż w przeciwnym razie będziemy mieli ze zmiennem H do czynienia, przeto stosowane wzory dadzą wyniki nieścisłe. Oprócz tego należy szerokość przewału b wybierać dostatecznie dużą, conajmniej $b=3H$

2. Ściana przewału musi być dokładnie pionowa. W przeciwnym razie należy wzory odpowiednio zmienić, obliczając wypływ przez otwór w ścianie pochyłej.

3. Grzbiet przewału powinien być dostatecznie wysoko po nad dnem kanału, gdyż inaczej spółczynnik dławienia będzie się różnił od powyżej podanego. Innemi słowy, przy zachowaniu poprzednich warunków, przekrój otworu wypływowego musi być mały w porównaniu z przekrojem ka-

nału J, mianowicie $bH \leq F/b$

4. Jeżeli istnieje dławienie z boków, to odległość pionowych krawędzi otworu powinna wynosić przynajmniej $2H$ lub więcej.

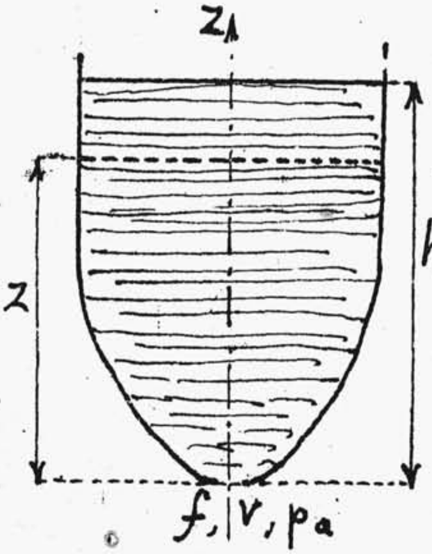
5. Należy zabezpieczyć swobodny dopływ powietrza, pod spadającą warstwę wody, aby tam, jak to było przyjęte w rachunku, ustalić się mogło ciśnienie atmosferyczne.

6. Pomiar wysokości H należy uskuteczniać w dostatecznej odległości e /rys.64 i 65/ od ściany przewału, tam mianowicie, gdzie zwierciadło wody jest jeszcze poziome. W sąsiedztwie otworu staje się ono nieco pochyłem i pomiar byłby nieścisły. Odległość e powinna być 2,5 razy większa od głębokości kanału.

7. Pomiar wysokości H należy wykonywać w dostatecznej odległości od brzegu kanału, aby rezultat nie zależał od wpływu natężenia powierzchniowego. Można też doprowadzić wodę rurą poziomą, o osi prostopadłej do kierunku prądu, do specjalnie wykonanej w tym celu studzienki i w niej brać pomiar wysokości H.

§ 27. WYPŁYW Z NACZYNIA. RUCH NIETRWAŁY.

Dotychczas mówiliśmy o ruchu trwałym, zakładając, że szybkość i przyśpieszenie cząstek cieczy w poszczególnych punktach przestrzeni nie zależy od czasu. Rozpatrzymy z kolei kilka wypadków ruchu nietrwałego, zaczynając od wypływu cieczy z naczynia /rys.66/. Wyobraźmy sobie tedy, że w naczyniu z cieczą, zamkniętem od dołu, usunięto w pewnej chwili denko. Jest rzeczą niemożliwą, aby szybkość cząstek cieczy wykonała w jednej chwili skok od wartości 0 do wartości $\sqrt{2gh}$, odpowiadającej trwałemu bezstarciowemu wypływowi, który się istotnie w przybliżeniu ustali, o ile pole f jest nieduże w porównaniu z polem F przekroju naczynia.



Rys. 66

Doświadczenie uczy, że największa prędkość wypływu ustala się prawie odrazu na początku i że ta prędkość największa równa się $\sqrt{2gh}$, możemy przeto przyjąć, że ogólnie zmienna prędkość wypływu V podczas ruchu nietrwałego jest $v=\sqrt{2gz}$; gdzie z - chwilowa wysokość poziomu cieczy naczynia po nad środkiem małego otworu.

Obliczmy teraz czas t, w przeciągu którego poziom cieczy obniży się od h do z. Objętość dQ, wypływająca z naczynia w czasie nieskończenie małym dt może być obliczona dwoma sposobami. Po pierwsze

$$dQ = -F\,dz$$

gdzie F zmienny przekrój naczynia, zaś znak minus figuruje dlatego, że dQ jest dodatnie, zaś dz ujemne.

Po drugie

$$dQ = -\beta f v\,dt = \alpha\beta f\sqrt{2gz}$$

Przez porównanie obu wartości dQ otrzymamy:

$$-F\,dz = \alpha\beta f\sqrt{2gz}\;dt$$

skąd

$$dt = -\frac{F\,dz}{\alpha\beta f\sqrt{2gz}}$$

$$t = -\frac{1}{\alpha\beta f\sqrt{2g}}\int_h^z F\,dz/\sqrt{z} = \frac{1}{\alpha\beta f\sqrt{2g}}\int_z^h F\,dz/\sqrt{z}$$

Aby wykonać całkowanie należy wprowadzić zależność przekroju F od wysokości z. Jeżeli naczynie jest cylindryczne, to przekrój F jest stały, wtedy

$$t = \frac{F}{\alpha\beta f\sqrt{2g}}\int_z^h dz/\sqrt{z} = \frac{2F(\sqrt{h}-\sqrt{z})}{\alpha\beta f\sqrt{2g}};$$

Naczynie cylindryczne opróżni się całkowicie w czasie

$$t = \frac{2F\sqrt{h}}{\alpha\beta f\sqrt{2g}};$$

§28. RUCH WAHADŁOWY CIECZY.

Rozpatrzymy teraz przypadek ruchu wahadłowego cieczy. Wyobraźmy sobie rurkę o stałym przekroju f, zgiętą w kształcie litery U i wypełnioną cieczą, która w stanie spoczynku znajduje się na poziomie b

/rys. 67/. Przesuńmy ciecz w jednem kolanie o z pod poziom b i pozostawmy ciecz samej sobie. Chcąc zbadać ruch, jaki się wówczas wywiąże, zastosujemy ogólne równanie ruchu strugi

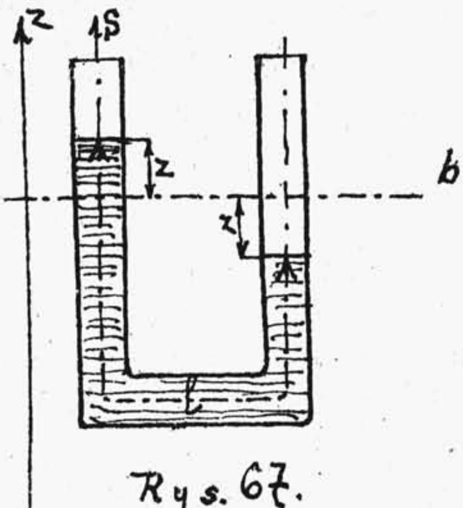
$$\mathcal{P} - \frac{1}{\sigma}\frac{\partial p}{\partial s} = \frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial s};$$

Gdy przekrój $f = const.$, wówczas w każdej chwili szybkość nie zależy od miejsca przekroju t.j. $\frac{\partial v}{\partial s} = 0$. Ponadto $\mathcal{P} = \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial s} = 0$ tak, iż ostatecznie

$$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial s} - \frac{1}{\sigma}\frac{\partial p}{\partial s} = \frac{\partial v}{\partial t};$$

Ale $\mathcal{U} = -gz$ więc

$$+g\frac{\partial z}{\partial s} + \frac{1}{\sigma}\frac{\partial p}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (2)$$



Rys. 67.

Całkując powyższe równanie wzdłuż osi naczynia od 0 do l, znajdziemy, iż

$$2gz + \frac{dv}{dt}l = 0$$

t.j. z uwagi, że

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2};$$

otrzymamy

$$2gz + \frac{d^2z}{dt^2}l = 0;$$

Uzyskaliśmy w ten sposób równanie ruchu harmonicznego, dla którego wychylenie

$$z = a\sin\sqrt{2g/l}\,(t + t_0);$$

Kładąc, że na początku rachuby czasu poziom cieczy leżał w położeniu równowagi, otrzymamy prościej

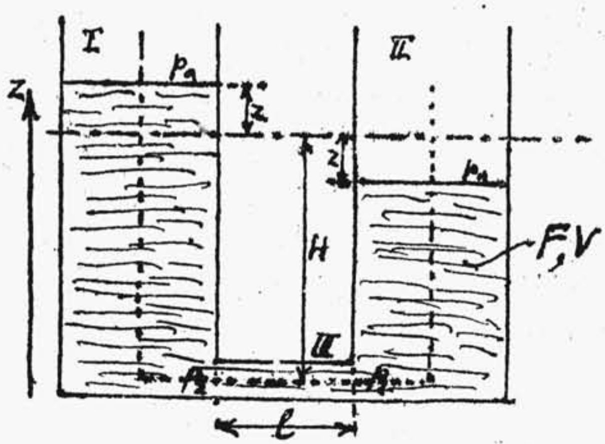
$$z = a \sin\left(\sqrt{2g/l}\, t\right)$$

przyczem okres wahań

$$T = \pi \sqrt{2l/g}\ ;$$

Nie braliśmy tu jednak pod uwagę oporów szkodliwych i lepkości cieczy. Nadto posługiwaliśmy się nieścisłemi równaniami. Dlatego też wynik teoretyczny, mocą którego powinniśmy uzyskać nieskończony ruch harmoniczny, nie zgadza się z rzeczywistością. Otrzymamy wprawdzie szereg wahnięć, lecz amplitudy ich bardzo szybko maleją, t.j. drgania są przytłumione.

Rozpatrzymy jeszcze ogólniejszy wypadek ruchu wahadłowego, gdy mamy do czynienia z dwoma naczyniami o stałym jednakowym przekroju F, połączonymi ze sobą rurą o przekroju mniejszym f /rys.68/. Wychylając ciecz z położenia równowagi, uzyskamy, jak poprzednio, ruch wahadłowy. Szybkość cieczy w naczyniach I i II będzie posiadać naskutek równości przekrojów wartość V, natomiast w części III o długości l wartość ta wyniesie v. Jakkolwiek w rzeczywistości istnieje ciągłe przejście w zmianie szybkości



Rys. 68.

wzdłuż całego naczynia, założymy, że w końcach przewodu III następuje skok ciśnienia i szybkości. Załóżmy, że wartości ciśnień w końcach części III wynoszą odpowiednie p_1 i p_2 i scałkujmy równanie /1/, wyprowadzone przy poprzedniem zadaniu wzdłuż każdej części oddzielnie. Wówczas dla części I będzie

$$g(H+z)+\frac{p_a-p_2}{\sigma}+\frac{dV}{dt}(H+z)=0;$$

dla części II:

$$-g(H-z)+\frac{p_1-p_a}{\sigma}+\frac{dV}{dt}(H-z)=0;$$

wreszcie dla części III:

$$0+\frac{p_2-p_1}{\sigma}+\frac{dv}{dt}l=0;$$

Dodając powyższe 3 równania stronami, znajdziemy, iż

$$2gz+2\frac{dV}{dt}H+\frac{dv}{dt}l=0;$$

Ale na zasadzie ciągłości strugi jest $v=V\frac{F}{f}$ tak, iż:

$$2gz+\frac{dV}{dt}\left[2H-\frac{F}{f}l\right]=0;$$

Dalej mamy:

$$\frac{dV}{dt}=\frac{d^2z}{dt^2};$$

skąd

$$2gz+\frac{d^2z}{dt^2}\left[2H-\frac{F}{f}l\right]=0$$

Otrzymaliśmy tedy typowe równanie ruchu harmonicznego o okresie

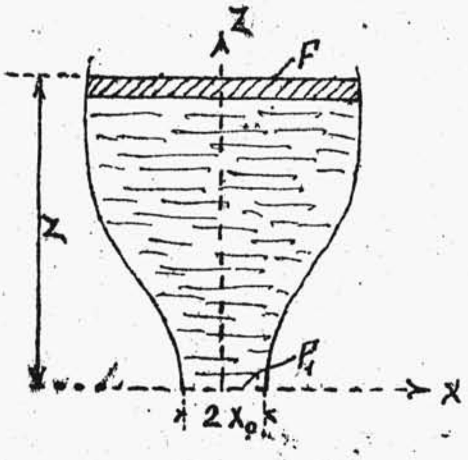
$$T=\pi\sqrt{\frac{2(2H+F/f\,l)}{g}},$$

Oczywiście uwagi poprzednio poczynione co do istotnego przebiegu zjawiska stosują się i tutaj. Jako praktyczne zastosowanie powyższej teorji wymienimy dawniej stosowany sposób podnoszenia poziomu cieczy w komorach szluzowych.

§ 29. ZADANIA NA RUCH CIECZY TRWAŁY I NIETRWAŁY.

ZADANIE. Jaki być musi kształt naczynia, żeby przy wypływie nietrwałym, szybkość obniżania poziomu była stała.

Załóżmy przedewszystkiem, że naczynie o przekroju, jak na rys. 69 jest obrotowem. Otóż ogólnie wydatek



Rys. 69.

$$dQ = \alpha\beta F_1 \sqrt{2gz}\, dt$$

gdzie przez F_1 oznaczyliśmy przekrój otworu wypływowego. Z drugiej strony tę samą wartość uzyskamy i na innej drodze, gdyż

$$dQ = -F dz$$

gdzie przez F oznaczyliśmy powierzchnię swobodną cieczy. W rozważanym przypadku jest

$$F_1 = \pi x_0^2; \qquad F = \pi x^2;$$

tak iż

$$dQ = \alpha\beta \pi x_0^2 \sqrt{2gz}\, dt = \pi x^2 dz$$

skąd stała szybkość

$$-\frac{dz}{dt} = \alpha\beta x_0^2 \sqrt{2g}\, \frac{\sqrt{z}}{x^2} = \text{const.}$$