skutek użyteczny stale się zmniejsza. Ponieważ przy małem n całe urządzenie chybia celu, ze względu na odpowiadający małemu n mały wydatek q, stosujemy zwykle n bliskie do n_o, aby osiągnąć q możliwie wielkie, jakkolwiek wtedy praca jest nieekonomiczna. Dalej należałoby zbadać wpływ głębokości zanurzenia h na wartość skutku użytecznego η co można przeprowadzić przy pomocy powyżej wprowadzonych wzorów. Wyniki takiego badania wskazują, iż przy małych H najkorzystniejsza głębokość zanurzenia jest $h \cong 1,5H$, zaś przy H bardzo dużych głębokość ta wynosi $h \cong 0,5H$. Należy tu pamiętać, iż powiększanie h często nie jest możliwe ze względu na głębokość studni.

Zauważmy wreszcie, że rozpatrując wartość wysokości straconej h_s, pomijaliśmy istnienie oporów drugorzędnych. Należy przeto unikać wszelkich zmian kształtu i kierunku przewodów. Nie budując tedy rozgałęzień, lepiej jest ponad studnią umieścić zbiornik wody, stamtąd zaś dopiero rozprowadzać po przewodach.

ZADANIE. Zaprojektować instalację do podnoszenia wody sprężonem powietrzem /rys.82/, jeśli

$$H = 50 \text{ mtr.} \quad h = 40 \text{ mtr.} \quad h_a = 10 \text{ mtr.} \quad \varepsilon = 1/2500; \quad d = 0,1 \text{ mtr.}$$

Obliczamy przedewszystkiem wartość $\lg\left(1 + h/h_a\right)$;

$$\lg\left(1+{}^{h}/_{h_a}\right) = \lg 5 = 2{,}302 \cdot 0{,}69897 = 1{,}61;$$

Wobec tego szybkość wpływania wody

$$V = \frac{1}{n+1}\sqrt{\frac{n h_a \lg\left(1+{}^{h}/_{h_a}\right) - H}{\frac{4\varepsilon(H+h)}{d} + {}^{1}/_{2g}}};$$

przy wartości

$$n_o = 1 + \frac{2H}{h_a \lg\left(1+{}^{h}/_{h_a}\right)};$$

przybiera wartość maksymalną

$$V_{max} = {}^{1}/_{8,2}\sqrt{\frac{7{,}2 \cdot 10 \cdot 1{,}61 - 50}{\frac{4 \cdot 90}{2500 \cdot 0{,}1} + \frac{1}{19{,}62}}} = 0{,}8;$$

Odpowiadający jej wydatek wody wyniesie

$$q = \frac{\pi d^2}{4} V \gamma \; {}^{kg}/_{sek} = \frac{\pi \cdot 10^2}{4} \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}1 \frac{litr}{sek} = 6{,}3 \frac{litr}{sek};$$

Stąd pożyteczna moc urządzenia wynosi

$$\frac{qH}{75} HP = \frac{6{,}3 \cdot 50}{75} HP = 4{,}2\ HP;$$

Ponieważ ilość powietrza

$$Q = nq = 7{,}2 \cdot 6{,}3 \cdot 10^{-3} = 45{,}4 \cdot 10^{-3}\ m.$$

więc praca przy jego sprężaniu posiada wartość

$$Q p_a \lg\left(1+{}^{p}/_{p_a}\right) = \frac{45{,}4 \cdot 10 \cdot 1{,}61}{75} HP = 9{,}75\ HP$$

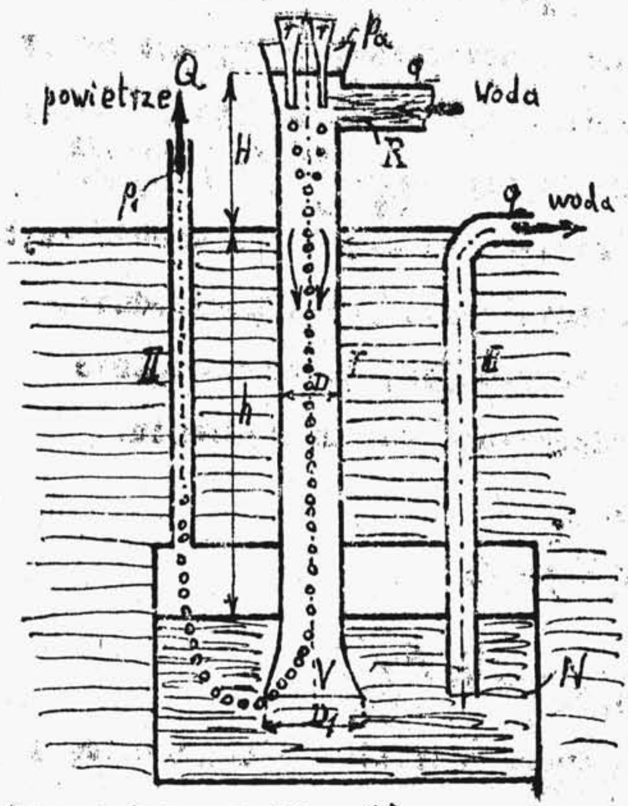
Wobec tego wartość skutku użytecznego

$$\eta_1 = \frac{4{,}2}{9{,}75} = 0{,}43;$$

Uwzględniając zaś jeszcze skutek użyteczny pompy, który średnio wynosi 0,8, znajdziemy ostatecznie, iż

$$\eta = 0{,}8\,\eta_i = 0{,}336;$$

ZADANIE. Sprężanie powietrza przez wyzyskanie spadku wody /rys.83/.



Rys. 83.

Odwracając działanie poprzednio rozpatrzonego mechanizmu, możemy naodwrót wodą sprężać powietrze /rys.83/. W tym celu do przewodu I doprowadzamy rurą R wodę, która zapomocą rureczek r porywa za sobą cząstki powietrza unosząc je do naczynia N i sprężając równocześnie do ciśnienia, panującego w tym naczyniu, gdzie nadciśnienie odpowiada wysokości h słupa wody. U wylotu przewodu I gaz oddziela się od cieczy i woda uchodzi przez przewód III, zaś powietrze sprężone przez przewód II

do właściwego. Oznaczając wydatek cieczy przez q, zaś wydatek powietrza, sprowadzony do ciśnienia atmosferycznego p_a, przez Q, ustalimy i tu równanie zachowania energji. Doprowadzając wodę, uzyskujemy przy jej spadku pracę $q\gamma H$, która częściowo idzie na izotermiczne sprężanie powietrza, co wymaga pracy $Qp_a \lg p_1/p_a$, częściowo zaś zwiększa energję wody o $q\gamma V_1^2/2g$ i pokonuje opory $q\gamma \frac{4\varepsilon}{d}(h+H)V^2$.
W równaniach tych ze względu na ciągłą zmienność szybkości przepływu, wprowadziliśmy, jak i poprzednio, szybkości maksymalne, zakładając, że równocześnie spółczynniki uległy odpowiedniemu zmniejszeniu.

Tak więc kładziemy

$$\frac{\pi D^2}{4} V = q + Q$$

oraz

$$\frac{\pi D_1^2}{4} V_1 = q + Q \, p_a/p_1 \; ;$$

przyczem przy dostatecznie szerokim leju przewodu I można założyć $V_1 = 0$. Wobec tego zasada zachowania energji da nam następującą równość:

$$q\gamma H - Q p_a \lg p_1/p_a - q\gamma \frac{4\varepsilon}{d}(h+H) V^2 = q\gamma \frac{V_1^2}{2g} = 0 \quad (1)$$

Wprowadzając oznaczenia

$$p_a = h_a \gamma \, ; \qquad 1 + h/h_a = k$$

i zauważywszy, że

$$p_1 = p_a + h\gamma$$

zaś

$$\frac{4\varepsilon}{D} = \frac{\lambda}{D^5} \cdot \frac{(Q+q)^2}{\gamma_1^2};$$

znajdziemy po uproszczeniu

$$qH - Qh_a \lg k - q\,\lambda/_{D^5} \cdot (Q+q)^2 (H+h) = 0;$$

czyli

$$Q = -q + \frac{-h_a \lg k + \sqrt{h_a^2 \lg^2 k + \frac{4\lambda(H+h)}{D^5} q^2 [H + h_a \lg k]}}{\frac{2\lambda(H+h)}{D^5} q}$$

Łatwo również znajdziemy wartość skutku użytecznego urządzenia, zauważywszy; że rozporządzalna energja qH wody daje pożytecznie tylko pracę sprężania powietrza $Qh_a \lg k$, t.j.

$$\eta = \frac{Qh_a \lg k}{qH};$$

Projektując taką hydrauliczną sprężarkę, musimy brać pod uwagę zarówno wartość Q, jak η. Chcąc zbadać, czy w danych warunkach dogodniej wziąć większe q czy też H, wskazanem jest wykonać wykres zmienności tych wielkości, gdyż analityczna zależność jest tu znacznie mniej przejrzysta.

Można to zagadnienie traktować jeszcze w sposób następujący. Oznaczmy Q/q przez n. Oprócz tego oznaczmy przez V_0 tę prędkość, jaką by posiadało powietrze, gdyby przy wydatku Q i ciśnieniu atmosferycznem przepływało przez przewód I bez wody. Będziemy wtedy mieli

$$V_0 \pi D^2/4 = Q;$$

ponieważ mamy jeszcze

$$V \pi D^2/4 = q + Q;$$

przeto otrzymamy

$$V = (1 + 1/n) V_0;$$

Na podstawie powyższego możemy równanie /1/ przekształcić jak następuje:

$$H - n h_a l_q k - \frac{4\varepsilon}{D} (1 + 1/n)^2 (H + h) V_0^2 = 0;$$

Rozwiązując względem V_0, otrzymamy

$$V_0 = \frac{n}{n+1} \sqrt{\frac{H - n h_a l_q k}{\frac{4\varepsilon}{D}(H+h)}};$$

Z powyższego widać, iż wyższą granicą n będzie

$$n_1 = \frac{H}{h_a l_q k};$$

spółczynnik skutku użytecznego

$$\eta = \frac{Q h_a l_q k}{q H} = \frac{n h_a l_q k}{H};$$

będzie się zbliżał do jedności w miarę zbliżania się

n do tej granicy, natomiast V_0 będzie dążyło do zera, jako też i wydatek powietrza Q oraz wody q. Ponieważ dla $n=0$ mamy również $V_0=0$, przeto V_0 przechodzi przez maximum w granicach $n_1 > n > 0$; odpowiednią wartość n znajdziemy z warunku $\frac{\partial V_0}{\partial n}=0$

$$(2nH-3n^2h_a\,lg\,k)(n+1)^2-(H-nh_a\,lg\,k)n^2\,2(n+1)=0;$$

$$n^2h_a\,lg\,k+3n\,h_a\,lg\,k-2H=0;$$

$$n_0=-\tfrac{3}{2}+\sqrt{\tfrac{9}{4}-\frac{2H}{h_a\,lg\,k}};$$

Przy tej wartości n mamy $V_{0\,max}$, a zatem max. wydatku powietrza Q, natomiast skutek użyteczny jest znacznie mniejszy od jedności, tak iż instalacja nie pracuje tak ekonomicznie, jak przy n blizkiem n_1.

ZADANIE. Zbadać działanie urządzenia do sprężania powietrza przy następujących warunkach

$$H=117\ m.\quad h=60\ m.\quad D=0{,}14\ m.\quad h_a=10\ m.$$

zaś q wahą się w granicach

$$2{,}2\ \tfrac{litr}{sek} > q > 1{,}2\ \tfrac{litr}{sek};$$

Obliczmy Q dla wyższej i niższej granicy, pamiętając, iż w odnośnych wzorach wydatki należy wprowadzać w m^3/sek. Wartość λ przyjmiemy $\lambda=1/400$. Wartości drugiego wyrazu pod pierwiastkiem w wyrażeniu dla Q będą w tym wypadku bardzo małe, rozwijając przeto według dwumianu Newtona otrzymamy

$$Q=-q+\frac{-h\lg k+\sqrt{h_a^2\lg^2 k+\frac{4\lambda(H+h)}{D^5}q^2(H+h_a\lg k)}}{\frac{2\lambda(H+h)}{D^5}q}=$$

$$=q\frac{H}{h_a\lg k}-\frac{\lambda(H+h)}{D^5}q^3\frac{(H+h_a\lg k)^2}{h_a^3\lg^3 k};$$

albo kładąc $\frac{\lambda(H+h)}{D^5}=h_s$ otrzymamy

$$Q=q\left[\frac{H}{h_a\lg k}-\frac{h_s(H+h_a\lg k)^2}{h_a^3\lg^3 k}\right];$$

Wstawiając wartości liczbowe, otrzymamy

$$\lg k=\lg\left(1+\frac{60}{10}\right)=1,95$$

Dalej przy $q_1=2,2\ l/sek$

$$h_s'=\frac{(117+60)\cdot 2,2^2}{400\cdot 0,14^5\cdot 10^6}=0,04$$

$$Q_1=q_1\left[\frac{117}{19,5}-\frac{0,04(117+19,5)^2}{19,5^3}\right]\simeq 5,9q_1\simeq 13\ l/sek;$$

Przy $q_2=1,2\ l/sek$; $h_s''=\ =0,011$; $Q_2=5,97q_2\simeq 7,2\ l/sek$;

Skutek użyteczny w obu wypadkach wyniesie

$$\eta_1=\frac{5,9\cdot 19,5}{117}=0,983;\qquad \eta_2=\frac{5,97\cdot 19,5}{117}=0,995;$$

Wartość n_0, przy której Q jest max. będzie

$$n_1=-\tfrac{3}{2}+\sqrt{\tfrac{9}{4}+\frac{2H}{h_a\lg k}}=-\tfrac{3}{2}+\sqrt{\tfrac{9}{4}+\frac{2\cdot 117}{19,5}}=2,28;$$

wtedy V_0 posiada wartość

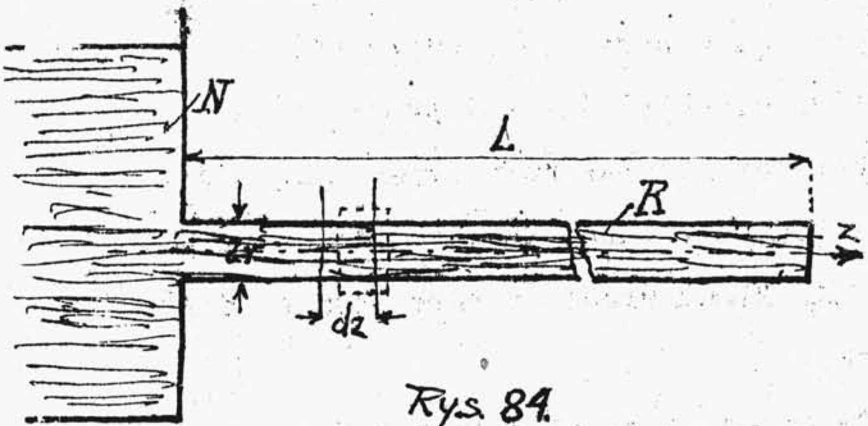
$$V_0 = \frac{2,28}{3,28}\sqrt{\frac{117 - 2,28 \cdot 19,5}{\frac{0,0016}{0,14}(117+60)}} = 4,2\ ;$$

$$Q = 65\ l/_{sek}\ ; \quad q = 28,5\ l/_{sek}\ ; \quad \eta = 0,38\ ;$$

Należy zauważyć, iż w rzeczywistości spółczynniki skutku użytecznego będą mniejsze od otrzymanych z rachunku, gdyż w teorji niniejszej nie uwzględniliśmy strat energji, wynikających z ruchu względnego powietrza i wody, który niewątpliwie ma miejsce.

ZADANIE. Uderzenie wodne /rys.84/.

Wyobraźmy sobie, że wypływ wody z naczynia N przez rurę R zostaje raptownie zahamowany. Jak doświadczenie uczy, w rurze nastąpi skok ciśnienia, przyczem początkowo zostają unieruchomione tylko końcowe cząstki, później zaś stan spoczynku przenosi się coraz bliżej otworu wpływowego. Gdyby ciecz była nieściśliwa oraz gdyby przewód, przez który ta ciecz przepływa, wy-



Rys. 84

konany był z materjału nierozciągliwego, wtedy raptowne wstrzymanie przepływu powodowałoby nieskończony wzrost ciśnienia, co wynika z zasady zachowania ilości ruchu. Ale wszelka ciecz jest ściśliwa, zaś materjał przewodu sprężysty, przeto wzrost ciśnienia pozostaje w granicach skończonych. Rozpatrzymy zagadnienie uderzenia wodnego analitycznie. Otóż cząstki cieczy posiadają w czasie przepływu energję kinetyczną, która po zatrzymaniu strumienia przechodzi w pracę ściskania cieczy i odkształcania przewodu.

Oznaczmy zmienne ciśnienia, powstające w przewodzie podczas znikania prędkości przez p. Oznaczmy dalej spółczynnik sprężystości cieczy, jako odwrotność spółczynnika ściśliwości objętościowej przez E_w, spółczynnik sprężystości ścianek rury przez E_z. Jeżeli rura wykonana jest z żelaza zlewnego, to można przyjąć $E_w = 0{,}01 E_z$. Niech średnica rury będzie $2r$ zaś grubość ścianek s.

Określmy pracę wyładowaną na ściskanie cieczy zawartej w elemencie rury długości dz oraz na rozciąganie sprężyste ścian rury na długości tegoż elementu w czasie dt, w którym ciśnienie p zwiększa się o dp. Odnośna jednostkowa zmiana objętości cieczy wyniesie $\frac{dp}{E_w}$, przeto zmiana całkowita objętości elementu $\pi r^2 dz$ wyniesie $\pi r^2 dz \frac{dp}{E_w}$. Pracę, odpowiadającą tej zmianie, otrzymamy, jako iloczyn powyższej zmiany objętości przez ciśnienie p, które przyjmujemy za stałe podczas okresu dt. Tym sposobem otrzymamy szukaną pracę

$$\frac{\pi r^2 dz\, dp}{E_w} p.$$

Siła, rozciągająca ściankę rury prostopadle do tworzącej, przypadająca na długość dz tej ścianki, wywołana przez ciśnienie p wyniesie $prdz$; Odpowiednio naprężenie w materjale ścianki przy założeniu nieznacznej grubości jest $\sigma_r = \frac{pr}{s}$. Przy zwiększeniu ciśnienia p o dp w czasie dt naprężenie zwiększy się o

$$d\sigma_r = \frac{dp \cdot r}{s};$$

Odpowiednio wydłużenie jednostkowe

$$\frac{dp\, r}{s E_z};$$

wydłużenie całego obwodu będzie

$$\frac{dp \cdot r}{s \cdot E_z} \cdot 2\pi r$$

Praca sprężysta, odpowiadająca temu wydłużeniu będzie iloczynem tego wydłużenia przez siłę $prdz$, którą przyjmiemy za stałą podczas całego okresu dt. Praca ta będzie

$$\frac{dp \cdot r}{s \cdot E_z} \cdot 2\pi r \cdot p \cdot r \cdot dz \; ;$$

Ostatecznie praca sprężysta, wyładowana w czasie dt na ściskanie cieczy, zawartej w elemencie długości dz i rozciąganie rury na tej długości będzie

$$d\Pi = \pi r^2 \left(\frac{1}{E_w} + \frac{2r}{sE_z} \right) p\,dp\,dz \; ;$$

$$\Pi = \pi r^2 \left(\frac{1}{E_w} + \frac{2r}{sE_z} \right) \frac{p_1^2 - p_0^2}{2} dz \; ;$$

gdzie p_0 oznacza ciśnienie początkowe przed uderzeniem, zaś p_1 ciśnienie końcowe po uderzeniu.

Praca ta musi być pokryta przez energję kinetyczną, odpowiadającą rozważanemu elementowi, która to energja przy zmniejszeniu prędkości od wartości początkowej v_0 do wartości końcowej v_1 wynosi

$$\frac{\pi r^2 dz \gamma}{g} \cdot \frac{v_1^2 - v_1^2}{2} \; ;$$

Oprócz tego energja potencjalna, która odpłynęła od rozpatrywanego elementu cieczy w czasie dt, jest

$$\gamma \pi r^2 v_1 \, {}^{p_1}\!/_{\gamma} \, dt \; ;$$

Energja potencjalna, która przypłynęła do elementu w czasie dt jest:

$$\gamma \pi r^2 v_0 \, {}^{p_0}\!/_{\gamma} \, dt \; ;$$

Zestawiając wielkości powyższe otrzymamy

$$\pi r^2\left(\frac{1}{E_w} + \frac{2r}{sE_z}\right)\frac{p_1^2-p_0^2}{2}dz =$$

$$= \frac{\pi r^2 \gamma dz}{g}\cdot\frac{v_0^2-v_1^2}{2} - \pi r^2 v_1 p_1 dt + \pi r^2 v_0 p_0 dt ;$$

Na zasadzie zachowania ilości ruchu mamy:

$$\pi r^2(p_1-p_0)dt = \frac{\gamma}{g}\pi r^2 dz(v_0-v_1) ;$$

Określając stąd dt i wstawiając do poprzedniego równania, mamy

$$dt = \frac{\gamma}{g}\,\frac{v_0-v_1}{p_0-p_1}dz ;$$

$$\left(\frac{1}{E_w} + \frac{2r}{sE_z}\right)\frac{p_1^2-p_0^2}{2} = \frac{\gamma}{g}\,\frac{v_0^2-v_1^2}{2} - \frac{\gamma}{g}\,\frac{p_1v_1-p_0v_0}{p_1-p_0}(v_0-v_1);$$

Przez doprowadzenie do wspólnego mianownika oraz proste przeróbki możemy uprościć drugą część równania tak, iż otrzymamy:

$$\left(\frac{1}{E_w} + \frac{2r}{sE_z}\right)\frac{p_1^2-p_0^2}{2} = \frac{\gamma}{g}\,\frac{(v_0-v_1)^2(p_1+p_0)}{2(p_1-p_0)} ;$$

Skreślając po obu stronach czynnik $\frac{p_1+p_0}{2}$ oraz kasując mianownik, otrzymamy:

$$\left(\frac{1}{E_w} + \frac{2r}{sE_z}\right)(p_1-p_0)^2 = \frac{\gamma}{g}(v_0-v_1)^2;$$

albo

$$p_1 - p_0 = (v_0 - v_1)\sqrt{\frac{\gamma}{g}\frac{sE_wE_z}{sE_z + 2vE_w}}\ ,$$

Wprowadźmy oznaczenie

$$c = \sqrt{\frac{g}{\gamma}\cdot\frac{sE_wE_z}{sE_z + 2vE_w}}$$

wtedy otrzymamy

$$p_1 - p_0 = \frac{\gamma}{g}\, c\,(v_0 - v_1)\ ;$$

Z poprzednio stosowanego równania, wyrażającego zasadę ilości ruchu mamy

$$\frac{dz}{dt} = \frac{g}{\gamma}\,\frac{p_1 - p_0}{v_0 - v_1}$$

jest to prędkość, z którą przenosi się w rurze nadwyżka ciśnienia. Wstawiając wartość tej nadwyżki, otrzymamy $\frac{dz}{dt} = c$; prędkość ta jest równa prędkości dźwięku w rozważanej wypełnionej cieczą rurze.

Nadwyżka ciśnienia przebiega z tą prędkością od końca do początku rury, poczem następuje odprężenie, które z taką samą prędkością przebiega od początku do końca. Jeżeli rurę zamkniemy całkowicie tak, iż $v_1 = 0$, to nadwyżka ciśnienia wyniesie

$$p_1 - p_0 = \frac{\gamma}{g}\, c\, v_0$$

ale tylko wtedy, kiedy czas zamknięcia t_z jest krótszy od czasu potrzebnego na całkowite sprężenie i odprężenie wody zawartej w rurze o długości L czyli

$$t_z < 2L/c$$

W razie przeciwnym obliczona nadwyżka ciśnienia nie zdąży się ustalić. W ten sposób ujawnia się zależność ciśnienia końcowego p_1 od długości rury.

Oznaczmy przez λ spółczynnik mniejszy od jedności zależny od czasu taki, że po upływie czasu t otwór rury, który początkowo wynosił πr^2 będzie tylko $\lambda \pi r^2$;

Oznaczając przez u prędkość cieczy w otworze zmniejszonym, otrzymamy na podstawie równania Bernouille'go:

$$v_1^2/2g + p_1/\gamma = u^2/2g + p/\gamma ;$$

Porównanie wydatków przez otwór pełny i zmniejszony daje

$$\pi r^2 v_1 = \lambda \pi r^2 u :$$

skąd

$$v_1 = \lambda u ;$$

Oprócz tego mamy jak poprzednio

$$p_1 - p \quad \gamma/g\, c (V_0 - v_1) ,$$

Z powyższych trzech równań wyrugujemy u oraz v_1 i określimy $p_1 - p_0$, w zależności od λ, to znaczy od czasu.

Określając $p_0 - p_1$ z pierwszego równania po wyrugowaniu u, oraz porównując rezultat do wartości $p_0 - p_1$ według trzeciego równania, mamy

$$\gamma \frac{v_1^2}{2g}\left(\frac{1}{\lambda^2} - 1\right) = \frac{\gamma}{g} c (v_1 - v_0);$$

Rozwiązując to równanie otrzymamy:

$$v_1 = -\frac{\lambda^2 c}{1-\lambda^2} \pm \sqrt{\frac{\lambda^4}{1-\lambda^2} c^2 + 2 c v_0};$$

Tylko pierwiastek z górnym znakiem uwzględnić należy, gdyż v_1 nie może być ujemne. Na podstawie powyższego oraz trzeciego równania otrzymamy:

$$p_1 - p_0 = \frac{\gamma}{g} c \left[v_0 + \frac{\lambda^2 c}{1-\lambda^2} - \sqrt{\left(v_0 + \frac{\lambda^2 c}{1-\lambda^2}\right)^2 - v_0^2} \right]$$

Jak było zaznaczone poprzednio wzór powyższy stosować należy tylko wtedy, kiedy czas zamknięcia jest dłuższy od $\frac{2L}{c}$, t.j. kiedy przy $t = \frac{2L}{c}$; λ jeszcze nie jest zerem.