§31. RZEKI I KANAŁY.

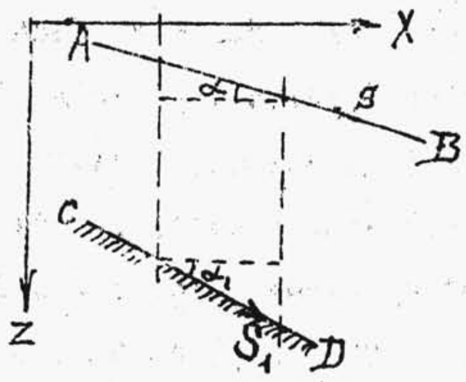
Uwagi ogólne.

Ruch wody w rzekach i kanałach odbywa się pod wpływem siły ciężkości.. Ponieważ ruch układu pod wpływem siły ciężkości połączony być musi ze zmianą poziomu niektórych jego części, przeto w rzekach i kanałach mamy do czynienia z pewną określoną pochyłością poszczególnych strug cieczy, potrzebną do wywołania ruchu. W wypadku ogólnym pochyłość ta dla każdej strugi może być inną i dla jednej i tej samej strugi może ulegać zmianom wzdłuż strugi. Pozostawia się do rozważenia czytelnikowi, czy mogą istnieć strugi cieczy, mające w całości lub częściowo pochyłość zero.

Pochyłość strugi cieczy oznaczać będziemy przez i i mierzyć będziemy kątem lub też jego Tng czy też Sin który ta struga tworzy w danym punkcie z płaszczyzną poziomą. Omawiane pochyłości, występujące w rzekach i stosowane w kanałach są bardzo małe, przeto możemy uważać, że

$$i = \alpha \cong \operatorname{Sin} \alpha \cong \operatorname{Tng} \alpha;$$

Niech będzie /rys.85/ AB przekrój zwierciadła, zaś CD dna rzeki z płaszczyzną rysunku. XOZ - układ



Rys. 35.

spółrzędnych prostokątnych, gdzie OX - oś pozioma. Odległości mierzone wzdłuż linji prądu oznaczać będziemy, jak zawsze przez S .

Na podstawie wyjaśnień powyższych można napisać dla zwierciadła:

$$i = \alpha \backsimeq \frac{dz}{ds} \backsimeq \frac{dz}{dx}$$

dla dna

$$i_1 = \alpha_1 \backsimeq \frac{dz}{ds_1} \backsimeq \frac{dz}{ds};$$

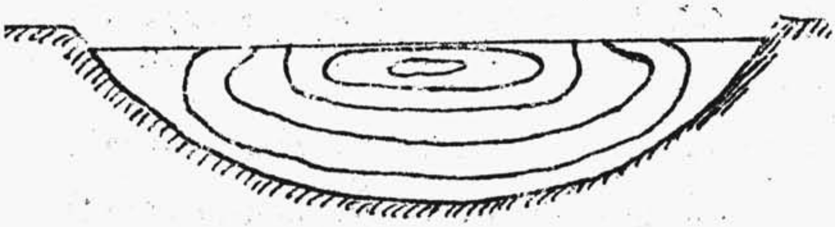
Podajemy dla przykładu kilka wartości pochyłości zwierciadeł, wyrażone w $^0/_{00}$, czyli w mm. na metr bieżący:

	i ‰
Wisła pod Warszawą	0,165
Wisła przeciętnie	1,05
Kanały fabryczne dopływowe	0,5
Kanały fabryczne odpływowe	1,0 do 2,0
Kanały spławne	0,005 do 0,04 .

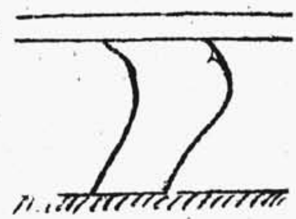
Przy $i \geqslant 2‰$ żegluga staje się niemożliwa.

Zależnie od rodzaju dna i ścian istnieją granice praktyczne prędkości, a więc i pochyłości, wewnątrz których domieszki stałe, unoszone przez ciecz nie osiadają, zaś ściany i dno nie ulegają wymyciu.

Układ prędkości na przekroju rzeki i kanału jest złożony i rachunkiem ująć się nie da. Zależy on od wielu warunków, jak stan dna i ścian i tarcie strug cieczy o nie, kształt przekroju, stan atmosfery i t.d. Ogólnie powiedzieć można, że strugi bliższe do ścian poruszają się wolniej, dalsze - prędzej. Jeżeli na przekroju poprzecznym /rys.86/ połączymy punkty, mające jednakowe prędkości, otrzymamy układ krzywych zwanych "izotachy". Niektóre z tych krzywych są zamknięte, inne otwarte. Na rys.87 wskazane są spo-



Rys. 86.



Rys. 87.

tykane układy prędkości w płaszczyźnie pionowej, stanowiącej przekrój podłużny rzeki lub kanału.

Prędkością średnią, będziemy, jak zawsze, nazywali taką prędkość V_s , z której można obliczyć Q wydatek - na podstawie zależności

$$Q = \mathcal{F} v_s$$

gdzie $\mathcal{F}$ jest polem przekroju rzeki czy kanału. Aby obliczyć v_s, trzeba przedtem wiedzieć Q i $\mathcal{F}$.

Mamy jeszcze zależność

$$Q = \int v \, d\mathcal{F} \;;$$

gdzie v oznacza zmienną prędkość na przekroju, zaś całkowanie rozciąga się na cały przekrój rzeki czy kanału.

Całka powyższa teoretycznie obliczyć się nie da, gdyż nie znamy funkcji, określającej v w zależności od położenia na przekroju. Całkowanie można wykonać sposobem przybliżonym, dzieląc $\mathcal{F}$ na małe kwadraty czy prostokąty i trójkąty, i uważając dla każdego z nich za stałą prędkość otrzymaną z pomiaru np. w jego środku masy.

Na powierzchni rzeki lub kanału spotykamy strugi, mające prędkość większą, równą lub mniejszą od prędkości średniej. Dalsze nasze rozważania zastosujemy do średniej strugi, czyli strugi przepływającej na powierzchni cieczy i posiadającej prędkość średnią. Wyniki rachunku będą takie same, jakby wszystkie strugi posiadały tę samą prędkość. Rozważanie strugi na powierzchni pozwoli na uproszczenie rachunku, polegające na tem, że wszystkie punkty strugi podlegają stałemu ciśnieniu atmosfery.

Ogólnie zauważyć należy, iż dla każdego przekroju układ prędkości, a zatem i prędkość średnia może być inna, zaś dla tego samego przekroju wielkości te ulegać mogą zmianie z biegiem czasu. Innemi słowy, ogólnie prędkość wody w rzece lub kanale jest funkcją położenia i czasu, zaś o prędkości średniej powiedzieć można, jako o prędkości średniej strugi, iż jest ona funkcją drogi s, liczonej wzdłuż strugi, i czasu t.

Wpływ tarcia na ruch cieczy w rzekach i kanałach uwzględniać będziemy w zupełnie taki sam sposób, jak to miało miejsce przy ruchu cieczy w rurach, przytem stosownie do umowy uważać będziemy, że w całym przekroju panuje właściwa dla tego przekroju w danej chwili prędkość średnia.

Ponieważ doświadczenie uczy, że prędkości w rzekach i kanałach są zawsze większe od prędkości krytycznej, przeto wysokość straconą przy ruchu jednostajnym obliczać można podług znanego wzoru:

$$h_s = \varepsilon \frac{v^2}{R} L ,$$

gdzie, jak dla rur, spółczynnik oporu ε jest liczbą mianowaną, mającą wymiar jedności dzielonej przez przyśpieszenie, v jest prędkością, R promieniem hydraulicznym przekroju, L - długością, dla której liczymy h_s.

Jeżeli przekrój zatem i R są zmienne przy ruchu niejednostajnym, nie możemy bezpośrednio wyrazić h_s dla skończonej długości L, lecz tylko elementarną wysokość straconą dh_s dla nieskończenie krótkiej drogi ds

$$dh_s = \varepsilon \frac{v^2}{R} ds ;$$

Równanie ruchu.

Zastosujmy znane nam ogólne równanie ruchu strugi:

$$P - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial s} = \frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial s} ;$$

do rzeki lub kanału przy omówionym poprzednio zastępczym ruchu strugi średniej. Uważając opór tarcia za siłę zewnętrzną, wywieraną na ciecz przez ściany i dno, powiedzieć możemy, że składowa P w kierunku ruchu wypadkowej wszystkich sił zewnętrznych, mierzona na jednostkę masy będzie równa składowej siły ciężkości zmniejszonej o opór tarcia.

Składowa siły ciężkości będzie $\frac{\partial U}{\partial s}$, gdzie U - potencjał siły ciężkości. Biorąc oś z pionowo na dół, mamy:

$U = gz$; przeto $\frac{\partial U}{\partial s} = g\frac{\partial z}{\partial s}$;

Opór tarcia, przypadający na jednostkę masy obliczymy, biorąc naprzód ciśnienie stracone na drodze ds równe γdh_s, a następnie siłę straconą $F\gamma dh_s$ przypadającą na element o masie $\sigma F ds$;

Na jednostkę masy wypada siła

$$-\frac{F\gamma dh_s}{\sigma F ds},$$

po wstawieniu dh_s i uproszczeniu, otrzymamy:

$$-g\varepsilon\frac{V^2}{R}$$

gdzie znak oznacza kierunek odwrotny do kierunku ruchu.

Zestawiając wpływ ciężkości i tarcia otrzymamy

$$P = g\frac{dz}{ds} - g\varepsilon\frac{V^2}{R}$$

dalej ponieważ

$$\frac{dz}{ds} = i$$

przeto

$$P = gi - g\varepsilon\frac{V^2}{R}$$

Przypominamy dalej, że dla strugi średniej ciśnienie p jest stałe i równe ciśnieniu zewnętrznemu, przeto

$$\frac{\partial p}{\partial s} = 0;$$

Na podstawie powyższego przytoczonego na początku rozdziału ogólne równanie ruchu strugi można będzie napisać, jak następuje:

$$\varrho i - \varrho \varepsilon \frac{v^2}{R} = \frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial s};$$

albo, dzieląc przez ϱ

$$i - \varepsilon \frac{v^2}{R} = \frac{1}{\varrho}\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{\varrho}\frac{\partial v}{\partial s};$$

Taka jest postać równania ruchu wody w rzece lub kanale w wypadku ogólnym ruchu nietrwałego.

Jeżeli ruch będzie trwały, t.j. jeżeli warunki ruchu różne dla różnych przekrojów w każdym przekroju nie ulegają zmianie w czasie, to $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$, i nasze równanie napisze się w takiej postaci:

$$i = \varepsilon \frac{v^2}{R} + \frac{v}{g}\frac{dv}{ds};$$

§ 32. RUCH JEDNOSTAJNY.

$$v = const. \quad \frac{dv}{ds} = 0; \quad i = \varepsilon \frac{v^2}{R};$$

Równanie to wskazuje, że przy ruchu jednostajnym cała praca siły ciężkości przy spadku idzie na przezwyciężenie oporu tarcia cieczy.

Z tego równania otrzymamy:

$$v = \sqrt{\frac{Ri}{\varepsilon}};$$

albo, oznaczając

$$k = \sqrt{1/\varepsilon}; \qquad v = k\sqrt{Ri};$$

W tym wypadku przyjęcie przeciętnej wartości dla k, jak to uczyniliśmy dla ε przy przewodach, nie jest możliwe z powodu wielkiej różnorodności warunków ruchu w rzekach i kanałach.

Istnieje wiele wzorów empirycznych dla k, przy użyciu których należy zawsze uważać na jednostki.

Przytoczymy tu jeden z najprostszych, mianowicie wzór Bazin'a, podług którego

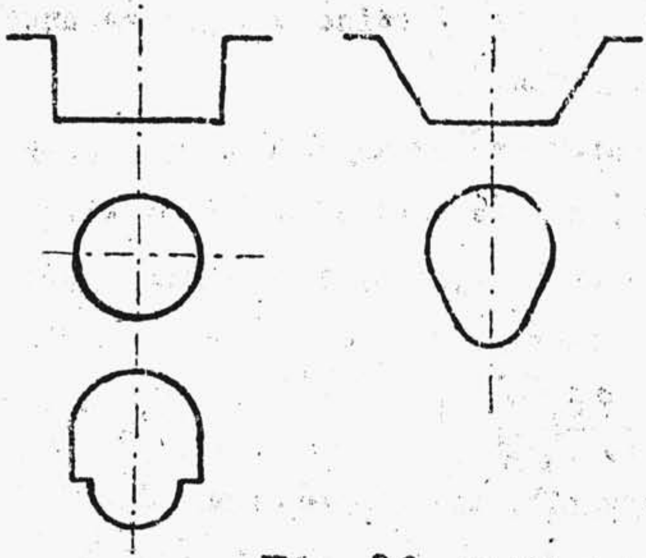
$$k = \frac{87\sqrt{R}}{m+\sqrt{R}};$$

m jest to spółczynnik, zależny od stanu dna i ścian. Wartości tego spółczynnika przy jednostkach metr-sek. zestawione są w powyższej tabliczce:

	m
Deski heblowane lub cement	0,06
Deski nieheblowane	0,16
Mur z kamieni	0,47
Ziemia	1,30
Rumowiska	1,15

Przekroje kanałów /rys.88/.

Nie będziemy wchodzili w szczegóły, wykraczające poza granice przedmiotu. Wskażemy tylko, że jako przekrój kanału zależnie od warunków miejscowych stosuje się prostokąt, trapez, koło, owal symetryczny lub niesymetryczny, albo też przekrój więcej złożony.



Rys. 88.

Jeżeli kształt przekroju został obrany, to, gdy pozwalają względy praktyczne, należy tak ustosunkować jego wymiary, aby przekrój ten przy danej określonej wielkości pola przepuszczał jaknajwiększy wydatek, t.j. jaknajwiększą prędkość. Będzie to miało miejsce wtedy, gdy przy danem F promień hydrauliczny jest największy, albo inaczej obwód zwilżony l najmniejszy.

PRZYKŁADY.

1/ Prostokąt /rys.89/ o podstawie b i wysokości h

$$F = bh; \quad l = b + 2h; \quad b = F/h;$$

Rys. 89.

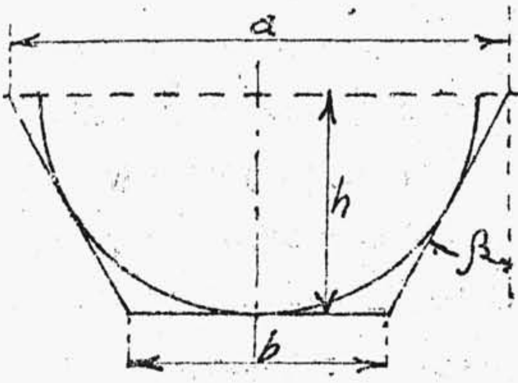
$$l = F/h + 2h;$$

$$\frac{dl}{dh} = -\frac{F}{h^2} + 2 = 0;$$

$$-\frac{bh}{h^2} + 2 = 0; \quad b = 2h$$

Najkorzystniejszym prostokątem przy danym F jest przeto taki, którego podstawa jest dwa razy większa od wysokości.

2/ Trapez - podług rys. 90;



Rys. 90.

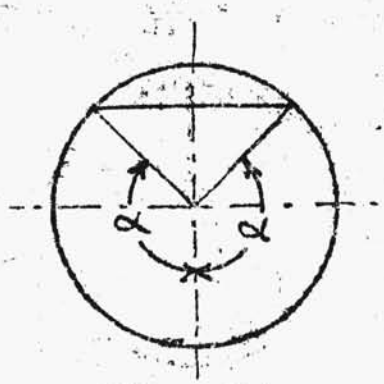
$$F = const = h(a - h\,Tg\,\beta)$$
$$l = a - 2h\,Tg\,\beta + 2\,h/Cos\,\beta;$$
$$a = F/h + h\,Tg\,\beta;$$
$$l = \frac{F}{h} - h\,Tg\,\beta + 2\,h/Cos\,\beta;$$
$$\frac{dl}{dh} = 0;$$
$$-F/h^2 - Tg\,\beta + 2/Cos\,\beta = 0;$$
$$-a/h + Tg\,\beta - Tg\,\beta + 2/Cos\,\beta = 0;$$
$$h = \frac{a\,Cos\,\beta}{2}$$

Rezultat ten wskazuje, iż najkorzystniejszym trapezem jest ten, w który można wpisać półkole. Przypuśćmy, że warunek ten jest spełniony i określmy najkorzystniejszy kąt β.

$$F = \frac{a\,Cos\,\beta}{2}\left(a - \frac{a\,Cos\,\beta}{2}\,Tg\,\beta\right) = a^2/4\,(2 - Sin\,\beta)\,Cos\,\beta;$$
$$l = a - a\,Sin\,\beta + a = a(2 - Sin\,\beta);$$
$$a = \sqrt{\frac{4F}{(2 - Sin\,\beta)\,Cos\,\beta}}; \quad l = \sqrt{\frac{4F(2 - Sin\,\beta)}{Cos\,\beta}};$$
$$\frac{dl}{d\beta} = 0; \quad \frac{2\,Sin\,\beta}{Cos^2\beta} - \frac{1}{Cos^2\beta} = 0; \quad Sin\,\beta = 1/2;$$
$$\beta = 30°;$$

Przykład powyższy można uogólnić, gdyż z geometrji wiadomo, że ze wszystkich wieloboków, mających dane pole, najmniejszy obwód posiada ten, w który można wpisać koło. Z tych zaś najmniejszy obwód ma wielobok prawidłowy.

Pozostawiamy czytelnikowi dowód twierdzenia, że dla przekroju kołowego przy danym promieniu koła /rys. 91/ otrzymamy największy promień hydrauliczny przy wypełnieniu, któremu odpowiada $2\alpha = 257{,}5^\circ$, zaś największy wydatek przy wypełnieniu, któremu odpowiada $2\alpha = 308^\circ$;



Rys. 91.

§33. RUCH TRWAŁY NIEJEDNOSTAJNY.

Zagadnienie to rozważymy tylko w wypadku szczególnym dla kanału prostokątnego o stałej szerokości b i stałej pochyłości dna i, zaś głębokości nieznacznej w porównaniu z szerokością.

Równanie ruchu, wyprowadzone przez nas dla wypadku trwałego ruchu niejednostajnego bez ograniczeń, ma