



R

291

Politechnika Warszawska

MGR INŻ. MARIA ZIELIŃSKA

METODY OBLICZANIA I PROGNOZOWANIA NIŻÓWEK
W UJECIU PROBABILISTYCZNYM

PRACA DOKTORSKA

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

1963

197



133-1-63d

II. WYKONANIE PRACY I JEJ POKRYCIE 4
2.1. Wykonanie pracy 4
2.2. Pokrycie pracy 5
III. WYKONANIE PRACY WYKONAWCZEJ 6
3.1. Opis pracy 6
Wskazanie leżących
Wskazanie elementów
3.2. Informacja i jej wykorzystanie w badaniach
hydrologicznych 12
3.3. Wzrost wiedzy i jej wykorzystanie w oparciu o nowe
informacje 15
Wskazanie elementów
Wskazanie

Wyrażam serdeczne podziękowanie Promotorowi prof.dr.Julianowi Lamborowi za opiekę i pomoc okazywaną przy wykonywaniu niniejszej pracy, doc.dr. Zdzisławowi Kaczmarkowi za udzielane rady, mgr.inż. Marii Haładyj za pomoc w opracowywaniu materiałów hydrologicznych do części VI, mgr.inż.Karolowi Krajewskiemu za wykonanie na maszynie cyfrowej obliczeń do części III.

SPIS TREŚCI

	str.
I. WSTĘP	1
II. DEFINICJA NIŻÓWKI I JEJ PARAMETRY	4
2.1. Definicja niżówki	4
2.2. Parametry niżówki	5
III. GENEZA ZJAWISK NIŻÓWKOWYCH	6
3.1. Opis zjawiska	6
Niżówki letnie	
Niżówki zimowe	
3.2. Informacja i jej zastosowanie w badaniach genetycznych	12
3.3. Geneza niżówek letnich w oparciu o teorię informacji	16
Wybór elementów	
Wnioski	
IV. METODYKA OPRACOWYWANIA NIŻÓWEK	23
4.1. Niżówki charakteryzowane trzema parametrami	23
Rozkład prawdopodobieństwa zmiennej trzywymiarowej	
Nomogram	
Przykład zastosowania	
4.2. Niżówki charakteryzowane dwoma parametrami	32
Rozkład prawdopodobieństwa zmiennej dwuwymiarowej	
Przykład zastosowania	
4.3. Niżówki charakteryzowane czasami trwania $/T_i/$ zadanych przepływów $/Q_i/$	34
Schemat Markowa	
Przykład zastosowania	
4.4. Sposób przygotowywania danych wyjściowych	37
4.5. Wnioski	39

V. METODY PROGNOZOWANIA NIŻÓWEK	42
5.1. Prognozy bez uwzględnienia spływu powierzchniowego	43
Krzywa opadania	
Sposób proponowany przez Zsuffa	
5.2. Prognozy uwzględniające spływ powierzchniowy	46
5.3. Statystyczne metody długoterminowej prognozy	48
Warunkowe rozkłady prawdopodobieństwa	
Przykład zastosowania	
VI. PRZEGLĄD ZJAWISK NIŻÓWKOWYCH NA RZEKACH POLSKICH	55
6.1. Współczynnik niżówkowy η	55
6.2. Metoda opracowania	56
6.3. Wnioski	58
VII. UWAGI KONCOWE	60
Tablice	
Rysunki	
Literatura	

I. WSTĘP

W okresie ostatnich kilku lat obserwuje się duże i ciągle wzrastające zapotrzebowanie na wodę. Coraz więcej wody potrzebuje rozbudowujący się przemysł, rolnictwo, coraz większe jest zapotrzebowanie dla celów komunalnych. Woda ta w większości przypadków /poza poborem wód gruntowych/ jest czerpana z rzek. Pobór wody nie jest równomierny w ciągu roku. Maksymalne zużycie wody obserwuje się w okresie letnim, w okresie dużego zapotrzebowania wody w rolnictwie. Pociąga to za sobą konieczność dokładnej znajomości reżimu rzeki, znajomości rozkładu przepływów w ciągu całego roku. Szczególnej uwagi wymagają okresy niskich przepływów w rzekach tzw. niżówki, gdyż wówczas mogą istnieć trudności w zaspokojeniu zapotrzebowania na wodę. Dotychczas niskie wody były traktowane marginesowo, gdyż nie istniała gospodarcza potrzeba zajmowania się nimi, nie groziły one żadną klęską, nie stanowiły groźnego żywiołu tak jak np. przepływy maksymalne. Obecnie jednak, w okresie wzrastającego zapotrzebowania na wodę, brak wody może stać się równie katastrofalny w skutkach jak i jej nadmiar. Przerwy w pracy zakładów przemysłowych, braki w zaspokojeniu potrzeb komunalnych i rolnictwa, nadmierny stopień zanieczyszczenia wody w okresie niskich stanów mogą spowodować poważne straty gospodarcze. W chwili obecnej istnieje ekonomiczna potrzeba zwrócenia bacznej uwagi na okresy niskich przepływów w rzekach. Pociąga to za sobą konieczność ustalenia takich metod opracowywania okresów niżówkowych, aby dawały one podstawę do projektowania. Powinny one dawać odpowiedź na możliwie największą ilość pytań wynikających przy projektowaniu ujęć wodnych dla przemysłu i potrzeb sanitarnych, planowaniu zrzutów zanieczyszczonej i podgrzanej wody, określaniu długości okresów /a nie ilość dni w roku/ niskich stanów, przy których żegluga jest niemożliwa itp.

Do niedawna opracowania hydrologiczne odnośnie niskich wód sprowadzały się do określania przepływu najniższej niskiej wody - NNW i średniej niskiej wody - SNW /oznaczenia stanów charakterystycznych wg J.Lambora [24]. Dopiero w 1954 r. ukazała się praca E.J.Gumbel'a [13] omawiająca zastosowanie asymetrycznego rozkładu prawdopodobieństwa do obliczania przepływów minimalnych. W oparciu o tę pracę w 1957 r. ukazał się artykuł Z.Kaczmarka [16] wprowadzający w Polsce, do obliczeń hydrologicznych metodę Gumbel'a. Metoda ta oparta na jednowymiarowym rozkładzie asymetrycznym pozwala określić częstotliwość występowania przepływów minimalnych. Stosowana jest ona najczęściej do określania prawdopodobieństwa minimów rocznych, chociaż można ją również stosować do przepływów niżówkowych wybieranych z innych okresów czasu, niż roczny np. miesięcznych, okresu wegetacji itp.

We wszystkich powyższych przypadkach do obliczeń jest brana z każdego roku jedna najniższa wartość przepływu bez względu na czas jej trwania. ^{1/}A przecież dla użytkowników woły rzecznej ważnym jest nie tylko określenie minimalnego przepływu rocznego, którego czas trwania jest przeważnie krótki /dzień. dwa dni/ i w rezultacie nie obrazuje rzeczywistych możliwości zaspokojenia potrzeb wodnych w okresie niżówki. Użytkownik chce wiedzieć, jak długo będzie trwał okres niskich przepływów, ile w tym czasie będzie

^{1/} W.Laszloffy [27] uważa, że w obliczeniach projektowych nie powinno opierać się na krótkotrwałych minimach rocznych, które mogą być wywołane chwilowymi naturalnymi lub sztucznymi zakłóceniami, lecz na przepływach średnich z okresu 5 - 10 dni najuboższych w wodę.

wynosił niedobór wody, jaką najniższą wartość osiągnie przepływ oraz jakie jest prawdopodobieństwo wystąpienia danego zjawiska.

W 1958 r. w opracowywanym operacie hydrologicznym [37] dla przemysłu należało określić możliwości poboru wody w okresie niżówek. Problem ten został wówczas rozwiązany w sposób przybliżony, wykreślny. Nasuwało to jednak myśl szczegółowszego zajęcia się tym, tak istotnym dla rozbudowującego się przemysłu problemem, jakim staje się zagadnienie zaopatrzenia w wodę w okresie niskich przepływów. Niniejsza praca może chociaż częściowo przyczyni się do jego rozwiązania.

W związku z koniecznością rozwiązywania trudnych problemów gospodarczych, o których była mowa powyżej, coraz więcej pojawia się zarówno w literaturze krajowej jak i zagranicznej artykułów poświęconych zagadnieniu susz, niedoborów wody w glebie oraz niskim przepływowom w rzekach. Liczne prace [4, 5, 6, 13, 16, 28, 30, 43], jak również konferencje i zjazdy [1, 38, 48] omawiające to zagadnienie świadczą o jeszcze niedostatecznym rozwiązaniu i dalszej aktualności problemu.

W roku 1960 na Międzynarodowym Symposium, poświęconym zagadnieniu susz i niskich przepływów W.Laszloffy [27] w referacie omawiającym badanie niskich stanów wód porusza problem konieczności uwzględniania, w obliczeniach projektowych, nie tylko wartości najniższego przepływu, ale również czasu trwania niżówki. Nie podaje on jednak obliczeniowej metody rozwiązania tego zagadnienia.

II. DEFINICJA NIŻÓWKI I JEJ PARAMETRY

2.1. Definicja niżówki

Zdefiniowanie niżówki jako okresu niskich przepływów w rzece jest określeniem niejednoznacznym. Również, używane często określenie niżówki jako okresu najniższych przepływów wody w rzece, kiedy to rzeki są zasilane prawie wyłącznie wodami gruntowymi, nie definiuje jej dostatecznie. Należy dokładnie określić poniżej jakiej wartości musi spaść wielkość przepływu w rzece, aby uważać ten okres za niżówkę. Naturalnie długość okresu niżówki będzie uzależniona od przyjętego kryterium. Przyjęcie tej czy innej wartości przepływu jako kryterium początku niżówki może być, w zależności od celów opracowania, ustalane dowolnie /naturalnie w granicach przepływów niskich/. Z hydrologicznego punktu widzenia najśluszniejszym będzie uważanie za niżówkę okresów, w których przepływy są równe i mniejsze od największej wartości przepływu z minimów rocznych - WNW. Przyjęte kryterium pozwala uwzględnić w każdym rozpatrywanym roku co najmniej jedną niżówkę, jest to zgodne z dotychczas przeprowadzanymi obliczeniami przepływów minimalnych rocznych, opierającymi się na najniższych wartościach przepływu z każdego roku. Należy zaznaczyć, że przy ustalaniu wartości WNW powinny być brane pod uwagę minima roczne przepływów, a nie stanów wody, a to ze względu na dużą zmienność w poszczególnych latach krzywej konsumpcyjnej w strefie stanów niskich.

W niniejszym opracowaniu, analizującym jedynie niżówki letnie, za niżówki uważano okresy, w których przepływ był równy lub mniejszy od przepływu najwyższej niskiej wody w okresie lata WNW_{let} /najwyższa wartość przepływu z minimów letnich w wieloleciu/. Okresy niżówkowe przedzielone przepływami wyższymi od WNW_{let} lecz

niższymi od SSW /średni roczny przepływ z wielolecia/ i trwającymi krócej niż 15 dni traktowano jako jedną niżówkę /rys.1/.

2.2. Parametry niżówki

W celu oszacowania wielkości niżówki i możliwości porównywania niżówek z różnych lat należy ustalić parametry, które by w sposób możliwie wyczerpujący charakteryzowały je. Ilość i rodzaj przyjętych parametrów zależeć będzie od celu jakiemu ma służyć wykonywane opracowanie. Uważam, że w praktyce dla scharakteryzowania niżówki wystarczą trzy następujące parametry /rys.2/:

1. najniższy przepływ badanej niżówki - $Q_{\min,n}$
2. czas trwania niżówki - T_n
3. objętość brakującej wody /poniżej przepływu WNW_{let} / w okresie trwania całej niżówki - V_n , lub jakiś inny parametr charakteryzujący wielkość niedoboru wody w tym czasie np. przepływ średni niżówki - $Q_{sr,n}$.

W niektórych przypadkach może wystarczyć scharakteryzowanie niżówki przy pomocy dwóch parametrów np. czasu trwania niżówki i jej najmniejszego przepływu, lub czasu trwania i objętości brakującej wody. Należy jeszcze raz podkreślić, że rodzaj i ilość przyjmowanych parametrów zależy wyłącznie od przeznaczenia i wymagań opracowania.

III. GENEZA ZJAWISK NIŻÓWKOWYCH

3.1. Opis zjawiska

Niżówki w rzekach obserwujemy przeważnie dwa razy w roku; zimą - niżówki zimowe oraz latem /często przedłużają się one na jesień/ - niżówki letnie. Okoliczności w jakich występują te dwa rodzaje niżówek są zupełnie różne, zarówno warunki meteorologiczne jak i hydrologiczne w obu przypadkach są odmienne. Z tego też powodu analizując proces tworzenia się niżówek należy rozpatrywać go oddzielnie dla niżówek letnich i oddzielnie dla zimowych.

Niżówki letnie

Okres ich występowania jest różny w zależności od reżimu rzeki. W rzekach nizinnych rozpoczynają się one często już wiosną, z chwilą zakończenia wezbrania wiosennego /kwiecień - maj/, zaś w rzekach górskich znacznie później, najczęściej dopiero z końcem wezbrania letniego /czerwiec - lipiec/. Okres trwania niżówek letnich nieraz przedłuża się poza lato obejmując pierwsze miesiące jesieni. Niżówki letnie i jesienne ze względu na jednakową ich genezę będziemy traktowali łącznie i określali je jednym terminem - niżówki letnie.

Reżim przepływów w rzece zależny jest od dwóch czynników: spływu wód podziemnych i spływu powierzchniowego wód opadowych. Spływ wód z naziemnych akumulatorów wody tzn. z jezior i bagien rozpatrywano łącznie ze spływem podziemnym, gdyż stanowią one podobny w skutkach sposób zasilania rzek. W celu poznania procesu kształtowania się niżówek należy przeanalizować udział spływu powierzchniowego i podziemnego w przepływach letnich.

Na wielkość spływu powierzchniowego poza zmiennymi czynnikami, takimi jak opad /jego wielkość, natężenie, rozkład w czasie i na powierzchni zlewni/, temperatura powietrza, wilgotność, zdolność

retencyjna gleby ./zależna od stanu pogody/, szata roślinna /zmien-
na w czasie lata/, będą miały wpływ również inne, stałe czynniki
fizjograficzne. Zaliczyć do nich można: klimat, wielkość i konfi-
gurację zlewni, ukształtowanie pionowe terenu, gleby, jeziora i
bagna. Przy ustalaniu, dla określonego przekroju na rzece, zwią-
zków korelacyjnych między spływem powierzchniowym, a elementami go
kształtującymi można stałe czynniki fizjograficzne pominąć. Tak
więc, analizując spływ powierzchniowy w obrębie jednej zlewni bę-
dziemy brali pod uwagę jedynie zmienne czynniki hydrometeorologicz-
ne.

W czasie suchego i upalnego lata wartość spływu powierzchniowe-
go spada praktycznie do zera i odgrywa on minimalną rolę w zasilaniu
rzeki w tym okresie. Przeciętne opady letnie nie wpływają wów-
czas na przerwanie niżówki, a powodują jedynie okresowe zakłócenia
w przebiegu krzywej opadania /rys.9/. Badania N.I.Dolgor'a [36] od-
nośnie kształtowania się spływu powierzchniowego w okresie lata na
Ukrainie wykazały, że po długim, bezdeszczowym z wysoką temperatu-
rą powietrza okresie, nawet dość znaczny opad nie wywołuje spływu
powierzchniowego. Spływ powierzchniowy rozpoczyna się dopiero przy
deszczach o natężeniu większym od 0,5 mm/min i dających opad wyż-
szy od 15 mm. Poniżej tej granicy, w normalnych warunkach panują-
cych w lecie na Ukrainie, deszcze nie wywołują w ogóle spływu po-
wierzchniowego; cała woda opadowa wsiąka, a po zakończeniu opadu
szybko wyparowuje. W warunkach polskich wartość minimalnego opadu
dającego spływ powierzchniowy będzie prawdopodobnie nieco inna, ze
względu na różnice klimatyczne, zdolność retencyjną gleb itp. /na-
leży spodziewać się wartości niższych/.

W latach wilgotnych i niezbyt ciepłych niżówki nie występują
wcale lub są krótkotrwałe i płytkie. Wówczas to, każdy nawet sto-
sunkowo mały opad wywołuje spływ powierzchniowy. Przerwanie

niżówki może być wywołane niewielkimi opadami, które ze względu na małą zdolność retencyjną gleby powodują szybkie wzrastanie spływu powierzchniowego.

Z powyższego wynika, że o rozpoczęciu niżówki i jej zakończeniu decyduje przede wszystkim spływ powierzchniowy.

Rozpatrzmy teraz udział spływu podziemnego w kształtowaniu niżówki. Wielkość spływu podziemnego będzie zależała głównie od zdolności retencyjnej dorzecza oraz głębokości wcięcia koryta rzecznoego. Pod pojęciem retencji dorzecza będziemy rozumieli zarówno zapasy wody zgromadzone w podziemnych jak i naziemnych akumulatorach. Naziemnymi akumulatorami w naturalnych warunkach są jeziora i w pewnym stopniu błota. Rola jezior w wyrównywaniu i zwiększaniu minimalnego spływu jest ogólnie znana. Odnośnie zaś błot sprawa jest dyskusyjna. Wpływ błot na wielkość minimalnego przepływu jest uzależniony od szeregu czynników, między innymi od warunków klimatycznych. Pewnym jest jednak, że błota obniżają wezbrania i rozciągają je na dłuższy okres czasu, a więc w pewnym stopniu opóźniają powstanie niżówki oraz zasilają ją w początkowym okresie. Odnośnie zaś wpływu błot na dalszy przebieg letniej niżówki, zdania są podzielone i problem ten wymaga dalszych badań.

Podziemnymi akumulatorami wody są glebo-grunty zlewni stanowiące naturalne zbiorniki wodne. Pojemność ich jest bardzo różna i zależna od geologicznej budowy dorzecza. Wody podziemne można podzielić na wody gruntowe i wgłębne. Mianem wód gruntowych określamy zapasy wodne nagromadzone w wierzchnich wodonośnych warstwach czwartorzędu /na obszarach o silnej erozji powierzchniowej wody gruntowe mogą zalegać w trzeciorzędzie lub niżej położonych warstwach/. Są to więc wody pierwszego poziomu wodnego, zalegające nie głęboko od powierzchni gleby i znajdujące się w strefie aktywnej wymiany wody tzn. zapasy ich zmieniają się w czasie i są

bezpośrednio związane z opadami atmosferycznymi. Spływ wód gruntowych podlega więc wahaniom sezonowym i ulega również zmianie z roku na rok. Zapasy wód gruntowych są uzupełniane przede wszystkim na wiosnę, w okresie wsiąkania wód roztopowych i opadowych oraz nieraz jesienią w czasie długotrwałych opadów.

Wody głębne zalegają w przedczwartorzędowych, głęboko położonych warstwach. Nie są one w strefie aktywnej wymiany wody, a więc nie podlegają większym wahaniom w czasie. Spływ wód głębnych będzie charakteryzował się stałą wartością, niezależną od warunków atmosferycznych.

W okresie niżówki, gdy spływ powierzchniowy spada do zera, rzeki zasilane są wyłącznie przez wody podziemne. W miarę wyczerpywania się zapasów wód gruntowych zmniejsza się spływ podziemny i przepływ w rzece stopniowo maleje, osiągając w końcu stosunkowo stały minimalny poziom uwarunkowany dopływem wód głębnych. Wielkość zasilania rzeki wodami podziemnymi zależna jest głównie od głębokości wcięcia koryta rzecznoego i ilości przeciętych poziomów wodonośnych. Rys.3 przejrzysto ilustruje zależność przepływu w rzece od położenia jej bazy erozyjnej w stosunku do wodonośnych poziomów. Koryto A, położone powyżej pierwszego horyzontu, prowadzi wodę tylko w okresach wiosennych roztopów i silnych opadów. W korycie B, przecinającym pierwszy poziom wodny, przepływ jest zapewniony prawie przez cały rok, z wyjątkiem okresów posusznych, gdy zostaną wyczerpane zapasy pierwszego horyzontu. Przepływ minimalny w korycie C podlega małym wahaniom i jest zawsze zapewniony, ponieważ koryto przecina drugi poziom wodonośny, który to nigdy nie wyczerpuje się. Jeszcze bardziej wyrównany przepływ obserwujemy w korycie D przecinającym najbardziej stałe i zasobne horyzonty wodne.

Powyżej przeprowadzona krótka analiza kształtowania się spływu powierzchniowego i podziemnego w okresie niżówki letniej pozwala wyciągnąć następujące wnioski.

1. O terminie rozpoczęcia i zakończenia niżówki, a więc tym samym o czasie jej trwania decyduje przede wszystkim spływ powierzchniowy.
2. Spływ powierzchniowy zależy bezpośrednio od opadów atmosferycznych, tak więc opady /ich wielkość, intensywność, rozkład w czasie i na powierzchni zlewni/ w okresie lata będą decydowały o powstaniu niżówki i o jej długotrwałości.
3. Tempo pogłębiania się niżówki /krzywa opadania/, zależne jest od spływu podziemnego, a więc od objętości zapasów wód gruntowych oraz głębokości wcięcia koryta rzecznego.
4. Zapasy wód gruntowych pochodzą z opadów atmosferycznych spadłych w okresach poprzedzających niżówkę i to przede wszystkim z opadów i roztopów wiosennych oraz ewentualnie z długotrwałych deszczów ubiegłej jesieni. Tak więc głównie opad z półroczna zimowego /XI - IV/, będzie decydował o przebiegu krzywej opadania.
5. Najniższy przepływ w rzece, który obserwujemy w najbardziej piosusznym latach /tzw! minimum minimorum - NNW/, pochodzi z zapasów wód wglębnych i zależy od ilości i wodonośności przeciętych horyzontów wodnych.
6. Wielkość najniższego przepływu letniego jest dla każdej rzeki stosunkowo stała i pomimo nieraz bardzo długiego czasu trwania niżówki przepływ w rzece nie spada poniżej tej wartości.

Niżówki zimowe

Spływ zimowy przebiega w zupełnie innych warunkach meteorologicznych i hydrologicznych niż spływ letni. Z tego też powodu przebieg niżówki zimowej - jej powstanie, zakończenie, czas trwania, krzywa opadania, najniższy przepływ, - zależą od zupełnie innych czynników niż te same parametry niżówki letniej.

Spływ zimowy rozpoczyna się z chwilą wystąpienia ujemnych temperatur powietrza. Spływ powierzchniowy, pomimo znacznych opadów /śnieg/, zupełnie wówczas ustaje. Rzeka zasilana jest jedynie spływem podziemnym. Mimo zasilania rzeki wyłącznie spływem podziemnym, przepływy niżówki zimowej nie są wyłącznie uwarunkowane wyczerpywaniem się zasobów wód gruntowych, a zależą również od stopnia zamarznięcia rzeki. Minimalny spływ okresu zimowego występuje w chwili zaistnienia najmniejszej różnicy między spływem podziemnym, a stratami wody na zamarzanie. Najniższy przepływ może więc nastąpić zarówno na początku, w środku jak i na końcu niżówki. Ponadto może on powstać w wyniku zatorów lodowych /najczęściej śrutowych/. Krzywa opadania niżówki zimowej jest bardziej zależna od ujemnych temperatur i intensywności narastania tafli lodowej niż od wyczerpywania się retencji gruntowej.

Odnosnie powstawania i przebiegu niżówek zimowych można wysnuć następujące wnioski.

1. O terminie rozpoczęcia i zakończenia niżówki, a tym samym o czasie jej trwania decyduje temperatura powietrza.
2. Na przebieg niżówki nie wpływają /ew. minimalnie wpływają/ spadłe, w czasie jej trwania, opady atmosferyczne /śniegi/. Niżówka przebiega niezależnie od wysokości nagromadzonego śniegu, niezależnie od retencji powierzchniowej zlewni.
3. Tempo pogłębiania się niżówki jest mało zależne od wyczerpywania się retencji gruntowej.

4. O tempie pogłębiania się niżówki decyduje przede wszystkim tempo przemarzania rzeki.
5. Najniższy przepływ niżówki jest wynikiem bądź głębokiego przemarznięcia rzeki, bądź powstałych zatorów lodowych.
6. Wartość minimalnego przepływu zimowego uwarunkowana jest jednoczesnym wystąpieniem minimalnego spływu zimowego wód podziemnych i maksymalnego przemarznięcia rzeki.

Z powyższego jasno wynika, że niżówki letnie i niżówki zimowe mają różną genezę. Zupełnie inne czynniki hydrometeorologiczne decydują o ich powstawaniu i przebiegu. Niżówki letnie i niżówki zimowe należy traktować jako dwa oddzielne zjawiska.

3.2. Informacja i jej zastosowanie w badaniach genetycznych

Obecnie powinniśmy przystąpić do ustalenia genetycznych związków między parametrami niżówki, a kształtującymi je hydrometeorologicznymi czynnikami. Związki takie pozwoliłyby ustalić ilościowe zależności pomiędzy elementami badanego zjawiska. Wykonanie powyższego zadania wymaga spełnienia następujących warunków: po pierwsze dokładnego poznania wszystkich czynników wpływających na badane zjawisko, po drugie poznania całokształtu procesu powstawania i przebiegu tego zjawiska, po trzecie posiadania wieloletnich obserwacji wszystkich elementów biorących udział w badanym procesie. Niestety, przy dzisiejszym stanie rozwoju hydrologii rozwiązanie tego zagadnienia jest niemożliwe. Nie możemy dokonać pełnej naukowej analizy interesujących nas zjawisk przyrodniczych, zjawisk które występują w bardzo złożonych i wzajemnie powiązanych postaciach. Innymi słowami, nie potrafimy na podstawie analizy procesów zachodzących w przyrodzie ustalić jednoznacznej genetycznej zależności między parametrami niżówki, a czynnikami ją kształtującymi.

W oparciu o wnioski zestawione w rozdziale 3.1. można określić szereg czynników hydrometeorologicznych, które powinny /w wyniku przeprowadzonej analizy/ najistotniej wpływać na procesy niżówkowe. Jak wspomniano wyżej, ze względu na niemożliwość dokładnego prześledzenia procesu spływu nie jesteśmy w stanie, w oparciu o zależności genetyczne, jednoznacznie określić wagę i wzajemny stosunek poszczególnych czynników biorących udział w tym procesie. Zmusza nas to do stosowania innej metody, metody nie wymagającej analizy związków przyczynowych.

Ustaleniem zależności pomiędzy poszczególnymi czynnikami bez przeprowadzania naukowej analizy ich zależności genetycznych, zajmuje się statystyka matematyczna, a w szczególności rachunek korelacyjny. W naszym wypadku istnieje problem, w jaki sposób określić wagę poszczególnych czynników hydrometeorologicznych i ich grup w procesie zjawisk niżówkowych. Innymi słowy, chcielibyśmy wiedzieć jaka ilość informacji zawiera się w tych czynnikach odnośnie parametrów niżówki. Problem ten można rozwiązać przy pomocy teorii informacji, nauki szybko rozwijającej się w ostatnich czasach i stanowiącej obecnie samodzielny dział matematyki.

Poniżej zostały omówione niektóre zagadnienia z teorii informacji w oparciu o prace S.Kullback'a [21] i Z.Kaczmarka [19].

Przez x oznaczmy zbiór potencjalnych czynników, przypuszczalnie wpływających na parametry niżówki; przez y zbiór tych parametrów. Każdy z elementów zbiorów x i y podlega jakiemś, najczęściej asymetrycznemu rozkładowi prawdopodobieństwa. Dalsze rozważania odnoszą się jednak wyłącznie do wielowymiarowych rozkładów normalnych. Należy więc przekształcić wszystkie zmienne x i y do rozkła-

dów normalnych. ^{1/} Załóżmy, że przekształcone zmienne zbioru x tworzą zbiór u^{/1/}, zaś przekształcone zmienne zbioru y tworzą zbiór u^{/2/}. Przez \mathcal{M} oznaczmy macierz wariancyjno-kowariancyjną całej zbiorowości zmiennych u, $\mathcal{M} = \|r_{ij} \zeta_i \zeta_j\|$. Macierz tę możemy podzielić na podmacierze odpowiadające elementom zbiorów u^{/1/} i u^{/2/}

$$\mathcal{M} = \begin{vmatrix} \mathcal{M}^{/11/} & \mathcal{M}^{/12/} \\ \mathcal{M}^{/21/} & \mathcal{M}^{/22/} \end{vmatrix} \quad /3.2.1/$$

Oznacza to, że $\mathcal{M}^{/11/}$ zawiera w sobie współczynniki korelacji i odchylenia średnie odnoszące się tylko do zmiennych zbioru u^{/1/}, $\mathcal{M}^{/22/}$ zawiera te same parametry w odniesieniu do zmiennych zbioru u^{/2/}, zaś $\mathcal{M}^{/12/}$ i $\mathcal{M}^{/21/}$ zawierają elementy tych dwóch zbiorowości. Ilość informacji zawierającej się w u^{/1/} w odniesieniu do u^{/2/} można określić przy pomocy zależności /3.2.2/

$$I_{1/2/} = 0,5 \ln \frac{M^{/11/} M^{/22/}}{M} \quad /3.2.2/$$

gdzie $M^{/11/}$, $M^{/22/}$, M są wyznacznikami odnośnych macierzy, a więc

$$M^{/11/} = \left| \mathcal{M}^{/11/} \right|, \quad M^{/22/} = \left| \mathcal{M}^{/22/} \right|, \quad M = \left| \mathcal{M} \right|$$

Jeżeli zbiory u^{/1/} i u^{/2/} byłyby niezależne to wówczas $I = 0$.

Zależność /3.2.2/ określa nam całkowitą ilość informacji jaka zawiera się w u^{/1/} w odniesieniu do u^{/2/}. Chcąc zbadać wpływ oddzielnych elementów, lub grup elementów zbioru u^{/1/} na zbiór u^{/2/}, możemy ze zbioru u^{/1/} wydzielić podzbiór u^{/1'/} i przy pomocy zależności /3.2.3/ obliczyć ilość informacji zawartej w u^{/1'/} w odniesieniu do u^{/2/}

$$I_{1'/2/} = 0,5 \ln \frac{M^{/1' 1'/} M^{/22/}}{M} \quad /3.2.3/$$

^{1/} Zagadnienie przekształcania zmiennych losowych do rozkładów normalnych omówiono szczegółowo w rozdz.4.1.

gdzie $M^{1'1'}$, $M^{22'}$, M są odpowiednimi wyznacznikami nowej macierzy \mathcal{M} /3.2.4/.

$$\mathcal{M} = \begin{vmatrix} \mathcal{M}^{1'1'} & \mathcal{M}^{1'2'} \\ \mathcal{M}^{2'1'} & \mathcal{M}^{2'2'} \end{vmatrix} \quad /3.2.4/$$

Ponadto istnieje następująca zależność pomiędzy $I_1/2/$ a $I_1'/2/$:

$$I_1/2/ = I_1'/2/ + I_1''/1'/2/ \quad /3.2.5/$$

Przy pomocy zależności /3.2.5/ możemy obliczyć ilość informacji $I_1''/1'/2/$ zawierającej się w pozostałej zbiorowości $u^{1'}$ (po wyeliminowaniu podzbioru $u^{1'}$), pod warunkiem, że wpływ zmiennych $u^{1'}$ został uwzględniony. We wzorach /3.2.2/ i /3.2.3/ można zamiast wyznaczników macierzy \mathcal{M} /i odpowiednich podmacierzy/ brać wyznaczniki P macierzy korelacyjnej $\Pi = || r_{ij} ||$ /i odpowiednich podmacierzy/.

Obliczając składniki macierzy \mathcal{M} /czy Π / opieramy się na N -elementowym ciągu obserwacji. Tak jak N -elementowe ciągi obserwacji mogą różnić się między sobą /podlegają przypadkowemu wyborowi/ tak i macierze oraz obliczona na ich podstawie ilość informacji stanowi tylko statystyczną ocenę. Może zdarzyć się, że zbiory $u^{1'}$ i $u^{2'}$ są w rzeczywistości od siebie niezależne, a tylko przypadkowy wybór N -elementowego zestawu spowodował, że obliczona na jego podstawie ilość informacji $I \neq 0$. W celu uniknięcia tego typu nieprawidłowych wniosków należy sprawdzić otrzymane wartości przy pomocy następującego kryterium. Wielkości I wyliczone ze wzorów /3.2.2/ i /3.2.3/ będziemy uważali tylko wtedy za miarodajne tzn. nie wynikające z przypadkowego wyboru N -elementowego ciągu, o ile zostanie spełniona nierówność /3.2.6/

$$I \geq \frac{\chi^2_{Kr}}{2/N-1} \quad /3.2.6/$$

gdzie χ_{kr}^2 - oznacza krytyczne znaczenie przypadkowej wielkości χ^2 , o n-tym stopniu swobody, wyznaczonej na poziomie $\alpha = 0,05$. Wartości χ_{kr}^2 zestawiono w tablicy I. Ilość stopni swobody należy określać w następujący sposób:

$$\text{dla oceny } I_1/2/ \quad n = K_1 \cdot K_2$$

$$\text{" " } I_1/2/ \quad n = K_1 \cdot K_2$$

$$\text{" " } I_1"/_1/2/ \quad n = /K_1 - K_1'/ \cdot K_2$$

gdzie K_1 - oznacza ilość elementów w zbiorze $u^{1/}$, K_2 - w zbiorze $u^{2/}$, K_1' - w podzbiorze $u^{1/}$.

Jeżeli nierówność /3.2.6/ nie zostanie spełniona, wówczas należy uważać, że zależność $u^{2/}$ od $u^{1/}$ jest nieistotna czyli zbiór $u^{1/}$ nie warunkuje zbioru $u^{2/}$.

Przedstawiony sposób obliczania ilości informacji był dotychczas wykorzystywany przy ustalaniu prognozy [19], w celu właściwego wyboru elementów prognozujących. Obecnie wykorzystamy go przy ustalaniu genezy zjawisk niżówkowych, tzn. będziemy badali wpływ założonych z góry ciągów potencjalnych czynników, od których przypuszczalnie zależą parametry niżówki, jednak bez przeprowadzania naukowej analizy związków przyczynowych.

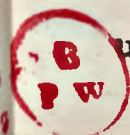
3.3. Geneza niżówek letnich w oparciu o teorię informacji

Określając genezę zjawisk niżówkowych dla wybranego profilu na rzece można pominąć wpływ czynników fizjograficznych takich jak położenie geograficzne, geologia, gleby, lasy itp., gdyż są one stałe, nie podlegające większym zmianom w czasie, a więc nie wpływające na różny przebieg niżówek w poszczególnych latach. Będziemy więc badali jedynie wpływ zmiennych czynników hydrometeorologicznych.

Wybór elementów

Zmienne czynniki hydrometeorologiczne, podlegające prawom statystyki, stanowią dużą i bardzo różnorodną grupę. Wybór z niej elementów do analizy uzależniony będzie przede wszystkim od prowadzonych obserwacji. Pod uwagę mogą być brane jedynie elementy posiadające wieloletnie ciągi obserwacji. Zgodnie z wnioskami podanymi w rozdziale 3.1. oraz biorąc pod uwagę prowadzone obserwacje hydrometeorologiczne wybrano następujące czynniki jako elementy, od których przypuszczalnie zależą parametry niżówki:

- | | | | |
|-----|---|--|--------------|
| 1. | Wysokość opadu w półroczu zimowym | /XI - IV/ | P_Z |
| 2. | " " " letnim | /V - X/ | P_L |
| 3. | Wielkość parowania " zimowym | | E_Z |
| 4. | " " " letnim | | E_L |
| 5. | Wskaźnik suchości " zimowym | $\frac{P_Z}{E_Z} =$ | W_Z |
| 6. | " " " letnim | $\frac{P_L}{E_L} =$ | W_L |
| 7. | " " " dla roku | $\frac{P_R}{E_R} =$ | W_R |
| 8. | " " " dla jesieni | /X - XI/ $\frac{P_{X-XI}}{E_{X-XI}} =$ | W_J |
| 9. | " " " z półrocza letniego, roku ubiegłego | | $W_{L,u}$ |
| 10. | Przepływ minimalny najgłębszej niżówki z roku ubiegłego | | $Q_{min,u}$ |
| 11. | Przepływ średni najgłębszej niżówki z roku ubiegłego | | $Q_{sr,g,u}$ |
| 12. | Objętość brakującej wody w okresie całego lata roku ubiegłego | | V_u |
| 13. | Czas trwania wszystkich niżówek w lecie ubiegłego roku | | T_u |



14. Przepływ maksymalny wezbrania wiosennego Q_{\max}

15. Przepływ średni z okresu 25.IV. - 1.V. czyli z ostatniego tygodnia półrocza zimowego Q_t

Powyższe elementy, jako potencjalne czynniki warunkujące niżówkę będą stanowiły grupę u^{/1/}. Grupa u^{/2/} będzie zawierała następujące parametry niżówek.

1. Przepływ najniższy najgłębszej niżówki Q_{\min}

2. Przepływ średni najgłębszej niżówki $Q_{\text{sr},g}$

3. Czas trwania najgłębszej niżówki T_g

4. Przepływ średni wszystkich niżówek obserwowanych w ciągu danego lata $Q_{\text{sr},c}$

5. Czas trwania wszystkich niżówek obserwowanych w ciągu danego lata T_c

6. Objętość brakującej wody w okresie całego lata V_c

7. Średni czas trwania niżówek w okresie danego /n - ilość niżówek/ lata $\frac{T_c}{n} = T_s$

Całość opracowania wykonana została dla niżówek obserwowanych na wodowskazie Skwierzyna na Warcie, w oparciu o 51-letnie ciągi obserwacji każdego z wymienionych elementów grupy u^{/1/} i u^{/2/}. Elementy meteorologiczne ustalone zostały jako wartości średnie z trzech stacji klimatologicznych rozmieszczonych mniej więcej równomiernie na obszarze zlewni. Stacjami tymi są Poznań, Łódź i Częstochowa. Parowanie obliczono metodą Konstantinowa /20/.

W grupie u^{/1/} nie uwzględniono jednego z istotnych czynników jakim jest stan wód gruntowych będący miernikiem retencji gruntowej. Niestety obserwacje stanów wód gruntowych posiadają zaledwie kilkunastoletnie ciągi, a więc nie są miarodajne w badaniach statystycznych.

W celu ustalenia wielkości wpływu poszczególnych czynników, lub zespołu czynników wchodzących w skład grupy $u^{1/}$ na czynniki grupy $u^{2/}$, przeanalizowano szereg wariantów /tabl.1/. Dla każdego z wymienionych w tablicy 1 wariantów /znakiem + oznaczono brane w obliczeniach czynniki/ obliczono ilość informacji według zależności /3.2.3/. Wartości $I_{1''/1'}$ ustalono wg wzoru /3.2.5/, zaś I_{kr} ze wzoru /3.2.6/.

Obliczenia współczynników korelacji oraz wyznaczników macierzy /3.2.4/, przeprowadzono na maszynie cyfrowej UMC-1.

Wnioski

Porównując otrzymane ilości informacji w poszczególnych wariantach oraz ubytki informacji przy pominięciu pewnych elementów można ustalić elementy zawierające największe ilości informacji odnośnie parametrów niżówek. Przeprowadzone obliczenia nie pozwalają ustalić bezwzględnej ilości informacji zawartej w poszczególnych pomijanych czynnikach, lecz jedynie względną ilość informacji w stosunku do pozostałych uwzględnionych czynników /patrz uwagi w rozdz.3.2. odnośnie $I_{1''/1'}$ /2/).

Najpierw omówimy wpływ poszczególnych czynników meteorologicznych na parametry niżówki. Największą ilość informacji uzyskujemy biorąc pod uwagę zarówno opad letni i zimowy jak i wskaźniki suchości /wariant I/. Z porównania wariantów IX i XIII dochodzimy do wniosku, że ilość informacji zawartej w opadzie i parowaniu /dla lata i zimy/, jest prawie identyczna z informacją zawartą we wskaźnikach suchości. Największa ilość informacji zawarta jest w opadzie i parowaniu z okresu lata, w czasie którego występuje niżówka. Pominięcie opadu i parowania letniego /w.XX/ w stosunku do wariantu V powoduje zmniejszenie informacji o około 55%, zaś przy tych samych pozostałych elementach /w.V i VI/ pominięcie opadu i parowania

z okresu zimy /z analizy innych wariantów wynika, że parowanie zimowe odgrywa małą rolę/, daje zmniejszenie informacji tylko o 16% /co nie mniej świadczy o dość znacznym udziale opadu zimowego w procesie zjawisk niżówkowych/. Jeżeli bierzemy pod uwagę, z czynników meteorologicznych, jedynie wskaźniki suchości /w.XIII-XVI/, to dochodzimy do wniosku, że największą ilość informacji zawiera wskaźnik suchości dla lata - W_L .

W celu ustalenia najbardziej miarodajnej prognozy /rozd.5.3/, określono ilości informacji zawierające się w meteorologicznych elementach poprzedzających pojawienie się niżówki. Z porównania w.I i XVIII wynika, że pominięcie czynników meteorologicznych występujących w okresie niżówki powoduje duży ubytek informacji /~ 47%/. Z prognozujących czynników meteorologicznych największą ilość informacji zawiera opad zimowy oraz wskaźniki suchości z okresu poprzedniego lata. Np. odnośnie opadu zimowego, z porównania w.XXXVII i XXXVIII, dochodzimy do wniosku, że wyeliminowanie trzech elementów prognozujących takich jak W_j , Q_{max} , Q_t , a wzięcie na ich miejsce tylko jednego elementu P_z nie tylko nie zmniejszyło ilości informacji, ale nawet spowodowało jej niewielki wzrost.

Przejdziemy teraz do przeanalizowania wpływu czynników hydrologicznych /wszystkie one są z okresu poprzedzającego niżówkę/. Badane czynniki hydrologiczne podzielić można na dwie grupy. Pierwsza grupa, to parametry niżówki z ubiegłego roku, które obrazują stopień wyczerpania się zapasów wód gruntowych w okresie poprzedniego lata, druga grupa to Q_{max} i Q_t obrazujące /choć częściowo/ uzupełnienie zapasów wód gruntowych w okresie spływu wiosennego oraz aktualny /w chwili stawiania prognozy/ spływ powierzchniowy. Z analizy szeregu wariantów /V-XIII, XVII, XXV-XXIX/

dochodzimy do wniosku, że wpływ wszystkich rozpatrywanych czynników hydrologicznych jest dość znaczny, a zawarta w nich ilość informacji waha się, w zależności od branych wówczas pod uwagę czynników meteorologicznych, w granicach 30% w stosunku do wszystkich rozpatrywanych hydrologicznych i meteorologicznych czynników.

Największe ilości informacji zawierają $Q_{\min,u}$ i T_u /brane łącznie/ lub $Q_{\text{sr},g,u}$. Znaczenie $Q_{\min,u}$, T_u /lub $Q_{\text{sr},g,u}$ / szczególnie jest duże, gdy analizujemy wpływ czynników prognozujących /mała jest wówczas ilość czynników meteorologicznych/. Mniejsze ilości informacji, lecz również istotne dla prognozy zawierają Q_{\max} i Q_t .

Z powyższego można wysnuć szereg wniosków odnośnie genezy niżówek. Największy wpływ, w procesie kształtowania niżówek letnich, wywierają /z rozpatrywanych/ czynniki w następującej kolejności: P_L /wpływ dominujący/, E_L /lub w_z /, P_z , $Q_{\min,u}$ i T_u , Q_{\max} , Q_t ; pozostałe czynniki odgrywają małą rolę.

Udział rozpatrywanych czynników meteorologicznych /z por. I, XII, XVII, XXIII/ jest znacznie większy /~ 70% informacji/ niż czynników hydrologicznych /~ 30%/ w procesach niżówkowych.

Odnośnie prognozowania nasuwają się następujące wnioski. Ilość informacji zawarta we wszystkich rozpatrywanych czynnikach prognozujących /w. XVIII/ jest stosunkowo mała i niewiele /~ 10%/ przekracza I_{kr} , czyli minimalną ilość informacji, przy której możemy uważać zależność czynników prognozowanych od prognozujących za nieprzypadkową. Najbardziej miarodajnymi czynnikami prognozującymi okazały się: z czynników meteorologicznych - P_z , $w_{L,u}$, w_j ; z czynników hydrologicznych - $Q_{\min,u}$, T_u /lub $Q_{\text{sr},u}$ /, Q_{\max} , Q_t . Należy ponadto zwrócić uwagę na zmianę procentowego udziału czynników hydrologicznych i meteorologicznych odnośnie prognozy w stosunku do genezy niżówek. Ilość informacji zawartej w hydrologicznych

czynnikach prognozujących stanowi $\sim 55\%$ /w.XVIII i XXIII/, zaś w meteorologicznych tylko $\sim 45\%$ w stosunku do całej informacji zawartej we wszystkich rozpatrywanych czynnikach prognozujących.

Wzrost udziału czynników hydrologicznych, w stosunku do meteorologicznych, w prognozie należy tłumaczyć pominięciem w prognozie głównych czynników meteorologicznych jakimi są opad i parowanie w okresie niżówki.

Biorąc pod uwagę mniejszą ilość czynników prognozujących niż w wariancie XXVIII /zawierającym 10 czynników/ uzyskano następujący średni /przy odrzucaniu różnych elementów ilość informacji różnie się zmienia/ ubytek informacji w stosunku do wariantu XXVIII:

dla 7 elementów prognozujących	-	$\sim 27\%$ /min.20%/
dla 6 " " "	-	$\sim 39\%$ /min.28%/
dla 5 " " "	-	$\sim 50\%$ /min.45%/

Przy mniejszej od 5 ilości elementów prognozujących ilość informacji była mniejsza od wartości I_{kr} , a więc niemiarodajna dla prognozy.

Ponadto należy zauważyć, że ilości informacji zawarte w czynnikach prognozujących są znacznie większe odnośnie wszystkich elementów niżówki, niż pewnych ich grup /w.XXXI - XXXIX/. Tak więc zwiększając ilość parametrów niżówki wykorzystujemy większą ilość informacji zawartej w czynnikach prognozujących.

IV. METODYKA OPRACOWANIA NIŻÓWEK

Jak wspomniano na wstępie, dotychczasowe opracowania odnośnie zjawisk niżówkowych nie traktowały niżówki jako całości, lecz odnosiły się tylko do jednego jej parametru, a mianowicie do najniższego przepływu. Niżej została podana metodyka kompleksowego opracowywania niżówek w oparciu o statystykę matematyczną. Przedstawiona metodyka obejmuje trzy sposoby charakteryzowania niżówek. W pierwszym niżówka jest określona trzema parametrami np. $Q_{\min,n}$, T_n , $Q_{\text{śr},n}$. Drugi mający zastosowanie przy projektowaniu wstępnym /ze względu na mniej dokładne charakteryzowanie niżówki/, określa niżówkę dwoma parametrami np. $Q_{\min,n}$, T_n . W trzecim niżówka jest określona czasami trwania $/T_i/$ dowolnie zadanych przepływów $/Q_i/$ występujących w okresie niżówki.

Przed podaniem metodyki statystycznego opracowywania niżówek należy przypomnieć, że rachunek prawdopodobieństwa można stosować jedynie przy badaniu zjawisk jednorodnych. Odnośnie zjawisk niżówkowych mamy do czynienia z dwojakim rodzajem niżówek, - niżówkami zimowymi i niżówkami letnimi. Geneza ich jest różna /zagadnienie to omówiono szczegółowo w części III/ i dlatego należy je traktować jako dwa oddzielne zjawiska. Podana niżej metodyka może być stosowana zarówno przy opracowywaniu niżówek letnich jak i zimowych.

4.1. Niżówki charakteryzowane trzema parametrami

Ustalenie prawdopodobieństwa wystąpienia niżówki określonej pewną ilością parametrów wymaga zastosowania rozkładów prawdopodobieństwa zmiennej wielowymiarowej. W rozpatrywanym przypadku, charakteryzowania niżówki trzema parametrami, będą to rozkłady zmiennej trzywymiarowej. Obecnie omówimy niektóre zagadnienia statystyki matematycznej związane z tymi rozkładami.

Rozkład prawdopodobieństwa zmiennej trzywymiarowej

Dla zmiennych wielowymiarowych szczegółowo został opracowany jedynie wielowymiarowy rozkład normalny. W przypadku, gdy rozpatrywane zjawiska podlegają innemu typowi rozkładu niż normalny istnieje konieczność sprowadzenia ich do rozkładu normalnego. W praktyce przy przekształcaniu rozkładu asymetrycznego /któremu to podlegają w większości zjawiska hydrologiczne/ w rozkład normalny stosuje się sposób przybliżony polegający na przekształcaniu każdej zmiennej osobno, tzn. doprowadza się rozkłady brzegowe każdej zmiennej x_i do postaci Nrm $/u_i, \bar{u}_i, \hat{\sigma}_i/$.

Przekształcenie rozkładów brzegowych zmiennych x_i nie warunkuje normalności rozkładu wielowymiarowego zmiennych $u_1 \dots u_k$, jednak w praktyce przyjmuje się to założenie. Najczęściej stosowanymi przekształczeniami są przekształcenia logarytmiczne i graficzne [17]. W podanym na końcu niniejszego rozdziału przykładzie liczbowym zastosowano przekształcenie graficzne. Rs.4 oraz tablica 3 jasno obrazują sposób przekształcania. W danym wypadku każda ze zmiennych x_i została przekształcona do rozkładu $N /0;1/$. Przekształcenie do rozkładu normalnego o parametrach $\bar{u} = 0$ i $\hat{\sigma} = 1$ ma tę zaletę, że przy określaniu prawdopodobieństwa zmiennych wielowymiarowych przy pomocy niżej podanych wzorów nie trzeba obliczać zmiennych zredukowanych /4.1.13/. Do zagadnienia tego wrócimy jeszcze przy omawianiu wzorów /4.1.5/ i /4.1.6/.

Dystrybuantę wielowymiarowego rozkładu normalnego określa wyrażenie /4.1.1/.

$$F /u_1 \dots u_k/ = \int_{-\infty}^{u_1} \dots \int_{-\infty}^{u_k} \text{Nrm} /u, \mu, \hat{\sigma} / du_1 \dots du_k \quad /4.1.1/$$

Natomiast prawdopodobieństwo przewyższenia, które jest powszechnie stosowane w hydrologii, określa wyrażenie /4.1.2/.

$$P /u_1 \dots u_k/ = \int_{u_1}^{\infty} \dots \int_{u_k}^{\infty} N_{r,m} /u, \mu, \sigma/ du_1 \dots du_k \quad /4.1.2/$$

Wyznaczenie powyższych całek zależności /4.1.1/ lub /4.1.2/, bez stosowania maszyn matematycznych, jest dość kłopotliwe.

W celu ułatwienia obliczeń dąży się do stabelaryzowania wartości dystrybuanty /naturalnie przy wzrastającej ilości zmiennych zagadnienie to jest coraz trudniejsze/. Tabelaryczny sposób obliczenia dla zmiennych dwuwymiarowych podał Owen /34/.

Zagadnieniem tabelarycznego ujęcia dystrybuanty zmiennej trójwymiarowej zajmowało się szeregi matematyków /Ruben, Teichroew, Kendall, Das i inni/, ujmując niestety tylko przypadki szczególne.

W 1958 r. G.P.Steck opublikował artykuł /42/ omawiający sposób obliczania dystrybuanty zmiennych trójwymiarowych przy pomocy tablic.

Dla trójwymiarowego rozkładu normalnego, o $\bar{u}_1 = \bar{u}_2 = \bar{u}_3 = 0$; $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 1$ czyli rozkładu $N/0;1/$, oraz współczynnikach korelacji równych $r_{12} = r_{13}, r_{23}$, prawdopodobieństwo, że $U_1 < u_1,$

$U_2 < u_2, U_3 < u_3$ dane jest funkcją $C/u_1, u_2, u_3; r_{12}, r_{13}, r_{23}/$, czyli:

$$P/X_1 < x_1, X_2 < x_2, X_3 < x_3/ = P /U_1 < u_1, U_2 < u_2, U_3 < u_3/ = C /u_1, u_2, u_3; r_{12}, r_{13}, r_{23}/ \quad /4.1.3/$$

Zaś prawdopodobieństwo przewyższenia określa wyrażenie /4.1.4/

$$P /X_1 \gg x_1, X_2 \gg x_2, X_3 \gg x_3/ = P /U_1 \gg u_1, U_2 \gg u_2, U_3 \gg u_3/ = P /u_1, u_2, u_3, r_{12}, r_{13}, r_{23}/ = C /u_1, -u_2, -u_3; r_{12}, r_{13}, r_{23}/ \quad /4.1.4/$$

Steck wyróżnia dwa wypadki, dla których określa wartość dystrybuanty. A mianowicie.

Wypadek 1. dla $u_1 \geq 0, u_2 \geq 0, u_3 \geq 0$, lub $u_1 < 0, u_2 < 0, u_3 < 0$

$$C(u_1, u_2, u_3; r_{12}, r_{13}, r_{23}) = 1/2 [(1 - \delta_{a_1 c_1}) F(u_1) + (1 - \delta_{a_2 c_2}) F(u_2) + (1 - \delta_{a_3 c_3}) F(u_3)] - 1/2 [T(u_1, a_1) + T(u_1, c_1) + T(u_2, a_2) + T(u_2, c_2) + T(u_3, a_3) + T(u_3, c_3)] - [S(u_1, a_1, b_1) + S(u_1, c_1, d_1) + S(u_2, a_2, b_2) + S(u_2, c_2, d_2) + S(u_3, c_3, a_3)] \quad /4.1.5/$$

Wypadek 2. dla $u_1 \geq 0, u_2 \geq 0, u_3 < 0$, lub $u_1 < 0, u_2 < 0, u_3 \geq 0$

$$C(u_1, u_2, u_3; r_{12}, r_{13}, r_{23}) = 1/2 [F(u_1) + F(u_2) - \delta_{u_1 u_2}] - T(u_1, a_1) - T(u_2, c_2) - C(u_1, u_2, -u_3; r_{12}, r_{13}, r_{23}) \quad /4.1.6/$$

gdzie:

$F/u/$ - jest dystrybuantą rozkładu normalnego zmiennej jednowymiarowej - Tablica II.

$T/u, a/$ - jest funkcją podaną w tablicach Owena - Tablica III

$$a_1 = \frac{u_2 - u_1 r_{12}}{u_1 / 1 - r_{12}^2 / 1/2} \quad a_2 = \frac{u_3 - u_2 r_{23}}{u_2 / 1 - r_{23}^2 / 1/2}$$

$$a_3 = \frac{u_1 - u_3 r_{13}}{u_3 / 1 - r_{13}^2 / 1/2} \quad c_1 = \frac{u_3 - u_1 r_{13}}{u_1 / 1 - r_{13}^2 / 1/2}$$

$$c_2 = \frac{u_1 - u_2 r_{12}}{u_2 / 1 - r_{12}^2 / 1/2} \quad c_3 = \frac{u_2 - u_3 r_{23}}{u_2 / 1 - r_{23}^2 / 1/2}$$

$$b_1 = \frac{1 - r_{12}^2 / u_3 - u_1 r_{13} / - / r_{23} - r_{12} r_{13} / u_2 - u_1 r_{12} /}{u_2 - u_1 r_{12} / \Delta^{1/2}}$$

$$d_1 = \frac{1 - r_{13}^2 / u_2 - u_1 r_{12} / - / r_{23} - r_{12} r_{13} / u_3 - u_1 r_{13} /}{u_3 - u_1 r_{13} / \Delta^{1/2}}$$

$$b_2 = \frac{1 - r_{23}^2 / u_1 - u_2 r_{12} / - / r_{13} - r_{12} r_{23} / u_3 - u_2 r_{23} /}{u_3 - u_2 r_{23} / \Delta^{1/2}}$$

$$d_2 = \frac{1 - r_{12}^2 / u_3 - u_2 r_{23} / - / r_{13} - r_{12} r_{23} / u_1 - u_2 r_{12} /}{u_1 - u_2 r_{12} / \Delta^{1/2}}$$

$$b_3 = \frac{1 - r_{13}^2 / u_2 - u_3 r_{23} / - / r_{12} - r_{13} r_{23} / u_1 - u_3 r_{13} /}{u_1 - u_3 r_{13} / \Delta^{1/2}}$$

$$d_3 = \frac{1 - r_{23}^2 / u_1 - u_3 r_{13} / - / r_{12} - r_{13} r_{23} / u_2 - u_3 r_{23} /}{u_2 - u_3 r_{23} / \Delta^{1/2}}$$

$$\Delta = 1 - r_{12}^2 - r_{13}^2 - r_{23}^2 + 2r_{12} r_{13} r_{23}$$

$$\delta_{xy} = \begin{array}{l} 0, \text{ jeżeli iloczyn } xy \text{ jest dodatni} \\ +1, \text{ jeżeli iloczyn } xy \text{ jest ujemny} \end{array}$$

S /u, a, b/ - jest funkcją stabelaryzowaną przez Stecka Tab.IV

/w tablicy IV należy jako m przyjmować u/.

Funkcja S/u, a, b/ jest stabelaryzowana dla wartości $0 < b \leq 1$, lecz jest możliwe otrzymanie wartości $1 < b < \infty$ przy zastosowaniu jednego z poniższych wzorów:

Jeżeli $a > 1$, $b > 1$ to

$$S /u, a, b/ = \left[F /u/ - \frac{1}{2} \right] T /u, a, b/ - \left[F /uab/ - \frac{1}{2} \right] T /u, a, \frac{1}{a}/ + S /uab, \frac{1}{b}, \frac{1}{a}/ \quad /4.1.7/$$

Jeżeli $0 < a \leq 1$, $b > 1$ to

$$S /h, a, b/ = \frac{1}{4} F /u/ + \left[F /uab/ - \frac{1}{2} \right] T /u, a/$$

$$- S /uab, \frac{1}{ab}, a/ - S /u, ab, \frac{1}{b}/ \quad /4.1.8/$$

Dla ujemnych wartości u , a lub b należy stosować następujące wzory:

$$S /-u, a, b/ = S /\infty, a, b/ - S /u, a, b/ \quad /4.1.9/$$

$$S /u, -a, b/ = S /u, a, b/ \quad /4.1.10/$$

$$S /u, a, -b/ = -S /u, a, b/ \quad /4.1.11/$$

Zaznaczyć należy, że wzory /4.1.7/ i /4.1.8/ ustalone są dla dodatnich wartości a i b , z tego też powodu przy ujemnych wartościach a , lub b należy najpierw zastosować wzory /4.1.10/ i /4.1.11/.

Dla ułatwienia obliczeń, w przypadku przyjmowania przez a , b lub u wartości szczególnych, można stosować następujące zależności

$$S /0, a, b/ = \frac{1}{2} S /\infty, a, b/$$

$$S /u, a, 0/ = 0 \quad /4.1.12/$$

$$S /u, \infty, b/ = 0$$

Zależności /4.1.5/ i /4.1.6/ zostały ustalone dla zmiennych u_i , których rozkłady brzegowe mają parametry $\bar{u}_i = 0$, $\bar{G}_i = 1$. W przypadku, gdy zmienne x_i zostały przekształcone do rozkładów normalnych o parametrach $\bar{u}_i \neq 0$ i $\bar{G}_i \neq 1$, wówczas należy we wzorach /4.1.5/ i /4.1.6/ stosować zmienne zredukowane /4.1.13/

$$u_{z,i} = \frac{u_i - \bar{u}_i}{\bar{G}_i} \quad /4.1.13/$$

Nomogram. W praktyce często można się spotkać z koniecznością określania prawdopodobieństwa dla dużej ilości różnych wartości zmiennych x_1, x_2, x_3 . Wielokrotne wyliczanie współczynników a, b, c, d do wzorów /4.1.5/ i /4.1.6/ oraz obliczanie prawdopodobieństwa według tych wzorów jest dość pracochłonne. Pewne uproszczenia można uzyskać sporządzając nomogram uzależniający wartości x_1, x_2, x_3 oraz p . W tym celu należy określić szereg wartości prawdopodobieństwa dla różnych wartości $u_1 = u_2 = u_3$. Przyjmując jednakowe wartości u_1, u_2, u_3 uzyskuje się duże uproszczenia przy określaniu wartości współczynników a, b, c, d do wzorów /4.1.5/ i /4.1.6/. A mianowicie

wówczas $a_1 = c_2 = c_3$, $a_2 = c_1$, $b_1 = d_2$, $b_2 = d_3$, $b_3 = d_1$
 /w celu wykazania równości współczynników $b_1 = d_2$, $b_2 = d_3$,
 $b_3 = d_1$ należy pozbyć się nawiasów w licznikach wzorów/.

Ponadto obliczone wartości współczynników są stałe, tzn. nie za-
 leżą od przyjmowanych wartości $u_1 = u_2 = u_3$, a zależą jedynie od
 stałych /dla samego opracowania/ współczynników korelacji.

$$a_1 = c_2 = \frac{1 - r_{12}}{\sqrt{1 - r_{12}^2}}$$

$$a_2 = c_3 = \frac{1 - r_{23}}{\sqrt{1 - r_{23}^2}}$$

$$a_3 = c_1 = \frac{1 - r_{13}}{\sqrt{1 - r_{13}^2}}$$

$$b_1 = d_2 = \frac{1 - r_{12}^2 - r_{13} - r_{23} + r_{12} r_{13} + r_{12} r_{23}}{\sqrt{1 - r_{12}^2} \Delta} \quad /4.1.14/$$

$$b_2 = d_3 = \frac{1 - r_{23}^2 - r_{12} - r_{13} + r_{12} r_{23} + r_{13} r_{23}}{\sqrt{1 - r_{23}^2} \Delta}$$

$$b_3 = d_1 = \frac{1 - r_{13}^2 - r_{12} - r_{23} + r_{12} r_{13} + r_{13} r_{23}}{\sqrt{1 - r_{13}^2} \Delta}$$

Nomogram należy sporządzić dla zmiennych wyjściowych, a więc
 przed jego wykonaniem należy zmienne u_1, u_2, u_3 przekształcić do
 zmiennych x_1, x_2, x_3 /rys.4/. Nomogram najwygodniej jest sporzą-
 dzić w formie drabinkowej o czterech równoległych osiach, $x_1, x_2,$
 x_3, p /rys.5/. Krzywa A łączy punkty przecięcia się dwóch prostych,
 z których jedna przeprowadzona jest przez odpowiednie wartości x_1
 i x_2 , a druga przez x_3 i obliczone dla tych wartości prawdopo-
 bieństwo p . Chcąc określić z nomogramu wartość prawdopodobieństwa
 dla dowolnych wartości x_1, x_2, x_3 , należy przez punkty x_1, x_2
 przeprowadzić prostą a następnie przez punkt jej przecięcia

z krzywą A i odpowiedni punkt x_3 przeprowadzić drugą prostą, która na osi p wyznaczy szukaną wartość prawdopodobieństwa /oś p wykreślona jest w podziałce prawdopodobieństwa/. Np. dla zaznaczonych na nomogramie wartości $x_1 = 60,0 \text{ m}^3/\text{sek}$, $x_2 = 70,0 \text{ m}^3/\text{sek}$, $x_3 = 180$ dni odczytujemy wartość prawdopodobieństwa równą $p = 16,5\%$.

Przy przeprowadzaniu całości obliczeń na maszynach matematycznych nie zachodzi konieczność sporządzania nomogramu, gdyż wielokrotne obliczanie prawdopodobieństwa dla różnych wartości x_1 , x_2 , x_3 może być wykonane przy małym nakładzie pracy i czasu. W chwili obecnej są rozpoczęte prace nad ustaleniem programu dla rozkładów zmiennych trzywymiarowych i prawdopodobnie w najbliższym czasie będzie można obliczenia te przeprowadzać na maszynach matematycznych. Prace prowadzone są w Politechnice Warszawskiej przez Katedrę Hydrologii i Gospodarki Wodnej oraz Zakład Maszyn Matematycznych.

Przykład zastosowania

Przykład liczbowego określenia prawdopodobieństwa niżówek letnich przeprowadzono w profilu Skwierzyna na rzece Warcie. Obliczenia oparto na obserwacjach z okresu 1901-1959. Z powodu braku obserwacji w latach 1914, 1915, 1945 obliczeniowy ciąg obserwacji objął okres 56 lat.

Niżówki i ich parametry ustalono zgodnie z podanymi w części II kryteriami /rys.2/. Przyjęto parametry:

- a/ najniższa wartość przepływu niżówki - $Q_{\text{min},n}$
- b/ przepływ średni danej niżówki - $Q_{\text{sr},n}$
- c/ czas trwania niżówki - T_n .

Przepływ średni $/Q_{\text{sr},n}/$ obliczano jako odpowiadający stanowi średniemu $/H_{\text{sr},n}/$ z okresu niżówki.

Parametry te oznaczone $x_1 = Q_{\text{min},n}$, $x_2 = Q_{\text{sr},n}$, $x_3 = T_n$.
Wartości liczbowe wymienionych parametrów zestawiono w tabelicy 2.

Zestawienie obejmuje 93 niżówki wybrane wg przyjętych kryterium z 56 lat obserwacji /odnośnie sposobu przygotowywania danych obliczeniowych patrz rozdz.4.4/.

Dla przejścia do wielowymiarowego rozkładu normalnego zastosowano graficzne przekształcenie rozkładów brzegowych. W tym celu należało sporządzić ciągi rozdzielcze zmiennych x_1, x_2 /ciągi rosnące/, x_3 /ciąg malejący/, następnie określić prawdopodobieństwo wg wzoru $P = \frac{m - 0,3}{n \cdot N + 0,4}$ i przyporządkować mu wartości t_p /które są zmiennymi przekształconymi u_i / rozkładu normalnego $N_{rm} /0;1/$ /rys.4, tablica 3/. Wartości przekształconych zmiennych u_1, u_2, u_3 zestawione w tablicy 2.

Współczynniki korelacji r_{ij} , między poszczególnymi zmiennymi u_i obliczono według wzoru /4.1.15/

$$r_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j}{G_i G_j} \quad /4.1.15/$$

Obliczone wartości współczynników korelacji wynoszą $r_{12} = 0,9117$, $r_{13} = 0,8553$, $r_{23} = 0,8451$.

Prawdopodobieństwo obliczono dla przypadków szczególnych, a mianowicie dla $u_1 = u_2 = u_3$. Z tego względu obliczone wartości współczynników a,b,c,d są stałe tzn. nie zależą od przyjmowanych wartości dla u_1, u_2, u_3 /4.1.14/

$$\begin{array}{ll} a_1 = c_2 = 0,2148 & b_1 = d_2 = 1,0391 \\ a_2 = c_3 = 0,2897 & b_2 = d_3 = 0,3853 \\ a_3 = c_1 = 0,2792 & b_3 = d_1 = 0,4880 \end{array}$$

Wartości prawdopodobieństwa P obliczone wg wzoru /4.1.5/ zestawiono w tablicy 4. W tej tablicy podano również wartości zmiennych wyjściowych x_1, x_2, x_3 , dla odpowiednich wartości $u_1 = u_2 = u_3$ oraz wartości prawdopodobieństwa p ^{1/} wyliczone wg wzoru /4.4.1/.

1/ Zagadnienie obliczania p zostało omówione szczegółowo w rozdziale 4.4.

Wartość p określa prawdopodobieństwo wystąpienia, jako największej w roku, niżówki o parametrach $x_1 \ll x_{1,p}$ $x_2 \ll x_{2,p}$ $x_3 \gg x_{3,p}$.
Np. niżówka o parametrach $x_1 \ll 50,5 \text{ m}^3/\text{sek}$, $x_2 \ll 69,5 \text{ m}^3/\text{sek}$, $x_3 \gg 85$ dni wystąpi jako największa w roku /tzn. najgłębsza i najdłuższa ze wszystkich niżówek w roku/ z prawdopodobieństwem 49,91%.

Na podstawie wartości x_1, x_2, x_3, p zestawionych w tablicy 4 sporządzone nomogram /rys.5/.

4.2. Niżówki charakteryzowane dwoma parametrami

Uwzględnienie trzech parametrów charakteryzujących niżówkę wymagało zastosowania rozkładów trzywymiarowych zmiennej losowej. Wykonywanie obliczeń wg wzorów /4.1.5/ i /4.1.6/ bez stosowania maszyn matematycznych jest dość pracochłonne. W niektórych przypadkach np. w projektach wstępnych może wystarczyć mniej dokładny, ale jednocześnie mniej pracochłonny sposób obliczania niżówek.

Jeżeli określimy niżówkę przy pomocy dwóch, a nie jak w rozdz. 4.1. trzech parametrów wówczas obliczenia znacznie się uproszczą. Dobór parametrów może być różny w zależności od konkretnych potrzeb projektu. Wydaje się jednak, że w większości przypadków należałoby przyjmować jako jeden z parametrów czas trwania niżówki. Drugim parametrem może być $Q_{gr,n}$, czy V_n lecz chyba najczęściej będzie nim $Q_{min,n}$.

Rozkład prawdopodobieństwa zmiennej dwuwymiarowej

Prawdopodobieństwo przewyższenia zgodnie z zależnością /4.1.2/ przybiera dla normalnego rozkładu dwuwymiarowego postać /4.2.1/.

$$P /U_1 \gg u_1, U_2 \gg u_2/ = P /u_1, u_2/ = \int_{u_1}^{\infty} \int_{u_2}^{\infty} N_{rm} /u, \mu, \sigma/ du_1, du_2 \quad /4.2.1/$$

Wyrażenie /4.2.1/ można stosunkowo prosto obliczyć przy wykorzystaniu tabel Owen'a [34], przybiera ono wówczas postać /4.2.2/.

$$P /u_1 u_2/ = 1 - 0,5 [F /u_1/ + F /u_2/] - T /u_1 a_1/ - T /u_2 a_2/ - C$$

/4.2.2/

gdzie: u_1, u_2 - zmienne losowe o rozkładzie Nrm /0;1/
 $F /u/$ - dystrybuanta normalnego rozkładu jednowymiarowego
 - Tablica II

$T /u, a/$ - funkcja zestawiona przez Owen'a - Tablica III

C - stała równa 0 gdy iloczyn $u_1 u_2 > 0$
 0,5 gdy iloczyn $u_1 u_2 < 0$

a_1, a_2 - współczynniki określone wg następujących wzorów

$$a_1 = \frac{u_2 - u_1 r_{12}}{u_1 /1 - r_{12}^2/}^{1/2}$$

$$a_2 = \frac{u_1 - u_2 r_{12}}{u_2 /1 - r_{12}^2/}^{1/2}$$

Zależność /4.2.2/ ustalona jest dla zmiennych u_1 , których rozkłady brzegowe są normalne o parametrach $\bar{u}_1 = 0$ i $G_1 = 1$. W przypadku gdy zmienne x_1 zostały przekształcone do rozkładów normalnych o parametrach $\bar{u}_1 \neq 0$ i $G_1 \neq 1$ wówczas należało we wzorze /4.2.2/ stosować zmienne zredukowane /4.1.13/. Tablica III została zestawiona dla wartości $a < 4$, w przypadku gdy $a > 4$ należy $T /u, a/$ obliczyć wg wzoru /4.2.3/.

$$T /u, a/ = 0,5 [F /u/ + F /ua/] - F /u/ F /ua/ - T /ua, \frac{1}{a}/ \quad /4.2.3/$$

Na podstawie obliczeń przeprowadzonych wg zależności /4.2.2/ można sporządzić wykres uzależniający prawdopodobieństwo od dwóch przyjętych parametrów niżówki /rys.6/. Wykres taki może być pomocny w przypadku konieczności wielokrotnego obliczania prawdopodobieństwa dla różnych wartości parametrów.

Przykład zastosowania

Przykład liczbowy przeprowadzono obliczając prawdopodobieństwo wystąpienia niżówek letnich dla wodowskazu Skwierzyna na rzece Warcie. Jako parametry niżówki przyjęto $x_1 = Q_{\min, n}$, $x_2 = T_n$.

Zestawienia tabelaryczne zmiennych x_1 i x_2 oraz innych przekształceń zostały podane w tablicach 3 i 4 z tym, że podane tam wartości x_3 i u_3 /odnoszące się do T_n / odpowiadają x_2 i u_2 w tym przykładzie. Współczynnik korelacji między x_1 i x_2 równa się $r_{12} = 0,8553$. Wartości prawdopodobieństwa P wyliczone wg zależności /4.2.2/, dla różnych wartości u_1 i u_2 zostały zestawione w tablicy 5. W tejże tablicy podano wartości p wyliczone wg wzoru /4.4.1/ podanego przez Langbein'a. Wartość p oznacza prawdopodobieństwo wystąpienia jako największej w roku niżówki o parametrach $x_1 \ll x_{1,p}$ i $x_2 \gg x_{2,p}$. Na podstawie wyników zestawionych w tablicy 5 został sporządzony, na podziałce prawdopodobieństwa wykres uzależniający trzy wielkości $Q_{\min,n}$, T_n oraz p /rys.6/.

4.3. Niżówki charakteryzowane czasami trwania $/T_i/$ zadanych przepływów $/Q_i/$

W praktyce może być potrzebna znajomość nie tylko całego czasu trwania niżówki $/T_n/$ ale również czasów trwania przepływów dowolnie zadanych $/i$ mniejszych od nich/ w okresie niżówki. Scharakteryzowanie niżówki czasami trwania T_i szeregu zadanych przepływów Q_i w całej amplitudzie przepływów niżówki /tzn. od WNW do NNW/ wprowadza do obliczeń dużą ilość zmiennych losowych /rys.7/. Ilość zmiennych $x_i = T_i$ zależna jest od wielkości amplitudy niżówki oraz od przyjętej gęstości jej podziału. W większości wypadków, przy podziale amplitudy przepływów niżówki na przedziały odpowiadające mniej więcej 10-centymetrowym przedziałom stanów, ilość zmiennych będzie rzędu kilkunastu lub więcej. Stosując w tym przypadku ogólną zależność /4.1.2/, określającą prawdopodobieństwo przewyższenia dla wielowymiarowego rozkładu normalnego, praktycznie nie byliśmy w stanie przeprowadzić tych obliczeń.

Zagadnienie uległoby znacznemu uproszczeniu, gdyby rozpatrywana zmienna wielowymiarowa podlegała specjalnemu układowi współzależności, tzw. procesowi Markowa [12,17].

Schemat Markowa

Schemat Markowa jest szczególnym przypadkiem wielowymiarowego rozkładu warunkowego. Wielowymiarowa zmienna losowa podlega procesowi Markowa o ile jest spełniana zależność /4.3.1/.

$$P_w = /X_i \in S_i | X_{i-1} \in S_{i-1}/ = P_w /X_i \in S_i | X_1 \in S_1 \dots X_{i-1} \in S_{i-1}/$$

/4.3.1/

gdzie $S_1 \dots S_i$ oznaczają obszary w jednowymiarowej przestrzeni zmiennych $x_1 \dots x_i$. W tym przypadku warunkowy rozkład prawdopodobieństwa zmiennej x_i zależy jedynie od wartości x_{i-1} , tzn. od wartości jaką przyjmuje zmienna bezpośrednio ją poprzedzająca, natomiast pozostałe poprzedzające zmienne /tj. $x_1 \dots x_{i-2}$ / nie odgrywają żadnej roli. Inaczej mówiąc, współzależność między x_i a pozostałymi zmiennymi $x_1 \dots x_{i-2}$ zostaje całkowicie zrealizowana za pośrednictwem zmiennej x_{i-1} /nie oznacza to niezależności pomiędzy x_i a $x_1 \dots x_{i-2}$ /.

Przeprowadzone obliczenia wykazały, że czas trwania T_i przepływu Q_i /i mniejszych od niego/, w okresie niżówki, zależy bezpośrednio od czasu trwania T_{i-1} przepływu Q_{i-1} , który bezpośrednio poprzedza przepływ Q_i /, tzn., że spełniona jest zależność /4.3.1/. Prawdopodobieństwo przewyższenia dla wielowymiarowej zmiennej losowej podlegającej schematowi Markowa wyraża się wzorem /4.3.2/.

$$P /x_1 \dots x_k/ = P /u_1 \dots u_k/ =$$

$$= P /u_1 u_2/ \cdot \frac{P /u_2 u_3/}{P /u_2/} \cdot \frac{P /u_3 u_4/}{P /u_3/} \dots \quad /4.3.2/$$

gdzie $u_1 \dots u_k$ są zmiennymi losowymi przekształconymi i podlegającymi rozkładowi normalnemu. $P /u_i u_{i+1}/$ oznacza prawdopodobieństwo

przewyższenia dla dwóch zmiennych i może być obliczone wg zależności /4.2.2/.

Przykład zastosowania

Przykład ten, w celu możliwości porównania wyników obliczania niżówki charakteryzowanych trzema podanymi sposobami, wykonano również dla wodowskazu Skwierzyna na rzece Warcie. Ciąg obserwacji obejmuje ten sam 56-letni okres, w którym zaobserwowano 93 niżówki. Cała amplituda przepływów niżówki została podzielona na 14 części odpowiadających mniej więcej 10-centymetrowym przedziałom stanów /rys.7/. W tabelicy 6 zestawiono czasy trwania T_i przepływów równych i mniejszych od Q_i dla każdej z 93 niżówek. Zmienne losowe $x_1 = T_1, x_2 = T_2 \dots x_{14} = T_{14}$ mają rozkłady asymetryczne, w związku z tym należało przekształcić je do rozkładów normalnych. Przekształcenie zmiennych $x_1 \dots x_{14}$ do rozkładu Nrm /0;1/ zmiennych $u_1 \dots u_{14}$ wykonano w sposób graficzny /rys.8/. Poniżej zestawiono wyliczone wg wzoru /4.1.15/ współczynniki korelacji między kolejnymi zmiennymi.

$r_{12} = 0,995$	$r_{89} = 0,994$
$r_{23} = 0,994$	$r_{9,10} = 0,996$
$r_{34} = 0,995$	$r_{10,11} = 0,994$
$r_{45} = 0,996$	$r_{11,12} = 0,995$
$r_{56} = 0,996$	$r_{12,13} = 0,994$
$r_{67} = 0,997$	$r_{13,14} = 0,996$
$r_{78} = 0,993$	

Prawdopodobieństwo P wystąpienia niżówki o zadanych czasach trwania T_i , poszczególnych przepływów Q_i określono według zależności /4.3.2/. W tabelicy 7 zestawiono wyliczone wartości P dla niżówek, w których zmienne $u_1 \dots u_{14}$ przybierają jednakowe wartości, tzn. $u_1 = u_2 = \dots = u_{14}$ /naturalnie zmienne $x_1 \dots x_{14}$ przybierają wówczas różne wartości/. Przykładowo, w tabelicy 8 zestawiono

wartości P dla niżówek, w których zmienna $u_1 \dots u_i$ przybierają różne wartości. Prawdopodobieństwo p wyliczone wg wzoru /4.4.1/.

Przedstawiona metoda pozwala więc obliczać prawdopodobieństwo wystąpienia niżówki o dowolnie zadanych czasach trwania $T_1 \dots T_i$ przepływów, równych i mniejszych od $Q_1 \dots Q_i$.

4.4. Sposób przygotowania danych wyjściowych

Stosowane są dwie metody przygotowywania danych wyjściowych dla ich statystycznej analizy. W metodzie pierwszej, powszechnie stosowanej w hydrologii, wybieramy z każdego roku tylko jedną wartość badanego zjawiska. Np. obliczając prawdopodobieństwo występowania przepływów maksymalnych wybieramy z roku jedynie jedną, najwyższą wartość przepływu pomijając wartości ekstremalne innych mniejszych wezbrań obserwowanych w danym roku. Stosując tę metodę nie uwzględniamy wezbrań mniejszych od najwyższego w danym roku, chociaż mogą one być wyższe od wielu maksymalnych wezbrań w innych latach. Nasuwają się tu zastrzeżenia co do słuszności przygotowywania danych obliczeniowych w powyższy sposób. Zastrzeżenia te mogą być usunięte przy zastosowaniu drugiej metody polegającej na braniu pod uwagę wszystkich wartości badanego zjawiska, które osiągnęły wartość większą od pewnej ustalonej wielkości. Np. przy obliczaniu prawdopodobieństwa przepływów maksymalnych, z każdego roku bierze się wartości ekstremalne wszystkich wezbrań, które osiągnęły wartość większą od pewnej ustalonej wartości przepływu.

Przy ustalaniu prawdopodobieństwa zmiennych wielowymiarowych słuszniejszym jest stosowanie metody drugiej, gdyż przy osiągnięciu /w danym roku/ wartości najwyższej /lub najniższej w zależności od rodzaju badanego zjawiska/ przez jedną ze zmiennych inne nie zawsze osiągają wówczas swoje maksimum. Np. obliczając prawdopodobieństwo niżówek możemy w badanym roku obserwować kilka niżówek i dla niżówki, w której przepływ osiągnął minimum roczne czas trwania oraz objętość

brakującej wody mogą być mniejsze od obserwowanych w innej bardziej długotrwałej, lecz nie tak głębokiej niżówce z tego samego roku. Zastosowanie więc drugiej metody przygotowywania danych obliczeniowych pozwoli na wzięcie pod uwagę wszystkich niżówek obserwowanych w badanym okresie czasu.

Pomiędzy prawdopodobieństwem wyliczonym dla każdej z tych metod istnieje jednoznaczna zależność, którą podał W.B.Langbein [26]. Nie przytaczając rozważań przeprowadzonych przez Langbeina podamy jedynie otrzymane przez niego wyniki. Jeżeli $p = \frac{m}{N}$ /gdzie m - kolejny wyraz ciągu rozdzielczego; N - ilość lat obserwacji/ określa prawdopodobieństwo przy pierwszej metodzie to chcąc obliczyć odpowiadające mu prawdopodobieństwo /tzn. prawdopodobieństwo występowania danego zjawiska jako najwyższego w roku/, przy zestawianiu materiałów obserwacyjnych drugą metodą należy zastosować wzór /4.4.1/

$$p = 1 - \left(1 - \frac{\xi}{n}\right)^n \quad /4.4.1/$$

gdzie: n - średnia liczba występowania danego zjawiska w roku

$\xi = \frac{m}{N}$ - oznacza średnią roczną częstotliwości występowania wartości równej lub większej od m - tej badanego zjawiska.

W przypadku, gdy n jest duże w stosunku do ξ , wartość wyrażenia $\left(1 - \frac{\xi}{n}\right)^n$ dąży do wartości $e^{-\xi}$ /gdzie e - podstawa logarytmów/, a wzór /4.4.1/ przybiera postać /4.4.2/.

$$p = 1 - e^{-\xi} \quad /4.4.2/$$

Dla przykładu podamy sposób obliczenia prawdopodobieństwa przy zestawieniu materiału obserwacyjnego drugą metodą. Np. ustalając prawdopodobieństwo przepływów maksymalnych wybieramy z całego okresu obserwacji /np. będzie to okres 50 lat/ wszystkie ekstremalne wartości wezbrań powyżej NWW /najniższego maksimum rocznego/. Wezbrań takich zaobserwowaliśmy 86 w badanym 50-letnim okresie. Wówczas średnia liczba wezbrań w roku wynosi $n = \frac{86}{50} = 1,72$, zaś średnia

roczna częstotliwości powodzi równej lub większej od m -tej gdy m równa się np. 15 wynosi $\varepsilon = \frac{15}{\pi N} = 0,3$, a prawdopodobieństwo wystąpienia tej powodzi jako najwyższej w roku wynosi

$$p = 1 - \left[1 - \frac{0,3}{1,72} \right]^{1,72} = 0,2800 = 28,0\%$$

W podanych w niniejszej pracy przykładach liczbowych przygotowanie materiału obserwacyjnego wykonano według metody drugiej. W przykładach tych dopiero końcowe wyniki obliczeń przeliczono wg wzoru /4.4.1/. Można również /co jest chyba wygodniejsze/ przeliczenie prawdopodobieństwa $P = \frac{m}{n \cdot N} = \frac{\varepsilon}{n}$ na p wykonać w początkowej fazie obliczeń, tzn. już dla ciągu rozdzielczego danych wyjściowych /np. w tabelicy 3/ i w dalszych obliczeniach używać już prawdopodobieństwa p .

4.5. Wnioski

Przedstawione trzy sposoby obliczania prawdopodobieństwa występowania niżówek pozwalają w zależności od potrzeb praktycznych /projektowych/ charakteryzować niżówkę bardziej lub mniej dokładnie.

Przy ścisłych obliczeniach należy stosować sposób I /rozdział 4.1./ lub sposób III /rozdział 4.3./, które to chociaż nieco inaczej, lecz równie dokładnie określają niżówkę. Wybór sposobu I czy III podyktowany będzie celem opracowania, jego projektowymi potrzebami. Sposób II /rozdz.4.2/ można stosować w obliczeniach wstępnych, gdzie niżówka może być mniej dokładnie charakteryzowana.

1/ przy określaniu p dla wyrazów ciągu rozdzielczego, szczególnie dla krótkich ciągów, należy stosować wzór $P = \frac{m - 0,3}{n \cdot N + 0,4}$ [17]

20	200	120	810	212	204	132	77	33	120	97	54	14	0	43,9
36	77	67	63	47	34	21	9	1	0					71,5

Liczbowe wyniki uzyskane z obliczeń przeprowadzonych trzema proponowanymi sposobami mogą być ze sobą porównane, gdyż wykonano je dla tego samego wodowskazu i w oparciu o jednakowe okresy obserwacji.

Otrzymane wyniki wykazują dużą zgodność, co niewątpliwie świadczy o znacznej dokładności obliczeń, uzyskiwanej dla każdego z podanych sposobów. Poniższe zestawienia, wykonane dla niżówek o $p = 1\%$ i $p = 50\%$, najlepiej zilustruje uzyskaną zgodność /obliczenia przeprowadzono dla niżówek, w których zmienne $u_1 \dots u_k$ przyjmowały jednakowe wartości/.

$p = 1\%$	<u>$Q_{min,n}$</u>	<u>$Q_{sr,n}$</u>	<u>T_n</u>
Sposób I	23,3	41,7	241
II	24,1		240
III	$23,0 < Q_{min,n} \leq 28,0$	43,9	237
$p = 50\%$			
Sposób I	50,5	69,5	85
II	49,8	-	90
III	$43,0 < Q_{min,n} \leq 47,0$	71,5	86

Wartości $Q_{sr,n}$ dla sposobu III obliczono z poniższej tabeli.

p%	Czas trwania /w dniach/ przepływów /w m ³ /sek/ równych i mniejszych od:														$Q_{sr,n}$
	100	93	86	79	72	65	59	53	47	43	38	33	28	23	
1	237	230	224	218	212	204	192	177	153	125	97	54	14	0	43,9
50	86	77	67	60	47	34	21	9	1	0					71,5

Należy zaznaczyć, że /dla $p = 50\%$ / uzyskana dla sposobu III wartość $Q_{\min.n} < 47,0 \text{ m}^3/\text{sek}$ nie jest wynikiem bardzo rozbieżnym, gdyż jak to wynika z powyższej tabeli przepływy mniejsze od $47,0 \text{ m}^3/\text{sek}$ trwały tylko 1 dzień.

V. METODY PROGNOZOWANIA NIŻÓWEK

W celu ustalenia prawidłowej prognozy należy przede wszystkim poznać dokładnie genezę prognozowanego zjawiska. Od stopnia poznania całokształtu procesu powstania i przebiegu badanego zjawiska, będzie zależała jakość postawionej prognozy. Zagadnienie genezy niżówek zostało szczegółowo omówione w części III niniejszej pracy.

Dotychczas stosowane metody prognozowania niżówek podzielić można na dwie grupy. Pierwsza grupa - to prognozy przepływu minimalnego, będącego wynikiem jedynie spływu wód podziemnych. Druga grupa - poza spływem wód podziemnych uwzględnia spływ powierzchniowy w okresie niżówki. Obie te grupy prognoz opierają się na wykorzystaniu przyczynowych związków między prognozującymi i prognozowanymi czynnikami. Jak już wspomniano wyżej, aby takie związki były miarodajne należy dokładnie znać procesy kształtujące badane zjawisko jak również należy prowadzić obserwacje wszystkich czynników biorących udział w tych procesach. Niestety, ani dotychczasowy stan poznania procesów zachodzących w przyrodzie, ani prowadzone obserwacje elementów hydrometeorologicznych nie stwarzają w chwili obecnej jak i w najbliższej przyszłości, możliwości ustalenia przyczynowych związków w procesie kształtowania się spływu powierzchniowego i podziemnego. Oznacza to, że zjawiska te muszą być obecnie traktowane jako przypadkowe i to aż do chwili całkowitego ich poznania i możliwości prognozowania na podstawie związków przyczynowych.

Zjawiska przypadkowe, tzn. losowe podlegają prawidłowościom statystycznym i w oparciu o te prawidłowości mogą być prognozowane.

Trzecią grupę prognoz niżówek, będą więc stanowiły prognozy oparte na rachunku statystycznym. Ponadto należy zaznaczyć, że stosowane dotychczas metody /omówione w rozdz.5.1 i 5.2/, nie prognozowały niżówki jako całości, lecz jedynie niektóre jej elementy. Metoda podana w rozdz.5.3 pozwala ustalić długoterminową prognozę całej niżówki, tzn. niżówki określonej szeregiem parametrów.

Przejdziemy teraz do krótkiego omówienia grupy I i II metod prognozowania niżówek, a następnie omówimy dokładnie proponowaną metodę prognozy długoterminowej.

5.1. Prognozy bez uwzględnienia spływu powierzchniowego

Zgodnie z wnioskami podanymi w części III można przyjąć, że w długotrwałym okresie bezdeszczowym rzeki zasilane są wyłącznie spływem wód podziemnych /należy naturalnie wyłączyć rzeki wypływające z jezior lub wysokich gór, gdyż wówczas dochodzą jeszcze inne, poza gruntowymi, rodzaje zasilania/. Wielkość zasilania podziemnego będzie zależała przede wszystkim od miejscowych warunków tj. od ilości i zasobności przeciętych przez koryto rzeczne poziomów wodonośnych /rys.3/.

Krzywa opadania

W okresie bezdeszczowym w miarę wyczerpywania się zapasów wód gruntowych zmniejsza się również przepływ wody w rzece. Istnieje więc bezpośrednia zależność pomiędzy zasobami wód gruntowych a przepływem niżówkowym. Tę część hydrografu, która obrazuje zmniejszanie się przepływu w rzece w okresie bezdeszczowym będziemy nazywali krzywą opadania. Krzywa opadania obrazuje wyczerpywanie się zapasów wód gruntowych w okresie niżówki. Kształt krzywej opadania będzie zależał od miejscowych warunków hydrogeologicznych, a więc będzie różny dla różnych rzek i przekrojów. Jednak charakter przebiegu krzywej opadania będzie jednakowy dla wszystkich rzek.

W początkowym okresie, zaraz po zakończeniu spływu powierzchniowego /dokładne uchwycenie tego momentu jest zresztą dość trudne/ obserwujemy dość gwałtowny spadek krzywej opadania, co uwarunkowane jest szybkim wyczerpywaniem się wód gruntowych z terenów położonych najbliższej doliny rzeki /obserwujemy wówczas szybki spadek krzywej depresji wód gruntowych/. Następnie obserwujemy łagodniejszy spadek krzywej opadania co charakteryzuje dalsze powolne wyczerpywanie się zapasów wód gruntowych. W końcowym etapie krzywa opadania dąży asymptotycznie do poziomu, czyli do osiągnięcia stałego najniższego przepływu podziemnego uwarunkowanego spływem wód wglębnych.

Równanie krzywej opadania jako pierwszy podał E.Maillet [8].

Równanie to, przy innych oznaczeniach literowych niż u Maillet'a ma postać /5.1.1/.

$$Q_d = Q_0 e^{-\alpha d} \quad /5.1.1/$$

gdzie: Q_d - przepływ obserwowany na rzece po upływie d -dni

Q_0 - przepływ początkowy dla $d = 0$

e - podstawa logarytmów naturalnych

d - ilość dni

α - współczynnik liczbowy.

W "Hydrology" Wisler'a i Brater'a [44] znajdujemy nieco inną zaproponowaną przez Hortona postać równania krzywej opadania /5.1.2/.

$$Q_d = Q_0 e^{-cd^n} \quad /5.1.2/$$

gdzie c, n są współczynnikami liczbowymi a pozostałe oznaczenia jak poprzednie.

Zagadnieniem oceny podanych wyżej równań krzywej opadania nie zajmowano się i w związku z tym trudno rekomendować którąś z podanych zależności /5.1.1/ i /5.1.2/.

Określenie liczbowych wartości współczynników c, n czy α najdokładniej można wykonać metodą najmniejszych kwadratów doprowadzając uprzednio, przez logarytmowanie, równania /5.1.1/ lub /5.1.2/ do postaci równań pierwszego stopnia. Sposób określania danych wyjściowych, tzn. Q_d i d , na podstawie obserwacji został pokazany na rys.9. Wartości Q_d i d należy określić z szeregu lat, w których obserwowano głębokie niżówki. Przy dużym rozrzucie /rys.10/ punktów obserwacyjnych należy, poza ustaleniem równania /tzn. współczynników c, n czy α / dla krzywej wypośredkowanej, ustalić również dolną obwiednię obserwowanego rozrzutu. Obwiednia ta będzie obrazowała przebieg krzywej opadania w najbardziej suchych latach.

Ustalona krzywa opadania pozwala, przy założeniu niewystępowania opadów, przewidzieć przebieg przepływów w rzece w okresie niżówki. Jest to prognoza w zasadzie krótkoterminowa, postawiona na okres kilkunastu, czy wyjątkowo przy dłuższym okresie bezdeszczowym, na okres kilkudziesięciu dni.

Sposób proponowany przez Zsuffa

Ciekawy sposób prognozy przepływów, a właściwie ich dolnej obwiedni, w okresie niżówki przedstawił J.Zsuffa [49]. Wyszedł on z założenia, że w okresie suchego lata, gdy ustaje przepływ powierzchniowy, przepływy niżówkowe są wynikiem zasilania gruntowego; które jest bezpośrednio zależne od opadów zimowych /pomijając uzupełnienia zapasów wód gruntowych w okresie opadów letnich/. Na tej podstawie określa związek /empiryczny/ pomiędzy objętością odpływu letniego pochodzącego z wód gruntowych a elementem zimowego bilansu wodnego /opad zimowy plus 0,2 opadu z roku poprzedniego minus odpływ zimowy/. Następnie od tychże elementów bilansu zimowego uzależnia parametry krzywej, będącej dolną obwiednią hydrografu przepływów w okresie niżówki, wychodząc z warunku, że pole pod tą krzywą

równa się objętości odpływu letniego pochodzącego z wód gruntowych. Tak więc, chcąc sporządzić prognozę należy na podstawie elementów bilansu zimowego określić przewidywaną wartość odpływu letniego pochodzącego z zasobów wód gruntowych, a następnie w zależności od tej wartości określić dolną obwiednię prognozowanego przepływu letniego. Rys.11 przedstawia sporządzoną na tej podstawie prognozę dla rzeki Sajo w przekroju Banreve dla 1959 r. Na rysunek, w celu porównania wyników, naniesiono również rzeczywisty przebieg przepływów obserwowanych. Zdaniem autora metody, otrzymane wyniki są dostatecznie dokładne dla praktyki.

5.2. Prognozy uwzględniające spływ powierzchniowy

Uwzględnienie w prognozie niżówki, poza spływem podziemnym, również spływu wód powierzchniowych jest z punktu widzenia genezy zjawiska najbardziej prawidłowym sposobem prognozowania. Prognoza taka uwzględnia jeden z najbardziej istotnych czynników, warunkujących przebieg niżówki, jakim jest spływ powstały z opadu letniego. Można wyróżnić tu dwa typy prognozy. Jedna z nich uwzględnia spływ powierzchniowy powstały jedynie z opadów zaistniałych przed prognozowanym okresem, druga zaś określa spływ na podstawie prognozowanego opadu.

Oba powyższe rodzaje prognozy wymagają ustalenia dokładnej metody obliczania spływu powierzchniowego. Niestety dotychczas zagadnienie to nie zostało rozwiązane, a to przede wszystkim ze względu na brak danych podstawowych oraz niemożliwość uwzględnienia dużej ilości czynników biorących udział w procesie spływu wód opadowych. Sporządzając prognozę dla określonego dorzecza uwzględniamy automatycznie jego stałe czynniki fizjograficzne, pozostaje jednak jeszcze duża grupa zmiennych czynników hydrometeorologicznych /aktualna zdolność retencji gleby, intensywność opadów, ich rozkład

w czasie i na powierzchni zlewni itp./, których uwzględnienie napotyka na poważne trudności szczególnie ze względu na ograniczony zakres prognozy pogody.

Z powyższego wynika, że ustalenie prognozy przepływów niżówkowych z uwzględnieniem spływu wód opadowych może być rozwiązane jedynie w sposób przybliżony.

W 1960 roku na Międzynarodowej Konferencji w Helsinkach została przedstawiona przez R.Manna i E.Rasmusson'a [28] długoterminowa prognoza przepływów niżówkowych dla rzeki Mississippi. Początkowo wykonano prognozę w oparciu o aktualny stan wód rzeki /odzwierciadlający stan wód gruntowych/ oraz przewidywany spływ powierzchniowy z opadów spadłych przed prognozowanym okresem. Spływ powierzchniowy obliczono na podstawie obserwacji opadów 533 stacji rozmieszczonych na 208 podobszarach, na które podzielono powierzchnię zlewni w zależności od jej charakteru /pole zlewni wynosi ok. 446 tys.km²/. Obliczone przepływy dla każdego z podobszarów łączono i przenoszono w dół rzeki zgodnie z ich położeniem wzdłuż rzeki. W wyniku, otrzymano wartości prognozowanego przepływu dla kluczowych wodowskazów na nieuregulowanym odcinku Mississippi między miejscowościami Alton a Cairo.

Ulepszeniem tej prognozy jest uwzględnienie w przewidywanym spływie powierzchniowym opadów oczekiwanych w prognozowanym okresie. Właściwe rozwiązanie problemu wymaga znajomości rozkładu w czasie i na powierzchni zlewni prognozowanego opadu; sprawność tej prognozy będzie więc zależała w znacznym stopniu od sprawności prognozy meteorologicznej.

Nie omawiając szczegółów dotyczących różnych założeń i uproszczeń jakie przyjęto przy sporządzaniu tego typu prognozy, podamy jedynie wykres /rys.12/, będący wynikiem przeprowadzonych obliczeń. Wykres został sporządzony dla przekroju zamykającego badaną zlewnię.

Czwartka A obrazuje wpływ wskaźnika opadu /APJ/ z okresu poprzedzającego prognozę w zależności od tygodnia roku /1 oznacza pierwszy tydzień stycznia itd./. W ćwiartce B, w zależności od wysokości prognozowanego opadu, określamy wskaźnik spływu. W ćwiartce C, w zależności od przewidywanego przepływu z wód podziemnych, określamy najbardziej prawdopodobny minimalny przepływ będący sumą spływu powierzchniowego z opadów spadłych przed okresem prognozy, spływu powierzchniowego z opadów prognozowanych oraz spływu podziemnego.

Jak wynika z powyższego krótkiego omówienia, prognozy tego typu są bardzo pracochłonne i stosunkowo mało sprawdzalne ze względu na dużą ilość wprowadzonych uproszczeń przy obliczaniu spływu wód opadowych oraz ze względu na małą sprawdzalność prognozy pogody. Autorzy dochodzą do wniosku, że słuszniejszym jest podawanie przedziału w jakim należy spodziewać się prognozowanego przepływu niż podawanie jego konkretnej wielkości liczbowej.

Ogólne zasady sporządzania prognoz opartych o analizę spływu powierzchniowego podaje E.G.Popow [36].

W ostatnich latach są prowadzone w ZSRR próby oparcia długoterminowych prognoz hydrologicznych /w tej mierze i prognozy przepływów minimalnych/ na układach synoptycznych obserwowanych w ciągu kilku miesięcy poprzedzających okres prognozowany [2, 32]. Zagadnienie to nie zostało jeszcze całkowicie rozwiązane jednak dotychczasowe rezultaty są zachęcające.

5.3. Statystyczne metody długoterminowej prognozy

Jak wspomniano już na początku części V, ze względu na niemożliwość uwzględnienia w prognozie wszystkich czynników wpływających na przebieg zjawisk niżówkowych, zjawiska te należy traktować jako przypadkowe, podlegające prawom statystyki. Ustalając prognozę będziemy starali się uwzględnić możliwie największą ilość czynników prognozujących, jednak zawsze pozostaną jakieś czynniki nie-

uwzględnione, które to właśnie wpływają na losowy charakter prognozowanych zjawisk.

Zagadnienie prognozowania zespołu zjawisk losowych zostało szczegółowo omówione w pracy [18] przez Z. Kaczmarską. Przejdziemy teraz do omówienia prawidłowości statystycznych, jakim podlegają prognozowane zjawiska losowe.

Warunkowe rozkłady prawdopodobieństwa

Założmy, że mamy pewną liczbę znanych czynników $x_1 \dots x_k$ wpływających na badane zjawisko y , czy też na grupę czynników $y_1 \dots y_m$ /dalsze rozważania będą przeprowadzane dla grupy czynników jako przypadku bardziej ogólnego/. Zadane czynniki $x_1 \dots x_k$ nie określają jednak w sposób jednoznaczny układu $y_1 \dots y_m$. Układ $y_1 \dots y_m$ zachowuje charakter losowy, gdyż istnieje szereg czynników $x_{k+1} \dots x_n$ nieznanymi i niewzględnionych w prognozie. Zmienia się jednak stopień losowości układu $y_1 \dots y_m$ przez uwarunkowanie go zadanymi czynnikami $x_1 \dots x_k$. Mówiąc inaczej, prawdopodobieństwo występowania układu $y_1 \dots y_m$ uwarunkowane jest czynnikami $x_1 \dots x_k$. Będziemy mieli więc tutaj do czynienia z innym, niż w części IV, rozkładem prawdopodobieństwa a mianowicie z warunkowym rozkładem prawdopodobieństwa. Warunkowe prawdopodobieństwo, że prognozowane wielkości należą do pewnego zadanego obszaru S jest określone zależnością /5.3.1/.

$$P_w / Y_1 \dots Y_m \in S / = \int_S \dots \int f / y_1 \dots y_m | x_1 \dots x_k / dy_1 \dots dy_m \quad /5.3.1/$$

Dalsze rozważania będą odnosiły się do zmiennych losowych podlegających normalnemu rozkładowi prawdopodobieństwa, tak więc zmienne X i Y należy przekształcić do rozkładów normalnych ^{1/}.

Zmienne $x_1 \dots x_k$ przekształcone do rozkładu normalnego oznaczono przez $u_1 \dots u_k$ /zmienne prognozujące/, zaś zmienne $y_1 \dots y_m$ oznaczono

^{1/} Zagadnienie przekształcania zmiennych losowych do rozkładów normalnych omówiono szczegółowo w rozdz.4.1.

przez $u_{k+1} \dots u_r$ /zmiennie prognozowane /. Zmiennie prognozujące i prognozowane oraz ich wartości średnie możemy przedstawić w postaci następujących macierzy.

$$u^{1/} = \left\| u_1 \right\| \quad \text{dla } i = 1 \dots k \quad /5.3.2/$$

$$u^{2/} = \left\| u_1 \right\| \quad \text{dla } i = k+1 \dots r$$

$$\mu^{1/} = \left\| \bar{u}_i \right\| \quad \text{dla } i = 1 \dots k$$

$$\mu^{2/} = \left\| \bar{u}_1 \right\| \quad \text{dla } i = k+1 \dots r \quad /5.3.3/$$

Macierz wariancyjno-kowariancyjna $\Sigma = \left\| r_{ij} \sigma_i \sigma_j \right\|$ wszystkich zmiennych U , ze względu na ich zróżnicowanie na czynniki prognozujące i prognozowane wygodnie będzie przedstawić w postaci czterech podmacierzy /5.3.4/.

$$\Sigma = \left\| \begin{array}{cc} \Sigma^{11/} & \Sigma^{12/} \\ \Sigma^{21/} & \Sigma^{22/} \end{array} \right\| \quad /5.3.4/$$

gdzie $\Sigma^{11/}$ - jest podmacierzą zawierającą w sobie elementy odnoszące się tylko do zmiennych $u^{1/}$; $\Sigma^{22/}$ - elementy odnoszące się tylko do zmiennych $u^{2/}$, zaś $\Sigma^{12/}$ i $\Sigma^{21/}$ - zawierające elementy obu zbiorowości.

Zależność /5.3.1/ można przedstawić w postaci /5.3.5/ lub /5.3.6/.

$$P_{W/U_{k+1} \dots U_r \in S} = \int_S \int_S f(u_{k+1} \dots u_r | u_1 \dots u_k) du_{k+1} \dots du_r \quad /5.3.5/$$

$$P_{W/u^{2/} \in S} = \int_S \dots \int_S f(u^{2/} | u^{1/}) du^{2/} \quad /5.3.6/$$

Funkcja gęstości $f(u^{2/} | u^{1/})$ warunkowego rzkładu prawdopodobieństwa ma postać normalną określoną wzorem /5.3.7/

$$f(u^{2/} | u^{1/}) = \text{Nrm}(u^{2/}, \mu_w, \Sigma_w) \quad /5.3.7/$$

gdzie μ_w - oznaczają macierz warunkowych średnich.

Σ_w - oznacza warunkową macierz wariancyjno-kowariancyjną.

Macierze μ_w i Σ_w są określone przy pomocy następujących działań macierzowych:

$$\mu_w = \|\bar{u}_{iw}\| = \mu^{/2/} + \Sigma^{/21/} \cdot [\Sigma^{/11/}]^{-1} \cdot (u^{/1/} - \mu^{/1/}) \quad /5.3.8/$$

$$\Sigma_w = \|\Gamma_{ijw} \Gamma_{iw} \Gamma_{jw}\| = \Sigma^{/22/} - \Sigma^{/21/} \cdot [\Sigma^{/11/}]^{-1} \cdot \Sigma^{/12/} \quad /5.3.9/$$

Prawdopodobieństwo warunkowe określone zależnością /5.3.6/ można przedstawić w postaci /5.3.10/

$$P_w(u^{/2/} \in S) = \int \dots \int \text{Nrm}(u^{/2/}, \mu_w, \Sigma_w) \quad /5.3.10/$$

Obliczenie wyrażenia /5.3.10/ przy dużej ilości zmiennych grupy $u^{/2/}$ napotyka na znaczne trudności, o czym było już wspomniane w rozdz.4.1, przy omawianiu obliczania wyrażenia /4.1.2/. Gdy grupa zmiennych prognozowanych $u^{/2/}$ zawiera jeden, dwa lub trzy czynniki, wówczas obliczenia są stosunkowo proste, gdyż dystrybuanty jednej, dwóch i trzech zmiennych są stabelaryzowane. Również stosunkowo prosto można obliczyć prawdopodobieństwo warunkowe, gdy zmienne grupy $u^{/2/}$ podlegają schematowi Markowa /rozd.4.3/, wówczas to P_w /5.3.1/ obliczamy przy wykorzystaniu zależności /4.3.2/.

Przedstawiony powyżej sposób prognozowania ma tę zaletę, że określa prawdopodobieństwo warunkowe wystąpienia grupy zmiennych prognozowanych w zadanym obszarze S. Naturalnie, czym uzyskane wartości P_w będą większe, przy jednoczesnym zmniejszaniu obszaru S, tym otrzymamy lepszą, bardziej prawdopodobną prognozę. Otrzymanie wartości P_w równej jedności oznaczałoby, że prognozowanie doprowadziło do ścisłego jednoznacznego określenia układu przewidywanych zjawisk. W praktyce, ze względu na dużą ilość czynników nieuwzględnionych uzyskanie takiej prognozy jest niemożliwe. Tak więc,

powyższy sposób prognozowania pozwala ocenić efektywność prognozy oraz umożliwia ocenę jej sprawdzalności.

Przykład zastosowania

Przejdziemy teraz do zastosowania powyższych rozważań w prognozowaniu niżówek. Przede wszystkim należy ustalić czynniki prognozujące $x_1 \dots x_k$ oraz czynniki prognozowane $y_1 \dots y_m$. W wyniku przeprowadzonej w rozdz. 3.3 analizy ilość informacji zawierającej się w różnych hydrometeorologicznych czynnikach prognozujących w odniesieniu do parametrów niżówki ustalono, że w prognozie należy uwzględnić co najmniej 5 - 6 elementów prognozujących. Czynniki zawierającymi największe ilości informacji okazały się:

$$x_1 = P_z$$

$$x_5 = T_u$$

$$x_2 = W_{L,u}$$

$$x_6 = Q_{max}$$

$$x_3 = W_{j,u}$$

$$x_7 = Q_t$$

$$x_4 = Q_{min,u}$$

Chcąc ustalić, prognozę możliwie najbardziej miarodajną należy jako czynniki prognozujące przyjąć wszystkie wyżej wymienione.

W części IV omówiliśmy trzy sposoby charakteryzowania niżówek, tj. 1. przy pomocy trzech parametrów, 2. przy pomocy dwóch parametrów oraz 3. określając czas trwania dowolnie zadanego przepływu /i niższych od niego/ w okresie niżówki. Omówimy teraz kolejne etapy sporządzania prognozy dla trzech powyższych sposobów charakteryzowania niżówek. Jako zmienne prognozujące przyjmujemy, we wszystkich trzech rozpatrywanych przypadkach, czynniki $x_1 \dots x_7$.

Zmienne prognozowane są:

1. $y_1 = Q_{min,n}$

$$y_2 = Q_{sr,n},$$

$$y_3 = T_n$$

2. $y_1 = Q_{min,n}$

$$y_2 = T_n$$

3. $y_1 = T_1$ gdzie T_1 jest czasem trwania przepływów $\ll Q_1$

⋮
⋮
⋮

$y_{14} = T_{14}$ gdzie T_{14} jest czasem trwania przepływów $\ll Q_{14}$

Następnie należy przekształcić wszystkie zmienne prognozujące x_i i prognozowane y_i do rozkładów normalnych $N/0;1/^{1/}$. Przekształcone zmienne zapisano w postaci następujących macierzy elementów prognozujących $u^{1/}$ i prognozowanych $u^{2/}$

$u^{1/} = u_i$ dla $i = 1 \dots 7$

1. $u^{2/} = u_i$ dla $i = 8, 9, 10$

2. $u^{2/} = u_i$ dla $i = 8, 9$

3. $u^{2/} = u_i$ dla $i = 8 \dots 21$

Następnie należy określić macierze $\mu^{1/}$, $\mu^{2/}$ i \mathcal{M} dla każdego z trzech rozpatrywanych sposobów. Zaznaczyć należy, że ze względu na przekształcenie zmiennych x_i i y_i do u_i o rozkładzie normalnym $N/0;1/$, wartości średnie wszystkich zmiennych $\bar{u}_i = 0$, zaś macierz wariancyjno-kowariancyjna $\mathcal{M} = \|\|r_{ij} \sigma_i \sigma_j\|$ zamieni się w macierz korelacyjną $\mathcal{I} = \|\|r_{ij}\|$

Dalszym etapem będzie obliczenie, przy użyciu rachunku macierzowego, macierzy warunkowych /5.3.8/ i /5.3.9/, czyli obliczenie warunkowych wartości średnich \bar{u}_{iw} i warunkowych odchyłeń średnich σ_{iw} dla wszystkich zmiennych prognozowanych w każdym z trzech rozpatrywanych sposobów.

Ostatnim etapem będzie określenie prawdopodobieństwa warunkowego wg wzoru /5.3.10/.

1/ W rozdz.4.1. omówiono sposoby przekształcania do rozkładów normalnych oraz korzyści płynące z przekształcenia do rozkładu normalnego o parametrach $\bar{u} = 0$, $\sigma = 1$.

$$\begin{aligned}
 P_w / Y_8, Y_9, Y_{10} \subset S / &= P_w / U_8, U_9, U_{10} \subset S / = \\
 &= P_w / U_8 \gg u_8, U_9 \gg u_9, U_{10} \gg u_{10} | u_1 \dots u_7 / = \\
 &= \int_{u_8}^{\infty} \int_{u_9}^{\infty} \int_{u_{10}}^{\infty} \text{Nrm } /u^{/2/}, \mu_w, \sigma_w / \quad /5.3.11/
 \end{aligned}$$

Wyrażenie /5.3.11/ obliczamy w sposób podany w rozdz.4.1. Przy określaniu prawdopodobieństwa przy pomocy wzorów /4.1.5/ i /4.1.6/ należy pamiętać, że zależności te zostały ustalone dla zmiennych o rozkładach brzegowych $N/0;1/$. Zmienne warunkowe nie podlegają temu rozkładowi, a więc należy wprowadzić do dalszych obliczeń zmienne zredukowane określone wg wzoru /4.1.3/. Zmienne zredukowane w naszym przypadku przyjmą postać /5.3.12/.

$$u_{zi} = \frac{u_i - \bar{u}_{iw}}{\sigma_{iw}} \quad \text{dla } i = 8, 9, 10 \quad /5.3.12/$$

$$\begin{aligned}
 2. P_w / Y_8, Y_9 \subset S / &= P_w / U_8, U_9 \subset S / = P_w / U_8 \gg u_8, U_9 \gg u_9 | u_1 \dots u_7 / = \\
 &= \int_{u_8}^{\infty} \int_{u_9}^{\infty} \text{Nrm } /u^{/2/}, \mu_w, \sigma_w / \quad /5.3.13/
 \end{aligned}$$

Wyrażenie /5.3.13/ obliczymy w sposób podany w rozdz.4.2 wg wzoru /4.2.2/. Tutaj również do dalszych obliczeń, należy wprowadzić zmienne zredukowane, które mają postać /5.3.14/.

$$u_{zi} = \frac{u_i - \bar{u}_{iw}}{\sigma_{iw}} \quad \text{dla } i = 8, 9 \quad /5.3.14/$$

$$\begin{aligned}
 3. P_w / Y_8 \dots Y_{21} \subset S / &= P_w / U_8 \dots U_{21} \subset S / = P_w / u_8 \dots u_{21} / = \\
 &= P_w / u_8, u_9 / \frac{P_w / u_9 u_{10} /}{P_w / u_9 /} \dots \frac{P_w / u_{20} u_{21} /}{P_w / u_{20} /} \quad /5.3.15/
 \end{aligned}$$

Wyrażenia $P_w / u_8 u_9 / \dots$ itp. określamy wg wzoru /4.2.2/ podanego w rozdz.4.2, $P_w / u_9 / \dots$ itp. określamy z tablicy II, dla zmiennych zredukowanych /5.3.16/.

$$u_{zi} = \frac{u_i - \bar{u}_{iw}}{\sigma_{iw}} \quad \text{dla } i = 8 \dots 21 \quad /5.3.16/$$

VI. PRZEGLĄD ZJAWISK NIŻÓWKOWYCH NA RZEKACH POLSKICH

W celu zorientowania się w przebiegu zjawisk niżówkowych na obszarze Polski postanowiono sporządzić przegląd tych zjawisk w oparciu o obserwacje wodowskazowe dla większych rzek. Niniejszy przegląd zjawisk niżówkowych na rzekach polskich obejmuje jedynie niżówki letnie, tzn. niżówki występujące w okresie lata hydrologicznego, a więc w miesiącach maj - październik. Niżówki zimowe nie są objęte przeglądem z tego powodu, że ich geneza tworzenia się jest inna, a więc zjawiska te jako niehomogeniczne nie mogą być rozpatrywane łącznie. Ponadto, jak wykazała analiza przeprowadzona przez Z. Mikulskiego [30] miesiącami o największej częstotliwości pojawiania się niżówek są, dla wszystkich rzek polskich, przede wszystkim miesiące letnie w kolejności: lipiec, wrzesień, sierpień, październik, czerwiec. W pozostałych miesiącach roku, z wyjątkiem listopada, niżówki występują rzadko.

6.1. Współczynnik niżówkowy η

Każdą niżówkę jak podano w rozdz.2.2. można scharakteryzować szeregiem parametrów np. najniższym przepływem danej niżówki, jej przepływem średnim, czasem trwania niżówki itp. Sporządzając przegląd niżówek dla rzek z obszaru całej Polski wprowadzenie kilku parametrów nie dawałoby przejrzystości obrazu kształtowania się danego zjawiska, z drugiej zaś strony przyjęcie tylko jednego z powyższych parametrów byłoby niewystarczające, gdyż żaden z tych parametrów samodzielnie nie odzwierciedla charakteru niżówki. W związku z powyższym postanowiono wprowadzić parametr zbiorczy, któryby w możliwie dostatecznym stopniu charakteryzował niżówkę. Za taki parametr przyjęto współczynnik niżówkowy η , który stanowi iloczyn współczynnika $1/\eta_1$ obrazującego czas trwania niżówki i współczyn-

nika η_2 / charakteryzującego wartość najniższego przepływu danej niżówki. Przy porównywaniu przepływów z różnych rzek przepływ minimalny niżówki jest parametrem względnym /jest on między innymi zależny od wielkości zlewni/, a więc nie jest parametrem miarodajnym. Z tego też powodu słusznym jest zarówno współczynnik minimalnego przepływu niżówki jak i współczynnik czasu trwania niżówki określić w skali bezwymiarowej. Zmienność współczynnika η_1 oraz współczynnika η_2 przyjęto od 0 do 10, zaś zmienność współczynnika niżówkowego η , jako iloczynu dwóch poprzednich od 0 do 100. Inaczej mówiąc dla niżówki trwającej zero dni współczynnik η_1 równa się 0, a dla niżówki 184-dniowej /długość całego lata hydrologicznego/ wynosi 10, zaś współczynnik η_2 przyjmuje wartość 0 przy najniższym przepływie danej niżówki równym WNW_{1et} , a wartość 10 przy najniższym przepływie danej niżówki równym NNW_{1et} /rys.13/. Współczynnik niżówkowy η osiąga więc wartość 0 dla niżówki o najniższym przepływie równym WNW_{1et} i czasie trwania zero lub więcej dni, zaś wartość 100 dla niżówki o najniższym przepływie równym NNW_{1et} i trwającej 184 dni.

6.2. Metoda opracowania

Przed wszystkim należy omówić zagadnienie porównywalności otrzymanych wyników ze względu na jednorodność okresu obserwacji. Wybranie dużej ilości wodowskazów posiadających długie okresy obserwacji z tych samych lat jest trudno osiągalne. W niniejszym przeglądzie oparto się na obserwacjach z okresu 1921-1935 oraz 1947-1948 /o łącznej ilości 25 lat/, gdyż w tych okresach największa ilość wodowskazów posiada obserwacje. W przypadku gdy na jakiejś rzece lub w jej sąsiedztwie nie było wodowskazu o podanym wyżej okresie obserwacji, musiano uwzględnić obserwacje z lat sąsiednich, wychodzących poza przyjęty okres /na łączną ilość 53 wodowskazów te kilkuletnie przesunięcia zdarzały się w 9 przypadkach/. Nie dla

wszystkich wodowskazów udało się uzyskać cały 25-letni okres obserwacji, jednak w żadnym przypadku okres ten nie jest krótszy od 20 lat /30 wodowskazów posiada obserwacje 25-letnie, 8 wodowskazów 24-letnie, 7 wodowskazów 23-letnie, 4 wodowskazy 22-letnie, 1 wodowskaz 21-letni, 3 wodowskazy 20-letnie/. W tabelicy 9 podano dla każdego wodowskazu uwzględniony w obliczeniach okres obserwacji i ilość lat obserwacji. Przegląd wykonano w oparciu o obserwacje dla 53 wodowskazów rozmieszczonych możliwie równomiernie na wszystkich większych rzekach Polski /rys.14/.

Obliczone w podany uprzednio sposób współczynniki niżówkowe η dla wszystkich niżówek obserwowanych na każdym z wodowskazów nie zostały tutaj zamieszczone ze względu na dużą objętość tych zestawień. Również z tego samego powodu nie zamieszczono ciągów rozdzielczych /malejących/ współczynnika η oraz wyliczonych wg wzoru /4.4.1/ wartości prawdopodobieństwa. Wzór /4.4.1/ został podany przez W.B.Langbein'a i określa prawdopodobieństwo p występowania niżówki o współczynniku $\eta \geq \eta_p$ jako największej ze wszystkich niżówek w roku. Krzywe prawdopodobieństwa wygładzono metodą decyli podaną przez K.Dębskiego /10/. W tabelicy 10 zostały zestawione wartości współczynników zmienności C_v i asymetrii S , wartości współczynnika niżówkowego η dla prawdopodobieństwa 1%, 5%, 10%, 50%, 90% oraz wartość prawdopodobieństwa, dla której współczynnik $\eta = 100$. Ponadto podano ilość lat obserwacji N dla każdego wodowskazu oraz średnią ilość n niżówek w ciągu lata hydrologicznego.

Na podstawie podanego w tabelicy 10 zestawienia poprowadzono na mapie Polski izolinie współczynnika η o prawdopodobieństwie występowania 1%, 10%, 50% /rys.15, 16, 17/ oraz izolinie prawdopodobieństwa wystąpienia współczynnika $\eta = 100$ /rys.18/.

6.3. Wnioski

Powyższy przegląd oparty na kryteriach hydrologicznych /wprowadzenie kryteriów gospodarczych jednolitych dla obszaru całej Polski byłoby bardzo trudne, a nawet niemożliwe/, pozwala wyciągnąć szereg wniosków odnośnie geograficznego rozkładu zjawisk niżówkowych. Obszarem o największych, najbardziej długotrwałych niżówkach jest przede wszystkim obszar Niżu Polskiego, ze szczególnym nasileniem tego zjawiska na obszarze Wielkopolski /dorzecze Warty/ i w dorzeczu Bugu oraz Narwi. Pokrywa się to logicznie ze stwierdzonym faktem deficytów wodnych w tych obszarach [22] potwierdzając tym samym słuszność obranej metody. Najmniejsze, najbardziej krótkotrwałe niżówki obserwujemy w dorzeczach rzek górskich /Karpaty, Sudety/. Cechą charakterystyczną niżówek tych rejonów jest duża ich częstotliwość występowania w ciągu roku. Na przykład dla rzek górskich /tablica 10/ średnia liczba niżówek w roku /n/ waha się od 3 do 6, gdy zaś dla rzek położonych w obszarze Niżu Polskiego oraz dla Bugu n jest w granicach 1,2 - 2,0. Z powyższego można wyciągnąć ogólny wniosek, że przechodząc od rzek górskich do nizinnych zwiększa się współczynnik niżówkowy η przy jednoczesnym zmniejszeniu się ilości występujących niżówek w ciągu lata hydrologicznego.

Wisła charakteryzuje się stosunkowo małą zmiennością współczynnika η wzdłuż całego jej biegu, z tendencją wzrostu w dół rzeki. Podobne zjawisko obserwujemy również wzdłuż Odry, większa jest tylko amplituda zmienności współczynnika η .

W zasadzie na wszystkich rzekach, na których brano pod uwagę więcej niż jeden wodowskaz, obserwuje się wzrost współczynnika wraz ze wzrostem powierzchni zlewni, z wyjątkiem rzek Bugu i Wieprza, które wykazują pod tym względem pewne anomalie.

Dla prawdopodobieństwa 1% /rys.15/ w zasadzie dla całego obszaru Polski, z wyjątkiem jedynie rzek górskich, wartość współczynnika η dochodzi do 100. Niskie wartości współczynnika η dla rzek Przymorza na zachód od Wisły wytłumaczyć można dużą zabudową /młyny, zastawki itp./ tych rzek, niżówki na nich nie przebiegają w sposób naturalny, lecz są uwarunkowane pracą urządzeń wodnych.

Powyższy przegląd pozwala wyodrębnić obszary charakteryzujące się dużymi i długotrwałymi niedoborami wody w okresie lata hydrologicznego, a więc obszary na których bezpośredni pobór wody z rzeki dla celów przemysłowych czy też komunalnych może napotkać na duże trudności. Na obszarach tych chcąc zapewnić wymagany pobór wody z rzeki należy przewidzieć urządzenia wyrównujące przepływ, tzn. magazynujące wodę w okresie dużych przepływów.

VII. UWAGI KOŃCOWE

Przeprowadzone powyżej rozważania zakończymy szeregiem wniosków odnośnie proponowanej metodyki obliczania i prognozowania niżówek.

1. Przeprowadzony w części VI przegląd zjawisk niżówkowych na rzekach polskich wykazał, że prawie na obszarze całego naszego kraju problem niżówek jest bardzo istotny. Zagadnienie to będzie nabierało coraz większego znaczenia w związku z rozwojem przemysłu, intensyfikacją rolnictwa, rozbudową miast, pełniejszym wykorzystaniem rzek jako źródła energii i dróg transportowych.
2. Proponowane zdefiniowanie niżówki /część II/ oraz sposób określania jej parametrów pozwalają przyjmować różne, w zależności od gospodarczej potrzeby opracowania, kryteria niżówki /w pracy tej przyjęto kryteria hydrologiczne/, co w praktyce jest bardzo wygodne.
3. Przedstawiona metodyka opracowywania niżówek traktuje niżówkę jako zjawisko kompleksowe, charakteryzowane szeregiem parametrów. Dotychczasowe zaś metody ograniczały się do oddzielnego, niezależnego obliczania poszczególnych elementów niżówki /np. przepływu najniższego, średniego miesięcznego itp./.
4. Trzy proponowane metody /rozd.4.1; 4.2; 4.3/ kompleksowego obliczania niżówek pozwalają na wybór dowolnej z nich w zależności od wymagań projektu, od charakteru pytań, na które dane opracowanie hydrologiczne ma odpowiedzieć.
5. Jak wykazało porównanie zamieszczone we wnioskach rozdz.4.5 wszystkie trzy proponowane metody są równie miarodajne i dokładne.

6. Przeprowadzanie obliczeń jedną z trzech podanych metod pozwoli ocenić na rozpatrywanej rzece możliwości wykorzystania wody w okresie niżówki, ewentualnie wykaże konieczność budowy urządzeń magazynujących wodę /czy też wykażą np.konieczność zaprojektowania dla danego zakładu przemysłowego zamkniętego obiegu wody itp/.
7. Obliczenie prawdopodobieństwa wystąpienia niżówki charakteryzowanej szeregiem parametrów wymagało zastosowania wielowymiarowych rozkładów zmiennej losowej. Pracochłonność tych obliczeń można znacznie zmniejszyć przez wykorzystanie cyfrowych maszyn matematycznych.
8. Zastosowanie teorii informacji dla poznania genezy zjawisk niżówkowych pozwala wybrać najbardziej istotne czynniki warunkujące postawienie prawidłowej prognozy.
9. Przy obecnym stanie rozwoju hydrologii i meteorologii najbardziej prawidłową prognozą niżówki jest prognoza oparta na statystycznej analizie, przy zastosowaniu warunkowych rozkładów prawdopodobieństwa.
10. Omawiana w rozdz.5.3 statystyczna metoda prognozy może być stosowana dla każdego ze sposobów kompleksowego charakteryzowania niżówki.
11. Przedstawiona długoterminowa prognoza może być sporządzona na okres kilku miesięcy np. w naszym przypadku możemy w końcu kwietnia postawić prognozę na okres całego lata hydrologicznego.
12. Podany sposób prognozowania pozwala z wymaganym, w zależności od potrzeb gospodarczych, zabezpieczeniem określić przewidywaną najmniejszą niżówkę. Tak więc możemy ocenić efektywność prognozy oraz jej sprawdzalność.

Tablica I

χ_{kr}	n	χ_{kr}	n	χ_{kr}	n	χ_{kr}	n	χ_{kr}	n	χ_{kr}	n
3,8	18	28,9	35	49,8	52	69,8	69	89,4	86	108,6	86
6,0	19	30,1	36	51,0	53	71,0	70	90,5	87	109,8	87
7,8	20	31,4	37	52,2	54	72,2	71	91,7	88	110,9	88
9,5	21	32,7	38	53,4	55	73,3	72	92,8	89	112,0	89
11,1	22	33,9	39	54,6	56	74,5	73	93,9	90	113,1	90
12,6	23	35,2	40	55,8	57	75,6	74	95,1	91	114,3	91
14,1	24	36,4	41	56,9	58	76,8	75	96,2	92	115,4	92
15,5	25	37,7	42	58,1	59	77,9	76	97,4	93	116,5	93
16,9	26	38,9	43	59,3	60	79,1	77	98,5	94	117,6	94
18,3	27	40,1	44	60,5	61	80,2	78	99,6	95	118,8	95
19,7	28	41,3	45	61,7	62	81,4	79	100,7	96	119,9	96
21,0	29	42,6	46	62,8	63	82,5	80	101,9	97	121,0	97
22,4	30	43,8	47	64,0	64	83,7	81	103,0	98	122,1	98
23,7	31	45,0	48	65,2	65	84,8	82	104,1	99	123,2	99
25,0	32	46,2	49	66,3	66	86,0	83	105,3	100	124,3	100
26,3	33	47,4	50	67,5	67	87,1	84	106,4			
27,6	34	48,6	51	68,7	68	88,3	85	107,5			

Tablica II

Wartości dystrybuanty F /u/ rozkładu normalnego

u	F/u/	p/u/	u	F/u/	p/u/
0,0	0,5000	0,5000	1,5	0,9332	0,0668
0,1	0,5398	0,4602	1,6	0,9452	0,0548
0,2	0,5793	0,4207	1,7	0,9554	0,0446
0,3	0,6179	0,3821	1,8	0,9641	0,0359
0,4	0,6554	0,3446	1,9	0,9713	0,0287
0,5	0,6915	0,3085	2,0	0,9772	0,0228
0,6	0,7257	0,2743	2,2	0,9861	0,0139
0,7	0,7580	0,2420	2,4	0,9918	0,0082
0,8	0,7881	0,2119	2,6	0,9953	0,0047
0,9	0,8159	0,1841	2,8	0,9974	0,0026
1,0	0,8413	0,1587	3,0	0,9986	0,0014
1,1	0,8643	0,1357	3,2	0,9993	0,0007
1,2	0,8849	0,1151	3,4	0,9997	0,0003
1,3	0,9032	0,0968	3,6	0,9998	0,0002
1,4	0,9192	0,0808	3,8	0,9999	0,0001

Uwaga:

$$F/-u/ = p/u/$$

$$p/-u/ = F/u/$$

Tablica III

Wartości funkcji T /u, a/ wg Owena

$\begin{matrix} u \\ a \end{matrix}$	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00	3,25	3,50
0,0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,1	0,0159	0,0154	0,0140	0,0120	0,0096	0,0072	0,0051	0,0034	0,0021	0,0013	0,0007	0,0004	0,0002	0,0001	0,0000
0,2	0,0314	0,0304	0,0277	0,0236	0,0189	0,0142	0,0100	0,0067	0,0041	0,0023	0,0013	0,0007	0,0003	0,0001	0,0001
0,3	0,0464	0,0449	0,0408	0,0347	0,0277	0,0208	0,0146	0,0096	0,0059	0,0034	0,0019	0,0010	0,0004	0,0002	0,0001
0,4	0,0606	0,0586	0,0531	0,0451	0,0358	0,0267	0,0186	0,0121	0,0074	0,0042	0,0023	0,0012	0,0005	0,0002	0,0001
0,5	0,0738	0,0713	0,0645	0,0545	0,0431	0,0318	0,0220	0,0142	0,0086	0,0049	0,0026	0,0013	0,0006	0,0003	0,0001
0,6	0,0860	0,0831	0,0748	0,0630	0,0494	0,0362	0,0248	0,0159	0,0095	0,0053	0,0028	0,0014	0,0006	0,0003	0,0001
0,7	0,0972	0,0938	0,0842	0,0705	0,0549	0,0399	0,0271	0,0172	0,0101	0,0056	0,0029	0,0014	0,0007	0,0003	0,0001
0,8	0,1074	0,1035	0,0926	0,0770	0,0596	0,0429	0,0289	0,0181	0,0106	0,0058	0,0030	0,0015	0,0007	0,0003	0,0001
0,9	0,1166	0,1122	0,1001	0,0827	0,0635	0,0453	0,0302	0,0188	0,0109	0,0060	0,0031	0,0015	0,0007	0,0003	0,0001
1,0	0,1250	0,1201	0,1067	0,0876	0,0667	0,0472	0,0312	0,0192	0,0111	0,0060	0,0031	0,0015	0,0007	0,0003	0,0001
1,2	0,1394	0,1340	0,1183	0,0953	0,0710	0,0500	0,0322	0,0197	0,0112	0,0060	0,0031	0,0015	0,0007	0,0003	0,0001
1,4	0,1518	0,1455	0,1266	0,1012	0,0744	0,0514	0,0327	0,0199	0,0113	0,0060	0,0031	0,0015	0,0007	0,0003	0,0001
1,6	0,1612	0,1539	0,1325	0,1054	0,0760	0,0520	0,0330	0,0200	0,0114	0,0060	0,0031	0,0015	0,0007	0,0003	0,0001
1,8	0,1692	0,1607	0,1372	0,1080	0,0778	0,0524	0,0332	0,0201	0,0114	0,0060	0,0031	0,0015	0,0007	0,0003	0,0001
2,0	0,1762	0,1665	0,1415	0,1097	0,0785	0,0527	0,0334	0,0201	0,0114	0,0060	0,0031	0,0015	0,0007	0,0003	0,0001
2,5	0,1895	0,1776	0,1485	0,1101	0,0789	0,0528	0,0334	0,0201	0,0114	0,0060	0,0031	0,0015	0,0007	0,0003	0,0001
3,0	0,1989	0,1847	0,1512	0,1113	0,0793	0,0529	0,0334	0,0201	0,0114	0,0060	0,0031	0,0015	0,0007	0,0003	0,0001
3,5	0,2064	0,1893	0,1525	0,1125	0,0793	0,0529	0,0334	0,0201	0,0114	0,0060	0,0031	0,0015	0,0007	0,0003	0,0001
4,0	0,2150	0,1928	0,1537	0,1136	0,0793	0,0529	0,0334	0,0201	0,0114	0,0060	0,0031	0,0015	0,0007	0,0003	0,0001

Uwaga: $T/-u, a/ = T/u, a/$
 $T/u, -a/ = -T/u, a/$
 $T/-u, -a/ = -T/u, a/$

Tablica IV

Wartości funkcji S/u, a, b/ wg Steck'a

m	b	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.0	0.0	0.679314	0.157082	0.231934	0.302797	0.366959	0.430052	0.486000	0.536942	0.583156	0.625000
0.1	0.0	0.008532	0.169595	0.250409	0.326917	0.3988349	0.464308	0.524713	0.579712	0.629607	0.674785
0.2	0.0	0.009187	0.168193	0.268700	0.350797	0.427446	0.498224	0.563041	0.622057	0.675597	0.724075
0.3	0.0	0.009818	0.1694126	0.286629	0.374204	0.455968	0.531468	0.600610	0.663365	0.720677	0.772389
0.4	0.0	0.103965	0.205910	0.304029	0.483648	0.563731	0.637070	0.703847	0.764426	0.819277	0.8684328
0.5	0.0	0.109685+	0.217233	0.320747	0.418746	0.510243	0.594730	0.672102	0.742550+	0.806461	0.864328
0.6	0.0	0.115123	0.228004	0.336651	0.430508	0.535542	0.624218	0.705426	0.779368	0.846447	0.907184
0.7	0.0	0.120243+	0.238148	0.351629	0.459063	0.569369	0.651990	0.736812	0.814043	0.884106	0.947545+
0.8	0.0	0.125021	0.247607	0.365955-	0.477296	0.581586	0.677886	0.766077	0.846375+	0.919222	0.985181
0.9	0.0	0.129431	0.256340	0.378488	0.494129	0.602097	0.701793	0.793094	0.876224	0.951640	1.019925-
1.0	0.0	0.133460	0.264321	0.390273	0.509514	0.620843	0.713644	0.817788	0.903506	0.981270	1.051681
1.1	0.0	0.137107	0.271543	0.400937	0.523436	0.637808	0.743417	0.840133	0.928194	1.008083	1.080417
1.2	0.0	0.140374	0.278014	0.410491	0.535909	0.653006	0.761132	0.860153	0.950312	1.032104	1.106163
1.3	0.0	0.143272	0.283754	0.418965+	0.546973	0.666487	0.776846	0.877911	0.969931	1.053142	1.129000
1.4	0.0	0.145817	0.288794	0.426408	0.556689	0.678326	0.790645+	0.893505+	0.987160	1.072124	1.149054
1.5	0.0	0.148030	0.293176	0.432878	0.565137	0.688620	0.802643	0.907064	1.002141	1.088394	1.166491
∞	0.0	0.158628	0.314165-	0.463868	0.605595-	0.737918	0.860104	0.972001	1.073884	1.166311	1.250000
0.0	0.1	0.078912	0.156293	0.230749	0.301218	0.366986	0.427685-	0.483239	0.533787	0.579608	0.621060
0.1	0.1	0.005237	0.168806-	0.249224	0.325337	0.396675-	0.461940	0.521951	0.576557	0.626059	0.670844
0.2	0.1	0.0091491	0.181192	0.267513	0.349214	0.425469	0.495851	0.560274	0.618896	0.672042	0.720137
0.3	0.1	0.0097620	0.193331	0.285436	0.372614	0.453981	0.529084	0.597830	0.660388	0.717105	0.768422
0.4	0.1	0.0103567	0.205108	0.302825+	0.393115+	0.481642	0.561325+	0.634264	0.700641	0.760821	0.815273
0.5	0.1	0.0109278	0.216419	0.319526	0.417118	0.508208	0.592289	0.669255-	0.739298	0.802803	0.860266
0.6	0.1	0.114708	0.227173	0.335405-	0.437847	0.533466	0.621727	0.702522	0.776049	0.842715-	0.903039
0.7	0.1	0.119819	0.237296	0.350350+	0.457358	0.557238	0.649435-	0.733831	0.810637	0.880277	0.943292
0.8	0.1	0.124582	0.246728	0.364276	0.475388	0.579388	0.675250+	0.763002	0.842862	0.915271	0.980793
0.9	0.1	0.128975-	0.255428	0.377121	0.492307	0.599819	0.699061	0.789907	0.872584	0.947546	1.015378
1.0	0.1	0.132987	0.263373	0.388851	0.507619	0.618475+	0.720803	0.814474	0.899702	0.977012	1.046952
1.1	0.1	0.136613	0.270555+	0.399455+	0.521461	0.635330	0.740456	0.836679	0.924247	1.003644	1.075488
1.2	0.1	0.139859	0.276983	0.408944	0.533848	0.650430	0.758041	0.856547	0.946193	1.027472	1.101018
1.3	0.1	0.142734	0.282677	0.417351	0.544821	0.663798	0.773619	0.874147	0.965631	1.048576	1.123629
1.4	0.1	0.145256	0.287671	0.424724	0.554444	0.675521	0.787280	0.889580	0.982676	1.067081	1.143452
1.5	0.1	0.147446	0.292007	0.431125+	0.562799	0.685699	0.799139	0.902977	0.997470	1.083142	1.160658
∞	0.1	0.157838	0.312585+	0.461499	0.602437	0.733971	0.855369	0.966478	1.067575-	1.159217	1.242121
0.0	0.2	0.077769	0.153993	0.227302	0.296626	0.361251	0.420812	0.475234	0.524654	0.569355-	0.609693
0.1	0.2	0.0084086	0.166505-	0.245775+	0.320743	0.390638	0.455066	0.513943	0.567421	0.615802	0.659473
0.2	0.2	0.0090338	0.178887	0.264058	0.344611	0.419721	0.488964	0.552251	0.609743	0.661766	0.708734
0.3	0.2	0.0096462	0.191014	0.281964	0.367988	0.448204	0.522162	0.589766	0.651189	0.706876	0.756971
0.4	0.2	0.102397	0.202769	0.299320	0.390645-	0.475810	0.554336	0.626123	0.691353	0.750393	0.803712
0.5	0.2	0.108091	0.214046	0.315968	0.412378	0.502289	0.585196	0.660992	0.729871	0.792218	0.848531
0.6	0.2	0.113496	0.224751	0.331773	0.433009	0.527424	0.614486	0.694086	0.766425-	0.831908	0.891057
0.7	0.2	0.118575+	0.234808	0.346621	0.452304	0.551034	0.641999	0.725169	0.800754	0.8699179	0.9330987
0.8	0.2	0.123297	0.244160	0.360426	0.470409	0.572984	0.667574	0.754059	0.832658	0.903813	0.968087
0.9	0.2	0.127643	0.252766	0.373130	0.486988	0.593178	0.691100	0.780633	0.862001	0.935661	1.002199
1.0	0.2	0.131601	0.260602	0.384697	0.502084	0.611563	0.712518	0.804821	0.888706	0.964642	1.033234
1.1	0.2	0.135168	0.267665+	0.395122	0.515688	0.628129	0.731814	0.826610	0.912757	0.990740	1.061177
1.2	0.2	0.138349	0.273965+	0.404420	0.527819	0.642901	0.749017	0.846032	0.934193	1.013995-	1.086071
1.3	0.2	0.141158	0.279526	0.412627	0.538526	0.655936	0.764195+	0.863166	0.953102	1.034502	1.108019
1.4	0.2	0.143612	0.284384	0.419795+	0.547877	0.667319	0.777448	0.878124	0.969602	1.052395	1.127166
1.5	0.2	0.145733	0.288584	0.425992	0.555960	0.677157	0.788899	0.891045+	0.983855-	1.067848	1.143696
∞	0.2	0.155537	0.307986	0.434604	0.563251	0.722592	0.841624	0.950467	1.043309	1.138703	1.219386

Tablica IV c.d.

Wartości funkcji S/u, a, b/ wg Steck'a

m/b	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.0	0.075958	0.150376	0.221884	0.289417	0.352265-	0.410064	0.462742	0.510441	0.553443	0.592109
0.1	0.082275+	0.162886	0.240356	0.313533	0.381650-	0.444315-	0.501448	0.553204	0.599886	0.641885-
0.2	0.088524	0.175261	0.258628	0.337387	0.410715-	0.478191	0.539730	0.595497	0.645817	0.691109
0.3	0.094637	0.187369	0.276505-	0.360724	0.439149	0.511330	0.577177	0.636865-	0.690740	0.739249
0.4	0.100555-	0.199088	0.293806	0.383308	0.466664	0.543395+	0.613407	0.676883	0.734192	0.785807
0.5	0.106220	0.210306	0.310367	0.404926	0.492998	0.574081	0.648073	0.715169	0.775758	0.830337
0.6	0.111584	0.220930	0.326049	0.425393	0.517928	0.6030127	0.680881	0.751397	0.815081	0.872456
0.7	0.116509	0.230880	0.340737	0.444560	0.541271	0.630319	0.711590	0.785299	0.851871	0.911853
0.8	0.121266	0.240100	0.354344	0.462315-	0.562891	0.655498	0.740019	0.816676	0.885913	0.948296
0.9	0.125533	0.248549	0.366813	0.478582	0.582695+	0.678558	0.766049	0.845398	0.917063	0.981633
1.0	0.129402	0.256209	0.378116	0.493325-	0.600639	0.699446	0.786200	0.871399	0.945254	1.011792
1.1	0.132872	0.263078	0.388249	0.506540	0.616721	0.718161	0.810732	0.894679	0.970485-	1.038774
1.2	0.135950+	0.269170	0.397236	0.518258	0.630976	0.734934	0.829434	0.915293	0.992818	1.062846
1.3	0.138651	0.274516	0.405120	0.528534	0.643474	0.749285-	0.845819	0.933346	1.012367	1.083533
1.4	0.140955+	0.279155-	0.411960	0.537449	0.654312	0.761860	0.860018	0.949892	1.029291	1.110106
1.5	0.143008	0.283137	0.417832	0.545098	0.663609	0.772654	0.872186	0.962377	1.043781	1.117072
∞	0.151917	0.300752	0.443769	0.578835-	0.704530	0.820128	0.925485-	1.020882	1.106887	1.184219
0.0	0.073624	0.145715-	0.214912	0.280157	0.340745-	0.396321	0.446818	0.492383	0.533303	0.569943
0.1	0.079940	0.158224	0.233382	0.304269	0.370126	0.430567	0.485519	0.535140	0.579740	0.619711
0.2	0.086184	0.170589	0.251638	0.328102	0.399165+	0.464412	0.523765-	0.577392	0.625624	0.668884
0.3	0.092284	0.182670	0.269474	0.351386	0.427532	0.497471	0.561117	0.618651	0.670425+	0.716899
0.4	0.098175+	0.194337	0.286699	0.373868	0.454919	0.529383	0.597168	0.658465+	0.713648	0.763193
0.5	0.103800	0.205475+	0.303140	0.395324	0.481053	0.559828	0.631554	0.696431	0.754853	0.807322
0.6	0.109108	0.215985-	0.318652	0.415565-	0.505699	0.588534	0.663966	0.732206	0.793668	0.848977
0.7	0.114059	0.225788	0.333117	0.434436	0.528673	0.615283	0.694159	0.765520	0.829797	0.887540
0.8	0.118624	0.234825+	0.346452	0.451828	0.549839	0.639318	0.721954	0.796174	0.863027	0.923083
0.9	0.122785+	0.243061	0.358601	0.476669	0.581111	0.662340	0.747241	0.824049	0.893228	0.955368
1.0	0.126534	0.250480	0.369542	0.481930	0.586455-	0.682510	0.769976	0.849097	0.920349	0.984343
1.1	0.129872	0.257085+	0.379282	0.494621	0.601882	0.700441	0.790177	0.871339	0.944417	1.010038
1.2	0.132810	0.262899	0.387851	0.505783	0.615444	0.716196	0.807915+	0.890856	0.965521	1.032552
1.3	0.135367	0.267957	0.395304	0.515486	0.627227	0.729977	0.823308	0.907780	0.983807	1.052044
1.4	0.137566	0.272306	0.401710	0.523823	0.637346	0.741618	0.836508	0.922282	0.999464	1.068719
1.5	0.139436	0.276002	0.407153	0.530904	0.645935+	0.751576	0.847695+	0.934563	1.012740	1.082813
∞	0.147248	0.291430	0.429825-	0.560313	0.681490	0.792642	0.893636	0.984766	1.066607	1.139887
0.0	0.070917	0.140314	0.206845-	0.269462	0.327475-	0.380537	0.428591	0.471792	0.510432	0.544882
0.1	0.077232	0.152821	0.225312	0.293571	0.356851	0.414777	0.467283+	0.514541	0.556860	0.594641
0.2	0.083489	0.165173	0.243548	0.317378	0.385857	0.448583	0.505485+	0.556740	0.602886	0.643748
0.3	0.089552	0.177219	0.261332	0.340591	0.414137	0.481538	0.542716	0.597861	0.647331	0.691578
0.4	0.095411	0.188821	0.278459	0.362943	0.441361	0.513254	0.578539	0.637415-	0.690261	0.737558
0.5	0.100984	0.199857	0.294746	0.384195-	0.467239	0.543392	0.612567	0.674972	0.731007	0.781178
0.6	0.106220	0.210222	0.310042	0.404147	0.491526	0.571667	0.644477	0.710174	0.769178	0.822020
0.7	0.111077	0.219838	0.324227	0.422846	0.514034	0.597858	0.674020	0.742746	0.804475+	0.859761
0.8	0.115528	0.228647	0.337219	0.439560	0.534630	0.621811	0.701021	0.772496	0.836691	0.894181
0.9	0.119558	0.236616	0.348968	0.454890	0.553239	0.643439	0.725385+	0.799320	0.865714	0.925164
1.0	0.123155-	0.243736	0.359462	0.468556	0.569841	0.662721	0.747089	0.823194	0.891522	0.952888
1.1	0.126331	0.250018	0.368717	0.480803	0.584486	0.679894	0.766177	0.844171	0.914176	0.976822
1.2	0.129099	0.255482	0.376778	0.491089	0.597186	0.694444	0.782749	0.862365+	0.933802	0.997708
1.3	0.131482	0.260202	0.383711	0.500102	0.608111	0.707101	0.796955-	0.877943	0.950587	1.015548
1.4	0.133508	0.264205	0.389600	0.507752	0.617376	0.717823	0.808976	0.891110	0.964757	1.030589
1.5	0.135208	0.267565-	0.394539	0.514163	0.625134	0.726792	0.819020	0.902097	0.976565-	1.043106
∞	0.141834	0.280828	0.413690	0.538824	0.654919	0.761074	0.857182	0.943583	1.020864	1.089764

Tablica IV c.d.

Wartości funkcji S/u, a, b/ wg Steck'a

m	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.0	0.067981	0.134463	0.199118	0.257918	0.313188	0.363597	0.409097	0.449854	0.486166	0.518406
0.1	0.074295+	0.146968	0.216582	0.282023	0.342559	0.397830	0.447783	0.493259	0.532583	0.566153
0.2	0.080524	0.159303	0.234794	0.305797	0.371525+	0.431598	0.483928	0.531729	0.574937	0.611781
0.3	0.086586	0.171307	0.252515-	0.328926	0.399639	0.464415+	0.523010	0.575681	0.622792	0.664801
0.4	0.092405	0.182830	0.265922	0.345119	0.426725+	0.495834	0.558556	0.614918	0.665366	0.710388
0.5	0.097816	0.193741	0.285623	0.372123	0.452293	0.525661	0.592152	0.651982	0.705558	0.753391
0.6	0.103065+	0.203934	0.300659	0.391730	0.476149	0.553419	0.623460	0.686498	0.742959	0.793379
0.7	0.107811	0.213326	0.314510	0.404782	0.491140	0.572843	0.649799	0.721886	0.777266	0.830024
0.8	0.112126	0.221863	0.327094	0.426175+	0.518021	0.602089	0.678290	0.746868	0.808286	0.863123
0.9	0.115986	0.229518	0.338374	0.440859	0.535851	0.622786	0.701572	0.772463	0.835934	0.892588
1.0	0.119420	0.236289	0.34845+	0.453832	0.551589	0.641037	0.722080	0.794979	0.860227	0.918443
1.1	0.122409	0.242198	0.357041	0.465136	0.565290	0.656908	0.739892	0.814509	0.881268	0.940803
1.2	0.124983	0.247283	0.364522	0.474830	0.577053	0.670715	0.755145-	0.831210	0.899233	0.959866
1.3	0.127170	0.251601	0.370869	0.483087	0.587013	0.682026	0.768025+	0.845291	0.914355-	0.975984
1.4	0.129002	0.255218	0.376181	0.488974	0.595332	0.691624	0.778750-	0.856995	0.926903	0.989153
1.5	0.130516	0.258207	0.380567	0.495653	0.602183	0.699517	0.787555-	0.866589	0.937169	0.999988
∞	0.135962	0.266926	0.396236	0.515836	0.626377	0.727194	0.818195-	0.899707	0.972331	1.036813
0.0	0.064941	0.128409	0.189104	0.246019	0.298500	0.346233	0.389184	0.427525+	0.461562	0.491670
0.1	0.071254	0.140912	0.207563	0.270118	0.327864	0.380458	0.427860	0.470254	0.507967	0.541403
0.2	0.077473	0.153228	0.225747	0.293855-	0.356783	0.414160	0.465938	0.512314	0.553636	0.590336
0.3	0.083510	0.165182	0.243393	0.316884	0.384833	0.446838	0.502847	0.553067	0.597867	0.637708
0.4	0.089282	0.176612	0.260261	0.338891	0.411627	0.478039	0.538069	0.591934	0.640026	0.682832
0.5	0.094721	0.187379	0.276145+	0.359606	0.436834	0.507373	0.571161	0.628424	0.679574	0.725124
0.6	0.099970	0.197370	0.290880	0.378811	0.460189	0.534531	0.601772	0.662146	0.716085-	0.764126
0.7	0.104387	0.206504	0.304344	0.396350+	0.481500-	0.559200	0.629649	0.692822	0.749259	0.799520
0.8	0.108846	0.214731	0.316465-	0.412126	0.500652	0.581517	0.654646	0.720292	0.778924	0.831125-
0.9	0.112238	0.222031	0.327212	0.426104	0.517603	0.601165+	0.676713	0.744508	0.805035-	0.858897
1.0	0.115467	0.228412	0.336601	0.438302	0.532378	0.618269	0.695893	0.765522	0.827654	0.882914
1.1	0.118249	0.233907	0.346680	0.448787	0.545063	0.632931	0.712308	0.783473	0.846941	0.903353
1.2	0.120611	0.239397	0.357528	0.461665+	0.555788	0.645307	0.726139	0.798571	0.863123	0.920473
1.3	0.122586	0.244266	0.357246	0.465069	0.564719	0.655595-	0.737614	0.811070	0.876504	0.934587
1.4	0.124213	0.248675-	0.361950-	0.471152	0.572043	0.664016	0.746987	0.821259	0.887381	0.946040
1.5	0.125534	0.248277	0.365762	0.476073	0.577959	0.670804	0.754527	0.829435+	0.896690	0.955188
∞	0.129882	0.256819	0.378208	0.492038	0.597001	0.692466	0.778367	0.855050+	0.923124	0.983340
0.0	0.061894	0.123347	0.180090	0.234144	0.283879	0.328998	0.369480	0.405506	0.437383	0.465488
0.1	0.068205-	0.134846	0.198545-	0.258237	0.313235+	0.363214	0.408145+	0.448222	0.483774	0.515206
0.2	0.074413	0.147141	0.216696	0.281930	0.342100	0.396850-	0.446147	0.490195+	0.529346	0.564030
0.3	0.080421	0.159038	0.234256	0.304845+	0.370007	0.429356	0.482856	0.530720	0.573320	0.611118
0.4	0.086141	0.170331	0.250965-	0.326640	0.396535+	0.460239	0.517708	0.569165-	0.615005+	0.655716
0.5	0.091497	0.180963	0.266602	0.347027	0.421332	0.489083	0.550229	0.605004	0.653823	0.697199
0.6	0.096432	0.190727	0.280997	0.365779	0.444123	0.515566	0.580055-	0.637832	0.689394	0.735097
0.7	0.100904	0.199573	0.294029	0.382744	0.4644719	0.539471	0.606941	0.667382	0.721249	0.769102
0.8	0.104892	0.207456	0.305635+	0.397837	0.483021	0.560683	0.630762	0.693520	0.749428	0.799072
0.9	0.108389	0.214367	0.315801	0.411042	0.499012	0.579189	0.651507	0.716239	0.773874	0.825017
1.0	0.111406	0.220326	0.324559	0.422404	0.512751	0.595059	0.669264	0.735646	0.794710	0.847082
1.1	0.113967	0.225380	0.331980	0.432018	0.524357	0.608441	0.684204	0.751937	0.812161	0.865518
1.2	0.116105+	0.229597	0.338164	0.440020	0.533998	0.619533	0.696561	0.765379	0.826522	0.880652
1.3	0.117862	0.233050	0.343234	0.446568	0.541673	0.628574	0.706606	0.776278	0.838137	0.892858
1.4	0.119281	0.235853	0.347322	0.451839	0.548197	0.635817	0.714634	0.784965-	0.847368	0.902534
1.5	0.120409	0.238072	0.350564	0.456011	0.553193	0.641523	0.720941	0.791770	0.854580	0.910071
∞	0.123787	0.244694	0.360180	0.468289	0.567759	0.657936	0.738960	0.811011	0.874767	0.930977

Tablica IV c.d.

Wartości funkcji S/u, a, b/ wg Steck'a

m \ b	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.0	0058910	0118416	0171284	0222566	0269655+	0312275-	0350415+	0384264	0414131	0440387	
0.1	0065219	0128912	0189733	0246651	0299002	0346479	0389068	0426966	0460505+	0490086	
0.2	0071415+	0141182	0207848	0270296	0327806	0380042	0426984	0468841	0505966	0538788	
0.3	0077391	0153014	0225311	0293082	0355551	0412355+	0463468	0509109	0549652	0585556	
0.4	0083051	0164219	0241841	0314638	0381783	0442882	0497905-	0547081	0590807	0629566	
0.5	0088316	0174637	0257204	0334559	0406123	0471180	0529790	0582196	0628814	0670153	
0.6	0093125-	0184150+	0271222	0352912	0428291	0496919	0558752	0614043	0663227	0706839	
0.7	0097439	0192680	0283782	0369248	0448106	0519891	0584558	0642367	0693339	0739339	
0.8	0101240	0200191	0294832	0383603	0465491	0540011	0607115-	0667074	0720363	0767562	
0.9	0104528	0206685+	0304376	0393984	0480460	0557301	0626548	0688212	0743054	0791588	
1.0	0107323	0212199	0312470	0406468	0493112	0571883	0642732	0705949	0762014	0811641	
1.1	0109654	0216797	0319210	0415183	0503607	0583950-	0656701	0720549	0776231	0828053	
1.2	0111565-	0220561	0324721	0422296	0512152	0593749	0661559	0732337	0790177	0841223	
1.3	0113102	0223588	0329145-	0427993	0518981	0601559	0675683	0741674	0800084	0851591	
1.4	0114318	0225977	0332632	0432475-	0524337	0607667	0682421	0748930	0807757	0859595+	
1.5	0115261	0227830	0335331	0435935-	0528462	0612355+	0687576	0754461	0813588	0865668	
∞	0117819	0232833	0342569	0445132	0539311	0624549	0700830	0768528	0828261	0880774	
0.0	0056037	0110711	0162824	0211461	0256041	0296305+	0332256	0364084	0392099	0416667	
0.1	0062344	0123202	0181267	0235538	0285378	0330498	0370895-	0406770	0438456	0466346	
0.2	0068526	0135445+	0199340	0259127	0314113	0363978	0408715-	0448536	0483793	0514912	
0.3	0074466	0147206	0216696	0281770	0341679	0396077	0444949	0488518	0527159	0561324	
0.4	0080060	0158278	0233028	0303064	0367523	0426211	0478928	0525969	0567729	0604687	
0.5	0085224	0168495+	0248089	0322683	0391423	0453911	0510119	0560294	0604852	0644297	
0.6	0089897	0177735+	0261700	0340393	0412916	0478843	0538145+	0591079	0638079	0679676	
0.7	0094041	0185926	0273752	0356056	0431893	0500817	0562796	0618095+	0667171	0710577	
0.8	0097644	0193042	0284212	0369628	0448307	0519783	0584021	0641299	0692000	0736974	
0.9	0100714	0199101	0293106	0381150-	0462212	0535811	0601912	0660802	0712975-	0759031	
1.0	0103278	0204157	0300518	0390733	0473751	0549077	0616675+	0676847	0730101	0777061	
1.1	0105378	0208293	0306571	0398543	0483130	0559828	0628603	0689767	0743846	0791482	
1.2	0107063	0211608	0311415+	0404778	0490598	0568362	0638039	0699951	0754642	0802770	
1.3	0108388	0214213	0315214	0409655	0496423	0574995+	0645347	0707811	0762943	0811419	
1.4	0109410	0216219	0318134	0413395-	0500973	0580045+	0650891	0713750-	0769192	0817997	
1.5	0110183	0217733	0320333	0416202	0504203	0583811	0655008	0718143	0773798	0822672	
∞	0112074	0221422	0325647	0422921	0512082	0592610	0674511	0729168	0784198	0833333	
0.0	0053304	0105287	0154790	0200932	0243158	0281225-	0315145+	0345114	0371435+	0394469	
0.1	0059609	0117774	0173227	0225001	0272484	0315404	0353769	0387782	0417772	0444127	
0.2	0065776	0129987	0191255+	0248530	0301143	0348794	0391483	0429427	0462974	0492541	
0.3	0071677	0141669	0208493	0271015+	0328513	0380658	0427443	0469097	0505989	0538565-	
0.4	0077199	0152597	0224610	0292022	0354059	0410363	0460925-	0505981	0545923	0581224	
0.5	0082254	0162596	0239345-	0311208	0377359	0437417	0491366	0539454	0582084	0619783	
0.6	0086780	0171544	0252517	0328337	0398129	0461488	0518394	0569106	0614059	0653776	
0.7	0090744	0179375+	0264033	0343288	0416222	0482410	0541829	0594750+	0641628	0683006	
0.8	0094140	0186079	0273877	0356045-	0431627	0500178	0561675+	0616400	0664827	0707528	
0.9	0096985+	0191690	0282105-	0366686	0444445-	0514920	0578089	0634247	0683887	0727603	
1.0	0099318	0196285-	0288830	0375364	0454868	0526870	0591349	0648613	0699172	0743643	
1.1	0101188	0199964	0294205+	0382282	0463152	0536361+	0601813	0659906	0711141	0756155+	
1.2	0102654	0202846	0298406	0387674	0463152	0536361+	0609880	0668576	0720293	0765886	
1.3	0103779	0205053	0301617	0391783	0474474	0549201	0615955+	0675078	0727129	0772777	
1.4	0104623	0206706	0304016	0394843	0478101	0553295+	0620426	0679842	0732117	0777931	
1.5	0105242	0207918	0305770	0397073	0480731	0556253	0623640	0683253	0732117	0777931	
∞	0106606	0210574	0309581	0401864	0486316	0562450-	0630291	0690227	0742870	0788938	

Tablica IV c.d.

Wartości funkcji S/u, a, b/ wg Steck'a

m	b	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
a = 1.2	0.0	.0050726	.0100174	.0147226	.0191032	.0231063	.0267693	.0299142	.0327405+	.0352184	.0373829
	0.1	.0057028	.0112654	.0165655+	.0215071	.0260377	.0301258	.0337748	.0370054	.0398499	.0423462
	0.2	.0063179	.0124836	.0183634	.0238554	.0288953	.0334549	.0375348	.0411367	.0443553	.0471713
	0.3	.0069037	.0136432	.0200743	.0260868	.0316111	.0366157	.0411810	.0453088	.0490108	.0523314
	0.4	.0074481	.0147208	.0216627	.0281566	.0341270	.0395401	.0443955-	.0487171	.0526217	.0560929
	0.5	.0079419	.0156972	.0231013	.0300287	.0363993	.0421765-	.0473996	.0520396	.0561938	.0598639
	0.6	.0083790	.0166610	.0243723	.0316802	.0383999	.0444926	.0499572	.0548199	.0590594	.0627198
	0.7	.0087568	.0173068	.0254678	.0331011	.0401172	.0464755+	.0521747	.0572421	.0617227	.0656707
	0.8	.0090749	.0179345-	.0263889	.0342932	.0415543	.0481299	.0540187	.0592492	.0638686	.0679335+
	0.9	.0093308	.0184504	.0271445+	.0352686	.0427268	.0494571	.0555126	.0609438	.0657936	.0699452
	1.0	.0095470	.0188642	.0277491	.0360471	.0436594	.0505411	.0566917	.0621422	.0669438	.0711575-
	1.1	.0097117	.0191879	.0282211	.0366529	.0443826	.0513646	.0575986	.0631171	.0679731	.0722296
	1.2	.0098377	.0194350-	.0285805+	.0371129	.0449295+	.0519845	.0582783	.0638445+	.0687376	.0730223+
	1.3	.0099317	.0196191	.0288476	.0374534	.0453327	.0524395+	.0587748	.0643733	.0692910	.0735940
	1.4	.0100001	.0197529	.0290411	.0376992	.0456226	.0527651	.0591283	.0647481	.0694813	.0739956
1.5	.0100487	.0198478	.0291780	.0378724	.0458258	.0529922	.0593737	.0649948	.0697498	.0742707	
∞	.0101452	.0200349	.0294451	.0382063	.0462126	.0534855+	.0598284	.0654811	.0704368	.0747658	
a = 1.3	0.0	.0048308	.0095382	.0140142	.0181773	.0219768	.0253916	.0284245+	.0310950+	.0334325+	.0354713
	0.1	.0054608	.0107859	.0158564	.0205821	.0249068	.0288066	.0322834	.0353578	.0380617	.0404320
	0.2	.0060741	.0120003	.0176489	.0229212	.0277556	.0321249	.0360308	.0394249	.0423511	.0448393
	0.3	.0066553	.0131507	.0193460	.0251343	.0304483	.0352582	.0395650+	.0433914	.0467735+	.0497341
	0.4	.0071914	.0142114	.0209095+	.0271709	.0329230	.0381332	.0428021	.0469535-	.0506266	.0538638
	0.5	.0076728	.0151633	.0223111-	.0289939	.0351341	.0406967	.0456818	.0501142	.0540344	.0574904
	0.6	.0080937	.0159947	.0235337	.0305812	.0370551	.0428181	.0481699	.0528367	.0570961	.0609398
	0.7	.0084518	.0167015+	.0243714	.0319256	.0386777	.0447887	.0502581	.055135+	.0593996	.0631695+
	0.8	.0087485-	.0172864	.0254284	.0330330	.0400104	.0463197	.0519608	.0569625-	.0613715+	.0652439
	0.9	.0089877	.0177573	.0261171	.0339205+	.0410746	.0475376	.0533095+	.0584206	.0629198	.0668653
	1.0	.0091755+	.0181265+	.0266557	.0346123	.0419011	.0484793	.0543477	.0595378	.0641004	.0680960
	1.1	.0093190	.0184082	.0270655-	.0351369	.0425252	.0491872	.0551242	.0603693	.0649749	.0690035-
	1.2	.0094258	.0186174	.0273689	.0355238	.0429835-	.0497045+	.0556888	.0609707	.0656043	.0696537
	1.3	.0095031	.0187685+	.0275875+	.0358015-	.0433108	.0500720	.0560878	.0613936	.0660448	.0701067
	1.4	.0095576	.0188749	.0277408	.0359953	.0435381	.0503259	.0563620	.0616826	.0663444	.0704137
∞	.0096616	.0190765-	.0280285-	.0363545+	.0439535+	.0507832	.0568491	.0621900	.0668650+	.0709426	
a = 1.4	0.0	.0046050-	.0090908	.0133534	.0173144	.0209255+	.0241670	.0270421	.0295701	.0317800	.0337049
	0.1	.0052347	.0103379	.0151947	.0197181	.0238542	.0275802	.0308989	.0338307	.0364066	.0386628
	0.2	.0058460	.0115485-	.0169814	.0220495+	.0266933	.0308871	.0346329	.0379524	.0408788	.0434509
	0.3	.0064223	.0126890	.0186637	.0242429	.0293614	.0339909	.0381329	.0418099	.0450575-	.0479173
	0.4	.0069495+	.0137320	.0202008	.0262444	.0317923	.0368136	.0413092	.0443029	.0468323	.0491948
	0.5	.0074179	.0146579	.0215636	.0280158	.0339393	.0393007	.0441004	.0483634	.0521295+	.0554459
	0.6	.0078219	.0154557	.0227359	.0295366	.0357778	.0414240	.0464755+	.0509585+	.0549150+	.0583949
	0.7	.0081602	.0161229	.0237146	.0308029	.0373041	.0431806	.0484329	.0530884	.0571915+	.0607947
	0.8	.0084352	.0166646	.0245074	.0318258	.0385326	.0445888	.0499952	.0547808	.0589920	.0626837
	0.9	.0086522	.0170914	.0251306	.0326272	.0394913	.0456829	.0512033	.0560830	.0603703	.0641230
	1.0	.0088185-	.0174179	.0256060	.0332363	.0402167	.0465068	.0521084	.0570534	.0613923	.0651848
	1.1	.0089422	.0176603	.0259578	.0336853	.0407490	.0471082	.0527654	.0575540	.0616263	.0659437
	1.2	.0090315-	.0178350-	.0262105+	.0340065-	.0411278	.0475338	.0526278	.0572443	.0616372	.0664695-
	1.3	.0090941	.0179572	.0263867	.0342292	.0413892	.0478258	.0529431	.0585769	.0629820	.0668227
	1.4	.0091367	.0180401	.0265058	.0343792	.0415641	.0480200	.0537517	.0587956	.0632077	.0670530
∞	.0092099	.0181816	.0267068	.0346288	.0418510	.0483340	.0540942	.0591403	.0635600	.0674097	

Tablica IV c.d.

Wartości funkcji S/u, a, b/ wg Steck'a

m	b	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.0	0.0	.0043945-	.0086741	.0127383	.0165120	.0199490	.0230309	.0257612	.0281591	.0302527	.0320743
0.1	0.1	.0050239	.009206	.0145787	.0189145+	.0228762	.0264423	.0296159	.0324172	.0348766	.0370291
0.2	0.2	.0056332	.011270	.0163593	.0212377	.0257050+	.0297368	.0333355+	.0365225-	.0393303	.0417969
0.3	0.3	.0062042	.0122570	.0180258	.0234101	.0283470	.0328094	.0367991	.0403386	.0434626	.0462118
0.4	0.4	.0067221	.0132814	.0195350+	.0253745+	.0307317	.0355769	.0399115-	.0437589	.0471563	.0501470
0.5	0.5	.0071769	.0141802	.0208572	.0270922	.0328120	.0379845-	.0426108	.0467155+	.0503380	.0535243
0.6	0.6	.0075636	.0149434	.0219780	.0285447	.0345659	.0400075-	.0448704	.0491806	.0529797	.0563165+
0.7	0.7	.0078817	.0155706	.0228971	.0297324	.0359951	.0416494	.0466964	.0511636	.0550946	.0585413
0.8	0.8	.0081352	.0160694	.0236263	.0306176	.0371208	.0429368	.0481212	.0527029	.0567279	.0602506
0.9	0.9	.0083306	.0164535-	.0241861	.0313899	.0379779	.0439121	.0491947	.0538564	.0579452	.0615178
1.0	1.0	.0084765+	.0167396	.0246018	.0319211	.0386087	.0446260	.0499761	.0546911	.0588211	.0624248
1.1	1.1	.0085820	.0169459	.0249005+	.0323012	.0390575-	.0462115+	.0505255-	.0552745+	.0594299	.0630521
1.2	1.2	.0086557	.0170898	.0251082	.0325641	.0393662	.0454763	.0508988	.0556686	.0598388	.0634713
1.3	1.3	.0087057	.0171871	.0252479	.0327400	.0395716	.0457044	.0511439	.0559258	.0601044	.0637424
1.4	1.4	.0087890	.0173481	.0254767	.0330241	.0398981	.0460617	.0515223	.0563181	.0605053	.0641485+
0.0	0.0	.0041986	.0082864	.0121665+	.0157667	.0190429	.0219777	.0245751	.0268539	.0288415+	.0305692
0.1	0.1	.0048277	.0095322	.0140059	.0181679	.0219684	.0253872	.0284275+	.0311094	.0334625+	.0355208
0.2	0.2	.0054348	.0107342	.0157799	.0204824	.0247863	.0286685+	.0321319	.0351973	.0378967	.0402669
0.3	0.3	.0060002	.0118531	.0174298	.0226326	.0274007	.0317081	.0355570	.0389696	.0419799	.0446276
0.4	0.4	.0065084	.0128580	.0189098	.0245581	.0297370	.0344179	.0386025+	.0423141	.0458990	.0484696
0.5	0.5	.0069491	.0137287	.0201900	.0262202	.0317483	.0367434	.0412070	.0451636	.0486518	.0517168
0.6	0.6	.0073180	.0144566	.0212581	.0276031	.0334161	.0386644	.0433495-	.0474972	.0511484	.0543511
0.7	0.7	.0076160	.0150437	.0221176	.0287121	.0347485+	.0401922	.0450451	.0493354+	.0531037	.0564035-
0.8	0.8	.0078484	.0155005+	.0227845-	.0295696	.0357739	.0413621	.0463364	.0507259	.0545761	.0579403
0.9	0.9	.0080231	.0158435+	.0232836	.0302086	.0365543	.0422248	.0472830	.0517397	.0556425-	.0590472
1.0	1.0	.0082389	.0160920	.0236439	.0306677	.0370776	.0428374	.0479510	.0524506	.0563859	.0598145+
1.1	1.1	.0083889	.0162657	.0238947	.0309856	.0374517	.0432565+	.0484050-	.0529307	.0568850-	.0603270
1.2	1.2	.0085290	.0163828	.0240631	.0311980	.0376999	.0435327	.0487022	.0532431	.0572078	.0608568
1.3	1.3	.0086382	.0164589	.0241721	.0313346	.0378586	.0437082	.0488897	.0534389	.0574091	.0608617
1.4	1.4	.0087372	.0165279	.0242330	.0315334	.0380858	.0439554	.0491502	.0537078	.0576831	.0611384
0.0	0.0	.0040164	.0079259	.0116351	.0150746	.0182022	.0210015+	.0234768	.0256465-	.0275373	.0291794
0.1	0.1	.0046452	.0091710	.0134735+	.0174744	.0211260	.0244089	.0273268	.0298993	.0321551	.0341276
0.2	0.2	.0052499	.0103684	.0152405+	.0197796	.0239323	.0276764	.0310150-	.0339686	.0365686	.0388506
0.3	0.3	.0058095-	.0114756	.0168729	.0219065+	.0265176	.0306811	.0343996	.0376949	.0406003	.0431544
0.4	0.4	.0063074	.0124601	.0183224	.0237916	.0288036	.0333309	.0373756	.0409806	.0441215+	.0468098
0.5	0.5	.0067337	.0133019	.0195594	.0253964	.0307439	.0355721	.0398830	.0437006	.0470630	.0500144
0.6	0.6	.0070846	.0139940	.0205743	.0267089	.0323249	.0373904	.0419078	.0459021	.0494141	.0524908
0.7	0.7	.0073626	.0145412	.0213745-	.0277400	.0335614	.0388055+	.0434748	.0475965-	.0512133	.0543751
0.8	0.8	.0075743	.0149572	.0219809	.0285183	.0348900	.0398622	.0446380	.0488463	.0525322	.0557482
0.9	0.9	.0077295-	.0152614	.0224227	.0290825+	.0351595+	.0406194	.0454661	.0497303	.0534592	.0567075-
1.0	1.0	.0078389	.0154753	.0227321	.0294756	.0356230	.0411401	.0460317	.0503300	.0540841	.0573505-
1.1	1.1	.0079130	.0156196	.0229403	.0297386	.0359312	.0414839	.0464025-	.0507205+	.0544885+	.0577044
1.2	1.2	.0079613	.0157136	.0230750+	.0299078	.0361281	.0417019	.0466359	.0509647	.0547399	.0580205-
1.3	1.3	.0080328	.0158517	.0232703	.0301493	.0364044	.0420030	.0469536	.0512930	.0550745+	.0583588

Tablica IV c.d.

Wartości funkcji S/u, a, b/ wg Steck'a

u \ a \ b	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
a = 1.0	0.0	0.038469	0.075007	0.111413	0.144318	0.174220	0.200993	0.224391	0.245287	0.263308	0.278948
	0.1	0.044753	0.088351	0.120736	0.148302	0.172220	0.203015	0.224391	0.245287	0.263308	0.278948
	0.2	0.050776	0.100274	0.147332	0.191257	0.231380	0.267543	0.299777	0.328284	0.353181	0.375181
	0.3	0.056310	0.111223	0.163322	0.212290	0.256928	0.297225	0.333200	0.365066	0.393148	0.417834
	0.4	0.061184	0.120858	0.177700	0.231102	0.279266	0.323102	0.362240	0.396308	0.424754	0.448282
	0.5	0.065298	0.128910	0.189623	0.246174	0.297945	0.344855	0.386324	0.423194	0.454635	0.480883
	0.6	0.068627	0.135541	0.199242	0.258592	0.312833	0.361809	0.405393	0.443892	0.477700	0.507283
	0.7	0.071208	0.140620	0.206680	0.268137	0.324308	0.374857	0.419811	0.459444	0.494176	0.524499
	0.8	0.073128	0.144388	0.212144	0.275160	0.332668	0.384344	0.430225	0.470602	0.505913	0.536892
	0.9	0.074495+	0.147068	0.216026	0.280105+	0.338518	0.390933	0.437414	0.478250+	0.513914	0.544941
	1.0	0.075430	0.148990	0.218658	0.283439	0.342436	0.395324	0.442158	0.483261	0.519117	0.550279
	a = 1.9	0.0	0.076041	0.150080	0.220368	0.285941	0.346497	0.398112	0.445151	0.486401	0.522157
0.1		0.076643-	0.150825-	0.221431	0.286921	0.346486	0.398908	0.446959	0.488285-	0.524289	0.555548
0.2		0.076939	0.151813	0.222826	0.288637	0.348439	0.401925+	0.449183	0.490574	0.526816	0.557896
0.3		0.038892	0.072788	0.106820	0.138344	0.166973	0.192561	0.215154	0.234328	0.252135+	0.267039
0.4		0.043172	0.085225-	0.125181	0.162312	0.196173	0.226590	0.253601	0.277396	0.298847	0.316466
0.5		0.048189	0.097098	0.142700	0.185162	0.223985-	0.258964	0.290132	0.317690	0.341932	0.363199
0.6		0.054039	0.107918	0.156433	0.205931	0.249215-	0.288266	0.323114	0.353969	0.381150-	0.405024
0.7		0.060403	0.117333	0.172500	0.223929	0.271015-	0.313502	0.351414	0.384974	0.414524	0.440460
0.8		0.067366	0.125153	0.183970	0.238798	0.288958	0.334183	0.374495+	0.410133	0.441461	0.468906
0.9		0.074514	0.133354	0.193058	0.250511	0.303023	0.350313	0.392395+	0.429527	0.462098	0.490564
1.0		0.081902	0.142442	0.204835-	0.265608	0.321019	0.370757	0.414867	0.453637	0.487115+	0.516901
a = 2.0		0.0	0.071829	0.141782	0.208221	0.269911	0.326093	0.376458	0.421059	0.460203	0.494348
	0.1	0.072620	0.143324	0.210441	0.272713	0.329374	0.380115-	0.425000-	0.464350+	0.498640	0.528412
	0.2	0.073119	0.144294	0.211829	0.274454	0.331396	0.382350+	0.427389	0.466846	0.501207	0.531024
	0.3	0.073784	0.145576	0.213640	0.276888	0.333946	0.385122	0.430307	0.469856	0.504271	0.534118
	0.4	0.033423	0.069884	0.102545+	0.132786	0.160236	0.184755-	0.206391	0.225316	0.241775-	0.256041
	0.5	0.041899	0.082312	0.120894	0.156738	0.189416	0.218759	0.244810	0.267751	0.287849	0.305407
	0.6	0.047869	0.094131	0.138332	0.179480	0.217092	0.250972	0.281153	0.307831	0.331294	0.351874
	0.7	0.053072	0.104818	0.154080	0.199984	0.241991	0.279979	0.313676	0.343589	0.369930	0.393057
	0.8	0.057724	0.114008	0.167596	0.217536	0.263239	0.304458	0.341216	0.373736	0.402351	0.427449
	0.9	0.061533	0.121523	0.178620	0.231803	0.280439	0.324258	0.363287	0.397761	0.428039	0.454538
	1.0	0.064501	0.127366	0.187165+	0.242816	0.293648	0.339377	0.380035-	0.415872	0.447273	0.474686
	1.1	0.068701	0.131687	0.193460	0.250889	0.303273	0.350321	0.392071	0.428794	0.460898	0.488858
1.2	0.073251	0.134725+	0.197868	0.256509	0.309929	0.357833	0.400269	0.437526	0.470036	0.498298	
a = 2.2	0.0	0.069292	0.136757	0.200800	0.260225+	0.314297	0.362724	0.405583	0.443121	0.475848	0.504262
	0.1	0.069955+	0.138049	0.202655+	0.262554	0.317019	0.365745-	0.408806	0.446521	0.479356	0.507841
	0.2	0.070358	0.138830	0.203770	0.263351	0.319791	0.367516	0.410691	0.448483	0.481368	0.509882
	0.3	0.070846	0.139768	0.205091	0.265373	0.322071	0.369509	0.412781	0.450632	0.483549	0.512082
	0.4	0.032775+	0.064651	0.094846	0.122783	0.148118	0.170727	0.190656	0.208071	0.223201	0.236303
	0.5	0.039042	0.077062	0.113169	0.146770	0.177255-	0.204679	0.229015-	0.250437	0.269197	0.285583
	0.6	0.044955-	0.088765+	0.130433	0.169211	0.204643	0.236546	0.264956	0.290059	0.312129	0.331481
	0.7	0.050217	0.099171	0.145760	0.189155-	0.228845+	0.264621	0.296514	0.324723	0.349543	0.371318
	0.8	0.054634	0.107895-	0.158580	0.205785+	0.248951	0.287842	0.322489	0.353104	0.380007	0.403572
	0.9	0.058134	0.114792	0.168685+	0.218840	0.264654	0.305876	0.342537	0.374865-	0.403207	0.427965+
	1.0	0.060748	0.119934	0.176190	0.228486	0.276188	0.319031	0.357053	0.390501	0.419749	0.445227
	1.1	0.062592	0.123548	0.181442	0.235487	0.284155+	0.328047	0.366920	0.401042	0.430809	0.456680
1.2	0.063817	0.125944	0.184905-	0.239592	0.289332	0.338556	0.377321	0.407114	0.437753	0.463818	
1.3	0.064587	0.127442	0.187057	0.242303	0.292498	0.341684	0.377003	0.411684	0.441854	0.468005-	
1.4	0.065042	0.128324	0.188317	0.243878	0.294319	0.343380	0.379139	0.413908	0.444134	0.470320	
1.5	0.065550+	0.129302	0.189693	0.245567	0.296237	0.344154	0.381313	0.416142	0.446402	0.472607	

Tablica IV c.d.

Wartości funkcji S/u,a,b/ wg Steck'a

m, b	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.0	0.030462	0.060082	0.088128	0.114061	0.137561	0.158517	0.176973	0.193088	0.207077	0.219183
0.1	0.036720	0.072474	0.106422	0.137939	0.166504	0.192411	0.215265	0.235377	0.252988	0.268367
0.2	0.042589	0.084052	0.123498	0.160201	0.193727	0.223905	0.250772	0.274505	0.295366	0.313653
0.3	0.047681	0.094158	0.138377	0.179589	0.217189	0.251099	0.281309	0.308011	0.331490	0.352072
0.4	0.051857	0.102400	0.150478	0.195228	0.236116	0.272922	0.305676	0.334583	0.359951	0.382146
0.5	0.055046	0.108679	0.159665	0.207074	0.250332	0.289205	0.323725	0.354116	0.380715	0.403090
0.6	0.057323	0.113150	0.166178	0.215419	0.262077	0.305004	0.345144	0.382440	0.416754	0.448503
0.7	0.058842	0.116124	0.170484	0.220902	0.266757	0.307802	0.344089	0.375884	0.403572	0.427593
0.8	0.059790	0.117971	0.173144	0.224262	0.270692	0.312189	0.348819	0.380863	0.408727	0.432869
0.9	0.060342	0.119044	0.174679	0.226193	0.272919	0.314646	0.351442	0.383599	0.411536	0.435725
1.0	0.060925	0.120164	0.176256	0.228121	0.275123	0.317033	0.353946	0.386176	0.414155	0.438366
0.0	0.028431	0.056070	0.082232	0.106411	0.128309	0.147823	0.164999	0.179985	0.192987	0.204231
0.1	0.034878	0.068442	0.100495	0.130248	0.157346	0.181656	0.203218	0.222192	0.238805	0.253312
0.2	0.040460	0.079885	0.117370	0.152241	0.184089	0.212500	0.238260	0.260791	0.280590	0.297943
0.3	0.045414	0.089676	0.131777	0.170964	0.206774	0.239017	0.267727	0.293086	0.315367	0.334883
0.4	0.049943	0.097424	0.143143	0.185671	0.224500	0.259420	0.290463	0.317828	0.341814	0.362766
0.5	0.052226	0.103097	0.151428	0.196332	0.237262	0.273996	0.306571	0.335206	0.360226	0.382008
0.6	0.054185	0.106938	0.157010	0.203464	0.245731	0.283580	0.317050	0.346412	0.371986	0.394187
0.7	0.055416	0.109343	0.160484	0.207859	0.250911	0.289383	0.323345	0.353057	0.378894	0.401279
0.8	0.056133	0.110737	0.162483	0.210379	0.253833	0.292621	0.326814	0.356688	0.382634	0.405090
0.9	0.056519	0.111485	0.163548	0.211701	0.255354	0.294287	0.328580	0.358519	0.384503	0.406983
1.0	0.056862	0.112140	0.164464	0.212821	0.256618	0.295646	0.329997	0.359970	0.385974	0.408463
0.0	0.026637	0.052528	0.077028	0.099662	0.120152	0.138400	0.154454	0.168454	0.180593	0.191087
0.1	0.032873	0.064877	0.095258	0.123455	0.149133	0.172572	0.192596	0.210572	0.226311	0.240057
0.2	0.038584	0.076177	0.111918	0.145163	0.175520	0.202836	0.227144	0.248608	0.267468	0.283993
0.3	0.043373	0.085639	0.125834	0.162324	0.197396	0.228141	0.255499	0.279648	0.300850	0.319406
0.4	0.047050	0.092889	0.136458	0.176962	0.213914	0.247116	0.276601	0.302562	0.325288	0.345113
0.5	0.049637	0.097972	0.143870	0.186478	0.225276	0.260054	0.290853	0.317887	0.341474	0.361975
0.6	0.051302	0.101233	0.148597	0.192499	0.232397	0.268080	0.299600	0.327192	0.351199	0.372010
0.7	0.052285	0.103148	0.151352	0.195977	0.236467	0.272615	0.304486	0.332332	0.356517	0.377449
0.8	0.052815	0.104177	0.152821	0.197811	0.238589	0.274951	0.306972	0.334921	0.359172	0.380144
0.9	0.053274	0.105056	0.154057	0.199335	0.240304	0.276801	0.308908	0.336907	0.361188	0.382174
1.0	0.025044	0.049384	0.072410	0.093675	0.112918	0.130049	0.145112	0.158243	0.169624	0.179458
0.1	0.031268	0.061709	0.090604	0.117420	0.141840	0.163744	0.183171	0.200266	0.215233	0.228310
0.2	0.036903	0.072857	0.107037	0.138827	0.167851	0.193963	0.217197	0.237709	0.255728	0.271514
0.3	0.041521	0.081979	0.120445	0.156225	0.188892	0.218277	0.244409	0.267459	0.287680	0.305384
0.4	0.044948	0.088729	0.130326	0.168974	0.204206	0.235834	0.263890	0.288566	0.310139	0.328934
0.5	0.047250	0.093248	0.136904	0.177399	0.214237	0.247221	0.276793	0.303165	0.324244	0.343583
0.6	0.048650	0.095985	0.140860	0.182421	0.220153	0.253860	0.283596	0.309595	0.331188	0.351750
0.7	0.049421	0.097484	0.143009	0.185121	0.223297	0.257343	0.287329	0.313503	0.335214	0.355853
0.8	0.049805	0.098227	0.144065	0.186432	0.224803	0.259890	0.289972	0.315308	0.338056	0.357718
0.9	0.050008	0.098767	0.144820	0.187350	0.225836	0.260908	0.290925	0.316488	0.339248	0.358916
1.0	0.023622	0.046577	0.068289	0.088334	0.106468	0.122605	0.136789	0.149149	0.159858	0.169100
0.1	0.029833	0.058876	0.086444	0.112029	0.135326	0.156224	0.174759	0.191071	0.205356	0.217835
0.2	0.035388	0.069865	0.102639	0.133118	0.160942	0.185971	0.208238	0.227893	0.245154	0.260373
0.3	0.039831	0.078637	0.115225	0.148825	0.181128	0.209270	0.234281	0.256326	0.275651	0.292334
0.4	0.043009	0.084893	0.124672	0.161608	0.195255	0.225217	0.252174	0.275666	0.295180	0.311409
0.5	0.045042	0.089880	0.130463	0.169008	0.205370	0.235370	0.263049	0.287281	0.308367	0.326448
0.6	0.046205	0.091149	0.133735	0.173146	0.208894	0.240794	0.268908	0.293461	0.314776	0.333215
0.7	0.046800	0.092304	0.135394	0.175208	0.211281	0.243425	0.271712	0.296382	0.317773	0.336260
0.8	0.047243	0.093153	0.136577	0.176669	0.212936	0.245210	0.273579	0.298298	0.319717	0.338217

Tablica IV c.d.

Wartości funkcji S/u, a, b/ wg Steck'a

u	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.0	0023246	0044099	0064592	0083546	0100086	0115935	0129334	0141008	0151117	0158847
0.1	0026144	0046331	0067088	0087186	0104773	0120821	0135477	0148824	0159494	0200440
0.2	0030181	0050719	0071843	0092599	0113096	0132358	0149217	0163801	0175568	0210080
a = 3.4	0034379	0055379	0077069	0098499	0120724	0142806	0162803	0180784	0195810	0230029
0.4	0038904	0060339	0082431	0104221	0126259	0148603	0168411	0185744	0199759	0234119
0.5	0043949	0065848	0088428	0111731	0134992	0158683	0182854	0207648	0223033	0256217
0.6	0049481	0071843	0094808	0118510	0142600	0167181	0192801	0219511	0237361	0270461
0.7	0044891	0068117	0092410	0118149	0143554	0169097	0195057	0221546	0248601	0276944
0.8	0021199	0041789	0061261	0079231	0095478	0109929	0122623	0133678	0143251	0151516
0.1	0027378	0048033	0068334	0088185	0107186	0124382	0140040	0154300	0167210	0178949
0.2	0032783	0054682	0075819	0096227	0116072	0134324	0151071	0166324	0180181	0192478
0.3	0038688	0060735	0082034	0102591	0121524	0138831	0154576	0168841	0181699	0193114
a = 3.6	0044961	0067339	0089332	0110634	0127252	0142524	0156599	0169514	0181314	0192044
0.5	0051641	0074641	0097331	0118721	0134121	0148024	0160524	0171824	0182024	0191124
0.6	0048888	0072370	0095270	0112103	0126220	0139024	0150724	0161524	0171524	0180824
0.7	0042390	0065978	0089378	0112522	0126862	0139957	0151856	0162801	0172901	0182101
0.0	0020154	0030734	0040824	0050245	0058245	0064954	0070654	0075654	0079914	0083367
0.1	0026322	0036948	0047148	0056822	0065022	0071822	0077322	0081622	0085322	0088322
0.2	0031616	0042316	0052616	0062416	0071616	0079316	0085816	0091216	0095516	0098816
0.3	0036516	0047316	0057716	0067616	0077016	0085916	0093316	0099216	0103616	0107516
a = 3.8	0041981	0052981	0063681	0074081	0084181	0092981	0100581	0107181	0112881	0117681
0.5	0048318	0059318	0070018	0080418	0090518	0099318	0107018	0113718	0119518	0124418
0.6	0053940	0064940	0075640	0086040	0096440	0106140	0115040	0123140	0130440	0136940
0.7	0040307	0051307	0061807	0071907	0081607	0090007	0097107	0103007	0107807	0111607
0.0	0019205	0028655	0037655	0046155	0053504	0059848	0065177	0069484	0072753	0076000
0.1	0025358	0034810	0043810	0052310	0059658	0065952	0071200	0076400	0081552	0086600
0.2	0030560	0040010	0049010	0057510	0064858	0071152	0076400	0081652	0086800	0091852
a = 4.0	0035876	0045326	0054326	0062826	0070174	0076468	0081716	0086964	0092212	0097460
0.4	0041200	0050650	0059650	0068150	0075504	0081808	0087056	0092304	0097552	0102800
0.5	0037665	0047115	0056115	0064615	0071969	0078263	0083511	0088759	0094007	0099255
0.6	0038413	0047863	0056863	0065363	0072717	0078011	0083259	0088507	0093755	0099003
0.0	0018342	0026160	0033002	0038839	0043676	0047513	0050350	0052187	0053924	0055661
0.1	0024478	0031310	0037142	0042079	0046016	0048953	0050890	0051827	0052764	0053701
0.2	0029583	0036415	0042247	0047184	0051121	0054058	0055995	0056932	0057869	0058806
0.3	0033116	0039948	0045780	0050717	0054654	0057591	0059528	0060465	0061402	0062339
a = 4.2	0036316	0043148	0048980	0053917	0057854	0060791	0062728	0063665	0064602	0065539
0.4	0038149	0044981	0050813	0055750	0059687	0062624	0064561	0065498	0066435	0067372
0.5	0036122	0042954	0048786	0053723	0057660	0060597	0062534	0063471	0064408	0065345
0.6	0036684	0043516	0049348	0054185	0058022	0060959	0062896	0063833	0064770	0065707
0.0	0017350	0024182	0029914	0034646	0038378	0041110	0042947	0044784	0046621	0048458
0.1	0023469	0030301	0036133	0040865	0044597	0047329	0049166	0050003	0050840	0051677
0.2	0028574	0035406	0041238	0045970	0049702	0052434	0054171	0054908	0055645	0056382
a = 4.4	0031208	0038040	0043872	0048604	0052336	0055068	0056805	0057542	0058279	0059016
0.4	0033860	0040692	0046524	0051256	0054988	0057720	0059457	0060194	0060931	0061668
0.5	0034691	0041523	0047355	0052087	0055819	0058551	0060288	0061025	0061762	0062499
0.6	0035100	0041932	0047764	0052496	0056228	0058960	0060697	0061434	0062171	0062908
0.0	0016822	0023654	0029486	0034318	0038150	0041087	0043024	0044061	0045098	0046135
0.1	0022923	0029755	0035587	0040419	0044251	0047083	0048920	0050757	0052594	0054431
0.2	0027829	0034661	0040493	0045325	0049157	0051989	0053826	0055663	0057500	0059337
a = 4.6	0030483	0037315	0043147	0047979	0051811	0054643	0056480	0057317	0058154	0058991
0.4	0032646	0039478	0045310	0050142	0053974	0056806	0058643	0059480	0060317	0061154
0.5	0033334	0040166	0045998	0050830	0054662	0057494	0059331	0060168	0061005	0061842
0.6	0033644	0040476	0046308	0051140	0054972	0057804	0059641	0060478	0061315	0062152

Tablica IV c.d.

Wartosci funkcji S/u, a, b/ wg Steck'a

m	b	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
a = 4.8	0.0	.0016151	.0031838	.0046664	.0060335+	.0072685-	.0083658	.0093287	.0101665+	.0108914	.0115166
	0.1	.0022234	.0043881	.0064435-	.0083517	.0100903	.0116510	.0130365-	.0142570	.0153270	.0162628
	0.2	.0027036	.0053368	.0078385-	.0102827	.0126181	.0147638	.0166538	.0182749	.0196638	.0208033
	0.3	.0030029	.0059256	.0086981	.0112684	.0136048	.0156952	.0175428	.0191613	.0205704	.0217929
	0.4	.0031502	.0062134	.0091141	.0117962	.0142263	.0163924	.0182989	.0199619	.0214038	.0226496
∞	.0032301	.0063677	.0093328	.0120670	.0145369	.0167315+	.0186575-	.0203331	.0217828	.0230332	
a = 5.0	0.0	.0015530	.0030614	.0044869	.0058012	.0069884	.0080431	.0089687	.0097738	.0104703	.0110711
	0.1	.0021594	.0042619	.0062582	.0081117	.0098007	.0113169	.0126631	.0138491	.0148890	.0157985-
	0.2	.0026291	.0051897	.0076220	.0098815+	.0119412	.0137905-	.0154317	.0168763	.0181408	.0192439
	0.3	.0029111	.0057440	.0084307	.0109203	.0131824	.0152050+	.0169915-	.0185552	.0199158	.0210952
	0.4	.0030422	.0060000	.0087999	.0113878	.0137315-	.0158193	.0176559	.0192569	.0206444	.0218427
∞	.0031060	.0061229	.0089737	.0116024	.0139768	.0160863	.0179373	.0195176	.0209407	.0221422	
a = 5.5	0.0	.0014165+	.0027923	.0040923	.0052907	.0063730	.0073344	.0081778	.0089113	.0095458	.0100929
	0.1	.0020178	.0039826	.0058483	.0075809	.0091599	.0105778	.0118369	.0129465-	.0139199-	.0147706
	0.2	.0024608	.0048571	.0071327	.0092455+	.0111704	.0128971	.0144282	.0157743	.0169511	.0179763
	0.3	.0027013	.0053292	.0078197	.0101254	.0122178	.0140860	.0157335-	.0171732	.0184237	.0195060
	0.4	.0027975-	.0055164	.0080886	.0104639	.0126128	.0145248	.0162049	.0176679	.0189345+	.0200276
∞	.0028331	.0055847	.0081845+	.0105815-	.0127460	.0146687	.0163555+	.0178226	.0190915+	.0201858	
a = 6.0	0.0	.0013018	.0025661	.0037606	.0048617	.0058559	.0067389	.0075135-	.0081870	.0087694	.0092717
	0.1	.0018976	.0037454	.0055002	.0071300	.0086156	.0099498	.0111347	.0121791	.0130949	.0138961
	0.2	.0023133	.0046555-	.0067035-	.0086876	.0104938	.0121128	.0135468	.0148060	.0159053	.0168616
	0.3	.0025156	.0049621	.0072792	.0094225-	.0113652	.0130977	.0146233	.0159946	.0171084	.0181076
	∞	.0026036	.0051323	.0075212	.0097235-	.0117119	.0134778	.0150269	.0163740	.0175389	.0185433
a = 6.5	0.0	.0012041	.0023734	.0034781	.0044963	.0054156	.0062319	.0069479	.0075704	.0081087	.0085728
	0.1	.0017940	.0035410	.0052002	.0067413	.0081462	.0094080	.0105288	.0115166	.0123829	.0131407
	0.2	.0021821	.0043063	.0063219	.0081914	.0098920	.0114148	.0127622	.0139438	.0149741	.0158691
	0.3	.0023502	.0046351	.0067979	.0087969	.0106070	.0122194	.0136377	.0148739	.0159451	.0168700
	∞	.0024081	.0047468	.0069562	.0089927	.0108312	.0124639	.0138958	.0151409	.0162174	.0171456
a = 7.0	0.0	.0011198	.0022074	.0032347	.0041815+	.0050363	.0057952	.0064608	.0070395-	.0075398	.0079711
	0.1	.0017035+	.0033625-	.0049381	.0064018	.0077361	.0089346	.0099991	.0109373	.0117599	.0124793
	0.2	.0020643	.0040733	.0059789	.0077453	.0093508	.0107871	.0120565+	.0131685-	.0141307	.0149707
	0.3	.0022021	.0043424	.0063674	.0082376	.0099298	.0114357	.0127591	.0139116	.0149094	.0157704
	∞	.0022397	.0044147	.0064694	.0083631	.0100726	.0115905-	.0129216	.0140789	.0150954	.0159421
a = 7.5	0.0	.0010465+	.0020628	.0030228	.0039076	.0047062	.0054153	.0060370	.0065776	.0070449	.0074477
	0.1	.0016237	.0032049	.0047067	.0061018	.0073737	.0085160	.0095306	.0104246	.0112084	.0118936
	0.2	.0019575-	.0038621	.0056679	.0073408	.0088601	.0102180	.0114168	.0124657	.0133778	.0141682
	0.3	.0020690	.0040796	.0059810	.0077361	.0093229	.0107341	.0119733	.0130518	.0139850+	.0147899
	∞	.0020931	.0041257	.0060457	.0078152	.0094124	.0108305+	.0120741	.0131551	.0140897	.0148954
a = 8.0	0.0	.0009822	.0019359	.0028368	.0036671	.0044164	.0050817	.00566651	.0061722	.0066105+	.0069884
	0.1	.0015525-	.0030643	.0045003	.0058342	.0070502	.0081422	.0091120	.0099664	.0107159	.0113696
	0.2	.0018599	.0036693	.0053941	.0069976	.0084123	.0096997	.0108332	.0118282	.0126862	.0134317
	0.3	.0019492	.0038429	.0056333	.0072851	.0087777	.0101044	.0112687	.0122816	.0131577	.0139130
	∞	.0019643	.0038719	.0056737	.0073341	.0088329	.0101634	.0113301	.0123443	.0132211	.0139768

Tablica 1

Nr wa- rian- tu	u/1/										u/2/										I _{1/2} kr	I _{1/2}	I _{1"/1}	I _{1"/1} kr	Uwagi			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20						21	22	
	P _Z	P _L	E _Z	E _L	W _Z	W _L	W _R	W _j	W _{Lu}	Q _{min}	Q _{sig}	V _u	T _u	Q _{max}	Q _t	Q _{min}	Q _{sig}	T _{og}	Q _{src}	T _c						V _c	T _s	
I	+	+			+	+	+		+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	1,064	1,8336				
II	+	+			+	+			+	+		+	+		+	+	+	+	+	+	+	+	0,745	1,4308	0,4028	0,413		
III	+	+							+		+	+			+	+	+	+	+	+	+	+	0,498	1,2417	0,1891	0,327		
IV		*			+	+			*	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,745	1,2612	0,5715	0,413	w porów do I	
V	+	+	+	+					*	+	+	*	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,745	1,3614	0,3255	0,237		
VI		+		+					+	+		+	+		+	+	+	+	+	+	+	+	0,581	1,0359				
VII		+		+					+			+	+		+	+	+	+	+	+	+	+	0,498	0,9148	0,1211	0,141		
VIII		+		+								+	+		+	+	+	+	+	+	+	+	0,413	0,8202	0,0946	0,141		
IX	+	+	+	+					+		+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,825	1,5274	0,7072	0,498		
X	+	+	+	+					+		+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,745	1,4394	0,0880	0,141		
XI	+	+	+	+					+		+	+			+	+	+	+	+	+	+	+	0,581	1,3104	0,1290	0,237		
XII	+	+	+	+											+	+	+	+	+	+	+	+	0,413	0,9332	0,3772	0,237	w por.z IX	
XIII					+	+	+	+	+	+		+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,905	1,4893	0,5942	0,498		
XIV					+	+		+	+	+		+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,825	1,3836	0,1057	0,141		
XV					+			+	+	+		+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,745	0,7517	0,6219	0,141		
XVI					+				+	+		+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,663	0,6579	0,0938			
XVII					+	+	+	+	+						+	+	+	+	+	+	+	+	0,498	0,9029	0,5864	0,498	z por. XIII	
XVIII	+				+			+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0,905	0,9988	0,2980	0,413		

Tablica 2

Lp.	Rok	x_1	x_2	x_3	u_1	u_2	u_3
1.	1901	41,6	62,5	184	0,503	0,443	0,880
2.	1902	60,0	75,4	31	-0,189	-0,162	-0,566
3.	02	34,8	69,9	138	0,920	0,162	0,503
4.	03	81,6	90,8	27	-0,841	-0,841	-0,697
5.	04	32,8	45,8	186	1,203	1,463	0,962
6.	05	46,2	69,2	133	0,162	0,189	0,473
7.	06	76,0	92,2	35	-0,630	-1,051	-0,534
8.	06	47,2	65,0	86	0,107	0,216	0,162
9.	06	69,2	79,5	56	-0,356	-0,300	-0,244
10.	07	60,0	83,7	63	-0,216	-0,443	-0,080
11.	07	84,4	88,6	26	-0,962	-0,767	-0,731
12.	07	61,2	74,0	69	-0,244	-0,107	-0,000
13.	08	56,4	71,3	56	-0,080	-0,027	-0,216
14.	08	38,7	71,3	105	0,697	0,054	0,271
15.	09	60,0	74,0	57	-0,134	-0,134	-0,189
16.	09	47,2	60,6	119	0,134	0,630	0,300
17.	1910	70,6	83,0	53	-0,473	-0,385	-0,271
18.	10	40,6	55,8	63	0,566	0,880	-0,054
19.	10	45,3	63,1	121	0,271	0,385	0,385
20.	11	67,8	85,8	24	-0,328	0,566	-0,880
21.	11	29,7	41,6	176	1,546	2,092	0,697
22.	12	37,8	62,5	207	0,803	0,503	1,463
23.	13	58,8	76,0	39	-0,107	-0,216	-0,385
24.	13	72,0	84,4	38	-0,534	-0,473	-0,473
25.	16	69,2	85,8	38	-0,414	-0,597	-0,414
26.	16	72,0	85,8	41	-0,566	-0,630	-0,328
27.	16	78,8	86,5	37	-0,697	-0,663	-0,503
28.	17	41,6	58,8	177	0,534	0,731	0,731
29.	18	42,1	63,7	224	0,443	0,328	1,546
30.	19	74,7	84,4	27	-0,597	-0,503	-0,663
31.	19	45,8	65,0	58	0,216	0,244	-0,162
32.	19	50,5	61,9	82	0,000	0,534	0,107
33.	1920	90,8	93,7	6	-1,463	-1,389	-1,898

Tablica 2 c.d.

Lp.	Rok	x_1	x_2	x_3	u_1	u_2	u_3
34.	1920	90,8	93,7	10	-1,260	-1,203	-1,322
35.	20	55,2	71,3	40	-0,054	0,000	-0,356
36.	20	47,2	69,9	65	0,080	0,134	-0,027
37.	21	29,0	40,2	186	1,756	2,435	0,920
38.	22	32,8	63,1	170	1,150	0,414	0,630
39.	22	94,2	96,5	7	-1,756	-1,756	-1,756
40.	23	46,2	63,1	120	0,189	0,356	0,328
41.	24	49,4	72,0	76	0,054	0,080	0,080
42.	24	78,8	91,5	30	-0,731	-0,920	-0,630
43.	25	44,9	58,8	62	0,328	0,697	-0,107
44.	25	85,8	91,5	18	-1,006	-1,962	-1,006
45.	26	90,1	93,7	26	-1,150	-1,50	-1,767
46.	27	90,8	93,7	10	-1,322	-1,260	-1,389
47.	27	97,2	98,6	9	-1,898	-1,898	-1,546
48.	28	91,5	95,8	14	-1,546	-1,546	-1,051
49.	28	40,6	54,6	160	0,597	0,962	0,566
50.	29	88,6	93,7	11	-1,099	-1,099	-1,150
51.	29	39,7	56,4	161	0,663	0,841	0,597
52.	1930	22,6	55,2	120	2,435	0,920	0,356
53.	30	83,7	89,4	25	-0,920	-0,803	-0,841
54.	31	60,0	79,5	104	-0,162	-0,271	-0,216
55.	32	90,8	93,7	9	-1,389	-1,322	-1,463
56.	32	70,6	83,0	38	-0,503	-0,444	-0,443
57.	32	45,3	60,6	150	0,300	0,663	0,534
58.	33	30,5	47,2	245	1,389	1,260	2,435
59.	34	26,4	45,3	242	2,092	1,756	2,092
60.	35	26,4	43,9	183	1,898	1,898	0,841
61.	36	43,9	63,7	177	0,356	0,300	0,767
62.	37	33,8	51,6	190	1,051	1,051	1,006
63.	38	38,7	58,2	104	0,731	0,767	0,244
64.	38	94,2	96,5	8	1,642	1,642	-1,642
65.	39	83,0	90,8	12	-0,880	-0,880	-1,099
66.	39	90,1	94,4	10	-1,203	-1,463	-1,260
67.	1940	69,2	83,0	73	-0,385	-0,356	0,054

Tablica 2 c.d.

Lp.	Rok	x_1	x_2	x_3	u_1	u_2	u_3
68.	1941	100,0	100,0	2	-2,435	-2,435	-2,435
69.	42	81,6	87,2	25	-0,803	-0,697	-0,803
70.	42	55,2	70,6	131	-0,027	0,080	0,443
71.	43	35,3	46,2	227	0,880	1,389	1,756
72.	44	38,2	61,9	192	0,767	0,566	1,099
73.	46	30,9	52,2	191	1,322	0,803	1,150
74.	47	33,8	46,2	199	1,099	1,322	1,260
75.	48	65,0	75,4	31	-0,300	-0,189	-0,597
76.	48	41,6	71,3	72	0,473	0,027	0,027
77.	48	78,8	84,4	48	-0,663	-0,534	-0,300
78.	49	98,6	99,3	4	-2,092	-2,092	-2,092
79.	49	50,0	70,6	171	0,027	0,107	0,663
80.	1950	34,8	51,6	206	0,962	1,099	1,389
81.	51	70,6	80,9	22	-0,443	-0,328	-0,920
82.	51	34,3	45,3	182	1,006	1,546	0,803
83.	52	29,7	52,8	202	1,463	1,006	1,322
84.	53	31,6	49,4	225	1,260	1,203	1,642
85.	54	42,6	64,3	60	0,414	0,271	-0,134
86.	54	37,3	50,5	125	0,841	1,150	0,414
87.	55	43,5	61,2	196	0,385	0,597	1,203
88.	56	45,8	72,0	191	0,244	-0,054	1,051
89.	57	39,7	62,5	93	0,630	0,473	0,189
90.	57	79,5	87,9	19	-0,767	-0,731	-0,962
91.	58	86,5	91,5	10	-1,051	-1,006	-1,203
92.	58	63,7	78,8	83	-0,271	-0,244	0,134
93.	1959	29,3	45,3	227	1,642	1,642	1,898
26.		30,6	61,9	170	0,2751		0,797
27.		30,6	61,9	163	0,2538		0,566
28.		41,6	61,9	150	0,2586		0,354
29.		41,6	62,5	142	0,3073		0,503
30.		41,6	62,5	138	0,3180		0,473
31.		42,1	62,5	133	0,3287		0,443
32.		42,6	63,1	125	0,3394		0,414

Tablica 2

Lp.	x_1	x_2	x_3	$P = \frac{m-0,3}{nN+0,4}$	$t_p = u$
1	2	3	4	5	6
1.	22,6	40,2	244	0,0075	2,435
2.	26,4	41,6	242	0,0182	2,092
3.	26,4	43,9	227	0,0289	1,898
4.	29,0	45,3	227	0,0396	1,756
5.	29,3	45,3	225	0,0503	1,642
6.	29,7	45,3	224	0,0610	1,546
7.	29,7	45,8	223	0,0717	1,463
8.	30,5	46,2	215	0,0824	1,389
9.	30,9	42,2	210	0,0932	1,322
10.	31,6	47,2	207	0,1038	1,260
11.	32,8	49,2	206	0,1145	1,203
12.	32,8	50,5	199	0,1252	1,150
13.	33,8	51,6	192	0,1359	1,099
14.	33,8	51,6	191	0,1466	1,051
15.	34,2	52,8	190	0,1573	1,006
16.	34,8	54,6	187	0,1680	0,962
17.	34,8	55,2	186	0,1787	0,920
18.	35,3	55,2	186	0,1894	0,880
19.	37,3	55,8	186	0,2002	0,841
20.	37,8	56,4	184	0,2104	0,803
21.	38,2	58,2	183	0,2216	0,767
22.	38,7	58,8	182	0,2377	0,731
23.	38,7	58,8	177	0,2430	0,697
24.	39,7	60,6	176	0,2563	0,663
25.	39,7	60,6	171	0,2644	0,630
26.	40,6	61,2	170	0,2751	0,597
27.	40,6	61,9	163	0,2858	0,566
28.	41,6	61,9	150	0,2966	0,534
29.	41,6	62,5	142	0,3073	0,503
30.	41,6	62,5	138	0,3180	0,473
31.	42,1	62,5	133	0,3287	0,443
32.	42,6	63,1	125	0,3394	0,414

Tablica 3 c.d.

1	2	3	4	5	6
33.	43,5	63,1	121	0,3501	0,385
34.	43,9	63,1	120	0,3608	0,356
35.	44,9	63,7	120	0,3715	0,328
36.	45,3	63,7	119	0,3823	0,300
37.	45,3	64,3	105	0,3930	0,271
38.	45,8	55,0	104	0,4037	0,244
39.	45,8	65,0	104	0,4144	0,216
40.	46,2	69,2	96	0,4251	0,189
41.	46,2	69,9	93	0,4358	0,162
42.	47,2	69,9	86	0,4465	0,134
43.	47,2	70,6	82	0,4572	0,107
44.	47,2	70,6	76	0,4679	0,080
45.	49,4	71,3	73	0,4786	0,054
46.	50,0	71,3	72	0,4893	0,027
47.	50,5	71,3	69	0,5000	0,000
48.	55,2	71,3	65	0,5107	-0,027
49.	55,2	72,0	63	0,5214	-0,054
50.	56,4	72,0	63	0,5321	-0,080
51.	58,8	74,0	62	0,5428	-0,107
52.	60,0	74,0	60	0,5535	-0,134
53.	60,0	75,4	58	0,5642	-0,162
54.	60,0	75,4	57	0,5749	-0,189
55.	60,0	76,0	56	0,5856	-0,216
56.	61,2	78,8	56	0,5963	-0,244
57.	63,7	79,5	53	0,6070	-0,271
58.	65,0	79,5	48	0,6177	-0,300
59.	67,8	80,9	41	0,6285	-0,328
60.	69,2	83,0	40	0,6392	-0,356
61.	69,2	83,0	39	0,6499	-0,385
62.	69,2	83,0	38	0,6606	-0,414
63.	70,6	83,7	38	0,6713	-0,443
64.	70,6	84,4	38	0,6820	-0,476
65.	70,6	84,4	37	0,6927	-0,503

Tablica 3 c.d.

1	2	3	4	5	6
66.	72,0	84,4	35	0,7034	-0,534
67.	72,0	85,8	31	0,7142	-0,566
68.	74,7	85,8	31	0,7249	-0,597
69.	76,0	85,8	30	0,7356	-0,630
70.	78,8	86,5	27	0,7463	-0,663
71.	78,8	87,2	27	0,7570	-0,697
72.	78,8	87,9	26	0,7677	-0,731
73.	79,5	88,6	26	0,7784	-0,767
74.	81,6	89,4	25	0,7891	-0,803
75.	81,6	90,8	25	0,7998	-0,841
76.	83,0	90,8	24	0,8106	-0,880
77.	83,7	91,5	22	0,8213	-0,920
78.	84,4	91,5	19	0,8320	-0,962
79.	85,8	91,5	18	0,8427	-0,006
80.	86,5	92,2	14	0,8534	-1,051
81.	88,6	93,7	12	0,8641	-1,099
82.	90,1	93,7	11	0,8748	-1,150
83.	90,1	93,7	10	0,8855	-1,203
84.	90,8	93,7	10	0,8962	-1,260
85.	90,8	93,7	10	0,9068	-1,322
86.	90,8	93,7	10	0,9176	-1,389
87.	90,8	94,4	9	0,9283	-1,463
88.	91,5	95,8	9	0,9390	-1,546
89.	94,4	96,5	8	0,9497	-1,642
90.	94,4	96,5	7	0,9604	-1,756
91.	97,2	98,8	6	0,9711	-1,898
92.	98,6	99,3	4	0,9818	-2,092
93.	100,0	100,0	2	0,9925	-2,435

Tablica 4

$u_1=u_2=u_3$	$x_1=Q_{n,\min}$	$x_2=Q_{n,\text{sr}}$	$x_3=T_n$	$=\frac{m^P}{nN} = \frac{\epsilon}{n}$	p
3,0	22,0	40,5	244	0,0010	0,0015
2,5	23,0	41,5	242	0,0043	0,0070
2,0	26,0	43,0	236	0,0186	0,0300
1,5	30,0	46,0	220	0,0318	0,0520
1,4	31,0	47,0	216	0,0395	0,0647
1,3	32,0	48,0	211	0,0495	0,0806
1,2	33,0	49,0	206	0,0604	0,0980
1,1	34,0	50,5	201	0,0743	0,1201
1,0	35,0	52,0	195	0,0903	0,1453
0,9	36,5	54,0	189	0,1081	0,1730
0,8	37,5	56,0	181	0,1281	0,2034
0,7	39,0	58,0	172	0,1512	0,2382
0,6	40,5	59,5	161	0,1769	0,2758
0,5	42,5	61,5	147	0,2044	0,3157
0,4	44,0	63,5	130	0,2357	0,3598
0,3	46,0	65,5	115	0,2688	0,4054
0,2	48,0	67,5	100	0,3033	0,4512
0,1	50,5	69,5	85	0,3407	0,4991
0,0	53,0	71,5	75	0,3766	0,5435
-0,1	56,0	74,0	64	0,4189	0,5939
-0,2	59,5	76,0	55	0,4592	0,6396
-0,3	63,0	78,5	45	0,4997	0,6833
-0,4	67,0	81,0	40	0,5415	0,7260
-0,5	70,5	83,0	35	0,5813	0,7543
-0,6	75,0	85,0	31	0,6216	0,8009
-0,7	78,0	87,0	27	0,6600	0,8332
-0,8	80,5	88,5	23	0,6968	0,8621
-0,9	83,0	90,0	20	0,7314	0,8872
-1,0	85,0	91,0	18	0,7638	0,9089
-1,1	86,5	92,0	16	0,7944	0,9276
-1,2	88,0	93,0	14	0,8228	0,9434
-1,3	89,5	94,0	12	0,8478	0,9560
-1,4	91,0	95,0	10	0,8707	0,9665
-1,5	92,0	95,5	9	0,8914	0,9749
-2,0	96,5	98,7	4	0,9504	0,9932
-2,5	99,0	100,0	1	0,9857	0,9991
-3,0	100,0	100,0	0	0,9970	0,99993

Tablica 5

Q min,n		T _n		P	P%
u ₁	x ₁	u ₂	x ₂		
-3,0	100,0	-2,50	1,0	0,9933	99,97
-2,5	99,0			0,9897	99,95
-1,5	92,0			0,9330	98,87
-1,0	85,0			0,8412	95,28
-0,5	70,5			0,6919	85,84
-2,0	96,5	-1,40	10,0	0,9256	98,75
-1,4	91,0			0,8864	97,30
-1,0	85,0			0,8291	94,68
-0,5	70,5			0,6820	85,07
-0,25	61,2			0,6058	78,67
+0,5	42,5			0,3088	45,84
-1,0	85,0	-0,25	50,0	0,5971	77,89
-0,5	70,5			0,5576	74,17
-0,25	61,2			0,5146	69,88
+0,25	47,0			0,3800	54,77
+0,5	42,5			0,3008	45,06
+1,0	35,0			0,1501	24,65
-0,5	70,5	-0,20	100,0	0,4004	57,23
-0,25	61,2			0,3934	56,40
+0,20	48,0			0,3361	49,34
+0,5	42,5			0,2736	41,20
+1,0	35,0			0,1485	23,45
+1,5	30,0			0,0724	11,83
-0,5	70,5	+0,53	150,0	0,2958	44,06
-0,25	61,2			0,2893	43,62
+0,25	47,0			0,2601	39,37
+0,53	41,9			0,2230	34,20
+1,0	35,0			0,1419	22,45
+1,5	30,0			0,0669	10,80

Tablica 5 c.d.

+0,25	47,0	+1,10	200,0	0,1385	21,89
+0,5	42,5			0,1249	19,85
+1,0	35,0			0,0876	14,07
+1,5	30,0			0,0538	8,77
+2,0	26,0			0,0212	3,47
+2,5	23,0			0,0065	1,11
+0,20	48,0	+1,50	220,0	0,0794	11,83
+0,53	41,9			0,0669	10,80
+1,10	34,0			0,0548	8,94
+1,5	30,0			0,0388	6,38
+2,0	26,0			0,0229	3,67
+2,5	23,0			0,0063	1,05
+3,0	22,0			0,0005	0,07
+2,25	24,5	+2,25	239	0,0064	1,08
+2,5	23,0	+2,5	242	0,0030	0,50
+0,1	50,5	+0,1	85	0,3486	50,40
+0,2	48,0	+0,2	100	0,3361	49,34

Tablica 6

Ip.	Rok	Q_{min} /m ³ /sek/	Czas trwania /w dniach/ przepływów /w m ³ /sek/ równych i mniejszych od:													
			x ₁₄	x ₁₅	x ₁₂	x ₁₁	x ₁₀	x ₉	x ₈	x ₇	x ₆	x ₅	x ₄	x ₃	x ₂	x ₁
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	1901	41,6				0	7	27	45	82	106	130	151	167	175	184
2	02	60,0								0	10	16	20	23	26	31
3	02	34,8			0	1	4	7	8	22	33	84	110	131	135	138
4	03	81,6											0	8	18	27
5	04	32,8			0	8	66	98	114	136	153	162	168	174	178	184
6	05	46,2					0	3	18	31	47	76	105	120	128	133
7	06	76,0									0	6	10	21	21	35
8	06	47,0					0	2	19	33	42	60	71	75	82	86
9	06	69,2									0	18	31	42	47	56
10	07	60,0								0	7	14	25	32	49	63
11	07	84,4											0	10	91	26
12	07	61,2								0	8	32	46	60	64	69
13	08	56,4							0	5	30	36	38	41	46	36
14	08	38,7				0	3	6	7	13	37	49	70	89	98	105
15	09	60,0					0	4	26	76	94	111	113	115	119	57
16	09	47,0														119
17	10	70,6									0	12	17	22	46	53
18	10	40,6				0	9	27	37	41	45	50	53	55	58	63
19	10	45,3				0	0	30	30	63	66	88	100	106	116	121
20	11	67,8									0	5	8	12	16	24
21	11	29,7			0	12	99	125	138	143	155	171	172	174	175	176
22	12	37,8			0	0	4	15	24	56	77	109	162	182	188	197
23	13	58,8								0	2	10	15	19	23	33
24	13	72,0										0	1	15	23	27
25	16	69,2										0	5	12	19	24
26	16	72,0										0	4	15	17	20
27	16	78,8										0	1	23	31	37
28	17	41,6				0	8	29	67	103	126	157	161	166	172	177
29	18	42,1				0	5	18	52	104	149	168	172	179	213	224
30	19	74,7										0	8	12	21	27
31	19	45,8					0	3	13	23	34	40	44	51	56	58
32	19	50,5						0	17	44	63	67	70	73	78	82
33	20	90,8												0	4	6
34	20	90,8												0	5	10
35	20	55,2							0	6	13	19	27	32	36	40
36	20	47,0					0	1	5	7	12	46	53	57	60	65
37	21	28,0		0	11	77	107	116	127	150	162	176	179	181	183	185
38	22	32,8		0	0	4	21	33	42	49	55	73	116	135	163	170
39	22	94,2													0	7
40	23	46,2					0	15	40	57	67	78	92	108	117	120
41	24	49,4						0	7	24	38	43	52	58	58	76
42	24	78,8									0	1	6	20	30	30
43	25	44,9					0	15	32	39	47	57	57	55	58	62
44	25	85,8									0	1	11	11	11	18
45	26	90,1											0	12	12	26
46	27	90,8											0	6	6	10
47	27	97,2												0	0	9

Tablica 7

Czas trwania /w dniach/ przepływów /m ³ /sek/ równych i mniejszych od:																
	100	93	86	79	72	65	59	53	47	43	38	33	28	23	P	p %
$u_1 =$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}		
3,0	267	262	258	252	246	240	227	201	174	147	118	78	33	9	0,000162	0,021
2,8	260	256	250	242	240	232	220	197	170	143	115	74	30	7	0,000346	0,050
2,6	255	250	244	238	232	225	213	192	166	139	111	69	27	5	0,000796	0,12
2,4	248	242	237	232	225	217	205	187	162	134	206	64	23	3	0,001808	0,30
2,2	242	235	230	224	218	210	198	181	157	129	101	58	18	1	0,003147	0,53
2,0	235	228	222	216	210	202	190	175	151	123	95	52	12	0	0,007150	1,21
1,8	228	220	215	208	203	192	181	167	144	116	87	43	6	0	0,01214	2,00
1,6	220	212	207	199	191	182	171	158	136	108	75	32	3	0	0,02230	3,67
1,4	212	204	197	190	182	171	160	144	123	95	60	19	0	0	0,03509	5,76
1,2	203	194	188	180	170	158	145	123	99	73	40	6	0	0	0,05373	8,78
1,0	193	184	176	168	157	140	125	90	65	40	20	0	0	0	0,08501	13,72
0,8	180	170	163	153	140	118	100	65	40	20	4	0	0	0	0,1212	19,30
0,6	163	150	141	130	114	90	73	45	23	8	0	0	0	0	0,1760	27,48
0,4	131	120	109	100	85	67	50	28	12	2	0	0	0	0	0,2333	35,67
0,2	99	90	80	71	59	44	30	15	4	0	0	0	0	0	0,3002	44,70
0,0	74	65	57	49	38	25	12	4	0	0	0	0	0	0	0,3988	57,04
-0,2	54	46	39	30	22	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0,4922	67,53
-0,4	39	32	26	17	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5989	78,05
-0,6	28	21	15	6	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,6868	85,45
-0,8	22	15	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,7653	90,98
-1,0	17	10	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,8222	94,31
-1,2	13	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,8772	96,92
-1,4	11	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,9133	98,27
-1,6	8	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,9409	99,09
-1,8	6	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,9610	99,54
-2,0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,9772	99,82
-2,2	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,9861	99,92
-2,4	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,9918	99,97
-2,6	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,9953	99,99
-2,8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,9974	99,995
-3,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,9986	99,998

Tablica 8

Op.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	P	P %
I	x	240	220	180	140	100	80	60	50	40	30	20	10	5		
	u	2,15	1,80	1,46	0,80	0,67	0,65	0,76	0,90	1,0	1,1	1,4	1,9	2,6	0,000204	0,042
II	x	75	65	40	30	15	2								0,3155	58,99
	u	0,0	0,0	-0,2	-0,2	-0,3										
III	x	30	20	10	4										0,6996	86,42
	u	-0,56	-0,64	-0,72	-0,66											
IV	x	259	218	175	116	65	25	1								
	u	2,75	1,75	1,0	0,5	0,25	0,0	-0,2							0,00308	0,49
V	x	10	6	3												
	u	-1,50	-1,25	-1,00											0,8402	95,24
VI	x	226	184	126	116	99	44	30	10	6						
	u	1,75	1,00	0,5	0,5	0,5	0,2	0,2	0,1	0,25					0,0307	5,08

Tablica 9

Lp.	Wodowskaz	Rzeka	Okres obserwacji	Ilość lat N
	<u>Dorzecze Wisła</u>			
1.	Dwory	Wisła	1921-1935, 1948-1957	25
2.	Szczucin	"	1921-1935, 1948-1957	25
3.	Zawichost	"	1921-1935, 1948-1957	25
4.	Dęblin	"	1921-1935, 1948-1957	25
5.	Wyszogród	"	1921-1935, 1948-1957	25
6.	Włocławek	"	1921-1935, 1948-1957	25
7.	Chełmno	"	1921-1935, 1948-1957	25
8.	Tczew	"	1921-1925, 1927-1935, 1948-1957	24
9.	Czeladź	Brynica	1922-1924, 1926-1934, 1948-1957	22
10.	Żywiec	Soła	1921-1924, 1926-1935, 1948-1957	24
11.	Mszana Dolna	Raba	1919-1923, 1926-1933, 1935-1936, 1948-1957	25
12.	Krościenko	Dunajec	1921-1935, 1948-1957	25
13.	Pińczów	Nida	1925-1934, 1948-1956	20
14.	Żółków	Wisłoka	1921, 1925-1938, 1948-1957	25
15.	Mielec	"	1918, 1920-1931, 1935, 1948-1957	23
16.	Postołów	San	1921-1934, 1948-1957	24
17.	Jarosław	"	1921-1924, 1926-1934, 1948-1957	23
18.	Nisko	"	1921-1935, 1948-1957	25
19.	Rzeszów	Wisłok	1921-1934, 1948-1957	24
20.	Łęczna	Wieprz	1925-1937, 1948-1957	23
21.	Kośmin	"	1921-1935, 1948-1957	25
22.	Sulejów	Pilica	1924-1937, 1948-1957	24
23.	Warka	"	1922, 1924-1935, 1948-1957	23
24.	Dorohusk	Bug	1924-1934, 1950-1961	21
25.	Frankopol	"	1922-1934, 1948-1957	23
26.	Zegrze	"	1921-1935, 1948-1957	25
27.	Wizna	Narew	1921-1935, 1949-1958	25
28.	Pułtusk	"	1921-1935, 1948-1957	25
29.	Grajewo	Elk	1922-1934, 1947-1949, 1952-1957	22
30.	Chorzele	Orzyc	1930-34, 1946-1960	20
31.	Sochaczew	Bzura	1920-1921, 1923-1934, 1931-1960	24
32.	Nowe Miasto	Drwęca	1923-1934, 1948-1957	22

Tablica 9 c.d.

33.	Tuchola	Brda	1923-1934, 1948-1957	22
	<u>Dorzecze Odry</u>			
1.	Miedonia ^{1/}	Odra	1921-1935, 1948-1957	25
2.	Scinawa	"	1921-1935, 1948-1957	25
3.	Słubice	"	1921-1935, 1948-1957	25
4.	Gozdawice ^{2/}	"	1921-1935, 1948-1957	25
5.	Kłodzko	Nysa Kł.	1921, 1923-1935, 1948-1957	24
6.	Kąty Wr.	Strze- gomka	1922-1936, 1948-1957	25
7.	Osetno	Barycz	1921-1935, 1948-1957	25
8.	Gryfów Sl.	Kwisa	1921-1935, 1948-1957	25
9.	Zagań	Bóbr	1921-1935, 1948-1957	25
10.	Bobry	Warta	1924-1932, 1947-1960	23
11.	Sieradz	"	1921-1933, 1935, 1948-1957	24
12.	Konin	"	1921-1935, 1948-1957	25
13.	Poznań	"	1921-1935, 1948-1957	25
14.	Skwierzyna	"	1921-1935, 1948-1957	25
15.	Gwda Wielka	Gwda	1931-1944, 1948-1957	23
16.	Goleniów	Ina	1921-1935, 1948-1957	25
	<u>Rzeki Przymorza</u>			
1.	Sępapol	Łyna	1931-1940, 1949-1958	20
2.	Olkowo	Pasłęka	1922-1936, 1949-1958	25
3.	Słupsk	Słupia	1921-1935, 1948-1957	25
4.	Trzebiatów	Rega	1921-1935, 1948-1957	25

1/ dla okresu 1921-1935 oparto się na obserwacjach dla wodowskazu Racibórz, którego zlewnia jest mniejsza od zlewni wod. Miedonia o 0,1%

2/ dla okresu 1921-1935 oparto się na obserwacjach dla wod. Kieńce, którego zlewnia jest mniejsza od zlewni wod. Gozdowice o 0,3%.

Tablica 10

Lp.	Wodowskaz	Rzeka	N	n	C _v	S	γ ₁	γ ₅	γ ₁₀	γ ₅₀	γ ₉₀	P% dla η = 100
<u>Dorzecze</u>												
<u>Wisły</u>												
1	Dwory	Wisła	25	3,12	0,98	0,70	96,4	68,4	55,8	24,0	8,8	0,8
2	Szczucin	"	25	2,64	1,14	0,68	96,8	67,6	54,3	21,6	5,4	0,9
3	Zawichost	"	25	1,80	1,41	0,94	100,0	66,4	51,6	16,8	4,3	1,0
4	Dęblin	"	25	2,84	1,02	0,59	100,0	76,7	62,8	27,1	7,7	1,6
5	Wyszogród	"	25	2,28	0,90	0,35	100,0	80,2	67,0	33,0	8,9	1,5
6	Włocławek	"	25	2,32	0,92	0,38	100,0	81,3	68,6	32,8	8,5	1,8
7	Chełmno	"	25	1,88	1,25	0,75	100,0	86,8	68,8	25,3	5,6	2,8
8	Tczew	"	24	1,83	1,61	1,04	100,0	88,0	67,6	19,6	4,5	3,5
9	Czeladź	Hrynica	22	2,48	1,25	0,72	100,0	85,3	70,0	25,4	5,1	2,0
10	Żywiec	Soła	24	6,25	0,87	0,40	98,5	70,1	59,0	28,9	8,8	0,6
11	Mszawa Dolna	Raba	25	4,32	0,93	0,66	92,0	65,8	54,2	24,2	9,1	0,6
12	Krościenko	Dunajec	25	3,40	0,82	0,57	51,1	37,5	31,5	15,3	6,3	0,1
13	Płńczów	Nida	20	3,00	0,90	0,53	100,0	79,4	66,4	31,0	10,4	1,7
14	Żółków	Wisłoka	25	5,40	1,21	1,09	89,4	59,0	46,0	16,0	7,2	0,6
15	Mielec	"	23	2,30	1,31	0,88	95,8	64,8	51,3	17,6	4,7	0,8
16	Postołów	San	24	3,25	0,80	0,22	73,1	57,6	49,8	26,4	7,6	0,1
17	Jarosław	"	23	2,96	0,85	0,32	78,5	60,3	51,5	25,9	7,4	0,1

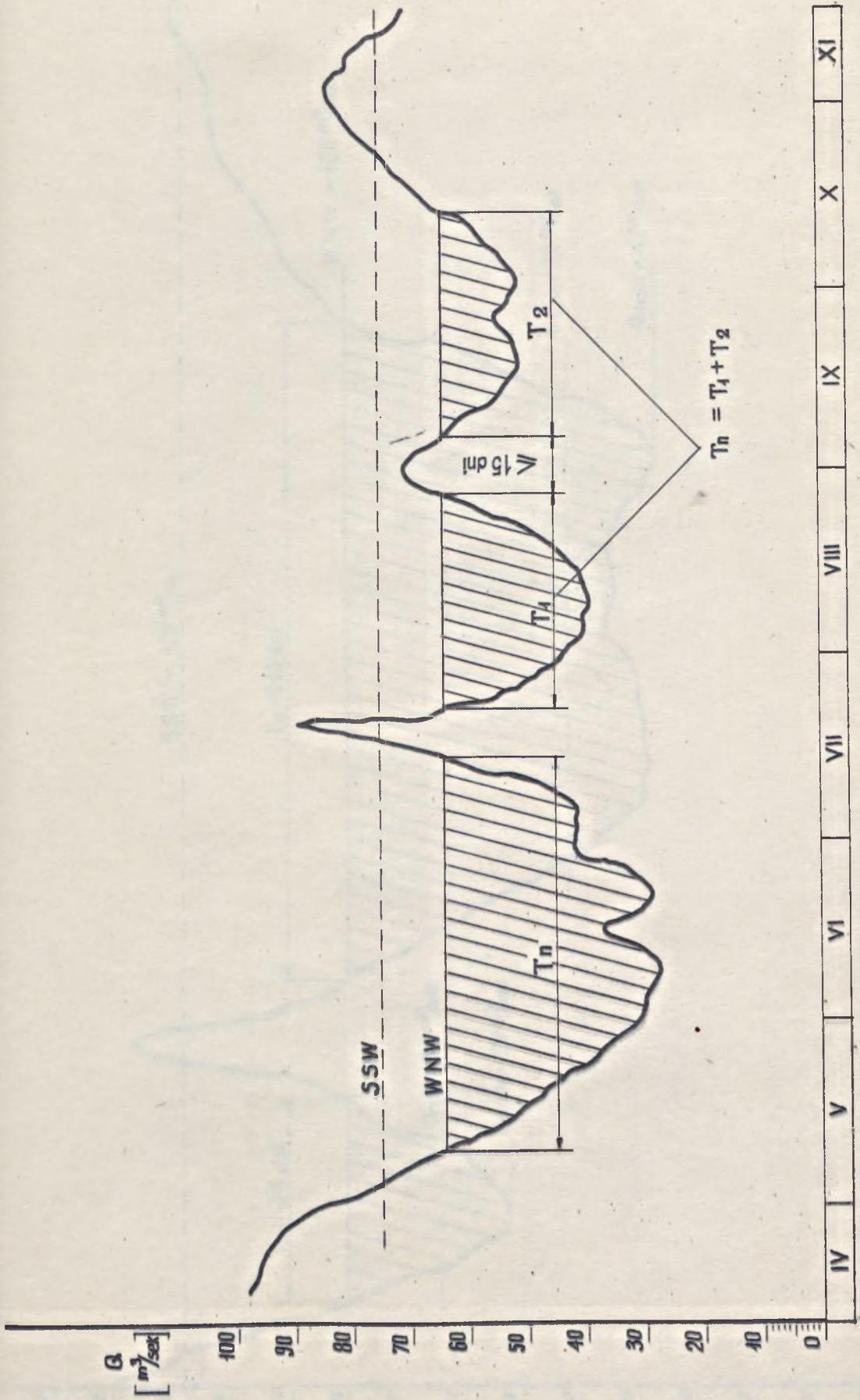
Tablica 10 c.d.

18	Nisko	25	2,64	0,90	0,45	86,5	64,7	54,1	25,7	7,7	0,4
19	Rzeszów	24	3,80	0,91	0,61	88,2	68,6	57,0	26,0	9,6	0,5
20	Lęczna	23	2,04	1,06	0,56	100,0	100,0	89,8	38,2	9,1	7,5
21	Kośmin	25	1,84	1,23	0,60	100,0	95,3	77,0	29,7	4,2	4,0
22	Sulejów	24	2,96	1,24	0,71	98,9	69,2	55,2	20,6	4,2	0,9
23	Warka	23	2,57	1,01	0,71	99,9	70,3	57,0	24,1	8,2	1,0
24	Dorohusk	21	2,00	0,86	0,24	100,0	100,0	94,2	48,0	11,6	8,1
25	Frankopol	23	1,52	1,17	0,75	100,0	100,0	82,0	31,2	8,2	5,0
26	Zegrze	25	1,44	1,03	0,33	100,0	98,0	84,0	38,1	5,2	4,7
27	Wizna	25	1,16	0,97	0,06	100,0	97,3	85,0	42,5	2,3	4,0
28	Pułtusk	25	1,24	0,85	-0,07	100,0	95,5	85,2	46,8	5,5	3,6
29	Grajewo	22	1,64	2,10	1,00	100,0	100,0	84,0	19,0	4,0	6,1
30	Chorzelo	20	2,00	1,39	0,90	100,0	97,2	76,0	25,2	6,0	4,6
31	Sochaczew	24	2,33	1,13	0,60	100,0	80,4	67,3	30,1	5,6	1,7
32	Nowe Miasto	22	1,50	1,74	1,07	100,0	85,5	65,0	17,7	3,3	3,1
33	Tuchola	22	1,77	1,80	1,12	100,0	76,3	57,3	15,1	3,2	2,1
	<u>Dorzecze Odry</u>										
1	Miedonia	25	3,00	1,05	0,74	65,5	45,9	37,0	15,2	5,2	0,1
2	Scinawa	25	3,24	0,96	0,54	99,8	72,1	61,0	27,0	7,1	1,0
3	Skubice	25	1,84	1,44	0,73	100,0	100,0	80,5	27,1	2,3	5,5
4	Gozdawice	25	1,92	1,31	0,69	100,0	100,0	83,8	30,4	4,3	6,2
5	Kłodzko	24	2,79	0,94	0,44	78,1	58,1	48,6	22,7	6,1	0,2
6	Kąty Wr.	25	2,88	1,28	0,58	96,5	71,7	58,3	28,5	3,5	0,9

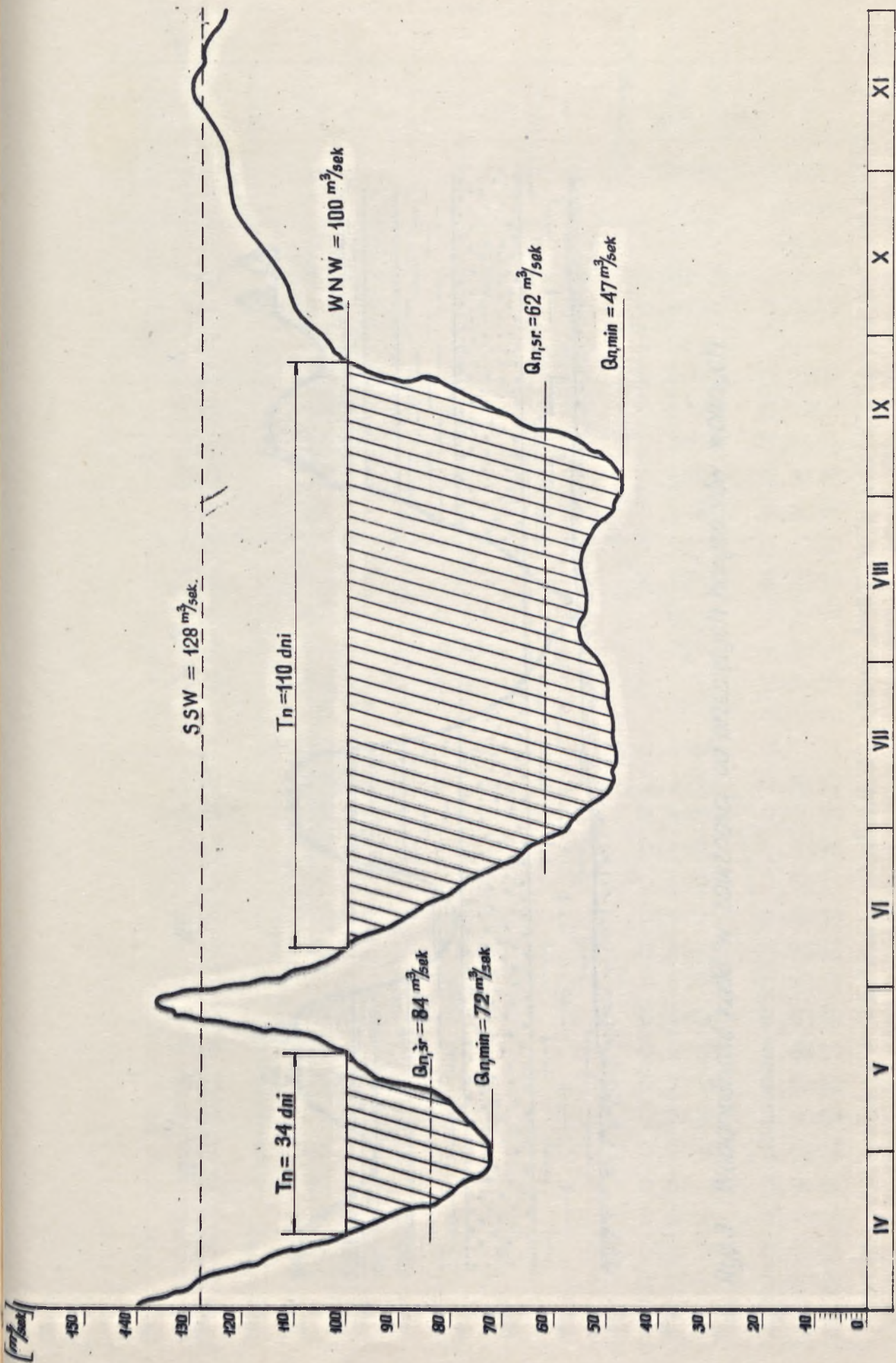
Tablica 10 c.d.

7	Osetno	Barycz	25	2,12	0,78	-0,05	100,0	97,3	86,8	49,4	10,0	4,0
8	Gryfów Sl.	Kwisa	25	3,72	0,82	0,32	88,6	68,4	58,6	30,0	9,2	0,5
9	Żagań	Bóbr	25	2,00	1,40	0,81	100,0	100,0	81,2	27,2	4,5	5,0
10	Bobry	Warta	23	2,43	1,13	0,67	98,3	69,1	56,1	22,3	5,5	0,9
11	Sieradz	"	24	2,17	1,03	0,56	98,5	70,8	58,5	25,2	6,8	0,9
12	Konin	"	25	1,84	0,95	0,14	100,0	88,5	76,5	38,0	4,6	2,5
13	Poznań	"	25	1,40	1,00	0,17	100,0	99,6	86,0	41,0	3,1	5,0
14	Skwierzyna	"	25	1,40	0,92	0,15	100,0	100,0	89,0	45,0	5,8	5,3
15	Gwda Wielka	Gwda	23	1,13	0,99	0,29	100,0	100,0	93,5	43,8	6,8	8,0
16	Goleniów	Ina	25	1,72	1,28	0,63	100,0	81,5	65,7	24,4	3,0	2,2
		<u>Rzeki Przymorza</u>										
1	Sępól	Łyna	20	1,60	1,74	1,13	100,0	66,4	50,3	13,5	3,3	1,3
2	Olkowo	Pasłęka	25	2,40	1,17	0,67	100,0	81,7	66,0	25,7	5,7	2,4
3	Słupsk	Słupia	25	3,76	1,82	1,14	85,5	54,2	41,0	10,6	2,3	0,5
4	Trzebiatów	Rega	25	2,28	1,65	1,10	100,0	89,4	67,9	19,1	4,9	3,6

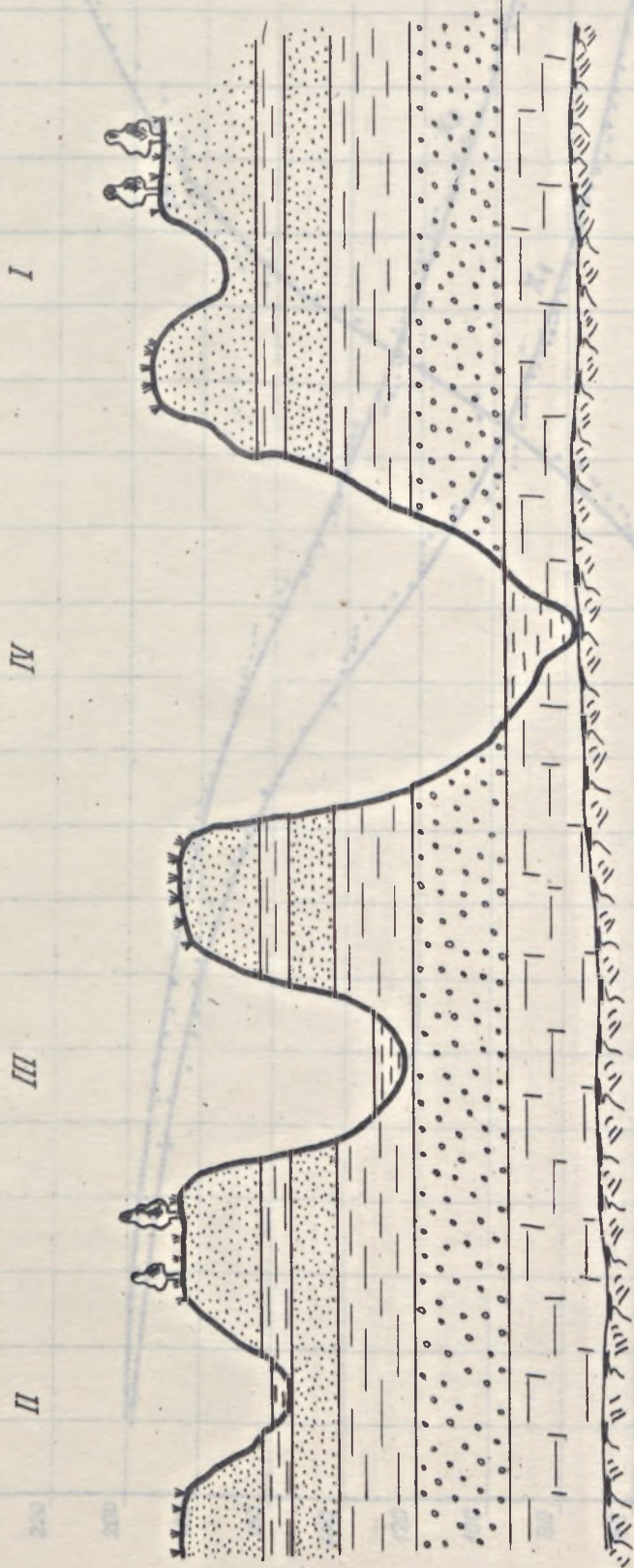
RYŚCI OKREŚLENIE NIŻOWY



RYS. 1. OKREŚLENIE NIZÓWKI



RYS.2 PARAMETRY NIZÓWKI

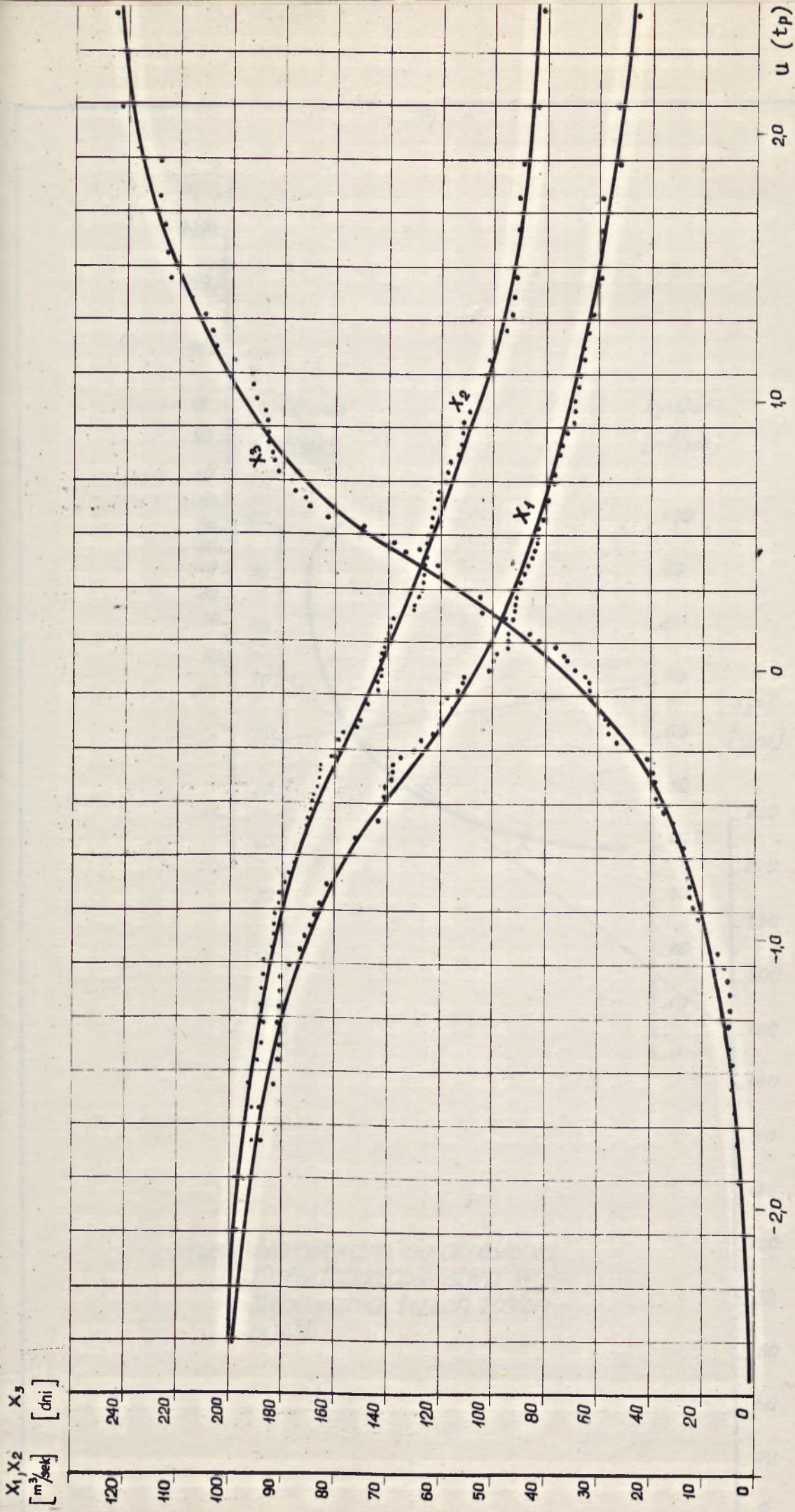


Rys.3 Wodonośność rzeki w zależności od przeciętych horyzontów wodnych.

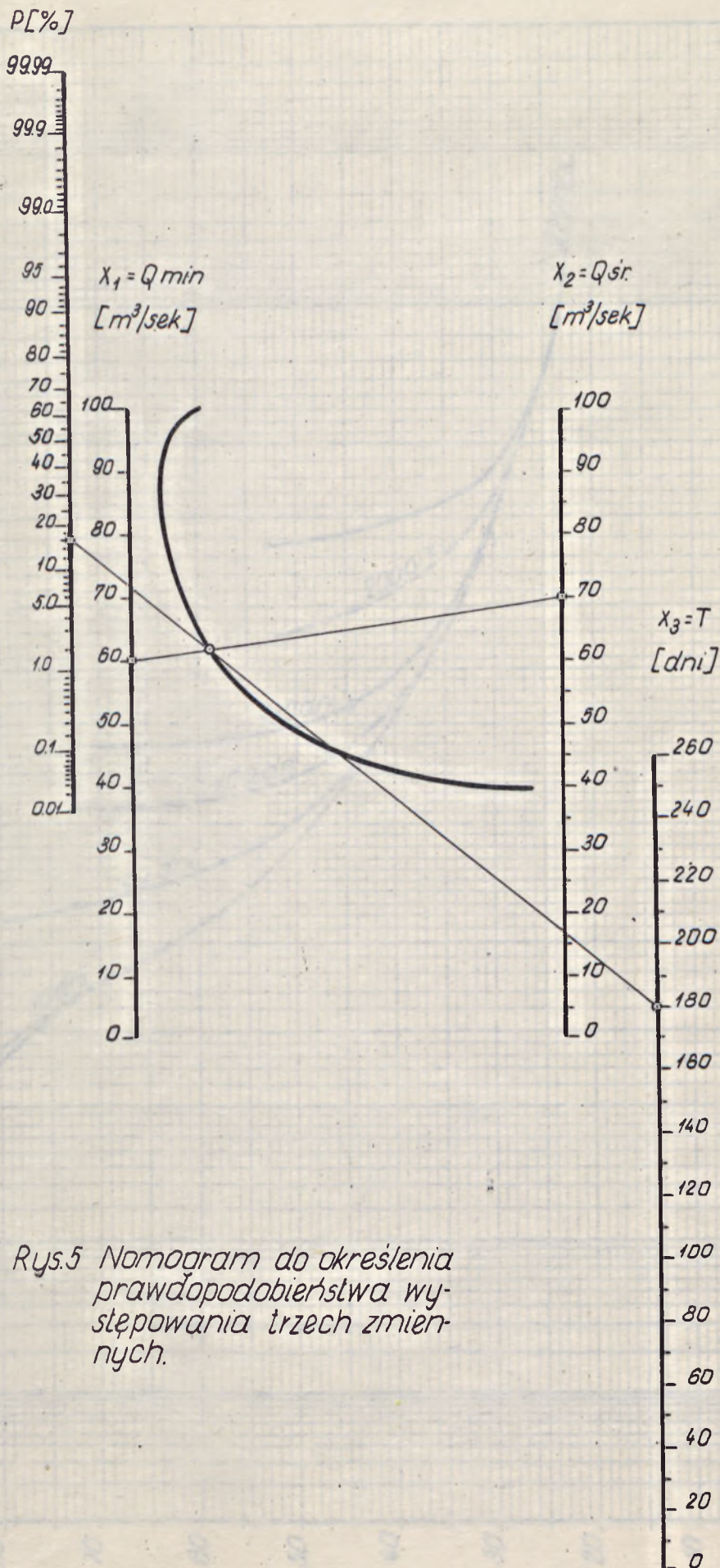
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150 160 170 180 190 200 210 220 230 240 250 260 270 280 290 300 310 320 330 340 350 360 370 380 390 400 410 420 430 440 450 460 470 480 490 500 510 520 530 540 550 560 570 580 590 600 610 620 630 640 650 660 670 680 690 700 710 720 730 740 750 760 770 780 790 800 810 820 830 840 850 860 870 880 890 900 910 920 930 940 950 960 970 980 990 1000

RYS.4. GRAFICZNE PRZEKSZTAŁCENIE ZMIENNYCH DO ROZKŁADU NORMALNEGO

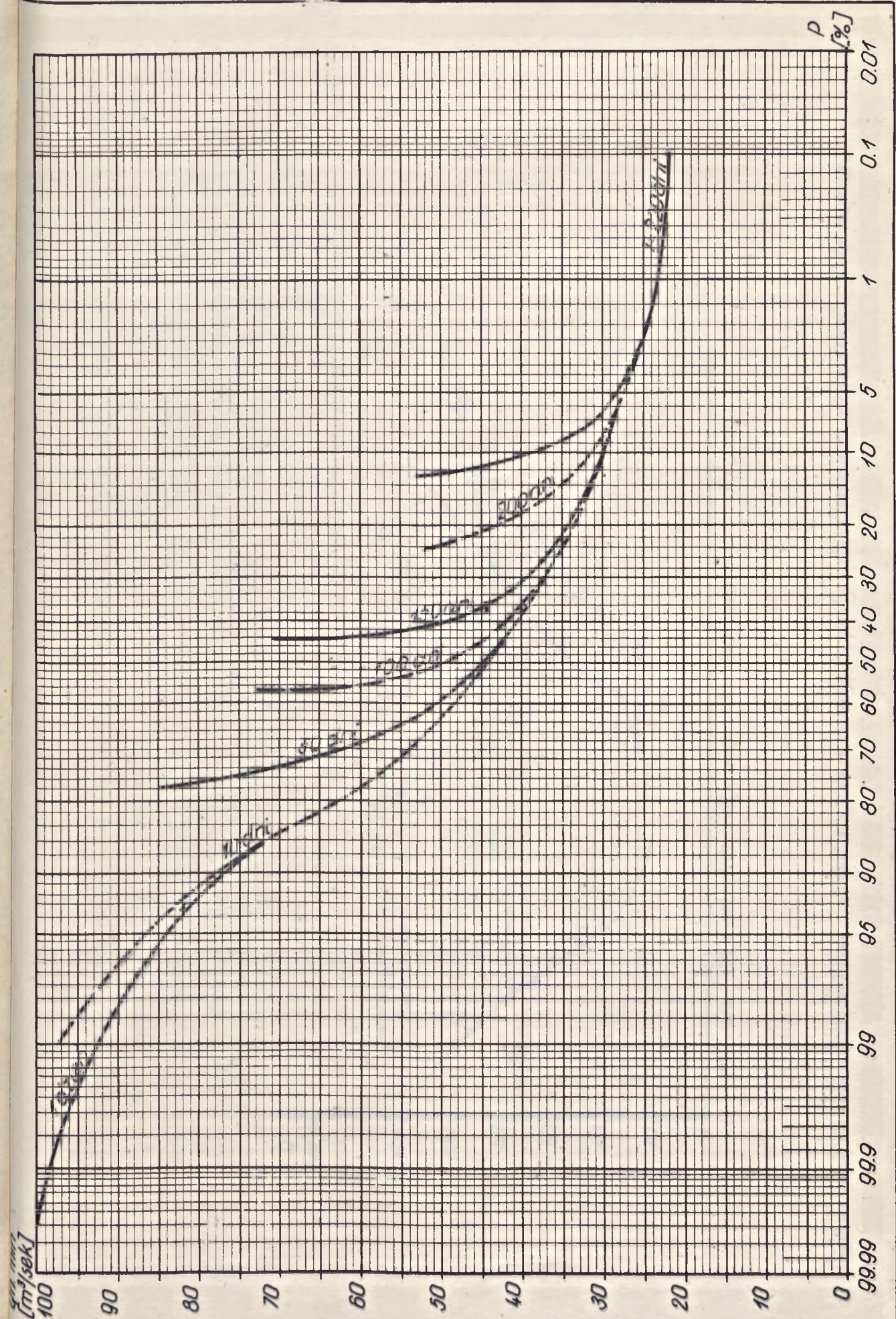
X_1, X_2
[cm]



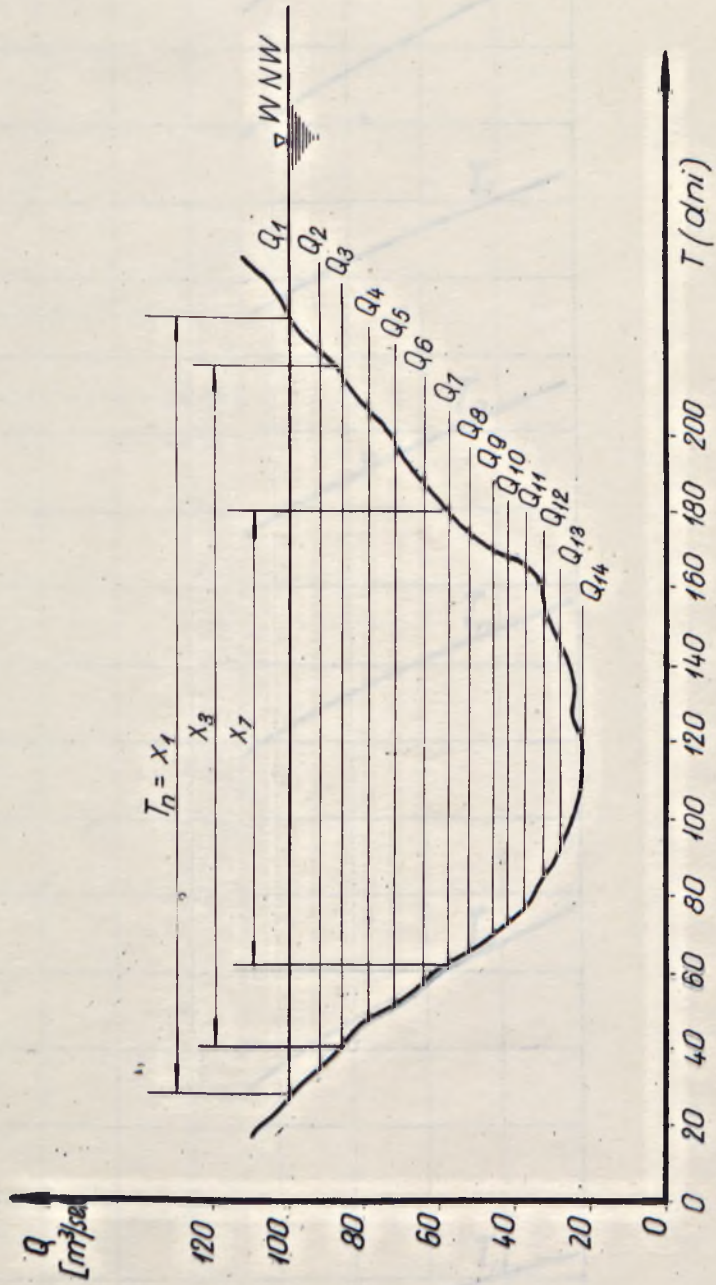
RYS.4. GRAFICZNE PRZEKSZTAKCENIE ZMIENNYCH DO ROZKŁADU NORMALNEGO



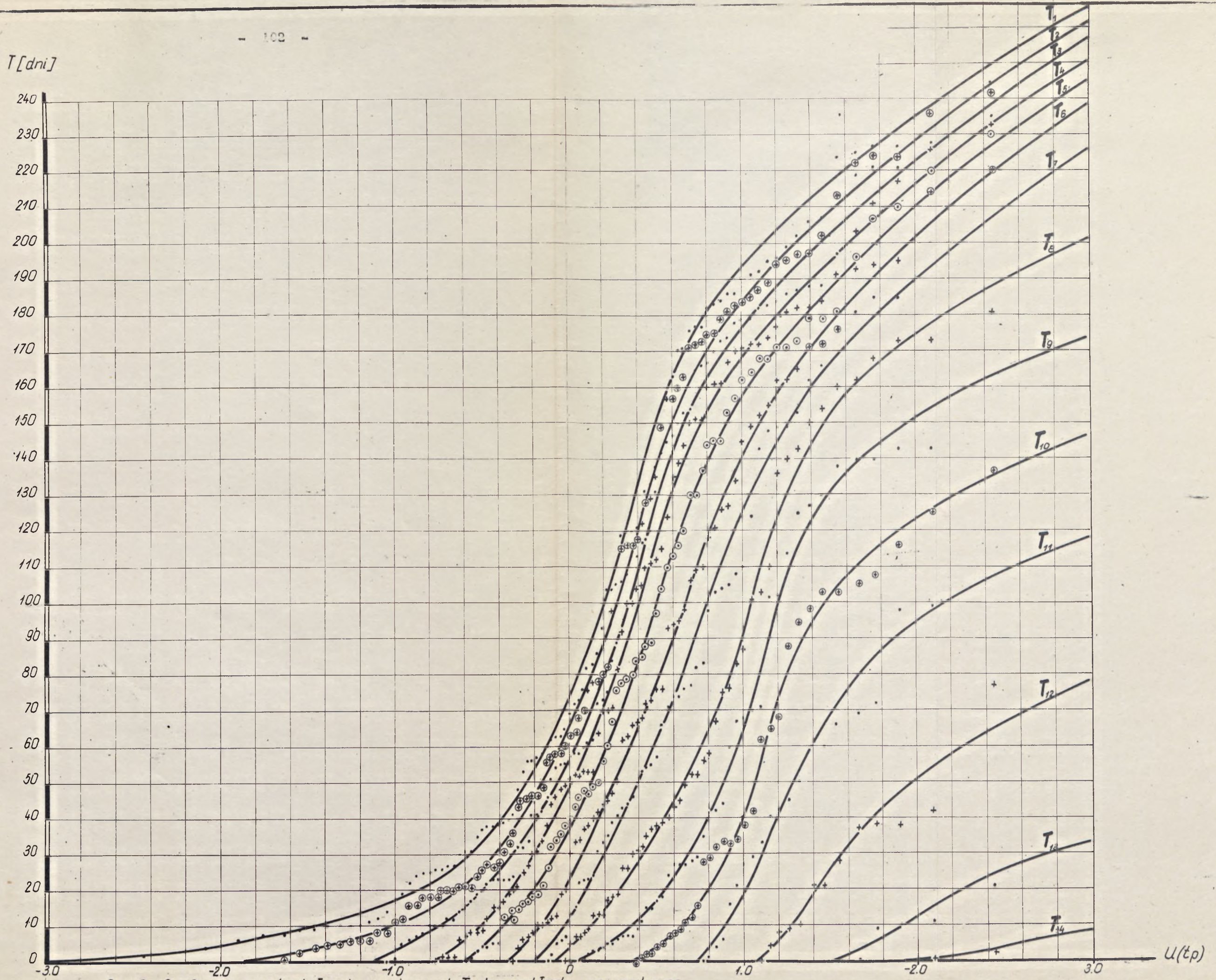
Rys.5 Nomogram do określenia prawdopodobieństwa występowania trzech zmiennych.



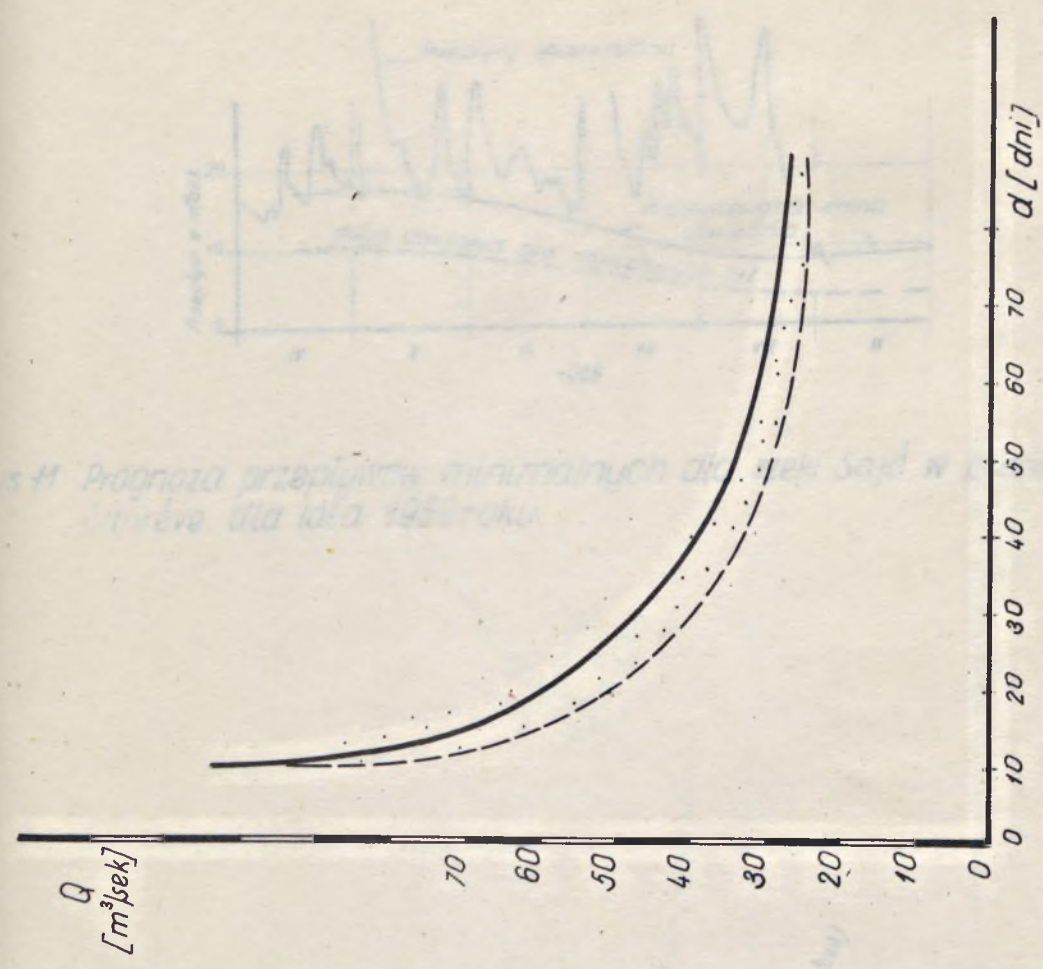
Rys.6. Prawdopodobieństwo w funkcji dwóch parametrów niżówki.



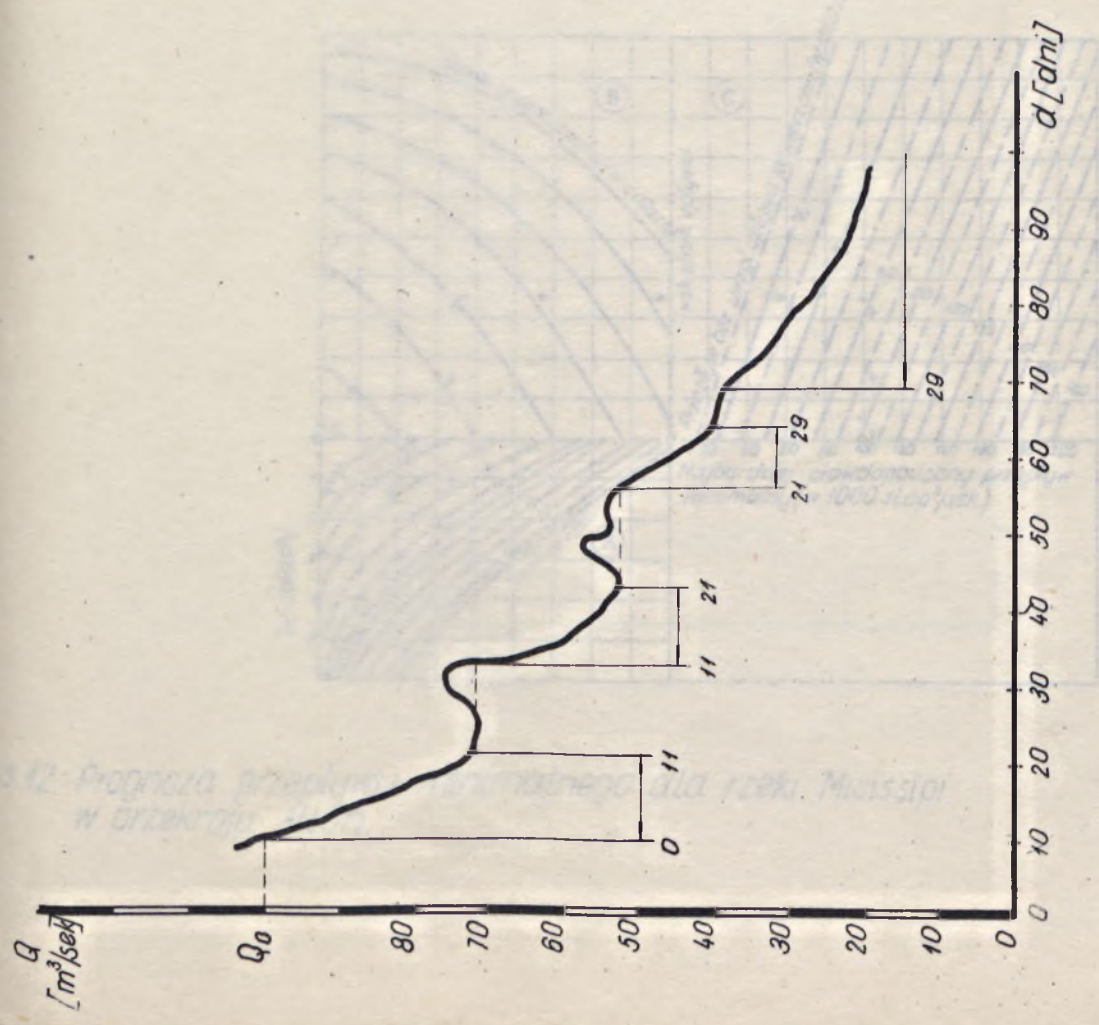
Rys. 7 Sposób określania zmiennych losowych przy stosowaniu schematu Markowa.



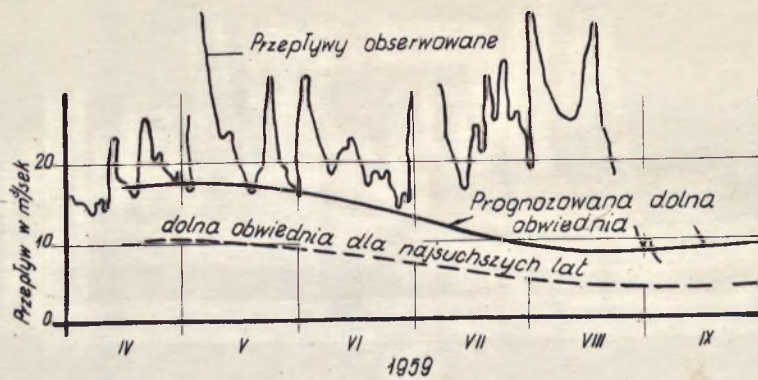
Rys. 8 Graficzne przekształcenie zmiennych T_i do rozkładu normalnego.



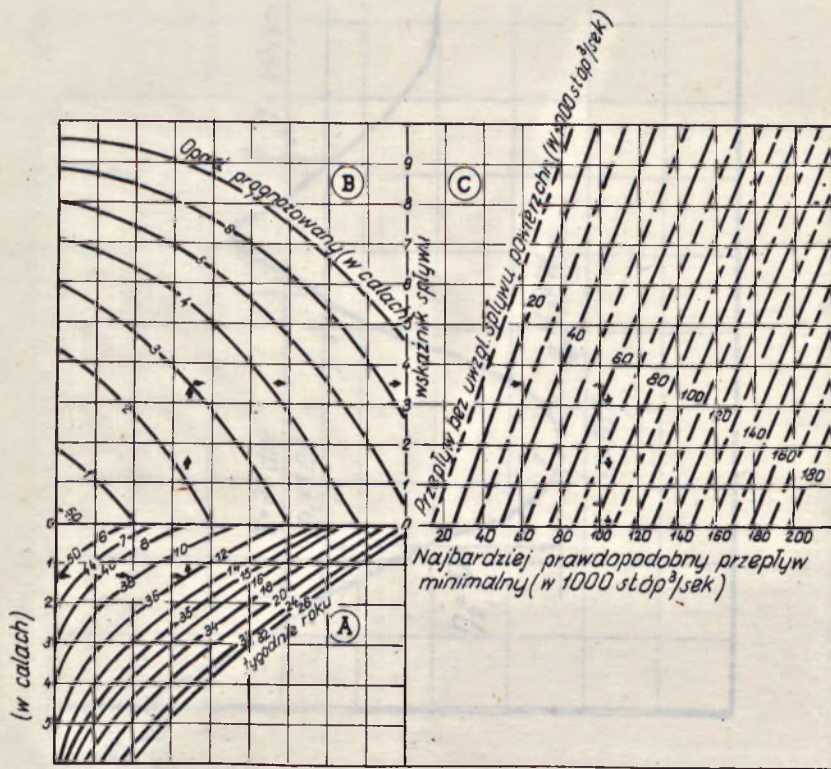
Rys.10 Krzywa opadania



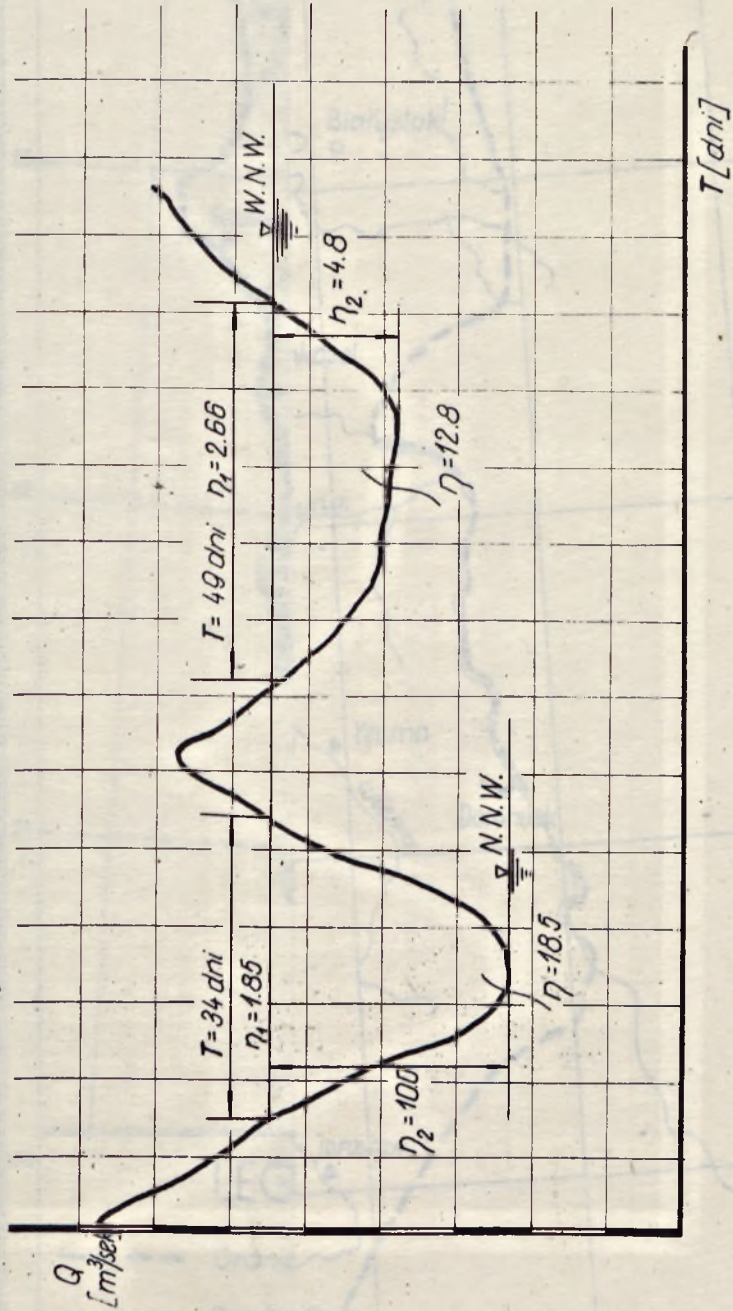
Rys.9 Określenie krzywej opadania



Rys. 11 Prognoza przepływów minimalnych dla rzeki Sajó w przekroju Gánréve dla lata 1959 roku.



Rys. 12. Prognoza przepływu minimalnego dla rzeki Misissipi w przekroju Alton.



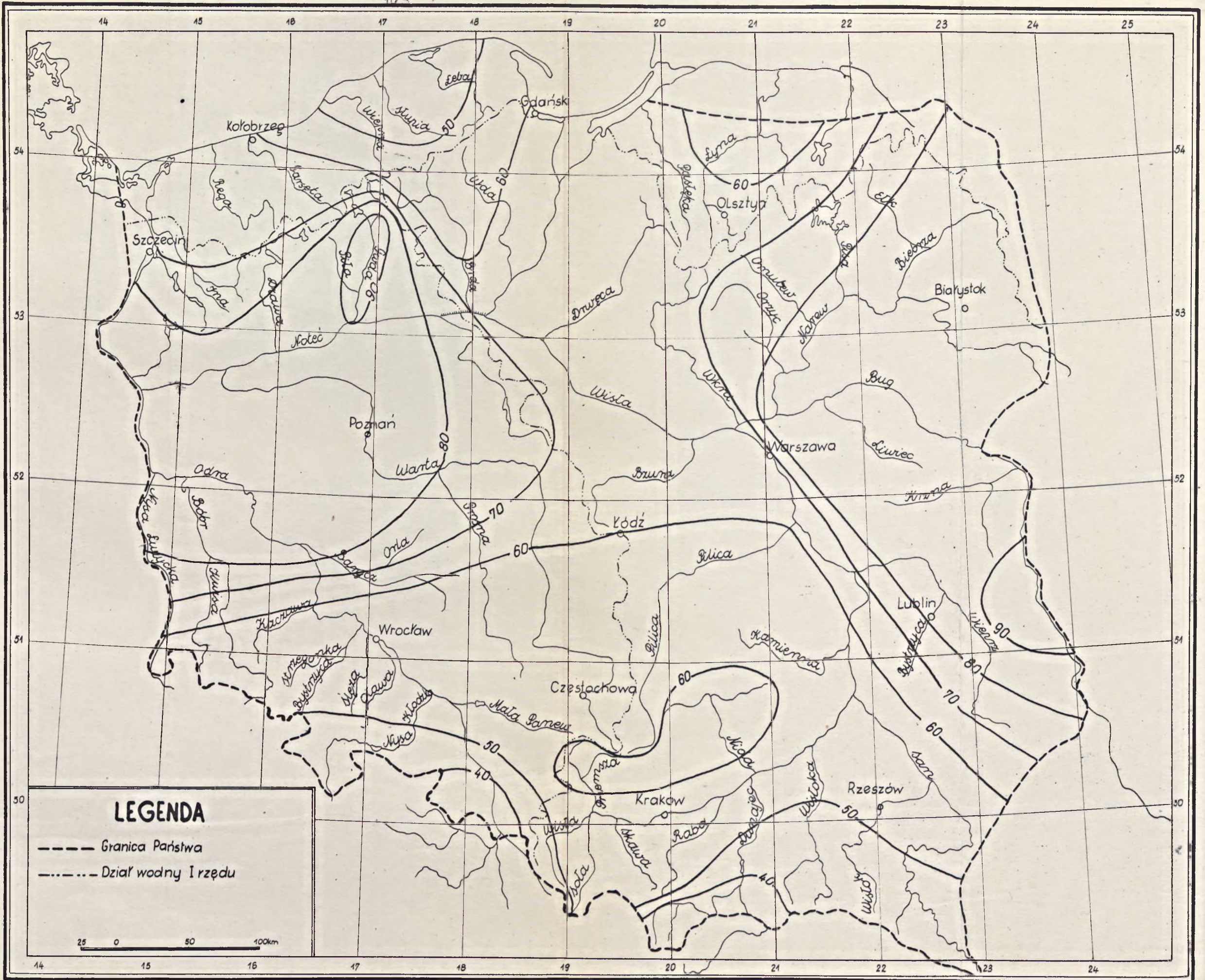
Rys. 13 Sposób określenia współczynnika niszawkowego η .



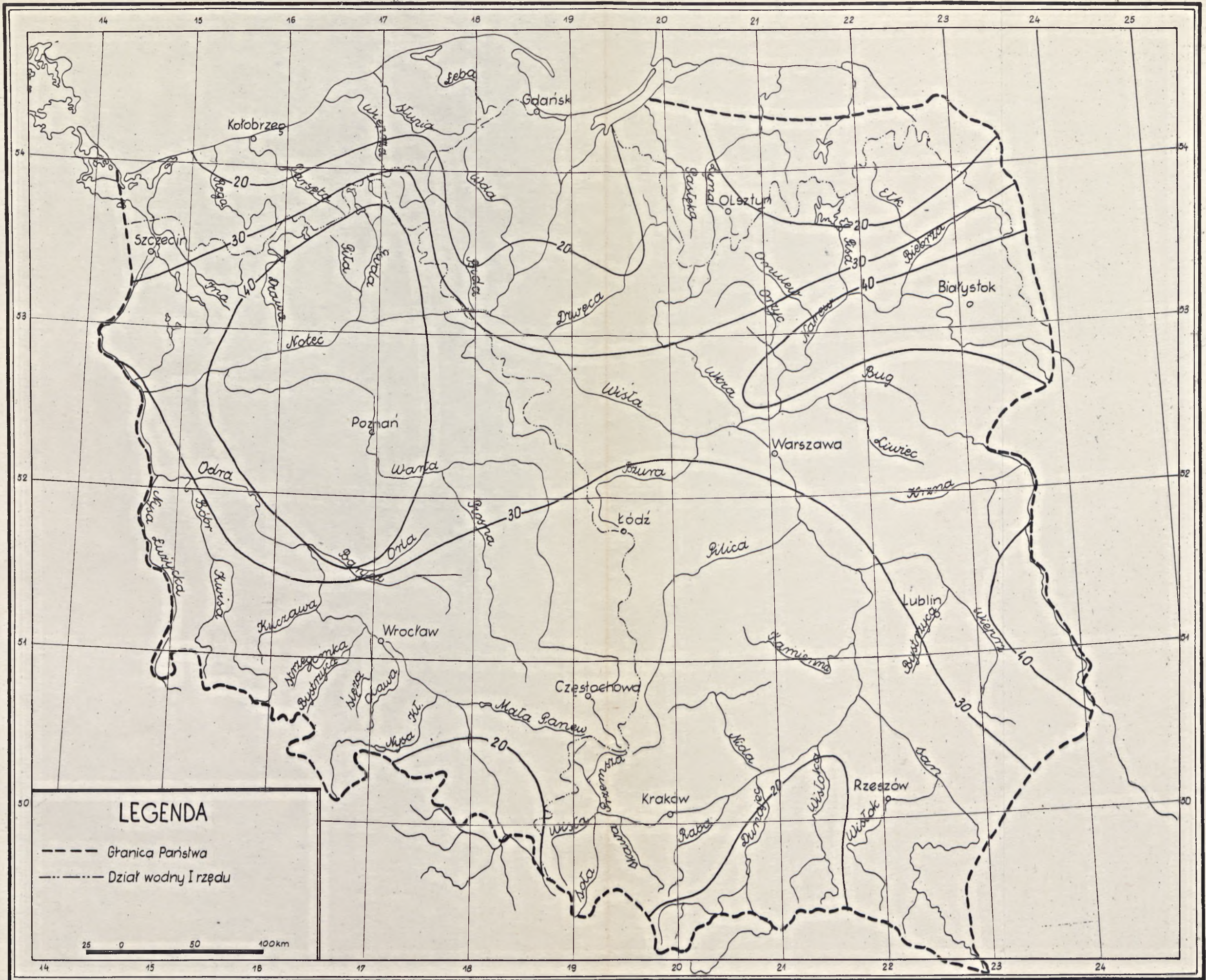
Rys.14 Rozmieszczenie stacji wodowskazowych.



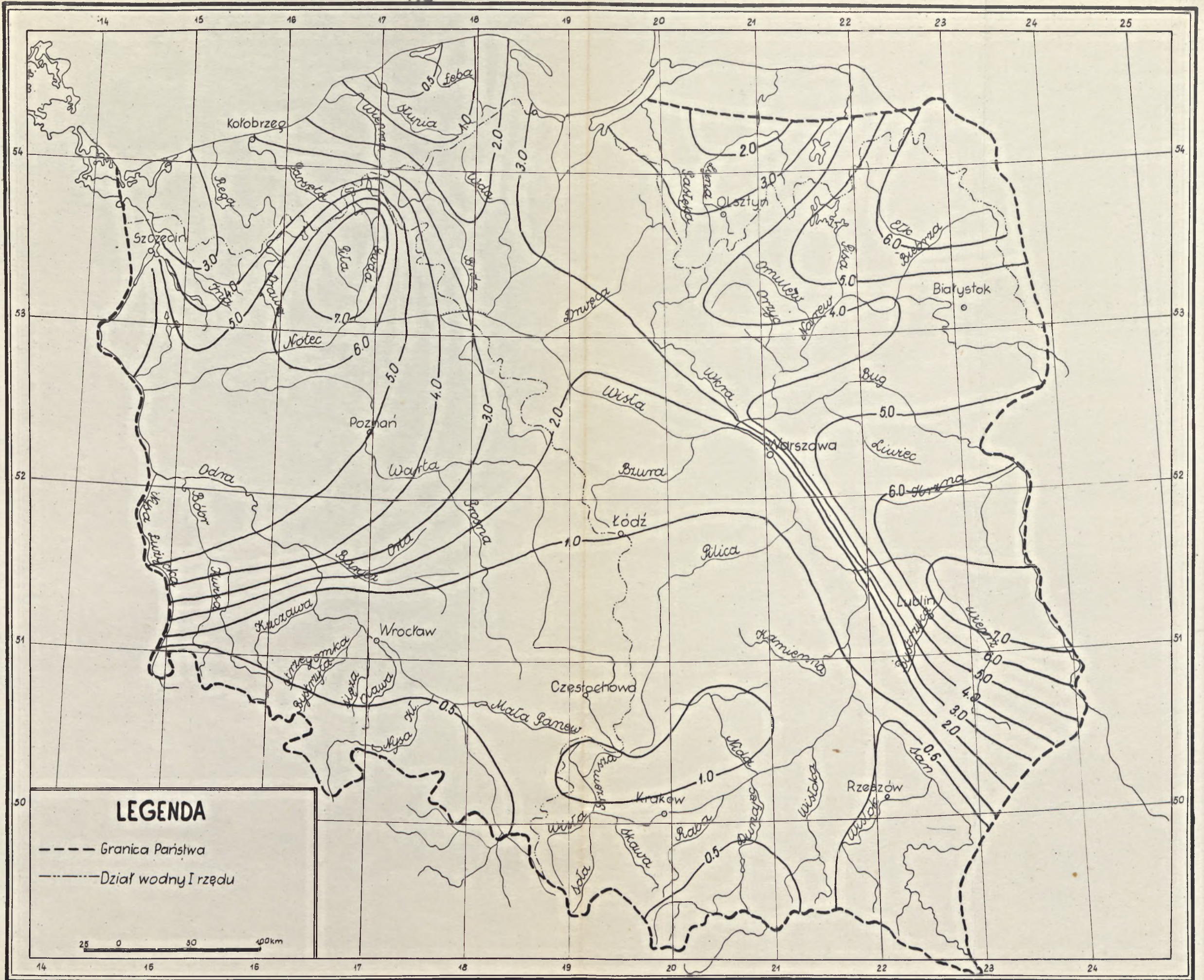
Rys. 15. Izolinie współczynnika η dla $P=1\%$



Rys. 16. Izolinie współczynnika η dla $P=10\%$



Rys. 17 Izolinie współczynnika η dla $P=50\%$



Rys. 18. Izolinie prawdopodobieństwa (%) występowania współczynnika $\eta = 100$

LITERATURA

1. Assemblée Generale de Helsinki 27.VII.-6.VIII.1960 r.
Gentbrugge 1960
2. Baryšnikov N.B. - Metodika dolgosročnych prognozov minimalnego stoka osnovannaja na učete pogodnych uslovij. Trudy III Vsesojuznogo Hidrologičeskogo Sezda. Tom II. Leningrad 1959
3. Bogoljubov S.N., Bogomazova Z.P. - O roli podzemnogo pitanija w godovom stoke rek i vremennyh vodotokov. Trudy GGI Vyp.52 /106/, 1956
4. Born K - Prognoza niskich i średnich stanów wody na Odrze środkowej i dolnej. Wiadomości Służby Hydrologicznej i Meteorologicznej T.IV z.5a
5. Bratanek A. - Klasyfikacja małych wód w rzekach. Vestnik Ministerstwa Techniki Nr 18, 1949
6. Clark W. Forecasting the Dry - Weather Flow of Pond Creek, Oklahoma a Progress Report. Transactions A.G.U, V. 37, Nr 4, 1956
7. Dębski K. - Odpiływ wód gruntowych zlewni Wisły w przekroju Warszawa. Wiadomości Służby Hydrologicznej i Meteorologicznej T.IV, z.2-3, 1953
8. Dębski K. - Bilans wodny zlewni Wisły po Warszawie. Wiadomości Służby Hydrologicznej i Meteorologicznej T.II, z.2. 1950
9. Dębski K. - Rozważania na temat metod przewidywania powodzi. Przegląd Meteorologiczny i Hydrologiczny. Z.3-4, 1953
10. Dębski K. - Prawdopodobieństwo zjawisk hydrologicznych i meteorologicznych. Metoda decylów. Warszawa 1954

11. Dub O. - Hydrologia, hydrografia, hydrometria. Bratislava 1957
12. Fisz M. - Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna. Warszawa 1958
13. Gumbel E. - Statistical Theory of Droughts. Proceedings American Society of Civil Engineers, v.80, 1954
14. Jevdevec V. - Hydrologija. Beograd 1956
15. Janko J. - Matematiko - statističeskie tablicy. Moskva 1961
16. Kaczmarek Z. - Częstość przepływów niżówkowych. Przegląd Geofizyczny. Z.14, 1957
17. Kaczmarek Z. - Programowanie gospodarki zbiornikowej. Warszawa 1960
18. Kaczmarek Z. - Prognozowanie zespołu zjawisk losowych. Wiadomości Służby Hydrologicznej i Meteorologicznej Z.42, 1961
19. Kaczmarek Z. - Statistické metody w gidrologických prognózach. Budapest 1961
20. Konstantinov A.R. - Metodika rasčeta isparenija s počvy, vody i snega po temperature i vlažnosti vozducha izmerennym na meteorologičeskich stancijach, Trudy GGI, vyp.81, 1961
21. Kullback S. - Information theory and statistics. London 1959
22. Lambor J. - Stepowienie árodkowych obszarów Polski. Prace PIHM-u, Z.34, 1954
23. Lambor J. - Przyczyny pogłębiających się okresów suszy na naszych ziemiach. Przegląd Meteorologiczny i Hydrologiczny Z.3-4, 1952
24. Lambor J. - Systematyka charakterystycznych stanów wody i przepływów w rzekach. Gospodarka Wodna Nr 9, 1953
25. Lambor J. - Metody prognoz hydrologicznych, Warszawa 1962

26. Langbein W. - Annual floods and the partial - duration flood series. Transactions A.G.U. v.30, Nr 6, 1949
27. Laszloffy W. - Examen des basses eaux. Assemblée de Helsinki, Gentbrugge 1960
28. Mann R., Rasmusson E. - Extended low flow forecasting operations on the Mississippi river. Assemblée de Helsinki, Gentbrugge 1960
29. Merriam C. - Evaluation of two elements affecting the characteristics of the recession curve. Transactions A.G.U., V.32, Nr 4, 1951
30. Mikulski Z. - Występowanie niżówek, wezbrań i powodzi w rzekach polskich. Wiadomości Służby Hydrologicznej i Meteorologicznej Z.49, 1962
31. Norvatov A.M. - Minimalnyj stok malych rek Europejskoj territorii SSSR. Trudy GGI Vyp.52, 1956
32. Norvatov A.M. - O dolgosročnom territorialnom prognoze vodnosti letnej meżeni. Trudy III Vsesojuznogo gidrologičeskogo S'ezda T.II. Leningrad 1959
33. Ogievskij A.V. - Gidrologija susi. Moskva 1952
34. Owen D. - Tables for computing bivariate normal probabilities. Ann. Math. Stat. V.27, 1956
35. Pardé M. - Rzeki /tłum.z francuskiego/, Warszawa 1957
36. Popov E.G. - Gidrologičeskoe prognozy, Leningrad 1957
37. Praca zbierowa. Opracowanie hydrologiczne dla Tomaszowa na Pilicy i Kłudzie na Luciąży. Warszawa 1958 /maszynopis/
38. Rudenko A.I. - Zasuchi v SSSR ich proischożdenie, povtorjaemost i vlijanie na uzożaj. Leningrad 1958
39. Skibniewski L. - Wody gruntowe w Polsce w okresie 1945-1954. Prace PIHM-u Z.45, 1957
40. Skibniewski L. - Podział odpływu Wisły na powierzchniowy i gruntowy o okresie 1950-54. Wiadomości Służby Hydrologicznej

- i Meteorologicznej T.VII, Z.2, 1959
41. Sokolovskij D.L. - *Recnoj stok. Leningrad* 1959
 42. Steck G. - A table for computing trivariate normal probabilities. *Ann Math. Stat.* v.29, 1958
 43. Tuszko A. - *Prawdopodobieństwo pojawiania się przepływów niżówkowych w małej zlewni. Rozprawy hydrotechniczne.* Z.1, 1956
 44. Wisler C., Brater E. - *Hydrology.* New Jork 1959
 45. Zielińska M. - *Statystyczne metody opracowywania niżówek.* cz.I. *Przegląd Geofizyczny* Nr 1-2, 1963
 46. Zielińska M. - *Niżówki letnie rzek polskich. Gospodarka wodna* 1953 /w druku/
 47. Zielińska M. - *Statystyczne metody opracowywania niżówek cz.II* *Przegląd Geofizyczny*, 1963 /w druku/
 48. I Zjazd Hydrometeorologiczny poświęcony zagadnieniom suszy w Polsce. *Przegląd Meteorologiczny i Hydrologiczny* Z.3-4, 1953
 49. Zsuffa I. - *Prévision à longue échéance des débits d' étiage pendant les saisons sèches en Hongrie.* *Assemblée de Helsinki, Gentbrugge* 1960



Autor..... *Mania Zechiniska*Tytuł pracy..... *Metody obliczenia i prognozowanie niśwch* *w njeide probabilytetyczny*Promotor..... *prof. Julian Lambert* rok.....

C z y t e l n i c y

L.p.	Data	Imię, nazwisko, tyt. nauk.	Miejsce pracy	Podpis czyt.	Uwagi
1.	16. IX 77	<i>Joanna Szupilska</i>	<i>PL</i>	<i>Szupilska</i>	
2.	11. XI. 77	<i>Jerzy Stychanowicz -</i>		<i>J. Stychanowicz</i>	



