

III. ODNOSZENIE CIAŁ NIEBIESKICH DO ŚRODKA ZIEMI, LUB DO ŚRODKA SŁONCA.

Zamiana miejsc środo-ziemskich na środo-słoneczne.

§ 32. Ciała niebieskie ruchome do świata słonecznego należące, iakimi są planety i komety, uważają się z różnych punktów powierzchni ziemskiej; ale się przywiedzą do iednego punktu spólnego, to jest do środka ziemi. Takie biegi i położenia, iakieby się wydawały patrzącym na nie ze środka ziemi, nazywają się *geocentryczne* czyli *środo-ziemskie* (loci geocentrici). Ale że planety i komety nie około ziemi, ale około słońca biegi swoje odbywają; więc widok ich ze środka ziemi, może nam tylko skazać biegi ich pozorne, to jest takie, iakie widzimy: chcąc od tych, przyysdź do biegów rzetelnych, trzeba je przywiesdź do prawdziwego tych biegów środka, to jest do środka słońca. Takie biegi i położenia ciał niebieskich, iakieby się okazały patrzącym na nie ze środka słońca, nazywają się *heliocentryczne* czyli *środo-słoneczne* (loci heliocentrici). Do pierwszych prowadzą nas obserwacye, do drugich czasem obserwacye, ale najczęściej rozumowanie i *analiza*. Dla tego ważnem jest zadaniem w Astronomii: z położenia środo-ziemskiego wynaleśdź położenie środo-słoneczne: i na odwrót, od położenia środo-słonecznego, przyysdź do położenia środo-ziemskiego. Pierwsze zadanie przypada nam rozwiązać, kiedy z miejsc znalezionych przez obserwacyą, chcemy wyciągnąć miejsca dane przez tablice biegów rzetelnych, do których prowadzi mechanika: i obserwacye z tablicami porównać. Drugie zaś zadanie w tenczas przypada, kiedy tablice chcemy sprawdzać przez obserwacye, i z miejsc tablicowych, wyznaczyć miejsca, które obserwacye

skazać powinny, a przez to dochodzić iak daleko tablice biegów niebieskich zgadzają się, lub różnią od obserwacyj? Rozwiązanie tych zadań, ponieważ w wielkiej części zależy od odległości trzech ciał niebieskich od siebie, a zatem od trzech linii prostych, zdaie się bydz rzeczą raczey trygonometrii prostokreślney iak kulistej. Ale że kąty między temi liniami zawarte są wypadkami trygonometrii kulistej; obie te nanki łączą się tu, i wzajemnie posilkuia w rozwiązaniu tych zadań.

Słońce i ziemia nigdy nie schodzą z płaszczyzny ekliptyki, i uważamy ie iako niemaiące żadney szerokości. A chociaż *de la Place* z działania planet wyciągnął małą odmianę ekliptyki, i szerokość słońca blisko na iedną sekundę łuku; odmiana atoli tak drobna i nieznaczna nie uważa się w rachunkach trygonometrycznych.

Planety i komety idą po własnych drogach mniej lub więcey do ekliptyki pochylonych: linie pionowe ze środka planety na płaszczyznę ekliptyki spuszczone, pokazuią nam miejsca, które ten planeta na ekliptyce przebiega. Nazywamy w astronomii *biegiem kierunkowym* planety (motus directus), kiedy ten przebiega znaki ekliptyki takim porządkiem, iakim one idą po sobie od zachodu ku wschodowi, poczynaiąc od \odot , to iest od pierwszego punktu Barana. Nazywamy zaś *biegiem wstecznym* (motus retrogradus), kiedy planeta lub kometa posuwa się na wspak przeciwko porządkowi znaków ekliptycznych, idąc od wschodu ku zachodowi. Gdy pochyłość drogi planetowej do ekliptyki czyni kąt ostry, to iest mniejszy od 90° ; wszystkie punkta linii pionowych od planety na ekliptykę spuszczone, idą za porządkiem znaków, i pokazuią bieg kierunkowy. Ale gdy pochyłość tej drogi

do ekliptyki czyni kąt rozwarty, wszystkie punkta linii pionowych od planety na ekliptykę spuszczonech padają w stronę przeciwną, posuwając się od wschodu ku zachodowi i pokazują bieg wsteczny. Dla tego w niektórych dziś astronomicznych dziełach, chcąc wytknąć bieg kierunkowy lub wsteczny, wyrażają go autorowie przez pochyłość drogi ostrą lub rozwartą.

Jeżeli uważamy planetę lub kometę na własney jego drodze; linia prosta od słońca lub ziemi do niego prowadzona jest jego odległością prawdziwą: ale jeżeli tego planetę lub kometę przez linią pionową przeniesiemy na ekliptykę, linie proste od słońca lub ziemi do tak przeniesionego punktu na ekliptykę prowadzone, nazywają się *odległościami skróconemi* (*distantiae curtatae*).

Wystawmy sobie na fig. 8 Tabl. II planetę przeniesionego na ekliptykę w miejscu *P*, słońce w miejscu *S*, ziemię w miejscu *Z*: w trójkącie prostokreślnym *PSZ*, *SZ* wyraża odległość prawdziwą słońca od ziemi; *SP* odległość skróconą planety od słońca; *ZP* odległość skróconą ziemi od planety. Kąt *P* w astronomii nazywa się *parallaxą roczną* (*parallaxis annua*): jestto kąt, pod którymbyśmy widzieli z planety linią *SZ*, czyli promień drogi roczney przez ziemię około słońca opisaney: nazwać go prościej możemy *kąt w planecie* lub *komecie*. Kąt *S* nazywa się w astronomii *commutatio*, my go nazywać będziemy *kąt w słońcu*: pod tym kątem widzielibyśmy ze środka słońca ziemię i planetę, czyli ich odległość *PZ*. Kąt nakoniec *Z* nazywa się *elongatio*, to jest odsunienie planety od słońca widziane z ziemi; jestto kąt pod którym ze środka ziemi widzielibyśmy planetę i słońce, czyli ich odległość *SP*: nazwać go będziemy *kąt w ziemi*. Dla tego *Delam-*

bre sprawiedliwie uważa te trzy kąty, iako trzy *parallaxy*. *Parallaxa* słowo greckie, znaczy to samo, co *odmiana*: iakoż w astronomii znaczy odmianę miejsca z dwóch różnych punktów widzianego.

Nazwiemy iak dotąd, długość srodo-ziemską ciała niebieskiego	λ
szerokość srodoziemską	γ
długość srodo-słoneczną (<i>heliocentrique</i>)	l
szerokość srodo-słoneczną	p
długość srodo-słoneczną ziemi	L
odległość słońca od ziemi	R
odległość planety od słońca prawdziwą	r
skróconą	r'
odległość planety od ziemi prawdziwą	Δ
skróconą	Δ'

Astronomiia uczy, że kąt w planecie $P = \lambda - l$; kąt w słońcu $S = l - L$; kąt w ziemi Z , albo iego dopełnienie do 180° , $= \lambda - L$.

wst $(\lambda - l) : \text{wst}(\lambda - L) = R : r'$;
więc

$$\text{wst}(\lambda - l) = \frac{R}{r'} \text{wst}(\lambda - L) \quad (1).$$

$\lambda - (\lambda - l) = l$ długość srodo-słoneczna czyli *heliocentryczna* planety.

wst $(l - L) : \text{wst}(\lambda - l) = \Delta' : R$;
więc

$$\Delta' = R \frac{\text{wst}(l - L)}{\text{wst}(\lambda - l)} \quad (2) \text{ odległość skróconą planety od ziemi.}$$

Na fig. 9 Tablicy II niech P' wyraża miejsce planety lub komety na swojej własnej drodze, P iego miejsce przeniesione na ekliptykę przez piono-

wą $P'P$; S miejsce słońca, Z miejsce ziemi; będzie $SP' = r$, $SP = r'$; $ZP' = \Delta$; $ZP = \Delta'$; $P'SP = p$, $P'ZP = \gamma$; skąd mamy następujące równania:

$$r' = r \cos p; \quad \Delta' = \Delta \cos \gamma \quad (3)$$

$$\sin p = \frac{P'P}{r'}; \quad \sin \gamma = \frac{P'P}{\Delta'}:$$

a zatem

$$\frac{\sin p}{\sin \gamma} = \frac{\Delta'}{r'}, \quad \sin p = \frac{\Delta'}{r'} \sin \gamma, \quad \sin \gamma = \frac{r'}{\Delta'} \sin p \quad (4).$$

Zrównania (1), (2), (3), (4), rozwiązuja zadanie: iak mając miejsce planety lub komety do środka ziemi odniesione, czyli środo-ziemskie, zamienić ie na miejsce heliocentryczne czyli środo-słoneczne; równanie bowiem (1) daie długość środo-słoneczną; równanie (2) daie odległość skróconą planety od ziemi; równanie (3) uczy, iak z odległości skróconey wynaleśdź odległość prawdziwą, albo z prawdziwey skróconą; równanie (4) iak szerokość środo-ziemską zamienić na środo-słoneczną. Zgoła przez te równania, gdzie długość ziemi = długości słońca + 180°, uważa się iak znana; od położenia planety względem środka ziemi, przychodzimy do iego położenia względem środka słońca.

Przykład. Dnia 3 września roku 1818 n. s. *Saturn* miał długość środo-ziemską $\lambda = 11^{\circ} 15' 9'' 8,8$ szerokość środo-ziemską $\gamma = 2^{\circ} 12' 33'',6$ południową. Długość ziemi była $L = 11^{\circ} 10' 46'' 13''$. Odległość ziemi od słońca $R = 1,00796$, l. $R = 0,0034459$. Odległość skrócona Saturna od słońca $r' = 9,6636$, l. $r' = 0,9851402$. Jakież było iego położenie względem środka słońca? $\lambda - L = 4^{\circ} 22' 55'',8$

$$\begin{aligned}
 & \text{l. } R = 0,0034459 + \\
 & \text{l. wst}(\lambda - L) = 8,8831482 + \\
 & \text{c. l. } r' = 9,0148598 + \\
 & \text{l. wst}(\lambda - l) = 7,9014539 + \quad \lambda - l = 27' 24". \\
 & \lambda - (\lambda - l) = 11^s 14' 41'' 44'', 8 = l, \text{ d\kern-0.1em l\kern-0.1em ug. helioc. Saturna.} \\
 & \quad 11 \ 10 \ 46 \ 13 = L; \quad l - L = 3^{\circ} 55' 31'', 8.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{l. } R = 0,0034459 + \\
 & \text{l. wst}(l - L) = 8,8354387 + \\
 & \text{c. l. wst}(\lambda - l) = 2,0985461 + \\
 & \text{l. } \Delta' = 0,9374307 + \\
 & \Delta' = 8,66582 \text{ odleg\kern-0.1em łość skrócona sa-} \\
 & \text{turna od ziemi.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{l. } \Delta' = 0,9374307 + \\
 & \text{l. sty } \gamma = 8,5863537 - \\
 & \text{c. l. } r' = 9,0148598 + \\
 & \text{l. sty } p = 8,5386442 - \\
 & p = 1^{\circ} 58' 47'' \text{ szerokość heliocen-} \\
 & \text{tryczna po\kern-0.1em łu\kern-0.1em dniowa saturna.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{l. } r' = 0,9851402 + \\
 & \text{l. dost } p = 9,9997407 + \\
 & \text{l. } r = 0,9853995 + \\
 & r = 9,6694 \text{ odleg\kern-0.1em łość prawdziwa sa-} \\
 & \text{turna od s\kern-0.1em łońca.}
 \end{aligned}$$

*Zamiana miejsc s\kern-0.1em rodo-s\kern-0.1em ło\kern-0.1em n\kern-0.1em ecznych na
s\kern-0.1em rodo-ziemskie.*

fig. 10. § 33. Wystawmy sobie na fig 10. (Tablica II) w punkcie *Z* planetę lub kometę na własney iego drodze. Niech płaszczyzna tablicy wyraża płaszczyznę ekliptyki, na którą przenieśmy planetę przez linią *ZC* pionową na ekliptykę. Niech *S* wyraża miejsce s\kern-0.1em łońca: *T* miejsce ziemi. Pomyślmy sobie dwie jeszcze płaszczyzny przez s\kern-0.1em łońce przechodzące, i tam

się przecinające pionowo, i obie pionowe na ekliptykę: z których iedna przecina ekliptykę w linii SN , druga w linii SR . Równoległe do tych dwóch płaszczyzu poprowadźmy podobne im przez środek ziemi T . Położenie więc planety lub komety Z względem słońca, wyrazi się przez trzy współuszykowane pionowe ZC , CP , PS : względem zaś ziemi toż położenie opisze się przez trzy współuszykowane ZC , Cp , Tp : pierwsze, dadzą nam miejsce planety *środo-słoneczne*, czyli *heliocentryczne*; drugie *środo-ziemskie* czyli *geocentryczne*. Żeby zaś te współuszykowane wyrazić przez nazwiska zwyczajne astronomiczne; pomyślmy sobie ieszcze iedną płaszczyznę także na ekliptykę pionową przechodzącą przez słońce S , i przez punkta równo-nocne Υ : bo od iednego z tych punktów to iest Υ rachuią się ciał niebieskich długości: będzie więc linia $S\Upsilon$ początkiem długości *środo-słonecznych*. Aże odległość gwiazd stałych, do których rozciąga się ekliptyka, iest względem całego świata słonecznego niezmierna, i prawie nieskończona; więc podobna płaszczyzna przez środek ziemi równoległe do tamtej poprowadzona przejdzie także przez punkta równo-nocne Υ : i linia $T\Upsilon$ będzie początkiem długości *środo-ziemskich*. Długość więc *środo-słoneczna* płaszczyzny SN , iest kąt $\Upsilon SN = E$: takaż długość płaszczyzny $SR = 90^\circ + E$, długość *środo-słoneczna* planety C iest $CS\Upsilon = l$; szerokość *środo-słoneczna* C , iest $ZSC = p$; długość *środo-słoneczna* ziemi $TS\Upsilon = L$: długość *środo-ziemska* tegoż planety C , iest kąt $CT\Upsilon = \lambda$; szerokość *środo-ziemska* C iest $ZTC = \gamma$; $ST = R$, $SZ = r$; $CS = r'$ $TZ = \Delta$; $CT = \Delta'$ podług nazwisk w § 32 wprowadzonych. Oznaczmy teraz wartość współ-uszykowanych tak *środo-słonecznych* ZC , CP , PS ; iako *środo-ziemskich* ZC , Cp , pT : tudzież SQ , QT .

$$\begin{aligned} SP &= SC.\text{dost } CSN = r' \text{dost } (l - E); \\ PC &= SC.\text{wst } CSN = r' \text{wst } (l - E) \\ SQ &= ST.\text{dost } TSQ = R.\text{dost } (L - E); \\ TQ &= R.\text{wst } (L - E); \quad Tp = \Delta' \text{dost } (\lambda - E); \\ pC &= \Delta' \text{wst } (\lambda - E). \end{aligned}$$

Między położeniem srodo-słoneczném i srodo-ziem-
skiém mamy zrównania

$$Tp = SP - SQ, \quad pC = PC - QT;$$

to jest

$$\begin{aligned} \Delta' \text{dost}(\lambda - E) &= r' \text{dost}(l - E) - R \text{dost}(L - E) \\ \Delta' \text{wst}(\lambda - E) &= r' \text{wst}(l - E) - R \text{wst}(L - E) \end{aligned} \quad (N)$$

Z tych dwóch zrównań rozdzielonych przez siebie
wypada następujące :

$$\text{sty}(\lambda - E) = \frac{r' \text{wst}(l - E) - R \text{wst}(L - E)}{r' \text{dost}(l - E) - R \text{dost}(L - E)} \quad (q).$$

Ponieważ poprowadzenie płaszczyzny SN , a zatem
kąt E zależy od upodobania; połóżmy $E = \frac{1}{2}(l + L)$;
zrównanie (q) zamieni się na następujące :

$$\begin{aligned} \text{sty}[\lambda - \tfrac{1}{2}(l + L)] &= \frac{r' \text{wst} \tfrac{1}{2}(l - L) - R \text{wst} \tfrac{1}{2}(L - l)}{r' \text{dost} \tfrac{1}{2}(l - L) - R \text{dost} \tfrac{1}{2}(L - l)} \\ &= \frac{r' + R}{r' - R} \text{sty} \tfrac{1}{2}(l - L) \end{aligned} \quad (q) :$$

$$\begin{aligned} \text{gd}y\acute{z} \quad - \text{wst} \tfrac{1}{2}(L - l) &= + \text{wst} \tfrac{1}{2}(l - L); \\ - \text{dost} \tfrac{1}{2}(L - l) &= - \text{dost} \tfrac{1}{2}(l - L), \end{aligned}$$

Położmy teraz $\frac{R}{r'} = \text{sty } \psi$; ponieważ stycznaz $45^\circ = 1$;

$$\frac{r' + R}{r' - R} = \text{sty}(45^\circ + \psi) \quad \S 13. \text{ II.}$$

więc

$$\text{sty} [\lambda - \frac{1}{2}(l + L)] = \text{sty} \frac{1}{2}(l - L) \text{sty} (45^\circ + \psi) \quad (q'')$$

że zaś l , L , są ilości znane, a niewiadomą λ ; więc $\lambda - \frac{1}{2}(l + L) + \frac{1}{2}(l + L) = \lambda$ długość środoziemską. Ze zrównań jeszcze (N) wypada

$$\begin{aligned} \Delta' &= \frac{r' \text{dost} \frac{1}{2}(l - L) - R \cdot \text{dost} \frac{1}{2}(L - l)}{\text{dost} [\lambda - \frac{1}{2}(l + L)]} \\ &= \frac{(r' - R) \text{dost} \frac{1}{2}(l - L)}{\text{dost} [\lambda - \frac{1}{2}(l + L)]} \quad (h); \end{aligned}$$

albo

$$\begin{aligned} \Delta' &= \frac{r' \text{wst} \frac{1}{2}(l - L) - R \cdot \text{wst} \frac{1}{2}(L - l)}{\text{wst} [\lambda - \frac{1}{2}(l + L)]} \\ &= \frac{(r' + R) \text{wst} \frac{1}{2}(l - L)}{\text{wst} [\lambda - \frac{1}{2}(l + L)]}. \quad (h') \end{aligned}$$

Zrównanie (4) § 32 daie na szerokość środo-ziemską

$$\text{sty} \gamma = \frac{r'}{\Delta'} \text{sty} p \quad (i).$$

Ze znanej więc długości l , i szerokości p środo-słoneczney, zrównanie (q'') daie długość środo-ziemską λ : zrównanie (h) albo (h') odległość skróconą planety od ziemi: zrównanie (i), szerokość środo-ziemską γ : i zadanie iest zupełnie rozwiązane.

Przykład. Na dzień 3 września 1818 roku n.s. Tablice *Saturna* daią iego długość środo-słoneczną $l = 11^\circ 14' 41'' 44''$, 8; iego szerokość południową $p = 1^\circ 58' 47''$; iego odległość prawdziwą od słońca $r = 9,6694$. Tablice zaś słońca daią długość ziemi $L = 11^\circ 10' 46'' 12''$; odległość ziemi od słońca $R = 1,00796$, l. $R = 0,0034459$. Jakaż była naten-

czas środo-ziemską długość λ , szerokość γ Saturna, jego odległość skrócona od słońca r' , i od ziemi Δ' ?

$$\frac{1}{2}(l+L) = 11^{\text{s}} 12^{\circ} 43' 58'' 9, \quad \frac{1}{2}(l-L) = 1^{\circ} 57' 45'' 9$$

$$\begin{aligned} \text{l. } r &= 0,9853995 + & \text{l. } R &= 0,0034459 + \\ \text{l. dost } p &= 9,9997407 + & \text{l. } r' &= 0,9851402 + \\ \text{l. } r' &= 0,9851402 + & \text{l. sty } \psi &= 9,0183057 + \\ r' &= 9,6636 & \psi &= 5^{\circ} 57' 17''. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l. sty}(45^{\circ} + \psi) &= 0,0909292 + \\ \text{l. sty } \frac{1}{2}(l-L) &= 8,5349184 + \\ \text{l. sty } [\lambda - \frac{1}{2}(l+L)] &= 8,6258476 + \\ \lambda - \frac{1}{2}(l+L) &= 2^{\circ} 25' 10''. \end{aligned}$$

$$\lambda = 11^{\text{s}} 15^{\circ} 9' 8'',9; \quad R + r' = 10,67156.$$

$$\begin{aligned} \text{l. } (R + r') &= 1,0282279 + \\ \text{l. wst } \frac{1}{2}(l-L) &= 8,5346636 + \\ \text{c. l. wst } (2^{\circ} 25' 10'') &= 1,3745361 + \\ \text{l. } \Delta' &= 0,9374276 + \quad 8,6658 = \Delta'. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l. } r' &= 0,9851402 + \\ \text{l. sty } p &= 8,5386442 - \\ \text{c. l. } \Delta' &= 9,0625724 + \\ \text{l. sty } \gamma &= 8,5863568 - \end{aligned}$$

$$\gamma = 2^{\circ} 12' 33'',6 \text{ szerokość połudn.}$$

Sposób dopiero wyłożony zamieniania mieysc środo-ziemskich na środo-słoneczne, i na odwrót środo-słonecznych na środo-ziemskie, iest ze wszystkich w astronomii dotąd znanych, nayprostszy i naykrótszy. Z długości i szerokości środo-ziemskich, za pomocą zrównań dosyć prostych w § 28 podanych, łatwo iest wyrachować wznoszenie się proste i zboczenie planet. Wszelako *analisci* szukali zrównań pro-

wadzących prosto od miejsc środo-słonecznych do wznoszenia się prostego i zboczenia, nie przechodząc przez długość i szerokość środoziemską: iak to widzieć można *Conn: des tems l'an 1819* w zrównaniach podanych przez *Puissant* k. 235, *Delambra* k. 278. Ta atoli sztuka wyciąga rachunków dłuższych iak te, które się dopiero wyłożyły: i dla tego ią iako astronomii praktyczney nieprzydatną, opuściłem. Mamy wiele w astronomii przykładów, że analiza prowadzi częstokroć do rachunków długich i zawitych tam, gdzie rachunek trygonometryczny jest krótki i prosty.

Zrównania (N), z których wypadł terażniejszy rachunek, podał *Gauss. Theor. mot.* k. 58 bez żadnego dowodu; ten dowód wyciągnąłem tu ze sposobu powszechnie używanego w geometryi linii krzywych i w mechanice; wprowadzonego przez *Leonarda Eulera*, a szczęśliwie użytego od *Delagrange* w ważnem swoim piśmie o zaćmieniach podaném w Efemeridach Berlińskich na rok 1782 k. 17. Rozlegleysze ieszcze pożytki tego sposobu pokażą się zaraz.

IV. ODNOSZENIE CIAŁ NIEBIESKICH BLISKICH ZIEMI, DO IĘY ŚRODKA LUB POWIERZCHNI.

Parallaxa długości i szerokości.

§ 34. Te same zrównania (N) przystósowane do ciał niebieskich bliskich ziemi, iakie są księżyc i planety niższe, dadzą nam ich położenie *prawdziwe*, to iest widziane ze środka ziemi: i położenie *pozorne*, widziane z iakiegokolwiek punktu powierzchni ziemskiej. Niech na tey samey figurze 10. Tabl. II, *S* wyraża środek ziemi: *W* punkt iakikolwiek ięy powierzchni, który przez linią *WT* równoległą *ZC*