

II. POŁOŻENIE GWIAZD WZGLĘDEM RÓWNIKA I EKLIPTYKI.

*Wynalezienie długości i szerokości gwiazd, ze
zboczenia i wznoszenia się prostego.*

§ 27. Niech w trójkącie ABC (fig. 6 TaB. II) A wyraża biegun równika ΥDQ ; B biegun ekliptyki ΥLP ; C miejsce gwiazdy. Koło wielkie, którego bok BA jest łukiem, wiemy że jest kołem *wrębném przesień* (colurus solstitiorum) mającém za bieguny punkta równonocne, iakimi tu jest Υ , od którego rachują się długości gwiazd na ekliptyce, a ich wznoszenia się proste na równiku. ΥD jest wznoszeniem się prostém α gwiazdy C ; CD iey zboczeniem β ; ΥL jest ieyże gwiazdy długością λ ; CL iey szerokością γ . $\Upsilon P = \Upsilon Q = 90^\circ$. Kąt $B = LP = 90^\circ - \lambda$; kąt $BAC = 180^\circ - CAP$; $CAP = 90^\circ - \alpha$: więc kąt A trójkąta $BAC = 90^\circ + \alpha$. Kąt C nazywa się w astronomii *kątem położenia* (angulus positionis), BA czyli c jest pochyłością ekliptyki, którą zawsze nazywać będziemy ω , W trójkącie więc terazniejszym BAC , $e = \omega$, $a = 90^\circ - \gamma$, $b = 90^\circ - \beta$, kąt $A = 90^\circ + \alpha$; kąt $B = 90^\circ - \lambda$.

Znając pochyłość ekliptyki, wznoszenie się proste, i zboczenie gwiazdy; iakże wynaleśdź iey długość i szerokość? To zadanie w naszym trójkącie znaczy, że mając kąt A i boki go zawierające b , c ; trzeba wynaleśdź bok a i kąt B . Zrównanie (1) fundamentalne trygonometrii § 2 daie

$$\text{dost } a = \text{wst } b \cdot \text{wst } c \cdot \text{dost } A + \text{dost } b \cdot \text{dost } c :$$

wprowadźmy terazniejsze wartości boków i kątów; pamiętając, że gdy $A = 90^\circ + \alpha$: $\text{dost } A = -\text{wst } \alpha$,

$\text{wst } A = \text{dost } \alpha$ § 22 Algebry, a równanie ostatnie zamieni się na

$$\begin{aligned}\text{wst } \gamma &= -\text{dost } \beta \cdot \text{wst } \omega \cdot \text{wst } \alpha + \text{wst } \beta \cdot \text{dost } \omega \\ &= \text{wst } \beta (\text{dost } \omega - \text{wst } \omega \cdot \text{dosty } \beta \cdot \text{wst } \alpha).\end{aligned}$$

Położmy $\text{dosty } \beta \cdot \text{wst } \alpha = \text{sty } \varphi$

$$\text{wst } \gamma = \frac{\text{wst } \beta}{\text{dost } \varphi} (\text{dost } \omega \cdot \text{dost } \varphi - \text{wst } \omega \cdot \text{wst } \varphi) :$$

a przeto

$$\text{wst } \gamma = \frac{\text{wst } \beta}{\text{dost } \varphi} \text{dost } (\varphi + \omega) \text{ na szerokość gwiazdy.}$$

Z tychże samych boków b, c , i kąta A , chcąc wy-
naleźć kąt B , użyjemy równania trzeciego głowne-
go § 5: które iest

$$\text{dosty } b \cdot \text{wst } c = \text{dost } c \cdot \text{dost } A + \text{wst } A \cdot \text{dosty } B.$$

Włożmy w nie znaczenia terażniejsze boków i kątów,
a otrzymamy

$$\text{sty } \beta \cdot \text{wst } \omega = -\text{dost } \omega \cdot \text{wst } \alpha + \text{dost } \alpha \cdot \text{sty } \lambda ;$$

a zatem

$$\text{sty } \lambda = \frac{\text{sty } \beta \cdot \text{wst } \omega + \text{dost } \omega \cdot \text{wst } \alpha}{\text{dost } \alpha} = \text{sty } \alpha \left(\text{dost } \omega + \frac{\text{sty } \beta}{\text{wst } \alpha} \text{wst } \omega \right)$$

Położmy

$$\frac{\text{sty } \beta}{\text{wst } \alpha} = \frac{1}{\text{dosty } \beta \cdot \text{wst } \alpha} = \text{dosty } \varphi ,$$

a równanie zamieni się na

$$\text{sty } \lambda = \frac{\text{sty } \alpha}{\text{wst } \varphi} \text{wst } (\varphi + \omega) \text{ na długość gwiazdy.}$$

Przykład. *Arcturus* gwiazda północna ma w ro-
ku 1820 wznoszenie się proste $\alpha = 211^\circ 51' 45''$: zbo-
czenie północne $\beta = 20^\circ 7' 28''$. *Sirius* gwiazda po-
łudniowa ma wznoszenie się proste $\alpha = 99^\circ 18' 18''$:
zboczenie południowe — $\beta = 16^\circ 28' 33''$: iakaż ich

długość i szerokość? Pamiętajmy że zboczenie północne jest dodatnie, południowe odjemne: a zatem tego ostatniego wstawa i styczna odjemne, dostawa dodatnia. Żeby odciąganie logarytmu zamienić na dodawanie, częstokroć biorę jego dopełnienie arytmetyczne, które wyrażam literą c przed logarytmem położoną. W rachunkach astronomicznych osobliwie używając kątów posiłkowych można popełnić wielkie omyłki, biorąc kąt niewłaściwy pytaniu, i dla tego radzę ściśle się pilnować znaków \pm służących liniom trygonometrycznym; które wedle prawidła w § 12 podanego, ułatwiają wątpliwość, kiedy iey nie ułatwiają albo warunki zadania, albo inne z pewnością znane kąty i łuki do pytania wchodzące.

Rachunek na *Arktura*; $\alpha = 211^{\circ} 51' 45''$, $\beta = 20^{\circ} 7' 28''$,
 $\omega = 23^{\circ} 27' 54''$. Szukamy naprzód kąta φ :

$$l. \text{dosty } (20^{\circ} 7' 28'') = 0,4360068 +$$

$$l. \text{wst}(211^{\circ} 51' 45'') = 0,7225373 -$$

$$l. \text{sty } \varphi = 0,1585441 - \text{ w 4 kw.}$$

$$\varphi = 360^{\circ} - (55^{\circ} 14' 0'') = 304^{\circ} 46' 0''$$

$$\omega = 23 \quad 27 \quad 54''$$

$$\varphi + \omega = 328^{\circ} 13' 54''$$

$$l. \text{sty } (211^{\circ} 51' 45'') = 9,7935096 +$$

$$l. \text{wst } (\varphi + \omega) = 9,7213868 -$$

$$c. l. \text{wst } \varphi = 0,0854024 -$$

$$l. \text{sty } \lambda = 9,6002988 + \text{ w 3 kw.}$$

$$\lambda = 180^{\circ} + 21^{\circ} 43' 17'' = 6^{\text{h}} 21^{\circ} 43' 17'' \text{ długość } \textit{Arktura}.$$

$$l. \text{wst } (20^{\circ} 7' 28'') = 9,5366346 +$$

$$l. \text{dost } (\varphi + \omega) = 9,9295128 +$$

$$c. l. \text{dost } \varphi = 0,2439456 +$$

$$l. \text{wst } \gamma = 9,7100930 +$$

$$\text{Szerokość północna } \gamma = 30^{\circ} 51' 43''$$

Rachunek na *Siryusa*; $\alpha = 99^\circ 18' 18''$; $-\beta = 16^\circ 28' 33''$.

$$\text{l. dosty } (16^\circ 28' 23'') = 0,5290683 -$$

$$\text{l. wst } (99^\circ 18' 18'') = 9,9942475 +$$

$$\text{l. sty } \varphi = 0,5233158 - \text{ w 2 kw.}$$

$$\varphi = 180^\circ - (73^\circ 18' 59'') = 106^\circ 41' 1''$$

$$\omega = 23^\circ 27' 54''$$

$$\varphi + \omega = 130^\circ 8' 55''$$

$$\text{l. sty } \alpha = 0,7855645 -$$

$$\text{l. wst } (\varphi + \omega) = 9,8833061 +$$

$$\text{c. l. wst } \varphi = 0,0186777 +$$

$$\text{l. sty } \lambda = 0,6875483 - \text{ w 2 kwadr.}$$

$$\text{Długość } \textit{Siryusa } \lambda = 180^\circ - (78^\circ 23' 48'')$$

$$= 101^\circ 36' 12'' = 3^\circ 11^\circ 36' 12''.$$

$$\text{l. wst } (16^\circ 28' 33'') = 9,4527229 -$$

$$\text{l. dost } (\varphi + \omega) = 9,8094064 -$$

$$\text{c. l. dost } \varphi = 0,5419872 -$$

$$\text{l. wst } \gamma = 9,8041165 -$$

$$\text{Szerokość połudn. } \textit{Siryusa } \gamma = 39^\circ 33' 57''.$$

Wynalezienie wznoszenia się prostego i zboczenia, z długości i szerokości.

§ 28. Jak do zadania dopiero rozwiązanego prowadzą nas obserwacye; tak używanie tablic na biegi ciał niebieskich wiedzie do zadania na odwrót, to jest: znając długość i szerokość gwiazd, wynaleźć ich wznoszenie się proste i zboczenie? czyli położenie znane względem ekliptyki, zamienić na położenie względem równika. W tym samym trójkącie *ABC* (fig. 6) zachowując te same nazwiska boków i kątów, potrzeba nam z wiadomego kąta *B* i dwóch bo-

ków a, c , wynaleśdz kąt A i bok b . Zrównanie fundamentalne daie nam

$$\text{dost } b = \text{dost } B \cdot \text{wst } a \cdot \text{wst } c + \text{dost } a \cdot \text{dost } c:$$

aże

$$b = 90^\circ - \beta; \quad a = 90^\circ - \gamma; \quad c = \omega; \quad B = 90^\circ - \lambda;$$

te wartości zamieniają zrównanie ostatnie na

$$\begin{aligned} \text{wst } \beta &= \text{wst } \lambda \cdot \text{dost } \gamma \cdot \text{wst } \omega + \text{wst } \gamma \cdot \text{dost } \omega & (Z) \\ &= \text{wst } \gamma (\text{dost } \omega + \text{wst } \lambda \cdot \text{dost } \gamma \cdot \text{wst } \omega). \end{aligned}$$

Położmy

$$\text{wst } \lambda \cdot \text{dost } \gamma = \frac{\text{wst } \lambda}{\text{sty } \gamma} = \text{sty } \varphi',$$

a otrzymamy

$$\text{wst } \beta = \frac{\text{wst } \gamma}{\text{dost } \varphi'} \text{dost } (\varphi' - \omega) \text{ na zboczenie gwiazdy.}$$

Na znalezienie kąta A mamy zrównanie 3 główne § 5,

$$\text{dosty } a \cdot \text{wst } c = \text{dost } c \cdot \text{dost } B + \text{wst } B \cdot \text{dosty } A;$$

skąd

$$\text{dosty } A = \frac{\text{dosty } a \cdot \text{wst } c - \text{dost } c \cdot \text{dost } B}{\text{wst } B}$$

aże

$$\begin{aligned} A &= 90^\circ + \alpha, \quad \text{dosty } A = -\text{sty } \alpha, \quad a = 90^\circ - \gamma, \quad c = \omega; \\ B &= 90^\circ - \lambda; \text{ więc} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{sty } \alpha &= \frac{-\text{sty } \gamma \cdot \text{wst } \omega + \text{wst } \lambda \cdot \text{dost } \omega}{\text{dost } \lambda} \\ &= \text{sty } \lambda \left(\text{dost } \omega - \frac{\text{sty } \gamma}{\text{wst } \lambda} \text{wst } \omega \right) & (D); \end{aligned}$$

$$\text{Położmy za } \frac{\text{sty } \gamma}{\text{wst } \lambda} = \text{dosty } \varphi',$$

$$\text{a co na iedno wychodzi } \text{sty } \varphi' = \frac{\text{wst } \lambda}{\text{sty } \gamma}:$$

będzie

$$\text{sty } \alpha = \frac{\text{sty } \lambda}{\text{wst } \varphi} \text{ wst}(\varphi' - \omega) \text{ na wznosz. się proste gw.}$$

Na słońce, kiedy $\gamma = 0$, mamy

$$\text{wst } \beta = \text{wst } \lambda : \text{wst } \omega$$

$$\text{sty } \alpha = \text{sty } \lambda : \text{dost } \omega.$$

Przykład. Mając na r. 1820 gwiazdy *Arktura* długość $6^{\circ} 21' 43'' = \lambda$: szerokość północną $30^{\circ} 51' 43'' = \gamma$, pochyłość ekliptyki $23^{\circ} 27' 54'' = \omega$: gwiazdy znowu *Siryusa* długość $3^{\circ} 11' 36'' = \lambda$: szerokość południową $39^{\circ} 33' 57'' = \gamma$: iakież ich zboczenie i wzniesienie się proste?

Rachunek na *Arktura*, naprzód kąta φ' : potem β, α ,

$$\text{l. wst } \lambda = 9,5683116 -$$

$$\text{l. sty } \gamma = 9,7764003 +$$

$$\text{l. sty } \varphi' = 9,7919113 - \text{ w 4 kw.}$$

$$\varphi' = 360^{\circ} - (31^{\circ} 46' 13'')$$

$$\varphi' - \omega = 304^{\circ} 45' 53''.$$

$$\text{l. wst } \gamma = 9,7100930 +$$

$$\text{l. dost}(\varphi' - \omega) = 9,7560332 +$$

$$\text{c. l. dost } \varphi' = 0,0704963 +$$

$$\text{l. wst } \beta = 9,5366225 -$$

$$\text{Zbocz. północ. } \beta = 20^{\circ} 7' 26''$$

$$\text{l. sty } \lambda = 9,6002984 +$$

$$\text{l. wst}(\varphi' - \omega) = 9,9146078 -$$

$$\text{c. l. wst } \varphi' = 0,2785894 -$$

$$\text{l. sty } \alpha = 9,7934956 + \text{ w 3 kw.}$$

$$\alpha = 6^{\circ} 31' 51'' 50''$$

Rachunek na *Siryusa* $\lambda = 101^{\circ} 36' 12''$ $\gamma = - (39^{\circ} 33' 57'')$:

$$\text{l. wst } \lambda = 9,9910327 +$$

$$\text{l. sty } \gamma = 9,9171209 -$$

$$\text{l. sty } \varphi' = 0,0739118 - \text{ w 2 kw.}$$

$$\varphi' = 180^{\circ} - (49^{\circ} 51' 7'') = 130^{\circ} 8' 53'';$$

$$\varphi' - \omega = 106^{\circ} 40' 59''.$$

$$\text{l. wst } \gamma = 9,8041151 -$$

$$\text{l. dost}(\varphi' - \omega) = 9,4579988 -$$

$$\text{c. l. dost } \varphi' = 0,1905986 -$$

$$\text{l. wst } \beta = 9,4527125 -$$

$$\text{Zb. połud. } \beta = - (16^{\circ} 28' 32'')$$

$$\begin{aligned}
 1. \text{ sty } \lambda &= 0,6875451 - \\
 1. \text{ wst } (\varphi' - \omega) &= 9,9813233 + \\
 \text{c.l. wst } \varphi' &= 0,1166902 + \\
 1. \text{ sty } \alpha &= 0,7855586 - \quad \text{w 2 kw.} \\
 \alpha &= 180^\circ - (80^\circ 41' 41'',5) \\
 &= 99^\circ 18' 18'',5. \quad \text{Wzn. pr. gw.}
 \end{aligned}$$

Odmiana roczna w położeniu gwiazd.

§ 29. Cofanie się wsteczne punktów równonocnych wynoszące na rok $50'',1$ powiększa o tyleż corocznie długość gwiazd, nie naruszając ich szerokości. Za odmianą długości, idzie odmiana wznoszenia się prostego, i zboczenia gwiazdy, którą potrzeba wynaleźć, żeby z położenia gwiazdy na pewny iaki rok, znaleźć iéy położenie na rok inny, i nawet na iakikolwiek dzień roku. Na ten koniec weźmy § 25, zrównanie (Z).

$$\text{wst } \beta = \text{wst } \lambda. \text{dost } \gamma. \text{wst } \omega + \text{wst } \gamma. \text{dost } \omega.$$

Różnicujemy ie uważając γ, ω , za stateczne; β, λ , za ilości odmienne:

$$d\beta. \text{dost } \beta = d\lambda. \text{dost } \lambda. \text{dost } \gamma. \text{wst } \omega,$$

$$d\beta = d\lambda \frac{\text{dost } \lambda. \text{dost } \gamma. \text{wst } \omega}{\text{dost } \beta};$$

aże w trójkącie ABC pierwsze zrównanie główne § 3 daie

$$\frac{\text{wst } A}{\text{wst } a} = \frac{\text{wst } B}{\text{wst } b}, \quad \text{to iest } \frac{\text{dost } \alpha}{\text{dost } \gamma} = \frac{\text{dost } \lambda}{\text{dost } \beta};$$

więc

$$d\beta = d\lambda. \text{dost } \alpha. \text{wst } \omega \quad (k) \text{ na odmianę zboczenia.}$$

ze zrównania przedostatniego wypada $\text{dost } \alpha \cdot \text{dost } \beta - \text{dost } \lambda \cdot \text{dost } \gamma = 0$ zrównanie ważne, dosyć częstego w analizie astronomicznej użycia.

Weźmy teraz z § poprzedzającego zrównanie (D)

$$\text{sty } \alpha \cdot \text{dost } \lambda = - \text{sty } \gamma \cdot \text{wst } \omega + \text{wst } \lambda \cdot \text{dost } \omega :$$

roźnicujemy je co do α, λ ,

$$\frac{d \alpha \cdot \text{dost } \lambda}{\text{dost}^2 \alpha} - d \lambda \cdot \text{sty } \alpha \cdot \text{wst } \lambda = d \lambda \cdot \text{dost } \lambda \cdot \text{dost } \omega,$$

$$d \alpha = d \lambda (\text{dost } \omega - \text{dost } \omega \cdot \text{wst}^2 \alpha + \text{sty } \lambda \cdot \text{wst } \alpha \cdot \text{dost } \alpha).$$

Aże w trójkącie ABC zrównanie 3 główne § 5 daie

$$\text{dosty } b \cdot \text{wst } c = \text{dost } c \cdot \text{dost } A + \text{wst } A \cdot \text{dosty } B;$$

to iest włożywszy za boki i kąty tu im właściwe znaczenia

$$\text{sty } \beta \cdot \text{wst } \omega = - \text{dost } \omega \cdot \text{wst } \alpha + \text{dost } \alpha \cdot \text{sty } \lambda,$$

co wprowadziwszy w zrównanie na $d \alpha$; otrzymamy

$$d \alpha = d \lambda (\text{dost } \omega + \text{wst } \omega \cdot \text{wst } \alpha \cdot \text{wst } \alpha \cdot \text{sty } \beta) \quad (k') \text{ na od-}$$

mianę wznoszenia się prostego.

Wszystko teraz zależy na oznaczeniu $d \lambda$, czyli na wartości odmiany, którą ponoszą gwiazdy w długości przez cofanie się punktów równonocnych: a którąto wartość wyciąga się z porównania obserwacyi naydawniejszych z teraźniejszemi w astronomii sferycznej; w fizycznej zaś z wypadków rachunkowych nayzawilszego zadania, które naypierwszy rozwiązał *Dal-
Lambert*. Kładąc tę wartość za $d \lambda$ w zrównania (k), (k') otrzymamy odmianę roczną wznoszenia się prostego i zboczenia. Ważna korzyść tych zrównań zawiera się w tém; że w nie nie wchodzi ani długość

ani szerokość potrzebną rachunku; ale tylko α , β , które się przez obserwacje wynajdują. Ponieważ zrównanie (k) zależy od $\text{dost}\alpha$; odmiany roczne zboczenia są dodatne dla wszystkich gwiazd północnych leżących co do wznoszenia się prostego w pierwszej i czwartej ćwiartce koła: są zaś te odmiany odjemne dla gwiazd północnych leżących w drugiej i trzeciej ćwiartce koła. Przeciwnie gwiazdy południowe, gdzie β jest odjemne, mają odmianę zboczenia w pierwszej i czwartej ćwiartce koła odjemną; w drugiej i trzeciej dodatną: co nam tłumaczy przemianę znaków, jaką widzimy przy odmianie rocznej zboczenia w katalogach gwiazd.

Pierwszy termin odmiany na wznoszenie się proste $\text{dł.dost}\omega$, jest wszystkim gwiazdom spólny: drugi więc tylko termin należy rachować na każdą gwiazdę. Uważaliśmy w tym rachunku pochyłość ekliptyki ω jako stateczną, kiedy ta podlega także małej odmianie wynoszącej $50''$ na sto czterdzieści lat: a zatem na rok $-0'',357$ czyli $36''$ na lat sto: co jest skutkiem działania planet na sferoidę ziemską. Żeby i tę odmianę w rachunek wprowadzić $-0'',357\text{wst}\omega = -0'',142$: ta ilość odciąga się od pierwszego terminu $\text{dł.dost}\omega$: z resztą wykonywa się rachunek w zrównaniach skazany. Drugi termin odmiany na wznoszenie się proste, ponieważ zawisł od $\text{wst}\alpha$, i sty β ; więc dla gwiazd północnych tych, które leżą w pierwszej i drugiej ćwiartce koła na α , będzie dodatny; dla leżących zaś w trzeciej i czwartej ćwiartce α , będzie odjemny. Przeciwnie dla gwiazd południowych będzie ten termin odjemny w pierwszej i drugiej; dodatny w trzeciej i czwartej ćwiartce koła na α . Te zrównania (k) , (k') są wielkiego użycia tak w układaniu katalogu gwiazd, iako i w innych przypadkach: gdy z odmiany

iednego położenia, dochodzić chcemy odmiany drugiego. Obiśni się to przykładem na gwiazdach *arcturus* i *sirius*.

Rachunek na *Arktura* $\alpha = 211^{\circ}51'45''$; $+\beta = 20^{\circ}7'28''$;
 $d\lambda = 50'',1$;

l. $d\lambda = 1,6998377 +$	l. $d\lambda = 1,6998377 +$
l. $d\sigma\alpha = 9,9290700 -$	l. $w\sigma\alpha = 9,7225373 -$
l. $w\sigma\omega = 9,6000890 +$	l. $w\sigma\omega = 9,6000890 +$
l. $d\beta = 1,2289967 - 17''$	l. $\sigma\beta = 9,5639932 +$
	<u>0,5864572 - 3'',858</u>

$$\begin{array}{r}
 \text{l. } d\lambda = 1,6998377 + \\
 \text{l. } d\sigma\omega = 9,9625130 + \\
 \text{l. } d\lambda.d\sigma\omega = 1,6623507; \quad 45'',957 \\
 \qquad \qquad \qquad - \quad 0'',142 \\
 \text{na wszystkie gwiazdy} + 45'',815 \\
 \qquad \qquad \qquad - \quad 3'',858 \\
 \qquad \qquad \qquad \underline{d\alpha = 41'',957}
 \end{array}$$

Odmiana roczna *Arktura* $d\beta = -17''$, na zboczenie;
 $d\alpha = 42''$, na wznoszenie się proste.

Rachunek na *Syriusa* $\alpha = 99^{\circ}18'18''$; $\beta = -(16^{\circ}28'33'')$;
 $d\lambda = 50'',1$; $d\lambda.d\sigma\omega = 45'',815$.

l. $d\lambda = 1,6998377 +$	l. $d\lambda = 1,6998377 +$
l. $d\sigma\alpha = 9,2086830 -$	l. $w\sigma\alpha = 9,9942475 +$
l. $w\sigma\omega = 9,6000890 +$	l. $w\sigma\omega = 9,6000890 +$
l. $d\beta = 0,5085097 -$	l. $\sigma\beta = 9,4709315 -$
$-d\beta = +3'',225$ na odm. zb.	<u>0,7651057 - 5'',822</u>

$$\begin{array}{r}
 45'',815 \\
 - 5'',822 \\
 \hline
 39'',993
 \end{array}$$

$d\alpha = 40''$, na odmianę wznoszenia się prostego.

Kąt położenia i jego odmiana.

§ 30. Kąt położenia C w trójkącie ABC (fig. 6) pokazuje miejsce gwiazdy względem równika i ekliptyki razem: możemy go wyciągnąć ze zrównania fundamentalnego

$$\text{dost } C = \frac{\text{dost } c - \text{dost } a \cdot \text{dost } b}{\text{wst } a \cdot \text{wst } b} = \frac{\text{dost } \omega - \text{wst } \gamma \cdot \text{wst } \beta}{\text{dost } \gamma \cdot \text{dost } \beta};$$

albo możemy go jeszcze wyciągnąć z pierwszego zrównania głównego (2) § 3; gdzie mamy

$$\frac{\text{wst } C}{\text{wst } c} = \frac{\text{wst } A}{\text{wst } a} = \frac{\text{wst } B}{\text{wst } b}$$

to iest,

$$\text{wst } C = \frac{\text{wst } \omega \cdot \text{dost } \alpha}{\text{dost } \gamma} = \frac{\text{wst } \omega \cdot \text{dost } \lambda}{\text{dost } \beta} \quad \text{na kąt położenia.}$$

Wynalezienie odmiany tego kąta, w którąby nie wchodziła ani długość, ani szerokość; dosyć iest zawia. Wyciągnąłem ją atoli z tego, co się już dowiodło, dosyć sposobem prostym. Różnicujemy zrównanie

$$\text{wst } C = \frac{\text{wst } \omega \cdot \text{dost } \alpha}{\text{dost } \gamma}, \text{ uważając } \gamma \text{ iako stałeczne;}$$

$$dC \cdot \text{dost } C = - \frac{\text{wst } \omega \cdot \text{wst } \alpha}{\text{dost } \gamma} d\alpha; \quad dC = - \frac{\text{wst } \omega \cdot \text{wst } \alpha \cdot d\alpha}{\text{dost } C \cdot \text{dost } \gamma};$$

$$\text{dost } C \cdot \text{dost } \gamma = \frac{\text{dost } \omega - \text{wst } \gamma \cdot \text{wst } \beta}{\text{dost } \beta},$$

Wprowadźmy z § 24 za $\text{wst } \gamma = \text{dost } \omega \cdot \text{wst } \beta - \text{wst } \omega \cdot \text{wst } \alpha \cdot \text{dost } \beta$; z § zaś 26 ze zrównania (k') za $d\alpha = d\lambda (\text{dost } \omega + \text{wst } \omega \cdot \text{wst } \alpha \cdot \text{sty } \beta)$: a otrzymamy

$$dC = - \frac{\text{wst } \omega \cdot \text{wst } \alpha}{\text{dost } \beta} d\lambda \quad \text{na odmianę kąta położenia.}$$

$$\begin{aligned} \text{l. d } \lambda &= 1,6998377 + \\ \text{l. wst } \omega &= 9,6000890 + \\ \text{l. mnożn. spólnego} &= 1,2999267 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Na } \textit{Arktura} \text{ l. d } \lambda \text{ wst } \omega &= 1,2999267 + \\ \text{l. wst } \alpha &= 9,7225373 - \\ \text{c. l. dost } \beta &= 0,0273587 + \\ \text{l. d } c &= 1,0498227 - \quad 11'',215 \\ \text{d } c &= + 11'',215, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Na } \textit{Syriusa} \text{ l. d } \lambda \text{ wst } \omega &= 1,2999267 + \\ \text{l. wst } \alpha &= 9,9942475 + \\ \text{c. l. dost } \beta &= 0,0182088 + \\ \text{l. d } C &= 1,3123830 + \quad 20'',53 \\ \text{d } c &= - 20'',53, \end{aligned}$$

Położenie zenith względem równika i ekliptyki.

§ 31. Zenith i biegun świata nigdy nie schodzą z południka iakiegokolwiek miejsca ziemi: ale biegun ekliptyki będąc punktem równoleżnika biegunowego, tak schodzi z południka i przezeń się przesuwają, iak punkta innych równoleżników biegiem dziennym opisywanych. Kiedy biegun ekliptyki znidzie z południka, znajdując się na stronie jego wschodniej, ekliptyka leżąc ukośnie do równika i poziomemu, jedną stroną spada pod równik na stronę południową; drugą zaś stroną wznosi się nad niego łukiem północnym: południk więc w tym przypadku przecinając leżącą nad poziomem ekliptykę, nie dzieli iey na dwie części równe; i punkt ekliptyki przechodzący przez południk, nie jest środkiem między iey punktem wschodzącym i zachodzącym. Inaczej się rzecz ma z równikiem: ponieważ jego biegun zawsze leży na południku; więc ten przecina pionowo równik, i wszystkie koła dzienne gwiazd, dzieląc ie na dwie

części równe: to jest, łuk wschodni, zupełnie jest równy łukowi zachodniemu, i gwiazda przechodząc przez południk, jest w środku nieba między swoim wschodem i zachodem. I dla tego punkt górujący równika nazwali dawni *wznoszeniem się prostém środka nieba* (ascensio recta medii coeli): iestto punkt równika będący razem na południku z punktem wierzchołkowym czyli z zenith mieysca: iestto ieszcze kąt godzinny punktu równonocnego, od którego się rachuią długości i wznoszenia się proste: iest iak wznoszenie się proste zenith: ale że zenith ani się podnosi ani spada, dla tego tego ostatniego nazwiska nie przyięto: iestto ieszcze położenie punktu równonocnego względem zenith: zgoła iestto *czas gwiazdowy* (tempus sidereum) zamieniony na łuk równika. Potrzeba wiedzieć wszystkie te nazwiska, które nadane bydź mogą wznoszeniu się prostemu środka nieba. Nazywać ie zawsze będziemy *M*: i astronomiia uczy; że

$M = \text{wzn. pr. słońca} + \text{czas prawd. zamieniony na łuk.}$

Że zaś astronomowie dzień zaczynaią od południa; więc czas prawdziwy po południu iestto kąt godzinny słońca: zrana zaś czyli przed południem, kąt godzinny słońca iestto dopełnienie czasu prawdziwego do 24 godzin: przeto nazwawszy *P* kąt godzinny słońca, i przezeń wyrażaiąc *M*, mamy

$M = \text{wzn. pr. słońca} + P \text{ na czas popołudniowy}$

$M = \text{wzn. pr. słońca} - P \text{ na czas ranny:}$

Znaki zodyakalne idą od zachodu ku wschodowi; i w tym kierunku rachuią się wznoszenia się proste słońca i gwiazd. Kiedy *M* wyrażamy przez wzn. pros. słońca, rozumieć się powinno wznoszenie się

proste na czas rachunku; to jest odpowiadające czasowi prawdziwemu.

Zboczenie *zenith* czyli jego odległość od równika, jest to samo, co szerokość miejsca; a zatem szerokość miejsca *H*, i wznoszenie się proste środka nieba *M* na każdy moment czasu, wyrażają położenie *zenith* względem równika.

Ze zaś powiedzieliśmy wyżej, że kiedy biegun ekliptyki znidzie z południka; punkt iey górujący nie jest środkiem między punktem wschodzącym i zachodzącym ekliptyki; przeto trzeba było ten punkt środkowy na każdy moment czasu wytknąć i oznaczyć. Co się dokazuje przez łuk koła wielkiego prowadzony przez biegun ekliptyki i przez zenit, a zatem pionowy na ekliptykę i na poziom. Jest to koło szerokości i wysokości razem; i punkt ekliptyki w którym ją to koło przecina, nazwano *Nonagesimus* to jest punkt *dziewiędziesiąty*, bo jest o 90° odległy od punktu wschodzącego i zachodzącego ekliptyki; a zatem punktem iey środkowym nad poziomem. Jest to iak widzimy położenie *zenith* względem ekliptyki wyrazić się mogące przez długość i szerokość. Wyznaczenie tego punktu na każdy moment dany, jest wielkiego w astronomii użycia, osobliwie w rachunku *parallax*, i *zaćmień*. Nazywać odtąd zawsze będziemy długość *Nonagesimi* czyli *zenith* przez *N*; szerokość *Nonagesimi* czyli *zenith* przez *s*; wysokość iego *k*.

Na fig. 7. Tab. II. *PMBC* niech wyraża południka; *B* *zenith*; *C* biegun świata; *A* biegun ekliptyki. *PORQ* jest poziomem; *V* punktem równonocnym; *VMTR* równikiem; *VNSQ* ekliptyką. *VM* jest wznoszeniem się prostym środka nieba $= M$; *r* jest

punkt ekliptyki górujący czyli przechodzący przez południk: N jest *Nonagesimus*; bo $NQ = 90^\circ$. Wiemy z wiadomości sfery, że $ABN = 90^\circ$, $BNO = 90^\circ$ więc $AB = NO$; $BAL = 90^\circ$, $ABN = 90^\circ$, więc $BN = AL$ podniesieniem bieguna ekliptyki nad poziom: $POR = 90^\circ$, $ORQ = 90^\circ$, więc $PO = RQ$. Punkt Q jest biegunem koła $ABNO$, i szerokości i wysokości razem: kąt NQO albo łuk NO nazywają *angulus orientis*, to jest kątem wschodzącej ekliptyki. VN jest *długością zenith* czyli *nonagesimi* $= N$, BN szerokością *zenith* $= S$.

W trójkącie ABC bok b jest pochyłością ekliptyki $= \omega$; bok $a = 90^\circ - H$; bok $c = 90^\circ - S$; kąt $A = NS = 90^\circ - VN = 90^\circ - N$; kąt $B = PO = RQ$; kąt $ACB = 180^\circ - BCS = 180^\circ - MT = 90^\circ + M$. Zrównanie 3cie. główne daje:

$$\text{dosty } a. \text{wst } b = \text{dost } b. \text{dost } C + \text{wst } C. \text{dosty } A;$$

to jest w znaczeniu teraźniejszym boków i kątów

$$\text{sty } H. \text{wst } \omega = - \text{dost } \omega. \text{wst } M + \text{dost } M. \text{sty } N;$$

a przeto

$$\text{sty } N = \frac{\text{sty } H. \text{wst } \omega}{\text{dost } M} + \text{dost } \omega. \text{sty } M. \quad (\text{m}) \quad \text{na długość } \textit{Nonagesimi}.$$

A położywszy

$$\frac{\text{sty } H}{\text{wst } M} = \text{dosty } \varphi, \quad \text{albo} \quad \text{sty } \varphi = \frac{\text{wst } M}{\text{sty } H};$$

zrównanie to zamieni się na

$$\text{sty } N = \frac{\text{sty } M}{\text{wst } \varphi} \text{wst } (\varphi + \omega).$$

Są przypadki, w których bezpieczniej jest użyć zróż-

wnania (m), osobliwie gdzie jest wątpliwość, do której ćwiartki koła należy kąt posilkowy φ ? gdyż wzięty niewłaściwie, może poprowadzić do mylnych wypadków.

Znając M , N , można przez pierwsze zrównanie główne wynaleźć s , to jest szerokość zenith czyli *Nonagesimi*.

$$\text{wst } A : \text{wst } a = \text{wst } C : \text{wst } c; \quad \text{wst } c = \text{dost } s,$$

$$\text{dost } s = \frac{\text{dost } M \cdot \text{dost } H}{\text{dost } N} \quad (n) \quad \text{na szerokość zenith albo } \textit{Nonagesimi}.$$

Można jeszcze tę szerokość zenith wyciągnąć ze zrównania fundamentalnego

$$\text{dost } c = \text{dost } C \cdot \text{wst } a \cdot \text{wst } b + \text{dost } a \cdot \text{dost } b;$$

to jest

$$\text{wst } s = -\text{wst } M \cdot \text{dost } H \cdot \text{wst } \omega + \text{wst } H \cdot \text{dost } \omega \quad (n').$$

Ponieważ szerokość zenith jest dopełnieniem NO , to jest wysokości zenith; a zatem i kąta Q wschodzącej ekliptyki, nazwawszy tę wysokość k , będzie $k = 90^\circ - s$, $\text{wst } s = \text{dost } k$; a $\text{dost } s = \text{wst } k$. Szerokość jeszcze s jest równa AL wysokości bieguna ekliptyki.

$$\text{wst } c : \text{wst } C = \text{wst } b : \text{wst } B,$$

$$\text{wst } B = \text{wst } RQ = \frac{\text{wst } \omega \cdot \text{dost } M}{\text{dost } s} \quad (o) \quad \text{na obszer-}$$

ność punktu wschodzącego ekliptyki.

Możemy jeszcze to samo wynaleźć przez trzecie zrównanie główne

$$\text{dost } y \cdot \text{wst } a = \text{dost } a \cdot \text{dost } C + \text{wst } C \cdot \text{dost } y \cdot B;$$

a zatem

$$\begin{aligned} \text{dosty } B &= \frac{\text{dosty } \omega \cdot \text{dost } H}{\text{dost } M} + \text{wst } H \cdot \text{sty } M \\ &= \text{sty } M (\text{wst } H + \frac{\text{dosty } \omega}{\text{wst } M} \text{dost } H): \end{aligned}$$

a położywszy

$$\frac{\text{dosty } \omega}{\text{wst } M} = \text{sty } \varphi',$$

otrzymamy

$$\text{dosty } B = \frac{\text{sty } M}{\text{dost } \varphi'} \text{wst } (\varphi' + H) \quad (o').$$

Jedno zrównanie służyć może do sprawdzenia wypadków drugiego.

Punkt r jest punktem górującym ekliptyki czyli przechodzącym przez południk: Vr jego długość; Mr jego zboczenie, kąt VrM jest kąt ekliptyki z południkiem używany w rachunku zaćmień; kąt $V = \omega$ pochyłość ekliptyki. W trójkącie VrM prostokątnym przy M , mamy ze zrównań na trójkąt prostokątny § 9

- (e) $\text{sty } Vr = \frac{\text{sty } M}{\text{dost } \omega}$ na dług. punktu górując. ekliptyki;
- (d) $\text{dost } VrM = \text{dost } M \cdot \text{wst } \omega$: na kąt ekliptyki z połud.
- (f) $\text{sty } Mr = \text{sty } \omega \cdot \text{wst } M$: na zbo. punktu gór. ekliptyki.

Pr jest wysokość punktu górującego ekliptyki $= 90^\circ - H + Mr$.

Przykład. Dnia 7 września roku 1820 n.s. o godzinie 2 29' 23" czasu prawdziwego w Wilnie, na początek zaćmienia słońca, wynaleśdź M , N , s , i wszystkie łuki i kąty dopiero wyłożone, mając wzgląd na prawdziwą figurę ziemi $= \frac{1}{310}$ albo $\frac{1}{330}$;

biorąc tę ostatnią, będzie szerokość Wilna poprawna
 $= 54^{\circ} 31' 10''$, $\omega = 23^{\circ} 27' 55'',7$.

W Wilnie wznoszenie się proste słońca czyli

$$\begin{aligned} \alpha &= 165^{\circ} 57' 39'',69 \\ 2^{\text{g}} 29' 23'' \text{ w łuku} &= \frac{37 \quad 20 \quad 45}{M = 203^{\circ} 18' 24'',69} \\ &= 180^{\circ} + 23^{\circ} 18' 24'',69. \end{aligned}$$

Bez kąta posilkowego N.

$$\begin{aligned} \text{l. sty } H &= 0,1470438 + \\ \text{l. wst } \omega &= 9,6000972 + \\ \text{c. l. dost } M &= 0,0369686 - \\ \text{l. (1)} \quad &\frac{9,7841096 -}{-0,608288 \text{ (1)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l. dost } \omega &= 9,9625115 + \\ \text{l. sty } M &= 9,6342857 + \\ \text{l. (2)} \quad &\frac{9,5967972 +}{0,395184 \text{ (2)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) + (2) &= -0,213104 = \text{sty } N \\ N &= 167^{\circ} 58' 12'' \text{ długość zenith} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l. dost } M &= 9,9630314 - \\ \text{l. dost } H &= 9,7637473 + \\ \text{c. l. dost } N &= 0,0096440 - \\ \text{l. dost } s &= 9,7364227 + \end{aligned}$$

$$s = 56^{\circ} 58' 23'' \text{ szerokość zenith.}$$

$$90^{\circ} - s = 33^{\circ} 1' 37'' \text{ wysokość zenith i kąt wschodzącej ekliptyki}$$

N. z kątem posilkowym.

$$\begin{aligned} \text{l. wst } M &= 9,5973171 - \\ \text{l. sty } H &= 0,1470438 + \\ \text{l. sty } \varphi &= 9,4502733 - \text{ w 4 k.} \\ \varphi &= 360^{\circ} - (15^{\circ} 44' 57'',4) \\ &= 344^{\circ} 15' 2'',6 \\ \omega &= \frac{23^{\circ} 27' 55'',7}{\varphi + \omega = 7^{\circ} 42' 58'',3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l. sty } M &= 9,6342857 + \\ \text{l. wst } (\varphi + \omega) &= 9,1279670 + \\ \text{c. l. wst } \varphi &= 0,5663448 - \\ \text{l. sty } N &= 9,3285975 - \\ N &= 180^{\circ} - (12^{\circ} 1' 48). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l. dost } M &= 9,9630314 - \\ \text{l. wst } \omega &= 9,6000972 + \\ \text{c. l. dost } s &= 0,2635773 + \\ \text{l. wst } B &= 9,8267059 - \\ B &= -(42^{\circ} 8' 32'') \\ &= \text{obszer. zachod. ekl.} \end{aligned}$$

B ze zrównania (o')

$$1. \text{ dosty } \omega = 0,3624143 +$$

$$1. \text{ wst } M = 9,5973171 -$$

$$1. \text{ sty } \varphi = 0,7650972 - \text{ w 2 k.}$$

$$\varphi' = 180^\circ - (80^\circ 15' 15'',8)$$

$$= 99^\circ 44' 44'',2$$

$$H = 54 \quad 31 \quad 10$$

$$\varphi' + H = 154^\circ 15' 54'',2.$$

$$1. \text{ sty } M = 9,6342857 +$$

$$1. \text{ wst}(\varphi' + H) = 9,6376984 +$$

$$c. 1. \text{ dost } \varphi' = 0,7714097 -$$

$$1. \text{ dosty } B = 0,0433937 -$$

$$B = -(42^\circ 8' 32'')$$

$$1. \text{ sty } M = 9,6342857 +$$

$$1. \text{ dost } \omega = 9,9625115 +$$

$$1. \text{ sty } Vr = 9,6717742 +$$

$$Vr = 180^\circ + 25^\circ 9' 25'',5 \text{ bo } M \text{ w 3 kw.}$$

długość punktu ekliptyki będącego na południku.

$$1. \text{ sty } \omega = 9,6375857 +$$

$$1. \text{ wst } M = 9,5973171 -$$

$$1. \text{ sty } Mr = 9,2349028 -$$

$Mr = -(9^\circ 44' 44'')$ tegoż punktu *zbo-*
czenie południowe.

$$1. \text{ dost } M = 9,9630314 -$$

$$1. \text{ wst } \omega = 9,6000972 +$$

$$1. \text{ dost } Vr M = 9,5631286 -$$

$Vr M = 180^\circ - (68^\circ 32' 57'')$ *kąt eklipty-*
ki z południkiem ku stronie południowej od zachodu:
a zatem ku stronie północnej $68^\circ 32' 57''$

Pr wysokość punktu ekliptyki przechodzącego przez
południk $= 90^\circ - H + Mr.$