

ROZDZIAŁ TRZECI.

PRZYSTOSOWANIE TRYGONOMETRYI DO ZADAŃ ASTRONOMICZNYCH.

Ogólny widok rachunków astronomicznych.

§ 21. *P*oziom, Południk, Równik i Ekliptyka: są cztery płaszczyzny kół wielkich na kuli niebieskiej, których szukamy położenia na każde miejsce ziemi: i dochodzimy w Astronomii, iak leżą ciała niebieskie względem tych płaszczyzn; bo bez tego nie moglibyśmy poznać ich biegu. Przez obserwacye za pomocą narzędzi astronomicznych, wynaydujemy położenie gwiazd względem poziomu, południka, i równika; a wiedząc iak leży ekliptyka względem równika; od położenia gwiazdy równikowego, przychodzimy przez rachunek trygonometryczny do położenia tejże gwiazdy względem ekliptyki. A iako ekliptyka jest drogą ziemi, czyli drogą pozorną słońca; tak insze ciała niebieskie ruchome, mają własne drogi, po których bieg swój odbywają: dochodzimy więc iak te drogi leżą względem ekliptyki i równika; a z położeń względem ostatnich, przychodzimy do poznania miejsc tychże ciał niebieskich na własnych ich drogach. Cała ta sztuka odbywa się za pomocą

łuków kół wielkich przez ich bieguny lub inne punkta znane, i przez gwiazdy prowadzonych, przecinających się z sobą, i robiących trójkąty kuliste. Astronomia sferyczna zajmuje się prawie całkiem *naprzód*: ustawieniem i urządzeniem narzędzi przypadającym do niektórych z tych kół: *potém*: wynajdowaniem wartości łuków i kątów prowadzących od jednych kół do drugich, i do położenia gwiazd względem tych kół: a stąd do porządku, w jakim są uszykowane na niebie: i do *fenomenów* rozmaitych, z tego porządku i położenia wynikających. Uważamy więc naprzód w Astronomii wszystkie biegi iakby kołowe: wystawiamy sobie kulę umysłową na niebie, na której się te wszystkie koła znajdują: i szukamy, iak ciało niebieskie względem nich leży. Odmiana miejsca względem tych kół w każdym czasie danym, pokazuje nam bieg ciała niebieskiego pozorny, to jest taki, iaki się widzieć dać: z którego *Mechanika* dochodzi biegów rzetelnych; przyczyn, które je sprawują, odmian, którym podlegają; praw, które zachowują; dróg prawdziwych, które są od tych ciał opisywane; czasu, w którym się te biegi kończą i rozpoczynają. Zbiór tych wszystkich wiadomości odsłania nam na niebie dzieje Przyrodzenia przeszłe i przyszłe; bo z nich dochodzimy w pewności, iakie były obroty, położenia, i z nich wypadające fenomena ciał niebieskich w wiekach które upłynęły, i w wiekach które mają nastąpić. Ten jest krótki i wierny obraz główniejszych zatrudnień astronomicznych.

We wszystkich zadaniach, które rozwiązywać będziemy, ciągle mieć będziemy na uwadze trójkąt kulisty, którego kąty *A, B, C*; boki im przeciwległe *a, b, c*; i w którym iak boki tak kąty przechodzić będą przez różne nazwiska w Astronomii używane.

Wprowadzając te nazwiska boków i kątów w zrównania trygonometryczne, wyciągać z nich będziemy i dowód używanych w Astronomii sposobów, i rozwiązanie pytań. Nazywać zaś statecznie będziemy

Wznoszenie się proste gwiazdy przez α	
Zboczenie gwiazdy	β
Szerokość geograficzną miejsca	H
Wysokość gwiazdy	z
Długość gwiazdy	λ
Szerokość gwiazdy	γ

Inne nazwiska pokażą się niżej.

I. POŁOŻENIE GWIAZD WZGLĘDEM POZIOMU, POŁUDNIKA, I RÓWNIKA.

Kąt godzinny, poziomotuk, i kąt parallaktyczny.

§ 22. Jeżeli w trójkącie ABC na fig. 2, A iest biegunem światła czyli równika; B zenith miejsca ziemskiego; C gwiazdą; łuk BA czyli c iest łukiem południka. Mając tey gwiazdy znane zboczenie β , będzie bok b iego dopełnieniem, to iest $b=90^\circ-\beta$; znając przylém szerokość miejsca H , i wysokość gwiazdy z ; dopełnieniem pierwszej będzie $c=90^\circ-H$, drugiey bok $a=90^\circ-z$. Więc w trójkącie ABC znane są wszystkie boki a, b, c ; z nich za pomocą zrównania (1') § 2 wynaydziemy kąt A , który iest kątem godzinnym pokazującym na równiku, iak daleko gwiazda iest odległa od południka. Zrównanie (1'') da nam kąt B czyli *poziomotuk* (azimuth) pokazujący na poziomie odległość gwiazdy od południka. Nakoniec zrównanie (1''') okaże kąt *parallaktyczny* C dający położenie gwiazdy względem równika i poziomu razem, wiekiego użycia w rachunku zaćmień.

Przykład. W Wilnie, gdzie szerokość miejsca $H=54^{\circ}41'2''$ a zatem $c=35^{\circ}18'58''$; 1 Maia r. 1819, kiedy słońce miało zboczenie północne $14^{\circ}57'52''$, a zatem było $b=75^{\circ}2'8''$, wzięta była wysokość słońca po południu $35^{\circ}30'$; a zatem $a=54^{\circ}30'$: iakiż był w ten czas kąt godzinny słońca? iaki jego poziomo-

łuk? i iaki kąt *parallaktyczny*? $\frac{a+b-c}{2}=47^{\circ}6'35''$

$\frac{a+c-b}{2}=7^{\circ}23'25''$; $\frac{a+b+c}{2}=82^{\circ}25'33''$;

$\frac{b+c-a}{2}=27^{\circ}55'33''$. Zrównanie (1') § 2

l. wst($47^{\circ}6'35''$) = 9,8649015

l. wst($7^{\circ}23'25''$) = 9,1093332

8,9742347

9,6667450

9,3074897;

$\frac{1}{2}A=24^{\circ}15'14'',5$ $A=48^{\circ}30'29''$: ten łuk zamieniony

na czas; daie $3^{\text{g}}14'2''$, po południu.

l. wst($82^{\circ}25'33''$) = 9,9961947

l. wst($27^{\circ}55'33''$) = 9,6705503

9,6667450;

Wynayduie się *poziomołuk* (azimuth):

l. wst($27^{\circ}55'33''$) = 9,6705503

l. wst($47^{\circ}6'35''$) = 9,8649015

9,5354518

9,1055279

0,4299239;

$\frac{1}{2}B=58^{\circ}38'2''$, $B=117^{\circ}16'4''$.

l. wst($82^{\circ}25'33''$) = 9,9961947

l. wst($7^{\circ}23'27''$) = 9,1093332

9,1055279

Wynayduie się kąt *parallaktyczny* słońca:

l. wst($7^{\circ}23'25''$) = 9,1093332

l. wst($27^{\circ}55'33''$) = 9,6705503

8,7798835

9,8610962

8,9187873;

$\frac{1}{2}C=16^{\circ}3'59''$, $C=32^{\circ}7'58''$.

l. wst($82^{\circ}25'33''$) = 9,9961947

l. wst($47^{\circ}6'33''$) = 9,8649015

9,8610962

połowa 9,4593936 = l. sty $\frac{1}{2}C$;

*Wysokość gwiazdy przez kąt godzinny i
zboczenie.*

§ 23. Znając zboczenie gwiazdy, i kąt iey godzinny A , w miejscu znaney szerokości; mamy w trójkącie ABC dwa boki b, c , i kąt między niemi zawarty A ; wyuaydziemy wysokość gwiazdy $90^\circ - a$, przez zrównanie fundamentalne

$$\text{dosta} = \text{wst } b \cdot \text{wst } c \cdot \text{dost } A + \text{dost } b \cdot \text{dost } c \quad (1)$$

ale że to zrównanie iest niewygodne do rachunku przez logarytmy; moglibyśmy użyć na to zrównania (m) lub (n) § 8: atoli zrównanie (1) da się na wygodniejsze przerobić. Wprowadźmy za a, b, c , ich właściwe znaczenia, to iest $b = 90^\circ - \beta$; $c = 90^\circ - H$; $a = 90^\circ - z$; zrównanie (1) wyraża się

$$\begin{aligned} \text{wst } z &= \text{dost } \beta \cdot \text{dost } H \cdot \text{dost } A + \text{wst } \beta \cdot \text{wst } H \\ &= \text{wst } H (\text{wst } \beta + \text{dosty } H \cdot \text{dost } A \cdot \text{dost } \beta); \end{aligned}$$

położmy

$$\text{dosty } H \cdot \text{dost } A = \text{sty } \varphi;$$

$$\text{wst } z = \frac{\text{wst } H}{\text{dost } \varphi} \text{wst } (\varphi + \beta) \text{ na wysokość gwiazdy.}$$

Przykład. Niech będzie $\beta = 14^\circ 57' 52''$, $H = 54^\circ 41' 2''$, $A = 48^\circ 30' 29''$. Szukaymy naprzód φ

$$\text{l. dosty } H = 9,8503164$$

$$\text{l. dost } A = 9,8211956$$

$$\text{l. sty } \varphi = 9,6715120$$

$$\varphi = 25^\circ 8' 37'',$$

$$\varphi + \beta = 40^\circ 6' 29'';$$

$$\text{l. wst } H = 9,9116769$$

$$\text{l. wst } (\varphi + \beta) = 9,8090417$$

$$\text{c. l. dost } \varphi = 0,0432335$$

$$\text{l. wst } z = 9,7639521$$

$$z = 35^\circ 30' 0''.$$

Łuk półdniowy (arcus semidiurnus): *wschód*
i *zachód gwiazd: ich bawienie się nad*
poziomem.

§ 24. Jeżeli w zrównaniu fundamentalném (1) odległość gwiazdy od zenith to jest $a = 90^\circ$; gwiazda będzie na samym poziomie czyli wschodząca: wtenczas $\text{dost } a = 0$; i zrównanie (1) zamieni się na $0 = \text{wst } b. \text{wst } c. \text{dost } A + \text{dost } b. \text{dost } c$; a że $b = 90^\circ - \beta$; $c = 90^\circ - H$; więc

$\text{dost } A = - \text{sty } \beta. \text{sty } H$; *łuk półdniowy.*

Kąt godzinny A w tym przypadku obejmuje cały łuk, który gwiazda w biegu dziennym opisuje od wschodu aż do swego południa: i nazywa się *łukiem półdniowym* (arcus semidiurnus). Jeżeli gwiazda ma zboczenie północne; β jest dodatne: a zatem i iego styczna; bo zboczenie nie może być $> 90^\circ$: a zatem kąt A jest koniecznie rozwarty. Jeżeli zboczenie gwiazdy jest południowe; β jest odjemne i iego styczna: kąt zaś A jest ukośny $< 90^\circ$: więc dla mieszkańców północnych wszystkie gwiazdy północne dłużej bawią nad poziomem iak 12 godzin; wszystkie zaś gwiazdy południowe krócéy.

Zrównanie $\text{dost } A = - \text{sty } \beta. \text{sty } H$ służy na rachowanie wschodu i zachodu gwiazd, i iak długo każda bawi, nad poziomem iakiego miejsca ziemskiego: co iedynie, iak widzimy, zależy od szerokości miejsca, i od zboczenia gwiazdy.

Przykład. 1go. Maia 1819 roku n. s. słońce weszło w Wilnie ze zboczeniem północném $14^\circ 49' 46''$; zaśło maiąc zboczenie $14^\circ 58' 54''$. Jakaż była godzina wschodu i zachodu? i iaka długość dnia?

$$\begin{aligned} \text{l. sty } (14^{\circ} 49' 46'') &= 9,4228544 \\ \text{l. sty } (54^{\circ} 41' 2'') &= 0,1496836 \\ \text{na wschód l. dost } A &= 9,5725380 \\ A &= 180^{\circ} - (68^{\circ} 3' 19'') = 111^{\circ} 58' 41''. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l. sty } (14^{\circ} 58' 54'') &= 9,4274963 \\ \text{l. sty } (54^{\circ} 41' 2'') &= 0,1496836 \\ \text{na zachód l. dost } A &= -9,5771799 \\ A &= 180^{\circ} - (67^{\circ} 48' 25'') = 112^{\circ} 11' 35''. \end{aligned}$$

Te łuki zamienione na czas, czyli rozdzielone przez 15, dają czas prawdziwy

$$\begin{aligned} 111^{\circ} 58' 41'' &= 7^{\text{h}} 27' 54'', 7 \quad *4^{\text{h}} 32' 5'', 3 \text{ god. prawd. wsch. słońca} \\ 112^{\circ} 11' 35'' &= 7^{\text{h}} 28' 46'', 3 \text{ godzina prawdziwa zachodu słońca.} \\ 14^{\text{h}} 56' 41'', 0 &\text{ długość dnia w Wilnie.} \end{aligned}$$

$$*4^{\text{h}} 32' 5'', 3 = 12^{\text{h}} - (7^{\text{h}} 27' 54'', 7).$$

Naywiększe zboczenie słońca tak północne iak południowe iest $23^{\circ} 27' 56'' = \pm \beta$; iakiż naydłuższy i naykrótszy dzień w Wilnie w czasie przesilenia dnia z nocą?

$$\begin{aligned} \text{l. sty } (23^{\circ} 27' 56'') &= 9,6375875 \\ \text{l. sty } (54^{\circ} 41' 2'') &= 0,1496836 \\ \text{l. dost } A &= 9,7872711 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Na przesilenie letnie } A &= 127^{\circ} 47' 14'' = 8^{\text{h}} 31' 9'' \\ \text{zimowe } 52^{\circ} 12' 46'' &= 3^{\text{h}} 28' 51''. \end{aligned}$$

Ponieważ A iest łuk półdniowy, trzeba go podwoić, żeby otrzymać dzień cały; więc w Wilnie długość dnia naywiększa w przesileniu letniém $17^{\text{h}} 2' 18''$, dzień naykrótszy w przesileniu zimowém $6^{\text{h}} 57' 42''$. Tu dzień uważa się od wschodu do zachodu Słońca.

Rozważmy jeszcze zrównanie na łuk półdniowy dost $A = -\text{sty } \beta \text{ sty } H$. Zeby gwiazda w miejscu iakiem nigdy nie zachodziła; trzeba żeby iey łuk półdniowy był $= 180^\circ$: kiedy $A = 180^\circ$; dost $A = -1$; więc naprzód β musi być koniecznie dodatne i $\text{sty } \beta = \text{dosty } H$: przeto na półkuli północney, gwiazdy północne mające zboczenie albo równe albo większe od dopełnienia szerokości miejsca, nigdy w tém miejscu nie zachodzą. W Wilnie te gwiazdy nie zachodzą, których zboczenie północne albo równe albo większe iak $35^\circ 19'$.

Zeby znowu gwiazda nigdy nie wschodziła i nie była widzialną w iakiem miejscu ziemi; kąt godzinny A być powinien zero: kiedy $A = 0$, dost $A = 1$, i zrównanie nasze $-\text{sty } \beta \text{ sty } H = 1$; więc β musi być odjemne; to iest zboczenie południowe, i $-\text{sty } \beta = \text{dosty } H$ wszystkie więc gwiazdy południowe, których zboczenie równe albo większe od dopełnienia szerokości miejsca, widziane w tém miejscu na półkuli północney być nie mogą.

Ale jeszcze A być może zero albo 180° ; a zatém dost $A = \pm 1$; kiedy β biorąc za stateczne, odmieniać będziemy H , czyli szerokość miejsca: i $\text{sty } H = \pm \text{dosty } \beta$ to iest kiedy β , H , będą tego samego lub różnego nazwiska. Na półkuli więc północney każda gwiazda mająca zboczenie północne zachodzić nie będzie na tém miejscu ziemi, którego szerokość równa się dopełnieniu zboczenia gwiazdy: gwiazda znowu południowa tego samego lub większego zboczenia, widziana być nie może na témże miejscu ziemi.

Kiedy $H = 0$, mamy położenie proste sfery: tam $\text{sty } H = 0$, dost $A = 0$, a zatém $A = 90^\circ$: więc dla mieszkańców pod równikiem wszystkie gwiazdy iakie-

gokolwiek zboczenia, tyle bawią nad poziomem, ile pod poziomem, to jest każdej dzień, jest równy nocy.

Kiedy $\beta = 0$, gwiazda jest na równiku: sty $\beta = 0$, dost $A = 0$, $A = 90^\circ$: więc gwiazdy leżące na samym równiku, dla wszystkich mieszkańców ziemi są widzialne, i tyle bawią nad ich poziomem, ile pod poziomem.

Na sferę równoległą z trójkąta ABC nie można wyciągnąć; bo tam A schodzi się z B , to jest zenith z biegunem świata; i cały trójkąt zamienia się na łuk a , który jest razem kołem zboczeń i wysokości.

Obszerność wschodnia i zachodnia.

§ 25. Zrównanie fundamentalne § 2 na kąt B dost $B = \frac{\text{dost } b - \text{dost } a \cdot \text{dost } c}{\text{wst } a \cdot \text{wst } c}$ daie kąt w zenith, albo łuk na poziomie; kiedy gwiazda wschodzi lub zachodzi $a = 90^\circ$, dost $a = 0$, wst $a = 1$; wtenczas zrównanie na B staie się dost $B = \frac{\text{dost } b}{\text{wst } c}$; aże $b = 90^\circ - \beta$, $c = 90^\circ - H$; więc dost $B = \frac{\text{wst } \beta}{\text{dost } H}$.

Kiedy $B = 90^\circ$, dost $B = 0$, a zatem wst $\beta = 0$, to jest, gwiazda nie ma żadnego zboczenia i jest punktem równika. Punkt ten, w którym od równika przecięty jest poziom, nazywa się *prawdziwym wschodem i zachodem*: jest on biegunem południka, i równo, to jest na 90° , oddalony jest od iego strony północney i południowej. Same tylko gwiazdy na równiku leżące w tych punktach wschodzą i zachodzą. Gwiazdy które mają różne zboczenia, każda w innym punkcie po-

ziomu wschodzi: i zachodzi łuk poziomu zawarty między prawdziwym wschodem, i wschodem gwiazdy, nazywa się tej gwiazdy *obszernością wschodnią* (amplitudo ortiva), a na stronie zachodu *obszernością zachodnią* (amplitudo occidua). Kąt B w zenith, równy będąc łukowi poziomu zawartemu między południkiem i punktem wschodzącej gwiazdy, jest dopełnieniem obszerności wschodniej lub zachodniej: a zatem:

$$\text{wstawa obszerności wschodniej} = \frac{\text{wst } \beta}{\text{dost } H}.$$

Przykład. Słońce w czasie przesilenia dnia z nocą ma zboczenie $23^{\circ} 27' 56''$. Jakaż jego natenczas obszerność wschodnia w Wilnie?

$$\begin{aligned} 1. \text{ wst } (23^{\circ} 27' 56'') &= 9,6000987 \\ 1. \text{ dost } (54^{\circ} 41' 2'') &= 9,7619933 \\ 1. \text{ wst (obs. wsch.)} &= 9,8581054; \end{aligned}$$

obszerność wschodnia słońca $43^{\circ} 32' 12''$ ku stronie północnej południka w lecie, a ku południowej w zimie.

Odmiana kąta godzinnego i poprawa południa.

§ 26. Kąt godzinny służy nam do oznaczenia południa, i do poznania biegu zegaru; bo słońce z rana i wieczor w równy od południka odległości, ma tę samą wysokość. Ale że słońce odmienia w każdej godzinie zboczenie, za którym idzie odmiana kąta godzinnego; więc albo na tę samą wysokość wziętą rano i wieczór może być inny kąt godzinny, albo na ten sam godzinny inna wysokość. Dla tego biorąc tę samą wysokość słońca rano i wieczór, żeby znaleźć moment południa, trzeba poprawić kąt go-

dzinny dla odmiennego zboczenia. Ponieważ w trójkącie ABC , A jest biegunem świata, B zenith, a C nieyscem gwiazdy; pamiętając o tém, że $a = 90^\circ - z$, $b = 90^\circ - \beta$, $c = 90^\circ - H$; zrównanie fundamentalne (1) na kąt godzinny A będzie

$$\text{dost } A = \frac{\text{dost } a - \text{dost } b \cdot \text{dost } c}{\text{wst } b \cdot \text{wst } c} = \frac{\text{wst } z - \text{wst } \beta \cdot \text{wst } H}{\text{dost } \beta \cdot \text{dost } H};$$

to jest:

$$\text{wst } z - \text{wst } \beta \cdot \text{wst } H - \text{dost } \beta \cdot \text{dost } H \cdot \text{dost } A = 0.$$

Różnicujemy to zrównanie odmienniając A , β ; a biorąc z , H , za stateczne

$$-d\beta \cdot \text{dost } \beta \cdot \text{wst } H + d\beta \cdot \text{wst } \beta \cdot \text{dost } H \cdot \text{dost } A + dA \cdot \text{wst } A \cdot \text{dost } \beta \cdot \text{dost } H = 0,$$

a zatem

$$dA = d\beta \left\{ \frac{\text{sty } H}{\text{wst } A} - \frac{\text{sty } \beta}{\text{sty } A} \right\}.$$

Tu $d\beta$ wyraża odmianę zboczenia między czasem dwóch obserwacyi, ranney i wieczornej. Z tego zrównania wyrachowane są tablice na poprawę południa wyciągniętego z równych wysokości słońca. Ponieważ południe pada w środku między obserwacją ranną i wieczorną; nazwiemy czas zegaru na obserwację ranną T , przeciąg czasu między obserwacyami J , łuk dA rozdzielmy przez 15, żeby go zamienić na czas; kąt A odpowiada czasowi $\frac{1}{2}J$, czyli jest $\frac{1}{2}J$ zamienione na łuk; więc będzie

$$\text{czas prawd. południa} = T + \frac{1}{2}J - \frac{1}{2 \cdot 15} d\beta \left\{ \frac{\text{sty } H}{\text{wst } A} - \frac{\text{sty } \beta}{\text{sty } A} \right\}.$$

Przykład. 30 kwietnia 1819 n. s.; wzięta wysokość słońca zrana, i zegar skazował $10^s \cdot 33' \cdot 27''$.

na tę samą wysokość po południu $2^s \cdot 6' \cdot 44''$, czyli $14 \quad 6 \quad 44$

$$J = 3^s \cdot 33' \cdot 17''.$$

$$\frac{1}{2}J = 1^{\circ} 46' 38'',5; \quad A = 26^{\circ} 39' 37''.$$

Zboczenie słońca w czasie wysokości

$$\begin{array}{rcl} \text{wieczornej} & 14^{\circ} 36' 9'' & \\ \text{ranney} & 14 \quad 33' 25,5 = \beta & \\ \text{różnica} & \underline{2' 43'',5} & = 163'',5 = d\beta. \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{l. sty } H & = 0,1496836 & \text{l. sty } \beta = 9,4144398 \\ \text{l. wst } A & = 9,6519556 & \text{l. sty } A = 9,7007722 \\ & \underline{0,4977280; 3,146} & \underline{9,7136676; 0,517} \\ & - 0,517 & \\ & \underline{2,629.} & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{l. } 2,63 & = 0,4199557 & \\ \text{l. } 163,5 & = 2,2135178 & \\ \text{c. l. } 30 & = 8,5228788 & \\ & \underline{1,1563523; 14'',33.} & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{Czas zegaru na obser. ranną} & T = 10^{\circ} 33' 27'' & \\ & \frac{1}{2}J \quad 1 \quad 46' 38,5. & \\ \text{Południe niepoprawne} & \underline{12 \quad 20 \quad 5,5.} & \\ \text{Poprawa} & \underline{\quad \quad \quad - 14,3.} & \end{array}$$

w czasie zegaru południe prawdziwe $12^{\circ} 19' 51'',2$.

Można użyć tego samego zrównania na oznaczenie północy, z obserwacyi wieczornej iednego dnia, i ranney dnia następującego: ale trzeba kąt A powiększyć 180° , i będzie

$$\text{Czas pr. półn.} = T + \frac{1}{2}J - \frac{1}{2,15} d\beta \left\{ \frac{\text{sty } H}{\text{wst}(180^{\circ} + A)} - \frac{\text{sty } \beta}{\text{sty}(180^{\circ} + A)} \right\}.$$