

TRYGONOMETRYA
K U L I S T A.

Waroczewski

DOZWALA SIĘ Drukować

pod tym warunkiem: aby po wydrukowaniu, nie zaczynając предаwać, złożone były w Komitecie Cenzury exemplarze książki tey: ieden dla tegoż Komitetu, dwa dla Departamentu Ministerium Oświecenia, dwa exemplarze dla IMPERATORSKIEY publiczney Biblioteki, i ieden dla IMPERATORSKIEY Akademii Nauk. w Wilnie dnia 19 Listopada 1819, i 12 stycznia 1820 roku.

Ignacy Reszka Prof. Em. Kom. Cen. Czł.

TRYGONOMETRYA

K U L I S T A

ANALITYCZNIE WYŁOŻONA.

Z PRZYSTOSOWANIEM DO ROZMIARU ZIEMI I DO ZADAŃ
ASTRONOMICZNYCH.

KU UŻYCIU UCZĄCYCH SIĘ W IMPERATORSKIM
WILEŃSKIM UNIWERSYTECIE,

P R Z E Z

JANA SNIADOCKIEGO

WYDANIE 28^{ie} ZNACZNIE POWIĘKSZONE.

z dwiema tablicami na blasze rżniętemi

C E N A zł. 6.

Konstantego Wawroczyńskiego

w WILNIE i WARSZAWIE

NAKŁADEM I DRUKIEM JÓZEFA ZAWADZKIEGO
IMPERATOR. WILEN. UNIWER. TYPOGRAFA.

1 8 2 0.

BIBLIOTEKA
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ
Warszawa, ul. Politechniki Robotniczej 1



07.70

parce



nr. m.

190

03039/37 1-28

PRZEMOWA

DO PIERWSZEGO WYDANIA.

*T*RYGONOMETRYA kulista dawniey prawie saméy tylko astronomii służąca, stała się dziś nauką do innych części, osobliwie matematyki stósowanąę bardzo ważną i potrzebną. Stała się nawet częścią istotną rachunku analitycznego, i ułatwieniem drogi do głębszych odnóg umiejętności matematycznych. W wielu zadaniach wpadamy na zrównania, które za pomocą trójkąta kulistego łatwo dać się rozwiązać. Spotykamy w głębszym rachunku analitycznym trudności, z których nas szczęśliwie ta nauka częstokroć wyprowadza. W rozmiarze rozległego kraiu, i w robieniu dokładnych iego kart, obeysdź się dziś bez niéy nie można. Ktokolwiek choć lekko iest obeznany z dzisieyszym stanem matematycznych umiejętności, przyznać musi; że rachunek linii trygonometrycznych iest i powszechną, i naydzielniejszą w nich pomocą. Brak wprawy i ćwiczenia w tym rachunku robi wiele trudności, i na samym wstępie zatrzymuie postępuk uczących się. Ze zaś w rozmaitych przemianach tego rachunku nic nas bardziey nie ćwiczy, iak trygonometrya kulista; dowodem tego całe terażnieysze pismo: gdzie starałem

się unikać formuł i zrównań niepotrzebnych. Bo zrównania analityczne, które albo nie ułatwiają rachunku, albo nowéy nie ob-iawiają prawdy, albo prawdy znanej nie wystawiają w widoku prostszym i oczywistszym, są to niepotrzebne w xiążkach dla uczących się strasz-dła: któremi zraża się i przerywa ich uwaga, tak wielkiey potrzebująca ochrony do porządnego obięcia rzeczy; pod rachunek podciągnionej.

Leonard Euler trygonometryą kulistą przed-tém dosyć zawilą, w użyciu zmudną, i w prawidłach swoich nie powiązaną; nayıpierwszy przerobił na porządną analityczną rozprawę: wyciągając z trzech zrównań całą osnowę twier-dzeń, do rozwiązania tróykąta służących (Acta Academiae Imperialis scientiarum Petropolitanae pro Anno 1779. pars prior. p. 72). Po dare-mnych usiłowaniach ku nadaniu tey nauce więk-szej ieszcze prostosci, wystąpił szczęśliwie De la Grange w roku 1798, i z iednego tylko zrówna-nia całe pasmo prawd o tróykacie kulistym wy-dobył. (Journal de l'Ecole Polytechnique Sixième Cahier p. 270.) Przywiesdź umiętność do nay-mniejszej liczby prawd początkowych, iestto wielki krok do iéy doskonałości. Powinna ta sztuka bydź znana uczącym się, do ocenienia po-żytków analizy. Dla tego wziąłem się do iéy

napisania pierwszy raz w naszym języku; z wyłożeniem moich własnych dowodów na niektóre ważne zrównania, iedne dawno znane, drugie mało ieszcze wiadome. Naukę o powierzchni trójkąta kulistego z przystósowaniem do praktycznego wymiaru kraiu, starałem się z dowodami do iasnego pojęcia uczącym się wystawić.

W wydaney przezemnie roku 1783 *Algebrze* zamierzyłem sobie wyłożyć czystą logikę tego rachunku: na mieysce złych i słabych niektórych dowodów, położyć moje własne, i zrobić zbiór dowiedzionych formuł i twierdzeń, nieuchronnie potrzebnych do wyższych rachunków. *W* rozdziale IV. drugiey części nie godzi się uczącemu żadnego zrównania opuścić, bez szkody uczniów sposobiących się do głębszych matematyki części. Jakoż od ogłoszenia téy xiążki, przed lat 34 ieszczem nie spotkał żadnego w dziełach pierwszych Geometrów o liniach trygonometrycznych zrównania zależącego od działań w *Algebrze* wyłożonych, któregoby mi się nie udało wyciągnąć z twierdzeń w tym rozdziale podanych. Ze zaś niektóre potrzebuia rachunku zawilszego, dla tego starałem się przytoczyć ie w terażniejszym piśmie z dowodami. Zaspokaiając więc potrzebę *Astronomii sferyczney*, chciałem ieszcze to pismo mieć przydatkiem do moiey *Algebry*,

obeznać uczących się z tą częścią *Analizy*, i z nowemi prawdami geometrycznemi, do których odkrycia posłużył rozmiar *Francyi* dokonany z taką chlubą i pożytkiem, iakiego nie masz przykładu w *historyi nauk*. Z téy próbki widzieć się daie, iak mało można zrobić w przystósowaniu *matematyki* z początkowemi tylko iéy wiadomościami. Nikt zapewne nie wątpi o wielkich *matematyki* pożytkach i przysługach: ale z początkową tylko téy nauki znajomością, żaden kraj ani do tych pożytków nie trafi, ani do rzędu narodów gruntownie uczonych nigdy należeć nie będzie. Zeby zaś do głębszych wiadomości matematycznych przebrać się pomyśleć, i uczuć tę rokosz umysłu, iaką napętniają myślącego człowieka, trzeba ie koniecznie w początkowych zasadach obić gruntownie. Dla tego było zamiarem moiego życia, ułatwić młodzi krajowej wstęp i drogę do tych głębokich umiejętności: ale przygody krajowe miotając mną po rozmaitych trudach, ani z moim powołaniem ani z moimi chęciami niezgodnych, nie dały mi doprowadzić do końca tak potrzebnego przedsięwzięcia. Przy schyłku życia chciałbym jeszcze coś zrobić dla tej młodzi, której dobro i pożytki nigdy mnie nie przestaną żywo obchodzić. Pisałem w *Wilnie* $\frac{1}{2}\frac{2}{4}$ *Lutego* 1817. r.

PRZEMOWA

DO DRUGIEGO WYDANIA.

SPRAWIŁO to szczęśliwe przykładanie się młodzi polskiej do nauk matematycznych; że powtarzne wydanie tego pisma prędkiej na świat wychodzi, niżeli się spodziewał. Tak piękna skłonność do nauk; nadających umysłowi ludzkiemu prosty kierunek; i hart że tak powiem pewności w poszukiwaniu prawdy, a prowadząca do gruntownej; i prawdziwie umiejętnej kraii oświaty, godna jest zachęcenia. Dla tego starałem się to dziełko przydaniem wielu ważnych prawd; uwag, i objaśnień, oraz ich, i całej nauki rozlegleyszém przystosowaniem rozszerzyć, nie naruszając planu i porządku, iaki sobie raz ułożyłem w jego napisaniu. Powiedziałem pod § 6 pierwszego, a pod 8 teraźniejszego wydania; że cztery zrównania, to jest jedno fundamentalne; i z niego wyprowadzone trzy główne, są składem całej nauki: że wszystkie znane dotąd; i jeszcze potem odkryć się mogące o trójkacie kulistym twierdzenia, są i będą tylko mniej lub więcej dowcipném, mniej lub więcej głęboko pomyślaném tych zrównań przerobieniem: dla tego postrzeżone w dziełach anality-

cznych nowe o trójkacie kulistym prawdy, długim tam częstokroć i zawiłym rachunkiem dowodzone, starałem się z pomienionych zrównać w sposób prosty i łatwy wyciągnąć; i ich użycie okazać. Przydałem zadania skracające drogę w rozwiązywaniu niektórych przypadków trójkąta.

W trójkacie kulistym wszystko jest kątem prostokreślnym leżącym na różnych płaszczyznach: w nim iedne kąty zawarte są promieniami kuli w iey środku; drugie są kątami płaszczyzn przecinających kulę. Mamy więc w tym trójkacie do czynienia z samemi ilościami iednorodnemi. Ta uwaga przyprowadziła mię do tey myśli: że własność trójkąta prostokreślnego skazana przez Euklidesa, która otworzyła drogę w trygonometrii kulistej rachunkowi analitycznemu, ułatwiła tę przedtém tak trudną i zawiłą naukę, i stała się źródłem ważnych w niey wynalazków, że mówię ta sama własność trójkąta prostokreślnego, zamykać w sobie powinna całą trygonometrią płaską. Jakoż dosyć prostym, krótkim, i łatwym sposobem wyciągnąłem z niey wszystkie twierdzenia trygonometrii płaskiey; przez co obie nauki na oko tak różne, przywiedzione są do iednego początku. Jestto dobrodzieystwo analizy geometryczney; żeby

prawdy niezmierną przestrzeni na pozór oddalone zbliżyć do siebie: czego by inną drogą prawie niepodobna było osiągnąć.

Już temu lat blisko czterdzieści, iak sobie wystawiałem wszystkie nauki rachunkowe przez litery, iako iedną algebrę, uważaną w dwojakim widoku: który nam skazali geometrowie greccy. Pierwszy widok zamknąłem w dwóch tomach wydanych roku 1783; gdzie są przygotowania uczących się do głębszych nad ilością zastanowień: drugiego widoku, który miał zawierać rachunek różnicowania i całkowania, przygody kraiove nie dały mi wypracować. Trzymając się atoli tej samey myśli, uważam trygonometrią kulistą iako część istotną algebry, i dopełnienie iey rachunku w pierwszym widoku; bo ona nam obiawia nowe prawdy i związki linii trygonometrycznych, główne miejsce, i rozległe użycie w tym rachunku trzymających. Z tego, co się dziś dokazuje za pomocą tej nauki, rokować sobie można iey rozległe nadal w innych umiejętnościach pożytki. Bo ieżeli w geometryi tak Euklidesa iak linii krzywych, iakiekolwiek ilości i ich fenomena, wyrazić możemy przez linie; czemuż ich nie moglibyśmy wyrazić przez kąty? i pytanie podane zamienić na trygonometryczne: iak tego mamy już przykłady w użyciu trygonome-

tryi do rozwiązania zrównań wyższych stopni. Dla tego, dopełniając moiej algebry, niektóre twierdzenia o związku kątów i boków trójkąta, przytoczone bez żadnego dowodu w dziełach geometrów, starałem się dowieść, i w tém piśmie umieścić, z ich użyciem i objaśnieniem. Przydałem ieszcze z dowodami pod § 13. ważne wzory trygonometryczne, służące do przerabiania zrównań; których mi w moiej algebrze nie przyszło umieścić: chociaż te dają się wyciągnąć z początków tam wyłożonych.

Zrównania trygonometryczne mają do siebie przywiązaną tę nieprzyzwoitość, co w Algebrze pierwiastki zrównania; że nas wprawiają w wątpliwość, który kąt do naszego pytania należy? Należyćiey rodzą tę wątpliwość kąty posilkowe. Dla tego potrzebną iest rzeczą mieć kilka zrównań na ten sam kąt; żeby iedne, służyły do poparcia drugich, i do zniesienia wątpliwości. I tey potrzebie starałem się także zaradzić osobliwie w przystósowaniu trygonometrii kulistej. Pokazując użycie tey nauki w rozmierzaniu ziemi, i w robieniu kart kraiowych; przydałem rozwiązanie nayważniejszego, i często przypadającego w tych robotach zadania.

Ale przystósowanie trygonometrii kulistej do zadań astronomicznych, z gruntowném dowie-

dzieniem używanych do tego wzorów i zrównań, z wystawieniem ich w pewnym porządku, i w postaci do rachunku najwygodniejszej, osądziłem z mego długiego doświadczenia za rzecz dla astronomów krajowych bardzo ważną i potrzebną; bo te sposoby są po wszystkich znanych mi astronomicznych dziełach zmieszane i rozrzucone, od różnych autorów rozmaicie, częstokroć ciemno i zawile, a nawet źle i dobrze dowodzone: kiedy tu razem zebrane, w pewnym, i iak mi się zdaie, bardzo właściwym uszykowane porządku, wywodzą się ze zrównań i początków ściśle dowiedzionych, z przydaniem tu i ówdzie uwag i objaśnień; iakich czytelnik w książkach astronomicznych nie znajdzie.

Rachunek Parallax, czyli odmian w położeniu gwiazdy z różnych miejsc widzianej; od którego, zawisły odległości planet od ziemi i od słońca, a zatém ledwo nie cała znajomość świata słonecznego; od którego ieszcze zależą oznaczenie zaćmień słońca przez księżyc ziemski i przez planety niższe, zasłanianie gwiazd tarczą księżyca, toiest: fenomena do doskonalenia tablic biegu, i Geografii najważniejsze: rachunek mówię parallax w miarę rozległego swego na wzrost Astronomii wpływu, długo zatrudniał znakomitych astronomów i geometrów; którzy nam na to podali sposoby rozma-

ite, w licznych dosyć zrównaniach, pod różną postacią wystawionych, wydobytych z różnych widoków, a nayczęściey otrzymanych przez długie i pracowite rachunki. Naukę tę tak ważną i zawilgą, udało mi się pod ieden widok ogólny zagarnąć; i z niego prostym i łatwym sposobem na parallaxę różnego położenia wyciągnąć wszystkie znane dotąd w Astronomii zrównania, wystawiane pod rozmaitemi postaciami. W tém miejscu znajdzie czytelnik i historią wynalazków, i ich objaśnienie przystósowaniem do wielkiego zaćmienia słońca, które 7. Września n.s. roku bieżącego przypadnie. Przytączyłem arytmetyczne przykłady do każdego prawie zrównania; bo te wiele objaśnią czyste pojęcie rzeczy, służą do rozpoznania kątów właściwych podanemu zadaniu, i do wprawienia uczących się w praktyczne przystósowanie analizy; które nie iest zawsze rzeczą tak łatwą, iak się na oko, i z lekkiego zastanowienia wydaie.

Ządaćby pozostało, i dla ułatwienia Astronomii uczącym się, i dla wygody astronomów chcących użyć swych praktycznych w obserwatoriach robót do doskonalenia nauki, aby, co się zrobiło z przystósowaniem trygonometrii, zrobić podobne przystósowanie wzorów i zrównań nauki o liniach krzywych i mechaniki; i z praw

biegu ściśle dowiedzionych, z własności linii, po których się te biegi odbywają; wyciągnąć resztę sposobów, iakoto na wyrachowanie skutków łamiącego się w atmosferze światła (refractio), na obłąkanie wzroku przez światło (aberratio), na kołysanie się osi ziemskiej (nutatio), na oznaczenie drogi od ciała niebieskiego opisaney: zgola na to wszystko, czego w umiejętném użyciu obserwacyi potrzebuujemy; zostawując szczęśliwszym i wytrzymalszym głowom te głębokie badania, które nam Astronomiia fizyczna na rachunek tablic podaje.

Taki zbiór zrównań ściśle wywiedziony, ściągiony do naymniejszey liczby widoków i początków niewątpliwych, uszykowany porządkie, objaśniony przykładami dobrze wybranemi, ułatwiłby obięcie tej rozległej umiejętności w swym związku, pokazałby dzielność ięzyka analitycznego, wprowadziłby uczących się do widzenia iednych prawd w drugich, do poznania zawisłości, i że tak powiem powinowactwa, iakie zachodzi między temi prawdami, i między dziełami przyrodzenia na niebie. Mielibyśmy przeto zwięzłą treść nauki; początków, na których się opiera; i podręczny skład potocznych i nayważniejszych rachunków. Prawdziwie gruntowna ciał niebieskich nauka, pokazałaby się tém, czém dziś

jest rzetelnie; to jest, przystósowaniem trygonometrii, nauki o liniach krzywych i mechaniki do fenomenów niebieskich. Podzielićby ją można na historią fenomenów, czyli opowiadanie dzieiów nieba: i na ich obrachowanie, czyli wywodzenie siłą rozumu: bo jużem to gdzie indziej powiedział; że rachować, iestto rozumować z pewnością.

Szerzenie *Astronomii*, prócz znanych wszystkim iey przysług, nie byłoby ieszcze bez drogiego dla społeczności pożytku: bo ta wysoka umiejętność będąc prawdziwą chlubą i zaszczytem ludzkiego pojęcia, w rozwadze tylu wielkich prawd podnosi umysł do górnieszych myśli, i czucie do szlachetniejszych poruszeń; a rażem wraża wstręt do tego wszystkiego, coby człowieka mogło upodlić i znieważać. To czucie godności ludzkiej głęboko wrazone i rozszerzone, byłoby zdaie mi się wielkiem lekarstwem na drobne namiętności, i na przywary wzrastaiącey cywilizacyi; a zatem silną podporą życia moralnego. Pisałem w Wilnie dnia $\frac{10}{22}$ stycznia roku 1820.

JAN SNIADOCKI.