

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Wydział Inżynierii Środowiska



ROZPRAWA DOKTORSKA

mgr inż. Anna Kowalczyk

**Wybór i weryfikacja
metody wymiarowania
ogrzewañ podłogowych**

WARSZAWA

2004

697.385:519.6:004.42:043

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Wydział Inżynierii Środowiska

Instytut Ogrzewnictwa i Wentylacji



ROZPRAWA DOKTORSKA

mgr inż. Anna Kowalczyk

Wybór i weryfikacja metody wymiarowania ogrzewañ podłogowych

Promotor
prof. nzw. dr hab. inż.
Marian Rosiński

Warszawa 2004



Streszczenie

W **rozdziale 4** ogólnie omówiono ogrzewanie podłogowe, jego zalety i wady oraz budowę grzejnika podłogowego. Szczególnie podkreślono zalety ogrzewania podłogowego przy kształtowaniu mikroklimatu w aspekcie komfortu cieplnego. Przedstawiono zagadnienie ograniczenia maksymalnej temperatury na powierzchni grzejnika oraz przeanalizowano podane w literaturze możliwości określenia współczynników przejmowania ciepła z powierzchni podłogi: całkowitego, na drodze promieniowania i konwekcji.

W **rozdziale 5** zamieszczono przegląd literaturowy przybliżonych metod wymiarowania ogrzewań podłogowych, zaś w **rozdziale 6** przedstawiono model matematyczny wymiany ciepła dla przewodów węzownicy zalanych w betonie wraz z przyjętymi warunkami brzegowymi. W rozdziale tym omówiono również autorski program Michała Strzeszewskiego Floor 2D, realizujący model matematyczny, oraz optymalizację parametrów obliczeń tego programu.

Rozdział 7 zawiera opis instalacji doświadczalnej, metodykę prowadzonych badań i weryfikację empiryczną modelu matematycznego przy pomocy techniki termograficznej w podczerwieni (termowizji), pomiarów termometrem z czujnikami oporowymi typu Pt oraz czujnikami gęstości strumienia ciepła.

Rozdział 8 zawiera wyniki obliczeń przeprowadzone dla przybliżonych metod wymiarowania ogrzewań podłogowych i porównanie ich z wynikami uzyskanymi za pomocą metody numerycznej (sprawdzonej empirycznie). Przeanalizowano wpływ na warunki wymiany ciepła układu następujących czynników: średniej temperatury wody, temperatury powietrza w pomieszczeniu nad i pod grzejnikiem podłogowym, rozstawu przewodów, grubości izolacji pod przewodami, grubości warstwy betonu pod przewodami, oporu przewodzenia ciepła warstwy wykończeniowej podłogi i średniej prędkości wody przepływającej w węzownicy grzejnika.

W **rozdziale 9** zamieszczono podsumowanie i wnioski.

Anna Kowalczyk

*Składam serdeczne podziękowania nieodżałowanemu
Panu Profesorowi śp. Robertowi Rabjaszowi
dzięki któremu rozpoczęłam pisanie tej pracy
oraz Promotorowi Panu
prof. nzw. dr hab. inż. Marianowi Rosińskiemu
za wszechstronną pomoc, opiekę naukową
i cenne uwagi udzielone podczas przygotowywania pracy.*

*Składam również podziękowania za życzliwą pomoc
Koleżankom i Kolegom z Instytutu Ogrzewnictwa
i Wentylacji Politechniki Warszawskiej, a zwłaszcza
Panu dr inż. Pawłowi Kędzierskiemu,
Panu dr inż. Michałowi Strzeszewskiemu
i Panu Antoniemu Ostrowskiemu.*

Anna Kowalczyk

Spis treści

1.	STRESZCZENIE.....	4
2.	WSTĘP.....	5
3.	SFORMUŁOWANIE TEZY I ZAKRESU PRACY.....	6
4.	CHARAKTERYSTYKA OGRZEWAŃ PODŁOGOWYCH.....	7
4.1.	OGÓLNA CHARAKTERYSTYKA OGRZEWAŃ PODŁOGOWYCH.....	7
4.2.	OGRZEWANIE PODŁOGOWE A KOMFORT CIEPLNY.....	9
4.3.	DOPUSZCZALNA TEMPERATURA POWIERZCHNI PODŁOGI.....	11
4.3.1.	<i>Wpływ temperatury podłogi na stopy w obuwiu.....</i>	<i>11</i>
4.3.2.	<i>Wpływ temperatury podłogi na bose stopy.....</i>	<i>13</i>
4.3.3.	<i>Podsumowanie.....</i>	<i>15</i>
4.4.	WSPÓLCZYNNIKI PRZEJMOWANIA CIEPŁA: NA DRODZE KONWEKcji, PROMIENIOWANIA I CAŁKOWITY WSPÓLCZYNNIK PRZEJMOWANIA CIEPŁA W UJĘCIU LITERATUROWYM.....	15
4.4.1.	<i>Współczynniki przejmowania ciepła na drodze konwekcji i promieniowania.....</i>	<i>15</i>
4.4.2.	<i>Całkowity współczynnik przejmowania ciepła.....</i>	<i>22</i>
4.4.3.	<i>Podsumowanie.....</i>	<i>23</i>
5.	PRZEGLĄD WYBRANYCH METOD WYMIAROWANIA GRZEJNIKÓW PŁASZCZYZNOWYCH TYPU MASYWNEGO.....	25
5.1.	METODA ŻEBRA.....	25
5.2.	METODA ŹRÓDEŁ I UPUSTÓW (WG FAXENA).....	35
5.3.	METODA ŹRÓDEŁ I UPUSTÓW (WG SZORINA).....	45
5.4.	METODA TRAPEZÓW PROFESORA W. WASILEWSKIEGO.....	52
5.5.	METODA MISSENARDA.....	59
5.6.	METODA KALOUSA-KOLLMARA.....	61
5.7.	METODA WEDŁUG NORMY EUROPEJSKIEJ EN 1264-1÷4.....	68
6	METODA NUMERYCZNA.....	80
6.1	WPROWADZENIE.....	80
6.2	MODEL MATEMATYCZNY PRZYJĘTY W PROGRAMIE FLOOR 2D.....	80
6.3	WARUNKI BRZEGOWE.....	83
6.4	PROGRAM KOMPUTEROWY FLOOR 2D.....	88

6.4.1	Dane do programu.....	88
6.4.2	Menadżer obliczeń.....	89
6.4.3	Opcje obliczeń.....	91
6.5	OPTIMALIZACJA PARAMETRÓW OBLICZEŃ PROGRAMU FLOOR 2D.....	92
6.5.1	Wybór bezwzględnej dokładności obliczeń eps.	92
6.5.2	Wybór wielkości podziału przekroju stropu grzejnego na elementy dx i dy	93
6.5.3	Wybór wysokości elementów dy w tzw. dużych warstwach.....	95
7.	WERYFIKACJA DOŚWIADCZALNA MODELU NUMERYCZNEGO..	97
7.1	STANOWISKO POMIAROWE DO BADAŃ OGRZEWAŃ PODŁOGOWYCH.....	97
7.2	BADANIA TERMOWIZYJNE.....	110
7.2.1	Wyznaczenie reprezentatywnych obszarów pomiarowych na powierzchni grzejników podłogowych.....	113
7.2.2	Weryfikacja wyników uzyskanych z pomiarów termometrem z czujnikami oporowymi i badaniami termowizyjnymi.....	120
7.3	BADANIA ZA POMOCĄ TERMOMETRU Z CZUJNIKAMI OPOROWYMI.....	124
7.3.1	Wężownica o rozstawie rur $b = 15$ cm.....	130
7.3.2	Wężownica o rozstawie rur $b = 20$ cm.....	135
7.3.3	Podsumowanie.....	139
7.4	BADANIA ZA POMOCĄ MIERNIKA GĘSTOŚCI STRUMIENIA CIEPŁA.....	139
7.4.1	Wężownica o rozstawie rur $b = 15$ cm.....	141
7.4.2	Wężownica o rozstawie rur $b = 20$ cm.....	143
7.4.3	Podsumowanie.....	145
7.5	OKREŚLENIE NIEPEWNOŚCI WYKONANYCH POMIARÓW.....	145
7.6	PODSUMOWANIE WERYFIKACJI DOŚWIADCZALNEJ MODELU NUMERYCZNEGO.....	149
8.	ANALIZA PORÓWNAWCZA WYBRANYCH METOD WYMIAROWANIA GRZEJNIKÓW PŁASZCZYZNOWYCH TYPU MASYWNEGO.....	150
8.1.	WPROWADZENIE.....	150
8.2.	WPLYW ŚREDNIEJ TEMPERATURY CZYNNIKA GRZEJNEGO W PRZEWODACH NA CHARAKTERYSTYKĘ GRZEJNIKA.....	153
8.3.	WPLYW TEMPERATURY POWIETRZA W POMIESZCZENIU NAD GRZEJNIKIEM PODŁOGOWYM NA CHARAKTERYSTYKĘ GRZEJNIKA.....	159

8.4.	WPLYW TEMPERATURY POWIETRZA W POMIESZCZENIU POD GRZEJNIKIEM PODŁOGOWYM NA CHARAKTERYSTYKĘ GRZEJNIKA.....	163
8.5.	WPLYW ROZSTAWU PRZEWODÓW WĘŻOWNICY NA CHARAKTERYSTYKĘ GRZEJNIKA	167
8.6.	WPLYW GRUBOŚCI IZOLACJI TERMICZNEJ UMIESZCZONEJ POD PRZEWODAMI WĘŻOWNICY NA CHARAKTERYSTYKĘ GRZEJNIKA.....	171
8.7.	WPLYW GRUBOŚCI WARSTWY JASTRYCHU ("NADBETONU") NAD PRZEWODAMI WĘŻOWNICY NA CHARAKTERYSTYKĘ GRZEJNIKA.....	175
8.8.	WPLYW ZMIANY OPORU CIEPLNEGO PRZEWODZENIA WARSTWY WYKOŃCZENIOWEJ PODŁOGI NA CHARAKTERYSTYKĘ GRZEJNIKA	179
8.9.	WPLYW ZMIANY PRĘDKOŚCI WODY GRZEJNEJ W PRZEWODACH WĘŻOWNICY NA CHARAKTERYSTYKĘ GRZEJNIKA	183
8.10.	ZBIORCZE ZESTAWIENIE WYNIKÓW	191
9.	PODSUMOWANIE I WNIOSKI.....	196
9.1.	PODSUMOWANIE.....	196
9.2.	WNIOSKI	197
	LITERATURA.....	199

1. Streszczenie

W **rozdziale 4** ogólnie omówiono ogrzewanie podłogowe, jego zalety i wady oraz budowę grzejnika podłogowego. Szczególnie podkreślono zalety ogrzewania podłogowego przy kształtowaniu mikroklimatu w aspekcie komfortu cieplnego. Przedstawiono zagadnienie ograniczenia maksymalnej temperatury na powierzchni grzejnika oraz przeanalizowano podane w literaturze możliwości określenia współczynników przejmowania ciepła z powierzchni podłogi: całkowitego, na drodze promieniowania i konwekcji.

W **rozdziale 5** zamieszczono przegląd literaturowy przybliżonych metod wymiarowania ogrzewań podłogowych, zaś w **rozdziale 6** przedstawiono model matematyczny wymiany ciepła dla przewodów węzownicy zalanych w betonie wraz z przyjętymi warunkami brzegowymi. W rozdziale tym omówiono również autorski program Michała Strzeszewskiego Floor 2D, realizujący model matematyczny, oraz optymalizację parametrów obliczeń tego programu.

Rozdział 7 zawiera opis instalacji doświadczalnej, metodykę prowadzonych badań i weryfikację empiryczną modelu matematycznego przy pomocy techniki termograficznej w podczerwieni (termowizji), pomiarów termometrem z czujnikami oporowymi typu Pt oraz czujnikami gęstości strumienia ciepła.

Rozdział 8 zawiera wyniki obliczeń przeprowadzone dla przybliżonych metod wymiarowania ogrzewań podłogowych i porównanie ich z wynikami uzyskanymi za pomocą metody numerycznej (sprawdzonej empirycznie). Przeanalizowano wpływ na warunki wymiany ciepła układu następujących czynników: średniej temperatury wody, temperatury powietrza w pomieszczeniu nad i pod grzejnikiem podłogowym, rozstawu przewodów, grubości izolacji pod przewodami, grubości warstwy betonu pod przewodami, oporu przewodzenia ciepła warstwy wykończeniowej podłogi i średniej prędkości wody przepływającej w węzownicy grzejnika.

W **rozdziale 9** zamieszczono podsumowanie i wnioski.

2. Wstęp

O efektach ogrzewania podłogowego decyduje strumień ciepły przekazywany drogą promieniowania i konwekcji od powierzchni podłogi do powierzchni otaczających przegród będących w zasięgu „widzenia cieplnego” i do powietrza w pomieszczeniu. Dla konwekcji swobodnej, konwekcyjny strumień ciepła jest wynikiem głównie temperatury powierzchni podłogi i temperatury powietrza. Temperatura powietrza wewnętrznego, jako parametr klimatu wewnętrznego, jest w zasadzie stała. Temperatura powierzchni grzejnika natomiast wynika z wartości strumienia cieplnego, odpowiedniego doboru temperatury czynnika ogrzewczego, rozstawu rur w węzownicy oraz zaprojektowania właściwej konstrukcji stropu, w który wbudowana jest węzownica. Instalacja ogrzewania podłogowego powinna być tak zaprojektowana, aby przy wykorzystaniu dostępnej powierzchni podłogi zapewniła pokrycie strat ciepła pomieszczenia. Istnieje wiele metod projektowania tego typu układów opartych na uproszczonych modelach obliczeniowych lub na podstawie tablic i nomogramów. W każdym przypadku podstawą projektowania jest określenie średnich gęstości strumienia ciepła oraz średniej temperatury powierzchni grzejnika.

Pomoce do projektowania w postaci tabel i nomogramów [13], [85], [100], [101], [102] opracowywane są w różny sposób. Każda firma oferująca ogrzewanie płaszczyznowe podaje dane konieczne do projektowania tylko dla własnych rozwiązań technicznych. Obecnie obserwuje się duże zainteresowanie inwestorów i projektantów nie tylko systemami ogrzewań płaszczyznowych, ale również obiektywnymi metodami obliczeń umożliwiającymi projektowanie grzejników podłogowych, a także wiarygodne sprawdzenie mocy cieplnej grzejników już zaprojektowanych.

3. Sformułowanie tezy i zakresu pracy

Celem niniejszej pracy jest zweryfikowanie zakresie dokładności różnych metod wymiarowania ogrzewań podłogowych oraz wybór metody najdokładniejszej i jednocześnie łatwej do zastosowania przy projektowaniu.

Cel pracy zrealizowano poprzez porównanie wyników uzyskanych dla różnych metod wymiarowania ogrzewań podłogowych, przy zmiennych parametrach pracy, z wynikami opracowanymi na podstawie modelu numerycznego i programu komputerowego, symulującego procesy wymiany ciepła w stropie z węzownicą. W celu sprawdzenia poprawności obliczeń wykonywanych metodą numeryczną, zweryfikowano model numeryczny doświadczalnie na specjalnie zaprojektowanym i zbudowanym w ramach niniejszej pracy stanowisku laboratoryjnym w skali półtechnicznej. Założenia przyjęte przy wykonaniu stanowiska badawczego były takie, aby warunki jego pracy jak najdokładniej odwzorowywały pracę rzeczywistych, dość złożonych pod względem wymiany ciepła układów, jakimi są grzejniki podłogowe.

4. Charakterystyka ogrzewań podłogowych

4.1. Ogólna charakterystyka ogrzewań podłogowych

Obecnie ogrzewanie podłogowe wykonywane jest w systemie wodnym przy zastosowaniu węzownic z tworzyw sztucznych lub miedzi oraz elektrycznym z przewodami grzejnymi umieszczonymi w podkładzie grzewczym. Jest powszechnie stosowane od kilkudziesięciu lat w krajach Europy Zachodniej i Skandynawii oraz znalazło dosyć szerokie grono zwolenników także w Polsce. Może być stosowane jako ogrzewanie pomieszczeń w domach jednorodzinnych i wielorodzinnych, w obiektach biurowych, przemysłowych, sakralnych, zabytkowych, sportowych, wystawowych oraz jako podgrzewanie tarasów, balkonów, schodów, dachów, podjazdów, rynien, rurociągów.

Ogrzewanie podłogowe charakteryzuje się korzystnym rozkładem temperatury w pomieszczeniu, który sprzyja zarówno dobrym warunkom komfortu cieplnego i higieny, jak i oszczędzaniu energii. Niska temperatura powierzchni grzejnika podłogowego wymaga obniżenia obliczeniowej temperatury wody grzejnej do $50 \pm 40^{\circ}\text{C}$ i dlatego ogrzewanie podłogowe należy do tzw. ogrzewań niskotemperaturowych. Niska temperatura nośnika ciepła umożliwia z kolei współpracę instalacji ogrzewania podłogowego w układzie szeregowo – równoległym z instalacjami o wyższej temperaturze wody. Ogrzewania niskotemperaturowe mogą być również efektywnie zasilane w energię ciepłą z nowoczesnych i ekologicznych źródeł ciepła, takich jak: kondensacyjne kotły gazowe, pompy ciepła lub kolektory słoneczne. Ta różnorodność wariantów zasilania w ciepło sprawia, że inwestor oraz projektant mają możliwość wyboru i zastosowania systemu optymalnego w aktualnych warunkach technicznych i ekonomicznych inwestycji.

Ogrzewanie podłogowe ma następujące zalety:

- nie występują w pomieszczeniu grzejniki (swobodna aranżacja wnętrza),
- podwyższone warunki higieniczne, zarówno przez zmniejszenie ruchów konwekcyjnych, jak i czystości powierzchni ogrzewalnych,
- równomierna temperatura w pomieszczeniu, korzystny gradient temperatury,
- podwyższenie komfortu cieplnego, niewystępowanie zjawiska „przypiekania kurzu”,

- niższa temperatura powietrza w pomieszczeniu w porównaniu z ogrzewaniem konwekcyjnym, dająca możliwość obniżenia sezonowego zużycia energii, przy tym samym komforcie cieplnym,
- właściwości samoregulacji polegające na samoczynnej zmianie mocy cieplnej przewodów w wyniku zmiany temperatury wewnętrznej w pomieszczeniu,
- niskie temperatury zasilania i powrotu, a więc możliwość współpracy z niskotemperaturowymi źródłami ciepła,
- niskie koszty obsługi.

Do wad ogrzewania podłogowego można zaliczyć:

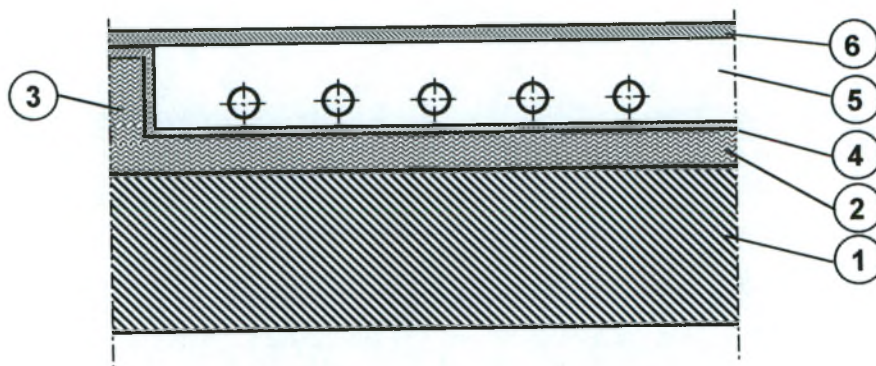
- konieczność przewidzenia ogrzewania już w fazie projektowania budynku, konieczność realizacji instalacji ogrzewczej w trakcie wznoszenia obiektu (wymagania odnośnie konstrukcji stropów),
- zachowanie pokrycia podłogi podczas eksploatacji budynku tak, jak była przewidziana w projekcie ogrzewania,
- dużą bezwładność cieplną oraz podwyższone wymagania odpowiedniej regulacji eksploatacyjnej (bezwładność ta może być także zaletą, np. w trakcie awarii),
- brak możliwości ewentualnych późniejszych zmian wielkości grzejnika,
- wyższe koszty inwestycyjne w porównaniu z innymi systemami ogrzewania,
- konieczność stosowania w budynkach o wysokiej izolacyjności cieplnej przegród zewnętrznych,
- możliwość uszkodzenia rur np. poprzez wiercenie otworów w podłodze.

Instalacja ogrzewania podłogowego składa się z następujących elementów:

- źródła ciepła wraz z zabezpieczeniami przed nadmiernym wzrostem ciśnienia i ograniczeniem temperatury czynnika grzejjego,
- pomp obiegowych,
- sieci przewodów z armaturą, osprzętem i rozdzielaczami dla węzownic grzejników podłogowych,
- węzownic grzejników podłogowych (w instalacji mogą sporadycznie wystąpić także grzejniki konwekcyjne),
- urządzeń odpowietrzających, urządzeń i aparatury kontrolno – pomiarowej i regulacyjnej.

Na podłogę, jako grzejnik płaszczyznowy, składają się:

- warstwa konstrukcyjna podłogi lub stropu,
- warstwa izolacji cieplnej,
- odpowiednio ułożone warstwy izolacji przeciwwilgociowej,
- warstwa jastrychu z plastykatorem, w której ułożone są rury,
- warstwa wykańczająca podłogę.



Rys. 4.1. Budowa grzejnika podłogowego

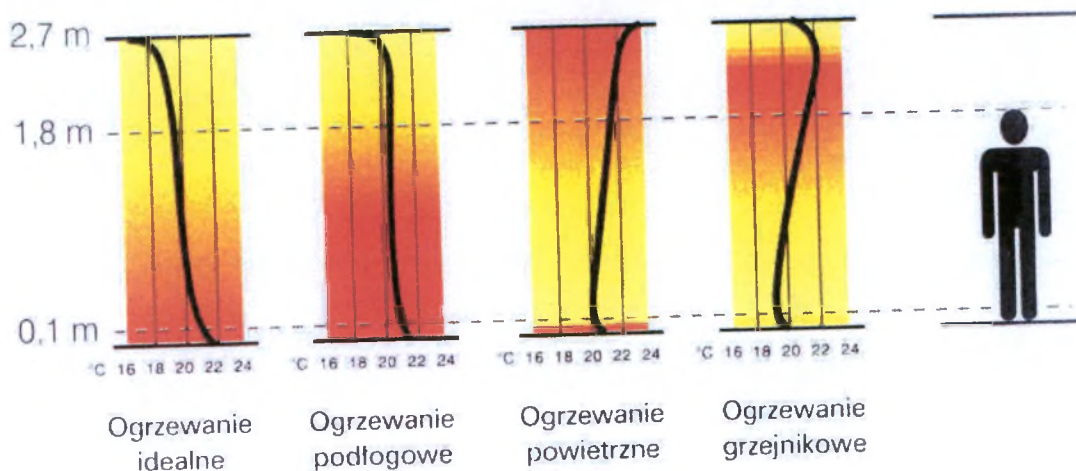
- 1 – warstwa konstrukcyjna stropu, 2 – izolacja cieplna, 3 – izolacja brzegowa,
4 – izolacja przeciwwilgociowa, 5 – warstwa jastrychu z wężownicą,
6 – warstwa wykończeniowa podłogi. Źródło: opracowanie własne na podstawie [14], [89].

Różne typy grzejników podłogowych, w zależności od budowy oraz sposób układania ogrzewania podłogowego, omówiono w wielu opracowaniach, m.in. [14], [69], [73], [84], [89].

4.2. Ogrzewanie podłogowe a komfort cieplny

Komfort cieplny w pomieszczeniu jest rezultatem działania systemu ogrzewania. Idealne warunki komfortu wymagają, by z drobnymi odchyleniami określona temperatura w pomieszczeniu była jednakowa w całej jego objętości. System wodnego niskotemperaturowego ogrzewania podłogowego polega na tym, że ok. 70% energii oddawane jest przez promieniowanie, a pozostałe 30% przez konwekcję [10]. Ciepło równomiernie rozchodzi się w pomieszczeniu od powierzchni podłogi do góry. W poziomie posadzki odczuwane jest przez stopy przyjemne ciepło, a na wysokości głowy (1,7 ÷ 1,8 m) uzyskuje się temperaturę optymalną ok. 19 ÷ 20°C [10], [84], [87], [88]. Na Rys. 4.2 przedstawiono optymalny teoretycznie rozkład temperatury oraz rozkłady

temperatury zależne od systemu ogrzewania. Ogrzewanie podłogowe jest najbliższe ideału.



Rys. 4.2. Pionowy rozkład temperatury w pomieszczeniach dla różnych typów centralnego ogrzewania. Źródło: [10].

Warunki komfortu cieplnego zależą głównie od średniej temperatury powietrza w ogrzewanym pomieszczeniu i średniej temperatury otaczających powierzchni. Im mniej te obydwie temperatury różnią się od siebie i im bardziej zbliżają się do wartości średniej, wynoszącej od $20 \div 22^{\circ}\text{C}$, tym bardziej równomierne jest oddawanie ciepła przez człowieka. Różnica nie powinna wynosić więcej niż 3 K [16]. Ponadto nie powinny istnieć zbyt wielkie różnice w wartości temperatury otaczających powierzchni, aby ciało mogło oddawać ciepło równomiernie ze wszystkich stron. Z przeprowadzonej analizy wynika, że chłodne sufity i ciepłe ściany stwarzają większe poczucie komfortu cieplnego niż ciepły sufit i chłodne ściany.

Ogrzewanie podłogowe jest szczególnie atrakcyjne, gdyż można obniżyć temperaturę powietrza zachowując pełny komfort dla przebywających osób w pomieszczeniu. Komfort cieplny jest określane jako wyrażenie zadowolenia z mikroklimatu. Fanger [16], [17] tworząc model komfortu cieplnego, jako podstawowy postulat przyjął konieczność zapewnienia równowagi cieplnej między człowiekiem przebywającym w pomieszczeniu a otoczeniem. Równowaga cieplna takiego układu zależna jest od grupy następujących czynników:

- wydatku energetycznego organizmu, zależnego od rodzaju wykonywanych czynności,
- oporu cieplnego odzieży,

4.3.1. Wpływ temperatury podłogi na stopy w obuwiu

W przypadku osób, przebywających w pomieszczeniu w obuwiu, wpływ na komfort cieplny ma rodzaj obuwia (zwłaszcza podeszwy) i temperatura powierzchni podłogi [107]. W pracach: Muncey'a [62], [63], Munro i Chrenki [64], Billingtona [7] i Franka [22], [23], wykazano, że w tym przypadku materiał podłogi nie ma istotnego wpływu na dyskomfort stóp.

Różne źródła na przestrzeni lat podają wartości dopuszczalnej temperatury podłogi, wynikającej z doświadczeń lub obliczeń analitycznych. Na podstawie obliczeń Missenarda w pracy [60] oraz badań Chrenko [11] przyjmowano dopuszczalną temperaturę podłogi na poziomie 25°C, wg badań Nevrisa i Flinnera [65] uznano jako właściwe temperatury podłogi w zakresie 18 ÷ 35°C. W USA wg pracy Herringtona i Lorenciego [29] przyjmowano maksymalną temperaturę podłogi równą 29°C.

Bardziej aktualne dane można przyjąć z raportu CEN „*Ventilation for Buildings – Design Criteria for Indoor Environment*” [86] dla osób noszących lekkie obuwie domowe. Podaje on zależność pomiędzy przewidywanym odsetkiem osób niezadowolonych (PPD) z subiektywnie nieoptymalnej temperatury powierzchni podłogi a jej temperaturą. Wyniki analizy przedstawiono w Tab. 4.1.

Tab. 4.1. Wymagania dotyczące temperatury powierzchni podłogi. Źródło: [86].

Kategoria	Dozwolony zakres temperatury powierzchni podłogi, °C
A	19÷29
B	18÷29
C	17÷31

Kategorie:

A – wysoki poziom oczekiwań,

B – średni poziom oczekiwań,

C – umiarkowany poziom oczekiwań.

Wg Raportu CEN można określić, że przewidywany procent osób niezadowolonych (PPD) z powodu za ciepłej lub za zimnej podłogi, dla $t = 26^{\circ}\text{C}$ wynosi 8%, a dla $t = 29^{\circ}\text{C}$ jest to 12%. Najmniejszy procent niezadowolonych przewidywany jest dla $t = 23\div 24^{\circ}\text{C}$. Dla temperatury podłogi w tym przedziale PPD

- temperatury powietrza,
- średniej temperatury promieniowania przegród pomieszczenia,
- wilgotności względnej powietrza,
- prędkości przepływu powietrza.

Podstawowym zadaniem instalacji centralnego ogrzewania działającego w pomieszczeniu jest utrzymanie strat ciepłych ciała ludzkiego na poziomie odczuwania komfortu cieplnego.

Według różnych źródeł [11], [93], różnica temperatury na poziomie głowy i na poziomie łydki nie powinna przekraczać 2 K, między poziomem głowy i posadzki nie powinna być wyższa niż 2,2 K, a gradient temperatury w pionie nie powinien przekraczać 1 K/m. Komfort wymaga również wyrównania temperatury w poziomie pomieszczenia. Równomierny rozkład temperatury występuje wówczas, jeśli na każdym odcinku drogi od okna do przeciwległej ściany nie występuje różnica temperatury wyższa niż 2 K. Wyrównanie temperatury promieniowania przegród jest trudne, gdyż w obszarze stycznym do powierzchni przeszklonej zawsze występuje dyskomfort z powodu przechłodzenia.

Spełnienie wyżej wymienionych warunków uzyskania komfortu cieplnego w pomieszczeniach, w większości przypadków, możliwe jest przy zastosowaniu ogrzewania podłogowego. Dyskomfort związany z odczuciem zimna od przegród przeszklonych niweluje się zagęszczeniem węzownicy w strefie brzegowej.

4.3. Dopuszczalna temperatura powierzchni podłogi

Integralną częścią zapewnienia komfortu cieplnego jest uzyskanie odpowiedniej temperatury powierzchni podłogi. Jest to jedyna przegroda budowlana, z którą człowiek pozostaje w stałym i bezpośrednim kontakcie. W związku z tym wymienia z nią ciepło nie tylko na drodze promieniowania, ale również na drodze przewodzenia i konwekcji. Maksymalna wartość temperatury powierzchni podłogi zależy od przeznaczenia pomieszczenia, długości czasu przebywania ludzi oraz rodzaju używanego obuwia [92].

Odczucia cieplne związane z temperaturą powierzchni podłogi zależą głównie od tego, czy ludzie mają na sobie obuwie, czy też nie i dlatego te dwa przypadki zostaną omówione oddzielnie.

wynosi 6% i można ten przedział uznać za zakres optymalny z punktu widzenia komfortu cieplnego. Zestawienie charakterystycznych wartości temperatury przedstawiono w Tab. 4.2.

Tab. 4.2. PPD dla charakterystycznych wartości temperatury. Źródło: [107].

Temperatura powierzchni podłogi [°C]	Przewidywany procent niezadowolonych PPD [%]	Opis
23÷24	6	Zakres optymalny
26	8	Temperatura maksymalna zalecana
29	12	Temperatura maksymalna dopuszczalna (dla kategorii wymagań A i B)
31	17	Temperatura maksymalna dopuszczalna (dla kategorii wymagań C)

W Polskiej Normie PN-85/N-08013 [79], która jest tłumaczeniem angielskiej wersji Normy Europejskiej EN ISO 7730 [78], wartość temperatury powierzchni podłogi powinna być zawarta w przedziale 19÷26°C, lecz systemy ogrzewania podłogowego można projektować na temperaturę do 29°C.

Natomiast wg Normy Europejskiej EN 1264-2 [74] dopuszczalne temperatury podłogi podano w Tab. 4.3.

Tab. 4.3. Maksymalna temperatura podłogi wg EN 1264-2. Źródło: [74].

Maksymalna temperatura powierzchni podłogi [°C]	Temperatura w pomieszczeniu [°C]	Opis
29	20	Strefa przebywania ludzi
33	24	Łazienki, pomieszczenia o podwyższonej temperaturze wewnętrznej
35	20	Strefa brzegowa

4.3.2. Wpływ temperatury podłogi na bose stopy

W przypadku bosych stóp o komforcie decyduje nie tylko temperatura podłogi, ale również materiał, z którego została wykonana jej wierzchnia warstwa. Dzieje się tak, gdyż po bezpośrednim zetknięciu się stopy z posadzką, stopa może miejscowo podgrzać lub ochłodzić podłogę. Proces ten zależy od właściwości fizycznych użytego

materiału, który charakteryzuje współczynnik przyswajania ciepła b . Współczynnik ten określony jest wzorem [92]:

$$b = \sqrt{\lambda \rho c} \left[\frac{\text{J}}{\text{m}^2 \text{s}^{0,5} \text{K}} \right] \quad (4.1)$$

gdzie:

- λ - współczynnik przewodności cieplnej materiału podłogi, [W/(m·K)];
- ρ - gęstość właściwa materiału, [kg/m³];
- c - ciepło właściwe materiału, [J/(kg·K)].

W Tab. 4.4 podano wartości współczynników przyswajania ciepła dla wybranych materiałów używanych jako posadzki oraz zakresy temperatury zapewniające komfort cieplny.

Tab. 4.4. Zakresy temperatury zapewniające komfort cieplny w przypadku bosej stopy.
Na podstawie [92].

Material podłogi	Współczynnik przyswajania ciepła b [J/(m ² s ^{0,5} K)]	Zakresy temperatury podłogi, zapewniające komfort cieplny [°C]
Płyty korkowe	105÷140	5÷42
Drewno sosnowe	280÷1 080	17÷37
Drewno świerkowe	280÷1 080	17÷37
Drewno dębowe	490÷920	23÷35
Linoleum	630	24÷35
Jastrych anhydrytowy	1 260	26÷34
Gips	1 120÷1 470	26÷34
Jastrych asfaltowy	1 330	26÷34
Jastrych cementowy	1 190÷1 610	27÷34
Płyty ceramiczne	1 400	27÷34
Beton	1 360÷1 745	27÷34
Sztuczny kamień	2 380	28÷33
Marmur	1210÷3 010	28÷33

Podłoga wykonana np. z marmuru ma znacznie większy współczynnik przyswajania ciepła, niż podłoga drewniana i dlatego będzie odczuwana jako chłodniejsza przez bosą stopę.

Temperatura powierzchni stopy wynosi $31 \div 32^{\circ}\text{C}$ (przy wewnętrznej temperaturze człowieka ok. 37°C). Im bardziej ustalona temperatura powierzchni kontaktowej odbiega od tych wartości, tym mocniej aktywowane są mechanizmy refleksyjne w kierunku: „nieprzyjemnie”, „za ciepło” lub „za zimno”.

Przyjmuje się, że jeśli wartości współczynnika przyswajania ciepła b odpowiednio wynoszą:

$b \leq 350$	podłoga dla stopy jest ciepła,
$350 < b \leq 700$	podłoga dla stopy jest słabo ciepła lub chłodna,
$b > 1400$	podłoga dla stopy jest zimna.

4.3.3. Podsumowanie

Z uwagi na wymagania komfortu cieplnego zaleca się, aby temperatura powierzchni podłogi nie przekraczała 26°C . Dopuszcza się jednak temperaturę maksymalną 29°C w strefie stałego przebywania ludzi. Natomiast w pomieszczeniach o podwyższonej temperaturze powietrza (np. łazienki) temperatura ta może wynosić 33°C , a w strefie o krótkim czasie przebywania ludzi (np. strefy brzegowe) 35°C .

4.4. Współczynniki przejmowania ciepła: na drodze konwekcji, promieniowania i całkowity współczynnik przejmowania ciepła w ujęciu literaturowym

4.4.1. Współczynniki przejmowania ciepła na drodze konwekcji i promieniowania

Przy określaniu gęstości strumienia cieplnego przekazywanego przez powierzchnię grzejnika podłogowego decydujące znaczenie ma wartość współczynników przejmowania ciepła: na drodze konwekcji, promieniowania lub całkowitego.

Całkowitą wartość gęstości strumienia cieplnego można określić jako sumę gęstości strumienia cieplnego oddawanego na drodze konwekcji i promieniowania:

$$q_c = q_k + q_r \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (4.2)$$

A zależności q_k i q_r [38] wynoszą:

$$q_k = \alpha_k \cdot (t_p - t_i) \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (4.3)$$

$$q_r = \alpha_r \cdot (t_p - t_s) \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (4.4)$$

gdzie:

- α_k - współczynnik przejmowania ciepła na drodze konwekcji, $[W/(m^2 \cdot K)]$,
- α_r - współczynnik przejmowania ciepła na drodze promieniowania, $[W/(m^2 \cdot K)]$,
- t_p - średnia temperatura powierzchni grzejnika podłogowego, $[^\circ C]$,
- t_i - temperatura powietrza w pomieszczeniu ogrzewanym grzejnikiem podłogowym, $[^\circ C]$,
- t_s - średnia ważona temperatura powierzchni przegród budowlanych pomieszczenia ogrzewanego grzejnikiem podłogowym (poza powierzchnią grzejnika podłogowego), $[^\circ C]$, [38].

Współczynnik przejmowania ciepła na drodze promieniowania wg Kilkis'a [38] można zapisać jako:

$$\alpha_r = r \cdot \varepsilon \cdot \sigma \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (4.5)$$

gdzie:

- ε - średnia zastępcza emisyjność przegród budowlanych, [-],
- σ - stała Stefana – Boltzmana równa $5,76 \cdot 10^{-8}$ (wg Kilkis'a [38]), $[W/(m^2 \cdot K^4)]$,

zaś:

$$r = 4 \cdot \left[\frac{(t_p + 273)}{2} + \frac{(t_s + 273)}{2} \right]^3 [K] \quad (4.6)$$

lub w uproszczonej formie:

$$r = \left[0,0105 \cdot \frac{(t_p + t_s)}{2} + 0,7955 \right] \cdot 10^8 \quad [\text{K}] \quad (4.7)$$

dla warunku: $15^\circ\text{C} \leq (t_p + t_r)/2 \leq 30^\circ\text{C}$.

Współczynnik przejmowania ciepła na drodze konwekcji wg Kilkis'a [38] można zapisać jako:

$$\alpha_k = (1 - 2,22 \cdot 10^5 \cdot h)^{2,627} \cdot \left(\frac{4,96}{D_e} \right)^{0,08} \cdot 2,67 \cdot (t_p - t_i)^{0,25} \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right] \quad (4.8)$$

gdzie:

h - wysokość nad poziom morza, [m],

D_e - charakterystyczny wymiar geometryczny podłogi [59], [m]:

$$D_e = \frac{4 \cdot A_r}{L_r} \quad [\text{m}] \quad (4.9)$$

gdzie:

A_r - całkowite pole powierzchni podłogi, [m^2],

L_r - długość wewnętrznego obwodu podłogi, [m].

Wartość średniej ważonej temperatury powierzchni przegród budowlanych pomieszczenia ogrzewanego grzejnikiem podłogowym t_s jest raczej trudna do określenia. Zależy głównie od temperatury zewnętrznej, udziału powierzchni wewnętrznych i zewnętrznych przegród, pozycji pomieszczenia w budynku i siły wiatru na zewnątrz.

Dlatego Kilkis w pracy [39] zaproponował:

$$t_s = t_i - d \cdot z \quad [^\circ\text{C}] \quad (4.10)$$

gdzie:

d - współczynnik zależny od położenia pomieszczenia: 1 – dla pomieszczeń wewnętrznych, 2 – dla pomieszczeń z jedną przegrodą zewnętrzną, 3 – dla pomieszczeń z 3 i więcej przegrodami zewnętrznymi, [-],

$$z = \frac{15}{25 + t_e} \quad (4.11)$$

gdzie:

t_e - temperatura powietrza zewnętrznego ($t_e \geq -20^\circ\text{C}$), [$^\circ\text{C}$].

W nieco innej formie określono gęstość strumienia ciepłego na drodze promieniowania w pracach Olesen'a i Michel'a [81], [82]:

$$q_r = \alpha_r \cdot \sum_{i=1}^n (T_p - T_{is}) \cdot \varphi_{Ap-Ai} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad (4.12)$$

gdzie:

α_r - współczynnik przejmowania ciepła na drodze promieniowania, [$\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$],

$$\alpha_r = \varepsilon_p \cdot \sigma \cdot \theta \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right] \quad (4.13)$$

T_p - średnia temperatura powierzchni grzejnika podłogowego, [K],

T_{is} - temperatura i-tej powierzchni przegrody budowlanej pomieszczenia ogrzewanego grzejnikiem podłogowym (poza powierzchnią grzejnika podłogowego), [K],

φ_{Ap-Ai} - współczynnik konfiguracji między powierzchnią grzejnika podłogowego i i-tą powierzchnią przegrody budowlanej, [-],

ε_p - emisyjność powierzchni podłogi grzejnej, [-],

σ - stała Stefana – Boltzmana równa: $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ wg [2] lub $5,77 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ wg [16], [$\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$],

θ - wartość równa:

$$\theta = \frac{T_p^4 - T_{is}^4}{T_p - T_{is}} \left[\text{K}^3 \right] \quad (4.14)$$

przy czym dla T_p i T_{is} zawartych w granicach $25^\circ\text{C} \leq t_p \leq 35^\circ\text{C}$ i $20^\circ\text{C} \leq t_{is} \leq 25^\circ\text{C}$ przyjmując średnią wartość $\theta = 1,05 \cdot 10^8 \text{ K}^3$ popełnia się maksymalny błąd do 2%.

Dla wartości: $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ i $\sigma = 5,77 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$, emisyjności $\varepsilon = 0,9 \div 0,95$ i $\theta = 1,05 \cdot 10^8 \text{ K}^3$ uzyskuje się wyniki w granicach

$\alpha_r = 5,36 \div 5,76 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$. Olesen i Michel w swoich pracach [81], [82] przyjęli średnią wartość $\alpha_r = 5,5 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, przy maksymalnym błędzie 4%.

Gęstość strumienia ciepła oddawanego na drodze konwekcji autorzy prac [81], [82] wyznaczyli doświadczalnie, mierząc całkowitą gęstość strumienia ciepła oddawanego przez powierzchnię podłogi q_c . Współczynnik przyjmowania ciepła na drodze konwekcji określali następnie czterema metodami:

– **metoda 1:**

- gęstość strumienia ciepła na drodze promieniowania q_r wg wzoru (4.12),
- gęstość strumienia ciepła na drodze konwekcji q_k wg wzoru (4.2),
- współczynnik przyjmowania ciepła na drodze konwekcji α_k wg wzoru (4.3).

– **metoda 2:**

- gęstość strumienia ciepła na drodze promieniowania q_r wg wzoru:

$$q_r = \alpha_r \cdot (T_p - T_r) \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad (4.15)$$

gdzie:

T_r - średnia temperatura promieniowania, [K],

$$T_r = \sum_i T_{is} \cdot \varphi_{Ai-P} \quad [\text{K}] \quad (4.16)$$

T_{is} - temperatura i-tej powierzchni przegrody budowlanej pomieszczenia ogrzewanego grzejnikiem podłogowym (poza powierzchnią grzejnika podłogowego), [K],

φ_{Ai-P} - współczynnik konfiguracji między powierzchnią grzejnika podłogowego i charakterystycznym punktem P (przyjmowano punkt P na wysokości 0,6 m od podłogi dla osoby siedzącej i na wysokości 1,1 m dla osoby stojącej wg wytycznych [4], [77]), [-],

- gęstość strumienia ciepła na drodze konwekcji q_k wg wzoru (4.2),
- współczynnik przyjmowania ciepła na drodze konwekcji α_k wg wzoru (4.3).

– **metoda 3:**

- gęstość strumienia ciepła na drodze promieniowania q_r wg wzoru:

$$q_r = \alpha_r \cdot (T_p - T_o) \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad (4.17)$$

gdzie:

T_o - temperatura odczuwalna, [K],

$$T_o = \frac{\alpha_{khh} \cdot T_a + \alpha_{rhh} \cdot T_r}{\alpha_{khh} + \alpha_{rhh}} \quad [\text{K}] \quad (4.18)$$

α_{khh} - współczynnik przejmowania ciepła na drodze konwekcji od ludzkiego ciała, [W/(m²·K)],

α_{rhh} - współczynnik przejmowania ciepła na drodze promieniowania od ludzkiego ciała, [W/(m²·K)],

T_a - temperatura powietrza w charakterystycznym punkcie, [K].

- całkowity współczynnik przejmowania ciepła α_c ze wzoru:

$$q_c = \alpha_c \cdot (T_p - T_o) \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad (4.19)$$

- współczynnik przejmowania ciepła na drodze konwekcji α_k wg wzoru:

$$\alpha_c = \alpha_k + \alpha_r \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \right] \quad (4.20)$$

– **metoda 4:**

- całkowity współczynnik przejmowania ciepła α_c ze wzoru:

$$q_c = \alpha_c \cdot (T_p - T_{1,6}) \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad (4.21)$$

gdzie:

$T_{1,6}$ - zmierzona temperatura powietrza na wysokości 1,6 m, [K],

- współczynnik przejmowania ciepła na drodze konwekcji α_k wg wzoru (4.20).

Uzyskane średnie wartości współczynnika przejmowania ciepła na drodze konwekcji α_k dla charakterystycznych punktów na wysokości 0,6 m i 1,1 m od poziomu podłogi, dla zmierzonych wartości całkowitej gęstości strumienia ciepła w granicach $q_c = 20,1 \div 32 \text{ W/m}^2$, przy różnicy temperatur $(T_p - T_{a \text{ 0,6 m}}) = 1,7 \div 4,3 \text{ K}$ i $(T_p - T_{a \text{ 1,1 m}}) = 2,3 \div 5,0 \text{ K}$, przedstawiono w Tab. 4.5.

Tab. 4.5. Średnie wartości współczynnika przejmowania ciepła na drodze konwekcji α_k . Źródło: [81].

Opis metody	Średnia wartość α_k	
	dla punktów na wys. 0,6 m [W/(m ² ·K)]	dla punktów na wys. 1,1 m [W/(m ² ·K)]
Metoda 1	1,5	1,2
Metoda 2	4,6	3,0
Metoda 3	4,6	2,8
Metoda 4	2,0 – na wys. 1,6 m	

Następnie wyniki przedstawiono wg ogólnego wzoru:

$$\alpha_k = k \cdot \left(\frac{\Delta T}{D_e} \right)^{0,25} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (4.22)$$

gdzie:

ΔT - różnica między temperaturą podłogi i powietrza, [K],

D_e - charakterystyczny wymiar geometryczny podłogi wg wzoru (4.9), [m],

k - charakterystyczna stała:

- dla punktów na wys. 0,6 m uzyskano **1,68**
- dla punktów na wys. 1,1 m uzyskano **1,28**.

Dla podanych wartości wyników pomiarów i obliczeń wg [81] można określić, że dla wyników uzyskanych metodą 1 i 2 udział procentowy ilości ciepła przekazywanego na drodze promieniowania do całej ilości ciepła przekazywanego przez powierzchnię podłogi zmieniał się w granicach od 77,1% do 128% , średnio (po odrzuceniu wyników niemożliwych – czyli powyżej 100%) – 85,6%. Analogicznie analizując wyniki uzyskane metodą 3 i 4 można określić, że udział procentowy wartości współczynnika przejmowania ciepła na drodze konwekcji do wartości całkowitego współczynnika przejmowania ciepła wahał się w granicach od 8,3% do 66,7% , średnio – 39,2%.

Powyższe badania nie znalazły potwierdzenia we wzorach określających wartości współczynnika przejmowania ciepła na drodze konwekcji α_k cytowanych w literaturze:

– wg Glent’a [81]:

$$\alpha_k = 0,68 \cdot \left(\frac{\Delta T}{1} \right)^{0,25} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (4.23)$$

– wg ASHRE Fundamentals 1997 [3]:

$$\alpha_k = 0,59 \cdot \left(\frac{\Delta T}{1} \right)^{0,25} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (4.24)$$

– wg McAdams’a [54]:

$$\alpha_k = 0,12 \cdot \left(\frac{\Delta T}{1} \right)^{0,25} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (4.25)$$

4.4.2. Całkowity współczynnik przejmowania ciepła

W większości prac naukowych podawane są wzory na całkowity współczynnik przejmowania ciepła, a całkowitą gęstość strumienia cieplnego oddawanego przez grzejnik podłogowy na drodze konwekcji i promieniowania można obliczyć wg:

$$q_c = \alpha_c \cdot (t_p - t_i) \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (4.26)$$

gdzie:

α_c - całkowity współczynnik przejmowania ciepła na drodze konwekcji i promieniowania, $[W/(m^2 \cdot K)]$,

t_p - średnia temperatura powierzchni grzejnika podłogowego, $[^{\circ}C]$,

t_i - temperatura powietrza w pomieszczeniu ogrzewanym grzejnikiem podłogowym, $[^{\circ}C]$, zmierzona na wysokości 0,8 ÷ 1,8 m od powierzchni podłogi (wg Rys. 4.2 w tym przedziale wysokości temperatura wewnątrz pomieszczenia dla ogrzewania podłogowego jest stała).

Wartości całkowitego współczynnika przejmowania ciepła na drodze konwekcji i promieniowania dla podanych konkretnych wartości temperaturowych można znaleźć w pracach [43], [59], [99].

Wartość całkowitego współczynnika przejmowania ciepła na drodze konwekcji i promieniowania w funkcji średniej temperatury powierzchni grzejnej i powietrza wewnętrznego podano w pracach [69], [73], [89], [93]:

$$\alpha_c = 8,92(t_p - t_i)^{0,1} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (4.27)$$

gdzie:

oznaczenia jw.

4.4.3. Podsumowanie

Obliczenie oddzielnie gęstości strumienia ciepła oddawanego przez grzejnik podłogowy na drodze konwekcji i promieniowania jest pod względem technicznym trudne do zrealizowania. Należy znać wartości współczynników przejmowania ciepła na drodze konwekcji i promieniowania, średnią temperaturę przegród budowlanych stanowiących ogrzewane pomieszczenia, ewentualnie w zależności od metody określania – temperaturę odczuwalną, itd. Wyznaczenie tych wartości narzuca konieczność zastosowania odpowiedniej techniki pomiarowej, możliwej do uzyskania tylko w warunkach laboratoryjnych.

Na podstawie prac Olesen'a i Michel'a w [81], [82] można się przekonać, że uzyskane wyniki badań, w zależności od zastosowania różnych dalszych metod obliczeniowych, mogą prowadzić do bardzo dużego rozrzutu ostatecznych wyników, lub wręcz do wyników absurdalnych (jak udział promieniowania w całkowitej wymianie ciepła powyżej 100% czy ujemne współczynniki przejmowania ciepła na drodze konwekcji).

W niektórych przytoczonych wyżej wzorach występują pewne nieścisłości. We wzorach (4.5) i (4.13) wartość stałej Stefana – Boltzmana przyjmowano w granicach $5,67 \div 5,77 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$. W literaturze poświęconej procesom wymiany ciepła pojawiają się dwie wartości – stała teoretyczna wg teorii kwantowej [93], [121] równa $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$ lub średnia wartość zweryfikowana doświadczalnie [121] równa $5,73 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$ (przyjmowana do obliczeń w dalszej części pracy). We wzorach (4.3), (4.8) i (4.10) występuje wartość temperatury powietrza w pomieszczeniu ogrzewanym grzejnikiem podłogowym t_i , ale autorzy nie podali na jakiej wysokości należy tą temperaturę zmierzyć. We wzorze (4.13) występuje wartość emisyjności powierzchni podłogi grzejnej ϵ_p , gdyż autorzy prac [81], [82] założyli, że wartości emisyjności przegród budowlanych otaczających pomieszczenie wraz z podłogą są prawie równe i wahają się w granicach $0,9 \div 0,95$, co jest dość znacznym

uproszczeniem. Ponadto Olesen'a i Michel'a w swoich pracach [81], [82] wartość współczynnika przejmowania ciepła na drodze promieniowania α_r odnieśli do różnicy między temperaturą powierzchni grzejnika podłogowego, a temperaturą otaczających przegród ($T_p - T_{is}$) (wzory (4.12),(4.14)), co jest sprzeczne z ogólną definicją wg wzoru (4.3). Podobną nieścisłość popełniono przy omawianiu 3 metody określania współczynnika przejmowania ciepła α_k . Autorzy odnieśli tę wartość do różnicy między temperaturą powierzchni grzejnika podłogowego, a temperaturą odczuwalną ($T_p - T_o$), wg definicji zaś wartość współczynnika przejmowania ciepła α_k powinna być odniesiona do różnicy między temperaturą powierzchni grzejnika podłogowego, a temperaturą płynu omywającego daną powierzchnię – czyli powietrza w pomieszczeniu ($T_p - T_i$).

Dlatego, biorąc pod uwagę rozpatrywane wyżej argumenty, w dalszej części pracy posługiwano się zależnością (4.27), określającą całkowity współczynnik przejmowania ciepła z powierzchni grzejnika podłogowego, łatwą do zastosowania przy projektowaniu. W ramach niniejszej pracy wykonano weryfikację doświadczalną modelu numerycznego grzejnika podłogowego, gdzie zastosowano wzór (4.27) przy określeniu warunku brzegowego III (wymiana ciepła pomiędzy powierzchnią podłogi grzejnej oraz otaczającym powietrzem) i wykazano zbieżność wyników nie przekraczającą zakresu błędu pomiarowego ($\pm 5\%$).

5. Przegląd wybranych metod wymiarowania grzejników płaszczyznowych typu masywnego

Do obliczania mocy cieplnej grzejników podłogowych typu masywnego stosowanych jest wiele metod obliczeniowych, różniących się przyjętymi założeniami upraszczającymi. Poniżej omówiono kilka wybranych metod, opisanych na tyle dokładnie w literaturze, aby można było na ich podstawie przeprowadzić obliczenia w dalszej części pracy. Pozostałe metody wymiarowania grzejników płaszczyznowych przytoczone w literaturze ([9], [40], [48], [49], [50], [111], [115]) są omówione w zbyt małym stopniu, aby stworzyć algorytm obliczeniowy lub wymagają zastosowania programu komputerowego opracowanego przez autora ([123], [124], [125]).

5.1. Metoda żebra

W metodzie tej traktuje się warstwę jastrychu z umieszczoną w niej węzownicą, jak żebro. W przypadku żebra o małej grubości i dużej przewodności cieplnej, temperatura w przekroju żebra jest w przybliżeniu stała.

Szczegółowe omówienie metody żebra przedstawiono w pracach [38], [46], [47], [55], [104].

Zależność liniową przewodzenia ciepła można stosować do badania rozkładu temperatury tylko w określonym przedziale. Zakres dopuszczalności dla przypadku węzownicy umieszczonej w warstwie betonu wynosi $Bi < 0.3$:

$$Bi = \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \frac{\delta}{2} = \frac{10}{1} \cdot 0.03 \approx 0.3 \quad (5.1)$$

gdzie:

Bi - liczba Biota,

α - współczynnik przejmowania ciepła, $[W/m^2 K]$, (dla ogrzewań płaszczyznowych sufitowych i podłogowych $\alpha \approx 10 W/m^2 K$),

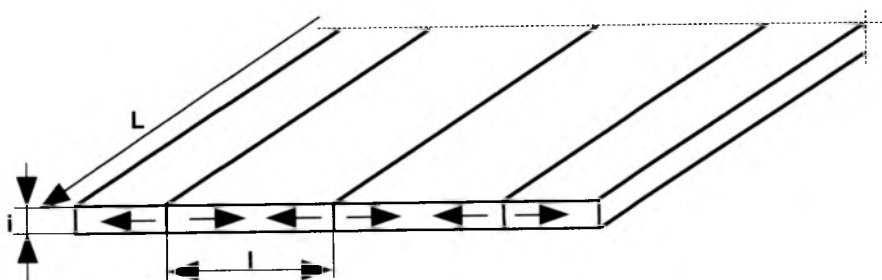
λ - współczynnik przewodności cieplnej materiału, $[W/m K]$, (dla betonu $\lambda = 1 W/m K$),

δ - grubość betonu, $[m]$.

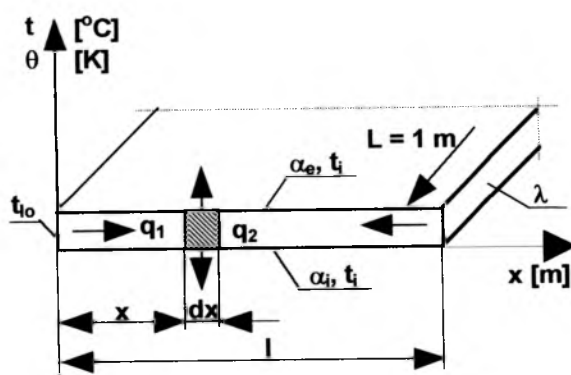
Przedział $Bi < 0.3$ określa największą grubość warstwy betonu $i = 7 - 8$ cm. W przypadku grubszej warstwy należy przyjmować zależności dwuwymiarowego przewodzenia ciepła.

Dla określenia gęstości strumienia ciepła przekazywanego przez grzejnik podłogowy ta metoda przyjęto następujące założenia:

- duża powierzchnia grzejnika płaszczyznowego;
- węzownica umieszczona jest w płycie jednorodnej wykonanej z betonu;
- w warstwie betonu na długości l rozmieszczone są źródła ciepła w postaci pasków o szerokości i (równej grubości płyty betonowej), pomijalnej grubości i i temperaturze t_{i0} ;
- płyta grzejna z obu stron graniczy z powietrzem o temperaturze t_i ;
- znane są wartości: współczynnika przewodzenia ciepła betonu λ_b , współczynnika przejmowania ciepła dla górnej powierzchni grzejnika α_e , współczynnika przejmowania ciepła dla dolnej powierzchni grzejnika α_i



Rys. 5.1. Schemat grzejnika płaszczyznowego. Źródło: na podstawie[46], [47], [55].



Rys. 5.2. Schemat obliczeniowy grzejnika płaszczyznowego.

Źródło: na podstawie[46], [47], [55].

Do elementu żebra o przekroju $i \cdot L$ (gdzie $L = 1$ m), znajdującej się w odległości x od źródła ciepła o temperaturze t_{10} dopływa ciepło w ilości:

$$Q_1 = -i \cdot \lambda \cdot \left(\frac{d\theta}{dx} \right)_x \quad (5.2)$$

zaś przez przekrój płaszczyzny znajdującej się w odległości $x + dx$ odpływa następująca ilość ciepła:

$$Q_2 = -i \cdot \lambda \cdot \left(\frac{d\theta}{dx} \right)_{x+dx} \quad (5.3)$$

gdzie:

- θ - różnica temperatury na powierzchni płyty w odległości x od źródła ciepła i temperatury powietrza w pomieszczeniu $\theta = t_x - t_i$, [K]
- λ - współczynnik przewodności cieplnej materiału żebra, [W/m K]
- i - grubość płyty betonowej (szerokość paska źródła ciepła), [m].

Strumień ciepła przewodzonego przez element żebra (równy różnicy Q_1 i Q_2) w warunkach ustalonej wymiany ciepła równy jest ciepłu przyjmowanemu z powierzchni żebra:

$$Q_1 - Q_2 = \theta \cdot dx \cdot (\alpha_i + \alpha_e) = -i \cdot \lambda \left[\left(\frac{d\theta}{dx} \right)_x - \left(\frac{d\theta}{dx} \right)_{x+dx} \right] \left[\frac{W}{m} \right] \quad (5.4)$$

Po przekształceniu uzyskano wzór:

$$\theta \cdot \frac{\alpha_i + \alpha_e}{i \cdot \lambda} = \left[- \frac{\left(\frac{d\theta}{dx} \right)_{x+dx} - \left(\frac{d\theta}{dx} \right)_x}{dx} d\theta \right]_{dx \rightarrow 0} = \frac{d^2\theta}{dx^2} \quad (5.5)$$

gdzie:

- α_e - współczynnik przyjmowania ciepła od górnej powierzchni, [W/(m²·K)],
- α_i - współczynnik przyjmowania ciepła od dolnej powierzchni, [W/(m²·K)].

Wprowadzono pojęcie współczynnika:

$$\frac{(\alpha_i + \alpha_e)}{i \cdot \lambda} = m^2 \quad (5.6)$$

Po przekształceniu otrzymano równanie różniczkowe :

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2 \cdot \theta = 0 \quad (5.7)$$

Ogólne rozwiązanie tego równania wynosi:

$$\theta = C_1 \cdot e^{m \cdot x} + C_2 \cdot e^{-m \cdot x} \quad (5.8)$$

Stałe C_1 i C_2 można wyznaczyć z następujących warunków brzegowych:

- dla $x = 0$ $\theta = \theta_{lo} = t_{lo} - t_i$;
- dla $x = l/2$ $(d\theta/dx)_{x=l/2} = 0$.

Po wstawieniu powyższych zależności do równania (5.8) otrzymano układ równań:

$$\theta_{lo} = C_1 + C_2 \quad (5.9)$$

$$\left(\frac{d\theta}{dx}\right)_{x=l/2} = m \cdot (C_1 \cdot e^{m \cdot x} - C_2 \cdot e^{-m \cdot x})_{x=l/2} = 0 \quad (5.10)$$

$$\left(\frac{d\theta}{dx}\right)_{x=l/2} = m \cdot ((\theta_{lo} - C_2) \cdot e^{m \cdot x} - C_2 \cdot e^{-m \cdot x})_{x=l/2} = 0 \quad (5.11)$$

Stąd stałe całkowania wynoszą odpowiednio:

$$C_2 = \frac{\theta_{lo} \cdot e^{\frac{m \cdot l}{2}}}{e^{\frac{m \cdot l}{2}} + e^{-\frac{m \cdot l}{2}}} \quad (5.12)$$

$$C_1 = \theta_{lo} - C_2 = \frac{\theta_{lo} \cdot e^{-\frac{m \cdot l}{2}}}{e^{\frac{m \cdot l}{2}} + e^{-\frac{m \cdot l}{2}}} \quad (5.13)$$

Podstawiając stałe C_1 i C_2 do wzoru (5.8) otrzymano równanie na rozkład temperatury wzdłuż żebra prostego w postaci:

$$\theta_x = \frac{\theta_{lo} \cdot e^{-\frac{m \cdot l}{2}}}{e^{\frac{m \cdot l}{2}} + e^{-\frac{m \cdot l}{2}}} \cdot e^{m \cdot x} + \frac{\theta_{lo} \cdot e^{\frac{m \cdot l}{2}}}{e^{\frac{m \cdot l}{2}} + e^{-\frac{m \cdot l}{2}}} \cdot e^{-m \cdot x} \quad (5.14)$$

Po przekształceniu otrzymano wzór:

$$\theta = \theta_{lo} \frac{e^{m \cdot \left(\frac{1}{2} - x\right)} + e^{-m \cdot \left(\frac{1}{2} - x\right)}}{e^{m \cdot \frac{1}{2}} + e^{-m \cdot \frac{1}{2}}} \quad (5.15)$$

Wprowadzając wyrażenie:

$$e^x + e^{-x} = \cosh x \quad (5.16)$$

otrzymano:

$$\theta = \theta_{lo} \frac{\cosh \left[m \cdot \left(\frac{1}{2} - x \right) \right]}{\cosh \left(m \cdot \frac{1}{2} \right)} \quad [\text{K}] \quad (5.17)$$

Następnie należy wyznaczyć średnią różnicę temperatury na powierzchni płyty grzejnej θ_k wg wzoru:

$$\theta_k = t_k - t_i \quad [\text{K}] \quad (5.18)$$

gdzie:

t_k - średnia temperatura na powierzchni płyty grzejnej, [K].

Ilość ciepła jaka jest oddawana przez powierzchnię płyty o szerokości l na jednostkę długości wynosi:

$$q = (\alpha_i + \alpha_e) \cdot \int_0^l \theta dx = l \cdot \theta_k \cdot (\alpha_i + \alpha_e) \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}} \right] \quad (5.19)$$

skąd wyznaczono wartość θ_k :

$$\theta_k = \frac{1}{l} \int_0^l \theta dx \quad [\text{K}] \quad (5.20)$$

Po podstawieniu wzoru (5.17) otrzymano:

$$\begin{aligned}
\theta_k &= \frac{1}{l} \cdot \frac{\theta_{lo}}{\cosh\left(m \cdot \frac{l}{2}\right)} \int_0^l \cosh\left[m \cdot \left(\frac{l}{2} - x\right)\right] dx = \\
&= \frac{1}{l} \cdot \frac{\theta_{lo}}{\cosh\left(m \cdot \frac{l}{2}\right)} \cdot \left[\frac{1}{m} \cdot \sinh\left[m \cdot \left(\frac{l}{2} - x\right)\right] \right]_0^l = \\
&= \frac{1}{l} \cdot \frac{\theta_{lo}}{\cosh\left(m \cdot \frac{l}{2}\right)} \cdot \left[-\frac{1}{m} \sinh\left(-m \cdot \frac{l}{2}\right) - \frac{1}{m} \sinh\left(m \cdot \frac{l}{2}\right) \right]
\end{aligned} \tag{5.21}$$

$$\theta_k = \frac{1}{l} \cdot \frac{\theta_{lo}}{\cosh\left(m \cdot \frac{l}{2}\right)} \cdot \frac{2 \cdot \sinh\left(m \cdot \frac{l}{2}\right)}{m} = \theta_{lo} \cdot \frac{\operatorname{th}\left(m \cdot \frac{l}{2}\right)}{m \cdot \frac{l}{2}} \quad [\text{K}] \tag{5.22}$$

Znając średnią temperaturę na powierzchni płaszczyzny grzejnej, gęstość strumienia przyjmowanego ciepła wynosi:

$$q = q_i + q_e = \theta_k \cdot (\alpha_i + \alpha_e) \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \tag{5.23}$$

zaś ilość ciepła oddawaną przez płytę grzejną o szerokości l na jednostkę długości wyznaczono ze wzoru:

$$Q_i = l \cdot \theta_k \cdot (\alpha_i + \alpha_e) \left[\frac{\text{W}}{\text{m}} \right] \tag{5.24}$$

Podstawiając wzór (5.22) otrzymano:

$$q_i = l \cdot \theta_{lo} \cdot \frac{\operatorname{tgh}\left(m \cdot \frac{l}{2}\right)}{m \cdot \frac{l}{2}} \cdot (\alpha_i + \alpha_e) \left[\frac{\text{W}}{\text{m}} \right] \tag{5.25}$$

$$q_i = 2 \cdot \theta_{lo} \cdot \sqrt{(\alpha_i + \alpha_e) \cdot i \cdot \lambda} \cdot \operatorname{tgh}\left(m \cdot \frac{l}{2}\right) \left[\frac{\text{W}}{\text{m}} \right] \tag{5.26}$$

Metodyka obliczeń

Powyższe zależności można zastosować dla przypadku rzeczywistego (Rys. 5.3), tzn. dla węzownicy o średnicy rur d umieszczonych w warstwie betonu o grubości i_b ($d < i_b$). Jeżeli temperatura na zewnętrznej powierzchni ścianki rury wynosi t_w , wówczas:

$$\theta_w = t_w - t_i \quad [\text{K}] \quad (5.27)$$

i zależność na wymianę ciepła:

$$(\theta_w - \theta_{lo}) \cdot \frac{\lambda_b}{\delta_b} = \theta_{lo} \alpha_i \quad (5.28)$$

gdzie:

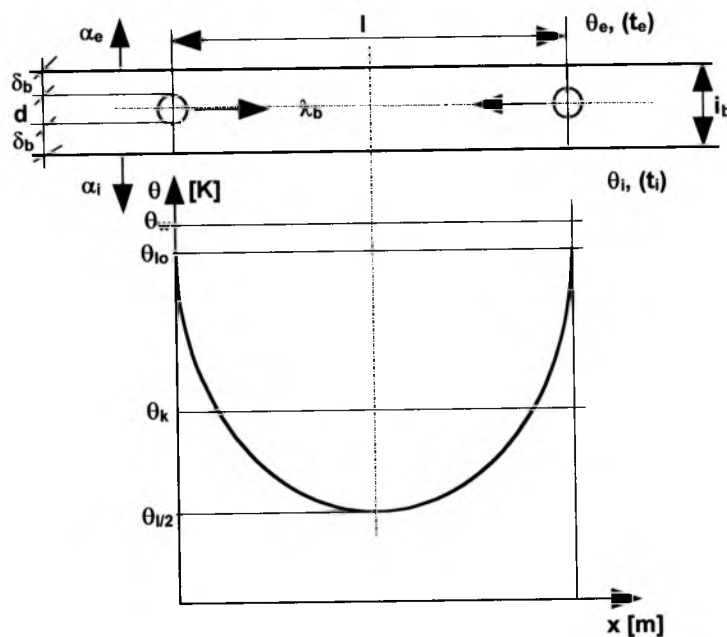
θ_{lo} - różnica temperatury na powierzchni płyty pod rurą i temperatury powietrza w pomieszczeniu, [K],

$$\theta_{lo} = t_{lo} - t_i \quad [\text{K}] \quad (5.29)$$

θ_w - różnica temperatury na powierzchni ścianki rury i temperatury powietrza w pomieszczeniu, [K],

λ_b - współczynnik przewodności cieplnej betonu, [W/m K],

δ_b - grubość warstwy płyty betonowej pod rurą, [m].



Rys. 5.3. Przekrój przez płaszczyznę grzejną ogrzewaną rurami i rozkład temperatury na powierzchni.

Źródło: na podstawie [46], [47], [55].

Po przekształceniu otrzymano:

$$\theta_{lo} = \theta_w \cdot \frac{1}{1 + \alpha_i \cdot \frac{\delta_b}{\lambda_b}} \quad [\text{K}] \quad (5.30)$$

Różnicę temperatury na powierzchni płyty w odległości x od źródła ciepła θ ($\theta = t - t_i$) uzyskano podstawiając wzór (5.30) do równania (5.17):

$$\theta = \theta_{lo} \cdot \frac{\cosh\left[m \cdot \left(\frac{1}{2} - x\right)\right]}{\cosh\left(m \cdot \frac{1}{2}\right)} = \theta_w \cdot \frac{1}{1 + \alpha_i \cdot \frac{\delta_b}{\lambda_b}} \cdot \frac{\cosh\left[m \cdot \left(\frac{1}{2} - x\right)\right]}{\cosh\left(m \cdot \frac{1}{2}\right)} \quad [\text{K}] \quad (5.31)$$

Średnia różnica temperatury na powierzchni płyty grzejnej θ_k wg wzoru (5.18) wyniesie:

$$\theta_k = \theta_{lo} \cdot \frac{\text{th}\left(m \cdot \frac{1}{2}\right)}{m \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\theta_w \cdot \text{th}\left(m \cdot \frac{1}{2}\right)}{\left(1 + \alpha_i \cdot \frac{\delta_b}{\lambda_b}\right) \cdot m \cdot \frac{1}{2}} \quad [\text{K}] \quad (5.32)$$

Jednostkowy wydatek ciepła na jednostkę długości obliczono z równania:

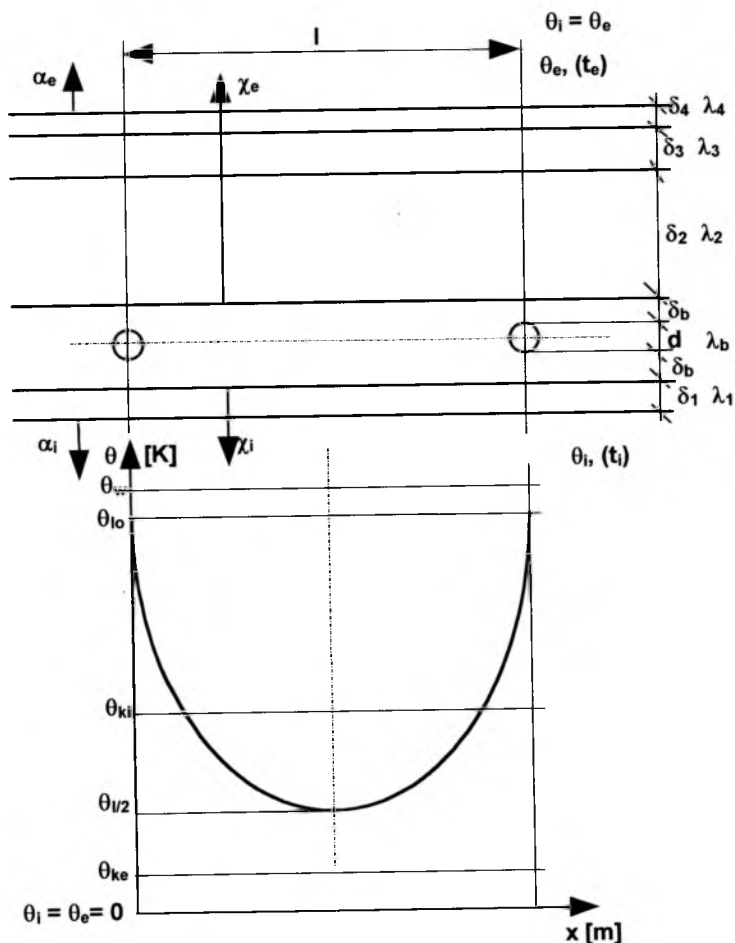
$$q_1 = 2 \cdot \theta_{lo} \cdot \sqrt{(\alpha_i + \alpha_e) \cdot i \cdot \lambda_b} \cdot \text{tgh}\left(m \cdot \frac{1}{2}\right) = \frac{2 \cdot \theta_w}{1 + \alpha_i \cdot \frac{\delta_b}{\lambda_b}} \cdot \sqrt{(\alpha_i + \alpha_e) \cdot i \cdot \lambda_b} \cdot \text{tgh}\left(m \cdot \frac{1}{2}\right) \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}}\right] \quad (5.33)$$

gdzie:

$$m = \sqrt{\frac{\alpha_i + \alpha_e}{i \cdot \lambda_b}} \quad [\text{m}^{-1}] \quad (5.34)$$

Rozkład temperatury w stropie o wielowarstwowej konstrukcji

Analogicznie postępuje się przy wyprowadzaniu wzorów dla przypadku węzownicy umieszczonej w płycie grzejnej o konstrukcji wielowarstwowej.



Rys. 5.4. Przekrój przez płytę grzejną o konstrukcji wielowarstwowej ogrzewaną rurami i rozkład temperatur na powierzchni. Źródło: na podstawie [46], [47], [55].

Średnia różnica temperatury na dolnej powierzchni płyty grzejnej θ_{ki}

$$\theta_{ki} = t_{ki} - t_i \quad [\text{K}] \quad (5.35)$$

wyniesie:

$$\theta_{ki} = \frac{\theta_w \cdot th \left(m \cdot \frac{1}{2} \right)}{\left(1 + \alpha_i \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} \right) \cdot m \cdot \frac{1}{2}} \quad [\text{K}] \quad (5.36)$$

Natomiast średnia różnica temperatury na górnej powierzchni płyty grzejnej θ_{ke} :

$$\theta_{ke} = t_{ke} - t_i \text{ [K]} \quad (5.37)$$

$$\theta_{ke} = \frac{\theta_w \cdot th \left(m \cdot \frac{1}{2} \right)}{\left(1 + \alpha_e \cdot \sum_{i=1}^m \frac{\delta_i}{\lambda_i} \right) \cdot m \cdot \frac{1}{2}} \text{ [K]} \quad (5.38)$$

gdzie:

t_{ki} - średnia temperatura na górnej powierzchni płyty grzejnej, [K],

t_{ke} - średnia temperatura na dolnej powierzchni płyty grzejnej, [K],

$\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}$ - zastępczy jednostkowy opór cieplny przewodzenia n różnych,

poziomych warstw płyty położonych pod warstwą, w której umieszczona jest węzownica, [$m^2 \cdot K/W$],

$\sum_{i=1}^m \frac{\delta_i}{\lambda_i}$ - zastępczy jednostkowy opór cieplny przewodzenia m różnych,

poziomych warstw płyty położonych nad warstwą, w której umieszczona jest węzownica, [$m^2 \cdot K/W$],

$$m = \sqrt{\frac{\chi_i + \chi_e}{i \cdot \lambda_b}} \text{ [m}^{-1}\text{]} \quad (5.39)$$

χ_i, χ_e - zastępcze współczynniki przejmowania ciepła do dołu i do góry, [$W/m^2 \text{ K}$].

Zastępcze współczynniki przejmowania ciepła można wyznaczyć z zależności:

$$\chi_i = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \left(\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} - \frac{\delta_b}{\lambda_b} \right)} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (5.40)$$

$$\chi_e = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_e} + \left(\sum_{i=1}^m \frac{\delta_i}{\lambda_i} - \frac{\delta_b}{\lambda_b} \right)} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (5.41)$$

gdzie:

oznaczenia jak wyżej.

5.2. Metoda źródeł i upustów (wg Faxena)

Metoda źródeł i upustów wg Faxena została szczegółowo omówiona w pracach: [18], [46], [47], [55], [66].

Dla określenia gęstości strumienia ciepła przekazywanego przez grzejnik podłogowy ta metoda przyjęto następujące założenia:

- szerokość i długość płyty grzejnej, w której umieszczona jest węzownica, jest dużo większa od jej grubości, dlatego przekazywanie ciepła można traktować jako dwuwymiarowe;
- długość rur jest bardzo duża, a ich rozstaw wynosi l ;
- współczynnik przewodności cieplnej betonu λ_b jest wielkością stałą, beton ma strukturę jednorodną;
- różnica temperatury na powierzchni rury i temperatury powietrza w ogrzewanym pomieszczeniu wynosi θ_w ;
- w płaskiej warstwie płyty o grubości $h = h_i + h_e$ (h_i , h_e wg oznaczenia na Rys. 5.5) rozkład temperatury zgodny jest z równaniem różniczkowym La Place'a:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0 \quad (5.42)$$

a gęstości strumienia ciepła przekazywanego na drodze przewodzenia dla górnej części grzejnika równe są gęstości strumienia ciepła przejmowanego z płaszczyzny $y = h_e$:

$$-\lambda_b \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)_{y=h_e} = \alpha_e \cdot \theta_{he} \quad (5.43)$$

zaś dla dolnej części grzejnika równe są gęstości strumienia ciepła przejmowanego z płaszczyzny $y = -h_i$:

$$\lambda_b \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)_{y=-h_i} = \alpha_i \cdot \theta_{hi} \quad (5.44)$$

gdzie:

θ_{he} - różnica temperatury na górnej powierzchni płyty nad rurą i temperatury powietrza w pomieszczeniu nad stropem grzejnym, [K],

$$\theta_{he} = t_{he} - t_i \quad [\text{K}] \quad (5.45)$$

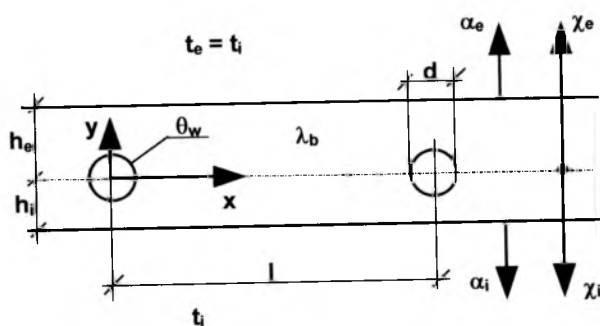
θ_{hi} - różnica temperatury na dolnej powierzchni płyty pod rurą i temperatury powietrza w pomieszczeniu pod stropem grzejnym, [K],

$$\theta_{hi} = t_{hi} - t_i \quad [K] \quad (5.46)$$

λ_b - współczynnik przewodności cieplnej betonu, [W/m K],

α_i - współczynnik przejmowania ciepła od dolnej powierzchni płyty grzejnej, [W/m²K],

α_e - współczynnik przejmowania ciepła od górnej powierzchni płyty grzejnej, [W/m²K].



Rys. 5.5. Umowne oznaczenia stosowane przy rozpatrywaniu dwuwymiarowego przewodzenia ciepła.

Źródło: na podstawie [46], [47], [55].

Model obliczeniowy

Szwedzki uczoney Faxen przedstawił przez siebie opracowany model obliczeniowy. Naprzeciw szeregu rur będących źródłem ciepła w płaszczyźnie $b > h_i$ (lub $b > h_e$) znajduje się analogiczny szereg rur pochłaniających ciepło ze źródeł (tzw. upusty ciepła) (Rys. 5.6).

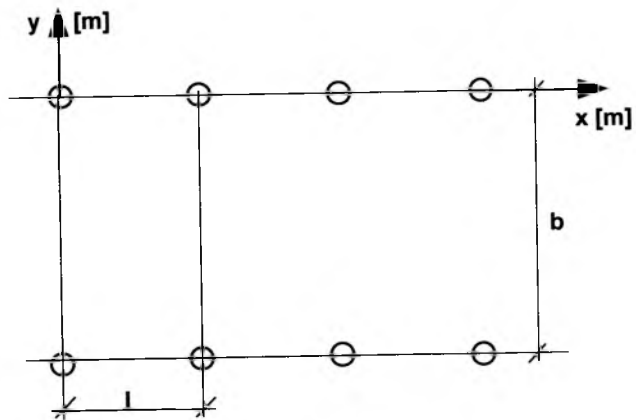
Wyrażenie (5.47) opisuje rząd krzywych (dla uproszczenia przyjęto $n = 0$), których środki znajdują się w odległości $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ od źródła ciepła. Krzywe te określają kierunek strumienia ciepła przepływającego między źródłem a upustem, zaś krzywe przecinające je prostopadłe przedstawiają rozkład temperatury.

$$\ln \sqrt{(x - n \cdot l)^2 + y^2} \quad (5.47)$$

gdzie:

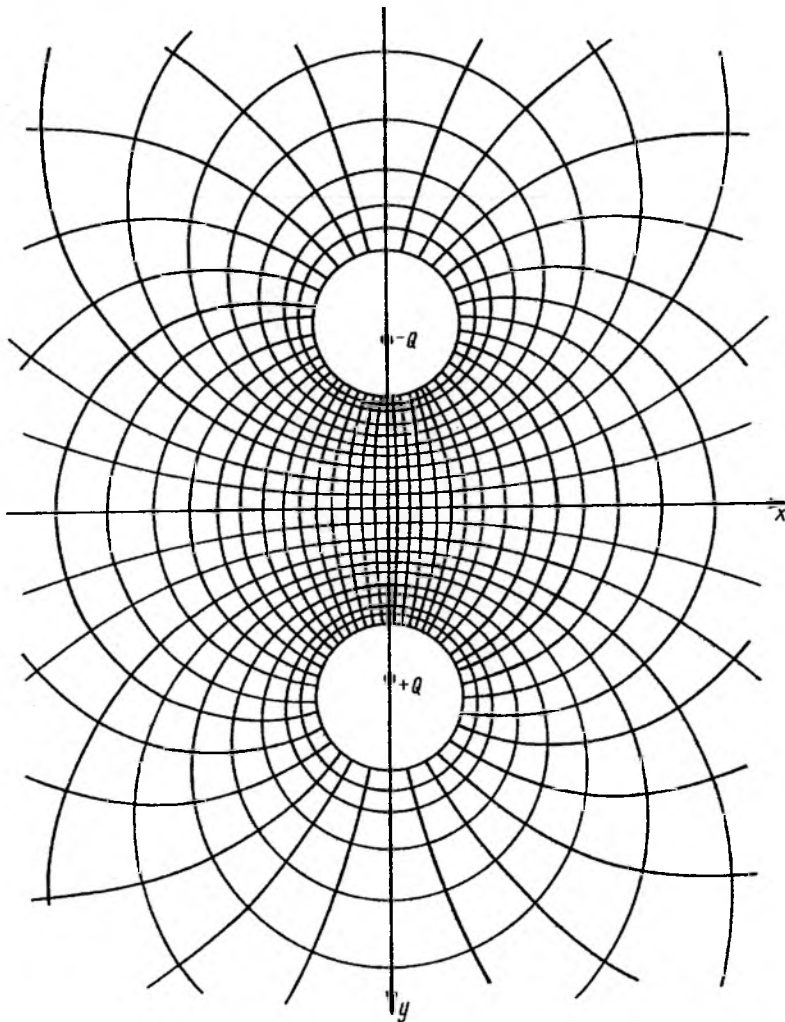
n - ilość rur w rzędzie,

l - odległość między rurami, [m].



Rys. 5.6. Rozmieszczenie źródeł i upustów wg Faksena.

Źródło: na podstawie [46], [47], [55].



Rys. 5.7. Kierunek strumieni ciepłych i izotermy w warstwie betonu między źródłem ciepła a upustem.

Źródło: na podstawie [46], [47], [55].

Z powyższych równań można wyprowadzić zależność:

$$F(x, y) = \frac{A}{2} \cdot \sum \ln \frac{(x - n \cdot l)^2 + (y + b)^2}{(x - n \cdot l)^2 + y^2} \quad (5.48)$$

gdzie:

- A - współczynnik wg Faxena,
- b - odległość między źródłami a upustami, [m].

Rydberg i Hubert przedstawili równanie opisujące rozkład temperatury w warstwie betonu między źródłem i upustem:

$$\frac{\theta}{\pi \cdot A} = -G_1 \cdot y - |y| - G_2 + \frac{1}{\pi} \cdot \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{s} \left[e^{-\frac{2 \cdot \pi \cdot s \cdot y}{l}} + g(s)_e \cdot e^{-\frac{2 \cdot \pi \cdot s \cdot y}{l}} + g(s)_i \cdot e^{-\frac{2 \cdot \pi \cdot s \cdot y}{l}} \right] \cdot \cos \frac{2 \cdot \pi \cdot s \cdot x}{l} \quad (5.49)$$

przy warunku:

$$\theta \left(\frac{1}{\pi \cdot A} \right) = F(x, y) \quad (5.50)$$

gdzie:

- θ - różnica temperatury w warstwie betonu o grubości $h = h_e + h_i$ w odległości x, y od początku układu współrzędnych i temperatury w pomieszczeniu, [K],

$$\theta = t - t_i \quad [\text{K}] \quad (5.51)$$

z kolei wyrażenia G_1, G_2 wynoszą:

$$G_1 = \frac{\chi_e - \chi_i}{\chi_e + \chi_i} \quad (5.52)$$

$$G_2 = -\frac{2 \cdot \lambda_b}{\chi_e - \chi_i} \quad (5.53)$$

gdzie:

- λ_b - współczynnik przewodności cieplnej betonu, [W/(m·K)],
- χ_i - zastępczy współczynnik przyjmowania ciepła od dolnej powierzchni płyty grzejnej, [W/(m²·K)],
- χ_e - zastępczy współczynnik przyjmowania ciepła od górnej powierzchni płyty grzejnej, [W/(m²·K)].

Zastępcze współczynniki przejmowania ciepła można wyznaczyć z zależności:

$$\chi_i = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{h_i}{\lambda_b}} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (5.54)$$

$$\chi_e = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_e} + \frac{h_e}{\lambda_b}} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (5.55)$$

Wartość współczynnika A wg Faxena można wyznaczyć z zależności:

$$\frac{\theta_w}{A} = \ln \frac{1}{d \cdot \pi} - G_2 \cdot \frac{\pi}{1} + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{g(s)_e + g(s)_i}{s} \quad (5.56)$$

gdzie:

θ_w - różnica temperatury na zewnętrznej powierzchni rury i temperatury powietrza w pomieszczeniu, [K],

$$\theta_w = t_w - t_i \quad [K] \quad (5.57)$$

a wyrażenia $g(s)_e$ i $g(s)_i$ dla $s = 1, 2, 3, \dots, \infty$ występują w równaniach:

$$\left(\frac{\alpha_e}{\lambda_b} - \frac{2 \cdot \pi \cdot s}{1} \right) \cdot [1 + g(s)_e] \cdot e^{-\frac{4 \cdot \pi \cdot s \cdot h_e}{1}} + \left(\frac{\alpha_e}{\lambda_b} + \frac{2 \cdot \pi \cdot s}{1} \right) \cdot g(s)_i = 0 \quad (5.58)$$

$$\left(\frac{\alpha_i}{\lambda_b} - \frac{2 \cdot \pi \cdot s}{1} \right) \cdot [1 + g(s)_i] \cdot e^{-\frac{4 \cdot \pi \cdot s \cdot h_i}{1}} + \left(\frac{\alpha_i}{\lambda_b} + \frac{2 \cdot \pi \cdot s}{1} \right) \cdot g(s)_e = 0 \quad (5.59)$$

Jeżeli do wyrażenia (5.49) wstawi się wartość $y = 0$ otrzyma się rozkład temperatury w warstwie betonu wzdłuż płaszczyzny przechodzącej przez środki rur:

$$\frac{\theta_{y=0}}{A} = -G_2 \cdot \frac{\pi}{1} + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{s} \cdot [1 + g(s)_e + g(s)_i] \cdot \cos \frac{2 \cdot \pi \cdot s \cdot x}{1} \quad (5.60)$$

Dla zastępczych współczynników przejmowania ciepła można zapisać:

$$\chi_e \cdot \theta_{y=0} = \alpha_e \cdot \theta_{hc} \quad (5.61)$$

$$\chi_i \cdot \theta_{y=0} = \alpha_i \cdot \theta_{hi} \quad (5.62)$$

Jeżeli równania (5.58) i (5.59) przemnożymy przez wartość h_e i h_i wówczas w otrzymanych zależnościach będzie występowała liczba Biota ($Bi_i = \alpha_i h_i / \lambda_b$ i $Bi_e = \alpha_e h_e / \lambda_b$) wykorzystana przy założeniach upraszczających.

$$\left(\frac{\alpha_e \cdot h_e}{\lambda_b} - 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_e}{l} \right) \cdot [1 + g(s)_e] \cdot e^{-4\pi s \frac{h_e}{l}} + \left(\frac{\alpha_e \cdot h_e}{\lambda_b} + 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_e}{l} \right) \cdot g(s)_i = 0 \quad (5.63)$$

$$\left(\frac{\alpha_i \cdot h_i}{\lambda_b} - 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_i}{l} \right) \cdot [1 + g(s)_i] \cdot e^{-4\pi s \frac{h_i}{l}} + \left(\frac{\alpha_i \cdot h_i}{\lambda_b} + 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_i}{l} \right) \cdot g(s)_e = 0 \quad (5.64)$$

Wprowadzając oznaczenia $\eta_e = h_e/l$ i $\eta_i = h_i/l$ oraz liczbę Biota Bi , przy $s = 1$ otrzymujemy:

$$(Bi_e - 2 \cdot \pi \cdot \eta_e) \cdot [1 + g_{el}] \cdot e^{-4\pi \eta_e} + (Bi_e + 2 \cdot \pi \cdot \eta_e) \cdot g_{il} = 0 \quad (5.65)$$

$$(Bi_i - 2 \cdot \pi \cdot \eta_i) \cdot [1 + g_{il}] \cdot e^{-4\pi \eta_i} + (Bi_i + 2 \cdot \pi \cdot \eta_i) \cdot g_{el} = 0 \quad (5.66)$$

Z równań (5.65) i (5.66) można wyznaczyć wyrażenia g_{el} i g_{il} . Praktyka pokazała, że powyższe uproszczenia można stosować dla trzech albo czterech wyrazów szeregu, przy $s = 4$ uzyskuje się wyniki z dokładnością do 0,0001.

Średnią różnicę temperatury w płaszczyźnie osi rur

$$\theta_{(y=0)k} = t_{(y=0)k} - t_i \quad [K] \quad (5.67)$$

uzyskuje się całkując równanie (5.60):

$$\frac{\theta_{(y=0)k}}{A} = \frac{1}{l} \cdot \int_0^l \left[-G_2 \cdot \frac{\pi}{l} + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{s} \cdot [1 + g(s)_e + g(s)_i] \cdot \cos 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{x}{l} \right] dx \quad (5.68)$$

czyli:

$$\frac{\theta_{(y=0)k}}{A} = \frac{1}{l} \cdot \left[-G_2 \cdot \frac{\pi}{l} \cdot x + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{s} \cdot [1 + g(s)_e + g(s)_i] \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot s} \sin 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{x}{l} \right]_0^l \quad (5.69)$$

skąd:

$$\frac{\theta_{(y=0)k}}{A} = -G_2 \left(\frac{\pi}{l} \right) \quad (5.70)$$

Dzieląc stronami równanie (5.69) i (5.56) otrzymujemy:

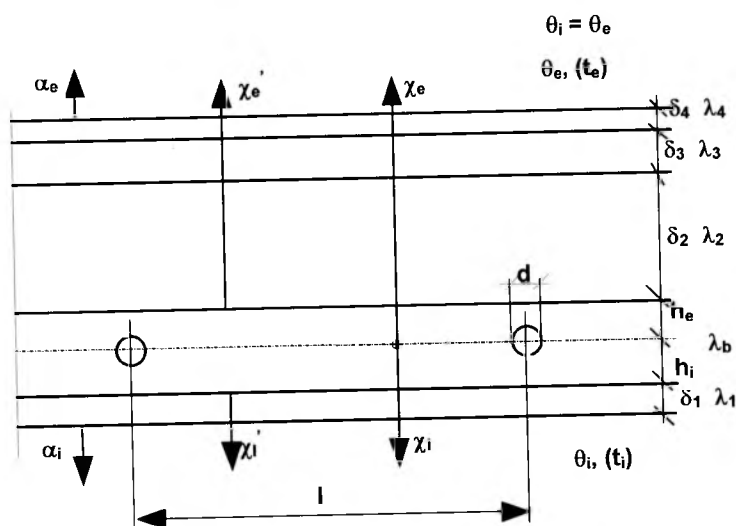
$$\frac{\theta_{(y=0)k}}{\theta_w} = \frac{-G_2 \left(\frac{\pi}{l} \right)}{\ln \frac{1}{d \cdot \pi} - G_2 \cdot \frac{\pi}{l} + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{g(s)_e + g(s)_i}{s}} \quad (5.71)$$

gdzie:

θ_w - różnica temperatury zewnętrznej ścianki rury i temperatury w pomieszczeniu, wzór (5.57), [K],

$\theta_{(y=0)k}$ - średnia różnica temperatury w płaszczyźnie osi rur i temperatury w pomieszczeniu, wzór (5.67), [K].

Rozkład temperatury w stropie o wielowarstwowej konstrukcji



Rys. 5.8. Przekrój przez płytę grzejną o konstrukcji wielowarstwowej ogrzewaną rurami.

Źródło: na podstawie [46], [47], [55].

Można przyjąć, że dwuwymiarowe przewodzenie ciepła obserwuje się tylko w warstwie betonu. Dalsze rozprzestrzenianie się ciepła z górnej i dolnej jego powierzchni przy $\theta_{y=he}$ i $\theta_{y=hi}$, przez przykrywające go warstwy mające małą wartość współczynnika przewodności cieplnej, odbywa się tylko w kierunku osi y. Graniczne warunki przyjmują wówczas postać:

$$-\lambda \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)_{y=he} = \chi' \cdot \theta_{he} \quad (5.72)$$

$$+\lambda \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)_{y=hi} = \chi' \cdot \theta_{hi} \quad (5.73)$$

Zastępcze współczynniki przejmowania ciepła można wyznaczyć z zależności:

$$\chi_i' = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (5.74)$$

$$\chi_e' = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_e} + \sum_{i=1}^m \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \left[\frac{W}{m^2 \cdot K} \right] \quad (5.75)$$

gdzie:

$\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}$ – zastępczy jednostkowy opór cieplny przewodzenia n różnych, poziomych warstw płyty położonych pod warstwą, w której umieszczona jest węzownica, $[m^2 \cdot K/W]$,

$\sum_{i=1}^m \frac{\delta_i}{\lambda_i}$ – zastępczy jednostkowy opór cieplny przewodzenia m różnych, poziomych warstw płyty położonych nad warstwą, w której umieszczona jest węzownica, $[m^2 \cdot K/W]$,

χ_i' – zastępczy współczynnik przejmowania ciepła od dolnej powierzchni płyty grzejnej, $[W/(m^2 \cdot K)]$,

χ_e' – zastępczy współczynnik przejmowania ciepła od górnej powierzchni płyty grzejnej, $[W/(m^2 \cdot K)]$.

Wówczas wyrażenia (5.63), (5.64) przyjmują postać:

$$\left(\frac{\chi_e' \cdot h_e}{\lambda_b} - 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_e}{l} \right) \cdot [1 + g(s)_e] \cdot e^{-4\pi s \cdot \frac{h_e}{l}} + \left(\frac{\chi_i' \cdot h_e}{\lambda_b} + 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_e}{l} \right) \cdot g(s)_i = 0 \quad (5.76)$$

$$\left(\frac{\chi_i' \cdot h_i}{\lambda_b} - 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_i}{l} \right) \cdot [1 + g(s)_i] \cdot e^{-4\pi s \cdot \frac{h_i}{l}} + \left(\frac{\chi_e' \cdot h_i}{\lambda_b} + 2 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_i}{l} \right) \cdot g(s)_e = 0 \quad (5.77)$$

Z powyższych równań można wyznaczyć wartości $g(s)_e$ i $g(s)_i$.

$$g(s)_i = \frac{\varepsilon_i + 2 \cdot \pi \cdot s \cdot h_i / b \cdot e^{-4\pi s \cdot \frac{h_e}{b}} - e^{-\frac{4\pi s}{b} \cdot (h_i + h_e)}}{\varepsilon_i - 2 \cdot \pi \cdot s \cdot h_i / b}; \quad (5.78)$$

$$e^{-\frac{4\pi s}{b} \cdot (h_i + h_e)} - \frac{\varepsilon_i + 2 \cdot \pi \cdot s \cdot h_i / b}{\varepsilon_i - 2 \cdot \pi \cdot s \cdot h_i / b} \cdot \frac{\varepsilon_e + 2 \cdot \pi \cdot s \cdot h_e / b}{\varepsilon_e - 2 \cdot \pi \cdot s \cdot h_e / b}$$

$$g(s)_c = \frac{\frac{\varepsilon_e + 2 \cdot \pi \cdot s \cdot h_e / b}{\varepsilon_e - 2 \cdot \pi \cdot s \cdot h_e / b} \cdot e^{-4 \cdot \pi \cdot s \cdot \frac{h_i}{b}} - e^{-\frac{4 \cdot \pi \cdot s}{b} \cdot (h_i + h_e)}}{e^{-\frac{4 \cdot \pi \cdot s}{b} \cdot (h_i + h_e)} \cdot \frac{\varepsilon_i + 2 \cdot \pi \cdot s \cdot h_i / b}{\varepsilon_i - 2 \cdot \pi \cdot s \cdot h_i / b} \cdot \frac{\varepsilon_e + 2 \cdot \pi \cdot s \cdot h_e / b}{\varepsilon_e - 2 \cdot \pi \cdot s \cdot h_e / b}} \quad (5.79)$$

$$\varepsilon_i = \frac{\chi'_i \cdot h_i}{\lambda_b} \quad (5.80)$$

$$\varepsilon_e = \frac{\chi'_e \cdot h_e}{\lambda_b} \quad (5.81)$$

Aby pominąć skomplikowane obliczenia, Rydberg i Huber w pracy [96] dla $s = 3 - 4$ określili następującą zależność:

$$\sum_{s=1}^{\infty} \frac{g(s)_e + g(s)_i}{s} = S_e + S_i \quad (5.82)$$

gdzie:

S_e, S_i – współczynniki wyznaczone z nomogramu (Rys. 5.9), będące funkcją następujących wielkości:

$$S_e = S_e \left(\frac{\chi'_e \cdot h_e}{\lambda_b}; \frac{h_e}{l} \right) \quad (5.83)$$

$$S_i = S_i \left(\frac{\chi'_i \cdot h_i}{\lambda_b}; \frac{h_i}{l} \right) \quad (5.84)$$

Podstawiając współczynniki S_e i S_i do wyrażenia (5.71) otrzymuje się zależność na średnią różnicę temperatury w płaszczyźnie osi rur:

$$\frac{\theta_{(y=0)k}}{\theta_w} = \frac{-G_2 \left(\frac{\pi}{l} \right)}{\ln \frac{l}{d \cdot \pi} - G_2 \cdot \frac{\pi}{l} + S_e + S_i} \quad (5.85)$$

Średnią temperaturę na powierzchni stropu można obliczyć z zależności:

$$t_{ke} = \theta_{ke} - t_{ei} = \theta_{(y=0)k} \cdot \frac{\chi'_e}{\alpha_e} - t_i \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (5.86)$$

$$t_{ki} = \theta_{ki} - t_i = \theta_{(y=0)k} \cdot \frac{\chi'_i}{\alpha_i} - t_i \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (5.87)$$

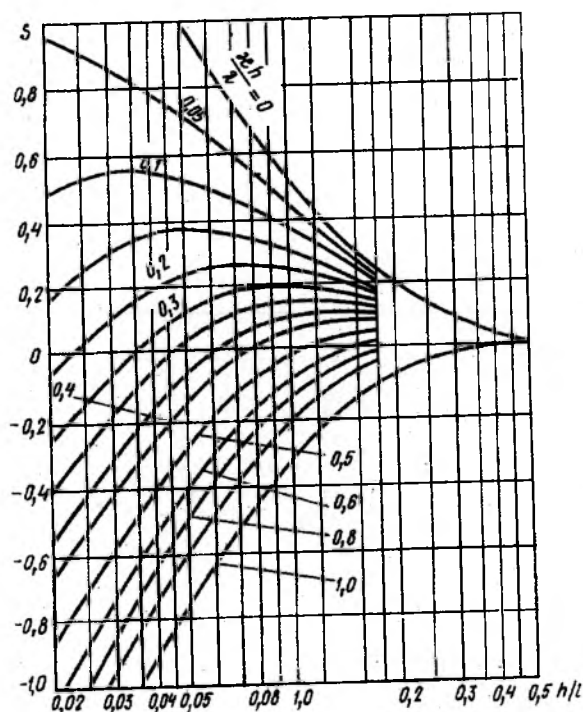
gdzie:

t_{ke}, t_{ki} - średnia temperatura na dolnej i górnej powierzchni płyty, [°C],

θ_{ke}, θ_{ki} - średnia różnica temperatury na dolnej i górnej powierzchni płyty oraz temperatury powietrza w pomieszczeniu pod i nad płytą, [K],

χ_e, χ_i - zastępcze współczynniki przejmowania ciepła od dolnej i górnej powierzchni płyty, [W/(m² K)],

α_e, α_i - współczynniki przejmowania ciepła od dolnej i górnej powierzchni płyty, [W/(m² K)].



Rys. 5.9. Nomogram do określania współczynników S_i, S_e (wg Rydberga i Hubera).

Źródło: na podstawie [55], [96].

Gęstości strumienia ciepła przekazywanego od dolnej i górnej powierzchni układu można obliczyć z następujących wzorów:

$$q_e = \theta_{(y=0)k} \cdot \chi_e = \theta_{ke} \cdot \alpha_e \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (5.88)$$

$$q_i = \theta_{(y=0)k} \cdot \chi_i = \theta_{ki} \cdot \alpha_i \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (5.89)$$

5.3. Metoda źródeł i upustów (wg Szorina)

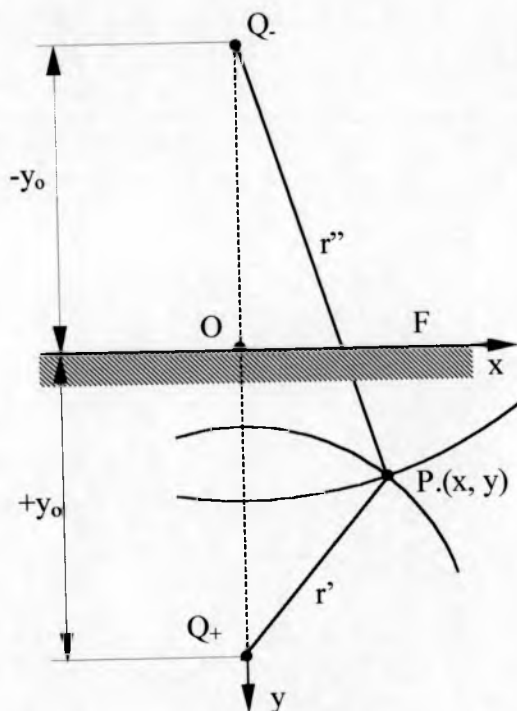
Metodę źródeł i upustów wg Szorina omówiono w pracach [31], [46], [47], [104], [112], [117], [119], [121].

Założenia dla tej metody są analogiczne do założeń przy metodzie źródeł i upustów wg Faksena.

Model obliczeniowy

Na Rys. 5.10 przedstawiono w nieograniczonym jednorodnym materiale liniowe źródło ciepła o wydajności Q_+ . Założono, że w odległości $2y_0$ od tego źródła ciepła znajduje się upust ciepła o mocy Q_- . Strumień ciepła będzie przepływał od źródła do upustu przez płaszczyznę symetrii F .

Przy niezależnym wpływie źródła i upustu w masywie ustala się pole temperatur, które w przekroju poprzecznym osi liniowego źródła i upustu przedstawia koncentryczne kręgi ze środkami przesuwanymi się po osi y (Rys. 5.7).



Rys. 5.10. Rozmieszczenie źródła i upustu.

Źródło: na podstawie [46], [47], [112], [121].

Dla każdego punktu położonego w masywie, odległym o r' i r'' od źródła i upustu, różnica temperatur w punkcie $P(x, y)$ wynosi:

$$\theta(y_0, r') = Q_+ \cdot \frac{1}{2\pi\lambda} \cdot \ln \frac{y_0}{r'} \quad (5.90)$$

$$\theta(y_0, r'') = Q_- \cdot \frac{1}{2\pi\lambda} \cdot \ln \frac{y_0}{r''} \quad (5.91)$$

gdzie:

λ - współczynnik przewodności cieplnej materiału, w którym jest usytuowane źródło i upust, [W/(m·K)].

Przy równoczesnym oddziaływaniu źródła i upustu wypadkowe pole temperatur będzie złożeniem poszczególnych pól temperatury. Sumowanie pól można wykonywać, gdyż jeśli zjawisko wymiany ciepła opisuje liniowe równanie różniczkowe, to pola temperatury poszczególnych źródeł ciepła są niezależne od siebie.

$$\theta(y_0, r') + \theta(y_0, r'') = \theta(x, y) = \frac{1}{2\pi\lambda} \cdot Q \cdot \ln \frac{r''}{r'} \quad (5.92)$$

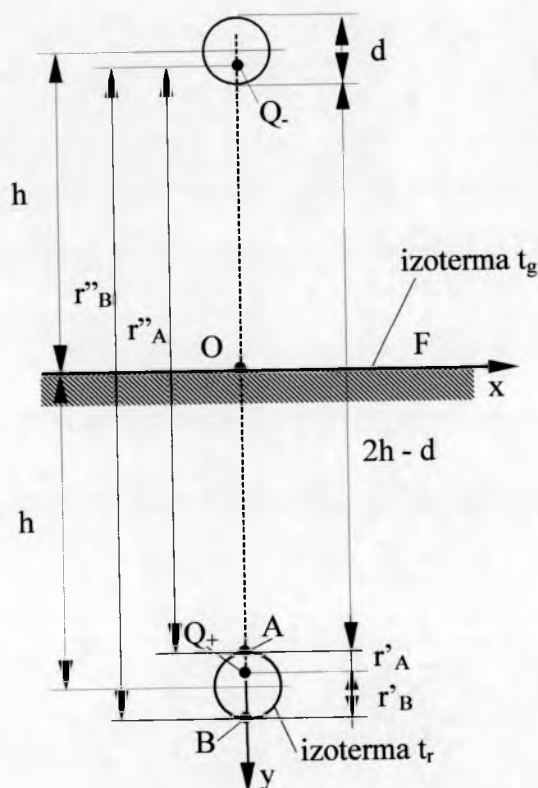
Jeśli środek płaszczyzny symetrii jest w punkcie O (Rys. 5.11), to można zapisać:

$$r' = \sqrt{x^2 + (y_0 - y)^2} \quad (5.93)$$

$$r'' = \sqrt{x^2 + (y_0 + y)^2} \quad (5.94)$$

Wstawiając wzory na r' i r'' do równania (5.92) otrzymuje się:

$$\theta(x, y) = \frac{1}{2\pi\lambda} \cdot Q \cdot \ln \frac{\sqrt{x^2 + (y_0 + y)^2}}{\sqrt{x^2 + (y_0 - y)^2}} \quad (5.95)$$



Rys. 5.11. Oznaczenia stosowane w metodzie źródeł i upustów wg Szorina.

Źródło: na podstawie [46], [47].

Przekształcając wyrażenie (5.95) otrzymujemy równanie izoterm przedstawionych na Rys. 5.7.

$$\frac{x^2 + (y_0 + y)^2}{x^2 + (y_0 - y)^2} = e^{\frac{4\pi\lambda}{Q}\theta(x,y)} \quad (5.96)$$

Z rozmieszczenia źródła i upustu wynika, że punkty A i B (Rys. 5.11) leżą na tej samej izotermie. Rozpatrując położenie tych punktów względem źródła i upustu można napisać:

$$\frac{r''_A}{r'_A} = \frac{r''_B}{r'_B} = \frac{r''_A + d}{d - r'_A} \quad (5.97)$$

Po przekształceniu otrzymuje się:

$$\frac{r''_A}{r'_A} = \frac{2h}{d} + \sqrt{\left(\frac{2h}{d}\right)^2 - 1} \quad (5.98)$$

gdzie:

- d - średnica zewnętrzna przewodu, [m],
- h - odległość środka przewodu od powierzchni półmasywu, [m].

Wstawiając powyższe wyrażenie do wzoru (5.95) i wiedząc, że $\theta(x, y) = t_r - t_g$ otrzymuje się:

$$Q = \frac{t_r - t_g}{\frac{1}{2\pi\lambda} \cdot \ln \left[\frac{2h}{d} + \sqrt{\left(\frac{2h}{d}\right)^2 - 1} \right]} \quad (5.99)$$

gdzie:

- t_r - temperatura na zewnętrznej powierzchni rury, [°C],
- t_g - średnia temperatura na powierzchni płyty grzejnej, [°C].

Jeśli przyjmiemy, że wartość $(2h/d)^2 \gg 1$ wówczas wzór (5.99) upraszcza się do postaci:

$$Q = \frac{t_r - t_g}{\frac{1}{2\pi\lambda_b} \cdot \ln \frac{4h}{d}} \quad (5.100)$$

Uwzględniając opór cieplny przejmowania z powierzchni płyty grzejnej można wprowadzić do obliczeń zastępczą grubość płyty grzejnej w postaci:

$$h_z = h + \frac{\lambda_b}{\alpha} \quad (5.101)$$

gdzie:

- λ_b - współczynnik przewodności cieplnej jednorodnej płyty grzejnej, [W/m. K],
- α - współczynnik przejmowania ciepła od górnej powierzchni płyty grzejnej, [W/m² K].

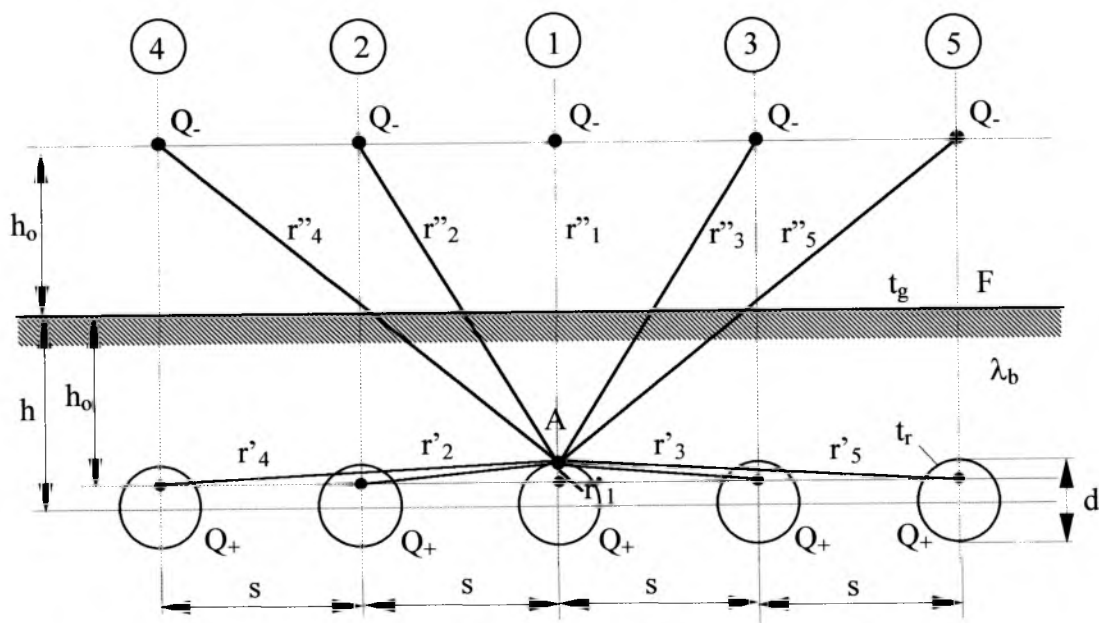
$$Q = \frac{t_r - t_o}{\frac{1}{2\pi\lambda_b} \cdot \ln \frac{4h_z}{d}} \quad (5.102)$$

gdzie:

- t_o - temperatura powietrza nad płytą grzejną, [°C].

Obliczenia przy wzajemnym oddziaływaniu szeregu rur ułożonych w płycie grzejnej

W płycie grzejnej ułożonych jest szereg rur o średnicy d , rozmieszczonych w odległości s od siebie i w odległości h od płaskiej powierzchni płyty (Rys. 5.12). Temperatura na powierzchni zewnętrznej rur wynosi t_r .



Rys. 5.12. Rozmieszczenia źródeł i upustów wg Szorina. Źródło: na podstawie [46], [47], [112].

Stosując metodę źródeł i upustów (5.92) dla dowolnego punktu znajdującego się w masywie można określić pola temperatury wzbudzone przez poszczególne źródła ciepła:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \frac{1}{2\pi\lambda} \cdot Q \cdot \ln \frac{r''_1}{r'_1} \\ \theta_2 &= \frac{1}{2\pi\lambda} \cdot Q \cdot \ln \frac{r''_2}{r'_2} \\ \theta_3 &= \frac{1}{2\pi\lambda} \cdot Q \cdot \ln \frac{r''_3}{r'_3} \end{aligned} \quad (5.103)$$

Wypadkowe pole temperatury dla rozpatrywanego punktu można znaleźć przez dodanie poszczególnych pól temperatury, czyli:

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \dots = \theta_A = \frac{1}{2\pi\lambda} \cdot Q \cdot \left(\ln \frac{r''_1}{r'_1} + \ln \frac{r''_2}{r'_2} + \ln \frac{r''_3}{r'_3} + \dots \right) \quad (5.104)$$

Po przekształceniu otrzymuje się:

$$\theta_A = \frac{1}{2\pi\lambda} \cdot Q \cdot \ln \left(\frac{r''_1}{r'_1} \cdot \frac{r''_2}{r'_2} \cdot \frac{r''_3}{r'_3} \cdot \dots \right) \quad (5.105)$$

Przy dostatecznie dużych wartościach h/d i s/d można zapisać:

$$\begin{aligned} \frac{r''_1}{r'_1} &= \frac{4h}{d} \\ r'_2 &= s \\ r''_2 &= \sqrt{s^2 + \left(2h - \frac{d}{2}\right)^2} \approx \sqrt{s^2 + (2h)^2} \end{aligned} \quad (5.106)$$

Ilorazy odległości od poszczególnych źródeł i upustów oraz punktu A wynoszą:

$$\frac{r''_2}{r'_2} = \frac{r''_3}{r'_3} = \frac{\sqrt{s^2 + (2h)^2}}{s} = \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{s}\right)^2} \quad (5.107)$$

Analogicznie dla następnego szeregu rur:

$$\begin{aligned} r'_4 &= 2s \\ r''_4 &= \sqrt{(2s)^2 + (2h - d)^2} \approx \sqrt{(2s)^2 + (2h)^2} \end{aligned} \quad (5.108)$$

$$\frac{r''_4}{r'_4} = \frac{r''_5}{r'_5} = \frac{\sqrt{(2s)^2 + (2h)^2}}{2s} = \sqrt{1 + \frac{1}{4} \left(\frac{2h}{s}\right)^2} \quad (5.109)$$

$$\frac{r''_6}{r'_6} = \frac{r''_7}{r'_7} = \sqrt{1 + \frac{1}{9} \left(\frac{2h}{s}\right)^2} \quad (5.110)$$

Wstawiając powyższe zależności do wzoru (5.105) można określić opór cieplny przewodzenia masywu:

$$R = \frac{1}{2\pi\lambda} \cdot \ln \left[\frac{2}{\pi} \cdot \frac{s}{d} \cdot \sinh \left(2\pi \cdot \frac{h/d}{s/d} \right) \right] \quad (5.111)$$

Ilość ciepła oddawaną do góry przez 1m. przewodu ułożonego w płycie grzejnej można obliczyć ze wzoru:

$$Q = \frac{t_r - t_g}{\frac{1}{2\pi\lambda} \cdot \ln \left[\frac{2}{\pi} \cdot \frac{s}{d} \cdot \sinh \left(2\pi \cdot \frac{h/d}{s/d} \right) \right]} \left[\frac{W}{m} \right] \quad (5.112)$$

gdzie:

t_r - temperatura na zewnętrznej powierzchni rury, [°C],

t_g - średnia temperatura płyty grzejnej, [°C].

Uwzględniając opór przyjmowania ciepła z powierzchni płyty grzejnej wprowadza się do obliczeń zastępczą grubość płyty grzejnej:

$$h_z = h + \frac{\lambda_b}{\alpha} \quad (5.113)$$

gdzie:

λ_b - współczynnik przewodności cieplnej jednorodnej płyty grzejnej, [W/(m K)],

α - współczynnik przyjmowania ciepła od górnej powierzchni płyty grzejnej, [W/(m² K)].

$$Q = \frac{t_r - t_o}{\frac{1}{2\pi\lambda} \cdot \ln \left[\frac{2}{\pi} \cdot \frac{s}{d} \cdot \sinh \left(2\pi \cdot \frac{h_z}{s/d} \right) \right]} \left[\frac{W}{m} \right] \quad (5.114)$$

gdzie:

t_o - temperatura powietrza w pomieszczeniu nad płytą grzejną, [°C].

Gęstość strumienia ciepła przekazywaną do góry przez 1m² przewodu ułożonego w płycie grzejnej można obliczyć ze wzoru:

$$q = \frac{Q}{s} \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (5.115)$$

gdzie:

s - rozstaw rur w płycie grzejnej, [m].

Średnią temperaturę na powierzchni płyty grzejnej można wyznaczyć z zależności:

$$t_g = t_o + q \cdot \frac{1}{\alpha} \quad (5.116)$$

5.4. Metoda trapezów profesora W. Wasilewskiego

Metodę trapezów profesora Wasilewskiego przedstawiono w pracach [46], [47], [89], [117].

Założenia upraszczające

W metodzie tej rzeczywistą konstrukcję grzejnika podłogowego zastępuje się modelem obliczeniowym zakładającym, że węzownica umieszczona jest w płycie jednorodnej. W tym celu wprowadza się pojęcie zastępczej grubości płyty grzejnika o współczynniku przewodzenia takim jak materiał, w którym znajduje się węzownica (beton).

Model obliczeniowy

Całkowity opór cieplny odniesiony do powierzchni $b \cdot l$ elementarnego trapezu traktowany może być jako opór elementarnego wycinka ścianki cylindrycznej (Rys. 5.13).

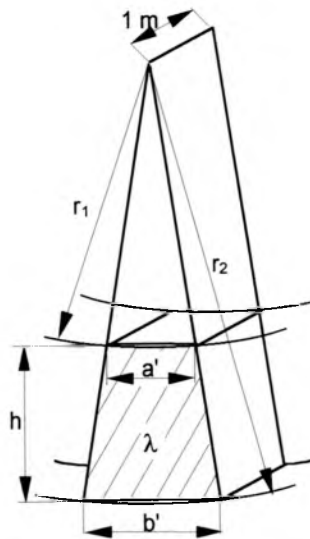
Wielkości znane to: h , a' , b' , λ .

Dla całej ścianki cylindrycznej całkowity opór przewodzenia ciepła odniesiony do zewnętrznej powierzchni ścianki o długości $l = 1 \text{ m}$ ($F = 2\pi \cdot r^2 [\text{m}^2]$) wynosi:

$$R'_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} \left[\frac{\text{m} \cdot \text{K}}{\text{W}} \right] \quad (5.117)$$

Opór jednostkowy odniesiony do 1 m^2 powierzchni zewnętrznej wynosi:

$$R'_j = R'_c \cdot F = R'_c \cdot 2\pi \cdot r_2 = \frac{r_2}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} \left[\frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}} \right] \quad (5.118)$$



Rys. 5.13. Elementarny wycinek ścianki cylindrycznej.

Źródło: na podstawie [89], [117].

Z podobieństwa trójkątów:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{b'}{a'} \quad \text{oraz} \quad \frac{r_2}{h} = \frac{b'}{b'-a'} \Rightarrow r_2 = \frac{b' \cdot h}{b'-a'} \quad [\text{m}] \quad (5.119)$$

Dla podanego elementarnego wycinka:

$$R'_c = \frac{R'_j}{b' \cdot 1} = \frac{r_2}{b' \cdot \lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} \left[\frac{\text{m} \cdot \text{K}}{\text{W}} \right] \quad (5.120)$$

Wstawiając zależność (5.119) do równania (5.120) otrzymano wzór:

$$R'_c = \frac{h}{\lambda(b'-a')} \ln \frac{b'}{a'} \left[\frac{\text{m} \cdot \text{K}}{\text{W}} \right] \quad (5.121)$$

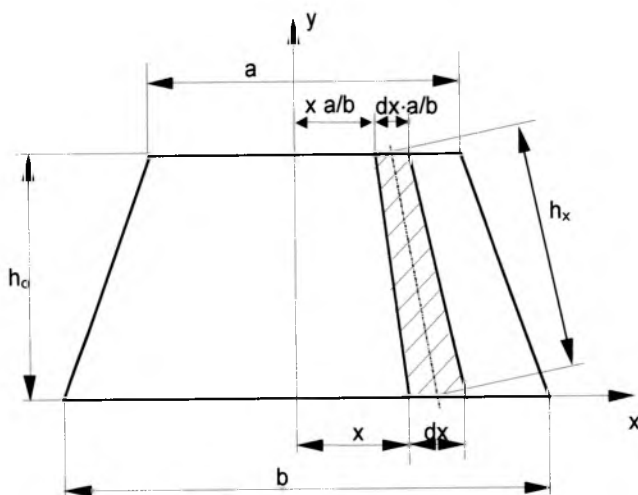
wyrażający całkowity opór przewodzenia ciepła przez elementarny trapez, odniesiony do powierzchni $F = b' \cdot 1 \quad [\text{m}^2]$.

Trapez o znanych wymiarach: a, b, h_o:

Można założyć, że składa się on z szeregu elementarnych trapezów (Rys. 5.14).

Analogicznie do wcześniej omówionego przypadku dla:

- $b' = dx$
- $a' = \frac{a}{b} dx$



Rys. 5.14. Podział trapezu na elementarne trapezy. Źródło: na podstawie [89], [117].

Całkowity opór przewodzenia elementarnego trapezu w odległości x od osi y można określić analogicznie:

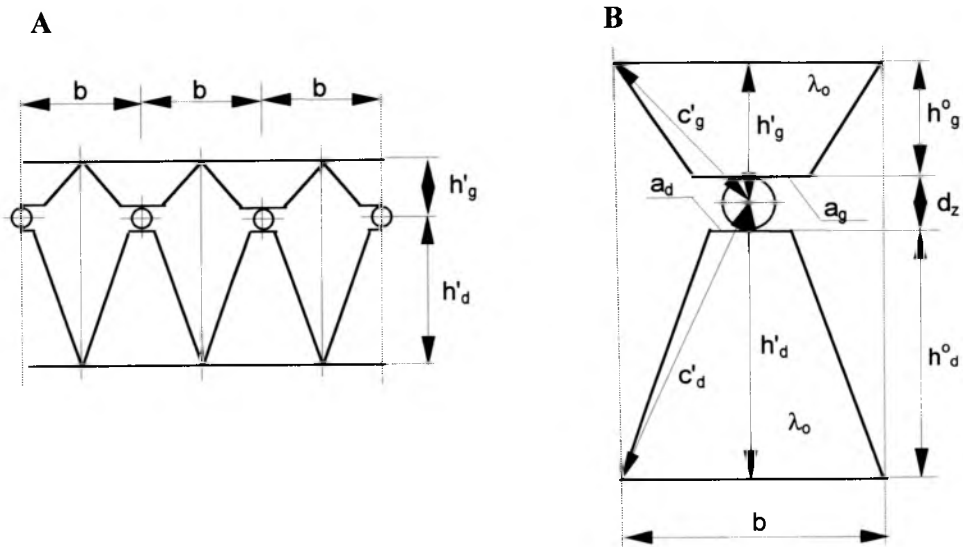
$$R'_{cx} = \frac{\sqrt{x^2 \left(1 - \frac{a}{b}\right)^2 + h_o^2}}{\lambda \left(dx - \frac{a}{b} dx\right)} \ln \frac{b}{a} \left[\frac{\text{m} \cdot \text{K}}{\text{W}} \right] \quad (5.122)$$

Występuje tu przypadek oporów równoległych, a zatem odwrotność oporu całkowitego całego trapezu jest sumą odwrotności oporów całkowitych elementarnych trapezów:

$$\frac{1}{R_c} = 2 \int_0^{b/2} \frac{1}{R'_{cx}} = 2 \int_0^{b/2} \frac{\lambda \left(1 - \frac{a}{b}\right) dx}{\ln \frac{b}{a} \sqrt{x^2 \left(1 - \frac{a}{b}\right)^2 + h_o^2}} \quad (5.123)$$

Po scałkowaniu i podstawieniu granic całkowania otrzymamy zależność na całkowity opór trapezu odniesiony do powierzchni $F = b \cdot l$ [m^2] w postaci:

$$R_c = \frac{\ln \frac{b}{a}}{2\lambda \cdot \ln \left[\frac{b-a}{2 \cdot h_o} + \sqrt{1 + \left(\frac{b-a}{2 \cdot h_o}\right)^2} \right]} \left[\frac{\text{m} \cdot \text{K}}{\text{W}} \right] \quad (5.124)$$



Rys. 5.15. Model obliczeniowy stropowej płyty grzejnej: A - część płyty grzejnej, B - wycinek obliczeniowy.

Źródło: na podstawie [89], [117].

Metodyka obliczeń

Zakłada się odpowiednio, że podstawy: górna i dolna trapezów a_g i a_d (umowne płytki grzejne - Rys. 5.15), leżą na górnej i dolnej tworzącej węzownicy. Łączna długość płytek grzejnych a_g i a_d jest równa zewnętrznemu obwodowi rury węzownicy, a podział ich długości jest proporcjonalny do strumienia ciepła oddawanego przez grzejnik podłogowy, do góry i dołu. W obliczeniach przyjmuje się, że wartość oporu napływu ciepła od strony czynnika grzejnego nie przekracza 5 % całkowitego oporu cieplnego grzejnika.

Obliczenia rozpoczyna się od zastąpienia konstrukcji niejednorodnego stropu przez strop o grubości zastępczej h_{og} i h_{od} i współczynnika przewodności cieplnej, jak dla betonu λ_o .

$$h_{og} = \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\lambda_i} \cdot \lambda_o \quad [m] \quad (5.125)$$

$$h_{od} = \sum_{i=1}^m \frac{d_i}{\lambda_i} \cdot \lambda_o \quad [m] \quad (5.126)$$

gdzie:

$\sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\lambda_i}$ – zastępczy jednostkowy opór cieplny przewodzenia n różnych,

poziomych warstw stropu położonych nad warstwą, w której umieszczona jest węzownica, [m²·K/W],

$\sum_{i=1}^m \frac{d_i}{\lambda_i}$ – zastępczy jednostkowy opór cieplny przewodzenia m warstw stropu

położonych poniżej warstwy, w której umieszczona jest węzownica, [m²·K/W],

λ_o – współczynnik przewodności cieplnej dla materiału, w którym umieszczona jest ogrzewnica, [W/ m·K].

Odległości pionowe od osi rury do górnej i dolnej powierzchni grzejnej wynoszą:

$$h'_g = h_{og} + \frac{d_z}{2} \quad [\text{m}] \quad (5.127)$$

$$h'_d = h_{od} + \frac{d_z}{2} \quad [\text{m}] \quad (5.128)$$

Orientacyjny średni jednostkowy opór przenikania ciepła:

$$\text{– do góry } R'_{kg} = \frac{h'_g + c'_g}{2 \cdot \lambda_o \cdot b} + \frac{1}{\alpha_g \cdot b} \quad [\text{m} \cdot \text{K/W}] \quad (5.129)$$

$$\text{– do dołu } R'_{kd} = \frac{h'_d + c'_d}{2 \cdot \lambda_o \cdot b} + \frac{1}{\alpha_d \cdot b} \quad [\text{m} \cdot \text{K/W}] \quad (5.130)$$

przy czym:

$$c'_g = \sqrt{(h'_g)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} \quad [\text{m}] \quad (5.131)$$

$$c'_d = \sqrt{(h'_d)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} \quad [\text{m}] \quad (5.132)$$

gdzie:

b – odległość między osiami rur grzejnych (podziałka węzownicy), [m],

α_g, α_d - całkowite współczynniki przejmowania ciepła (na drodze konwekcji i promieniowania) od górnej i dolnej powierzchni płaszczyzny grzejnika do pomieszczenia, $[\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}]$.

Orientacyjny jednostkowy strumień ciepła wynosi:

$$- \text{ do góry } q'_g = \frac{\Delta\tau_g}{R'_{kg}} \quad [\text{W}/\text{m}] \quad (5.133)$$

$$- \text{ do dołu } q'_d = \frac{\Delta\tau_d}{R'_{kd}} \quad [\text{W}/\text{m}] \quad (5.134)$$

gdzie:

$\Delta\tau_g, \Delta\tau_d$ - różnica temperatury na zewnętrznej powierzchni rury i powietrza w pomieszczeniu powyżej i poniżej grzejnika podłogowego:

$$\Delta\tau_{g,d} = \frac{\tau_z + \tau_p}{2} - t_{ig,d} \quad [\text{K}] \quad (5.135)$$

t_w - temperatura na zewnętrznej powierzchni rury, $[\text{°C}]$,

$t_{ig,d}$ - temperatura powietrza w pomieszczeniu powyżej i poniżej grzejnika płaszczyznowego, $[\text{°C}]$,

Długości płytek grzejnych a_d i a_g są proporcjonalne do strumienia ciepła oddawanego przez grzejnik do dołu i do góry.

$$a_g = \pi \cdot d_z \cdot \frac{q'_g}{q'_g + q'_d} \quad [\text{m}] \quad (5.136)$$

$$a_d = \pi \cdot d_z - a_g \quad [\text{m}] \quad (5.137)$$

gdzie:

d_z - średnica zewnętrzna rury grzejnej, $[\text{m}]$.

Całkowity opór cieplny przewodzenia trapezu o długości podstaw b i a_g (a_d) i wysokości h_{og} (h_{od}) oblicza się ze wzoru:

- do góry

$$R_{og} = \frac{\ln \frac{b}{a_g}}{2 \cdot \lambda_o \cdot \ln \left[\frac{b - a_g}{2 \cdot h_{og}} + \sqrt{1 + \left(\frac{b - a_g}{2 \cdot h_{og}} \right)^2} \right]} \quad [\text{m} \cdot \text{K/W}] \quad (5.138)$$

– do dołu

$$R_{od} = \frac{\ln \frac{b}{a_d}}{2 \cdot \lambda_o \cdot \ln \left[\frac{b - a_d}{2 \cdot h_{od}} + \sqrt{1 + \left(\frac{b - a_d}{2 \cdot h_{od}} \right)^2} \right]} \quad [\text{m} \cdot \text{K/W}] \quad (5.139)$$

Jednostkowy strumień ciepła grzejnika odniesiony do 1 mb będzie równy:

– do góry

$$q_{og} = \frac{\Delta\tau_g}{R_{og} + \frac{1}{\alpha_g \cdot b}} \quad [\text{W/m}] \quad (5.140)$$

– do dołu

$$q_{od} = \frac{\Delta\tau_d}{R_{od} + \frac{1}{\alpha_d \cdot b}} \quad [\text{W/m}] \quad (5.141)$$

Całkowity opór cieplny przewodzenia trapezu odniesiony do 1 m² powierzchni grzejnika:

– do góry

$$R_g = R_{og} \cdot b + \frac{1}{\alpha_g} \quad [(\text{m}^2 \cdot \text{K/W})] \quad (5.142)$$

– do dołu

$$R_d = R_{od} \cdot b + \frac{1}{\alpha_d} \quad [(\text{m}^2 \cdot \text{K/W})] \quad (5.143)$$

gdzie:

b - rozstaw węzownic, [m].

Jednostkowy strumień ciepła odniesiony do 1 m² powierzchni grzejnika można obliczyć:

– do góry

$$q_g = \frac{\Delta\tau_g}{R_g} \text{ [W/m]} \quad (5.144)$$

– do dołu

$$q_d = \frac{\Delta\tau_d}{R_d} \text{ [W/m]} \quad (5.145)$$

Średnią orientacyjną temperaturę płaszczyzny grzejnej podłogi i sufitu można określić z zależności:

$$T_p = t_i + \frac{q_g}{\alpha_g} \text{ lub } T_p = t_i + \frac{q_{og}}{\alpha_g \cdot b} \text{ [}^\circ\text{C]} \quad (5.146)$$

$$T_s = t_i + \frac{q_d}{\alpha_d} \text{ lub } T_s = t_i + \frac{q_{od}}{\alpha_d \cdot b} \text{ [}^\circ\text{C]} \quad (5.147)$$

5.5. Metoda Missenarda

Metoda Missenarda została omówiona przez profesora Wasilewskiego w pracy [116].

Ilość ciepła oddawana przez 1 m² powierzchni grzejnika promieniującego może być określona ze wzoru:

$$q = \alpha_c \cdot (\tau_s - t_w) \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad (5.148)$$

lub ze wzoru:

$$q = K \cdot (\tau_c - t_w) \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad (5.149)$$

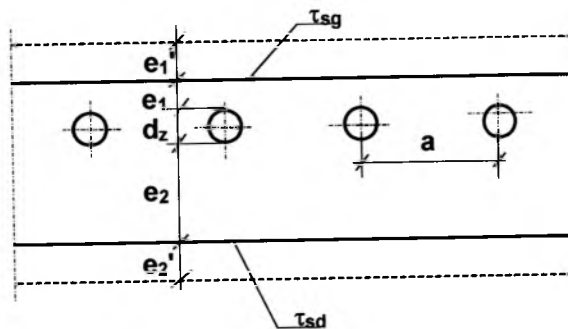
gdzie:

α_c - całkowity współczynnik przejmowania ciepła, [W/m² K]

τ_s - średnia temperatura powierzchni grzejnika, [°C]

t_w - temperatura powietrza w pomieszczeniu, [°C]

- τ_c - średnia temperatura na zewnętrznej powierzchni przewodu wężownicy, dla wężownic umieszczonych w płycie betonowej stropu $\tau_c \leq 55^\circ\text{C}$, $[\text{°C}]$
- K - współczynnik przenikania ciepła dla określonej powierzchni grzejnika, $[\text{W}/\text{m}^2 \text{K}]$.



Rys. 5.16. Grzejnik płaszczyznowy typu masywnego. Źródło: na podstawie [116].

Wartość współczynnika K dla grzejników masywnych (Rys. 5.16) z wężownicą umieszczoną w warstwie betonu można obliczyć według empirycznego wzoru zaproponowanego przez Missenarda w następującej postaci:

$$K = \frac{1 - 0.035 \cdot \left(\frac{d_z}{e_1 + e_1'}\right)^3 \cdot \frac{a}{d_z} \cdot \left(1.8 - 0.02 \cdot \frac{a}{d_z}\right) \cdot \left(1 + 0.18 \cdot \frac{e_1 + e_1'}{e_2 + e_2'}\right)}{\lambda} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right] \quad (5.150)$$

gdzie:

- d_z - średnica zewnętrzna rury, $[\text{m}]$,
- e_1, e_2 - grubości betonu przykrywającego rurę lub przy materiałach różnych - grubość zastępcza, $[\text{m}]$,
- e_1', e_2' - grubości warstwy zastępczej, równoważącej opór cieplny przejmowania ($e_1' = \lambda/\alpha_1, e_2' = \lambda/\alpha_2$), $[\text{m}]$,

$$e_1' = \frac{\lambda}{\alpha_1} \quad [\text{m}] \quad (5.151)$$

$$e_2' = \frac{\lambda}{\alpha_2} \quad [\text{m}] \quad (5.152)$$

- a - odległość między osiami rur, $[\text{m}]$,
- λ - współczynnik przewodności cieplnej warstwy betonu, $[\text{W}/\text{m K}]$.

Wzór powyższy jest słuszny jeżeli:

$$\frac{e_1 + e_1'}{e_2 + e_2'} < 1 \quad (5.153)$$

$$0.5 < \frac{e_1 + e_1'}{d_z} < 10 \quad (5.154)$$

$$0 < \frac{a}{d_z} < 30 \quad (5.155)$$

5.6. Metoda Kalousa-Kollmara

Dla określenia gęstości strumienia ciepła przekazywanego przez grzejnik podłogowy ta metoda przyjęto następujące założenia:

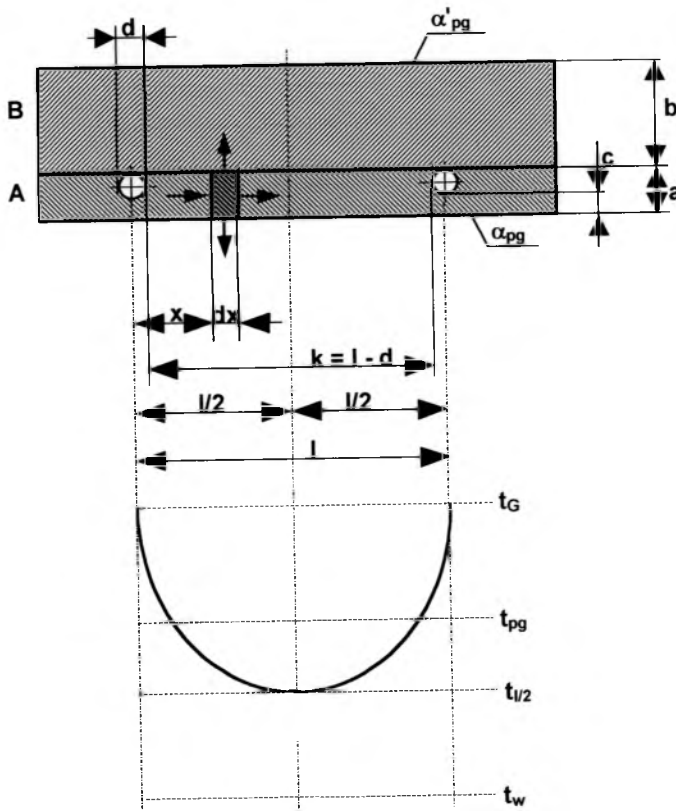
- spadek temperatury w węzownicy jest stosunkowo niewielki (5 - 10 °C), dlatego można przyjąć, że temperatura wody w dwóch sąsiednich rurach w przekroju poprzecznym płyty jest w przybliżeniu jednakowa;
- konsekwencją małego spadku temperatury jest brak przepływu ciepła w kierunku osi rur, w związku z czym rozkład temperatury w przegrodzie można rozpatrywać jako dwuwymiarowy;
- w warstwie A (Rys. 5.17) ciepło przepływa tylko równoległe do powierzchni płyty, a w warstwie B przepływ odbywa się tylko w kierunku prostopadłym. Założenie to jest tym lepiej spełnione, im większa będzie przewodność cieplna warstwy A w stosunku do warstwy B;
- źródłem ciepła jest pasek znajdujący się w pionowym przekroju rury, a temperatura na powierzchni płaszczyzny grzejnej pod rurą jest taka sama, jak temperatura zewnętrznej powierzchni rury t_G .

Model obliczeniowy

Kalous [12] problem rozkładu temperatury na powierzchni przegrody ogrzewanej za pośrednictwem rur rozwiązał jako przypadek przewodzenia ciepła w płycie. Przy temperaturze źródła ciepła t_G (temperatura na zewnętrznej powierzchni rury),

temperaturze otoczenia t_w i rozstawieniu rur wynoszącym l , temperatura w odległości x od źródła ciepła (wyprowadzenie analogiczne jak przy metodzie żebra) wynosi:

$$t_x - t_w = (t_G - t_w) \cdot \frac{e^{m \cdot x} \cdot e^{-m \cdot \frac{l}{2}} + e^{-m \cdot x} \cdot e^{-m \cdot \frac{l}{2}}}{e^{m \cdot \frac{l}{2}} + e^{-m \cdot \frac{l}{2}}} = (t_G - t_w) \cdot \frac{\cosh \left[m \cdot \left(\frac{l}{2} - x \right) \right]}{\cosh \left(m \cdot \frac{l}{2} \right)} \quad [\text{K}] \quad (5.156)$$



Rys. 5.17. Przekrój przez płaszczyznę grzewczą ogrzewaną rurami Źródło: na podstawie [12].

Najniższa temperatura w środku między rurami (w odległości $x = l/2$) równa jest:

$$t_{l/2} - t_w = (t_G - t_w) \cdot \frac{2}{e^{m \cdot \frac{l}{2}} + e^{-m \cdot \frac{l}{2}}} = \frac{t_G - t_w}{\cosh \left(m \cdot \frac{l}{2} \right)} \quad [\text{K}] \quad (5.157)$$

gdzie:

m - współczynnik, $[\text{m}^{-1}]$,

$$m = \sqrt{\frac{\alpha_{pg} + \Lambda_b}{\lambda_a \cdot a}} \quad [\text{m}] \quad (5.158)$$

α_{pg} - współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni płaszczyzny grzejnej,
 [W/m²K],

Λ_b - zastępczy współczynnik przejmowania ciepła warstwy B, [W/m²K],

$$\Lambda_b = \frac{1}{\frac{b}{\lambda_b} + \frac{1}{\alpha_{pg}}} \left[\frac{W}{m^2 K} \right] \quad (5.159)$$

λ_a - współczynnik przewodności cieplnej warstwy A, [W/m K],

a - grubość warstwy A, [m],

b - grubość warstwy B, [m].

Średnią temperaturę warstwy A, tj. średnią temperaturę na powierzchni t_{pg} , otrzymuje się po scałkowaniu równania (5.156) w granicach od $x = 0$ do $x = 1/2$. Po wykonaniu całkowania i dokonaniu przekształceń uzyskuje się:

$$t_{pg} - t_w = (t_G - t_w) \cdot \frac{\operatorname{tgh}\left(m \cdot \frac{1}{2}\right)}{m \cdot \frac{1}{2}} \quad [K] \quad (5.160)$$

Jeżeli wartość $m \cdot \frac{1}{2} \leq 2$, wówczas krzywa wykładnicza przedstawiająca krzywą t_x jest bardzo zbliżona do paraboli i w związku z tym można średnią temperaturę t_{pg} obliczać z wyrażenia:

$$t_{pg} = t_{1/2} + \frac{1}{3} \cdot (t_G - t_{1/2}) = \frac{t_G + 2 \cdot t_{1/2}}{3} \quad [^{\circ}C] \quad (5.161)$$

Równania powyższe są słuszne przy założeniu, że nad górną powierzchnią płyty (ponad warstwą B) jest taka sama temperatura jak na stronie dolnej, $t_w' = t_w$. Jeżeli temperatura t_w' różni się od temperatury t_w , należy niższą temperaturę $t_{1/2}$ wyznaczać ze wzoru:

$$t_{1/2} = \frac{t_G - t_w}{\cosh\left(m \cdot \frac{1}{2}\right)} + \left[1 - \frac{1}{\cosh\left(m \cdot \frac{1}{2}\right)} \right] \cdot \frac{\Lambda_b}{\alpha_{pg} + \Lambda_b} \cdot (t_w' + t_w) + t_w \quad [^{\circ}C] \quad (5.162)$$

Średnią temperaturę górnej powierzchni płyty oblicza się za pomocą wzoru:

$$t_{pg}' = \frac{\Lambda_b}{\alpha_{pg}} \cdot (t_{pg} - t_w') + t_w' \quad [^{\circ}C] \quad (5.163)$$

Po uwzględnieniu poprawek **Kollmara** otrzymuje się następujące wzory:

1. Dla przypadku, gdy temperatury po obu stronach płyty są jednakowe $t_w = t_w'$:

$$m = \sqrt{\frac{2 \cdot (\Lambda_c + \Lambda_b)}{\pi^2 \cdot \lambda_d \cdot d}} \quad [\text{m}^{-1}] \quad (5.164)$$

gdzie:

Λ_b - zastępczy współczynnik przejmowania ciepła warstwy B wg wzoru (5.159),
[W/m²K],

Λ_c - zastępczy współczynnik przejmowania ciepła warstwy pod rurami,
[W/m²K],

$$\Lambda_c = \frac{1}{\frac{c}{\lambda_c} + \frac{1}{\alpha_{pg}}} \quad (5.165)$$

c - grubość warstwy pod rurami, [m],

b - grubość warstwy nad rurami, [m],

λ_c - współczynnik przewodności cieplnej materiału dla warstwy pod rurami,
[W/m K],

λ_b - współczynnik przewodności cieplnej materiału, w którym rury są ułożone,
[W/mK],

d - zewnętrzna średnica rur, [m].

W płaszczyźnie przechodzącej przez osie rur najniższa temperatura występuje w odległości $x = l/2$:

$$t_{k/2} = \frac{t_G - t_w}{\cosh\left(m \cdot \frac{l-d}{2}\right)} + t_w \quad [^\circ\text{C}] \quad (5.166)$$

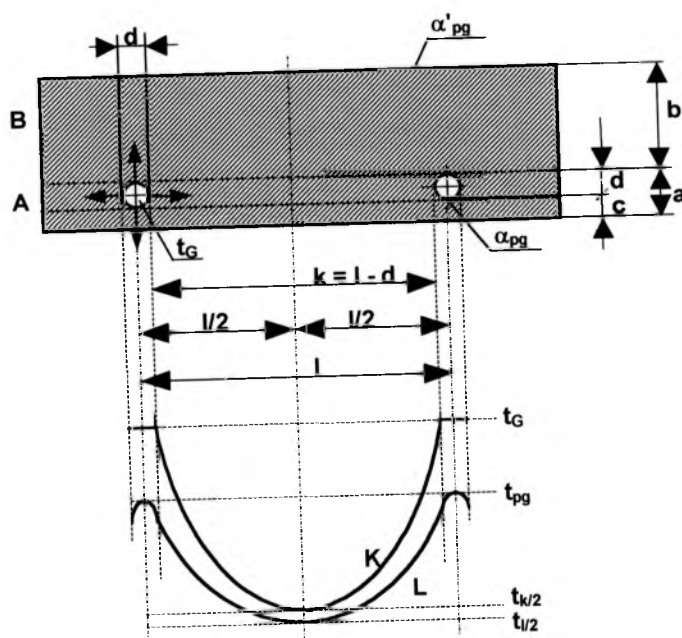
a średnia temperatura na odcinku $k = l - d$ wynosi:

$$t_{sr} = (t_G - t_w) \cdot \frac{\text{tgh}\left(m \cdot \frac{l-d}{2}\right)}{m \cdot \frac{l-d}{2}} + t_w \quad [^\circ\text{C}] \quad (5.167)$$

gdzie:

α_{pg}' - współczynnik przyjmowania ciepła dla górnej powierzchni płaszczyzny grzejnej, $[\text{W}/\text{m}^2\text{K}]$.

Wadą metody Kalousa jest to, że zakłada ona iż w miejscu $x = 0$ (na powierzchni płyty pod rurą) występuje temperatura równa temperaturze na powierzchni rury t_G . W rzeczywistości temperatura na powierzchni płyty w miejscu $x = 0$ jest trochę niższa $t_G' < t_G$. Pewien błąd w obliczeniach Kalousa wywołuje założenie, że obniżanie temperatury wg krzywej wykładniczej następuje od osi rur, tj. że krzywa wykładnicza przebiega na całym odcinku l . W rzeczywistości krzywa ta ograniczona jest do odcinka $k = l - d$. W celu wniesienia poprawek Kollmar zmienił w pewnym stopniu metodę Kalousa przez rozróżnienie rozkładu temperatury na powierzchni płyty od rozkładu w płaszczyźnie przechodzącej przez osie rur. Ponadto, przy obliczeniach wartości wskaźnika stropu m Kollmar wprowadził poprawkę $\sqrt{2/\pi^2}$, uwzględnioną we wzorze (5.164). Zmiany wprowadzone przez Kollmara przedstawiono w pracach [12], [41], [42], [120].



Rys. 5.18. Rozkład temperatury w płycie ogrzewanej za pośrednictwem rur wg Kollmara; K - w płaszczyźnie przechodzącej przez osie rur, L - na powierzchni płyty. Źródło: na podstawie [12], [41].

Średnia temperatura powierzchni płyty grzewczej na odcinku $k = l - d$ wynosi:

$$(t_{pg})_k = \frac{\Lambda_c}{\alpha_{pg}} \cdot (t_{sr} - t_w) + t_w = \frac{\Lambda_c}{\alpha_{pg}} \cdot (t_G - t_w) \cdot \frac{\operatorname{tgh}\left(m \cdot \frac{l-d}{2}\right)}{m \cdot \frac{l-d}{2}} + t_w \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (5.168)$$

a pod rurami na odcinku d :

$$(t_{pg})_d = \frac{\Lambda_c}{\alpha_{pg}} \cdot (t_G - t_w) + t_w \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (5.169)$$

Średnia temperatura na całym odcinku l jest więc równa:

$$t_{pg} = \frac{\Lambda_c}{\alpha_{pg}} \cdot (t_G - t_w) \cdot \left[\frac{\operatorname{tgh}\left(m \cdot \frac{l-d}{2}\right)}{m \cdot \frac{l-d}{2}} \cdot \left(1 - \frac{d}{l}\right) + \frac{d}{l} \right] + t_w \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (5.170)$$

Natomiast średnia temperatura na powierzchni górnej strony płyty wynosi:

$$t'_{pg} = \frac{\Lambda_b \cdot \alpha_{pg}}{\Lambda_c \cdot \alpha'_{pg}} \cdot (t_{pg} - t_w) + t_w \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (5.171)$$

2. Dla przypadku, gdy temperatury po obu stronach płyty są różne $t_w \neq t'_w$:

W płaszczyźnie przechodzącej przez osie rur najniższa temperatura panuje w odległości $x = l/2$

$$t_{k/2} = (t_G - t_w) \cdot M - \frac{\Lambda_b}{\Lambda_b + \Lambda_c} \cdot (1 - M) \cdot (t_w - t'_w) + t_w \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (5.172)$$

a średnia temperatura na odcinku $k = l - d$ wynosi:

$$t_{sr} = (t_G - t_w) \cdot N - \frac{\Lambda_b}{\Lambda_b + \Lambda_c} \cdot (1 - N) \cdot (t_w - t'_w) + t_w \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (5.173)$$

W powyższych wzorach wprowadzono oznaczenia:

$$M = \frac{1}{\cosh\left(m \cdot \frac{l-d}{2}\right)} \quad (5.174)$$

$$N = \frac{\operatorname{tgh}\left(m \cdot \frac{l-d}{2}\right)}{m \cdot \frac{l-d}{2}} \quad (5.175)$$

Współczynnik m jest obliczany ze wzoru (5.164).

Na powierzchni płaszczyzny grzejnej średnia temperatura na całym odcinku l wynosi:

$$t_{pg} = \frac{\Lambda_c}{\alpha_{pg}} \cdot \left\{ (t_G - t_w) \cdot \frac{d}{l} + \left(1 - \frac{d}{l} \right) \cdot \left[(t_G - t_w) \cdot N - \frac{\Lambda_b}{\Lambda_b + \Lambda_c} (1 - N) \cdot (t_w - t'_w) \right] \right\} + t_w \quad (5.176)$$

Średnia temperatura na powierzchni górnej strony płyty wynosi:

$$t'_{pg} = \frac{\Lambda_b}{\alpha_{pg}} \cdot \left[(t_{pg} - t_w) \cdot \frac{\alpha_{pg}}{\Lambda_c} + (t_w - t'_w) \right] + t_w \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (5.177)$$

Znając średnią temperaturę na powierzchni płaszczyzny grzejnej, gęstość strumienia ciepła można obliczyć z następującego równania:

$$q = q_r + q_k = \alpha_{rpg} \cdot (t_{pg} - t_c) + \alpha_{kpg} \cdot (t_{pg} - t_w) \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad (5.178)$$

gdzie:

t_c - średnia temperatura przegród nieogrzewanych, [$^{\circ}\text{C}$],

α_{rpg} - współczynnik przyjmowania ciepła przez promieniowanie, [$\text{W}/\text{m}^2\text{K}$],

α_{kpg} - współczynnik przyjmowania ciepła na drodze konwekcji, [$\text{W}/\text{m}^2\text{K}$],

t_w - temperatura powietrza w pomieszczeniu, [$^{\circ}\text{C}$].

Jeżeli temperatury przegród i powietrza są jednakowe $t_w = t_c$, równanie upraszcza się do postaci:

$$q = q_r + q_k = (\alpha_{rpg} + \alpha_{kpg}) \cdot (t_{pg} - t_w) = \alpha_{pg} \cdot (t_{pg} - t_w) \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad (5.179)$$

gdzie:

α_{pg} - całkowity współczynnik przyjmowania ciepła dla górnej powierzchni płyty grzejnej, [$\text{W}/\text{m}^2\text{K}$].

Strata ciepła dla górnej strony płyty wg Kalousa wynosi:

$$q' = \Lambda_b \cdot (t'_{pg} - t'_w) \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad (5.180)$$

wg Kollmara:

$$q' = \alpha'_{pg} \cdot (t'_{pg} - t'_w) \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad (5.181)$$

gdzie:

α'_{pg} - całkowity współczynnik przyjmowania ciepła dla górnej powierzchni płyty grzejnej, [$\text{W}/\text{m}^2\text{K}$].

5.7. Metoda według normy europejskiej EN 1264-1÷4

Większość opracowań technicznych [13], [85], [100], [101], [102] dotyczących projektowania ogrzewania podłogowego, oferowanych przez różne firmy, została opracowana na podstawie obecnie obowiązującej w krajach Unii Europejskiej normy EN 1264 – 1 ÷ 4 [72], [73], [74], [75]. Norma ta powstała, prawie w niezmienionej formie, na podstawie wcześniejszych norm niemieckich [68], [69], [70], [71]. W normie EN 1264 podano jedynie ostateczne wzory wraz z tabelarycznie przedstawionymi współczynnikami, zaś metody, na podstawie których uzyskano wartości współczynników, omówiono w pracach [25], [36], [44], [45], [83], [103].

Założenia wg EN 1264

- Dopóki nie istnieje warstwa wykończeniowa podłogi, gęstość strumienia ciepłego ku dołowi q_u przyjmuje się w wysokości 10% strumienia skierowanego ku górze q ;
- Gęstość strumienia ciepła skierowanego ku górze q określa się korzystając ze średniej logarytmicznej różnicy temperatury $\Delta\theta_H$ między czynnikiem grzewczym a powietrzem w pomieszczeniu;
- Charakter ruchu wody płynącej w przewodzie określa warunek:

$$m_H/d_i > 4\,000 \text{ [kg/(h}\cdot\text{K)]} \quad (5.182)$$

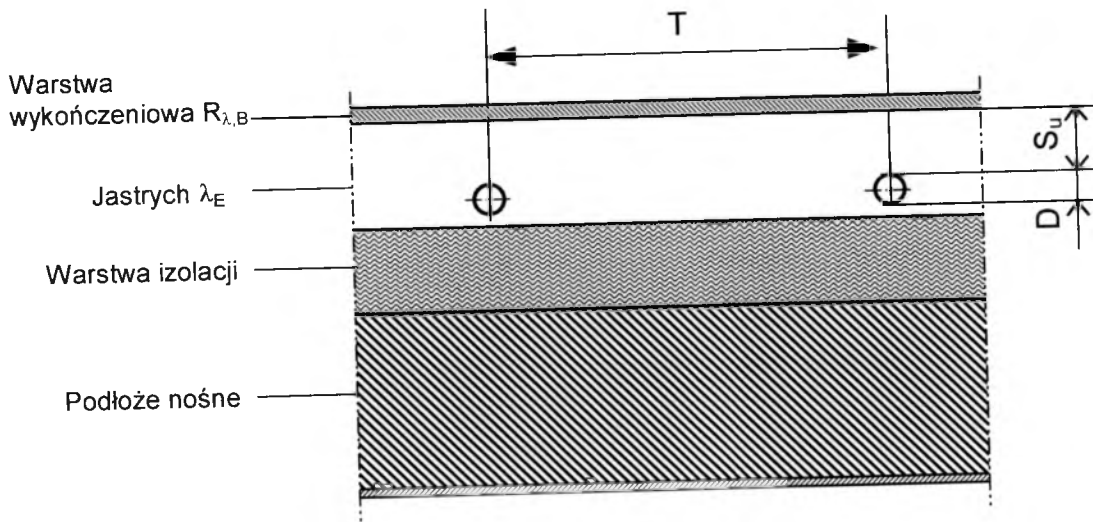
gdzie:

m_H - strumień masy wody grzejnej, [kg/h],

d_i - średnica wewnętrzna przewodu, [m],

- Nie ma innych źródeł ciepła.

Model obliczeniowy



Rys. 5.19. Ogrzewanie podłogowe – system układania, w którym rury ułożone są w jastrychu.
Opracowanie własne na podstawie [72], [73], [74], [75].

Oznaczenia do Rys. 5.19:

- $R_{\lambda,B}$ - jednostkowy opór przewodzenia ciepła warstwy wykończeniowej podłogi, $[m^2 \cdot K/W]$,
- λ_E - współczynnik przewodności cieplnej jastrychu, w którym ułożona jest wężownica, $[W/(m \cdot K)]$,
- s_u - grubość warstwy jastrychu ułożonego nad wężownicą, $[m]$,
- D - średnica zewnętrzna rury, dla przekroju kołowego $D = d_a$, $[m]$,
- d_a - średnica zewnętrzna rury o przekroju kołowym, $[m]$
- T - rozstaw rur, $[m]$.

Gęstość strumienia ciepła jest proporcjonalna do wartości średniej logarymicznej różnicy temperatury i do wykładnika $n (\Delta\theta_H)^n$,

gdzie:

$\Delta\theta_H$ - średnia logarymiczna różnica temperatury, $[K]$,

$$\Delta\theta_H = \frac{\theta_v - \theta_R}{\ln \left[\frac{\theta_v - \theta_i}{\theta_R - \theta_i} \right]} \quad [K] \quad (5.183)$$

θ_v - temperatura zasilania, $[^\circ C]$,

θ_R - temperatura powrotu, [°C],

θ_i - temperatura powietrza w pomieszczeniu, [°C],

n - wykładnik, wartość otrzymana w wyniku eksperymentalnych i teoretycznych badań.

$$1,0 < n < 1,05 \quad (5.184)$$

Z wystarczającą dokładnością można przyjmować wartość $n = 1$.

Gęstość strumienia ciepła oblicza się z równania:

$$q = B \cdot a_B \cdot a_T^{m_T} \cdot a_u^{m_u} \cdot a_D^{m_D} \cdot \Delta\theta_H \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (5.185)$$

gdzie:

B - współczynnik zależny od systemu układania rur wg wzoru (5.189),
[W/(m²·K)],

a_B - współczynnik zależny od warstwy wykończeniowej podłogi wg tabeli Tab. 5.1. lub wzoru (5.191), $a_B = f(\lambda_R, R_{\lambda,B})$,

a_T - współczynnik zależny od rozstawu rur wg tabeli Tab. 5.2 lub rysunku Rys. 5.20, $a_T = f(R_{\lambda,B})$,

a_u - współczynnik zależny od grubości jastrychu nad rurami wg tabeli Tab. 5.3 lub rysunku Rys. 5.21, $a_u = f(T, R_{\lambda,B})$,

a_D - współczynnik zależny od zewnętrznej średnicy rury wg tabeli Tab. 5.4 lub rysunku Rys. 5.22, $a_D = f(R_{\lambda,B})$,

m_T, m_u, m_D - wykładniki wg wzorów (5.186), (5.187), (5.188),

$\Delta\theta_H$ - średnia logarymiczna różnica temperatury, [K].

$$m_T = 1 - \frac{T}{0,075} \quad \text{dla } 0,050 \text{ m} \leq T \leq 0,375 \text{ m} \quad (5.186)$$

$$m_u = \frac{100}{0,045 - S_u} \quad S_u \geq 0,015 \text{ m} \quad (5.187)$$

$$m_D = \frac{250}{D - 0,020} \quad \text{dla } 0,010 \text{ m} \leq D \leq 0,030 \text{ m} \quad (5.188)$$

gdzie:

oznaczenia jw.

Wartość współczynnika B można przyjmować: $B = B_0 = 6,7 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ dla współczynnika przewodzenia ciepła rury $\lambda_R = \lambda_{R,0} = 0,35 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ i grubości ścianki rury $s_R = s_{R,0} = 0,002 \text{ m}$. Dla innych materiałów, o współczynnikach przewodzenia ciepła i grubościach ścianek odbiegających od podanych B, należy wyznaczać ze wzoru:

$$\frac{1}{B} = \frac{1}{B_0} + \frac{1,1}{\pi} \cdot a_B \cdot a_T^{m_T} \cdot a_u^{m_u} \cdot a_D^{m_D} \cdot T \cdot \left[\frac{1}{2\lambda_R} \ln \frac{d_a}{d_a - 2s_R} - \frac{1}{2\lambda_{R,0}} \ln \frac{d_a}{d_a - 2s_{R,0}} \right] \quad (5.189)$$

$\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right]$

gdzie:

λ_R - współczynnik przewodności cieplnej materiału, z którego wykonany jest przewód, $[\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})]$,

$\lambda_{R,0}$ - normatywny współczynnik przewodności cieplnej materiału, z którego wykonany jest przewód, $\lambda_{R,0} = 0,35 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, $[\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})]$,

s_R - grubość ścianki rury, $[\text{m}]$,

$s_{R,0}$ - normatywna grubość ścianki rury, $s_{R,0} = 0,002 \text{ m}$, $[\text{m}]$,

$B_0, a_B, a_T, a_u, a_D, m_T, m_u, m_D, T$ - oznaczenia jw.

Dla rozstawu rur $T > 0,375 \text{ m}$ gęstość strumienia ciepła oblicza się w przybliżeniu wg wzoru:

$$q = q_{0,375} \cdot \frac{0,375}{T} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad (5.190)$$

gdzie:

$q_{0,375}$ - gęstość strumienia ciepła obliczona wg wzoru (5.185), $[\text{W}/\text{m}^2]$,

T - rozstaw rur, $[\text{m}]$.

Wartości współczynnika a_B , zależnego od warstwy wykończeniowej podłogi, należy wyznaczać z tabeli:

Tab. 5.1. Wartości współczynnika a_B zależnego od warstwy wykończeniowej podłogi.

Źródło: [72], [73], [74], [75].

$R_{\lambda,B}$ [m ² ·K/W]	0	0,05	0,10	0,15
λ_E [W/(m·K)]	a_B			
2,0	1,196	0,833	0,640	0,519
1,5	1,122	0,797	0,618	0,505
1,2	1,058	0,764	0,598	0,491
1,0	1,000	0,734	0,579	0,478
0,8	0,924	0,692	0,553	0,460
0,6	0,821	0,632	0,514	0,433

lub ze wzoru:

$$a_B = \frac{\frac{1}{\alpha} + \frac{s_{u,0}}{\lambda_{u,0}}}{\frac{1}{\alpha} + \frac{s_{u,0}}{\lambda_E} + R_{\lambda,B}} \quad (5.191)$$

gdzie:

α - współczynnik przyjmowania ciepła z powierzchni grzejnika podłogowego, [W/m²K], w normie EN 1264 przyjęto wartość stałą $\alpha = 10,8$ W/m²K, w pracy doktorskiej obliczany wg wzoru (4.28),

$\lambda_{u,0}$ - normatywny współczynnik przewodności cieplnej warstwy jastrychu ułożonego nad węzownicą, $\lambda_{u,0} = 1$ W/(m·K), [W/(m·K)],

$s_{u,0}$ - normatywna grubość warstwy jastrychu ułożonego nad węzownicą, $s_{u,0} = 0,045$ m, [m],

$R_{\lambda,B}$ - jednostkowy opór przewodzenia ciepła warstwy wykończeniowej podłogi, [m²·K/W],

λ_E - współczynnik przewodności cieplnej jastrychu, w którym ułożona jest węzownica, [W/(m·K)].

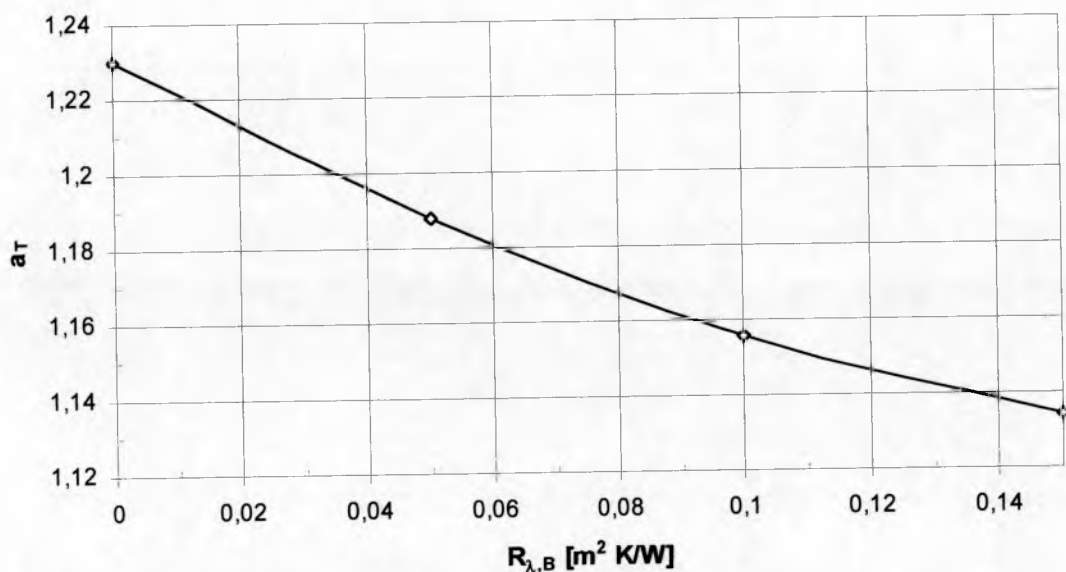
Wartości współczynnika a_T zależnego od warstwy wykończeniowej podłogi należy wyznaczać z tabeli:

Tab. 5.2. Wartości współczynnika a_T zależnego od rozstawu rur.

Źródło: [72], [73], [74], [75].

$R_{\lambda,B}$ [m ² ·K/W]	0	0,05	0,10	0,15
a_T	1,23	1,188	1,156	1,134

lub wykresu:



Rys. 5.20. Wykres zależności współczynnika a_T od oporu przewodzenia ciepła warstwy wykończeniowej podłogi $R_{\lambda,B}$. Opracowanie własne na podstawie [72], [73], [74], [75].

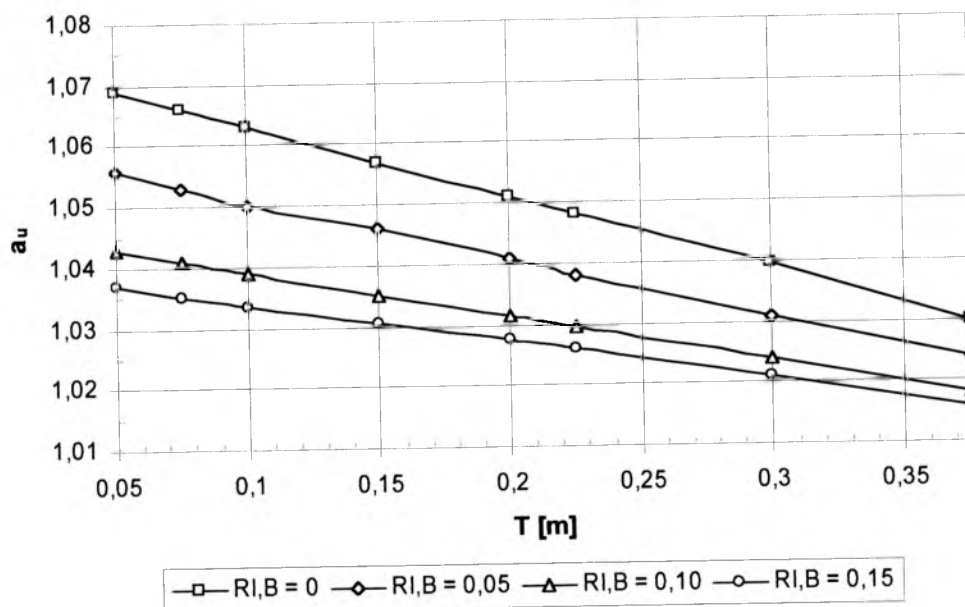
Wartości współczynnika a_u , zależnego od warstwy wykończeniowej podłogi, należy wyznaczać z tabeli:

Tab. 5.3. Wartości współczynnika a_u zależnego od grubości jastrychu nad rurami.

Źródło: [72], [73], [74], [75].

$R_{\lambda,B}$ [m ² ·K/W]	0	0,05	0,10	0,15
T [m]	a_u			
0,05	1,069	1,056	1,043	1,037
0,075	1,066	1,053	1,041	1,035
0,1	1,063	1,050	1,039	1,0335
0,15	1,057	1,046	1,035	1,0305
0,2	1,051	1,041	1,0315	1,0275
0,225	1,048	1,038	1,0295	1,026
0,3	1,0395	1,031	1,024	1,021
0,375	1,030	1,024	1,018	1,016

lub wykresu:

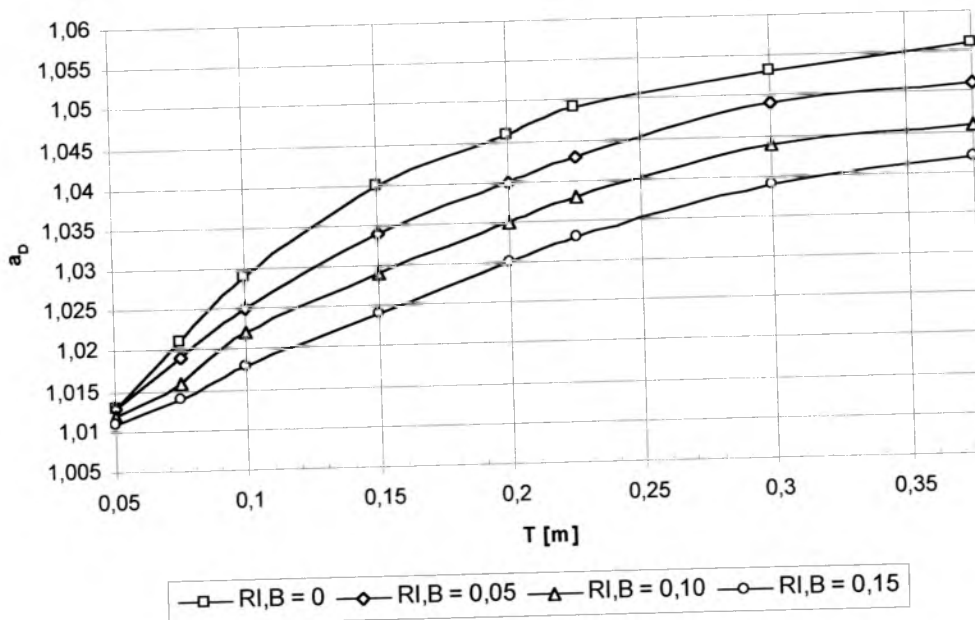
Rys. 5.21. Wykres zależności współczynnika a_T od rozstawu rur T i oporu przewodzenia ciepła warstwy wykończeniowej podłogi $R_{\lambda,B}$. Opracowanie własne na podstawie [72], [73], [74], [75].

Wartości współczynnika a_D , zależnego od średnicy zewnętrznej przewodu, należy wyznaczać z tabeli:

Tab. 5.4. Wartości współczynnika a_D zależnego od średnicy zewnętrznej przewodu.
Źródło: [72], [73], [74], [75].

$R_{\lambda,B}$ [m ² ·K/W]	0	0,05	0,10	0,15
T [m]	a_D			
0,05	1,013	1,013	1,012	1,011
0,075	1,021	1,019	1,016	1,014
0,1	1,029	1,025	1,022	1,018
0,15	1,04	1,034	1,029	1,024
0,2	1,046	1,04	1,035	1,03
0,225	1,049	1,043	1,038	1,033
0,3	1,053	1,049	1,044	1,039
0,375	1,056	1,051	1,046	1,042

lub wykresu:



Rys. 5.22. Wykres zależności współczynnika a_D od rozstawu rur T i oporu przewodzenia ciepła warstwy wykończeniowej podłogi $R_{\lambda,B}$. Opracowanie własne na podstawie [72], [73], [74], [75].

W normie EN 1264 pominięto wpływ schłodzenia wody w wyniku konwekcji wymuszonej wewnątrz przewodu (założono, że przepływ jest turbulentny i schłodzenie jest minimalne). W pracy doktorskiej określano iteracyjnie wielkość współczynnika przyjmowania ciepła od strony wody (patrz rozdział 6.3), dlatego do obliczeń gęstości strumienia cieplnego wg wzoru (5.185) przyjmowano wartość średniej logarytmicznej różnicy temperatury $\Delta\theta_H'$ ze wzoru:

$$\Delta\theta_H' = \frac{\theta_v - \theta_R}{\ln \left[\frac{\theta_v - \Delta\theta_{\alpha w} - \theta_i}{\theta_R - \Delta\theta_{\alpha w} - \theta_i} \right]} \quad [\text{K}] \quad (5.192)$$

gdzie:

$\Delta\theta_H'$ - średnia logarytmiczna różnica temperatury, [K],

$\Delta\theta_{\alpha w}$ - różnica temperatury wody i temperatury na wewnętrznej ściance rury, [K],

$\theta_v, \theta_R, \theta_i$ - oznaczenia jak we wzorze (5.183).

Średnią temperaturę powierzchni podłogi można wyznaczyć z zależności:

$$\theta_{F,m} = \theta_i + \frac{q}{\alpha} \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (5.193)$$

gdzie:

q - gęstość strumienia ciepła wg wzoru (5.185), [W/m^2],

θ_i - temperatura powietrza w pomieszczeniu, [$^{\circ}\text{C}$],

α - współczynnik przyjmowania ciepła z powierzchni grzejnika podłogowego wg wzoru (4.27), [$\text{W}/\text{m}^2\text{K}$].

Graniczne wartości gęstości strumienia ciepła

Krzywa graniczna przedstawia zależność gęstości strumienia ciepła od średniej logarytmicznej różnicy temperatury między czynnikiem ogrzewczym a temperaturą powietrza w pomieszczeniu, gdy powierzchnia podłogi osiąga maksymalną temperaturę dopuszczalną (patrz rozdział 4.3).

Krzywą graniczną oblicza się ze wzoru:

$$q_G = \varphi \cdot B_G \cdot \left[\frac{\Delta\theta_H}{\varphi} \right]^{n_G} \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (5.194)$$

gdzie:

B_G - współczynnik zależny od systemu układania rur wg tabeli Tab. 5.5,

$$B_G = f(s_u/\lambda_E, T), [W/(m^2 \cdot K)],$$

n_G - wykładnik zależny od systemu układania rur wg tabeli Tab. 5.6,

$$n_G = f(s_u/\lambda_E, T),$$

φ - współczynnik przeliczeniowy przy różnych wartościach temperatury granicznej podłogi $\theta_{F,max}$ i temperatury powietrza wewnętrznego θ_i , wyznaczany wg poniższego wzoru:

$$\varphi = \left[\frac{\theta_{F,max} - \theta_i}{\Delta\theta_0} \right] \quad (5.195)$$

gdzie:

$\theta_{F,max}$ - maksymalna temperatura dopuszczalna, [°C],

θ_i - temperatura powietrza wewnętrznego, [°C],

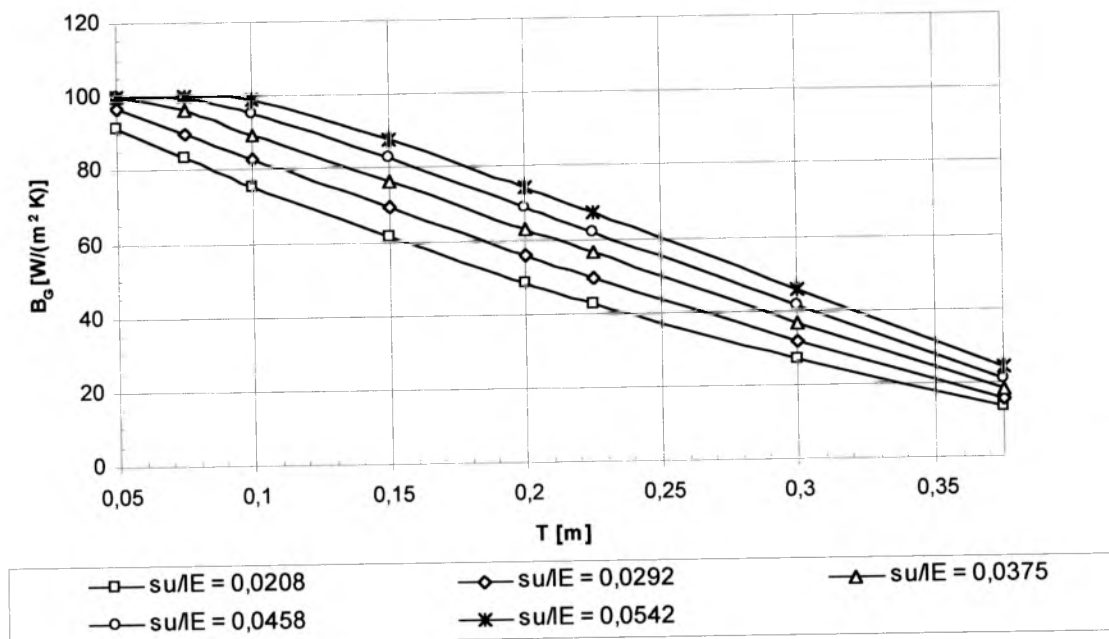
$\Delta\theta_0$ - normatywna różnica temperatur, $\Delta\theta_0 = 9$ K.

Wartości współczynnika B_G należy wyznaczać z poniższej tabeli:

Tab. 5.5. Wartości współczynnika B_G zależnego od oporu cieplnego warstwy jastrychu nad węzownicą s_u/λ_E i rozstawem rur T . Źródło: [72], [73], [74], [75].

s_u/λ_E [m ² ·K/W]	0,0208	0,0292	0,0375	0,0458	0,0542
T [m]	B_G [W/(m ² ·K)]				
0,05	91,5	96,8	100	100	100
0,075	83,5	89,9	96,3	99,5	100
0,1	75,4	82,9	89,3	95,5	98,8
0,15	61,3	69,2	76,3	82,8	87,8
0,2	48,2	56,2	63,1	69,1	74,5
0,225	42,5	49,5	56,5	62	67,1
0,3	26,8	31,6	36,4	41,5	46
0,375	13,4	15,5	18,1	21,1	24,1

lub wykresu:



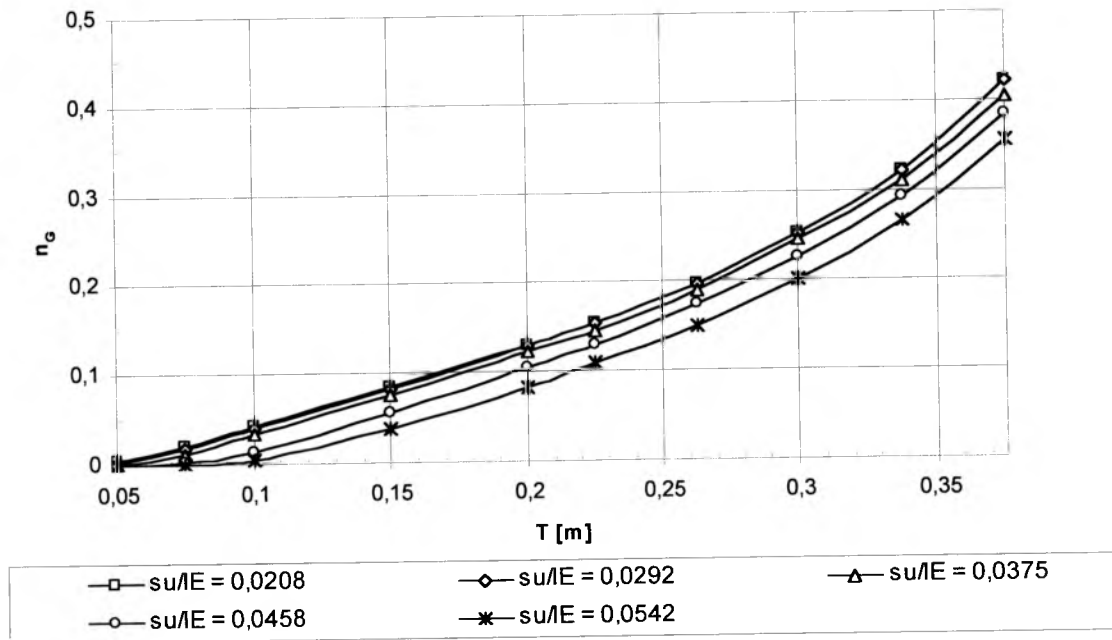
Rys. 5.23. Wykres zależności współczynnika B_G od oporu cieplnego warstwy jastrychu nad węzownicą s_u/λ_E i rozstawu rur T . Opracowanie własne na podstawie [72], [73], [74], [75].

Wartości wykładnika n_G należy wyznaczać z poniższej tabeli:

Tab. 5.6. Wartości wykładnika n_G zależnego od oporu cieplnego warstwy jastrychu nad węzownicą s_u/λ_E i rozstawem rur T . Źródło: [72], [73], [74], [75].

s_u/λ_E [m ² ·K/W]	0,0208	0,0292	0,0375	0,0458	0,0542
T [m]	n_G				
0,05	0,005	0,002	0	0	0
0,075	0,021	0,018	0,011	0,002	0
0,1	0,043	0,041	0,033	0,014	0,005
0,15	0,085	0,082	0,076	0,055	0,038
0,2	0,13	0,129	0,13	0,105	0,083
0,225	0,154	0,153	0,146	0,13	0,11
0,2625	0,196	0,196	0,19	0,173	0,15
0,3	0,253	0,253	0,245	0,225	0,2
0,3375	0,321	0,321	0,31	0,293	0,265
0,375	0,421	0,421	0,405	0,385	0,354

lub wykresu:



Rys. 5.24. Wykres zależności wykładnika n_G od oporu cieplnego warstwy jastrychu nad węzownicą s_u/λ_E i rozstawu rur T . Opracowanie własne na podstawie [72], [73], [74], [75].

6 Metoda numeryczna

6.1 Wprowadzenie

W rozdziale 5 przedstawionych jest wiele modeli analitycznych i empirycznych, dotyczących wymiany ciepła w płytach grzejnych. Jednak opracowywane były one z pewnymi uproszczeniami i są jedynie przybliżonym narzędziem służącym głównie do projektowania grzejników podłogowych. W rozpatrywanej pracy doktorskiej tematem jest „Wybór i weryfikacja metody wymiarowania ogrzewań podłogowych”. W celu przeprowadzenia analizy wyników obliczania średniej temperatury stropu grzejnego oraz jednostkowego wydatku ciepła metodami opisanymi w rozdziale 5, należy przyjąć jako punkt odniesienia wyniki otrzymane bardziej zaawansowanymi metodami numerycznymi, polegającymi na określaniu bilansów energii dla elementów różnicowych badanego przekroju stropu. W niniejszej pracy posłużono się programem komputerowym Floor 2D [105], [106], [107] opracowanym przez dr inż. Michała Strzeszewskiego z Instytutu Ogrzewnictwa i Wentylacji Politechniki Warszawskiej, opartym na modelu numerycznym wykorzystującym metodę bilansów elementarnych.

6.2 Model matematyczny przyjęty w programie Floor 2D

W ramach niniejszej pracy posłużono się programem komputerowym Floor 2D opartym na modelu numerycznym wykorzystującym metodę bilansów elementarnych. Metody numeryczne, w tym metoda bilansów elementarnych, omówione są w większości opracowań poświęconych zagadnieniom wymiany ciepła ([5], [6], [24], [34], [35], [94], [95], [110], [113], [122]). W opracowaniach poświęconych technikom informatycznym metody numeryczne zostały omówione pod kątem wykorzystania ich w tworzeniu programów komputerowych ([15], [58], [61], [109]).

Metoda bilansów elementarnych polega na podziale rozpatrywanego ciała na dostatecznie dużą liczbę elementów geometrycznych i sporządzeniu bilansów energii dla tych elementów. W ten sposób otrzymuje się układ równań algebraicznych. Rozwiązaniem tego układu są wartości temperatury w punktach węzłowych reprezentujących poszczególne elementy. Dla obliczenia zmian entalpii elementu zakłada się, że cały element posiada temperaturę węzła. Natomiast dla obliczenia

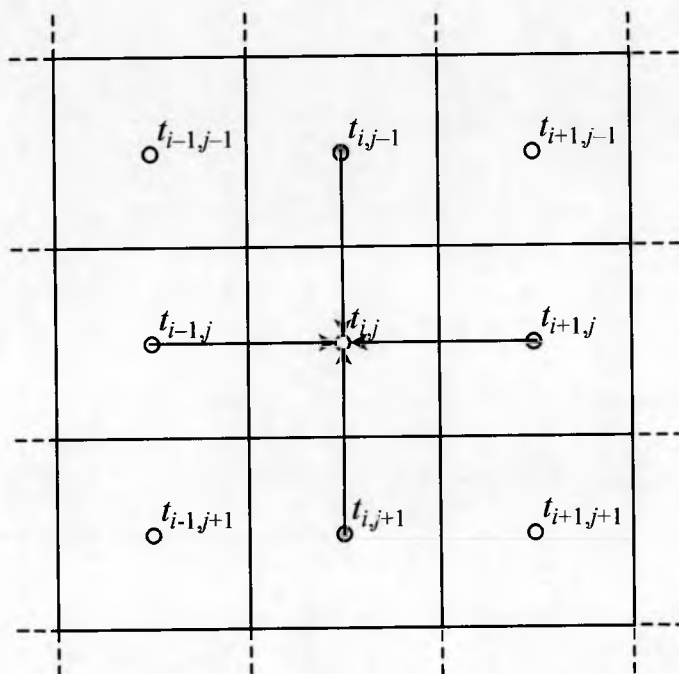
strumienia ciepła pomiędzy sąsiadującymi elementami, zakłada się liniowy rozkład temperatury pomiędzy punktami węzłowymi.

W przypadku obliczeń wykonywanych dla grzejnika podłogowego, metoda bilansów elementarnych polega na podziale przekroju stropu na elementy o małych rozmiarach (np. 1x1mm, 2x2mm) i zastosowaniu prawa Fouriera oraz bilansu energii dla każdego z nich. W ten sposób sformułowany jest układ równań, który następnie zostaje rozwiązany przy pomocy iteracyjnej metody *Czebyszewa*. Prowadzi to do obliczenia pola temperatury w przekroju stropu oraz na jego powierzchniach.

Przy opracowaniu programu komputerowego Floor 2D przyjęto następujące założenia:

1. dla rozpatrywanego modelu przyjęto ustaloną wymianę ciepła,
2. w przekroju stropu przyjęto dwuwymiarowy układ przewodzenia ciepła,
3. grzejnik podłogowy zbudowany jest z jednorodnych warstw izotropowych o stałej wartości współczynnika przewodności cieplnej λ ,
4. podział na elementy przeprowadzany jest tak, aby zmiana materiału i współczynnika przewodności cieplnej λ występowała jedynie na granicach elementów,
5. wartość całkowitego współczynnika przejmowania ciepła α na powierzchni podłogi określa się wg równania (4.28), zaś na powierzchni sufitu wg równania (6.8),
6. przyjęto, że temperatura w przekroju poprzecznym płyty jest jednakowa i równa średniej temperaturze czynnika grzejnego wg równania (6.6).

Zgodnie z założeniami przyjęto, że nie zachodzi przewodzenie ciepła w kierunku równoległym do osi przewodów. W praktyce założenie to jest spełnione z wystarczającą dokładnością z uwagi na znacznie większe gradienty temperatury w płaszczyźnie prostopadłej do osi przewodów w stosunku do gradientów w płaszczyźnie równoległej. Schemat podziału przekroju stropu przedstawiono na Rys. 6.1.



Rys. 6.1. Schemat metody bilansów elementarnych wewnątrz przekroju stropu. Źródło: [106].

W warunkach ustalonych można zapisać elementarny bilans energii cieplnej:

$$\Sigma q = 0 \quad (6.1)$$

Strumień ciepła przepływającego pomiędzy sąsiadującymi elementami wynika z prawa Fouriera:

$$q = -\lambda \nabla t \quad (6.2)$$

gdzie:

q - gęstość strumienia przewodzonego ciepła, $[W/m^2]$,

∇t - gradient temperatury, $[K]$.

W metodzie bilansów elementarnych strumień ciepła przewodzonego pomiędzy sąsiadującymi elementami określa się w następujący sposób:

$$q_{ij} = K_{ij}(T_j - T_i) \quad (6.3)$$

gdzie:

q_{ij} - gęstość strumienia przewodzonego ciepła pomiędzy i -tym i j -tym elementem, [W/m], (w pracy przyjęto model dwuwymiarowy i jednostka W/m oznacza „W na jednostkę długości w trzecim wymiarze”),

T_i, T_j - temperatury w węzłach i -tym i j -tym elemencie, [°C],

K_{ij} - oznacza przewodność cieplną między węzłami w i -tym i j -tym elemencie, W/mK, (przy czym zapis „m” należy rozumieć na 1 metr w trzecim wymiarze).

Przewodność cieplna K_{ij} pomiędzy węzłami i -tym i j -tym określona jest wzorem:

$$K_{ij} = \frac{S_{ij} \cdot \lambda_{ij}}{L_{ij} \cdot \cos \alpha_{ij}} \quad (6.4)$$

gdzie:

S_{ij} - pole powierzchni rozgraniczającej i -tym i j -tym elementem, [m²],

λ_{ij} - średni współczynnik przewodności cieplnej pomiędzy węzłami w i -tym i j -tym elementem, [W/mK],

L_{ij} - odległość węzłów w i -tym i j -tym elemencie, [m],

α_{ij} - kąt pomiędzy odcinkiem ij a normalną do powierzchni S_{ij} .

W przyjętym schemacie (zgodnie z przedstawionymi założeniami) $\alpha_{ij} = 0$, a więc $\cos \alpha_{ij} = 1$ i równanie (6.4) upraszcza się do postaci:

$$K_{ij} = \frac{S_{ij} \cdot \lambda_{ij}}{L_{ij}} \quad (6.5)$$

Podział na elementy przeprowadzany jest tak, aby zmiana materiału i co za tym idzie zmiana współczynnika przewodności cieplnej λ występowała jedynie na granicach elementów.

Po sporządzeniu bilansu elementarnego dla każdego elementu powstaje układ równań, który należy rozwiązać z przedstawionymi niżej warunkami brzegowymi.

6.3 Warunki brzegowe

Poniżej przedstawiono warunki brzegowe dla przewodów prowadzonych w konstrukcji podłogi.

Zgodnie z założeniami, spadek temperatury w węźownicy jest stosunkowo niewielki (5 - 10 °C), dlatego można przyjąć, że temperatura wody w dwóch sąsiednich rurach o rozstawie B (z których w jednej płynie woda zasilająca, a drugą - woda powrotna), w przekroju poprzecznym płyty jest w przybliżeniu jednakowa i równa średniej temperaturze czynnika grzejącego $t_{w\text{śr}}$ (6.6).

$$t_{w\text{śr}} = \frac{t_z + t_p}{2} \quad (6.6)$$

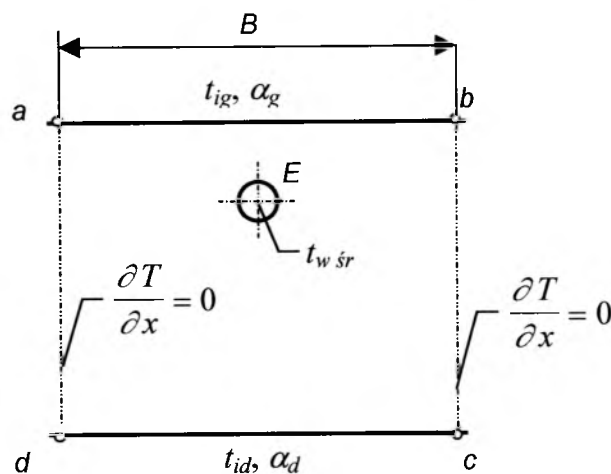
gdzie:

t_z - temperatura wody w rurze zasilającej dla rozpatrywanej pary przewodów węźownicy, [°C],

t_p - temperatura wody w rurze powrotnej dla rozpatrywanej pary przewodów węźownicy, [°C].

Dlatego w opisywanym modelu założono, że poprzez powierzchnie b-c oraz a-d nie występuje przepływ ciepła (Rys. 6.2). Przyjęto więc warunek brzegowy IV rodzaju:

$$q = 0 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (6.7)$$



Rys. 6.2. Opis warunków brzegowych przy analizie przewodzenia ciepła w przekroju stropu.

Opracowanie własne.

Na powierzchniach a-b oraz c-d występuje wymiana ciepła pomiędzy powierzchnią podłogi lub sufitu oraz otaczającym powietrzem. W związku z tym przyjęto warunek brzegowy III rodzaju, przy czym całkowity współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni podłogi (przy przepływie ciepła do góry) oblicza się według równania (4.28).

Natomiast na powierzchni sufitu (przy przepływie ciepła do dołu) korzysta się z następującego równania [52]:

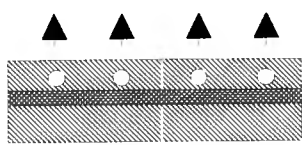
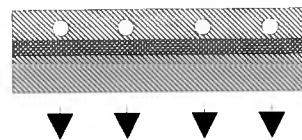
$$\alpha = 1,163(t_f - t_i)^{\frac{1}{3}} + 0,0255(t_f - t_i) + 0,055t_i + 4,05 \quad (6.8)$$

gdzie:

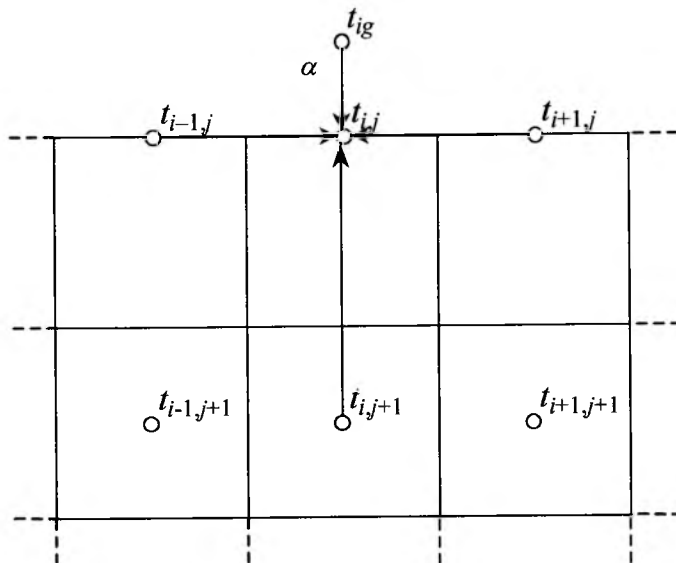
- t_f - średnia temperatura powierzchni sufitu pod grzejnikiem podłogowym, [°C],
- t_i - temperatura powietrza w pomieszczeniu pod stropem grzejnym, [°C].

Przykładowe wartości całkowitych współczynników przejmowania ciepła podano w Tab. 6.1.

Tab. 6.1. Przykładowe wartości całkowitych współczynników przejmowania ciepła do ogrzewań płaszczyznowych. Źródło: [89]

Powierzchnia	Rysunek	α_c [W/m ² ·K]
Podłogi		11.63
Sufitu		8.32

Schemat bilansów elementarnych na powierzchni styku płyty grzejnej i powietrza przedstawiono na Rys. 6.3. na przykładzie podłogi. W przypadku elementów, znajdujących się na powierzchni, punkty węzłowe przyjęto nie w środku ciężkości elementów, lecz na ich powierzchni. Dla powierzchni sufitu schemat ten wygląda analogicznie.



Rys. 6.3. Schemat bilansów elementarnych na powierzchni podłogi. Źródło: [106].

Na wewnętrznych powierzchniach przewodów prowadzono obliczenia dla zadanej temperatury wody (warunek brzegowy III rodzaju). Współczynnik przejmowania ciepła przez konwekcję α oblicza się ze wzoru:

$$\alpha = \frac{Nu_f \cdot \lambda_f}{d_w} \quad (6.9)$$

gdzie:

Nu_f - liczba Nusselta,

λ_f - współczynnik przewodności cieplnej czynnika ogrzewczego określony dla średniej temperatury wody $t_f = t_{wsr}$ wg równania (6.6), [W/mK],

d_w - średnica wewnętrzna przewodu, [m].

Liczbę Nusselta zaś określa się z następujących równań kryterialnych:

a) dla $Re_f \leq 2000$ [26]

$$Nu_f = 0,15 \cdot Re_f^{0,33} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot Gr_f^{0,1} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \cdot \varepsilon_1 \quad (6.10)$$

gdzie:

Re_f - liczba Reynoldsa,

Pr_f - liczba Prandtla dla średniej temperatury wody $t_f = t_{wśr}$,

Pr_w - liczba Prandtla dla temperatury wewnętrznej ścianki przewodu,

Gr_f - liczba Grashoffa,

ε_1 - współczynnik uwzględniający wpływ długości przewodu.

Wartości ε_1 podano w Tab. 6.2.

Tab. 6.2. Wartości współczynnika ε_1 przy ruchu laminarnym. Źródło: [26].

l/d	1	2	5	10	15	20	30	40	50
ε_1	1,90	1,70	1,44	1,28	1,18	1,13	1,05	1,02	1,00

gdzie:

l - długość przewodu,[m],

d - średnica wewnętrzna przewodu,[m].

b) $2000 < Re_f \leq 10000$ [118]

$$Nu_f = 0,12 \cdot \left[1 - \left(\frac{d}{l} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \cdot \left(Re_f^{\frac{2}{3}} - 125 \right) \cdot Pr_f^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{\mu_f}{\mu_w} \right)^{0,14} \quad (6.11)$$

gdzie:

μ_f - współczynnik lepkości dynamicznej dla średniej temperatury wody

$t_f = t_{wśr}$, [Pa·s],

μ_w - współczynnik lepkości dynamicznej dla temperatury wewnętrznej

powierzchni ścianki przewodu,[Pa·s],

l, d, Re_f , Pr_f – oznaczenia jak wyżej.

c) $10^4 < Re_f < 5 \cdot 10^6$ i $0,6 < Pr_f < 2\,500$ [26]

$$Nu_f = 0,021 \cdot Re_f^{0,8} \cdot Pr_f^{0,43} \cdot \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,11} \cdot \varepsilon_1 \quad (6.12)$$

gdzie:

oznaczenia jak wyżej.

Wartości ε_1 podano w Tab. 6.3

Tab. 6.3. Wartości współczynnika ε_1 przy ruchu burzliwym. Źródło: [26].

l/d Re_f	1	2	5	10	15	20	30	40	50
$1 \cdot 10^4$	1,65	1,50	1,34	1,23	1,17	1,13	1,07	1,03	1,00
$2 \cdot 10^4$	1,51	1,40	1,27	1,18	1,13	1,10	1,05	1,02	1,00
$5 \cdot 10^4$	1,34	1,27	1,18	1,13	1,10	1,08	1,04	1,02	1,00
10^5	1,28	1,22	1,15	1,10	1,08	1,06	1,03	1,02	1,00
10^6	1,14	1,11	1,08	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01	1,00

Natomiast opór przewodzenia przez ściankę przewodu określa się według wzoru dla ścianki walcowej:

$$q_1 = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}} \quad (6.13)$$

gdzie:

q_1 - liniowa gęstość strumienia ciepła, [W/m],

t_1, t_2 - temperatury na powierzchniach ścianki walcowej, [°C],

λ - współczynnik przewodności cieplnej materiału ścianki walcowej, [W/mK],

d_1, d_2 - średnica wewnętrzna i zewnętrzna ścianki walcowej, [m].

6.4 Program komputerowy Floor 2D

Przedstawiony powyżej model matematyczny zrealizowano w postaci programu komputerowego Floor 2D opracowanego przez dr inż. Michała Strzeszewskiego z Instytutu Ogrzewnictwa i Wentylacji Politechniki Warszawskiej. Program przeznaczony jest dla systemu operacyjnego Microsoft Windows 95 lub nowszego. Program posiada graficzny interfejs użytkownika, pozwalający na łatwe edytowanie danych oraz analizę i prezentację graficzną wyników.

6.4.1 Dane do programu

Aby rozpocząć obliczenia programem Floor 2D należy wpisać następujące dane:

1. Grubości i współczynniki przewodności cieplnej poszczególnych warstw przegrody budowlanej. Zakłada się, że strop składa się z wielu równoległych warstw jednorodnych. W przypadku warstw niejednorodnych, należy podać zastępczy współczynnik przewodzenia ciepła.
2. Rozstaw przewodów w wężownicy, m.
3. Zagłębienie osi przewodów od powierzchni podłogi, m.
4. Średnicę zewnętrzną i wewnętrzną przewodów, m.
5. Współczynnik przewodności cieplnej materiału przewodów, W/mK.
6. Średnią prędkość wody przepływającej w przewodach, m/s.
7. Temperaturę powietrza w pomieszczeniach po obu stronach przegrody, °C.
8. Średnią temperaturę wody w przewodzie, °C.

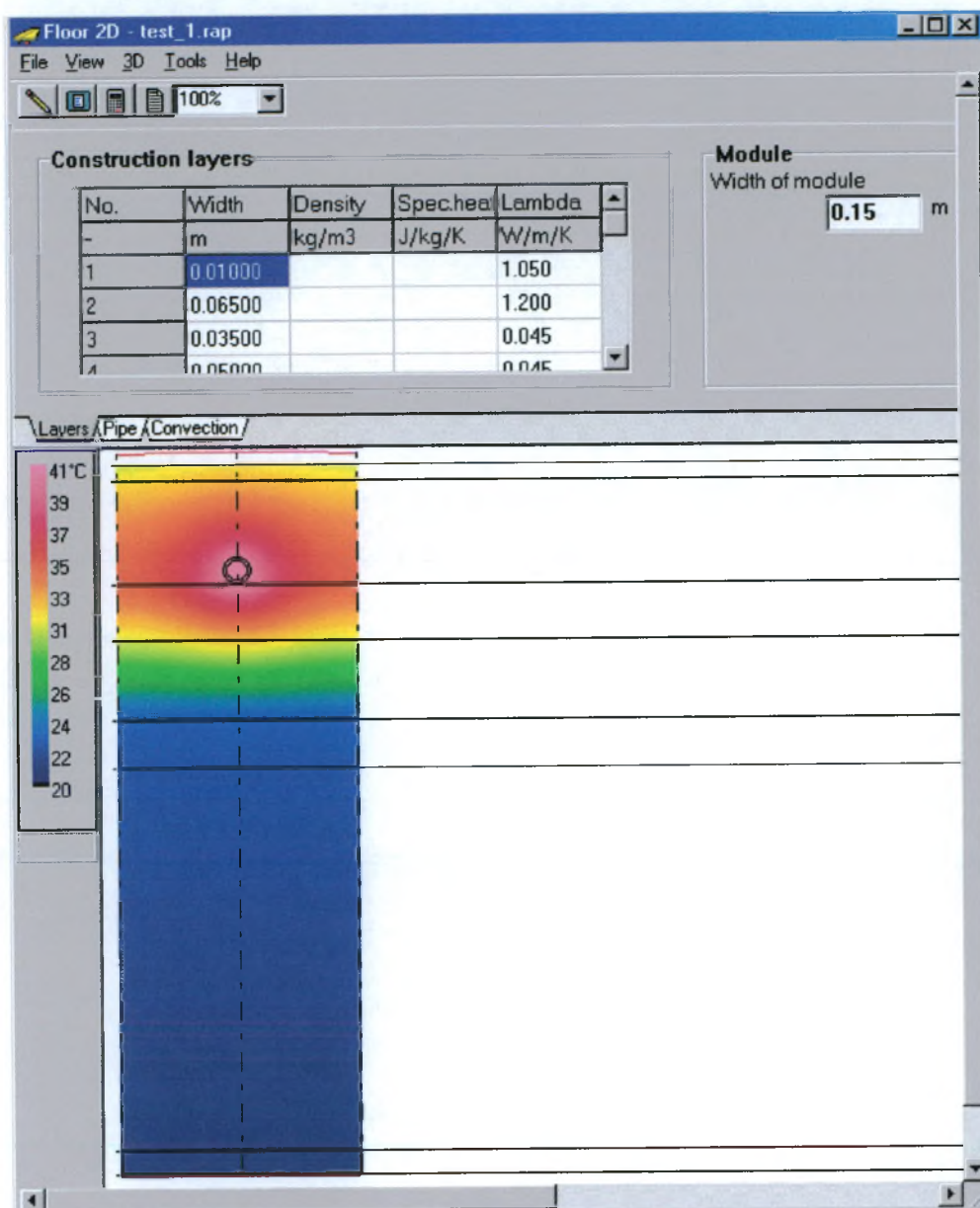
6.4.2 Menadżer obliczeń

Do zarządzania obliczeniami służy okno „Calculation Manager” (Rys. 6.5).

Naciśnięcie przycisku **Calculate** powoduje uruchomienie procesu obliczeniowego. Jeżeli dostępne jest jakieś przybliżenie wektora niewiadomych X , tzn. jeżeli zaimportowano wyniki z pliku lub wcześniej przerwano obliczenia, klawisz ten powoduje kontynuację obliczeń. W przeciwnym przypadku obliczenia rozpoczynają się od wygenerowania pierwszego przybliżenia.

Z kolei użycie klawisza **Recalculate** powoduje pominięcie aktualnego przybliżenia i rozpoczęcie obliczeń od początku.

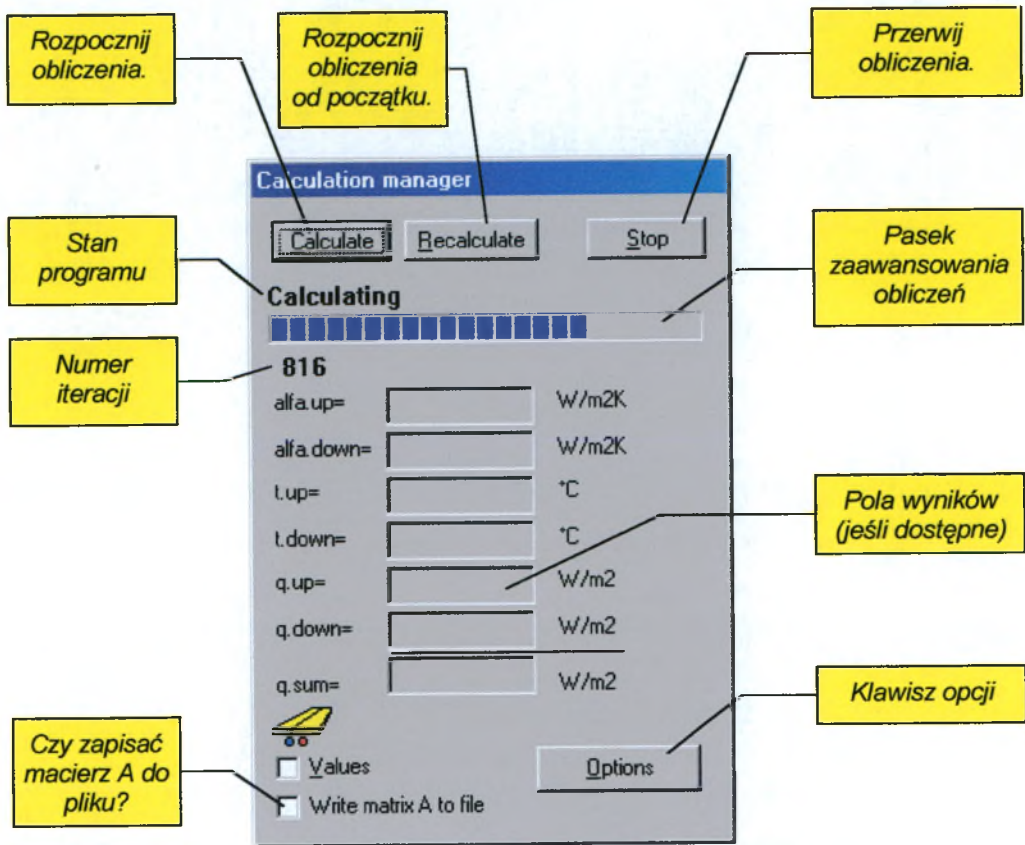
Cechą charakterystyczną programu jest możliwość przerywania procesu iteracyjnego i zapisania aktualnego przybliżenia rozwiązania układu równań. Następnie obliczenia mogą być wznowione w dowolnym czasie. Jest to szczególnie istotne przy rozwiązywaniu dużych układów równań.



Rys. 6.4. Okno główne programu Floor 2D. Źródło: [105].

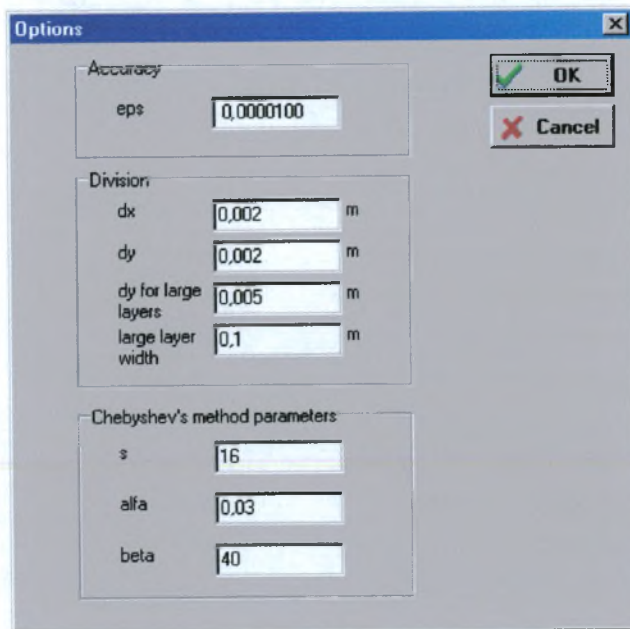
Po zakończeniu obliczeń lub zaimportowaniu wyników z pliku w oknie „Calculation manager” wyświetlane są wybrane wyniki:

1. Średnie wartości współczynników przyjmowania ciepła dla górnej i dolnej powierzchni grzejnika, W/m^2K .
2. Średnie wartości temperatury powierzchni płyty grzejnej (podłogi i sufitu), $^{\circ}C$.
3. Gęstość strumienia ciepła przekazywanego dla górnej i dolnej powierzchni grzejnika, W/m^2 .



Rys. 6.5. Okno menadżera obliczeń. Źródło: [105].

6.4.3 Opcje obliczeń



Rys. 6.6. Okno opcji obliczeń. Źródło: [105].

Opcje obliczeń obejmują:

1. Bezwzględna dokładność obliczeń *eps*.

2. Opcje podziału:

a) *dx* – szerokość elementów,

b) *dy* – wysokość elementów,

c) *dy for large layers* – wysokość elementów w tzw. *dużych warstwach*,

d) *large layers width* – minimalna grubość dla dużych warstw. Dzięki *technice dużych warstw* można zmniejszyć liczbę elementów np. w warstwie konstrukcyjnej stropu. Warstwa, w której znajdują się przewody, nie jest traktowana jako *warstwa duża* niezależnie od grubości.

3. Parametry metody Czebyszewa:

a) *s* – maksymalny stopień wielomianu Czebyszewa, użytego w metodzie,

b) *alfa, beta* – końce przedziału, zawierającego wartość własną macierzy *A*.

6.5 Optymalizacja parametrów obliczeń programu Floor 2D

6.5.1 Wybór bezwzględnej dokładności obliczeń *eps*.

W celu określenia optymalnej wielkości bezwzględnej dokładności *eps* wykonano szereg symulacyjnych obliczeń dla jednakowych danych zadaną dokładnością $eps = 0,000001 \div 0,1$. Wartości uzyskanych wyników przedstawiono w tabelach poniżej.

Tab. 6.4. Wyniki uzyskane z programu Floor 2D przy zadanej różnej wielkości bezwzględnej dokładności *eps*. Opracowanie własne.

Lp.	Eps	Liczba iteracji	Czas iteracji	alg	ald	tg	td	qg	qd	qsum
-	-	-	s	W/(m ² K)	W/(m ² K)	°C	°C	W/m ²	W/m ²	W/m ²
1	0,000001	5846	3338	11,29	6,41	30,53	21,18	118,83	7,57	126,4
2	0,00001	4178	2060	11,29	6,41	30,53	21,18	118,83	7,59	126,4
3	0,0001	2514	1420	11,29	6,42	30,53	21,21	118,81	7,79	126,6
4	0,001	1023	582	11,29	6,49	30,52	21,42	118,70	9,20	127,9
5	0,01	252	146	11,29	6,54	30,59	21,56	119,57	10,20	129,8
6	0,05	67	42	11,4	6,52	31,60	21,5	132,20	9,78	142,0
7	0,1	33	23	11,53	6,51	33,01	21,47	150,00	9,57	159,6

Tab. 6.5. Błędy względne [%] wyników uzyskanych z programu Floor 2D odniesione do wartości eps = 0,000001. Opracowanie własne.

Lp.	Eps	alg	ald	tg	td	qg	qd	qsum
-	-	%	%	%	%	%	%	%
1	0,000001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,264	-0,016
3	0,0001	0,000	-0,156	0,000	-0,142	0,017	-2,899	-0,158
4	0,001	0,000	-1,246	0,033	-1,132	0,109	-20,924	-1,185
5	0,01	0,000	-2,003	-0,197	-1,774	-0,623	-28,587	-2,643
6	0,05	-0,974	-1,682	-3,498	-1,484	-11,182	-21,667	-12,005
7	0,1	-2,105	-1,534	-7,848	-1,349	-23,578	-20,450	-23,362

Na podstawie analizy czasu trwania obliczeń oraz wielkości błędów względnych, przy założeniu że dokładność obliczeń nie powinna być mniejsza od $\pm 0,5\%$, przyjęto optymalną wielkość bezwzględnej dokładności eps równą 0,00001.

6.5.2 Wybór wielkości podziału przekroju stropu grzejnego na elementy dx i dy.

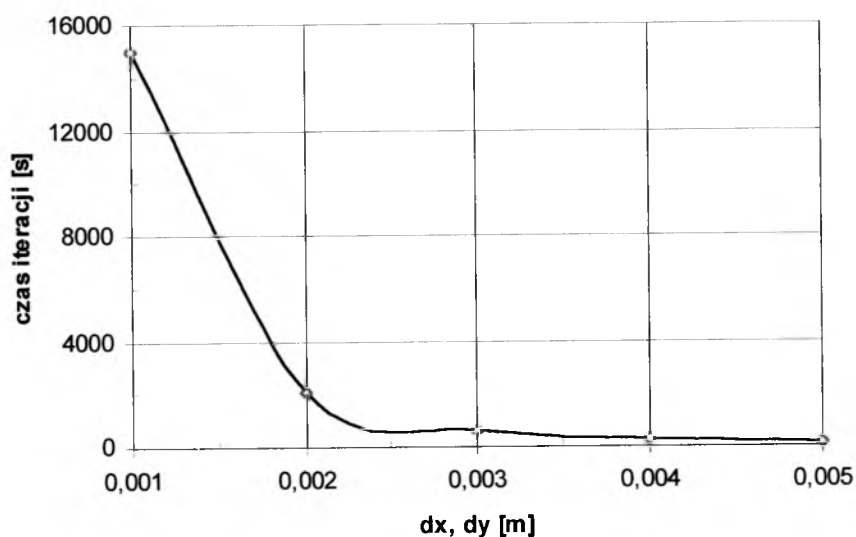
W celu określenia optymalnej wielkości podziału przekroju stropu grzejnego na elementy dx i dy wykonano szereg symulacyjnych obliczeń dla jednakowych danych z zadanymi wartościami $dx = dy = 0,001 \div 0,005$ m. Wartości uzyskanych wyników przedstawiono w tabelach oraz na wykresach poniżej.

Tab. 6.6. Wyniki uzyskane z programu Floor 2D przy zadanej różnej wielkości podziału przekroju stropu grzejnego na elementy dx i dy. Opracowanie własne.

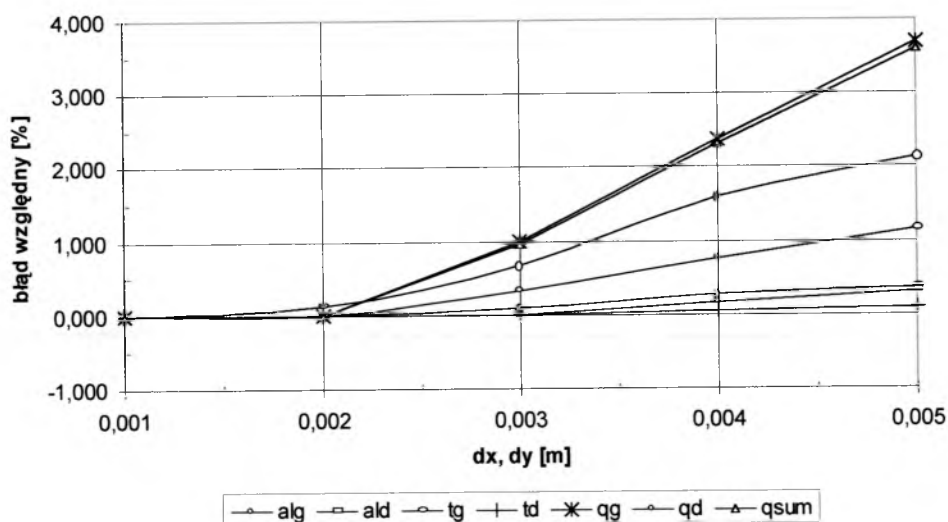
Lp.	dx = dy	Liczba iteracji	Czas iteracji	alg	ald	tg	td	qg	qd	qsum
-	m	-	s	W/(m ² K)	W/(m ² K)	°C	°C	W/m ²	W/m ²	W/m ²
1	0,001	27696	15021	11,29	6,41	30,53	21,18	118,83	7,60	126,42
2	0,002	4178	2060	11,29	6,41	30,53	21,18	118,83	7,59	126,42
3	0,003	2410	608	11,28	6,41	30,43	21,18	117,65	7,55	125,20
4	0,004	1705	287	11,26	6,40	30,30	21,17	116,05	7,48	123,53
5	0,005	1261	143	11,25	6,39	30,18	21,16	114,54	7,44	121,98

Tab. 6.7. Błędy względne [%] wyników uzyskanych z programu Floor 2D odniesione do wartości $dx = dy = 0,001$ m. Opracowanie własne.

Lp.	$dx = dy$	alg	ald	tg	td	qg	qd	qsum
-	m	%	%	%	%	%	%	%
1	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,132	0,000
3	0,003	0,089	0,000	0,328	0,000	0,993	0,659	0,965
4	0,004	0,266	0,156	0,756	0,047	2,363	1,589	2,308
5	0,005	0,355	0,313	1,155	0,094	3,697	2,139	3,594



Rys. 6.7. Wykres zależności czasu obliczeń od wielkości podziału przekroju stropu grzejnego na elementy dx i dy . Opracowanie własne.



Rys. 6.8. Wykres zależności błędów względnych [%] od wielkości podziału przekroju stropu grzejnego na elementy dx i dy . Opracowanie własne.

Na podstawie analizy czasu trwania obliczeń oraz wielkości błędów względnych, przy założeniu że dokładność obliczeń nie powinna być większa od $\pm 0,5\%$, przyjęto optymalną wielkość podziału przekroju stropu grzejnego na elementy dx i dy równą $dx = dy = 0,002$ m.

6.5.3 Wybór wysokości elementów dy w tzw. dużych warstwach.

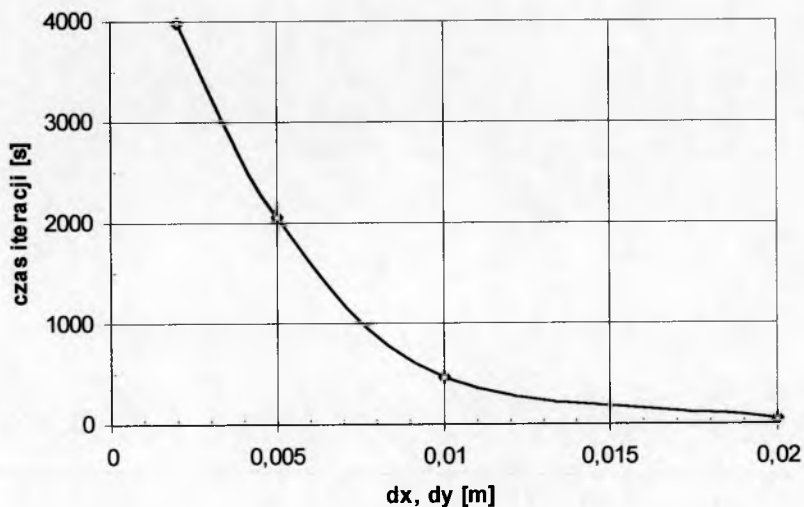
W celu określenia optymalnej wysokości elementów dy w tzw. dużych warstwach („*dy for large layers*”) wykonano szereg symulacyjnych obliczeń dla jednakowych danych z zadanymi wartościami *dy for large layers* = 0,002 ÷ 0,02 m. Wartości uzyskanych wyników przedstawiono w tabelach oraz na wykresach poniżej.

Tab. 6.8. Wyniki uzyskane z programu Floor 2D przy zadanej różnej wysokości elementów dy w tzw. dużych warstwach. Opracowanie własne.

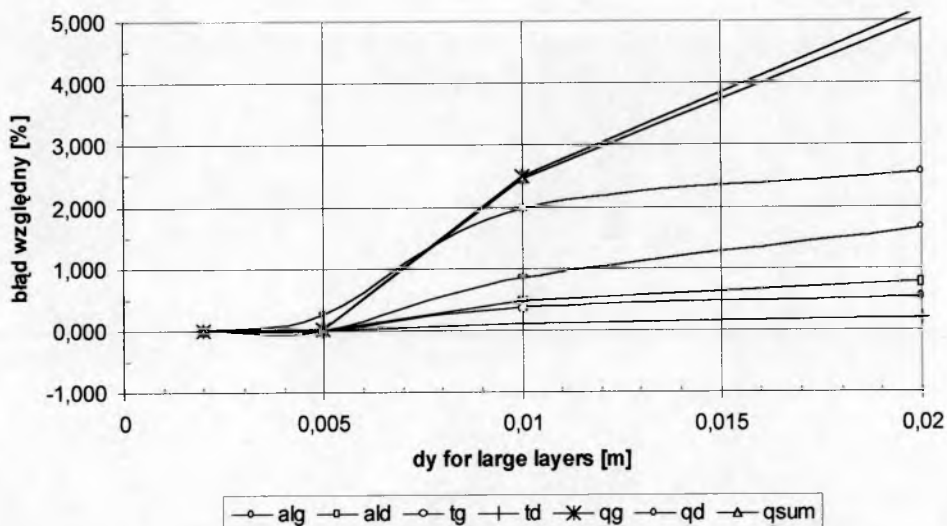
Lp.	dy for large layers	Liczba iteracji	Czas iteracji	alg	ald	tg	td	qg	qd	qsum
-	m	-	s	W/(m ² K)	W/(m ² K)	°C	°C	W/m ²	W/m ²	W/m ²
1	0,002	5696	3984	11,29	6,41	30,53	21,18	118,84	7,61	126,44
2	0,005	4178	2060	11,29	6,41	30,53	21,18	118,83	7,59	126,42
3	0,01	945	466	11,25	6,38	30,27	21,16	115,88	7,46	123,34
4	0,02	107	53	11,23	6,36	30,03	21,14	112,83	7,42	120,25

Tab. 6.9. Błędy względne [%] wyników uzyskanych z programu Floor 2D odniesione do wartości *dy for large layers* = 0,002 m. Opracowanie własne.

Lp.	dy for large layers	alg	ald	tg	td	qg	qd	qsum
-	m	%	%	%	%	%	%	%
1	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0,005	0,000	0,000	0,000	0,000	0,008	0,263	0,016
3	0,01	0,354	0,468	0,852	0,094	2,491	1,976	2,452
4	0,02	0,533	0,784	1,652	0,189	5,186	2,547	5,019



Rys. 6.9. Wykres zależności czasu obliczeń od wysokości elementów dy w tzw. dużych warstwach.
Opracowanie własne.



Rys. 6.10. Wykres zależności błędu względnego [%] od wysokości elementów dy w tzw. dużych warstwach.
Opracowanie własne.

Na podstawie analizy czasu trwania obliczeń oraz wielkości błędów względnych, przy założeniu że dokładność obliczeń nie powinna być większa od $\pm 0,5\%$, przyjęto optymalną wysokości elementów dy w tzw. dużych warstwach równą $dy \text{ for large layers} = 0,005$ m.

7 Weryfikacja doświadczalna modelu numerycznego

Weryfikację doświadczalną modelu numerycznego przeprowadzono na stanowisku doświadczalnym opisanym poniżej. W badaniach uwzględniono różne sposoby ułożenia przewodów w grzejnikach podłogowych, tzn. o rozstawie rur $B = 15$ cm i $B = 20$ cm.

Badania przeprowadzono dla stanu ustalonej wymiany ciepła. Z uwagi na dużą bezwładność grzejników podłogowych, po każdej zmianie parametrów pracy układu (zmiana temperatury zasilania czynnika ogrzewczego, zmiana prędkości wody) należało doprowadzić do ustabilizowania się warunków wymiany ciepła. Okres nagrzewania się węzownic ze stanu wychłodzonego wynosił ok. 18 godzin, okres stabilizacji przy nagrzanych już węzownicach przy zmianie prędkości wody lub temperatury zasilania czynnika ogrzewczego wynosił ok. 6 godzin. Dynamikę procesów zachodzących w grzejnikach podłogowych oraz właściwości inercyjne stropów grzejnych omówiono w pracach [7], [27], [28], [53], [108].

7.1 Stanowisko pomiarowe do badań ogrzewań podłogowych

W ramach niniejszej pracy w celu przeprowadzenia badań empirycznych zaprojektowano i wykonano badawczą instalację ogrzewania podłogowego w skali półtechnicznej. Instalacja znajduje się w sali 225 (sala oraz układ ogrzewania podłogowego sponsorowany przez firmę PURMO) w gmachu Inżynierii Środowiska Politechniki Warszawskiej.

Instalacja ogrzewania podłogowego złożona jest z trzech węzownic o rozstawie rur: $B = 15$ cm, $B = 20$ cm i $B = 15$ cm ze strefą brzegową o $B = 10$ cm. Na dwóch pierwszych węzownicach wykonywano badania empiryczne, trzecia węzownica była nieczynna – stanowi ona ekspozycję umieszczoną pod przeszkleniem.

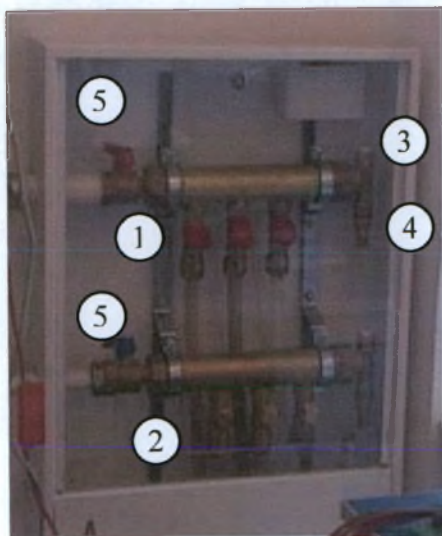
Stanowisko składa się z następujących elementów:

- grzejnik podłogowy o rozstawie rur $B = 15$ cm wykonany w systemie PURMO (Rys. 7.1),
- grzejnik podłogowy o rozstawie rur $B = 20$ cm wykonany w systemie PURMO (Rys. 7.1),
- 2 rozdzielacze (zasilający i powrotny) z trzema obiegami, umieszczone w szafce natynkowej, na zasileniu każdego obiegu znajduje się zawór termostatyczny, na powrocie – zawór powrotny z nastawą wstępną, (Rys. 7.2),

- pompa obiegowa typu Wilo-Star_E 25/2 firmy Wilo, (Rys. 7.3),
- źródło ciepła – ultratermostat typu U10, produkcja NRD, (Rys. 7.4),
- jednostrumieniowy przepływomierz wirnikowy z magnetycznym odczytem impulsów typu EEM-VS firmy Danfoss o $Q_n = 0,6 \text{ m}^3/\text{h}$, $Q_t = 0,048 \text{ m}^3/\text{h}$, Dn 15, sygnał wyjściowy 166,8 imp./l, z parą czujników zanurzeniowych Pt 500, (Rys. 7.3),
- układ pomiarowy.

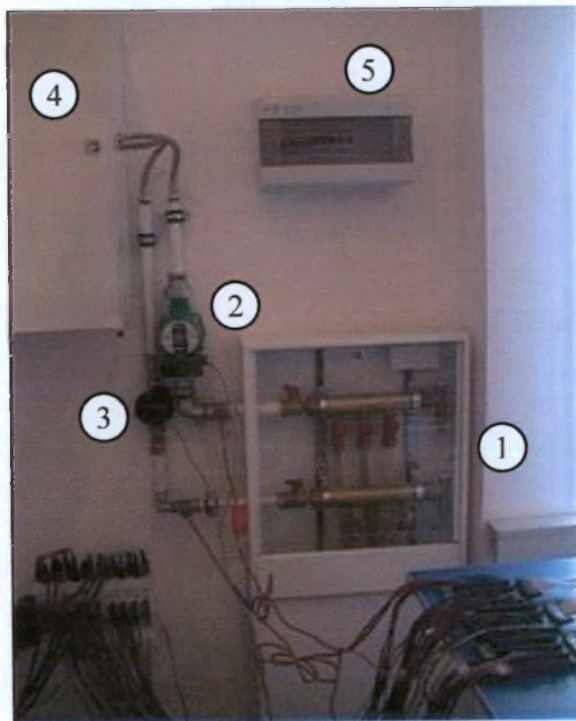


**Rys. 7.1. Grzejnik podłogowy o rozstawie rur $B = 15 \text{ cm}$ i $B = 20 \text{ cm}$.
Zdjęcie wykonane podczas budowy stanowiska.**



Rys. 7.2. Szafka natynkowa z rozdzielaczami,

1 – zawór termostacyjny, 2 – zawór powrotny z nastawą wstępną, 3 – zawór odpowietrzający,
4 – zawór odwadniający, 5 – zawory kulowe.



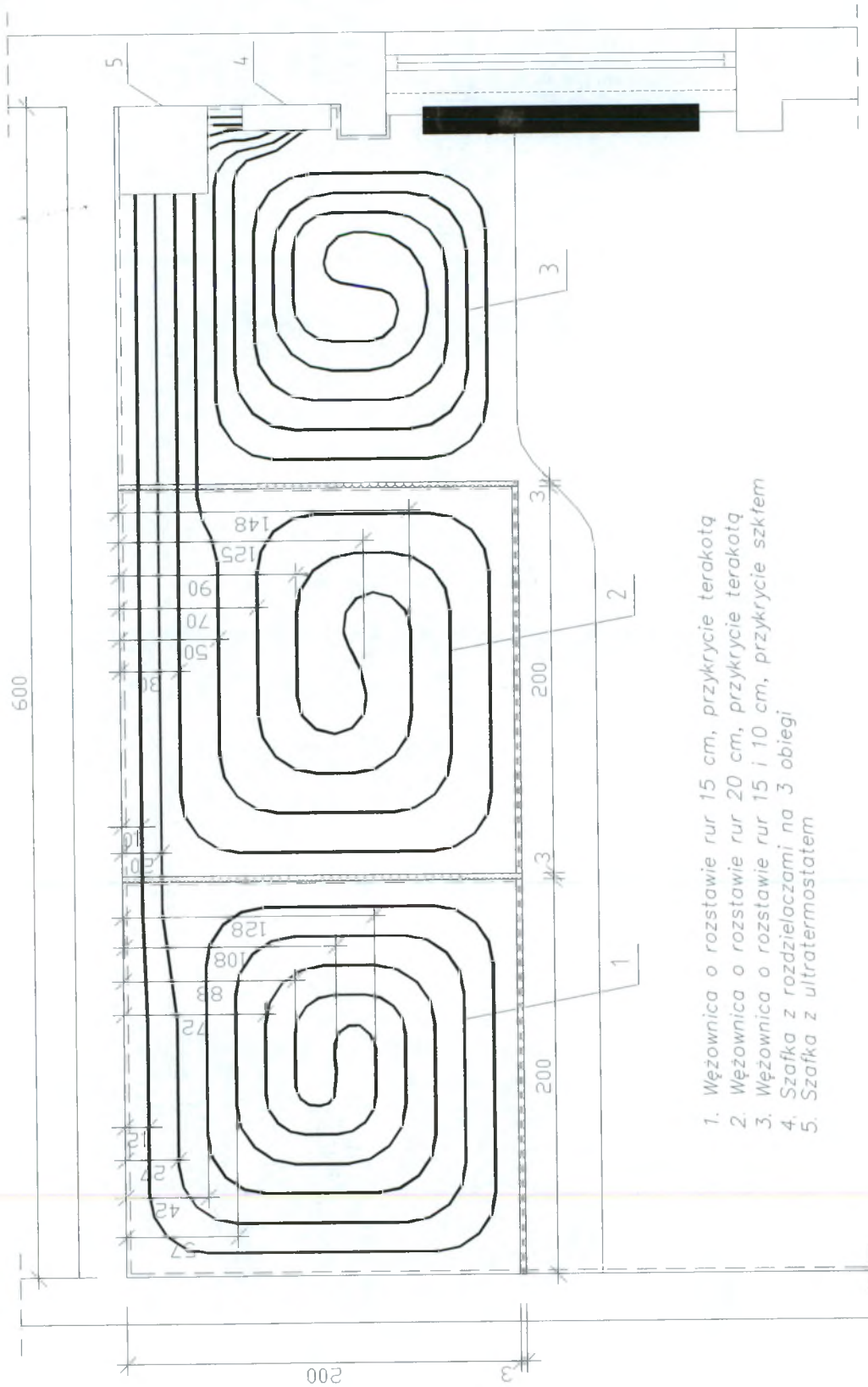
Rys. 7.3. Układ zasilający ogrzewanie podłogowe,

1 – szafka z rozdzielaczami, 2 – pompa obiegowa typu Wilo-Star_E 25/2 firmy Wilo,
3 – przepływomierz z magnetycznym odczytem impulsów typu EEM-VS firmy Danfoss,
4 – szafka z ultratermostatem, 5 – tablica elektryczna.



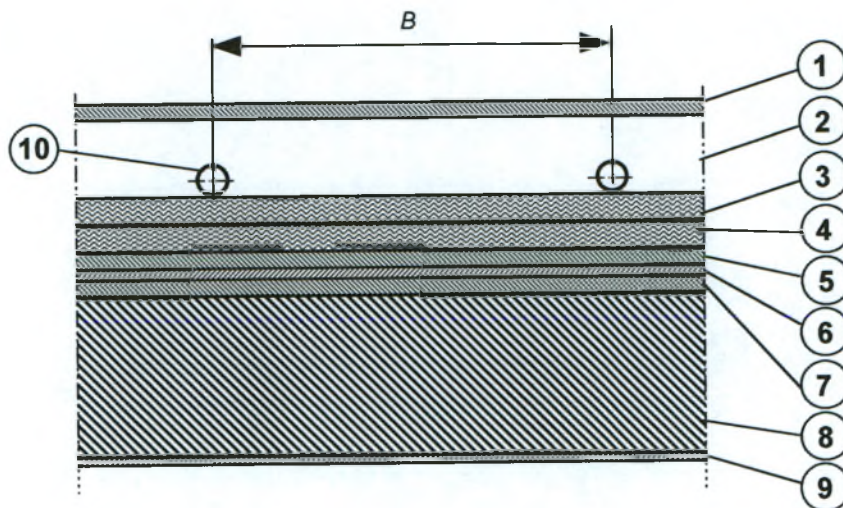
Rys. 7.4. Ultratermostat typu U10, produkcja NRD.

Na Rys. 7.5 przedstawiono rzut fragmentu sali 225 z grzejnikami podłogowymi, zaś na Rys. 7.6 budowę grzejnika podłogowego w systemie PURMO [85]. Na Rys. 7.7 przedstawiono węzownice o rozstawie rur $B = 15$ cm i $B = 20$ cm po wylaniu warstwy jastrychu, bez warstwy wykończeniowej, zaś na Rys. 7.8 pokazano efekt końcowy po ułożeniu warstwy wykończeniowej.



1. Wężownica o rozstawie rur 15 cm, przykrycie terakotą
2. Wężownica o rozstawie rur 20 cm, przykrycie terakotą
3. Wężownica o rozstawie rur 15 i 10 cm, przykrycie szkłem
4. Szafka z rozdzielaczami na 3 obiegi
5. Szafka z ultratermostatem

Rys. 7.5. Rzut fragmentu sali 225 z grzejnikami podłogowymi. Opracowanie własne.



Rys. 7.6. Budowa grzejnika podłogowego w systemie PURMO [85], sala 225,

1 – 9 – opisy wg tabeli Tab. 7.1, 10 - przewody węzowniczy z rur PE-Xa firmy PURMO o średnicy 17 x 1,7 mm.

Opracowanie własne.

Tab. 7.1. Opis warstw grzejnika podłogowego w systemie PURMO [85], sala 225.

Opracowanie własne.

Lp	Rodzaj warstwy	Grubość warstwy	λ
-	-	m	W/(m K)
1	Płytki ceramiczne	0,010	1,050
2	Jastrych z plastyfikatorem	0,065	1,200
3	Roll-jet	0,035	0,045
4	Styropian	0,050	0,045
5	Beton	0,030	1,000
6	Płyta pilśniowa miękka	0,012	0,050
7	Beton	0,020	1,000
8	Strop „Żeran”	0,240	$R=0,180 (m^2 K)/W$
9	Tynk cementowo – wapienny	0,015	0,820



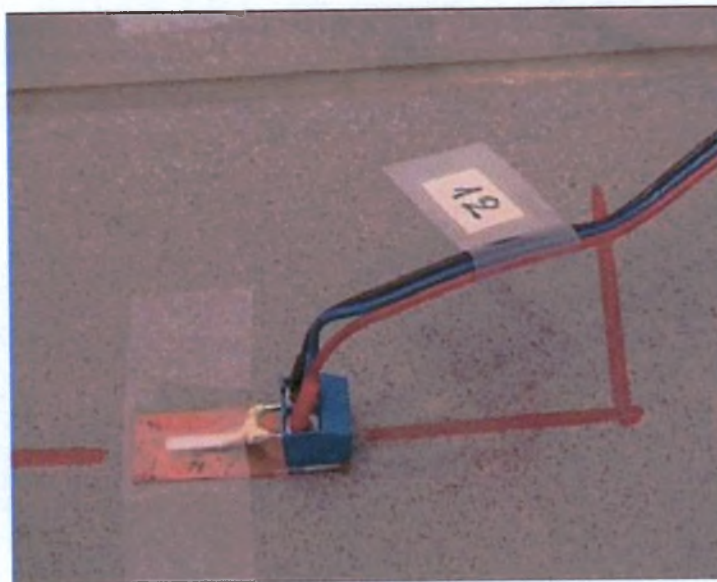
Rys. 7.7. Wężownice o rozstawie rur $B = 15$ cm i $B = 20$ cm po wylaniu warstwy jastrychu, bez warstwy wykończeniowej. Zdjęcie wykonane podczas budowy stanowiska.



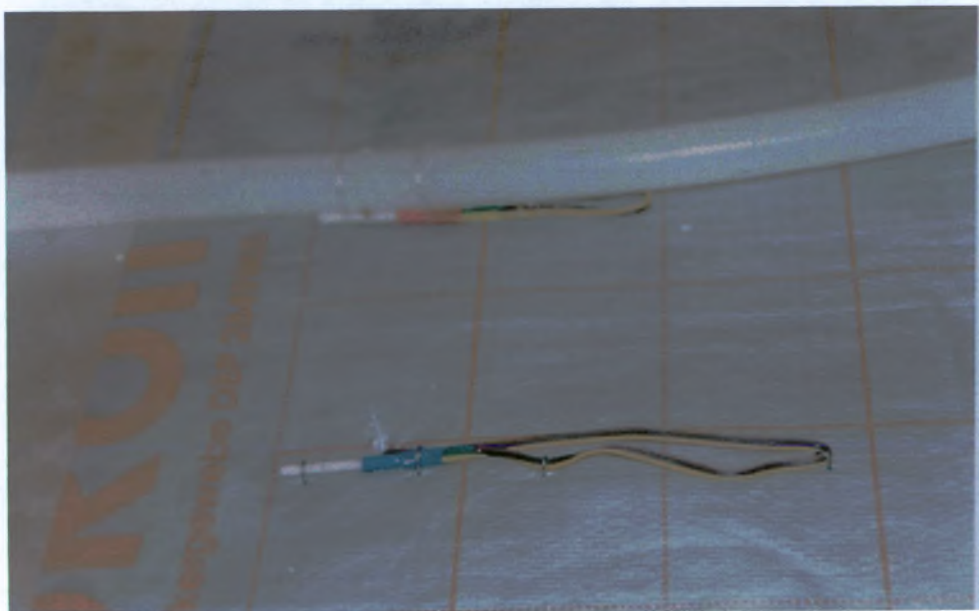
Rys. 7.8. Wężownica o rozstawie rur $B = 15$ cm po ułożeniu warstwy wykończeniowej. Zdjęcie wykonane po zakończeniu budowy stanowiska.

W ramach niniejszej pracy skompletowano i wykalibrowano wielokanałowy system pomiaru temperatury i strumienia objętości, oparty na programowalnym przyrządzie pomiarowym serii AL 154 DA05 firmy APEK [1]. Podstawowymi elementami systemu pomiarowego są:

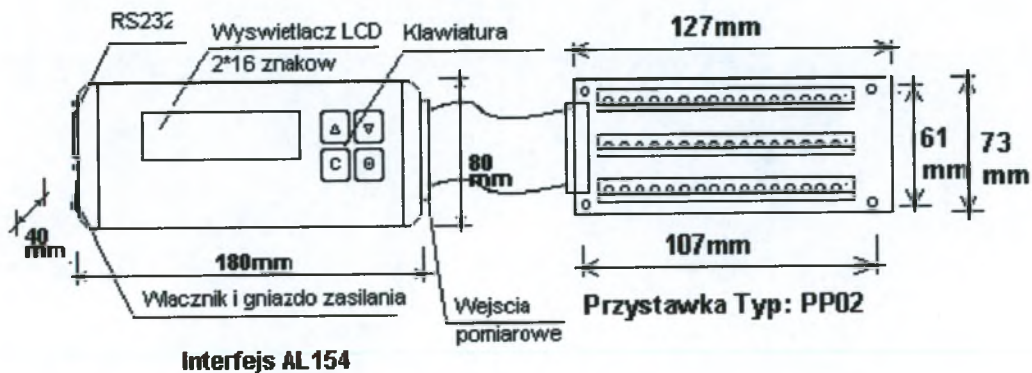
- czujniki do pomiaru temperatury
 - czujniki Pt 500 (12 sztuk) do pomiarów temperatury na powierzchni podłogi, Rys. 7.9,
 - czujniki Pt 100 (12 sztuk) do pomiarów temperatury na powierzchni podłogi,
 - czujniki Pt 100 (25 sztuk) do pomiarów temperatury w jastrychu, Rys. 7.10,
- rejestrator AL 154 DA05, Rys. 7.11, Rys. 7.12,
 - przystosowany do pomiarów czujnikami Pt 500, 16–to kanałowy, (1 sztuka),
 - przystosowany do pomiarów czujnikami Pt 100, 16–to kanałowy, z wyjściem zliczającym impulsy z wodomierza, (1 sztuka),
 - przystosowany do pomiarów czujnikami Pt 100, 24–ro kanałowy, (1 sztuka),
- listwy zaciskowe (3 sztuki),
- przystawki typ PP02 (3 sztuki),
- układ zasilania.



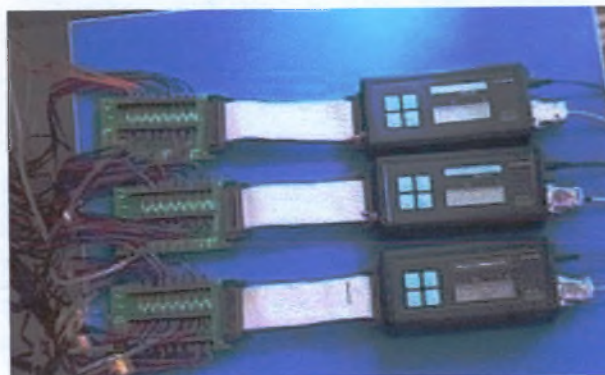
Rys. 7.9. Czujnik oporowy Pt 500 do pomiarów temperatury na powierzchni podłogi.



Rys. 7.10. Czujniki oporowe Pt 100 do pomiarów temperatury w jastrychu.
Zdjęcie wykonane podczas budowy stanowiska.



Rys. 7.11. Schemat interfejsu pomiarowego AL 154. Źródło: materiały producenta [1].



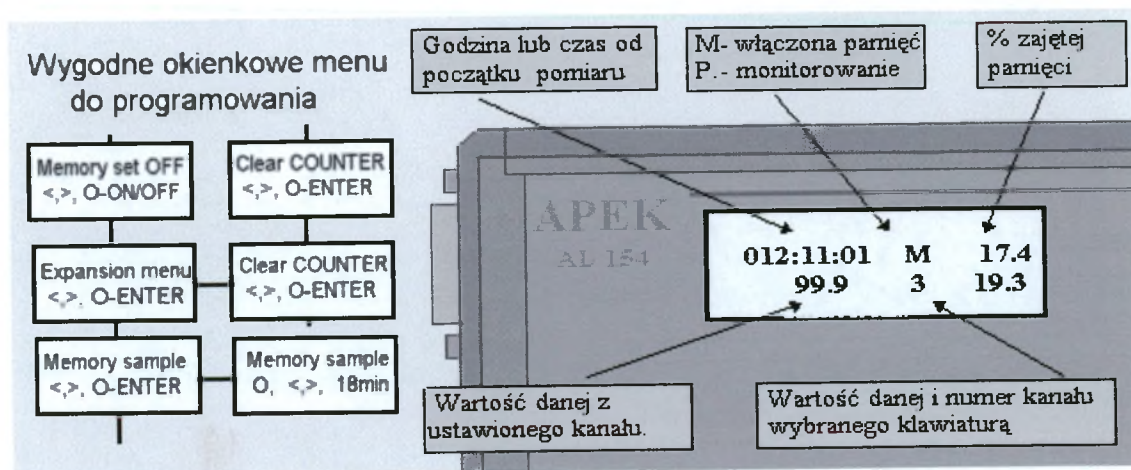
Rys. 7.12. Zdjęcie interfejsów pomiarowych AL 154
wykorzystywanych do pomiarów w sali 225.

Przyrząd AL 154 DA05 umożliwia pomiar, z wybraną częstotliwością, wartości chwilowych lub średnich wielkości fizycznych oraz ich wyświetlanie, zapamiętanie i przesyłanie do komputera lub drukarki. Wykonany jest w obudowie typu Delta Box (Rys. 7.13). Urządzenie zawiera: wyświetlacz (Rys. 7.14) i klawiaturę, zasilanie bateryjno-sieciowe, wewnętrzną pamięć, zegar czasu rzeczywistego, analogowe wejścia oraz cyfrowe wejście/wyjście sterujące.

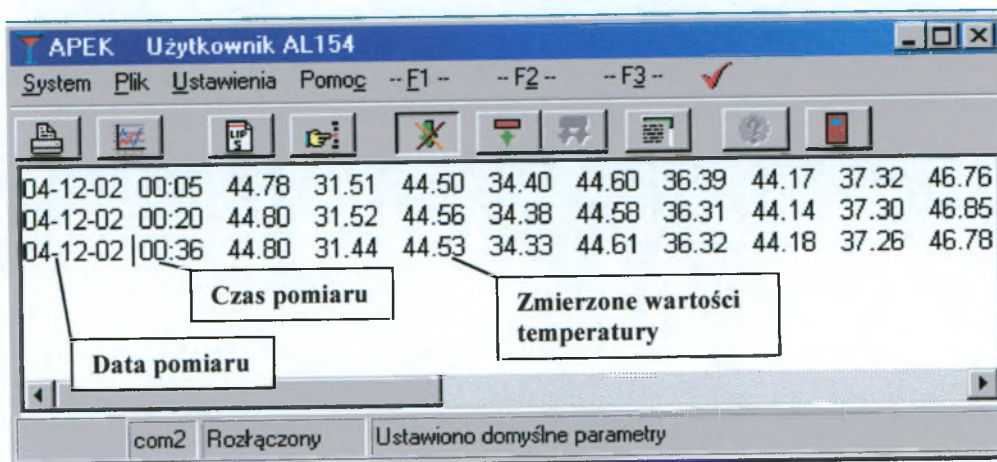


Rys. 7.13. Interfejs pomiarowy AL 154. Źródło: materiały producenta [1].

AL 154 DA05 można zaprogramować przy pomocy wbudowanej klawiatury lub z poziomu komputera. Przy programowaniu interfejsu z komputera korzystano z programu Użytkownik AL. 154. Okno dialogowe programu pokazano na Rys. 7.15.



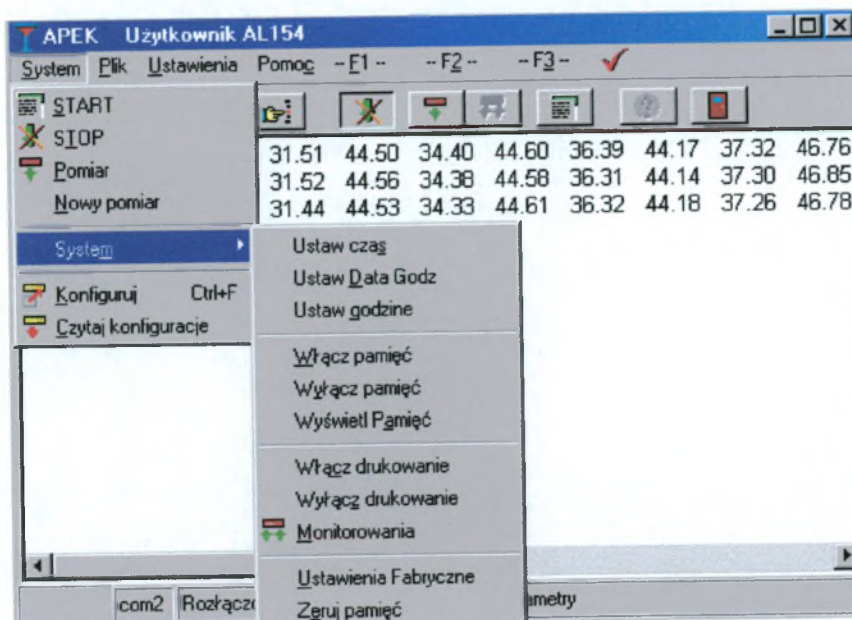
Rys. 7.14. Wbudowany wyświetlacz interfejsu pomiarowego AL 154. Źródło: materiały producenta [1].



Rys. 7.15. Okno dialogowe programu Użytkownik AL 154. Źródło: materiały producenta [1].

Dla każdego z modułów można odrębnie zaprogramować (Rys. 7.16):

- rozpoczęcie i zakończenie monitorowania,
- wykonanie pojedynczego pomiaru,
- ustawienie czasu wg użytkownika lub wg czasu komputera,
- zbieranie danych do pamięci,
- drukowanie zebranych danych,
- wczytanie konfiguracji fabrycznej lub konfiguracji użytkownika.

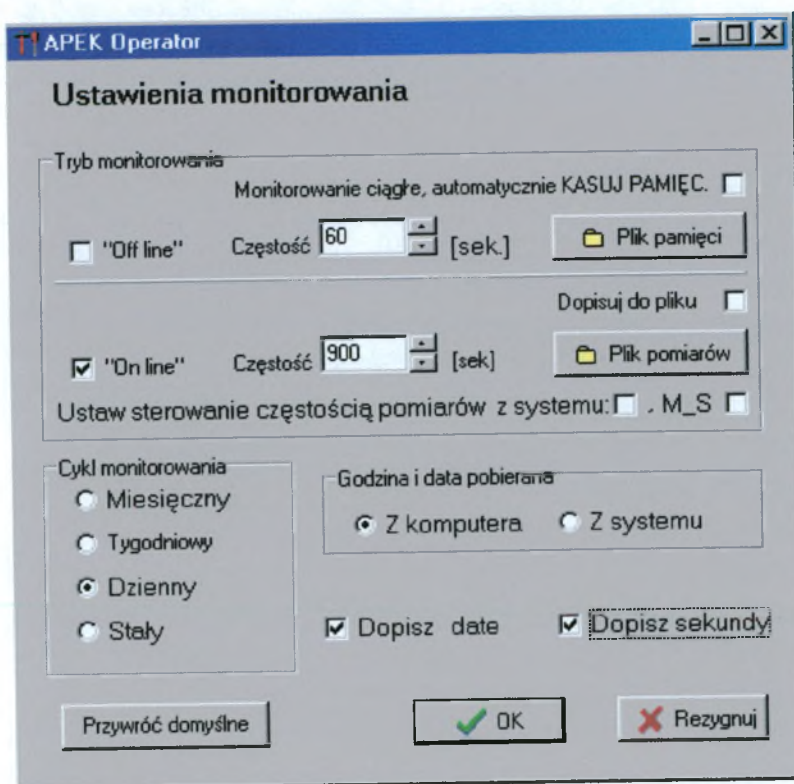


Rys. 7.16. Menu rozwijane polecenia „System” programu Użytkownik AL 154.

Źródło: materiały producenta [1].

Przy długotrwałych badaniach program umożliwia ustawienie następujących opcji (Rys. 7.17):

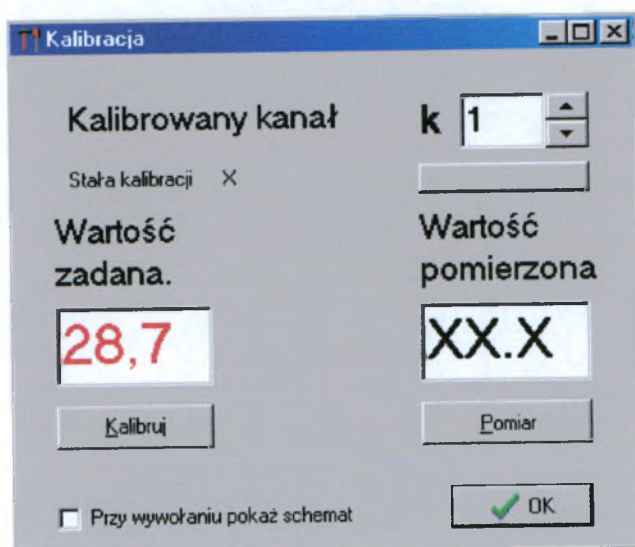
- monitorowanie z ustaloną częstotliwością pomiarów z zapisem danych do pamięci modułu,
- monitorowanie z ustaloną częstotliwością pomiarów z zapisem danych do pliku na dysku komputera,
- zakładanie nowego pliku z danymi: pojedynczego (stałego), co dobę, co tydzień, co miesiąc z możliwością automatycznego dopisywania w nawie pliku daty lub sekundy.



Rys. 7.17. Menu rozwijane polecenia „Monitorowanie” programu Użytkownik AL 154.

Źródło: materiały producenta [1].

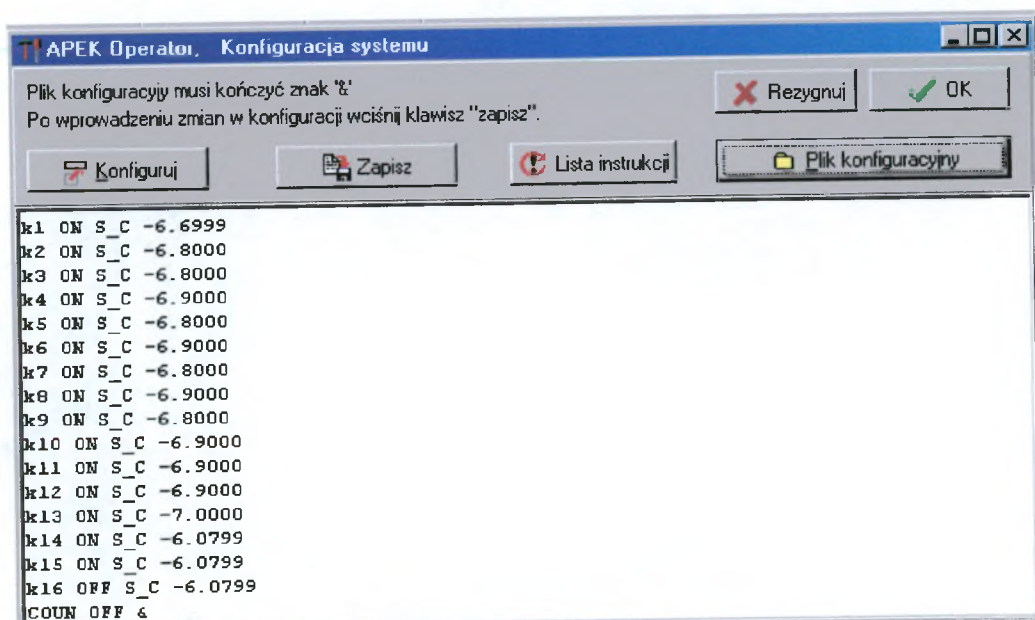
Program umożliwia łatwe określenie stałych opisujących charakterystykę pomiarową czujnika podłączonego do danego kanału (stałą kalibracji) przy wykonywaniu kalibracji (Rys. 7.18).



Rys. 7.18. Okno dialogowe polecenia „Kalibracja” programu Użytkownik AL 154.

Źródło: materiały producenta [1].

Po zakończonej kalibracji program umożliwia zapamiętanie konfiguracji dla każdego kanału osobno w oddzielnym pliku, wykorzystywanym w przypadku awarii systemu (przy nagłym przerwaniu pracy system automatycznie wpisuje konfigurację fabryczną tracąc wcześniejsze ustawienia). Poniżej na Rys. 7.19 zamieszczono przykładowy plik konfiguracyjny z włączonymi kanałami nr 1 – 15, wyłączonym kanałem nr 16 i wyłączonym wejściem wodomierzowym.



Rys. 7.19. Okno dialogowe polecenia „Konfiguracja systemu” programu Użytkownik AL 154.

Źródło: materiały producenta [1].

Ogólne parametry techniczne AL 154 DA05:

- napięcie zasilania: zasilacz – 6 – 9 V, 180 mA, wbudowany akumulator;
- dokładność pomiaru: przetwornik 12-bitowy;
- zakres pomiarowy: 4 mA – 20 mA;
- szybkość transmisji: 1200, 2400, 4800, 9600 bps;
- zakres częstotliwości zapisu do pamięci: 4 s – 90 min.;
- maksymalna ilość zapamiętanych wartości pomiarowych: 24 000.

System pomiarowy wartości temperatury poddano kalibracji metodą porównawczą przy zastosowaniu ultratermostatu.

System pomiarowy skompletowano oraz poddano kalibracji wg wytycznych podanych w opracowaniach dotyczących technik pomiarowych [8], [21], [30], [32], [56], [57].

7.2 Badania termowizyjne

Jedną z technik pomiarowych zastosowanych w niniejszej pracy była termografia w podczerwieni (technika termowizyjna). Zasady wykonywania pomiarów termowizyjnych oraz samą technikę pomiarową omówiono w pracach [57], [67], [91], [97], [98]. Badania przeprowadzono przy współpracy z Instytutem Techniki Ciepłej Politechniki Warszawskiej. Do pomiarów wykorzystano kamerę termowizyjną ThermaCAM SC2000 produkcji FLIR Systems AB (USA-Szwecja, rok produkcji 2001, [19]).



Rys. 7.20. Kamera termowizyjna ThermaCAM SC2000.

Źródło: materiały producenta [19].

Podstawowe dane techniczne kamery termowizyjnej:

- typ detektora: matryca mikrobolometrów 320 x 240,
- zakres spektralny: 7,5 – 13 μm ,
- zakres pomiarowy: od -40°C do 2000°C ,
- czułość: $0,07^{\circ}\text{C}$ przy 30°C ,
- dokładność $\pm 2\%$ bieżącego zakresu,
- wbudowany obiektyw $24^{\circ} \times 18^{\circ}$ (rozdzielczość 1,3 mrad),
- częstość obrazu: 50/60 Hz,
- zoom elektroniczny 1 – 4x, w czasie rzeczywistym,
- autofocus,
- wbudowany kolorowy aparat cyfrowy,
- wysokiej rozdzielczości okular,
- karta pamięci 160 MB, zapis 14-bitowy,
- kolorowy monitor 5" LCD,
- zasilanie: akumulatory NiMH lub sieć 220 V,
- wymiary: 209 x 122 x 130 mm, waga: 2,43 kg.

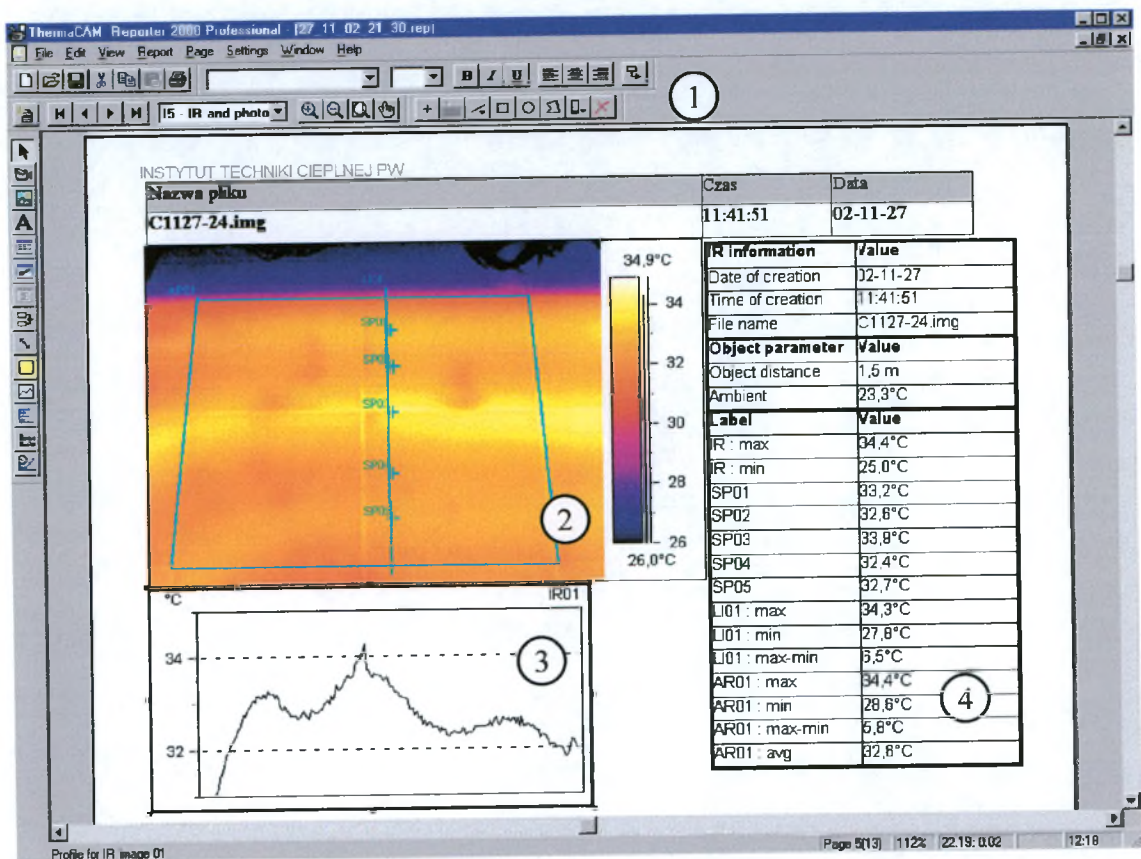
Kamera termowizyjna pozwala na obserwację pola temperatury badanego obszaru i określenie wartości temperatury w każdym punkcie termogramu.

Zdjęcia termograficzne poddawano analizie za pomocą programu komputerowego ThermaCAM Reporter 2000 Professional [20]. Okno dialogowe programu pokazano na Rys. 7.21.

Program umożliwia:

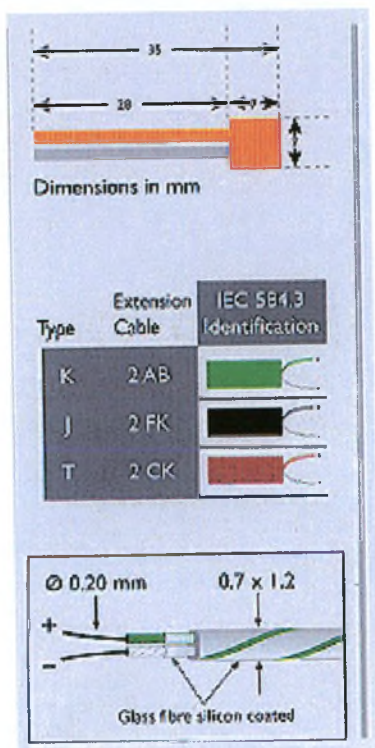
- ustawienia skali kolorów termogramu na żądanym poziomie automatycznie lub wg potrzeb użytkownika,
- określenie temperatury wskazanych punktów na obszarze termogramu,
- wyznaczenie profilu temperatury wzdłuż zadanej linii z określeniem minimalnej i maksymalnej temperatury,
- wyznaczenie minimalnej, maksymalnej i średniej temperatury zaznaczonego obszaru termogramu.

Wyniki podawane są w formie zbiorczej tabeli lub na wykresie.



Rys. 7.21. Okno dialogowe programu ThermoCAM Reporter 2000 Professional
 1 – menu szybkiego dostępu, 2 – termogram, 3 – profil temperatury wzdłuż zadanej linii,
 4 – wyniki analizy obszaru termogramu. Źródło: [20].

Emisyjność badanej powierzchni podłogi grzejnika podłogowego określono przy pomocy dodatkowego pomiaru temperatury za pomocą termopary typu K firmy THERMOCOAX [114] podłączonej do miernika Digital Multimeter typ 2010 firmy KEITHLEY [37]. Na podstawie pomiarów ustalono emisyjność podłogi 0,98 (szara, chropowata powierzchnia).



Rys. 7.22. Termopara typ K firmy THERMOCOAX.

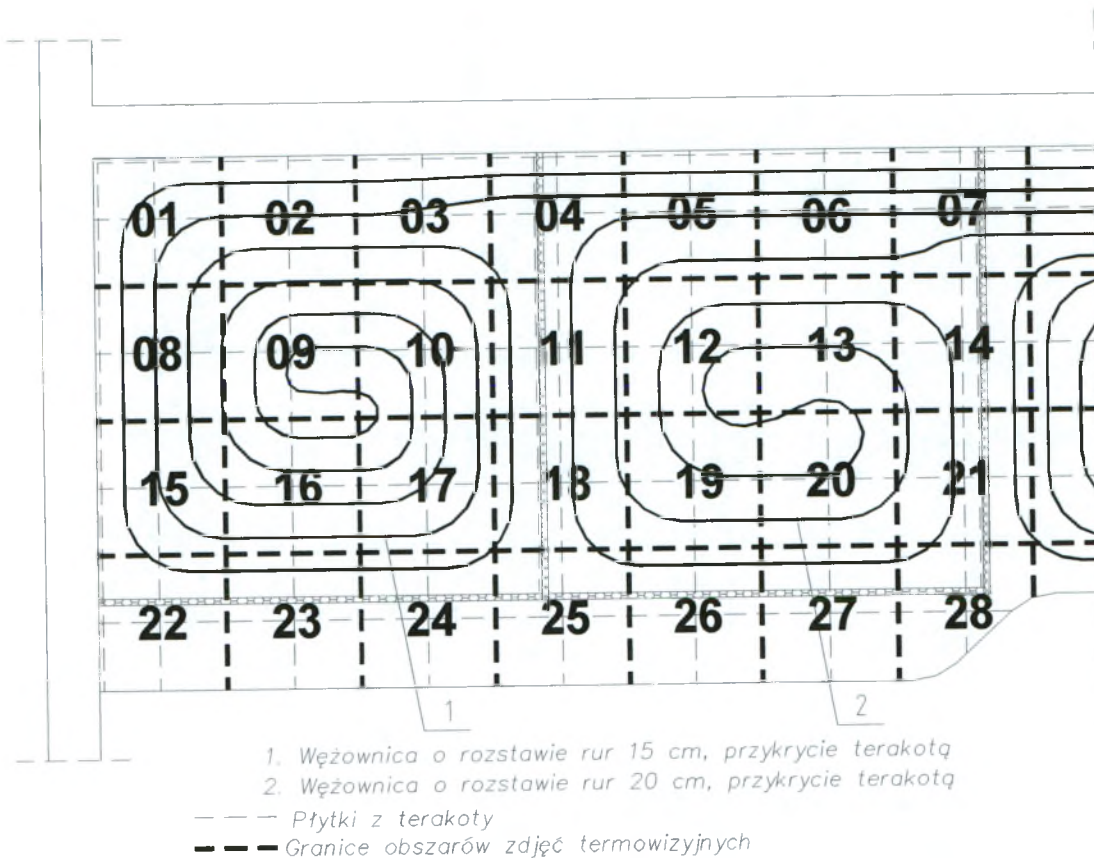
Źródło: materiały producenta.

Podstawowe dane techniczne termopary typ K firmy THERMOCOAX [114]:

- termopara typu Chromel - Alumel (chrom / nikiel – aluminium),
- czas odpowiedzi: < 100 ms,
- zakres pomiarowy: $-100^{\circ}\text{C} \div +180^{\circ}\text{C}$,
- rezystancja pętli: 13,5 Ω/m ,
- średnia czułość: 41 $\mu\text{V}/^{\circ}\text{C}$,
- grubość: ok. 100 μm ,
- materiał osłony kabla: teflon

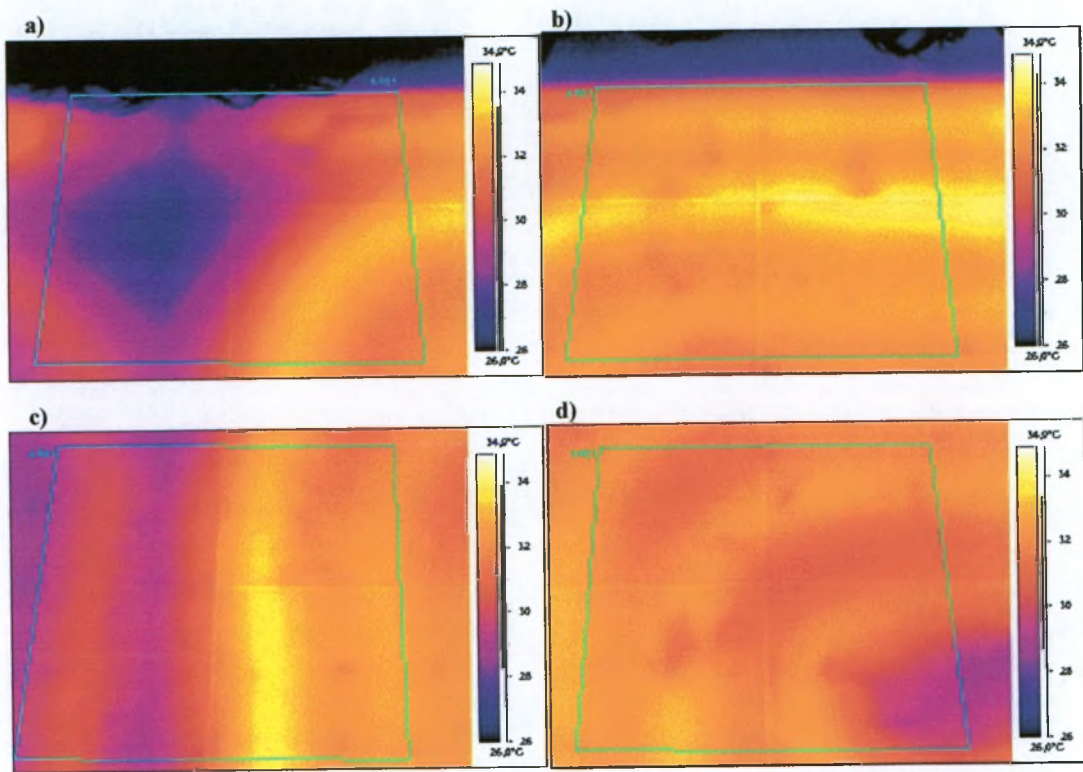
7.2.1 Wyznaczenie reprezentatywnych obszarów pomiarowych na powierzchni grzejników podłogowych

Grzejnik podłogowy charakteryzuje się tym, że nie ma jednolitego rozkładu temperatury na całej swojej powierzchni. Jedynie w obszarach, gdzie rurki ułożone są równoległe do siebie można określić, na podstawie metody numerycznej (rozdział 6) lub przybliżonych modeli obliczeniowych (rozdział 5), średnią temperaturę powierzchni podłogi. W narożach oraz w części środkowej grzejnika, gdzie nie jest zachowany nominalny rozstaw rur, występują chłodniejsze obszary i zmniejszona wydajność strumienia ciepła. W rozpatrywanej pracy doktorskiej tematem jest „Wybór i weryfikacja metody wymiarowania ogrzewań podłogowych”, dlatego należało znaleźć na powierzchni rozpatrywanych grzejników podłogowych obszary reprezentatywne, z nominalnym rozstawem przewodów i jednolitym rozkładem temperatury. W tym celu podzielono powierzchnię grzejników podłogowych na obszary o wymiarach 610 x 610 mm (2 x 2 płytki terakoty) (Rys. 7.23) i wykonano ich zdjęcia termowizyjne. Przykładowe termogramy pokazano na Rys. 7.24.

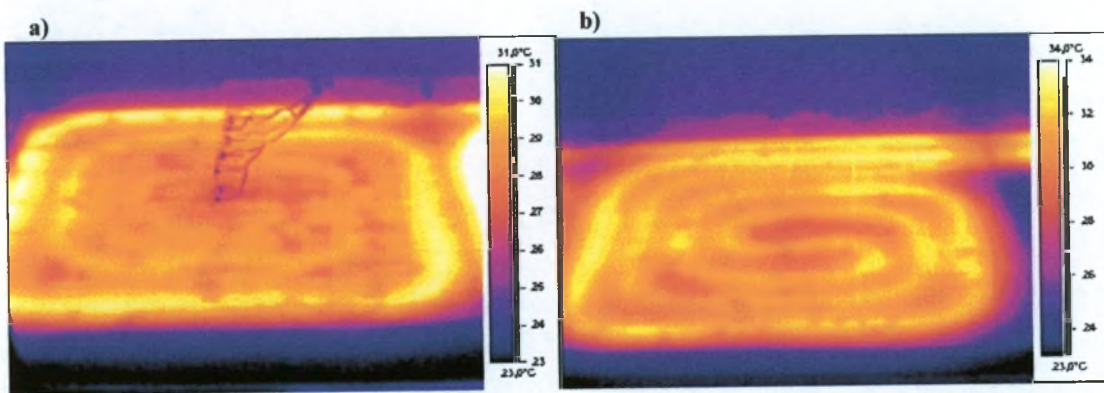


Rys. 7.23. Podział powierzchni grzejników podłogowych na obszary, w których zostały wykonane termogramy. Opracowanie własne.

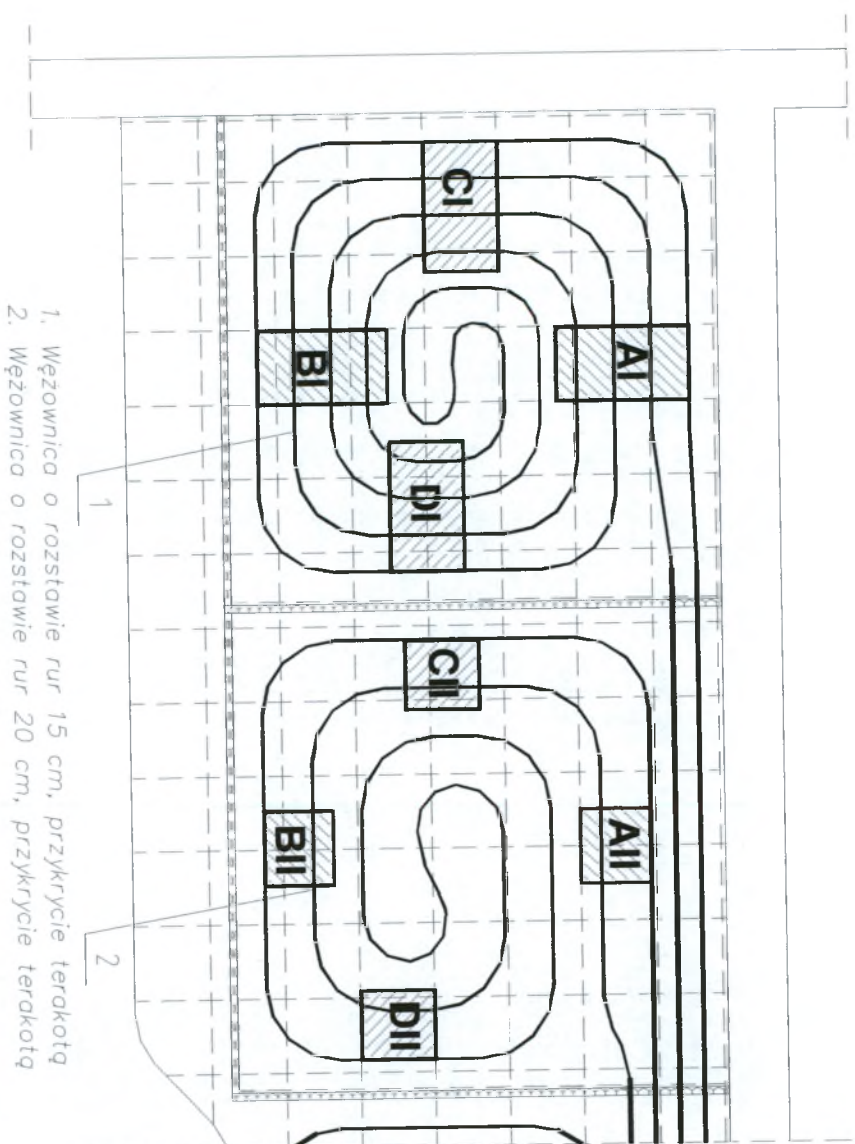
Następnie wykonano analizę zdjęć termograficznych całego obszaru grzejników podłogowych. We wszystkich metodach obliczeniowych wymiarowania grzejników podłogowych, które weryfikowano badaniami zakładano, że w przewodach wężownic płynie czynnik grzejny o średniej temperaturze. Dlatego należało przy rozważaniu obszarów reprezentatywnych wybrać taką powierzchnię, w obrębie której występują odpowiadające sobie pary przewodów zasilenie – powrót. Uwzględniając podane wyżej argumenty wyznaczono po cztery obszary brane pod uwagę w dalszej analizie dla każdej z wężownic (Rys. 7.26). Następnie wykonano termogramy tych obszarów (Rys. 7.27, Rys. 7.28) i przeprowadzono analizę ich średniej temperatury. Wyniki zamieszczono w Tab. 7.2.



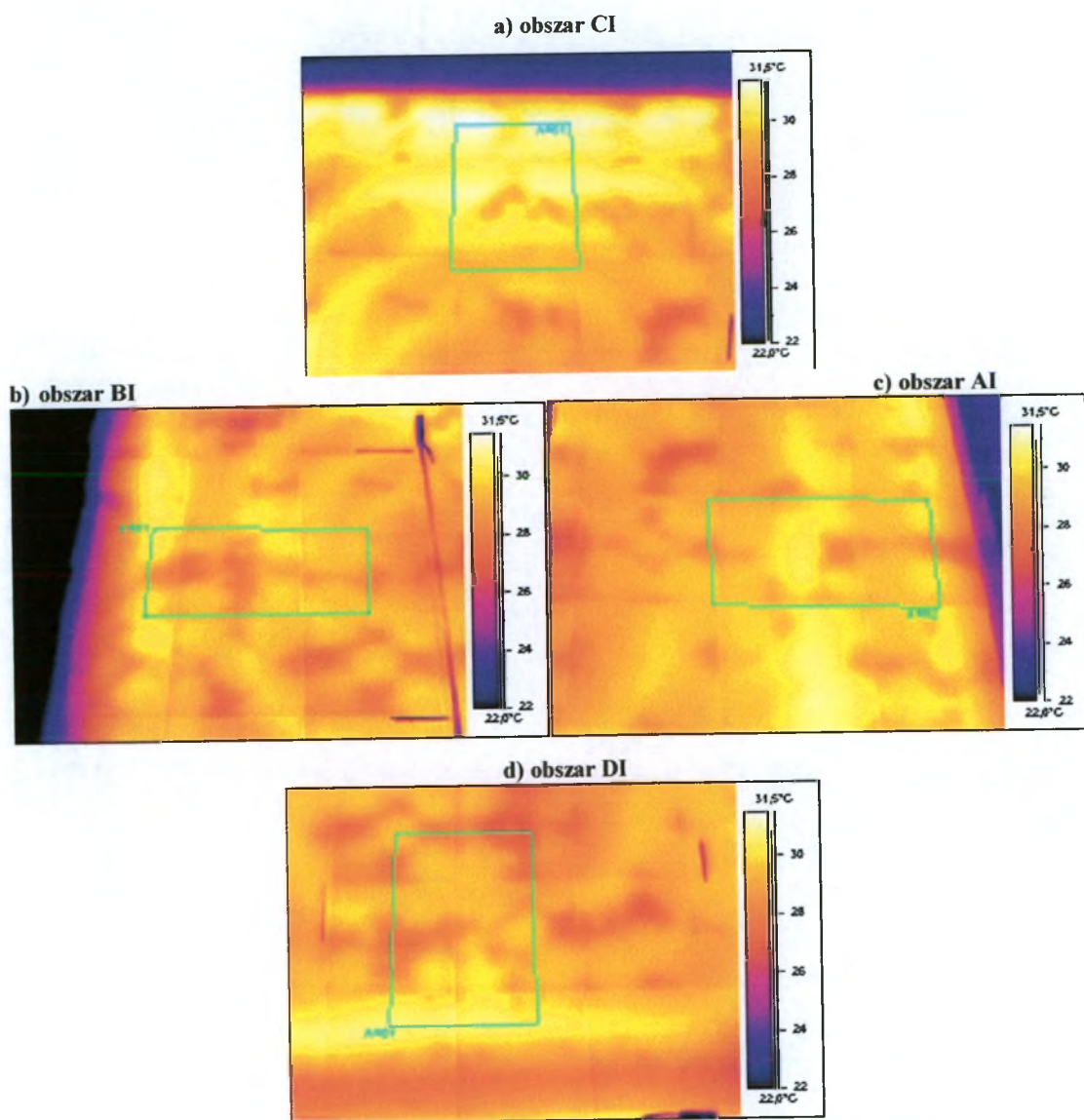
Rys. 7.24. Przykładowe termogramy wykonane przy analizie wyboru obszarów reprezentatywnych.
a) obszar 04, b) obszar 05, c) obszar 11, d) obszar 12.



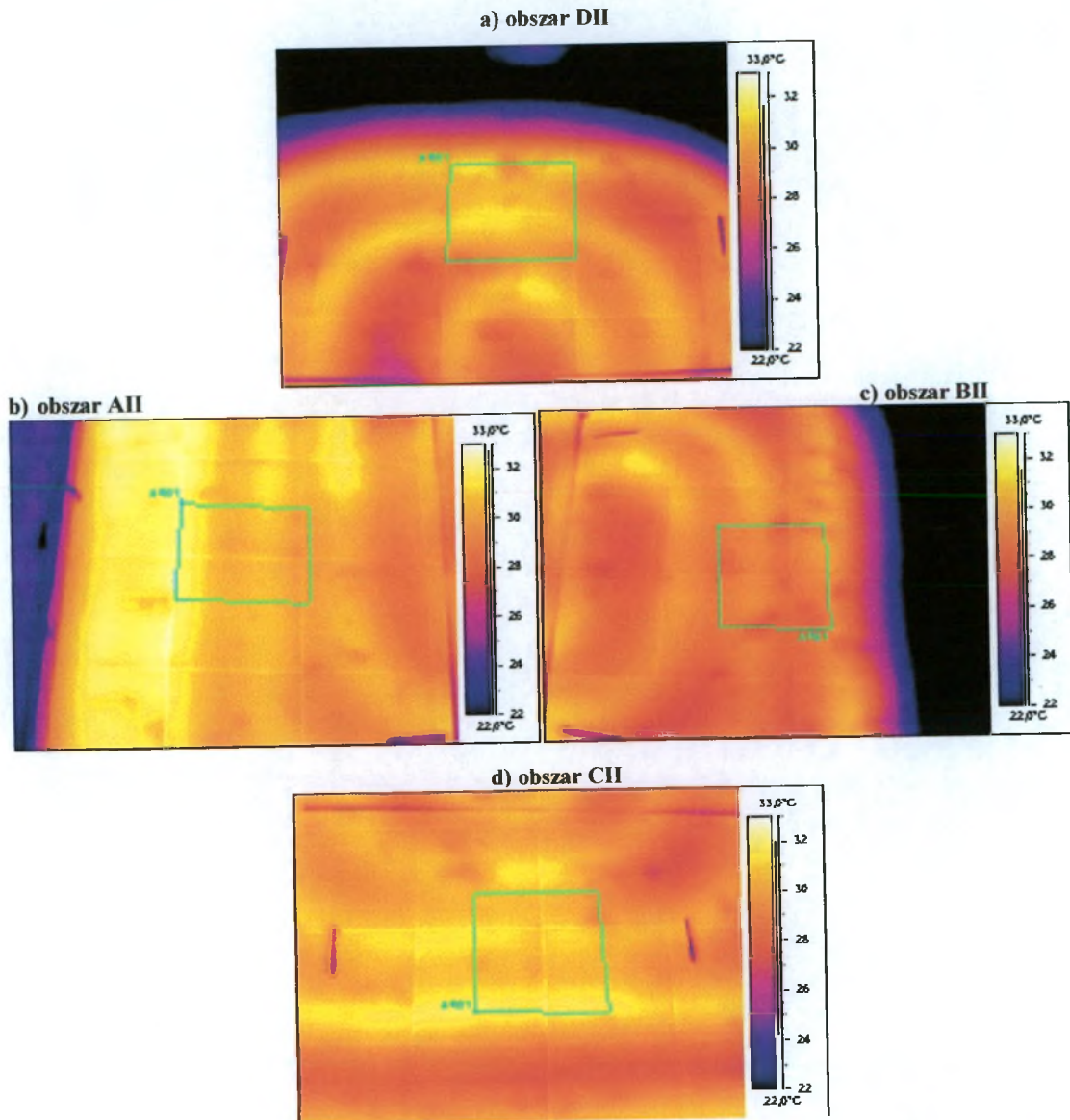
Rys. 7.25. Termogramy całych grzejników podłogowych wykonane przy analizie wyboru obszarów reprezentatywnych. a) węzownica o rozstawie B = 15 cm, b) węzownica o rozstawie B = 20 cm.



Rys. 7.26. Podział powierzchni grzejników podłogowych na obszary, w których zostały wykonane zdjęcia termowizyjne.
Opracowanie własne.



Rys. 7.27. Termogramy obszarów reprezentatywnych dla węzownicy o rozstawie rur $B = 15$ cm. Widok od strony węzownicy o rozstawie rur $B = 20$ cm. a), b), c), d) wg opisu wyżej.



Rys. 7.28. Termogramy obszarów reprezentatywnych dla węzownicy o rozstawie rur $B = 20$ cm. Widok od strony węzownicy o rozstawie rur $B = 15$ cm. a), b), c), d) wg opisu wyżej.

Tab. 7.2. Wyniki z analizy termogramów obszarów reprezentatywnych. Opracowanie własne.

Oznaczenie obszaru reprezentatywnego	Średnia temperatura obszaru reprezentatywnego	Błąd bezwzględny między wartością temperatury uśrednioną z trzech obszarów i średnią temperaturą danego obszaru
[-]	[°C]	[K]
Wężownica o rozstawie B = 15 cm		
AI	29,6	-0,2
BI	29,3	0,1
CI	30,3	-0,9
DI	29,3	0,1
Uśredniona wartość dla obszarów AI, BI i DI	29,4	-
Wężownica o rozstawie B = 20 cm		
AII	30,8	0,0
BII	29,0	1,8
CII	30,9	-0,1
DII	30,6	0,2
Uśredniona wartość dla obszarów AII, CII i DII	30,8	-

Analizując wyniki zamieszczone w Tab. 7.2 widać, że dla wężownicy o rozstawie rur B = 15 cm obszar CI ma zawyżoną wartość średniej temperatury powierzchni w stosunku do pozostałych obszarów reprezentatywnych, a dla wężownicy o rozstawie rur B = 20 cm obszar BII ma zaniżoną wartość średniej temperatury powierzchni w stosunku do pozostałych obszarów reprezentatywnych.

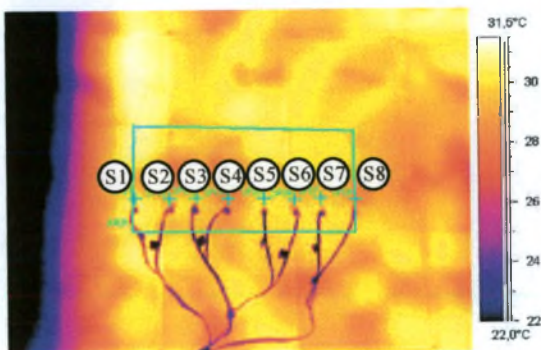
Dlatego zdecydowano, że najkorzystniejsze i najbardziej reprezentatywne będzie usytuowanie czujników oporowych wykorzystywanych w dalszych pomiarach w następujących obszarach:

- dla wężownicy o rozstawie rur B = 15 cm – obszary AI i BI,
- dla wężownicy o rozstawie rur B = 20 cm – obszary CII i DII.

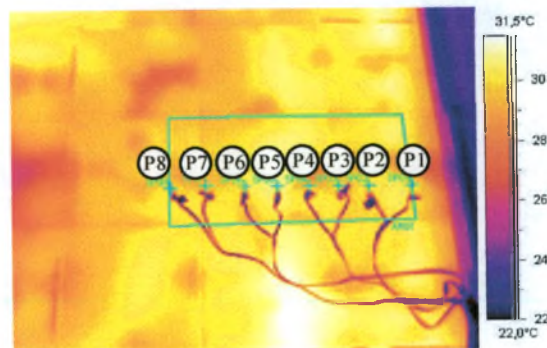
7.2.2 Weryfikacja wyników uzyskanych z pomiarów termometrem z czujnikami oporowymi i badaniami termowizyjnymi

Do badania średniej temperatury na powierzchni grzejników podłogowych wykorzystywano zestaw czujników oporowych Pt 500 i Pt 100 wraz z układem zbierającym dane opisanym w rozdziale 7.1. Rozmieszczenie czujników dla poszczególnych obszarów reprezentatywnych przedstawiono w rozdziale 7.3. W czasie trwania pomiarów czujnikami oporowymi równocześnie wykonano zdjęcia termowizyjne obszarów reprezentatywnych, przeprowadzono analizę termogramów programem komputerowym ThermaCAM Report i uzyskane wyniki porównano z odczytami temperatury za pomocą termometru z czujnikami oporowymi. Dokładność pomiarów metodą termowizyjną określono na $\pm 0,2$ K; dokładność czujników oporowych [76] z całym układem zbierającym dane na $\pm 0,5$ K. Wyniki analizy porównawczej przedstawiono poniżej.

a) obszar BI



b) obszar AI



Rys. 7.29. Termogramy obszarów reprezentatywnych dla węzownicy o rozstawie rur B = 15 cm – oznaczenie punktów pomiarowych. Widok od strony węzownicy o rozstawie rur B = 20 cm. a), b) wg opisu wyżej.

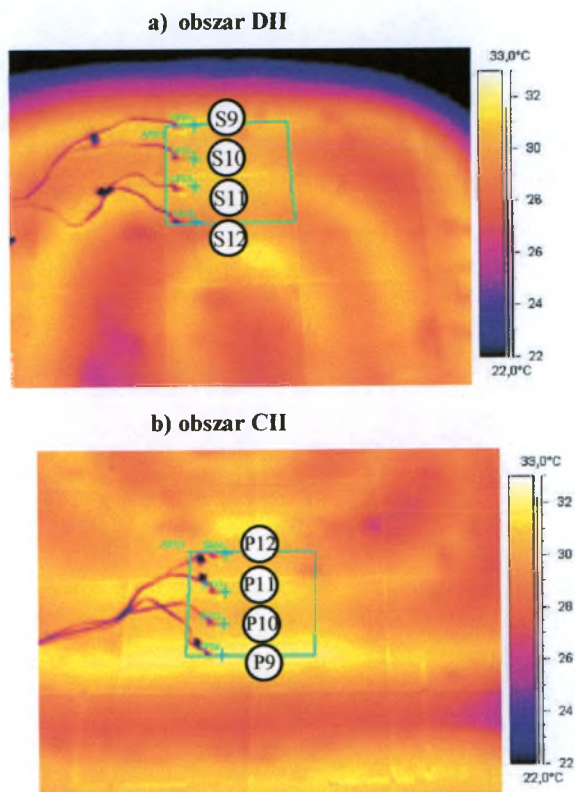
Tab. 7.3. Analiza porównawcza wyników uzyskanych z pomiarów termowizyjnych i termometrem z czujnikami oporowymi dla węzownicy o rozstawie B = 15 cm.

Badania w warunkach: średnia temperatura wody $t_{s,r,w} = 44,8^{\circ}\text{C}$,
temperatura powietrza $t_i = 17,9^{\circ}\text{C}$, prędkość wody $w = 0,12 \text{ m/s}$.

Nr czujnika	Temperatura uzyskana z termogramu	Temperatura zmierzona termometrem z czujnikami Pt	Różnica wartości
[-]	[$^{\circ}\text{C}$]	[$^{\circ}\text{C}$]	[K]
Obszar reprezentatywny AI			
P1	30,2	29,91	0,29
P2	29,8	29,46	0,34
P3	29,8	29,94	-0,14
P4	29,2	28,92	0,28
P5	30,4	30,33	0,07
P6	29,9	29,53	0,37
P7	29,4	29,56	-0,16
P8	29,5	29,73	-0,23
Wartość średnia obszaru AI	29,78	29,67	0,10
Obszar reprezentatywny BI			
S1	30,4	30,36	0,04
S2	29,6	29,76	-0,16
S3	29,8	29,34	0,46
S4	28,2	28,31	-0,11
S5	30,1	29,86	0,24
S6	29,6	29,82	-0,22
S7	29,8	29,56	0,24
S8	28,7	28,88	-0,18
Wartość średnia obszaru BI	29,53	29,49	0,04

Tab. 7.4. Zestawienie statystyk zgodności wyników uzyskanych z pomiarów termowizyjnych i termometrem z czujnikami oporowymi dla węzownicy o rozstawie B = 15 cm.

Współczynnik korelacji	0,909
Kwadrat współczynnika korelacji	0,826
Średnia modułu odchyień	0,221 K
Maksymalne odchylenie dodatnie	0,460 K
Maksymalne odchylenie ujemne	0,230 K
Suma kwadratów odchyień	0,965 K ²



Rys. 7.30. Termogramy obszarów reprezentatywnych dla węzownicy o rozstawie rur $B = 20$ cm – oznaczenie punktów pomiarowych. Widok od strony węzownicy o rozstawie rur $B = 15$ cm. a), b) wg opisu wyżej.

Tab. 7.5. Analiza porównawcza wyników uzyskanych z pomiarów termowizyjnych i termometrem z czujnikami oporowymi dla węzownicy o rozstawie $B = 20$ cm.

Badania w warunkach: średnia temperatura wody $t_{srw} = 49,1^{\circ}\text{C}$,
temperatura powietrza $t_i = 18,9^{\circ}\text{C}$, prędkość wody $w = 0,22$ m/s .

Nr czujnika	Temperatura uzyskana z termogramu	Temperatura zmierzona termometrem z czujnikami Pt	Różnica wartości
[-]	[$^{\circ}\text{C}$]	[$^{\circ}\text{C}$]	[K]
Obszar reprezentatywny CII			
P9	31,8	31,62	0,18
P10	30,6	30,85	-0,25
P11	31,1	31,32	-0,22
P12	30,4	30,32	0,08
Wartość średnia obszaru CII	30,98	31,03	-0,05

Nr czujnika	Temperatura uzyskana z termogramu	Temperatura zmierzona termometrem z czujnikami Pt	Różnica wartości
[-]	[°C]	[°C]	[K]
Obszar reprezentatywny DII			
S9	31,4	31,23	0,17
S10	30,4	30,13	0,27
S11	30,9	31,01	-0,11
S12	29,6	30,04	-0,44
Wartość średnia obszaru DII	30,58	30,60	-0,03

Tab. 7.6. Zestawienie statystyk zgodności wyników uzyskanych z pomiarów termowizyjnych i termometrem z czujnikami oporowymi dla węzownicy o rozstawie B = 20 cm.

Współczynnik korelacji	0,932
Kwadrat współczynnika korelacji	0,868
Średnia modułu odchyień	0,215 K
Maksymalne odchylenie dodatnie	0,270 K
Maksymalne odchylenie ujemne	0,440 K
Suma kwadratów odchyień	0,457 K ²

Dla wybranych reprezentatywnych obszarów rozbieżności między wynikami temperatury uzyskanymi z pomiarów termowizyjnych i termometrem z czujnikami oporowymi są niewielkie i mieszczą się w zakresie dokładności metody pomiarowej termometru oporowego z całym układem zbierającym dane.

Z uwagi na trudny dostęp do profesjonalnego sprzętu wykonano jedynie kilka pomiarów termowizyjnych grzejników podłogowych w celu sprawdzenia wyników uzyskanych z termometru z czujnikami oporowymi. Ze względu na możliwość przeprowadzenia pomiarów w szerokim zakresie parametrów pracy węzownic za pomocą termometru z czujnikami oporowymi, wyniki tych badań wykorzystano następnie do weryfikacji metody numerycznej.

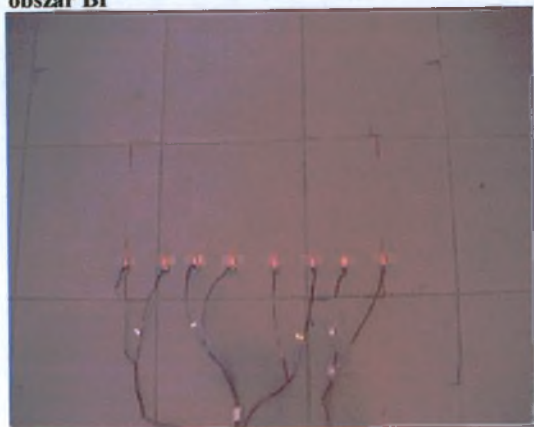
7.3 Badania za pomocą termometru z czujnikami oporowymi

Do badania średniej temperatury na powierzchni grzejników podłogowych wykorzystywano termometr z zestawem czujników oporowych Pt 500 i Pt 100 (Rys. 7.9), do określenia zaś średniej temperatury na poziomie ułożonych rur węzownic (pod jastrychem) – z zestawem czujników oporowych Pt 100 (Rys. 7.10), podłączonych do komputera przy użyciu interfejsu pomiarowego APEK AL 154 DA05 (rozdział 7.1.). Rozmieszczenie czujników na powierzchni węzownic o rozstawie rur $B = 15$ cm i $B = 20$ cm pokazano na Rys. 7.31 - Rys. 7.36, zaś rozmieszczenie czujników zalanych jastrychem – na Rys. 7.37. Z uwagi na to, że czujniki w jastrychu umieszczono przed wykonaniem analizy obszarów reprezentatywnych, dlatego do dalszych badań przyjęto wyniki z czujników 1 – 8 (obszar AI), oraz z czujników 14 – 17 (obszar AII).

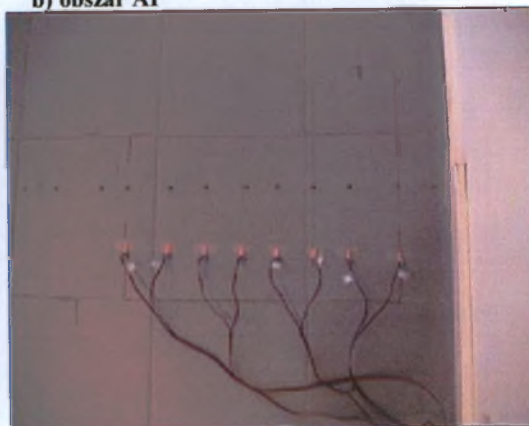


Rys. 7.31. Rozmieszczenie czujników na powierzchni węzownicy o rozstawie rur $B = 15$ cm.

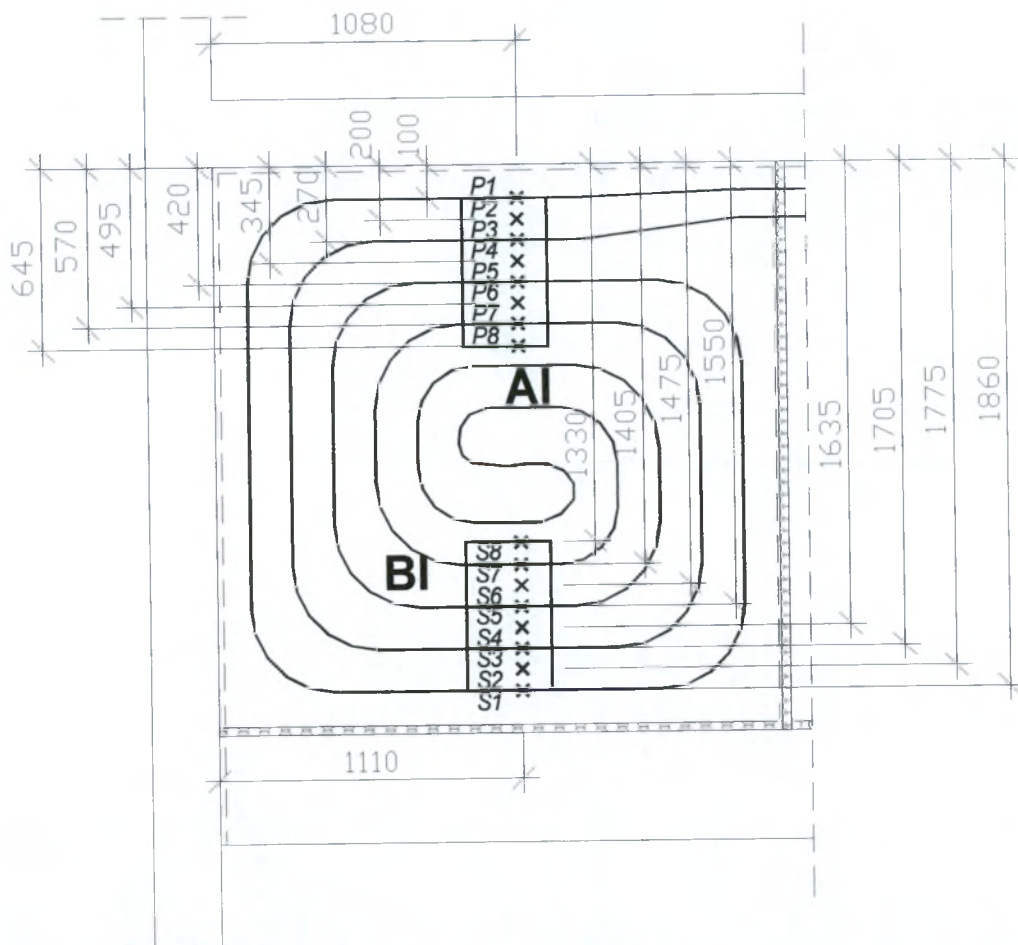
a) obszar BI



b) obszar AI



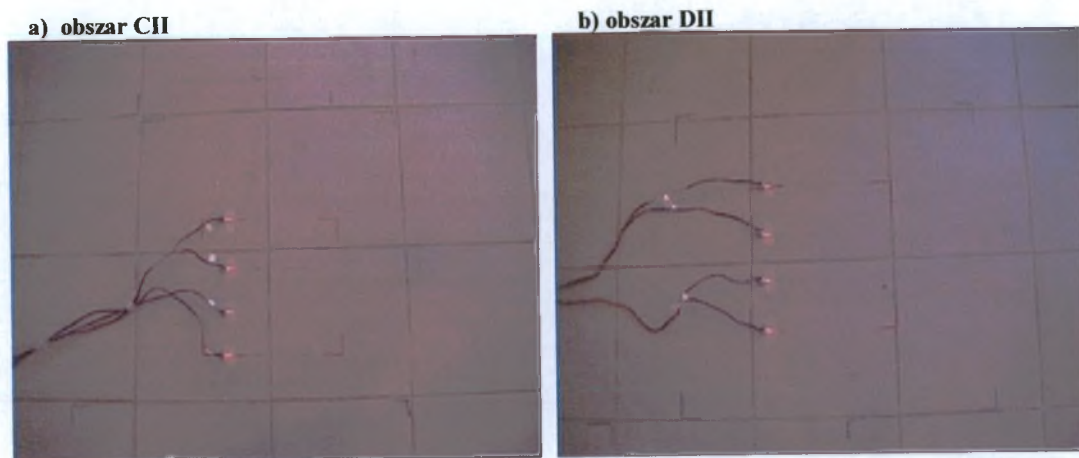
Rys. 7.32. Rozmieszczenie czujników na powierzchni wężownicy o rozstawie rur $B = 15$ cm.
Widok od strony wężownicy o rozstawie rur $B = 20$ cm. a), b) wg opisu wyżej.



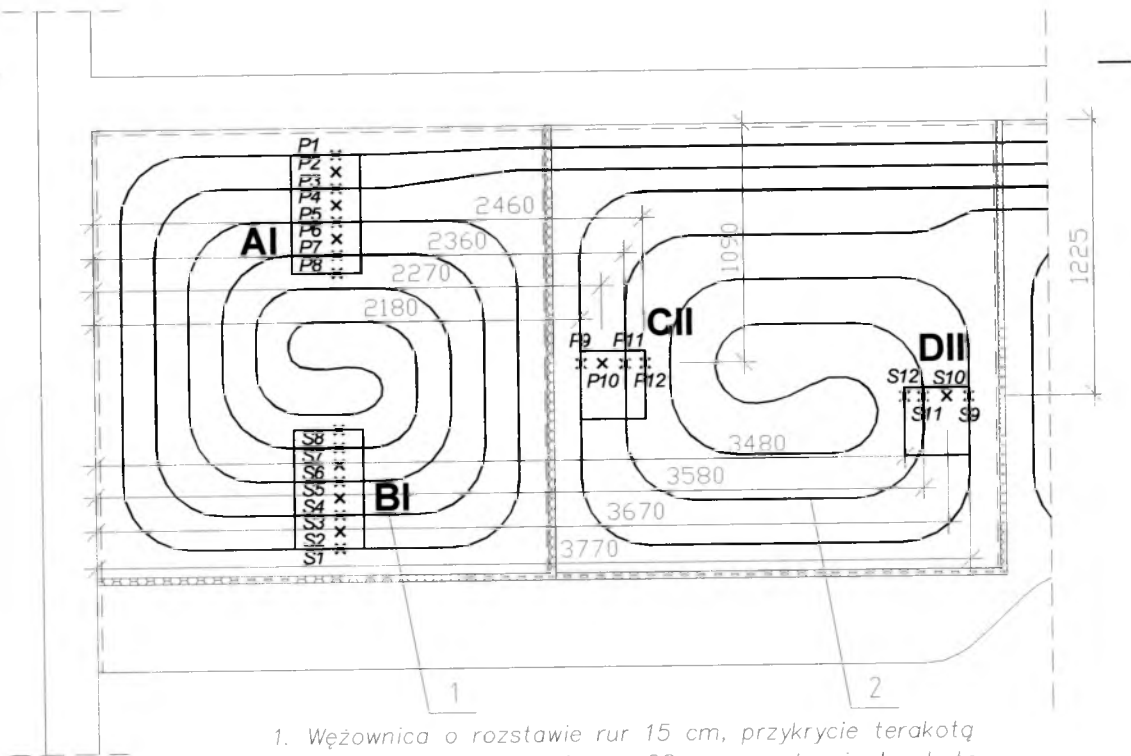
Rys. 7.33. Rozmieszczenie oraz numeracja czujników na powierzchni wężownicy o rozstawie rur $B = 15$ cm.
P – czujniki Pt 500, S – czujniki Pt 100. Opracowanie własne.



Rys. 7.34. Rozmieszczenie czujników na powierzchni węzownicy o rozstawie rur $B = 20$ cm.

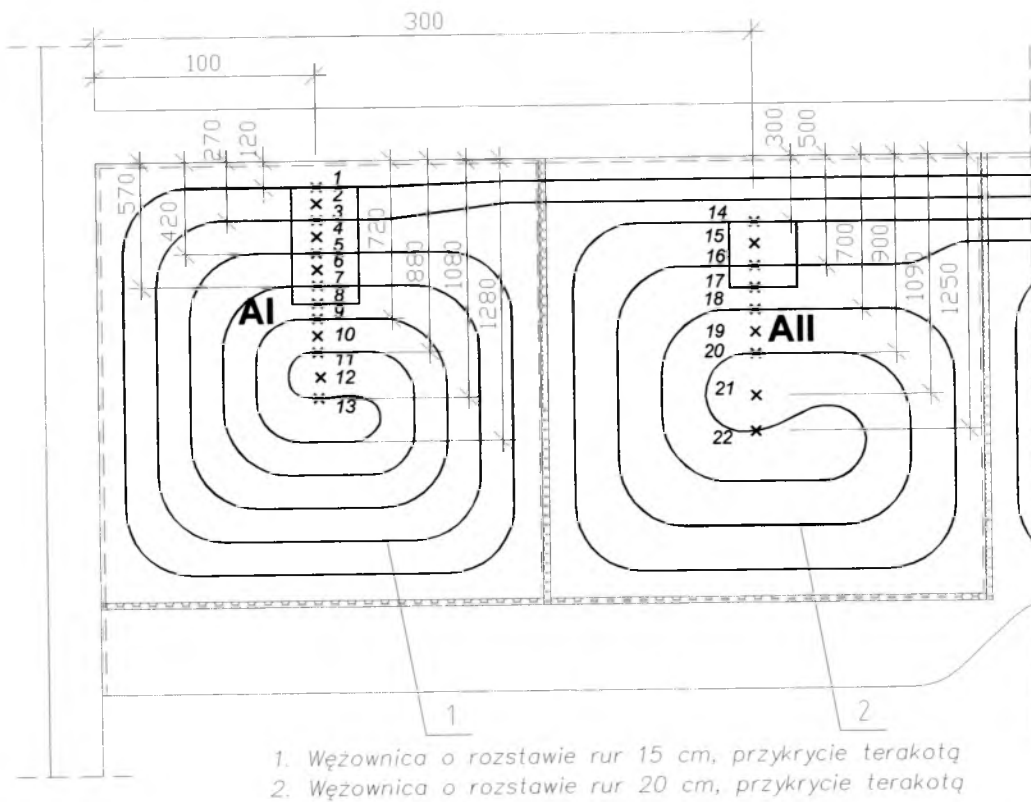


Rys. 7.35. Rozmieszczenie czujników na powierzchni węzownicy o rozstawie rur $B = 20$ cm.
Widok od strony węzownicy o rozstawie rur $B = 15$ cm. a), b) wg opisu wyżej.



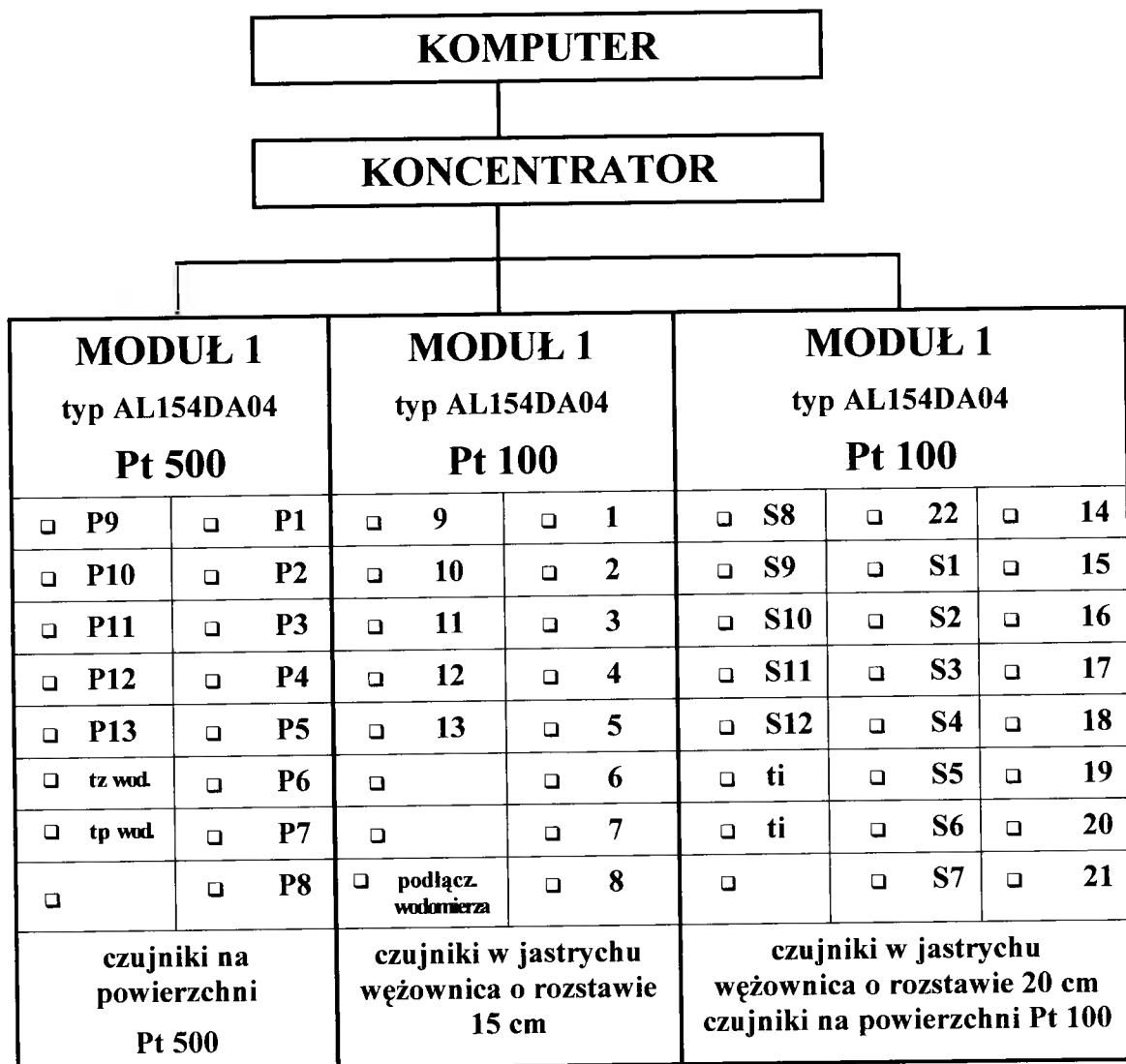
1. Wężownica o rozstawie rur 15 cm, przykrycie terakotą
2. Wężownica o rozstawie rur 20 cm, przykrycie terakotą

Rys. 7.36. Rozmieszczenie oraz numeracja czujników na powierzchni wężownic.
P – czujniki Pt 500, S – czujniki Pt 100. Opracowanie własne.



1. Wężownica o rozstawie rur 15 cm, przykrycie terakotą
2. Wężownica o rozstawie rur 20 cm, przykrycie terakotą

Rys. 7.37. Rozmieszczenie oraz numeracja czujników zalanych jastrychem.
Opracowanie własne.



Rys. 7.38. Schemat zbierania danych.

tz wod., tp wod. – temperatury zasilania i powrotu szczytowane z czujników zanurzeniowych Pt 500 zainstalowanych przy wodomierzu; ti – temperatura wewnętrzna szczytowana z czujników Pt 100.

Opracowanie własne.

Schemat zbierania danych do komputera przedstawiono na Rys. 7.38.

W tej części pracy przeprowadzono pomiary rozkładu temperatury na powierzchni obszarów reprezentatywnych (AI, BI, CII, DII), określono średnie temperatury tych obszarów i porównano z wynikami uzyskanymi przy pomocy modelu numerycznego. Dodatkowo przeprowadzono pomiary temperatury na poziomie ułożonych rur węzownic (czujniki umieszczone przed zalaniem grzejników jastrychem), określono średnie temperatury dla powierzchni odpowiadającym obszarom

reprezentatywnym AI i AII i porównano z wynikami uzyskanymi przy pomocy modelu numerycznego.

Oznaczenia w tabelach:

1. Wartości uzyskane z pomiarów:

- t_z – temperatura zasilania czynnika grzejącego, [°C],
- t_p – temperatura powrotu czynnika grzejącego, [°C],
- t_{sr} – średnia temperatura czynnika grzejącego, [°C],
- t_g – temperatura powietrza nad grzejnikiem podłogowym, [°C],
- t_d – temperatura powietrza pod grzejnikiem podłogowym, [°C],
- w – prędkość wody w , [m/s],
- AI – średnia temperatura powierzchni obszaru reprezentatywnego AI uzyskana z pomiarów termometrem z czujnikami oporowymi Pt usytuowanych na powierzchni podłogi, dla grzejnika podłogowego o rozstawie rur $B = 15$ cm, [°C],
- BI – średnia temperatura powierzchni obszaru reprezentatywnego BI uzyskana z pomiarów termometrem z czujnikami oporowymi Pt usytuowanych na powierzchni podłogi, dla grzejnika podłogowego o rozstawie rur $B = 15$ cm, [°C],
- AI+BI – średnia temperatura powierzchni obszarów reprezentatywnych AI i BI uzyskana z pomiarów termometrem z czujnikami oporowymi Pt usytuowanych na powierzchni podłogi, dla grzejnika podłogowego o rozstawie rur $B = 15$ cm, [°C],
- AI w jastr. – średnia temperatura powierzchni obszaru reprezentatywnego AI uzyskana z pomiarów termometrem z czujnikami oporowymi Pt usytuowanych w jastrychu na poziomie ułożonych przewodów, dla grzejnika podłogowego o rozstawie rur $B = 15$ cm, [°C],
- CII – średnia temperatura powierzchni obszaru reprezentatywnego CII uzyskana z pomiarów termometrem z czujnikami oporowymi Pt usytuowanych na powierzchni podłogi, dla grzejnika podłogowego o rozstawie rur $B = 20$ cm, [°C],
- DII – średnia temperatura powierzchni obszaru reprezentatywnego DII uzyskana z pomiarów termometrem z czujnikami oporowymi Pt usytuowanych na

powierzchni podłogi, dla grzejnika podłogowego o rozstawie rur $B = 20$ cm, [°C],

CII+DII – średnia temperatura powierzchni obszarów reprezentatywnych CII i DII uzyskana z pomiarów termometrem z czujnikami oporowymi Pt usytuowanych na powierzchni podłogi, dla grzejnika podłogowego o rozstawie rur $B = 20$ cm, [°C],

AII w jastr. – średnia temperatura powierzchni obszaru reprezentatywnego AII uzyskana z pomiarów termometrem z czujnikami oporowymi Pt usytuowanych w jastrychu na poziomie ułożonych przewodów, dla grzejnika podłogowego o rozstawie rur $B = 20$ cm, [°C].

2. Wartości uzyskane z obliczeń metodą numeryczną:

metoda numer. – średnia temperatura powierzchni uzyskana z obliczeń metodą numeryczną, [°C],

różnica – różnica średniej temperatury powierzchni obszarów reprezentatywnych uzyskana z pomiarów termometrem z czujnikami oporowymi Pt i średniej temperatury powierzchni uzyskana z obliczeń metodą numeryczną, [K],

7.3.1 Wężownica o rozstawie rur $B = 15$ cm

Porównanie wyników pomiarów temperatury na powierzchni grzejnika podłogowego oraz wyników uzyskanych z modelu numerycznego dla wężownicy o rozstawie rur $B = 15$ cm przedstawiono w tabelach: Tab. 7.7 i Tab. 7.9, zaś zestawienie statystyk zgodności dla tych przypadków w tabelach: Tab. 7.8. i Tab. 7.10. Porównanie wyników uzyskanych z pomiarów temperatury termometrem z czujnikami oporowymi usytuowanymi w jastrychu na poziomie rur oraz wyników uzyskanych z modelu numerycznego dla wężownicy o rozstawie rur $B = 15$ cm przedstawiono w tabelach: Tab. 7.11 i Tab. 7.13, zaś zestawienie statystyk zgodności dla tych przypadków w tabelach: Tab. 7.12 i Tab. 7.14.

Tab. 7.7. Analiza porównawcza wyników uzyskanych z pomiarów temperatury termometrem z czujnikami oporowymi usytuowanymi na powierzchni grzejnika podłogowego i z obliczeń metodą numeryczną dla węzownicy o rozstawie B = 15 cm, przy stałej prędkości wody w = 0,16 m/s.

Lp. -	tz [°C]	tp [°C]	tśr [°C]	tg [°C]	td [°C]	w [m/s]	AI [°C]	BI [°C]	AI + BI [°C]	metoda numer. [°C]	różnica [K]
1	30,13	26,55	28,34	13,78	18,70	0,16	20,89	20,70	20,80	20,45	0,35
2	30,47	26,92	28,70	14,40	19,30	0,16	21,33	21,13	21,23	20,96	0,27
3	43,84	37,45	40,64	14,68	19,70	0,16	26,67	26,43	26,55	26,29	0,26
4	58,30	48,85	53,58	16,51	21,60	0,16	32,81	32,72	32,76	32,83	-0,07
5	60,77	50,86	55,81	17,92	21,83	0,16	34,45	34,37	34,41	34,58	-0,17
6	61,70	51,53	56,62	18,80	23,10	0,16	35,27	35,17	35,22	35,43	-0,21

Tab. 7.8. Zestawienie statystyk zgodności wyników uzyskanych z pomiarów temperatury termometrem z czujnikami oporowymi usytuowanymi na powierzchni grzejnika podłogowego i z obliczeń metodą numeryczną dla węzownicy o rozstawie B = 15 cm, przy stałej prędkości wody w = 0,16 m/s.

Współczynnik korelacji	0,999
Kwadrat współczynnika korelacji	0,999
Średnia modułu odchyień	0,220 K
Maksymalne odchylenie dodatnie	0,350 K
Maksymalne odchylenie ujemne	0,210 K
Suma kwadratów odchyień	0,337 K ²

Tab. 7.9. Analiza porównawcza wyników uzyskanych z pomiarów temperatury termometrem z czujnikami oporowymi usytuowanymi na powierzchni grzejnika podłogowego i z obliczeń metodą numeryczną dla węzownicy o rozstawie B = 15 cm, przy zmiennej prędkości wody.

Lp. -	tz [°C]	tp [°C]	tśr [°C]	tg [°C]	td [°C]	w [m/s]	AI [°C]	BI [°C]	AI + BI [°C]	metoda numer. [°C]	różnica [K]
1	35,16	32,99	34,08	20,41	22,34	0,28	27,12	26,90	27,01	26,77	0,24
2	36,08	33,29	34,69	20,67	22,38	0,21	27,64	27,42	27,53	27,16	0,37
3	36,01	33,21	34,61	20,81	22,36	0,21	27,62	27,39	27,51	27,20	0,31
4	37,72	32,03	34,88	20,18	22,26	0,09	27,19	26,95	27,07	26,80	0,27
5	44,67	27,64	36,16	19,51	22,24	0,02	26,58	26,41	26,50	26,81	-0,32
6	47,48	44,16	45,82	20,63	22,95	0,34	32,27	32,15	32,21	32,03	0,18
7	48,26	44,16	46,21	20,61	22,74	0,28	32,43	32,26	32,34	32,16	0,18
8	47,80	43,73	45,77	20,75	22,75	0,28	32,24	32,12	32,18	32,05	0,13
9	49,09	43,57	46,33	21,15	22,85	0,20	32,61	32,48	32,55	32,47	0,08
10	49,01	43,59	46,30	21,12	22,88	0,20	32,70	32,51	32,61	32,44	0,17
11	52,22	41,51	46,87	21,02	22,87	0,08	32,57	32,37	32,47	32,35	0,12
12	52,20	41,36	46,78	20,94	22,84	0,08	32,40	32,22	32,31	32,27	0,04

Tab. 7.10. Zestawienie statystyk zgodności wyników uzyskanych z pomiarów temperatury termometrem z czujnikami oporowymi usytuowanymi na powierzchni grzejnika podłogowego i z obliczeń metodą numeryczną dla węzownicy o rozstawie B = 15 cm, przy zmiennej prędkości wody.

Współczynnik korelacji	0,998
Kwadrat współczynnika korelacji	0,996
Średnia modułu odchyłeń	0,200 K
Maksymalne odchylenie dodatnie	0,370 K
Maksymalne odchylenie ujemne	0,320 K
Suma kwadratów odchyłeń	0,592 K ²

Tab. 7.11. Analiza porównawcza wyników uzyskanych z pomiarów temperatury termometrem z czujnikami oporowymi usytuowanymi w jastrychu na poziomie rur i z obliczeń metodą numeryczną dla węzownicy o rozstawie B = 15 cm, przy stałej prędkości wody w = 0,16 m/s.

Lp.	tz [°C]	tp [°C]	tśr [°C]	tg [°C]	td [°C]	w [m/s]	AI w jastr. [°C]	metoda numer. [°C]	różnica [K]
1	30,13	26,55	28,34	13,78	18,70	0,16	24,81	24,35	0,46
2	30,47	26,92	28,70	14,40	19,30	0,16	25,14	24,79	0,35
3	43,84	37,45	40,64	14,68	19,70	0,16	33,82	33,46	0,36
4	58,30	48,85	53,58	16,51	21,60	0,16	43,13	43,25	-0,12
5	60,77	50,86	55,81	17,92	21,83	0,16	45,02	45,24	-0,22
6	61,70	51,53	56,62	18,80	23,10	0,16	45,81	46,07	-0,26

Tab. 7.12. Zestawienie statystyk zgodności wyników uzyskanych z pomiarów temperatury termometrem z czujnikami oporowymi usytuowanymi w jastrychu na poziomie rur i z obliczeń metodą numeryczną dla węzownicy o rozstawie B = 15 cm, przy stałej prędkości wody w = 0,16 m/s.

Współczynnik korelacji	0,999
Kwadrat współczynnika korelacji	0,999
Średnia modułu odchyłeń	0,295 K
Maksymalne odchylenie dodatnie	0,460 K
Maksymalne odchylenie ujemne	0,260 K
Suma kwadratów odchyłeń	0,592 K ²

Tab. 7.13. Analiza porównawcza wyników uzyskanych z pomiarów temperatury termometrem z czujnikami oporowymi usytuowanymi w jastrychu na poziomie rur i z obliczeń metodą numeryczną dla węzownicy o rozstawie B = 15 cm, przy zmiennej prędkości wody.

Lp. -	t _z [°C]	t _p [°C]	t _{sr} [°C]	t _g [°C]	t _d [°C]	w [m/s]	AI w jastr. [°C]	metoda numer. [°C]	różnica [K]
1	35,16	32,99	34,08	20,41	22,34	0,28	30,83	30,47	0,36
2	36,08	33,29	34,69	20,67	22,38	0,21	31,42	30,94	0,48
3	36,01	33,21	34,61	20,81	22,36	0,21	31,30	30,91	0,39
4	37,72	32,03	34,88	20,18	22,26	0,09	31,06	30,67	0,39
5	44,67	27,64	36,16	19,51	22,24	0,02	30,78	31,11	-0,33
6	47,48	44,16	45,82	20,63	22,95	0,34	39,28	39,05	0,23
7	48,26	44,16	46,21	20,61	22,74	0,28	39,52	39,28	0,24
8	47,80	43,73	45,77	20,75	22,75	0,28	39,22	39,00	0,22
9	49,09	43,57	46,33	21,15	22,85	0,20	39,59	39,44	0,15
10	49,01	43,59	46,30	21,12	22,88	0,20	39,70	39,41	0,29
11	52,22	41,51	46,87	21,02	22,87	0,08	39,51	39,32	0,19
12	52,20	41,36	46,78	20,94	22,84	0,08	39,38	39,23	0,15

Tab. 7.14. Zestawienie statystyk zgodności wyników uzyskanych z pomiarów temperatury termometrem z czujnikami oporowymi usytuowanymi w jastrychu na poziomie rur i z obliczeń metodą numeryczną dla węzownicy o rozstawie B = 15 cm, przy zmiennej prędkości wody.

Współczynnik korelacji	0,998
Kwadrat współczynnika korelacji	0,997
Średnia modułu odchyień	0,285 K
Maksymalne odchylenie dodatnie	0,480 K
Maksymalne odchylenie ujemne	0,330 K
Suma kwadratów odchyień	1,098 K ²

7.3.2 Wężownica o rozstawie rur $B = 20$ cm

Porównanie wyników pomiarów temperatury na powierzchni grzejnika podłogowego oraz wyników uzyskanych z modelu numerycznego dla wężownicy o rozstawie rur $B = 20$ cm przedstawiono w tabelach: Tab. 7.15 i Tab. 7.17, zaś zestawienie statystyk zgodności dla tych przypadków w tabelach: Tab. 7.16 i Tab. 7.18. Porównanie wyników uzyskanych z pomiarów temperatury termometrem z czujnikami oporowymi usytuowanymi w jastrychu na poziomie rur oraz wyników uzyskanych z modelu numerycznego dla wężownicy o rozstawie rur $B = 120$ cm przedstawiono w tabelach: Tab. 7.19 i Tab. 7.21, zaś zestawienie statystyk zgodności dla tych przypadków w tabelach: Tab. 7.20 i Tab. 7.22.

Tab. 7.15. Analiza porównawcza wyników uzyskanych z pomiarów temperatury termometrem z czujnikami oporowymi usytuowanymi na powierzchni grzejnika podłogowego i z obliczeń metodą numeryczną dla wężownicy o rozstawie $B = 20$ cm, przy stałej prędkości wody $w = 0,06$ m/s.

Lp.	tz	tp	t _{sr}	tg	td	w	CII	DII	CII +DII	metoda numer.	różnica
-	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]	[m/s]	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]	[K]
1	40,39	31,52	35,96	17,42	20,40	0,06	24,68	24,46	24,57	24,51	0,06
2	56,72	44,40	50,56	17,12	20,82	0,06	29,47	29,76	29,61	29,54	0,07
3	58,26	45,46	51,86	18,67	21,75	0,06	30,75	30,94	30,85	31,02	-0,17
4	59,38	45,64	52,51	18,52	21,66	0,06	31,32	31,02	31,17	31,12	0,05
5	59,60	45,72	52,66	19,41	21,88	0,06	32,23	31,82	32,02	31,75	0,27
6	61,09	47,13	54,11	21,23	22,71	0,06	33,87	33,44	33,66	33,42	0,23

Tab. 7.16. Zestawienie statystyk zgodności wyników uzyskanych z pomiarów temperatury termometrem z czujnikami oporowymi usytuowanymi na powierzchni grzejnika podłogowego i z obliczeń metodą numeryczną dla wężownicy o rozstawie $B = 20$ cm, przy stałej prędkości wody $w = 0,06$ m/s.

Współczynnik korelacji	0,999
Kwadrat współczynnika korelacji	0,998
Średnia modułu odchyień	0,144 K
Maksymalne odchylenie dodatnie	0,270 K
Maksymalne odchylenie ujemne	0,170 K
Suma kwadratów odchyień	0,172 K ²

Tab. 7.17. Analiza porównawcza wyników uzyskanych z pomiarów temperatury termometrem z czujnikami oporowymi usytuowanymi na powierzchni grzejnika podłogowego i z obliczeń metodą numeryczną dla węzownicy o rozstawie B = 20 cm, przy zmiennej prędkości wody.

Lp.	tz [°C]	tp [°C]	tśr [°C]	tg [°C]	td [°C]	w [m/s]	CII [°C]	DII [°C]	CH +DII [°C]	metoda numer. [°C]	różnica [K]
1	34,32	32,39	33,36	14,42	19,21	0,30	22,35	22,11	22,23	21,96	0,27
2	35,01	33,07	34,04	14,94	19,52	0,30	23,01	22,74	22,87	22,54	0,33
3	34,45	32,30	33,38	15,11	19,34	0,27	22,43	22,29	22,36	22,38	-0,02
4	35,86	33,48	34,67	16,47	19,84	0,23	23,99	23,73	23,86	23,69	0,17
5	36,03	32,62	34,33	15,97	20,15	0,14	23,51	23,19	23,35	23,13	0,22
6	36,56	32,96	34,76	16,83	21,15	0,14	24,16	23,83	23,99	23,84	0,15
7	37,87	34,45	36,16	18,33	22,24	0,14	25,65	25,34	25,49	25,30	0,19
8	41,80	33,90	37,85	19,03	22,56	0,07	26,69	26,40	26,54	26,25	0,29
9	57,08	52,03	54,56	22,28	22,86	0,21	35,24	34,88	35,06	34,64	0,42
10	57,52	52,48	55,00	23,12	22,78	0,21	35,99	35,58	35,79	35,33	0,46
11	57,19	51,56	54,38	22,77	22,65	0,18	35,51	35,12	35,32	34,85	0,47
12	57,43	51,79	54,61	22,59	22,54	0,18	35,47	35,06	35,27	34,82	0,45
13	58,26	52,41	55,34	22,99	22,67	0,18	36,01	35,64	35,82	35,34	0,48
14	58,20	48,17	53,19	20,40	22,36	0,08	32,46	32,61	32,53	32,23	0,30
15	57,87	46,06	51,97	18,48	21,77	0,07	30,87	31,03	30,95	30,94	0,01
16	58,06	43,38	50,72	17,35	21,03	0,06	29,45	29,72	29,58	29,74	-0,16
17	57,17	42,00	49,59	16,43	20,88	0,06	28,37	28,63	28,50	28,75	-0,25

Tab. 7.18. Zestawienie statystyk zgodności wyników uzyskanych z pomiarów temperatury termometrem z czujnikami oporowymi usytuowanymi na powierzchni grzejnika podłogowego i z obliczeń metodą numeryczną dla węzownicy o rozstawie B = 20 cm, przy zmiennej prędkości wody.

Współczynnik korelacji	0,999
Kwadrat współczynnika korelacji	0,999
Średnia modułu odchyleń	0,273 K
Maksymalne odchylenie dodatnie	0,480 K
Maksymalne odchylenie ujemne	0,250 K
Suma kwadratów odchyleń	1,617K ²

Tab. 7.19. Analiza porównawcza wyników uzyskanych z pomiarów temperatury termometrem z czujnikami oporowymi usytuowanymi w jastrychu na poziomie rur i z obliczeń metodą numeryczną dla węzownicy o rozstawie B = 20 cm, przy stałej prędkości wody $w = 0,06$ m/s.

Lp. -	t _z [°C]	t _p [°C]	t _{sr} [°C]	t _g [°C]	t _d [°C]	w [m/s]	All w jastr. [°C]	metoda numer. [°C]	różnica [K]
1	40,39	31,52	35,96	17,42	20,40	0,06	28,81	28,67	0,14
2	56,72	44,40	50,56	17,12	20,82	0,06	37,41	37,22	0,19
3	58,26	45,46	51,86	18,67	21,75	0,06	38,65	38,65	0,00
4	59,38	45,64	52,51	18,52	21,66	0,06	39,09	38,93	0,16
5	59,60	45,72	52,66	19,41	21,88	0,06	39,75	39,37	0,38
6	61,09	47,13	54,11	21,23	22,71	0,06	41,31	40,95	0,36

Tab. 7.20. Zestawienie statystyk zgodności wyników uzyskanych z pomiarów temperatury termometrem z czujnikami oporowymi usytuowanymi w jastrychu na poziomie rur i z obliczeń metodą numeryczną dla węzownicy o rozstawie B = 20 cm, przy stałej prędkości wody $w = 0,06$ m/s.

Współczynnik korelacji	0,999
Kwadrat współczynnika korelacji	0,999
Średnia modułu odchyień	0,205 K
Maksymalne odchylenie dodatnie	0,380 K
Maksymalne odchylenie ujemne	0,000 K
Suma kwadratów odchyień	0,351 K ²

Tab. 7.21. Analiza porównawcza wyników uzyskanych z pomiarów temperatury termometrem z czujnikami oporowymi usytuowanymi w jastrychu na poziomie rur i z obliczeń metodą numeryczną dla węzownicy o rozstawie B = 20 cm, przy zmiennej prędkości wody.

Lp. -	tz [°C]	tp [°C]	tśr [°C]	tg [°C]	td [°C]	w [m/s]	All w jastr. [°C]	metoda numer. [°C]	różnica [K]
1	34,32	32,39	33,36	14,42	19,21	0,30	26,72	26,41	0,31
2	35,01	33,07	34,04	14,94	19,52	0,30	27,47	27,03	0,44
3	34,45	32,30	33,38	15,11	19,34	0,27	26,81	26,66	0,15
4	35,86	33,48	34,67	16,47	19,84	0,23	28,18	27,92	0,26
5	36,03	32,62	34,33	15,97	20,15	0,14	27,69	27,33	0,36
6	36,56	32,96	34,76	16,83	21,15	0,14	28,20	27,94	0,26
7	37,87	34,45	36,16	18,33	22,24	0,14	29,69	29,38	0,31
8	41,80	33,90	37,85	19,03	22,56	0,07	31,11	30,69	0,42
9	57,08	52,03	54,56	22,28	22,86	0,21	42,79	42,28	0,51
10	57,52	52,48	55,00	23,12	22,78	0,21	43,44	42,86	0,58
11	57,19	51,56	54,38	22,77	22,65	0,18	42,86	42,30	0,56
12	57,43	51,79	54,61	22,59	22,54	0,18	42,91	42,37	0,54
13	58,26	52,41	55,34	22,99	22,67	0,18	43,56	42,96	0,60
14	58,20	48,17	53,19	20,40	22,36	0,08	40,04	39,62	0,42
15	57,87	46,06	51,97	18,48	21,77	0,07	38,78	38,65	0,13
16	58,06	43,38	50,72	17,35	21,03	0,06	37,34	37,41	-0,07
17	57,17	42,00	49,59	16,43	20,88	0,06	36,26	36,38	-0,12

Tab. 7.22. Zestawienie statystyk zgodności wyników uzyskanych z pomiarów temperatury termometrem z czujnikami oporowymi usytuowanymi w jastrychu na poziomie rur i z obliczeń metodą numeryczną dla węzownicy o rozstawie B = 20 cm, przy zmiennej prędkości wody.

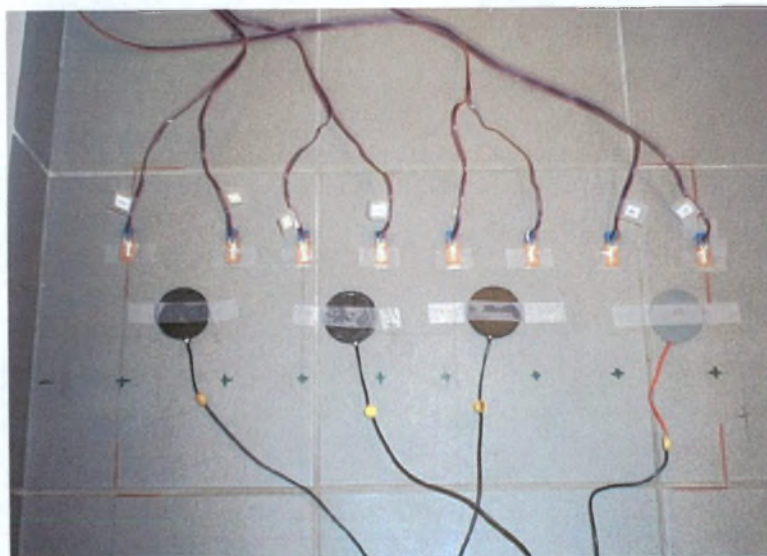
Współczynnik korelacji	0,998
Kwadrat współczynnika korelacji	0,997
Średnia modułu odchyień	0,356 K
Maksymalne odchylenie dodatnie	0,580 K
Maksymalne odchylenie ujemne	0,120 K
Suma kwadratów odchyień	2,628 K ²

7.3.3 Podsumowanie

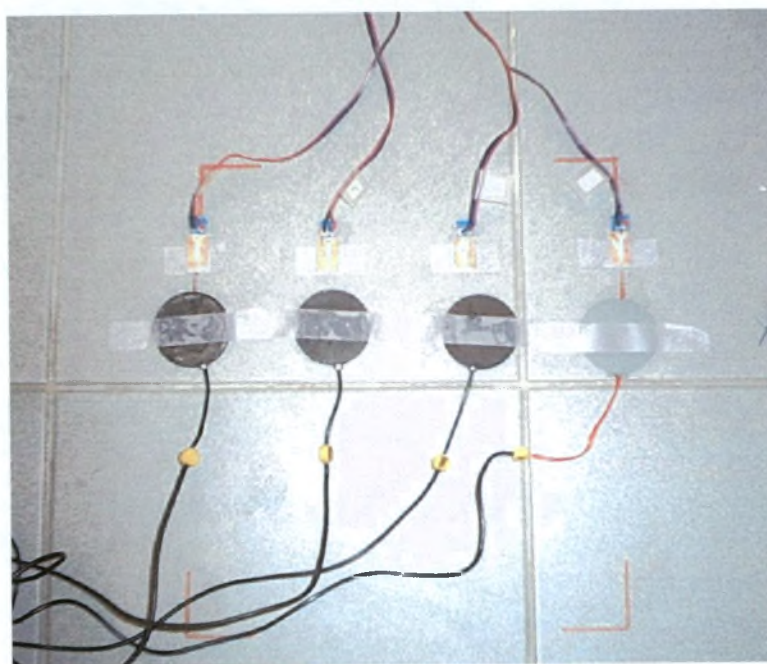
Jak wynika z przedstawionych powyżej badań wyniki modelu numerycznego charakteryzują się wysoką zgodnością z wynikami badań empirycznych. Współczynnik korelacji wahał się w granicach: $0,998 \div 0,999$; kwadrat współczynnika korelacji: $0,996 \div 0,999$, a średnia modułu odchyłań: $0,144 \div 0,356$ K. Różnice między wynikami obu metod (maksymalne odchylenie ujemne wyniosło $- 0,33$ K, zaś maksymalne odchylenie dodatnie wyniosło $0,48$ K) nie przekraczały dokładności metody pomiarowej ($\pm 0,5$ K). Wyjątek stanowi tutaj seria z pomiarami temperatury za pomocą termometru z czujnikami oporowymi usytuowanymi w jastrychu na poziomie rur dla węzownicy o rozstawie $B = 20$ cm, przy zmiennej prędkości wody w (maksymalne odchylenie dodatnie wyniosło $0,60$ K).

7.4 Badania za pomocą miernika gęstości strumienia ciepła

Do badania średniej gęstości strumienia ciepła przekazywanego przez grzejniki podłogowe wykorzystywano zestaw czujników gęstości strumienia ciepłego podłączonych do miernika typu MSC-2. Rozmieszczenie czujników na powierzchni węzownicy o rozstawie rur $B = 15$ cm i $B = 20$ cm pokazano na Rys. 7.39 i Rys. 7.40.



Rys. 7.39. Rozmieszczenie czujników gęstości strumienia ciepłego na powierzchni węzownicy o rozstawie rur $B = 15$ cm (obszar reprezentatywny AI).



Rys. 7.40. Rozmieszczenie czujników gęstości strumienia ciepłego na powierzchni węzownicy o rozstawie rur $B = 20$ cm (obszar reprezentatywny CII).

W tej części pracy przeprowadzono pomiary rozkładu gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez powierzchnię grzejników podłogowych z obszarów reprezentatywnych AI i CII, określono średnie wartości gęstości strumienia ciepłego z tych obszarów i porównano z wynikami uzyskanymi za pomocą modelu numerycznego.

Oznaczenia w tabelach:

1. Wartości uzyskane z pomiarów:

- t_z – temperatura zasilania czynnika grzejnego, [°C],
- t_p – temperatura powrotu czynnika grzejnego, [°C],
- t_{sr} – średnia temperatura czynnika grzejnego, [°C],
- t_g – temperatura powietrza nad grzejnikiem podłogowym mierzona na wysokości 0,8 m nad poziomem podłogi, [°C],
- t_d – temperatura powietrza pod grzejnikiem podłogowym mierzona na wysokości 1,0 m od powierzchni sufitu, [°C],
- w – prędkość wody w , [m/s],
- q – średnia wartość gęstości strumienia ciepłego przekazywanego z obszaru reprezentatywnego AI lub CII uzyskana z pomiarów miernikiem gęstości strumienia ciepłego, [W/m²]

2. Wartości uzyskane z obliczeń metodą numeryczną:

metoda numer. – średnia wartość gęstości strumienia ciepłego przekazywanego z obszaru reprezentatywnego AI lub CII uzyskana z obliczeń metodą numeryczną, $[\text{W}/\text{m}^2]$,

błąd względny – błąd między średnimi wartościami gęstości strumienia ciepłego przekazywanego z powierzchni obszarów reprezentatywnych AI lub CII uzyskanych z pomiarów miernikiem gęstości strumienia ciepłego i z obliczeń metodą numeryczną, [%],

7.4.1 Wężownica o rozstawie rur $B = 15 \text{ cm}$

Porównanie wyników pomiarów gęstości strumienia ciepłego oraz wyników uzyskanych z obliczeń modelem numerycznym dla wężownicy o rozstawie rur $B = 15 \text{ cm}$ przedstawiono w tabelach: Tab. 7.23 i Tab. 7.25, zaś zestawienie statystyk zgodności w tabelach: Tab. 7.24 i Tab. 7.26.

Tab. 7.23. Analiza porównawcza wyników uzyskanych z pomiarów gęstości strumienia ciepłego i z obliczeń metodą numeryczną dla wężownicy o rozstawie $B = 15 \text{ cm}$, przy stałej prędkości wody $w = 0,16 \text{ m/s}$.

Lp. -	tz [°C]	tp [°C]	tśr [°C]	tg [°C]	td [°C]	w [m/s]	qAI [W/m ²]	metoda numer. [W/m ²]	błąd względny [%]
1	30,13	26,55	28,34	13,78	18,70	0,16	74,46	71,93	3,40
2	30,47	26,92	28,70	14,40	19,30	0,16	72,12	70,63	2,07
3	43,84	37,45	40,64	14,68	19,70	0,16	135,08	132,33	2,04
4	58,30	48,85	53,58	16,51	21,60	0,16	191,74	192,50	-0,40
5	60,77	50,86	55,81	17,92	21,83	0,16	195,71	196,91	-0,61
6	61,70	51,53	56,62	18,80	23,10	0,16	194,23	196,51	-1,17

Tab. 7.24. Zestawienie statystyk zgodności wyników uzyskanych z pomiarów gęstości strumienia ciepłego i z obliczeń metodą numeryczną dla węzownicy o rozstawie B = 15 cm, przy stałej prędkości wody w = 0,16 m/s.

Współczynnik korelacji	0,999
Kwadrat współczynnika korelacji	0,999
Średnia modułu odchyień	1,835 W/m ²
Maksymalne odchylenie dodatnie	2,750 W/m ²
Maksymalne odchylenie ujemne	2,280 W/m ²
Suma kwadratów odchyień	23,399 (W/m ²) ²

Tab. 7.25. Analiza porównawcza wyników uzyskanych z pomiarów gęstości strumienia ciepłego i z obliczeń metodą numeryczną dla węzownicy o rozstawie B = 15 cm, przy zmiennej prędkości wody.

Lp.	tz [°C]	tp [°C]	tśr [°C]	tg [°C]	td [°C]	w [m/s]	qAl [W/m ²]	metoda numer. [W/m ²]	błąd względny [%]
1	35,16	32,99	34,08	20,41	22,34	0,28	69,94	68,32	2,32
2	36,08	33,29	34,69	20,67	22,38	0,21	71,22	69,79	2,01
3	36,01	33,21	34,61	20,81	22,36	0,21	70,01	68,63	1,97
4	37,72	32,03	34,88	20,18	22,26	0,09	73,11	71,38	2,37
5	44,67	27,64	36,16	19,51	22,24	0,02	76,14	79,41	-4,29
6	47,48	44,16	45,82	20,63	22,95	0,34	131,13	129,69	1,10
7	48,26	44,16	46,21	20,61	22,74	0,28	133,06	131,62	1,08
8	47,80	43,73	45,77	20,75	22,75	0,28	129,84	128,49	1,04
9	49,09	43,57	46,33	21,15	22,85	0,20	129,14	128,74	0,31
10	49,01	43,59	46,30	21,12	22,88	0,20	130,56	128,75	1,39
11	52,22	41,51	46,87	21,02	22,87	0,08	130,27	128,84	1,10
12	52,20	41,36	46,78	20,94	22,84	0,08	129,02	128,79	0,18

Tab. 7.26. Zestawienie statystyk zgodności wyników uzyskanych z pomiarów gęstości strumienia ciepłego i z obliczeń metodą numeryczną dla węzownicy o rozstawie B = 15 cm, przy zmiennej prędkości wody.

Współczynnik korelacji	0,999
Kwadrat współczynnika korelacji	0,998
Średnia modułu odchyień	1,461 W/m ²
Maksymalne odchylenie dodatnie	1,810 W/m ²
Maksymalne odchylenie ujemne	3,270 W/m ²
Suma kwadratów odchyień	31,763 (W/m ²) ²

7.4.2 Węzownica o rozstawie rur B = 20 cm

Porównanie wyników pomiarów gęstości strumienia ciepłego oraz wyników uzyskanych z obliczeń modelem numerycznym dla węzownicy o rozstawie rur B = 20 cm przedstawiono w tabelach: Tab. 7.27 i Tab. 7.29, zaś zestawienie statystyk zgodności w tabelach: Tab. 7.28 i Tab. 7.30.

Tab. 7.27. Analiza porównawcza wyników uzyskanych z pomiarów gęstości strumienia ciepłego i z obliczeń metodą numeryczną dla węzownicy o rozstawie B = 20 cm, przy stałej prędkości wody w = 0,06 m/s.

Lp.	tz	tp	tśr	tg	td	w	qAII	metoda numer.	błąd względny
-	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]	[°C]	[m/s]	[W/m ²]	[W/m ²]	[%]
1	40,39	31,52	35,96	17,42	20,40	0,06	77,42	77,00	0,54
2	56,72	44,40	50,56	17,12	20,82	0,06	143,76	142,5	0,88
3	58,26	45,46	51,86	18,67	21,75	0,06	140,01	141,65	-1,17
4	59,38	45,64	52,51	18,52	21,66	0,06	146,23	144,90	0,91
5	59,60	45,72	52,66	19,41	21,88	0,06	144,29	141,49	1,94
6	61,09	47,13	54,11	21,23	22,71	0,06	142,92	139,72	2,24

Tab. 7.28. Zestawienie statystyk zgodności wyników uzyskanych z pomiarów gęstości strumienia ciepłego i z obliczeń metodą numeryczną dla węzownicy o rozstawie B = 20 cm, przy stałej prędkości wody w = 0,06 m/s.

Współczynnik korelacji	0,998
Kwadrat współczynnika korelacji	0,996
Średnia modułu odchyień	1,775 W/m ²
Maksymalne odchylenie dodatnie	3,200 W/m ²
Maksymalne odchylenie ujemne	1,640 W/m ²
Suma kwadratów odchyień	24,302 (W/m ²) ²

Tab. 7.29. Analiza porównawcza wyników uzyskanych z pomiarów gęstości strumienia ciepłego i z obliczeń metodą numeryczną dla węzownicy o rozstawie B = 20 cm, przy zmiennej prędkości wody.

Lp.	tz [°C]	tp [°C]	tśr [°C]	tg [°C]	td [°C]	w [m/s]	qAll [W/m ²]	metoda numer. [W/m ²]	błąd względny [%]
1	34,32	32,39	33,36	14,42	19,21	0,30	84,33	82,37	2,32
2	35,01	33,07	34,04	14,94	19,52	0,30	85,76	83,06	3,15
3	34,45	32,30	33,38	15,11	19,34	0,27	78,96	79,15	-0,24
4	35,86	33,48	34,67	16,47	19,84	0,23	80,07	78,48	1,99
5	36,03	32,62	34,33	15,97	20,15	0,14	79,51	77,75	2,21
6	36,56	32,96	34,76	16,83	21,15	0,14	77,42	75,94	1,91
7	37,87	34,45	36,16	18,33	22,24	0,14	77,15	75,56	2,06
8	41,80	33,90	37,85	19,03	22,56	0,07	80,41	78,54	2,33
9	57,08	52,03	54,56	22,28	22,86	0,21	146,94	141,85	3,46
10	57,52	52,48	55,00	23,12	22,78	0,21	146,02	139,89	4,20
11	57,19	51,56	54,38	22,77	22,65	0,18	144,39	138,29	4,22
12	57,43	51,79	54,61	22,59	22,54	0,18	145,89	140,17	3,92
13	58,26	52,41	55,34	22,99	22,67	0,18	147,13	141,65	3,72
14	58,20	48,17	53,19	20,40	22,36	0,08	141,54	137,11	3,13
15	57,87	46,06	51,97	18,48	21,77	0,07	143,62	143,02	0,42
16	58,06	43,38	50,72	17,35	21,03	0,06	140,93	142,19	-0,89
17	57,17	42,00	49,59	16,43	20,88	0,06	139,37	141,37	-1,44

Tab. 7.30. Zestawienie statystyk zgodności wyników uzyskanych z pomiarów gęstości strumienia ciepłego i z obliczeń metodą numeryczną dla węzownicy o rozstawie $B = 20$ cm, przy zmiennej prędkości wody.

Współczynnik korelacji	0,997
Kwadrat współczynnika korelacji	0,995
Średnia modułu odchyień	2,938 W/m ²
Maksymalne odchylenie dodatnie	6,130 W/m ²
Maksymalne odchylenie ujemne	2,000 W/m ²
Suma kwadratów odchyień	214,03 (W/m ²) ²

7.4.3 Podsumowanie

Przedstawione w tablicach wyniki obliczeń gęstości strumienia ciepłego uzyskanego z modelu numerycznego charakteryzują się wysoką zgodnością z wynikami badań empirycznych. Współczynnik korelacji wahał się w granicach: $0,997 \div 0,999$; kwadrat współczynnika korelacji: $0,995 \div 0,999$, a średnia modułu odchyień: $1,461 \div 2,938$ W/m². Różnice między wynikami z obu metod nie przekraczały założonej dokładności metody pomiarowej (błąd względny $\pm 5\%$) – maksymalny błąd względny nie przekraczał wartości: $-4,29 \div 4,22$ %.

7.5 Określenie niepewności wykonanych pomiarów

W celu doświadczalnej weryfikacji metody numerycznej wykonano następujące pomiary:

- pomiar temperatury na powierzchni grzejnika podłogowego kamerą termowizyjną typu ThermaCAM SC2000 ,
- pomiar temperatury na powierzchni grzejnika podłogowego termometrem z czujnikami oporowymi Pt500 i Pt100,
- pomiar temperatury w jastrychu na poziomie rur termometrem z czujnikami oporowymi Pt100,
- pomiar gęstości strumienia ciepłego miernikiem typu MSC-2.

Otrzymane wyniki badań porównywano z wynikami uzyskanymi z programu komputerowego Floor 2D realizującego model matematyczny.

Aby wykonać obliczenia programem komputerowym Floor 2D należało podać następujące zmienne wielkości (wg rozdziału 6.4.1) uzyskane z pomiarów:

- pomiar temperatury powietrza w pomieszczeniu nad grzejnikiem podłogowym termometrem rtęciowym,
- pomiar temperatury powietrza w pomieszczeniu pod grzejnikiem podłogowym termometrem rtęciowym,
- pomiar temperatury zasilania czynnika grzejnego termometrem z czujnikami oporowymi Pt500,
- pomiar temperatury powrotu czynnika grzejnego termometrem z czujnikami oporowymi Pt500,
- pomiar strumienia objętości wody płynącej przez węzownicę przepływomierzem typu EEM-VS z magnetycznym odczytem impulsów.

Przyjęto następujące wartości maksymalnego błędu bezwzględnego wartości mierzonych:

- dla temperatury mierzonej termometrem z czujnikami oporowymi Pt
(Δ_{tz} , Δ_{tp}) $\pm 0,5$ K,
- dla temperatury mierzonej termometrem rtęciowym (Δ_{tg} , Δ_{tg}) $\pm 0,1$ K.

Przyjęto następujące wartości maksymalnego błędu względnego wartości mierzonych (wg danych producentów przyrządów mierniczych):

- temperatura mierzona kamerą termowizyjną $\pm 2\%$,
- gęstości strumienia ciepłego $\pm 5\%$,
- strumień masy wody płynącej przez węzownicę $\pm 3\%$.

Zakresy wielkości mierzonych podano w tabeli poniżej.

Tab. 7.31. Zakresy wielkości mierzonych

Opis	Zakres pomiarowy	Jedn.
t_f - temperatura na powierzchni grzejnika podłogowego	20,8 ÷ 35,2	°C
t_j - temperatura w jastrychu na poziomie rur	24,5 ÷ 45,8	°C
t_g - temperatura powietrza w pomieszczeniu nad grzejnikiem podłogowym	13,8 ÷ 21,1	°C
t_d - temperatura powietrza w pomieszczeniu pod grzejnikiem podłogowym	18,7 ÷ 23,0	°C
t_{sr} - średnia temperatura czynnika grzejnego	28,3 ÷ 56,6	°C

- **Określenie maksymalnego błędu względnego pomiaru temperatury na powierzchni grzejnika podłogowego termometrem z czujnikami oporowymi**

$$\delta_{tf} = \pm \frac{\Delta_{tf}}{t_f} \cdot 100 = \pm \frac{0,5}{20,8} \cdot 100 = 2,4\% \quad (7.1)$$

- **Określenie maksymalnego błędu względnego pomiaru temperatury w jastrychu na poziomie rur termometrem z czujnikami oporowymi**

$$\delta_{ti} = \pm \frac{\Delta_{ti}}{t_i} \cdot 100 = \pm \frac{0,5}{24,5} \cdot 100 = 2,0\% \quad (7.2)$$

- **Określenie maksymalnego błędu względnego temperatury na powierzchni grzejnika podłogowego oraz gęstości strumienia ciepłego metodą numeryczną**

Temperatura na powierzchni grzejnika podłogowego oraz gęstość strumienia ciepłego są funkcją następujących wielkości (wg rozdziału 6.4.1):

$$t_f = f(b, i, \lambda, h, d_z, d_w, \lambda_r, w, t_g, t_d, t_{sr}) \quad (7.3)$$

$$q = f(b, i, \lambda, h, d_z, d_w, \lambda_r, w, t_g, t_d, t_{sr}) \quad (7.4)$$

gdzie:

- b - rozstaw przewodów w węzownicy, [m],
- i - grubość poszczególnych warstw przegrody budowlanej, [m],

- λ - współczynnik przewodności cieplnej poszczególnych warstw przegrody budowlanej, [W/mK],
 h - zagłębienie osi przewodów od powierzchni podłogi, [m],
 d_z - średnica zewnętrzną przewodów, [m],
 d_w - średnica wewnętrzną przewodów, [m],
 λ_r - współczynnik przewodności cieplnej materiału przewodów, [W/mK],
 w - prędkość wody płynącej w wężownicy, [m/s], przy czym

$$w = \frac{4V}{\pi \cdot d_w^2} \quad (7.5)$$

- V - strumień objętości wody płynącej w wężownicy, [m³/s],
 t_g - temperatura powietrza w pomieszczeniu nad grzejnikiem podłogowym, [°C],
 t_d - temperatura powietrza w pomieszczeniu pod grzejnikiem podłogowym, [°C],
 t_{sr} - średnia temperatura czynnika grzejnego, [°C].

Maksymalny błąd względny temperatury na powierzchni grzejnika podłogowego oraz gęstości strumienia ciepłego można określić wzorami:

$$\delta_{tf} = \delta_q = \left[\delta_v^2 + \left(\frac{\Delta_{tg}}{t_g} \right)^2 + \left(\frac{\Delta_{td}}{t_d} \right)^2 + \left(\frac{\Delta_{tss}}{t_{sr}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot 100 \quad [\%] \quad (7.6)$$

gdzie:

Δ_{tg}, Δ_{td} - oznaczenia jak wyżej, [K],

$$\Delta_{tss} = \frac{\Delta_{tz} + \Delta_{tp}}{2} \quad [\text{K}] \quad (7.7)$$

Δ_{tz}, Δ_{tp} - oznaczenia jak wyżej, [K],

Po przeliczeniu otrzymano wartość maksymalnego błędu względnego temperatury na powierzchni grzejnika podłogowego oraz gęstości strumienia ciepłego:

$$\delta_{tf} = \delta_q = 3,1\%$$

Otrzymane wyniki z obliczeń metodą numeryczną obarczone są zatem następującymi niepewnościami:

$$t_f = t_{fo} \pm \Delta_{tf} \cdot t_{fo} \quad (7.8)$$

$$q = q_o \pm \Delta_q \cdot q_o \quad (7.9)$$

Dodatkowo, przy każdej serii pomiarowej, wykonano obliczenia statystyki zgodności wyników z pomiarów i z obliczeń metodą numeryczną. Określano:

- współczynnik korelacji,
- kwadrat współczynnika korelacji,
- średnią modułu odchyłeń,
- maksymalne odchylenie dodatnie,
- maksymalne odchylenie ujemne,
- sumę kwadratów odchyłeń.

7.6 Podsumowanie dotyczące weryfikacji badaniami doświadczalnymi modelu numerycznego

Model numeryczny został sprawdzony różnymi badaniami doświadczalnymi, a mianowicie: termowizyjnymi, pomiarem rozkładu temperatury za pomocą termometru z czujnikami oporowymi oraz czujnikami gęstości strumienia ciepłego. W związku z dużą zgodnością teoretycznego modelu i wyników badań zarówno za pomocą termometru z czujnikami oporowymi (maksymalny błąd bezwzględny nie przekraczał wartości: $-0,33 \div 0,48$ K) jak i za pomocą miernika gęstości strumienia ciepła (maksymalny błąd względny nie przekraczał wartości: $-4,29 \div 4,22$ %), w dalszej części pracy wykonano szereg obliczeń symulacyjnych za pomocą zweryfikowanego w niniejszej pracy modelu, a następnie tak otrzymane wyniki porównano z wynikami uzyskanymi z przybliżonych metod wymiarowania ogrzewań podłogowych.

8. Analiza porównawcza wybranych metod wymiarowania grzejników płaszczyznowych typu masywnego

8.1. Wprowadzenie

Poniżej przedstawiono analizę porównawczą wybranych metod wymiarowania grzejników płaszczyznowych typu masywnego. W analizie wyznaczano gęstość strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do ogrzewanego pomieszczenia (do góry) q_g [W/m^2] oraz średnią temperaturę powierzchni grzejnika podłogowego t_p [$^{\circ}C$]. W celu porównania wyników wykonano wykresy przedstawiające różnice między wartościami uzyskanymi z poszczególnych metod obliczeniowych, przy czym jako metodę odniesienia przyjęto, dokładnie zweryfikowaną badaniami eksperymentalnymi, metodę numeryczną.

Przy porównywaniu wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do ogrzewanego pomieszczenia (do góry) q_g wyznaczano błąd względny określony zależnością:

$$\delta_{q_i} = \frac{q_{gi} - q_{gm}}{q_{gm}} \cdot 100 \quad [\%] \quad (8.1)$$

gdzie:

q_{gi} - gęstość strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do ogrzewanego pomieszczenia (do góry), wyznaczona i-tą metodą, [W/m^2],

q_{gm} - gęstość strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do ogrzewanego pomieszczenia (do góry), wyznaczona metodą numeryczną, [W/m^2].

Przy porównywaniu wyników obliczeń średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego t_p wyznaczano błąd bezwzględny:

$$\delta_{t_i} = t_{pi} - t_{pm} \quad [K] \quad (8.2)$$

gdzie:

t_{pi} - średnia temperatura powierzchni grzejnika podłogowego wyznaczona i-tą metodą, [$^{\circ}C$],

t_{pm} - średnia temperatura powierzchni grzejnika podłogowego wyznaczona metodą numeryczną, [$^{\circ}C$].

Schemat obliczeniowy przedstawiający konstrukcję stropu z grzejnikiem podłogowym przedstawiono na Rys. 7.6. w rozdziale 7.1., poświęconym opisowi stanowiska pomiarowego.

Podstawowa konstrukcja stropu składała się z następujących warstw (Rys. 7.6):

1. płytki ceramiczne,
2. jastrych z plastyfikatorem,
3. roll-jet,
4. styropian,
5. beton,
6. płyta pilśniowa miękka,
7. beton,
8. strop żebrowy kanałowy typu „Żerań”,
9. tynk cementowo – wapienny.

Podstawowe dane przyjmowane do obliczeń są następujące:

1. średnica zewnętrzna przewodu, z którego wykonana jest węzownica: $d_z = 0,017 \text{ m}$,
2. średnica wewnętrzna przewodu, z którego wykonana jest węzownica: $d_w = 0,0136 \text{ m}$,
3. współczynnik przewodności cieplnej ścianki przewodu, z którego wykonana jest węzownica: $\lambda_r = 0,35 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$,
4. rozstaw przewodów węzownicy: $b = 0,15 \text{ m}$,
5. temperatura powietrza w pomieszczeniu nad grzejnikiem podłogowym (na wysokości 0,8 m nad podłogą): $t_i = 20^\circ\text{C}$,
6. temperatura powietrza w pomieszczeniu pod grzejnikiem podłogowym: $t_e = 20^\circ\text{C}$,
7. temperatura czynnika grzejnego (wody) zasilającego grzejnik: $t_z = 45^\circ\text{C}$,
8. temperatura powrotu czynnika grzejnego (wody) z grzejnika: $t_p = 35^\circ\text{C}$,
9. średnia temperatura czynnika grzejnego (wody): $t_{sr} = 40^\circ\text{C}$,
10. średnia prędkość wody przepływającej w węzownicy: $w = 0,2 \text{ m/s}$

Następnie modyfikowano:

1. średnią temperaturę czynnika grzejjego (wody) ($30 \div 60^{\circ}\text{C}$),
2. temperaturę powietrza w pomieszczeniu nad grzejnikiem podłogowym ($5 \div 30^{\circ}\text{C}$),
3. temperaturę powietrza w pomieszczeniu pod grzejnikiem podłogowym ($5 \div 30^{\circ}\text{C}$),
4. rozstaw przewodów węzownicy ($0,05 \div 0,40 \text{ m}$),
5. grubość izolacji pod przewodami ($0,00 \div 0,20 \text{ m}$),
6. grubość warstwy jastrychu („nadbetonu”) nad przewodami ($0,01 \div 0,15 \text{ m}$),
7. opór cieplny przewodzenia warstwy wykończeniowej podłogi ($0,00 \div 0,15 \text{ m}^2\text{K/W}$),
8. średnią prędkość wody ($0,05 \div 1,0 \text{ m/s}$).

Na wykresach przyjęto następujące oznaczenia:

- q_g - gęstość strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do ogrzewanego pomieszczenia (do góry), [W/m^2],
- t_p - średnia temperatura powierzchni grzejnika podłogowego, [$^{\circ}\text{C}$],
- δ_q - błąd względny obliczony zgodnie ze wzorem (8.1), [%],
- δ_t - błąd bezwzględny obliczony zgodnie ze wzorem (8.2), [K],
- t_{srw} - średnia temperatura czynnika grzejjego (wody), [$^{\circ}\text{C}$],
- t_i - temperatura powietrza w pomieszczeniu nad grzejnikiem podłogowym, [$^{\circ}\text{C}$],
- t_e - temperatura powietrza w pomieszczeniu pod grzejnikiem podłogowym, [$^{\circ}\text{C}$],
- b - rozstaw przewodów węzownicy, [m],
- e_{iz} - grubość izolacji pod przewodami, [m],
- e_{nadbet} - grubość warstwy jastrychu („nadbetonu”) nad przewodami, [m],
- R_{wyk} - jednostkowy opór cieplny przewodzenia warstwy wykończeniowej podłogi, [$\text{m}^2\text{K/W}$],
- w - średnia prędkość wody, [m/s],

q_{G1} - krzywa graniczna gęstości strumienia ciepłego dla maksymalnej temperatury podłogi $t_{G1} = 29^{\circ}\text{C}$ wg EN 1264-2 (dla strefy przebywania ludzi i temperatury w pomieszczeniu $t_i = 20^{\circ}\text{C}$), $[\text{W}/\text{m}^2]$,

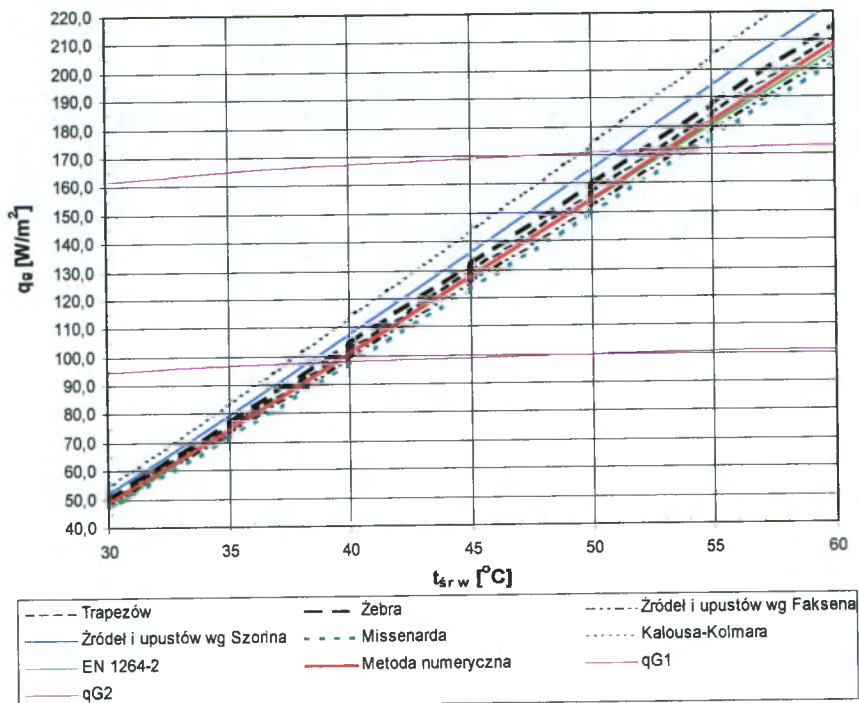
q_{G2} - krzywa graniczna gęstości strumienia ciepłego dla maksymalnej temperatury podłogi $t_{G2} = 35^{\circ}\text{C}$ wg EN 1264-2 (dla strefy brzegowej i temperatury w pomieszczeniu $t_i = 20^{\circ}\text{C}$), $[\text{W}/\text{m}^2]$.

8.2. Wpływ średniej temperatury czynnika grzejnego w przewodach na charakterystykę grzejnika

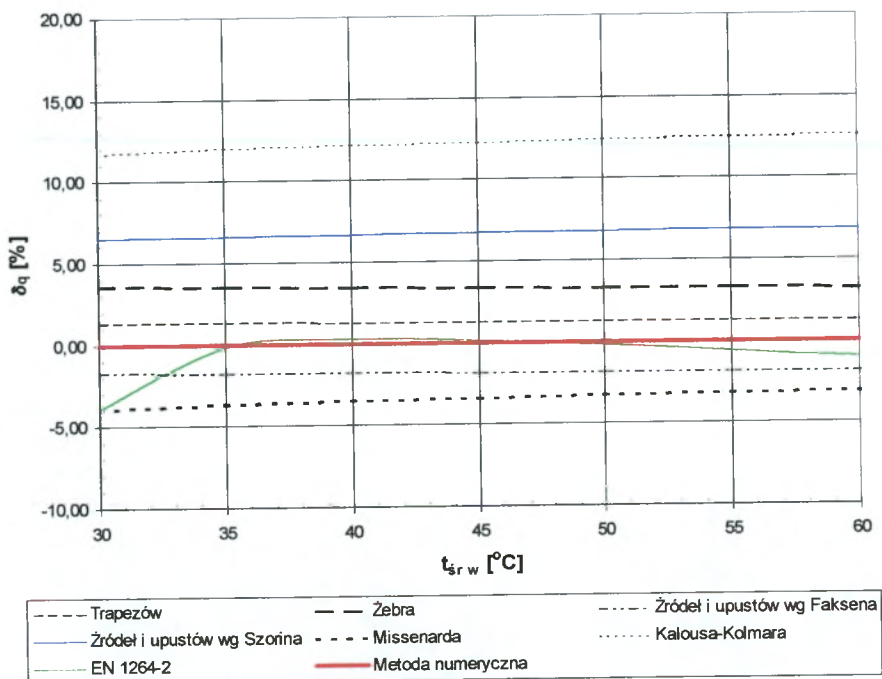
Poniżej w Tab. 8.1, Tab. 8.2 oraz na Rys. 8.1 ÷ Rys. 8.4 przedstawiono analizę porównawczą wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry oraz średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych wybranymi metodami wymiarowania grzejników płaszczyznowych typu masywnego, w funkcji średniej temperatury czynnika grzejnego w przewodach. Dane przyjmowane do obliczeń wg założeń ze strony 148.

Tab. 8.1. Analiza porównawcza wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej średniej temperaturze czynnika grzejnego.

Gęstość strumienia ciepłego q_g $[\text{W}/\text{m}^2]$ dla różnych metod										
t_r [$^{\circ}\text{C}$]	Trapezów	Żebra	Źródła i upustów wg Faksena	Źródła i upustów wg Szorina	Missenarda	Kalouso-Kolmara	EN 1264-2	Metoda numeryczna	q_{G1}	q_{G2}
30	49,3	50,4	47,9	51,9	46,8	54,4	46,8	48,7	94,5	161,4
35	75,5	77,2	73,3	79,5	71,8	83,5	74,4	74,6	96,6	164,9
40	102,2	104,3	99,1	107,6	97,3	113,2	101,2	100,9	98,0	167,4
45	129,1	131,8	125,2	136,1	123,2	143,2	127,7	127,5	99,1	169,2
50	156,4	159,5	151,6	164,9	149,3	173,6	154,1	154,5	99,9	170,7
55	183,8	187,4	178,2	193,9	175,7	204,2	180,4	181,6	100,7	172,0
60	211,4	215,5	204,9	223,2	202,3	235,1	206,7	208,9	101,3	173,1



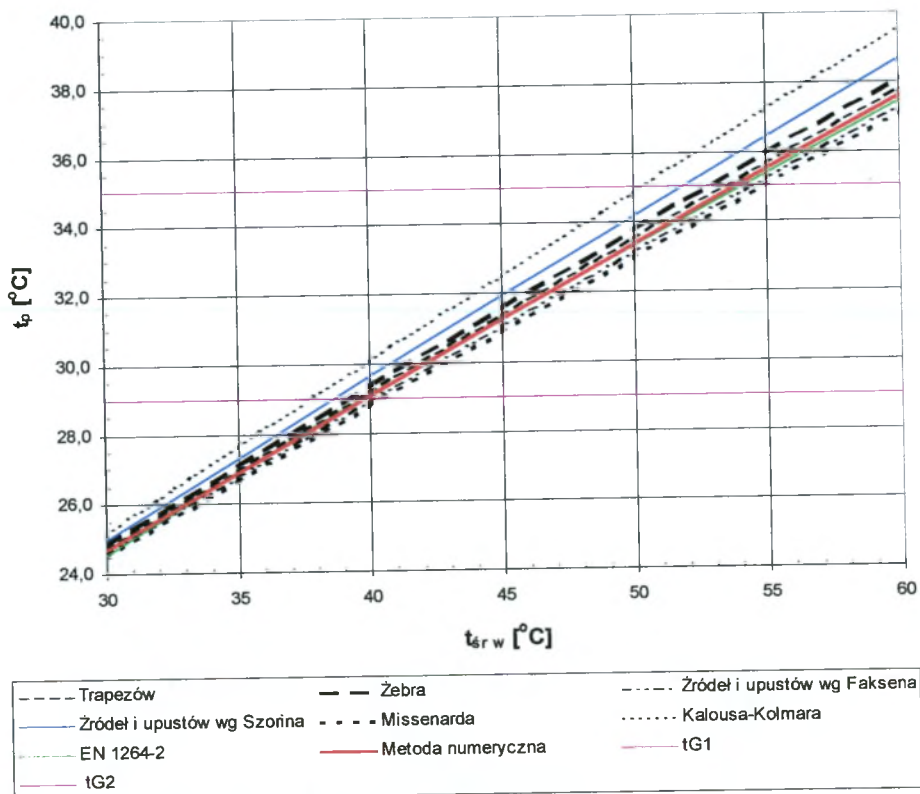
Rys. 8.1 Analiza porównawcza wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej średniej temperaturze czynnika grzejnego.



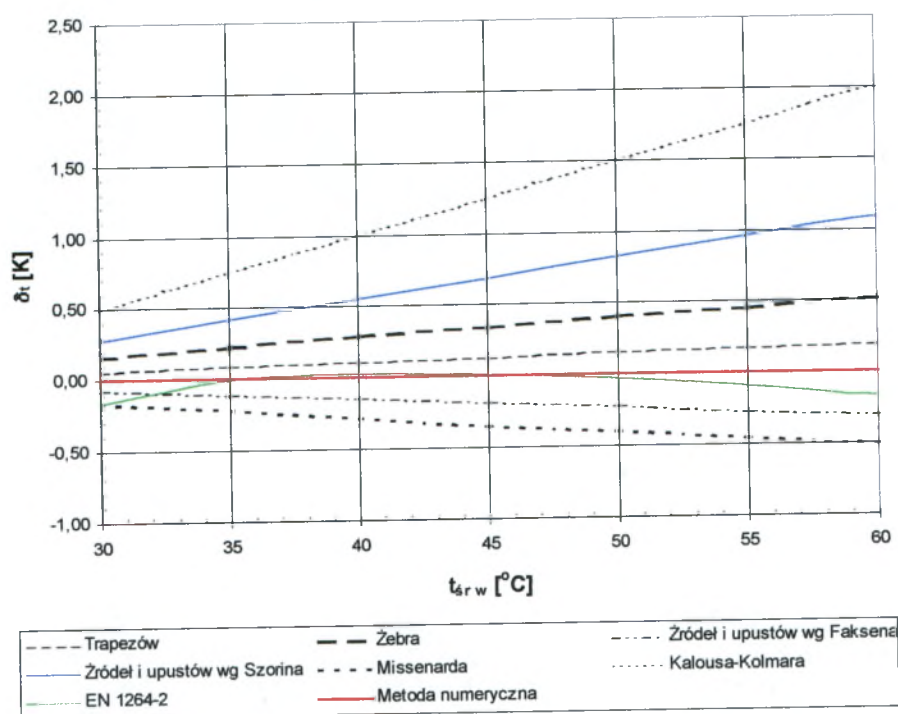
Rys. 8.2 Wykres wartości błędów względnymi między wartością gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry obliczoną wybraną przybliżoną metodą, a metodą numeryczną, przy zmiennej średniej temperaturze czynnika grzejnego.

Tab. 8.2. Analiza porównawcza wyników obliczeń średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej średniej temperaturze czynnika grzejnego.

t_{sr} [°C]	Średnia temperatura powierzchni grzejnika podłogowego t_p [°C] dla różnych metod							
	Trapezów	Żebra	Źródła i upustów wg Faksena	Źródła i upustów wg Szorina	Missenarda	Kalousa-Kolmara	EN 1264-2	Metoda numeryczna
30	24,7	24,8	24,6	25,0	24,5	25,2	24,5	24,7
35	27,0	27,1	26,8	27,3	26,7	27,6	26,9	26,9
40	29,2	29,4	28,9	29,6	28,8	30,1	29,1	29,1
45	31,4	31,6	31,0	31,9	30,9	32,5	31,2	31,2
50	33,5	33,8	33,1	34,2	33,0	34,9	33,3	33,4
55	35,6	35,9	35,2	36,4	35,0	37,2	35,4	35,5
60	37,8	38,1	37,3	38,7	37,1	39,6	37,4	37,6



Rys. 8.3 Analiza porównawcza wyników obliczeń średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej średniej temperaturze czynnika grzejnego.



Rys. 8.4 Wykres wartości błędu bezwzględnego między wartością średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego obliczoną wybraną przybliżoną metodą, a metodą numeryczną, przy zmiennej średniej temperaturze czynnika grzejącego.

Jak wynika z zamieszczonych powyżej wykresów i tabel, wartości gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry oraz wartości średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego obliczone omawianymi metodami są w większości przypadków do siebie zbliżone. Wyjątkiem jest metoda Kalousa-Kollmara (błąd względny δ_q do 13%, błąd bezwzględny δ_t do 2 K) oraz źródeł i upustów wg Szorina (błąd względny δ_q do 7%, błąd bezwzględny δ_t do 1,1 K). Dla pozostałych metod błąd względny przy liczeniu gęstości strumienia ciepłego do góry δ_q jest mniejszy niż dopuszczalny błąd przy projektowaniu grzejników podłogowych, tzn. mieści się w granicach $\pm 5\%$, zaś błąd bezwzględny przy liczeniu średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego δ_p mieści się w granicach $\pm 0,5$ K.

Dla najczęściej stosowanych wartości średniej temperatury wody t_{srw} w przedziale $35 \div 45^\circ\text{C}$, najdokładniejsze w stosunku do modelowej metody numerycznej są: metoda wg EN 1264-2 (błąd względny w przedziale: $\delta_q = -0,17 \div 0,16\%$, błąd bezwzględny w przedziale $\delta_t = -0,01 \div 0,03$ K) oraz metoda trapezów (błąd względny w przedziale: $\delta_q = 1,25 \div 1,30\%$, błąd bezwzględny w przedziale: $\delta_t = -0,08 \div 0,12$ K).

Analizując Rys. 8.2 i Rys. 8.4 można stwierdzić, że zmiana wartości średniej temperatury czynnika grzejącego ma nieznaczny wpływ na błąd obliczeń. Jedynie dla

metody obliczeniowej wg EN 1264-2, dla wartości średniej temperatury czynnika grzejnego t_{sr} w przedziale: $30 \div 35^\circ\text{C}$, następuje zmiana błędu względnego δ_q od wartości $-4,0\%$ do $-0,2\%$. Zmiana taka wynika z zastosowania w obliczeniach w metodzie wg EN 1264-2 średniej logarytmicznej różnicy temperatury (8.3), zaś w pozostałych metodach przyjęto średnią arytmetyczną różnicę temperatury (8.4).

$$\Delta t_{lg} = \frac{t_z - t_p}{\ln \left[\frac{t_z - t_i}{t_p - t_i} \right]} \quad [\text{K}] \quad (8.3)$$

$$\Delta t_{ar} = \frac{t_z + t_p}{2} - t_i \quad [\text{K}] \quad (8.4)$$

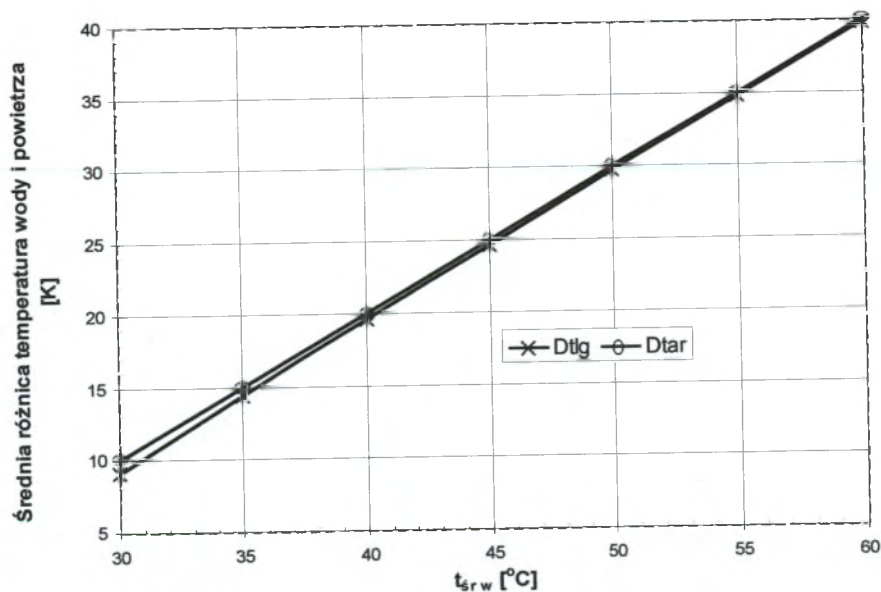
gdzie:

Δt_{lg} - średnia logarytmiczna różnica temperatury czynnika grzejnego i temperatury powietrza w ogrzewanym pomieszczeniu, [K],

Δt_{ar} - średnia arytmetyczna różnica temperatury czynnika grzejnego i temperatury powietrza w ogrzewanym pomieszczeniu, [K]

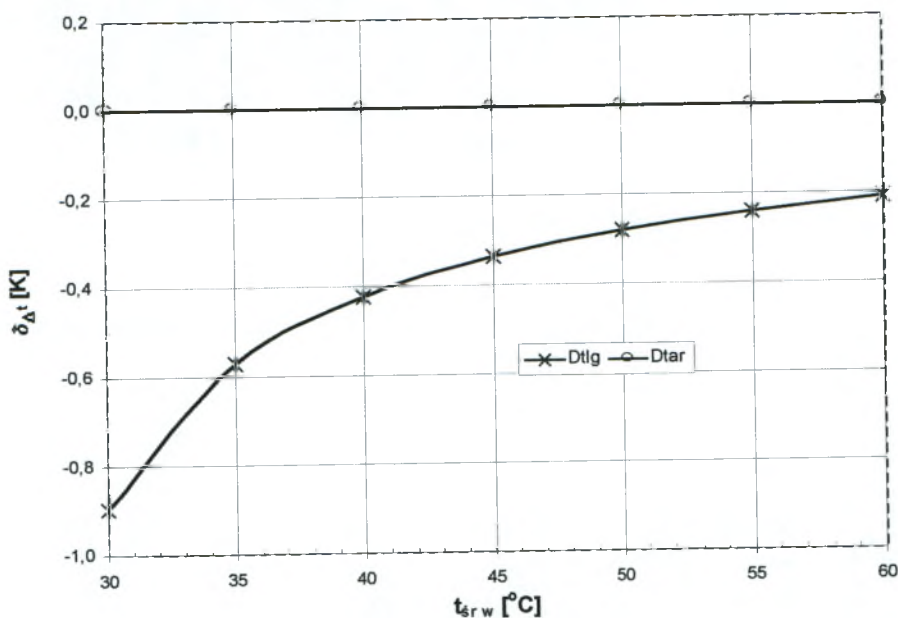
t_z - temperatura zasilenia czynnika grzejnego, $[\text{C}]$,

t_p - temperatura powrotu czynnika grzejnego, $[\text{C}]$.



Rys. 8.5 Wykres średniej logarytmicznej i średniej arytmetycznej różnicy temperatury czynnika grzejnego i temperatury powietrza w ogrzewanym pomieszczeniu, przy zmiennej średniej temperaturze czynnika grzejnego i stałej temperaturze powietrza w pomieszczeniu $t_i = 20^\circ\text{C}$.

Różnice w wartościach średniej logarytmicznej różnicy temperatury i średniej arytmetycznej różnicy temperatury dla parametrów wody grzejnej zastosowanych w powyższych obliczeniach przedstawiono na Rys. 8.5 i Rys. 8.6.



Rys. 8.6 Wykres wartości błędów bezwzględnych między wartością średniej arytmetycznej oraz średniej logarytmicznej różnicy temperatury czynnika grzejnego i temperatury powietrza w ogrzewanym pomieszczeniu, przy zmiennej średniej temperaturze czynnika grzejnego i stałej temperaturze powietrza w pomieszczeniu $t_i = 20^{\circ}C$.

Z porównania wykresów pokazanych na Rys. 8.6 wynika, że im mniejsza różnica między średnią temperaturą wody w węzownicy i temperaturą powietrza w pomieszczeniu, tym jest większa rozbieżność między wartością średniej arytmetycznej i średniej logarytmicznej różnicy temperatury. Analizując dodatkowo wykresy na Rys. 8.2 i Rys. 8.4 i porównując wyniki otrzymane dla metod przybliżonych i dla metody numerycznej (metoda bilansów elementarnych) można stwierdzić, że zastosowanie w przybliżonych metodach obliczeniowych wartości średniej arytmetycznej różnicy temperatury czynnika grzejnego i temperatury powietrza w ogrzewanym pomieszczeniu jest dokładniejsze, niż zastosowanie średniej logarytmicznej różnicy ww. wartości temperatury.

Należy jednak zwrócić uwagę, że przy standardowym wykonaniu grzejnika podłogowego (obliczeń dokonano dla grzejnika podłogowego wykonanego w systemie Purmo), aby nie dopuścić do przekroczenia temperatury dopuszczalnej na powierzchni grzejnika podłogowego, konieczne jest ograniczenie temperatury zasilającej czynnika

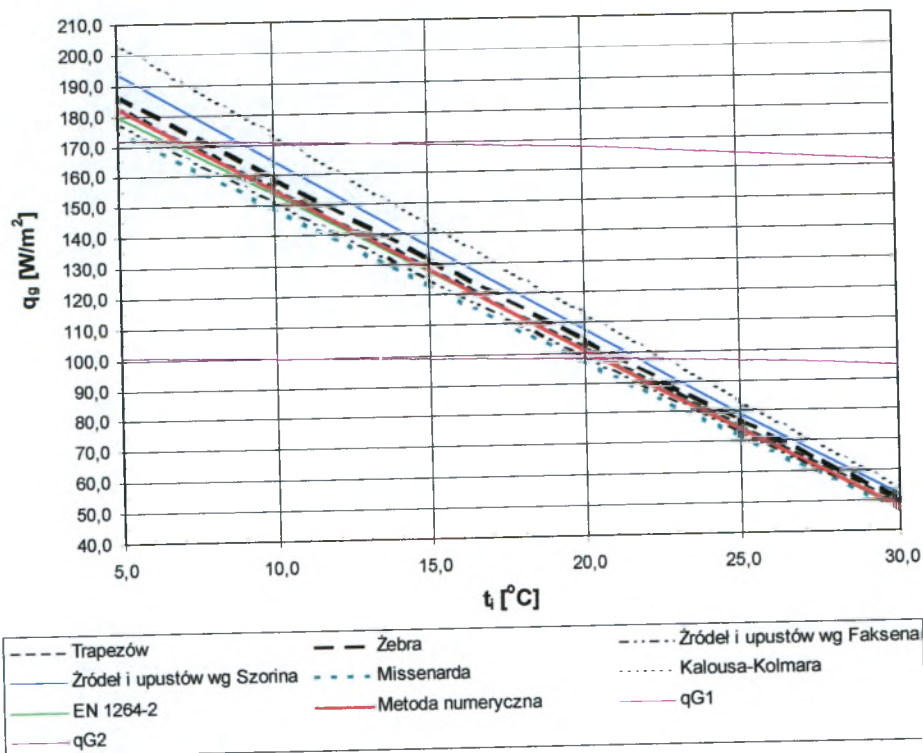
grzejnego płynącego w węzownicy. Dla analizowanego przypadku, przy temperaturze dopuszczalnej 29°C (strefa przebywania ludzi) średnia temperatura wody nie powinna przekraczać 40°C, zaś dla strefy brzegowej przy temperaturze dopuszczalnej 35°C - średnia temperatura wody nie powinna przekraczać 50°C. Dlatego firmy oferujące systemy ogrzewań podłogowych w wytycznych projektowania najczęściej zalecają, aby parametry obliczeniowe czynnika grzejnego wynosiły $t_z/t_p = 45/35^\circ\text{C}$.

8.3. Wpływ temperatury powietrza w pomieszczeniu nad grzejnikiem podłogowym na charakterystykę grzejnika

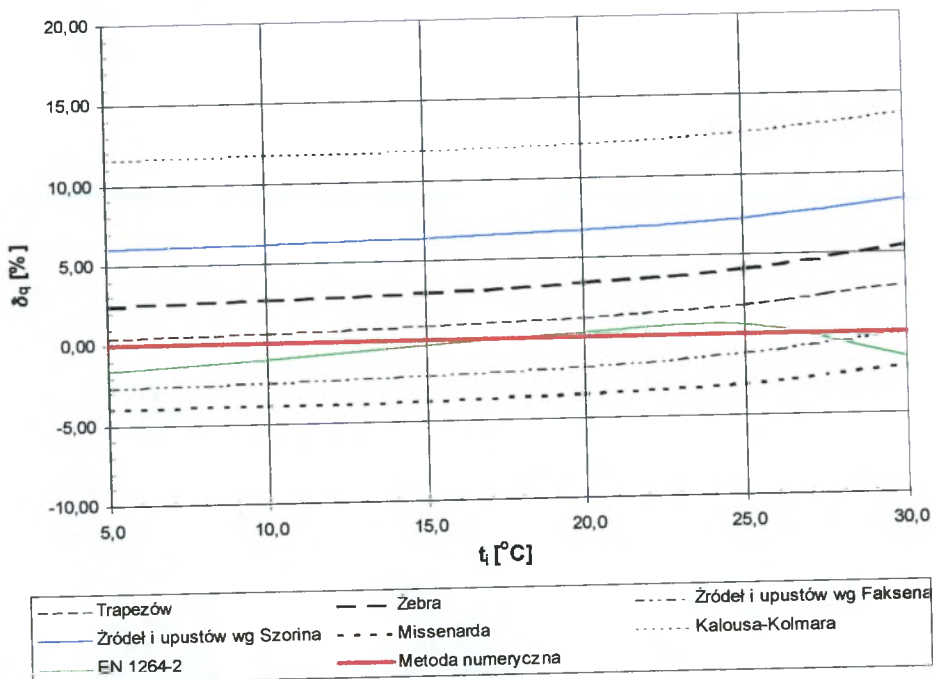
Poniżej w Tab. 8.3, Tab. 8.4 oraz na Rys. 8.7÷ Rys. 8.10 przedstawiono analizę porównawczą wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry oraz średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych wybranymi metodami wymiarowania grzejników płaszczyznowych typu masywnego, w funkcji temperatury powietrza w pomieszczeniu nad grzejnikiem podłogowym. Dane przyjmowane do obliczeń wg założeń ze strony 148.

Tab. 8.3. Analiza porównawcza wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej temperaturze powietrza w pomieszczeniu nad grzejnikiem podłogowym.

t_i [°C]	Gęstość strumienia ciepłego q_g [W/m ²] dla różnych metod									
	Trapezów	Żebra	Źródło i upustów wg Faksena	Źródło i upustów wg Szorina	Missenarda	Kalousa-Kolmara	EN 1264-2	Metoda numeryczna	q_{G1}	q_{G2}
5,0	183,6	187,2	178,0	193,8	175,5	204,0	179,8	182,8	100,7	172,0
10,0	156,3	159,4	151,5	164,9	149,2	173,5	153,7	155,3	99,9	170,7
15,0	129,1	131,8	125,2	136,1	123,1	143,2	127,6	128,0	99,1	169,2
20,0	102,2	104,3	99,1	107,6	97,3	113,2	101,2	100,9	98,0	167,4
25,0	75,5	77,1	73,2	79,5	71,8	83,5	74,6	74,1	96,6	165,0
30,0	49,2	50,3	47,8	51,7	46,8	54,3	47,0	47,8	94,5	161,4



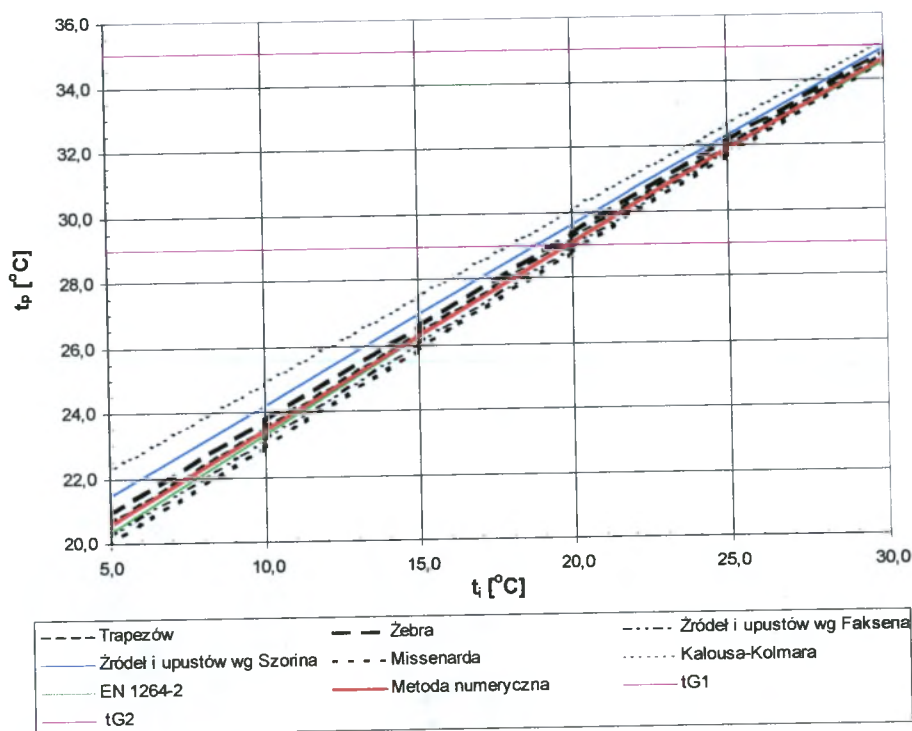
Rys. 8.7 Analiza porównawcza wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej temperaturze powietrza w pomieszczeniu nad grzejnikiem podłogowym.



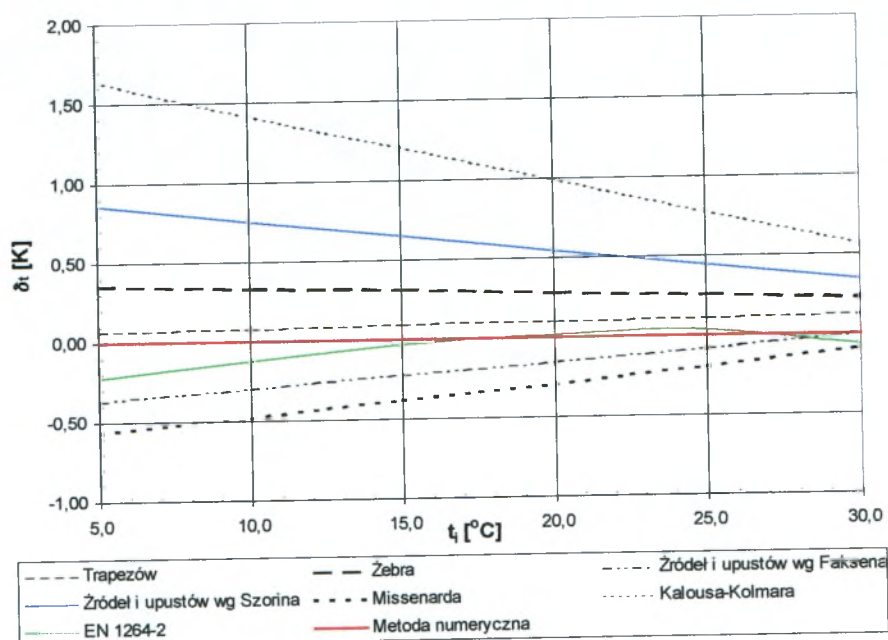
Rys. 8.8 Wykres wartości błędów względnymi między wartością gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry obliczonej wybraną przybliżoną metodą, a metodą numeryczną, przy zmiennej temperaturze powietrza w pomieszczeniu nad grzejnikiem podłogowym.

Tab. 8.4. Analiza porównawcza wyników obliczeń średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej temperaturze powietrza w pomieszczeniu nad grzejnikiem podłogowym.

t_i [°C]	Średnia temperatura powierzchni grzejnika podłogowego t_p [°C] dla różnych metod							
	Trapezów	Żebra	Źródła i upustów wg Faksena	Źródła i upustów wg Szorina	Missenarda	Kalousa-Kolmara	EN 1264-2	Metoda numeryczna
5,0	20,6	20,9	20,2	21,4	20,0	22,2	20,3	20,6
10,0	23,5	23,8	23,1	24,2	22,9	24,9	23,3	23,4
15,0	26,4	26,6	26,0	26,9	25,9	27,5	26,2	26,3
20,0	29,2	29,4	28,9	29,6	28,8	30,1	29,1	29,1
25,0	32,0	32,1	31,8	32,3	31,7	32,6	31,9	31,9
30,0	34,7	34,8	34,6	34,9	34,5	35,2	34,5	34,6



Rys. 8.9 Analiza porównawcza wyników obliczeń średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej temperaturze powietrza w pomieszczeniu nad grzejnikiem podłogowym.



Rys. 8.10 Wykres wartości błędu bezwzględnego między wartością średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego obliczonej wybraną przybliżoną metodą, a metodą numeryczną, przy zmiennej temperaturze powietrza w pomieszczeniu nad grzejnikiem podłogowym.

Analizując powyższe wykresy i tabele można stwierdzić, że wartości gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry oraz wartości średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego obliczone omawianymi metodami są w większości przypadków do siebie zbliżone. Wyjątkiem, analogicznie jak we wcześniej rozpatrywanym przypadku, jest metoda Kaloussa-Kollmara (błąd względny δ_q do 13,7%, błąd bezwzględny δ_t do 1,6 K) oraz źródeł i upustów wg Szorina (błąd względny δ_q do 8,3%, błąd bezwzględny δ_t do 0,9 K). Dla pozostałych metod błąd względny przy liczeniu gęstości strumienia ciepłego do góry δ_q jest mniejszy niż dopuszczalny błąd przy projektowaniu grzejników podłogowych, tzn. mieści się w granicach $\pm 5\%$, zaś błąd bezwzględny przy liczeniu średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego δ_p mieści się w granicach $\pm 0,5$ K.

Dla najczęściej stosowanych wartości temperatury powietrza wewnątrz ogrzewanego pomieszczenia t_i w przedziale $16 \div 25^\circ\text{C}$, najdokładniejsze w stosunku do modelowej metody numerycznej są: metoda wg EN 1264-2 (błąd względny w przedziale $\delta_q = -0,33 \div 0,61\%$, błąd bezwzględny w przedziale $\delta_t = -0,03 \div 0,03$ K) oraz metoda trapezów (błąd względny w przedziale $\delta_q = 0,89 \div 1,86\%$, błąd bezwzględny w przedziale $\delta_t = 0,09 \div 0,11$ K).

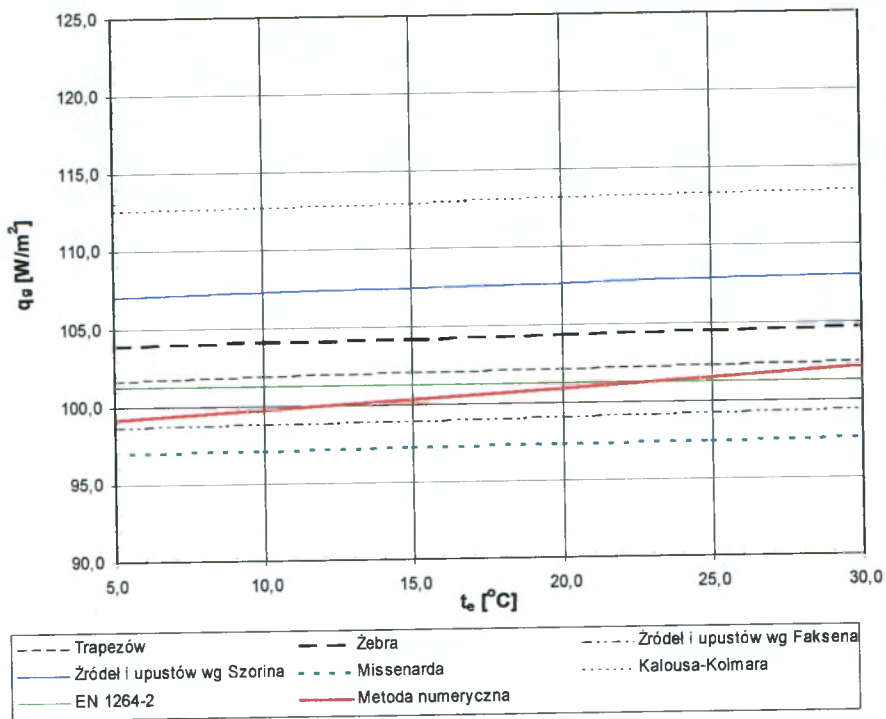
Analizując Rys. 8.8 i Rys. 8.10 można stwierdzić, że zmiana wartości temperatury powietrza wewnątrz ogrzewanego pomieszczenia nieznacznie wpływa na błąd obliczeń. Jedynie dla metody obliczeniowej wg EN 1264-2, dla wartości temperatury powietrza w pomieszczeniu nad grzejnikiem podłogowym t_i w przedziale $25 \div 30^\circ\text{C}$ następuje zmiana błędu względnego δ_q od wartości 0,6 % do - 1,6 %. Zmiana taka wynika z zastosowania w obliczeniach w metodzie wg EN 1264-2 średniej logarytmicznej różnicy temperatury, zaś pozostałe metody opierają się na wartości średniej arytmetycznej różnicy temperatury.

8.4. Wpływ temperatury powietrza w pomieszczeniu pod grzejnikiem podłogowym na charakterystykę grzejnika

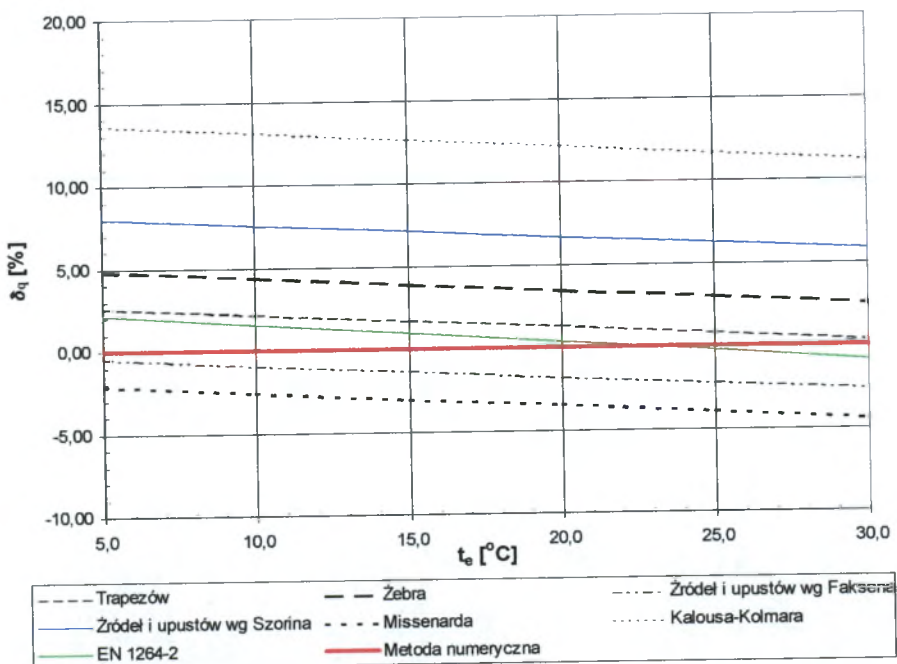
Poniżej w Tab. 8.5 i Tab. 8.6 oraz na Rys. 8.11÷ Rys. 8.14 przedstawiono analizę porównawczą wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry oraz średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych wybranymi metodami wymiarowania grzejników płaszczyznowych typu masywnego w funkcji temperatury powietrza w pomieszczeniu pod grzejnikiem podłogowym. Pozostałe dane przyjmowane do obliczeń wg założeń ze strony 148.

Tab. 8.5. Analiza porównawcza wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej temperaturze powietrza w pomieszczeniu pod grzejnikiem podłogowym.

Gęstość strumienia ciepłego q_g [W/m^2] dla różnych metod								
t_e [$^\circ\text{C}$]	Trapezów	Żebra	Źródło i upustów wg Faksena	Źródło i upustów wg Szorina	Missenarda	Kalousa- Kolmara	EN 1264-2	Metoda numeryczna
5,0	101,7	103,9	98,6	107,1	97,0	112,6	101,2	99,1
10,0	101,8	104,0	98,8	107,3	97,1	112,8	101,2	99,7
15,0	102,0	104,2	98,9	107,4	97,2	113,0	101,2	100,3
20,0	102,2	104,3	99,1	107,6	97,3	113,2	101,2	100,9
25,0	102,3	104,5	99,2	107,8	97,4	113,3	101,2	101,5
30,0	102,5	104,6	99,4	108,0	97,5	113,5	101,2	102,1



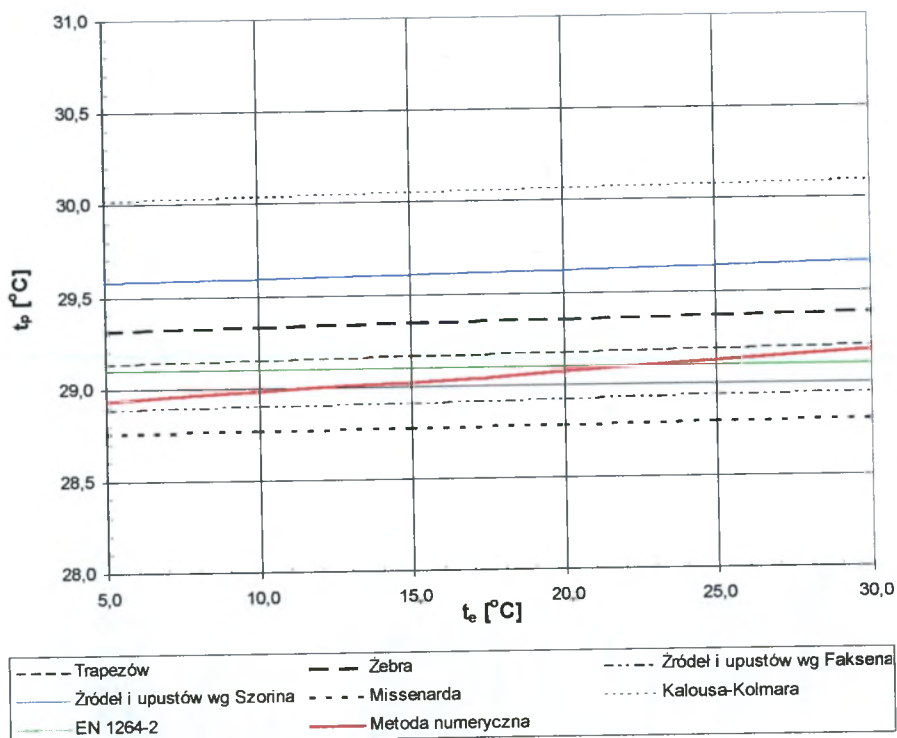
Rys. 8.11 Analiza porównawcza wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej temperaturze powietrza w pomieszczeniu pod grzejnikiem podłogowym.



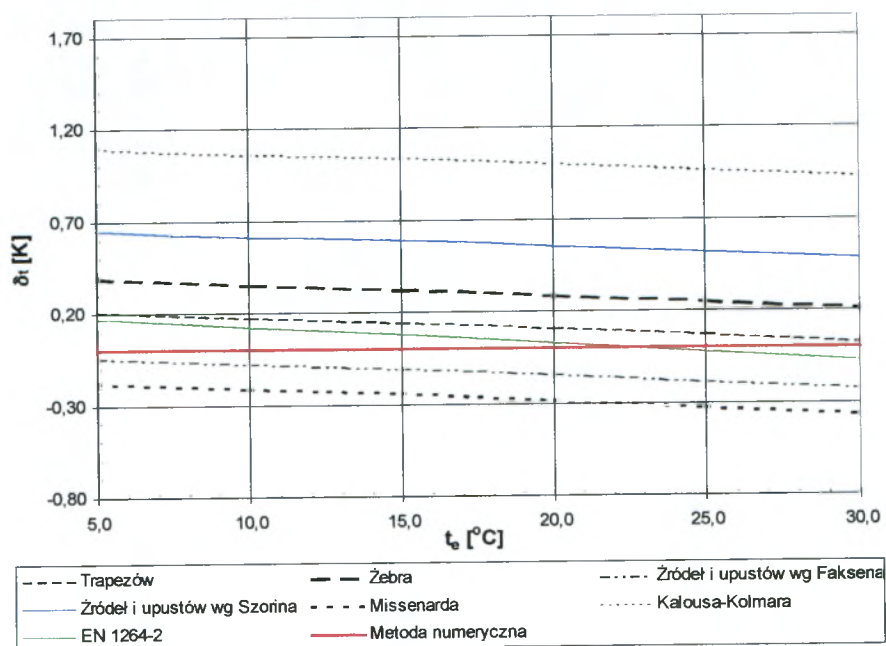
Rys. 8.12 Wykres wartości błędu względnego między wartością gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry obliczonej wybraną przybliżoną metodą, a metodą numeryczną, przy zmiennej temperaturze powietrza w pomieszczeniu pod grzejnikiem podłogowym.

Tab. 8.6. Analiza porównawcza wyników obliczeń średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej temperaturze powietrza w pomieszczeniu pod grzejnikiem podłogowym.

t_e [°C]	Średnia temperatura powierzchni grzejnika podłogowego t_p [°C] dla różnych metod							
	Trapezów	Żebra	Źródł i upustów wg Faksena	Źródł i upustów wg Szorina	Missenarda	Kalousa-Kolmara	EN 1264-2	Metoda numeryczna
5,0	29,1	29,3	28,9	29,6	28,8	30,0	29,1	28,9
10,0	29,2	29,3	28,9	29,6	28,8	30,0	29,1	29,0
15,0	29,2	29,3	28,9	29,6	28,8	30,1	29,1	29,0
20,0	29,2	29,4	28,9	29,6	28,8	30,1	29,1	29,1
25,0	29,2	29,4	28,9	29,6	28,8	30,1	29,1	29,1
30,0	29,2	29,4	28,9	29,7	28,8	30,1	29,1	29,2



Rys. 8.13 Analiza porównawcza wyników obliczeń średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej temperaturze powietrza w pomieszczeniu pod grzejnikiem podłogowym.



Rys. 8.14 Wykres wartości błędów bezwzględnych między wartością średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego obliczonej wybraną przybliżoną metodą, a metodą numeryczną, przy zmiennej temperaturze powietrza w pomieszczeniu pod grzejnikiem podłogowym.

Jak wynika z zamieszczonych powyżej wykresów i tabel, wartości gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry oraz wartości średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, obliczone omawianymi metodami, są w większości przypadków do siebie zbliżone, przy czym zmiana temperatury powietrza w pomieszczeniu pod stropem grzejnym nieznacznie wpływa na moc grzejnika podłogowego (przy zmianie temperatury t_c w przedziale $5 \div 30^\circ\text{C}$ gęstość strumienia ciepła wzrasta od $0,6$ do $3,0 \text{ W/m}^2$, przy założeniu temperatury powietrza w pomieszczeniu nad stropem grzejnym $t_i = 20^\circ\text{C}$). Metodami najbardziej odbiegającymi od metody porównawczej – numerycznej są: metoda Kalousa-Kollmara (błąd względny δ_q do $13,6\%$, błąd bezwzględny δ_t do $1,1 \text{ K}$) oraz źródła i upustów wg Szorina (błąd względny δ_q do $8,0\%$, błąd bezwzględny δ_t do $0,6 \text{ K}$). Dla pozostałych metod błąd względny przy liczeniu gęstości strumienia ciepłego do góry δ_q jest mniejszy niż dopuszczalny błąd przy projektowaniu grzejników podłogowych, tzn. mieści się w granicach $\pm 5\%$, zaś błąd bezwzględny przy liczeniu średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego δ_p mieści się w granicach $0,4 \div -0,4 \text{ K}$.

Należy zwrócić uwagę, że w metodzie obliczeniowej wg EN 1264-2 wartości gęstości strumienia ciepła do góry q_g , jak i wartości średniej temperatury powierzchni

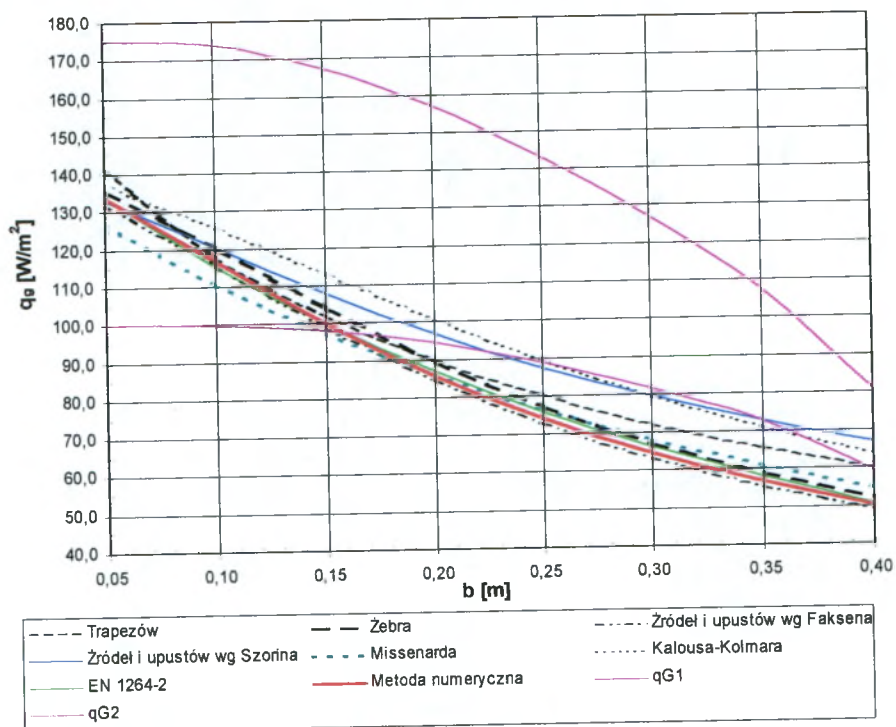
grzejnika podłogowego t_p , nie zależą od zmian temperatury powietrza pod stropem grzejnym. Norma EN 1264-2 przewiduje bowiem, że w przypadku niższej temperatury powietrza pod grzejnikiem podłogowym projektant zastosuje grubszą warstwę izolacji termicznej układanej pod węzownicą i w ten sposób zostaną wyeliminowane większe straty ciepła do dołu.

8.5. Wpływ rozstawu przewodów węzownicy

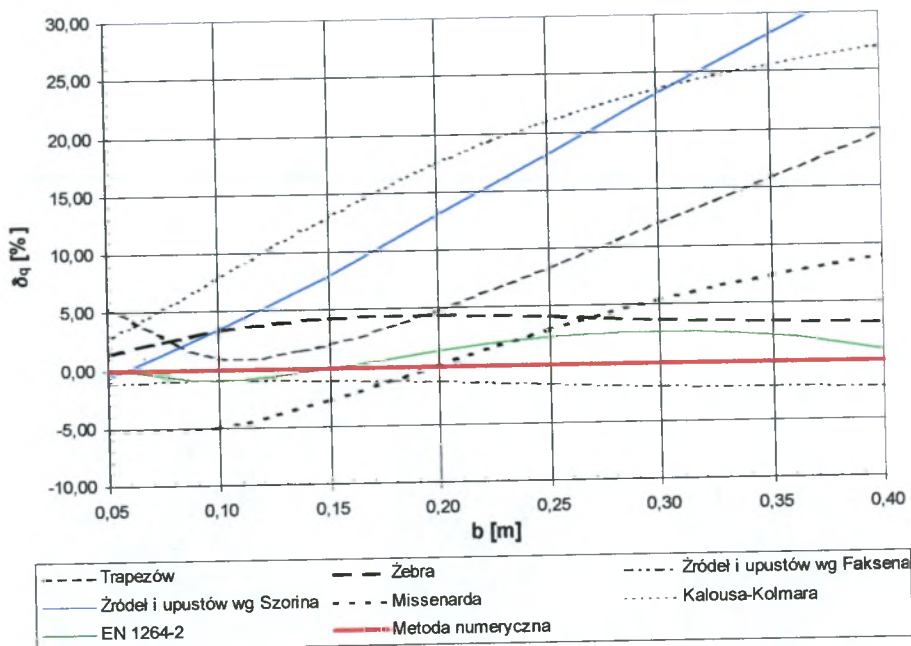
Poniżej w Tab. 8.7 i Tab. 8.8 oraz na Rys. 8.15÷ Rys. 8.18 przedstawiono analizę porównawczą wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry oraz średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych wybranymi metodami wymiarowania grzejników płaszczyznowych typu masywnego, w funkcji rozstawu przewodów węzownicy. Dane przyjmowane do obliczeń wg założeń ze strony 148.

Tab. 8.7. Analiza porównawcza wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennym rozstawie przewodów węzownicy.

b [m]	Gęstość strumienia ciepłego q_g [W/m ²] dla różnych metod									
	Trapezów	Żebra	Źródło i upustów wg Faksena	Źródło i upustów wg Szorina	Missenarda	Kalouso-Kolmara	EN 1264-2	Metoda numeryczna	q_{G1}	q_{G2}
0,05	141,3	135,8	132,3	133,1	126,9	137,5	134,2	134,0	100,0	175,3
0,10	117,9	120,5	115,7	120,6	110,8	125,8	115,6	116,7	99,7	173,9
0,15	102,2	104,3	99,1	108,1	97,3	113,2	100,1	100,2	98,0	167,4
0,20	90,0	89,6	84,7	97,0	86,0	100,9	87,0	85,9	94,5	157,2
0,25	80,2	77,1	72,8	87,5	76,3	89,7	75,9	74,1	88,9	143,5
0,30	72,2	66,9	63,2	79,5	68,0	79,8	66,3	64,5	81,7	127,1
0,35	65,7	58,6	55,5	72,7	60,9	71,2	58,0	56,7	72,9	107,6
0,40	60,2	51,9	49,2	66,9	54,8	63,9	50,7	50,3	59,4	81,1



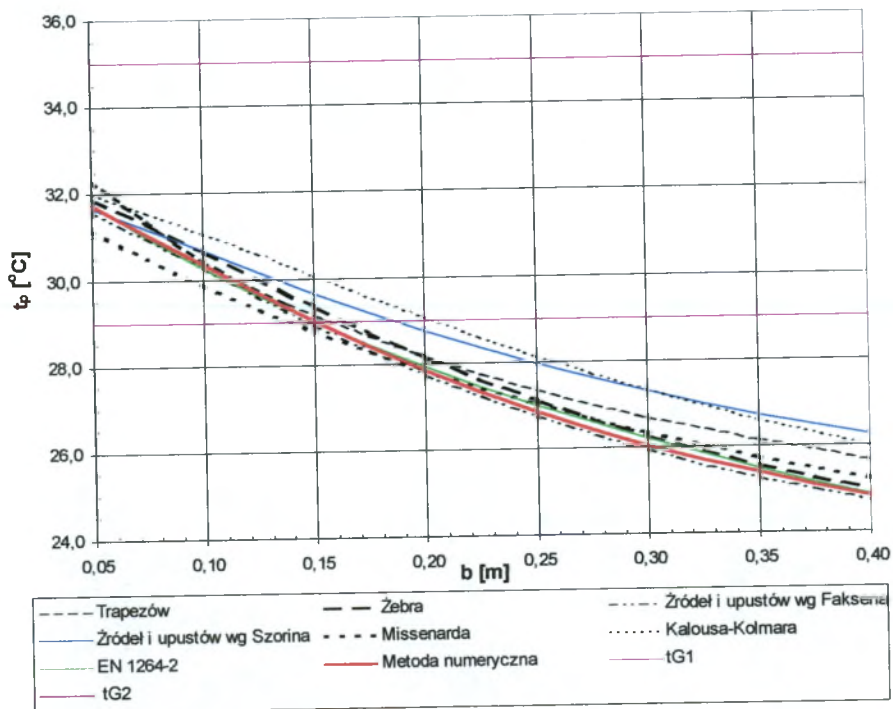
Rys. 8.15 Analiza porównawcza wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennym rozstawie przewodów węzownicy.



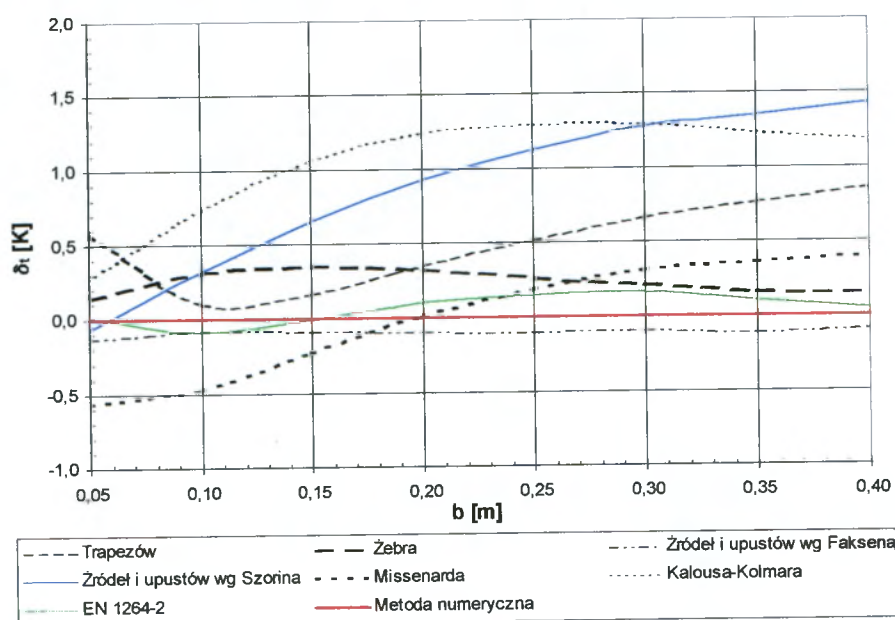
Rys. 8.16 Wykres wartości błędu względnego między wartością gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry obliczonej wybraną przybliżoną metodą, a metodą numeryczną, przy zmiennym rozstawie przewodów węzownicy.

Tab. 8.8. Analiza porównawcza wyników obliczeń średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennym rozstawie przewodów węzownicy.

b [m]	Średnia temperatura powierzchni grzejnika podłogowego t_p [°C] dla różnych metod							
	Trapezów	Żebra	Źródło i upustów wg Faksena	Źródło i upustów wg Szorina	Missenarda	Kalousa-Kolmara	EN 1264-2	Metoda numeryczna
0,05	32,3	31,9	31,6	31,7	31,2	32,0	31,8	31,7
0,10	30,5	30,7	30,3	30,7	29,9	31,1	30,3	30,4
0,15	29,2	29,4	28,9	29,7	28,8	30,1	29,0	29,0
0,20	28,2	28,1	27,7	28,8	27,8	29,1	27,9	27,8
0,25	27,4	27,1	26,7	28,0	27,0	28,1	27,0	26,9
0,30	26,7	26,2	25,9	27,3	26,3	27,3	26,2	26,0
0,35	26,1	25,5	25,3	26,7	25,7	26,6	25,5	25,4



Rys. 8.17 Analiza porównawcza wyników obliczeń średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennym rozstawie przewodów węzownicy.



Rys. 8.18 Wykres wartości błędu bezwzględnego między wartością średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego obliczoną wybraną przybliżoną metodą, a metodą numeryczną, przy zmiennym rozstawie przewodów węzownicy.

Analizując powyższe wykresy i tabele można stwierdzić, że wartości gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry oraz wartości średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego obliczone omawianymi metodami, dla większych rozstawów przewodów, znacznie się od siebie różnią. Największe rozbieżności wykazuje metoda Kalouša-Kollmara (błąd względny δ_q do 27,1%, błąd bezwzględny δ_t do 1,3 K) oraz źródła i upustów wg Szorina (błąd względny δ_q do 33%, błąd bezwzględny δ_t do 1,4 K). Wyniki uzyskane metodą trapezów jedynie w zakresie rozstawów rur 0,06 ÷ 0,20 m mieszczą się w granicach błędu względnego $\delta_q \pm 5\%$. Dla jedynie trzech metod (żebra, źródła i upustów wg Faksena i wg EN 1264-2) błąd względny przy liczeniu gęstości strumienia ciepłego do góry δ_q jest mniejszy, niż dopuszczalny błąd przy projektowaniu grzejników podłogowych, tzn. mieści się w granicach $\pm 5\%$, zaś błąd bezwzględny przy liczeniu średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego dla tych metod δ_t mieści się w granicach -0,11 ÷ 0,32 K.

Najczęściej stosowane rozstawy przewodów węzownicy to: 0,05 m i 0,10 m – dla strefy brzegowej, 0,15 m – dla łazienek, 0,15 m; 0,20 m i 0,25 m – dla pokoi i przedpokoi. Rzadko stosuje się większe rozstawy niż 0,25 m z uwagi na wyczuwalne na powierzchni podłogi strefy chłodniejsze i cieplejsze. Dla rozstawu przewodów

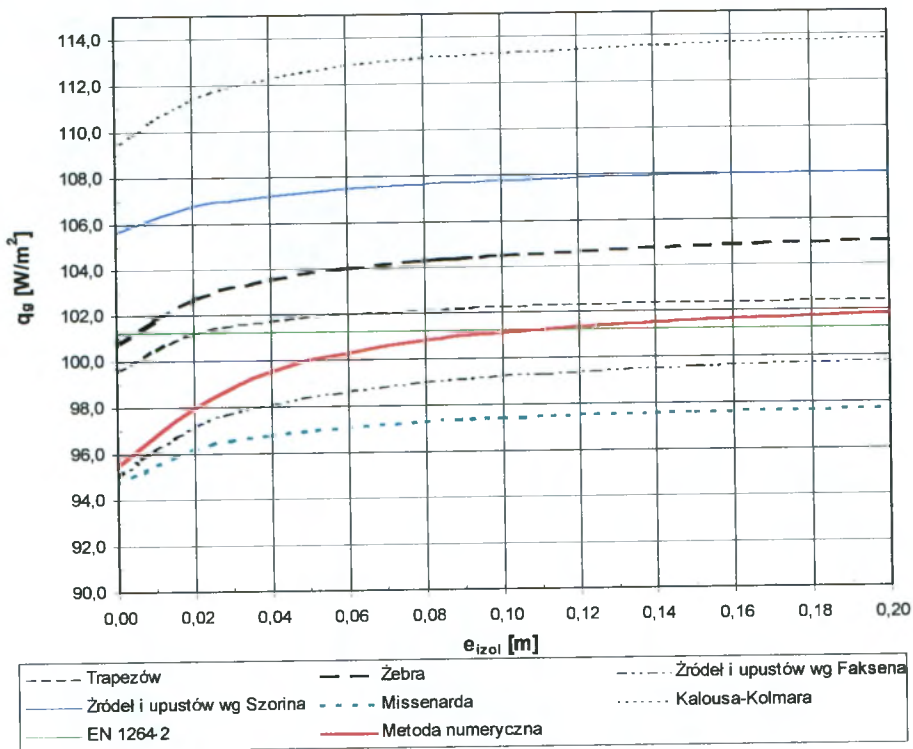
wężownicy b w przedziale $0,05 \div 0,25$ m najdokładniejsze, w stosunku do modelowej metody numerycznej, są: metoda wg EN 1264-2 (błąd względny w przedziale $\delta_q = -0,9 \div 2,4$ %, błąd bezwzględny w przedziale $\delta_t = -0,09 \div 0,15$ K) oraz metoda źródeł i upustów wg Faksena (błąd względny w przedziale $\delta_q = -1,7 \div -0,8$ %, błąd bezwzględny w przedziale $\delta_t = -0,13 \div 0,07$ K).

8.6. Wpływ grubości izolacji termicznej umieszczonej pod przewodami wężownicy na charakterystykę grzejnika

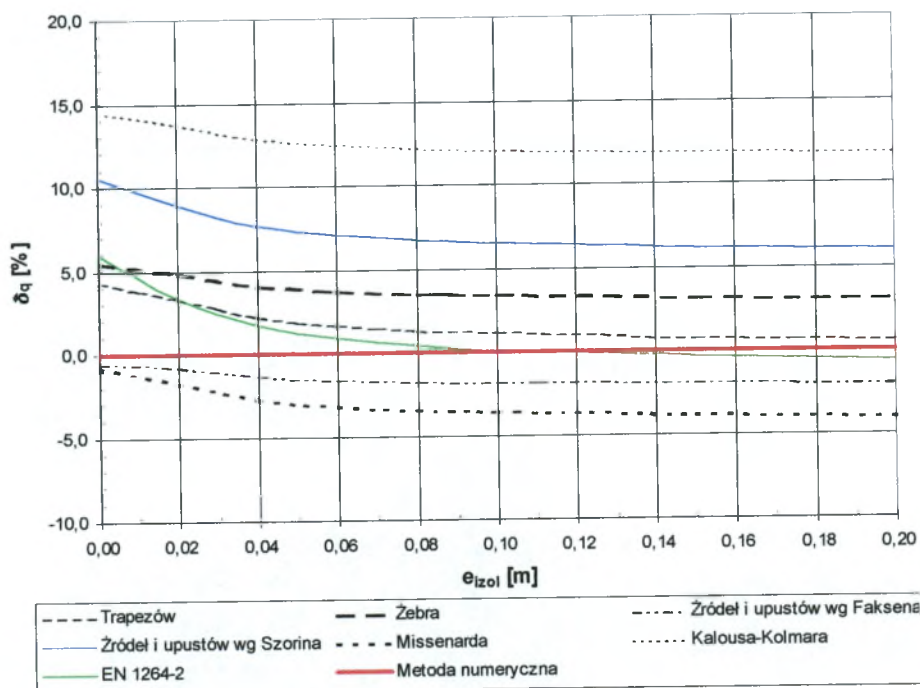
Poniżej w Tab. 8.9 i Tab. 8.10 oraz na Rys. 8.19 ÷ Rys. 8.22 przedstawiono analizę porównawczą wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry oraz średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych wybranymi metodami wymiarowania grzejników płaszczyznowych typu masywnego, w funkcji grubości izolacji termicznej umieszczonej pod przewodami wężownicy. Jako izolację zastosowano styropian o współczynniku przewodności cieplnej $\lambda = 0,045$ W/(m K). Pozostałe dane przyjmowane do obliczeń wg założeń ze strony 148.

Tab. 8.9. Analiza porównawcza wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej grubości izolacji termicznej umieszczonej pod przewodami wężownicy.

e_{iz} [m]	Gęstość strumienia ciepłego q_g [W/m ²] dla różnych metod							
	Trapezów	Żebra	Źródła i upustów wg Faksena	Źródła i upustów wg Szorina	Missenarda	Kalousa-Kolmara	EN 1264-2	Metoda numeryczna
0,00	99,6	100,7	95,0	105,6	94,7	109,3	101,2	95,5
0,02	101,2	102,7	97,2	106,7	96,2	111,4	101,2	98,0
0,04	101,7	103,5	98,1	107,2	96,8	112,3	101,2	99,5
0,06	102,0	104,0	98,7	107,4	97,1	112,8	101,2	100,3
0,08	102,1	104,3	99,0	107,6	97,3	113,1	101,2	100,8
0,10	102,2	104,5	99,2	107,7	97,4	113,3	101,2	101,1
0,15	102,4	104,8	99,6	107,9	97,6	113,6	101,2	101,6
0,20	102,4	105,0	99,8	108,0	97,7	113,8	101,2	101,9



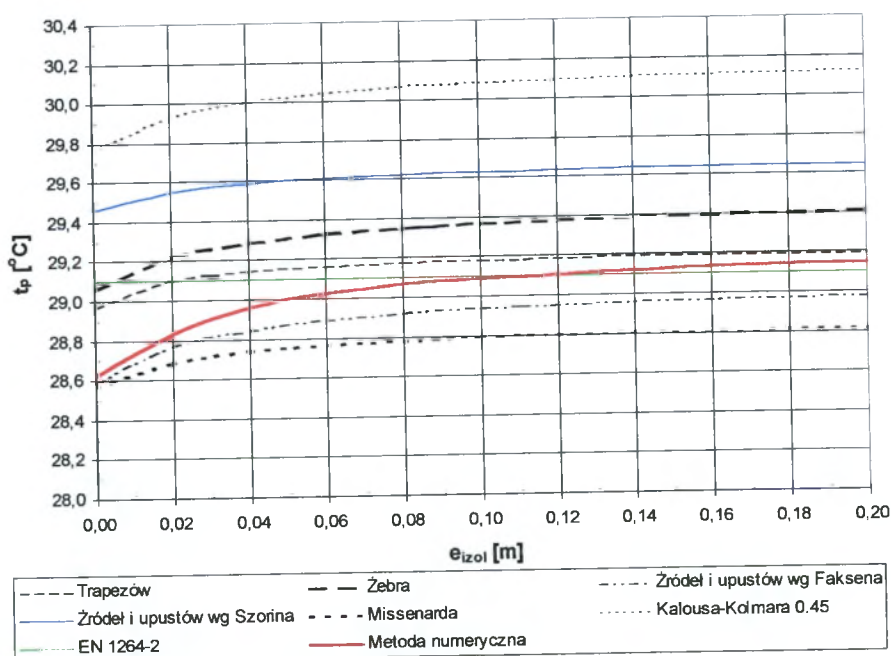
Rys. 8.19 Analiza porównawcza wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej grubości izolacji termicznej umieszczonej pod przewodami węzownicy.



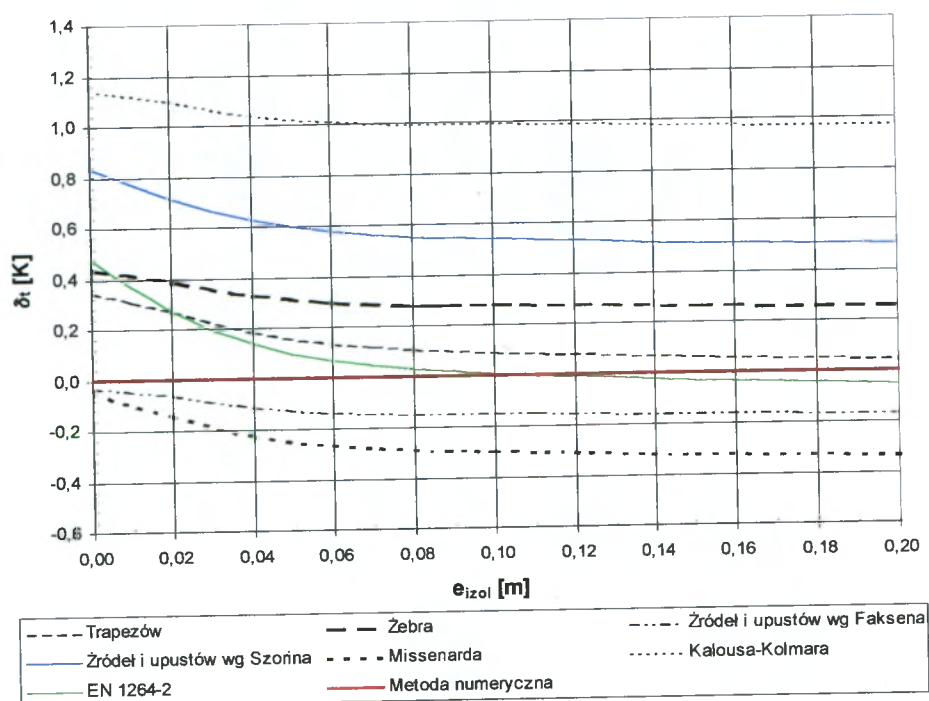
Rys. 8.20 Wykres wartości błędu względnego między wartością gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry obliczonej wybraną przybliżoną metodą, a metodą numeryczną, przy zmiennej grubości izolacji termicznej umieszczonej pod przewodami węzownicy.

Tab. 8.10. Analiza porównawcza wyników obliczeń średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej grubości izolacji termicznej umieszczonej pod przewodami węzownicy.

e_{iz} [m]	Średnia temperatura powierzchni grzejnika podłogowego t_p [°C] dla różnych metod							
	Trapezów	Żebra	Źródła i upustów wg Faksena	Źródła i upustów wg Szorina	Missenarda	Kalousa-Kolmara	EN 1264-2	Metoda numeryczna
0,00	29,0	29,1	28,6	29,5	28,6	29,8	29,1	28,6
0,02	29,1	29,2	28,8	29,5	28,7	29,9	29,1	28,8
0,04	29,1	29,3	28,8	29,6	28,7	30,0	29,1	29,0
0,06	29,2	29,3	28,9	29,6	28,8	30,0	29,1	29,0
0,08	29,2	29,3	28,9	29,6	28,8	30,1	29,1	29,1
0,10	29,2	29,4	28,9	29,6	28,8	30,1	29,1	29,1
0,15	29,2	29,4	29,0	29,6	28,8	30,1	29,1	29,1



Rys. 8.21 Analiza porównawcza wyników obliczeń średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej grubości izolacji termicznej umieszczonej pod przewodami węzownicy.



Rys. 8.22 Wykres wartości błędu bezwzględnego między wartością średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego obliczonej wybraną przybliżoną metodą, a metodą numeryczną, przy zmiennej grubości izolacji termicznej umieszczonej pod przewodami węzownicy.

Jak wynika z zamieszczonych powyżej wykresów i tabel, wartości gęstości strumienia ciepła przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry oraz wartości średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, obliczone omawianymi metodami, są w większości przypadków do siebie zbliżone, przy czym zmiana grubości izolacji termicznej umieszczonej pod przewodami węzownicy nieznacznie wpływa na moc grzejnika podłogowego (przy zmianie grubości izolacji termicznej pod przewodami e_{iz} w przedziale $0 \div 0,20$ m gęstość strumienia ciepła - w zależności od metody obliczeniowej - wzrasta od $2,4 \text{ W/m}^2$ do $6,4 \text{ W/m}^2$). Zaznaczyć jednak należy, że temperatury powietrza w pomieszczeniach nad i pod stropem grzejnym przyjęto jednakowe i wynosiły one: $t_i = t_e = 20^\circ\text{C}$. Dla różnych temperatur nad i pod stropem grzejnym (np. $t_i = 20^\circ\text{C}$ i $t_e = 5^\circ\text{C}$) wartości zmian gęstości strumienia ciepła będą większe (w zależności od metody obliczeniowej będą się zmieniały od $4,3 \text{ W/m}^2$ do $12,0 \text{ W/m}^2$).

Metodami najbardziej odbiegającymi od metody porównawczej – numerycznej są: metoda Kalousa-Kollmara (błąd względny δ_q do 14,5%, błąd bezwzględny δ_t do 1,1 K) oraz źródeł i upustów wg Szorina (błąd względny δ_q do 10,6%, błąd

bezwzględny δ_t do 0,8 K). Dla pozostałych metod błąd względny przy liczeniu gęstości strumienia ciepłego do góry δ_q jest mniejszy niż dopuszczalny błąd przy projektowaniu grzejników podłogowych, tzn. mieści się w granicach $\pm 5\%$ (wartość błędu względnego powyżej 5% nieznacznie jest przekroczona dla metody żebra i wg EN 1264-2 przy grubości izolacji $e_{iz} = 0 \div 0,01$ m), zaś błąd bezwzględny przy liczeniu średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego δ_p mieści się w granicach $-0,34 \div 0,48$ K.

Dla najczęściej stosowanych grubości izolacji termicznej umieszczonej pod przewodami węzownicy e_{iz} w przedziale $0,04 \div 0,10$ m (dla kondygnacji typowych i dla stropów położonych nad pomieszczeniami nieogrzewanymi) najdokładniejsze w stosunku do modelowej metody numerycznej są: metoda źródeł i upustów wg Faxena (błąd względny w przedziale $\delta_q = -1,9 \div -1,1$ %, błąd bezwzględny w przedziale $\delta_t = -0,17 \div -0,13$ K), metoda trapezów (błąd względny w przedziale $\delta_q = 0,6 \div 2,8$ %, błąd bezwzględny w przedziale $\delta_t = 0,05 \div 0,16$ K) oraz wg EN 1264-2 (błąd względny w przedziale $\delta_q = -0,6 \div 2,5\%$, błąd bezwzględny w przedziale $\delta_t = -0,05 \div 0,11$ K).

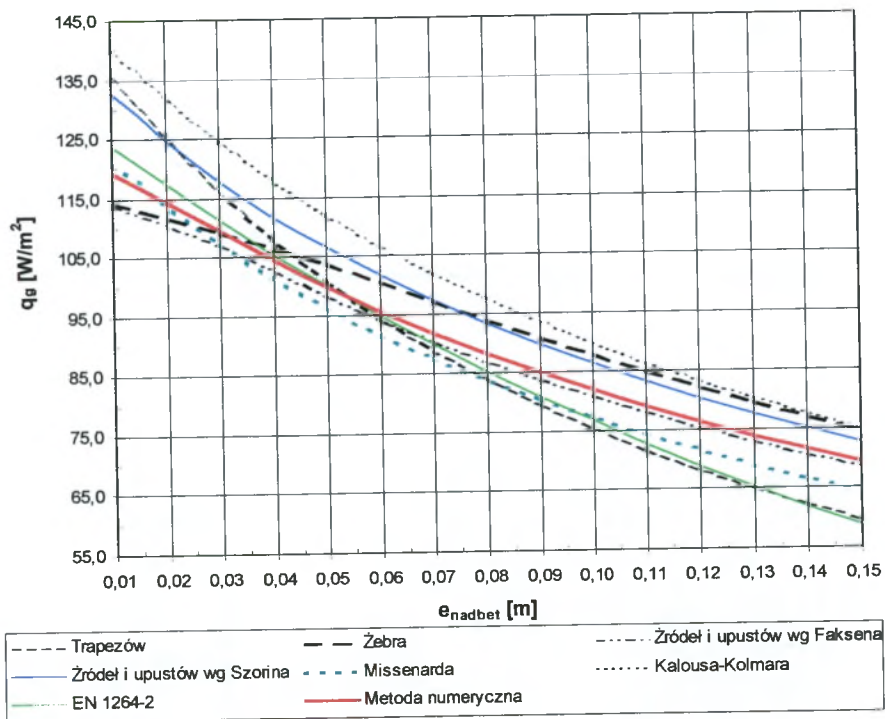
Należy zwrócić uwagę na to, że w metodzie obliczeniowej wg EN 1264-2 wartości gęstości strumienia ciepła do góry q_g , jak i wartości średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego t_p , nie zależą od zmian grubości izolacji termicznej. Norma EN 1264-2 przewiduje bowiem, że w przypadku niższej temperatury powietrza pod grzejnikiem podłogowym projektant zastosuje grubość warstwy izolacji termicznej zalecaną przez normę EN 1264-3.

8.7. Wpływ grubości warstwy jastrychu („nadbetonu”) nad przewodami węzownicy na charakterystykę grzejnika

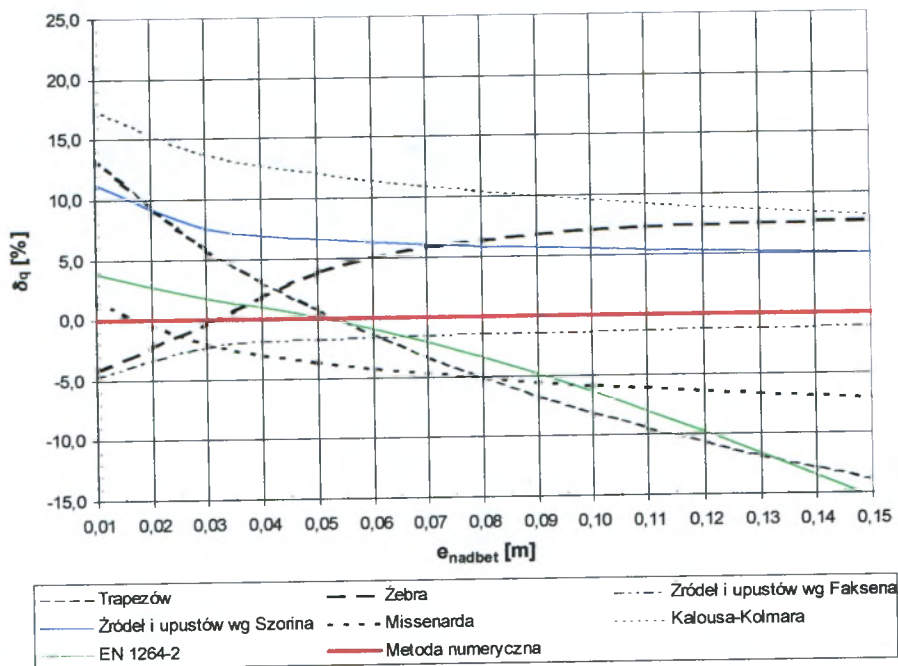
Poniżej w Tab. 8.11, Tab. 8.12 oraz na Rys. 8.23÷ Rys. 8.26 przedstawiono analizę porównawczą wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry oraz średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych wybranymi metodami wymiarowania grzejników płaszczyznowych typu masywnego w funkcji grubości warstwy jastrychu („nadbetonu”) nad przewodami węzownicy. Dane przyjmowane do obliczeń wg założeń ze strony 148.

Tab. 8.11. Analiza porównawcza wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej grubości warstwy jastrychu („nadbetonu”) nad przewodami węzownicy.

Gęstość strumienia ciepłego q_g [W/m ²] dla różnych metod								
e_{nadbet} [m]	Trapezów	Żebra	Źródła i upustów wg Faksena	Źródła i upustów wg Szorina	Missenarda	Kalousa-Kolmara	EN 1264-2	Metoda numeryczna
0,01	135,4	114,3	113,8	132,8	121,1	140,1	124,0	119,4
0,03	115,9	109,1	107,0	117,8	107,2	124,5	111,4	109,5
0,05	100,8	103,7	98,2	106,6	96,3	112,0	100,2	100,0
0,07	88,9	97,1	90,5	97,5	87,6	101,9	90,0	91,9
0,09	79,4	90,7	83,8	89,8	80,3	93,5	80,9	85,0
0,11	71,6	84,8	78,0	83,3	74,2	86,4	72,7	79,1
0,13	65,2	79,4	73,0	77,7	69,0	80,3	65,4	73,9
0,15	59,8	74,6	68,6	72,8	64,5	75,0	58,8	69,4



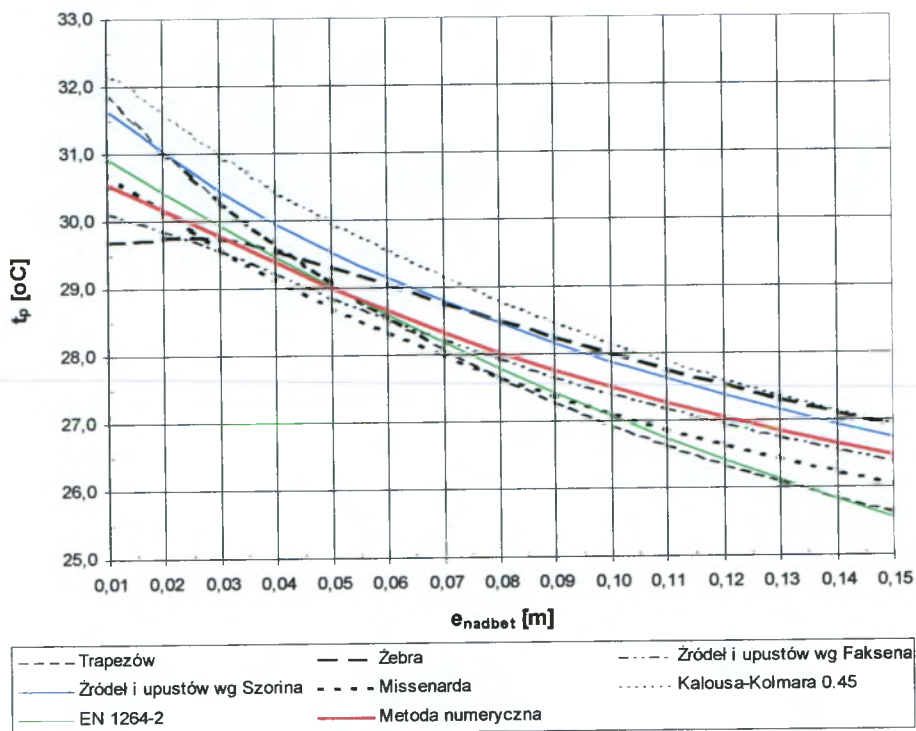
Rys. 8.23 Analiza porównawcza wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej grubości warstwy jastrychu („nadbetonu”) nad przewodami węzownicy.



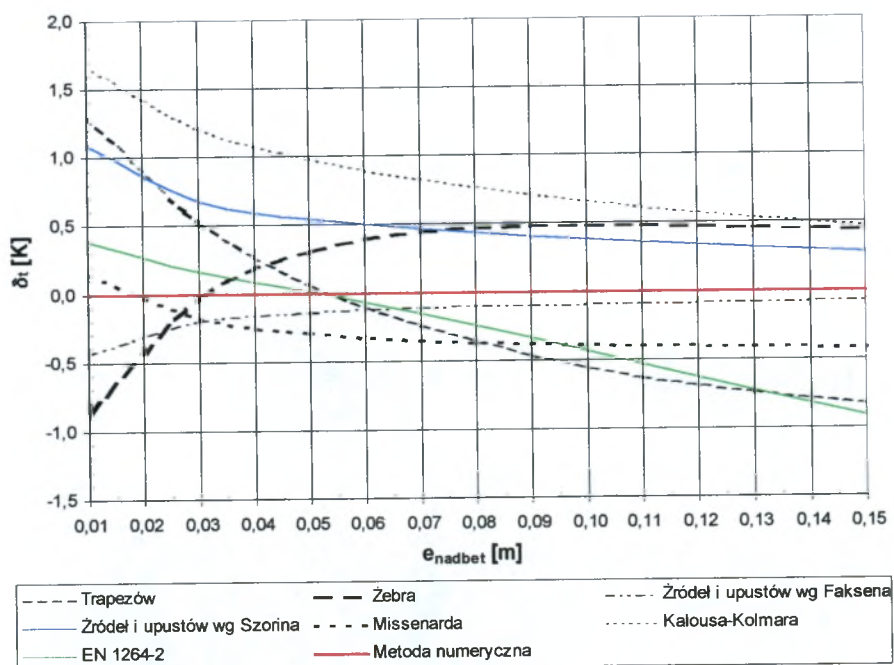
Rys. 8.24 Wykres wartości błędu względnego między wartością gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry obliczonej wybraną przybliżoną metodą, a metodą numeryczną, przy zmiennej grubości warstwy jastrychu („nadbetonu”) nad przewodami węzownicy.

Tab. 8.12. Analiza porównawcza wyników obliczeń średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej grubości warstwy jastrychu („nadbetonu”) nad przewodami węzownicy.

Średnia temperatura powierzchni grzejnika podłogowego t_p [°C] dla różnych metod								
e_{nadbet} [m]	Trapezów	Żebra	Źródła i upustów wg Faksena	Źródła i upustów wg Szorina	Missenarda	Kalousa-Kolmara	EN 1264-2	Metoda numeryczna
0,01	31,9	30,1	30,1	31,6	30,7	32,2	30,9	30,6
0,03	30,3	29,7	29,6	30,4	29,6	31,0	29,9	29,8
0,05	29,1	29,3	28,9	29,5	28,7	30,0	29,0	29,0
0,07	28,1	28,8	28,2	28,8	28,0	29,2	28,2	28,3
0,09	27,3	28,2	27,7	28,2	27,4	28,5	27,4	27,8
0,11	26,6	27,7	27,2	27,6	26,9	27,9	26,7	27,3
0,13	26,1	27,3	26,8	27,2	26,4	27,4	26,1	26,8
0,15	25,6	26,9	26,4	26,7	26,0	26,9	25,5	26,5



Rys. 8.25 Analiza porównawcza wyników obliczeń średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej grubości warstwy jastrychu („nadbetonu”) nad przewodami węzownicy.



Rys. 8.26 Wykres wartości błędu bezwzględnego między wartością średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego obliczonej wybraną przybliżoną metodą, a metodą numeryczną, przy zmiennej grubości warstwy jastrychu („nadbetonu”) nad przewodami węzownicy.

Analizując powyższe wykresy i tabele można stwierdzić, że wartości gęstości strumienia cieplnego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry oraz wartości średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego obliczone omawianymi metodami, znacznie się od siebie różnią dla skrajnych przypadków, tzn. dla grubości nadbetonu mniejszej niż 0,03 m i większej niż 0,08 m (w praktyce grubości rzadko stosowane). Wyniki metod są do siebie zbliżone jedynie w przedziale 0,03 ÷ 0,08 m nadbetonu. Największe rozbieżności wykazują trzy metody: Kalousa-Kollmara (błąd względny δ_q do 17,4%, błąd bezwzględny δ_t do 1,7 K), źródeł i upustów wg Szorina (błąd względny δ_q do 11,3%, błąd bezwzględny δ_t do 1,1 K) oraz metoda trapezów (błąd względny δ_q do -13,8%, błąd bezwzględny δ_t do 1,3 K).

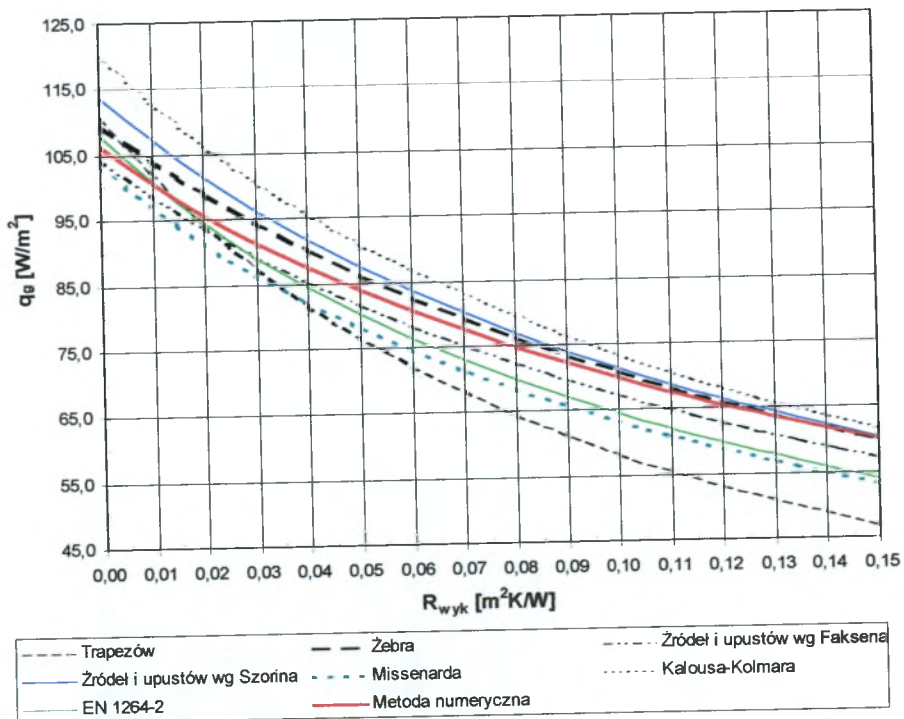
Dla najczęściej stosowanych grubości nadbetonu e_{nadbet} w przedziale 0,045 ÷ 0,08 m (wartość minimalna wymagana ze względu na trwałość wylewki betonowej oraz ze względu na ograniczenie temperatury na powierzchni grzejnika podłogowego do wartości maksymalnej 29°C, wartość maksymalna ograniczona względami ekonomicznymi, tzn. kosztem materiału (jastrychu) i zmniejszoną mocą grzejnika podłogowego) najdokładniejsze w stosunku do modelowej metody numerycznej są: metoda źródeł i upustów wg Faxena (błąd względny w przedziale $\delta_q = -1,5 \div -1,9 \%$, błąd bezwzględny w przedziale $\delta_t = -0,16 \div -0,11$ K) oraz metoda wg EN 1264-2 (błąd względny w przedziale $\delta_q = -3,42 \div 0,56\%$, błąd bezwzględny w przedziale $\delta_t = -0,24 \div 0,05$ K).

8.8. Wpływ zmiany oporu cieplnego przewodzenia warstwy wykończeniowej podłogi na charakterystykę grzejnika

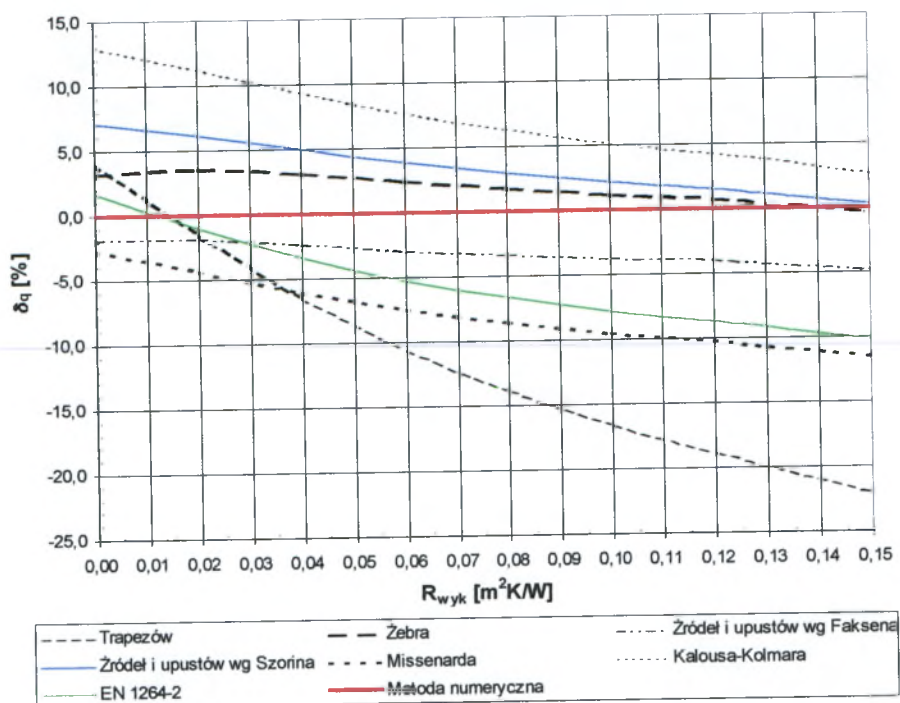
Poniżej w Tab. 8.13 i Tab. 8.14 oraz na Rys. 8.27 ÷ Rys. 8.30 przedstawiono analizę porównawczą wyników obliczeń gęstości strumienia cieplnego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry oraz średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych wybranymi metodami wymiarowania grzejników płaszczyznowych typu masywnego w funkcji oporu cieplnego przewodzenia warstwy wykończeniowej podłogi. Dane przyjmowane do obliczeń wg założeń ze strony 148.

Tab. 8.13. Analiza porównawcza wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennym oporze cieplnym przewodzenia warstwy wykończeniowej podłogi.

Gęstość strumienia ciepłego q_g [W/m ²] dla różnych metod								
R_{wyk} [m ² K/W]	Trapezów	Żebra	Źródła i upustów wg Faksena	Źródła i upustów wg Szorina	Missenarda	Kalousa-Kolmara	EN 1264-2	Metoda numeryczna
0,00	110,6	109,6	104,3	113,9	103,4	120,1	108,1	106,3
0,02	94,2	99,0	93,9	101,6	91,5	106,4	94,7	95,7
0,04	81,8	90,1	85,4	91,8	82,1	95,6	84,5	87,5
0,06	72,1	82,6	78,3	83,8	74,6	86,9	76,4	80,7
0,08	64,4	76,2	72,3	77,0	68,4	79,6	69,9	74,8
0,10	58,2	70,6	67,2	71,3	63,1	73,4	64,4	69,9
0,12	53,0	65,9	62,8	66,4	58,7	68,2	59,7	65,4
0,15	46,8	59,8	57,1	60,2	53,1	61,6	53,9	60,0



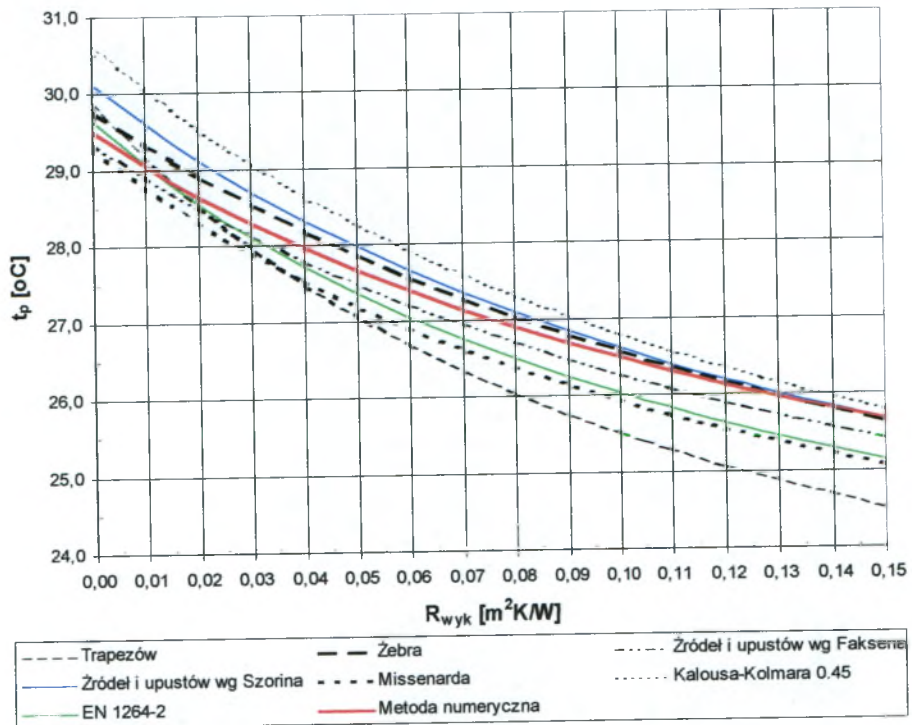
Rys. 8.27 Analiza porównawcza wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennym oporze cieplnym przewodzenia warstwy wykończeniowej podłogi.



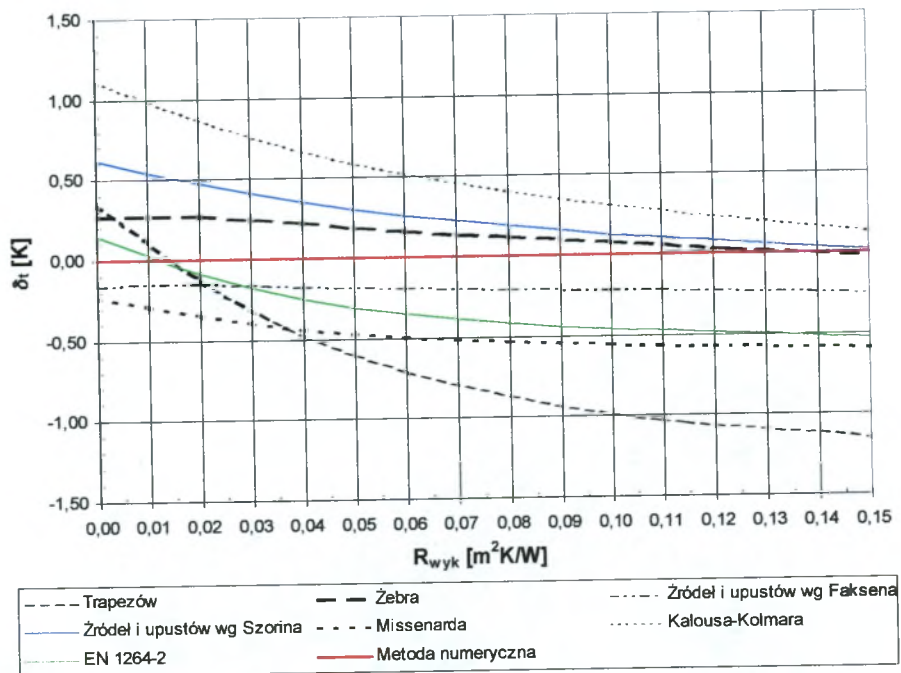
Rys. 8.28 Wykres wartości błędu względnego między wartością gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry obliczonej wybraną przybliżoną metodą, a metodą numeryczną, przy zmiennym oporze cieplnym przewodzenia warstwy wykończeniowej podłogi.

Tab. 8.14. Analiza porównawcza wyników obliczeń średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennym oporze cieplnym przewodzenia warstwy wykończeniowej podłogi.

R_{wyk} [m ² K/W]	Średnia temperatura powierzchni grzejnika podłogowego t_p [°C] dla różnych metod							
	Trapezów	Żebra	Źródła i upustów wg Faksena	Źródła i upustów wg Szorina	Missenarda	Kalousa-Kolmara	EN 1264-2	Metoda numeryczna
0,00	29,9	29,8	29,4	30,1	29,3	30,6	29,7	29,5
0,02	28,5	28,9	28,5	29,1	28,3	29,5	28,6	28,7
0,04	27,5	28,2	27,8	28,3	27,5	28,6	27,7	28,0
0,06	26,7	27,6	27,2	27,7	26,9	27,9	27,0	27,4
0,08	26,0	27,0	26,7	27,1	26,4	27,3	26,5	26,9
0,10	25,5	26,6	26,3	26,6	25,9	26,8	26,0	26,5
0,12	25,1	26,2	25,9	26,2	25,5	26,4	25,6	26,1
0,15	24,5	25,6	25,4	25,7	25,1	25,8	25,1	25,7



Rys. 8.29 Analiza porównawcza wyników obliczeń średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennym oporze cieplnym przewodzenia warstwy wykończeniowej podłogi.



Rys. 8.30 Wykres wartości błędu bezwzględego między wartością średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego obliczonej wybraną przybliżoną metodą, a metodą numeryczną, przy zmiennym oporze cieplnym przewodzenia warstwy wykończeniowej podłogi.

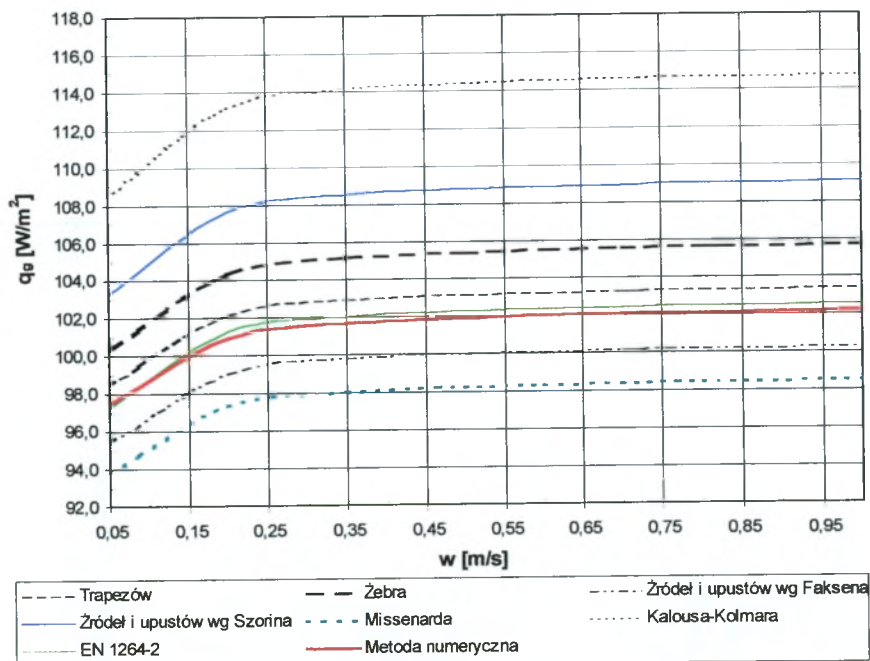
Jak wynika z zamieszczonych powyżej wykresów i tabel, wartości gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry oraz wartości średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego obliczone omawianymi metodami, w funkcji oporu ciepłego przewodzenia warstwy wykończeniowej podłogi, znacznie się od siebie różnią. Dla wartości oporu ciepłego przewodzenia warstwy wykończeniowej podłogi R_{wyk} w granicach $0 \div 0,03 \text{ m}^2 \text{ K/W}$ (materiał wykończeniowy: terakota, marmur, kamień) jedynie metody Kalousa-Kollmara (błąd względny δ_q do 13,0%, błąd bezwzględny δ_t do 1,1 K) i źródeł i upustów wg Szorina (błąd względny δ_q do 7,1%, błąd bezwzględny δ_t do 1,6 K) przekraczają wartości błędu względnego $\delta_q = \pm 5\%$ i błędu bezwzględnego $\delta_t = \pm 1 \text{ K}$. W metodach: wg EN 1264-2, Missenarda oraz trapezów im większa wartość R_{wyk} , tym bardziej wzrastają błędy δ_q i δ_t . Jedynie metody: zebra oraz źródeł i upustów wg Faksena mieszczą się w granicach błędu względnego $\delta_q = \pm 5\%$ i błędu bezwzględnego $\delta_t = \pm 1 \text{ K}$. Należy przy tym zwrócić uwagę na to, że wartości oporu ciepłego przewodzenia warstwy wykończeniowej podłogi większe od $R_{wyk} = 0,03 \text{ m}^2 \text{ K/W}$ występują przy zastosowaniu jako wykończenia drewna (klepki, mozaiki, panele) lub wykładzin dywanowych, co z kolei nie jest zalecane ze względu na znaczne obniżenie mocy grzejnika podłogowego (przy zastosowaniu wykładziny dywanowej o $R_{wyk} = 0,15 \text{ m}^2 \text{ K/W}$ moc grzejnika spada do 60 W/m^2 – wg Rys. 8.27).

8.9. Wpływ zmiany prędkości wody grzejnej w przewodach węzownicy na charakterystykę grzejnika

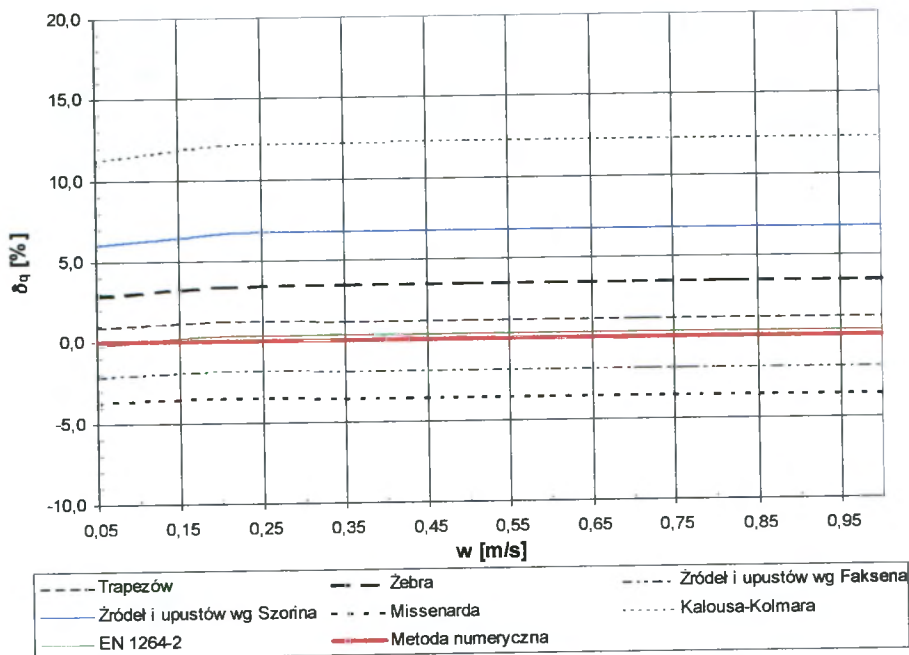
Poniżej w Tab. 8.15 i Tab. 8.16 oraz na Rys. 8.31 ÷ Rys. 8.34 przedstawiono analizę porównawczą wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry oraz średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych wybranymi metodami wymiarowania grzejników płaszczyznowych typu masywnego, w funkcji prędkości wody grzejnej w przewodach węzownicy. Dane przyjmowane do obliczeń wg założeń ze strony 148.

Tab. 8.15. Analiza porównawcza wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej prędkości wody grzejnej w przewodach węzownicy.

w [m/s]	Gęstość strumienia ciepłego q_g [W/m ²] dla różnych metod							
	Trapezów	Żebra	Źródł i upustów wg Faksena	Źródł i upustów wg Szorina	Missenarda	Kalousa-Kolmara	EN 1264-2	Metoda numeryczna
0,05	98,4	100,3	95,4	103,3	93,8	108,4	97,2	97,5
0,20	102,2	104,3	99,1	107,6	97,3	113,2	101,2	100,9
0,35	102,9	105,1	99,8	108,5	98,0	114,1	102,0	101,7
0,50	103,1	105,4	100,0	108,8	98,2	114,4	102,3	101,9
0,60	103,2	105,5	100,1	108,9	98,3	114,5	102,4	102,0
0,70	103,3	105,5	100,2	109,0	98,4	114,6	102,4	102,1
0,80	103,4	105,6	100,2	109,0	98,4	114,7	102,5	102,1
1,00	103,4	105,7	100,3	109,1	98,5	114,8	102,6	102,2



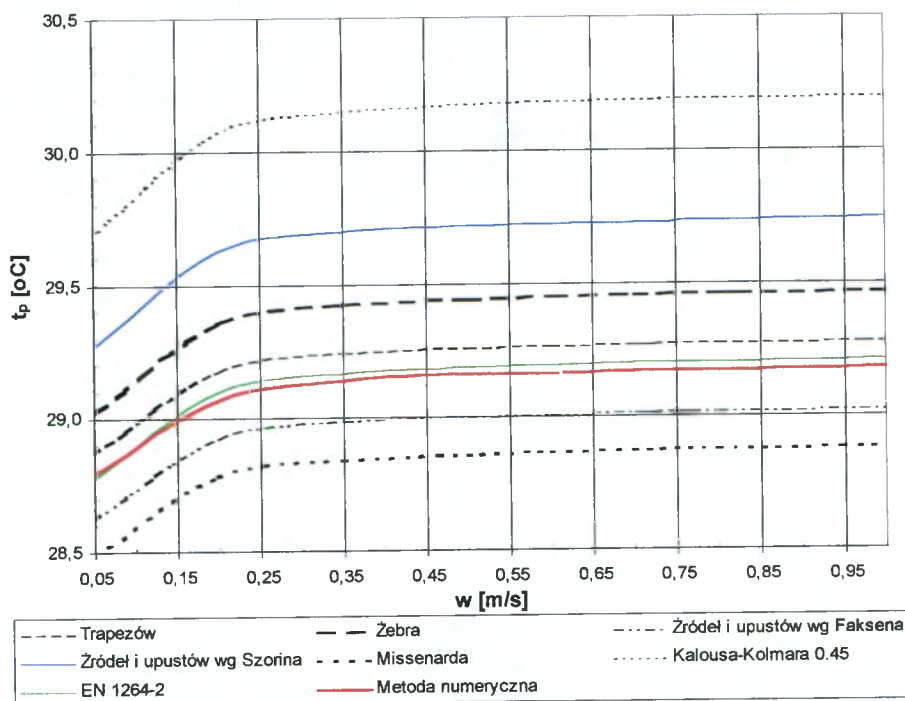
Rys. 8.31 Analiza porównawcza wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej prędkości wody grzejnej w przewodach węzownicy.



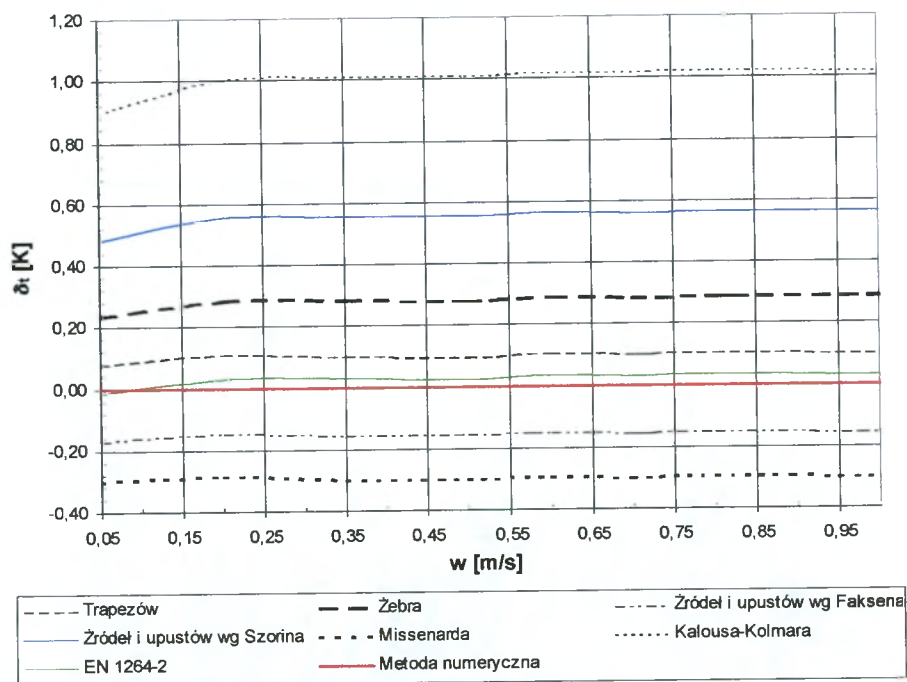
Rys. 8.32 Wykres wartości błędu względnego między wartością gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry obliczonej wybraną przybliżoną metodą, a metodą numeryczną, przy zmiennej prędkości wody grzejnej w przewodach węzownicy.

Tab. 8.16. Analiza porównawcza wyników obliczeń średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej prędkości wody grzejnej w przewodach węzownicy.

w [m/s]	Średnia temperatura powierzchni grzejnika podłogowego t_s [°C] dla różnych metod							
	Trapezów	Żebra	Źródł i upustów wg Faksena	Źródł i upustów wg Szorina	Missenarda	Kalousa- Kolmara	EN 1264-2	Metoda numeryczna
0,05	28,9	29,0	28,6	29,3	28,5	29,7	28,8	28,8
0,20	29,2	29,4	28,9	29,6	28,8	30,1	29,1	29,1
0,35	29,2	29,4	29,0	29,7	28,8	30,1	29,2	29,1
0,50	29,3	29,4	29,0	29,7	28,9	30,2	29,2	29,2
0,60	29,3	29,4	29,0	29,7	28,9	30,2	29,2	29,2
0,70	29,3	29,5	29,0	29,7	28,9	30,2	29,2	29,2
0,80	29,3	29,5	29,0	29,7	28,9	30,2	29,2	29,2
1,00	29,3	29,5	29,0	29,7	28,9	30,2	29,2	29,2



Rys. 8.33 Analiza porównawcza wyników obliczeń średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych dla metod przybliżonych i metody numerycznej, przy zmiennej prędkości wody grzejnej w przewodach węzownicy.



Rys. 8.34 Wykres wartości błędu bezwzględnego między wartością średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego obliczoną wybraną przybliżoną metodą, a metodą numeryczną, przy zmiennej prędkości wody grzejnej w przewodach węzownicy.

Analizując powyższe wykresy i tabele można stwierdzić, że wartości gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry oraz wartości średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, obliczone omawianymi metodami w funkcji prędkości, są w większości przypadków do siebie zbliżone. Wpływ zmian prędkości wody przepływającej przez przewody węzownicy widać jedynie dla wartości prędkości wody w granicach $w = 0,05 \div 0,25$ m/s. Wówczas następuje wzrost współczynnika przejmowania ciepła α od strony wody w wyniku przejścia z przepływu laminarnego do ruchu burzliwego przepływającej wody. Zwiększanie prędkości wody powyżej wartości $w = 0,25$ m/s już tylko nieznacznie wpływa na moc grzejnika podłogowego i temperaturę na jego powierzchni.

Metodami najbardziej odbiegającymi od metody porównawczej – numerycznej są: metoda Kalousa-Kollmara (błąd względny δ_q do 11,2%, błąd bezwzględny δ_t do 1,0 K) oraz źródeł i upustów wg Szorina (błąd względny δ_q do 6,8%, błąd bezwzględny δ_t do 0,6 K). Dla pozostałych metod błąd względny, przy liczeniu gęstości strumienia ciepłego do góry δ_q , jest mniejszy niż dopuszczalny błąd przy projektowaniu grzejników podłogowych, tzn. mieści się w granicach $\pm 5\%$, zaś błąd bezwzględny, przy liczeniu średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego δ_p , mieści się w granicach: $-0,30 \div 0,28$ K.

Najdokładniejsze w stosunku do modelowej metody numerycznej są: wg EN 1264-2 (błąd względny w przedziale $\delta_q = -0,24 \div 0,37\%$, błąd bezwzględny w przedziale $\delta_t = -0,02 \div 0,03$ K) oraz metoda trapezów (błąd względny w przedziale $\delta_q = 0,95 \div 1,20$ %, błąd bezwzględny w przedziale $\delta_t = 0,08 \div 0,10$ K).

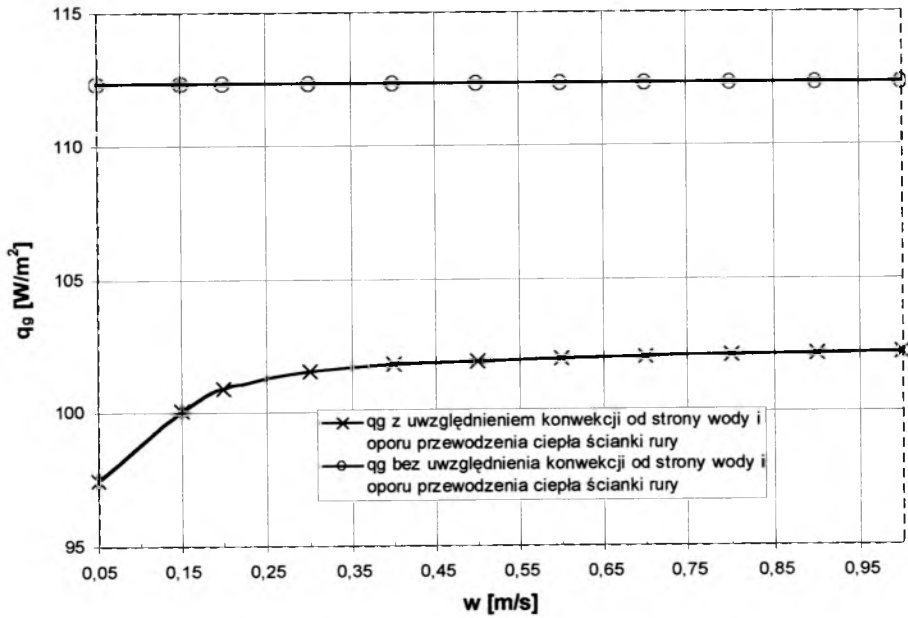
Należy jednak zwrócić uwagę na to, że wszystkie opisane w literaturze metody obliczeniowe nie uwzględniają zmiany prędkości wody przepływającej przez węzownicę i co za tym idzie, także zmiany współczynnika przejmowania ciepła od strony wody. W większości metod założono, że temperatura wody w węzownicy jest równa temperaturze na zewnętrznej stronie przewodu (wyjątek metoda wg EN 1264-2, która zakłada, że temperatura na wewnętrznej stronie rury jest równa temperaturze wody). Aby miarodajnie porównać przybliżone metody obliczeniowe z modelową – numeryczną, autorka pracy iteracyjnie wyliczała temperaturę na powierzchni rury, jako daną wyjściową do poszczególnych metod, posługując się wzorem (6.13) oraz zależnością:

$$\tau_s = t_{srw} - \frac{q}{\alpha_w} \text{ [}^\circ\text{C]} \quad (8.5)$$

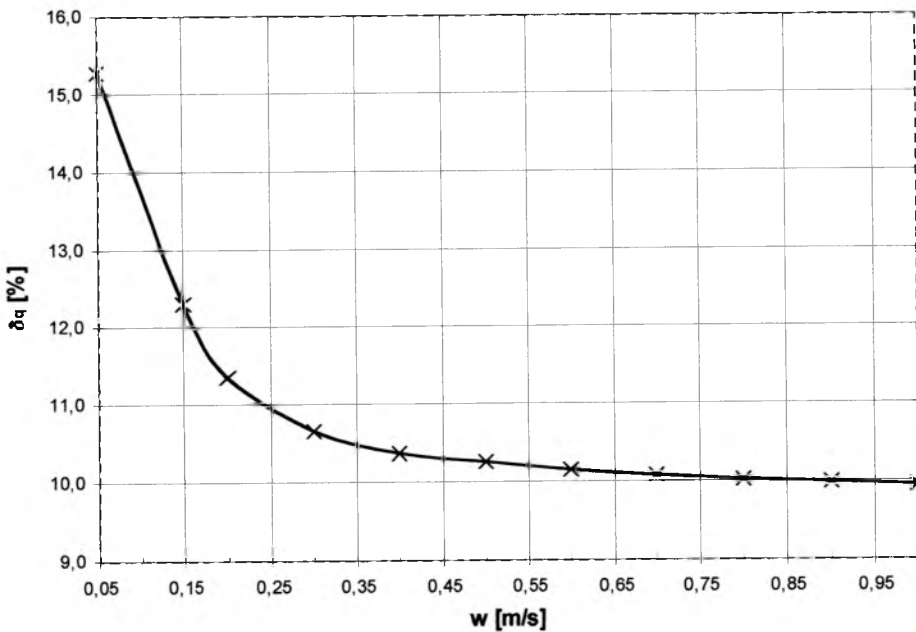
gdzie:

- τ_s - temperatura na wewnętrznej ściance przewodu węzownicy, [°C],
- q - gęstość strumienia ciepłego obliczona wg poszczególnych metod przybliżonych, [W/m²],
- t_{srw} - średnia temperatura czynnika grzejnego, [°C],
- α_w - współczynnik przejmowania ciepła od strony wody wg wzoru (6.9), [W/m²K].

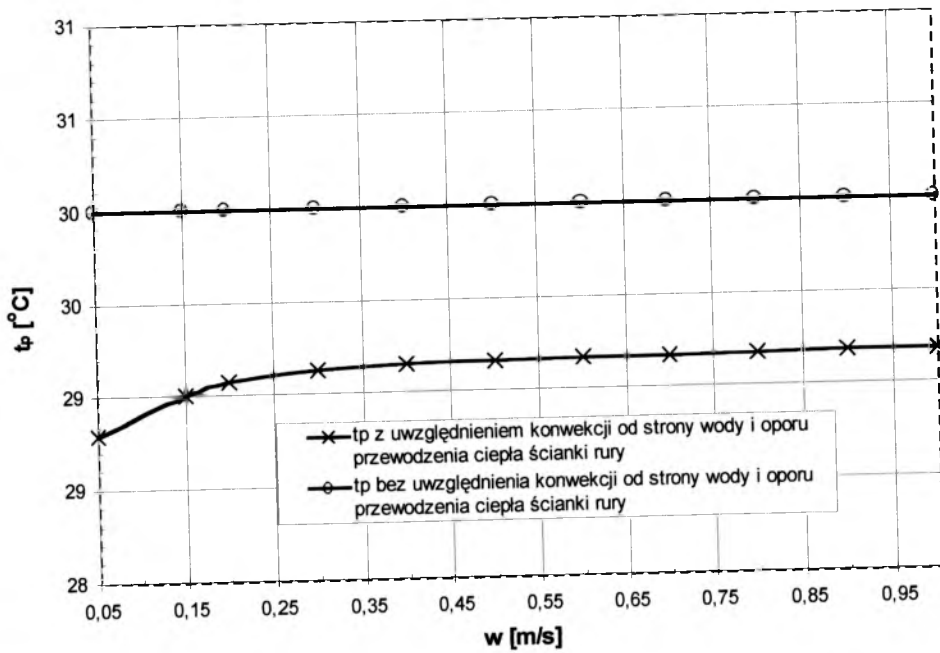
W celu pokazania, jaki błąd popełnia się pomijając wpływ konwekcji od strony wody i oporu przewodzenia przez ściankę przewodu, poniżej na Rys. 8.35 i Rys. 8.37 przedstawiono wykresy zależności gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry oraz wartości średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, liczone metodą numeryczną, w zależności od zmiennej prędkości wody. Obliczenia wykonano dla dwóch przypadków: przy uwzględnieniu i pominięciu wpływu konwekcji (przejmowania) od strony wody i oporu przewodzenia przez ściankę przewodu. W celu porównania wyników na Rys. 8.36 i Rys. 8.38 pokazano wykresy przedstawiające różnice między uzyskanymi wartościami (błąd względny przy liczeniu gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry δ_q oraz błąd bezwzględny przy liczeniu wartości średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego δ_t).



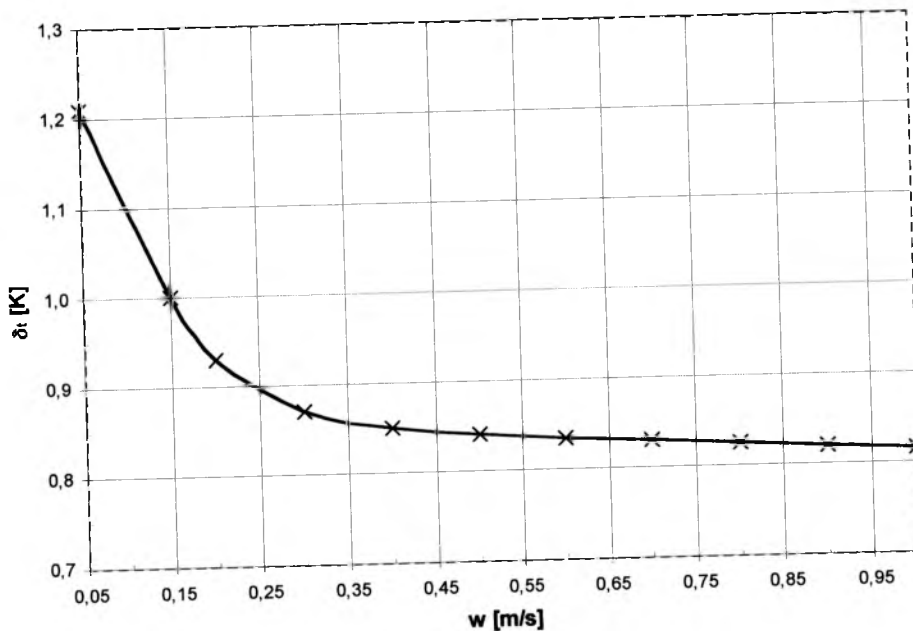
Rys. 8.35 Analiza porównawcza wyników obliczeń gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry, uzyskanych metodą numeryczną z uwzględnieniem i bez uwzględnienia konwekcji od strony wody i oporu przewodzenia ciepła ścianki przewodu, przy zmiennej prędkości wody grzejnej w przewodach węzownicy.



Rys. 8.36 Wykres wartości błędu względnego między wartością gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry obliczonej metodą numeryczną z uwzględnieniem i bez uwzględnienia konwekcji od strony wody i oporu przewodzenia ciepła ścianki przewodu, przy zmiennej prędkości wody grzejnej w przewodach węzownicy.



Rys. 8.37 Analiza porównawcza wyników obliczeń średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, uzyskanych metodą numeryczną z uwzględnieniem i bez uwzględnienia konwekcji od strony wody i oporu przewodzenia ciepła ścianki przewodu, przy zmiennej prędkości wody grzejnej w przewodach węzownicy.



Rys. 8.38 Wykres wartości błędu bezwzględnego między wartością średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, obliczonej metodą numeryczną z uwzględnieniem i bez uwzględnienia konwekcji od strony wody i oporu przewodzenia ciepła ścianki przewodu, przy zmiennej prędkości wody grzejnej w przewodach węzownicy.

Jak wynika z zamieszczonych powyżej wykresów pominięcie wpływu konwekcji (przejmowania) od strony wody i oporu przewodzenia przez ściankę przewodu na obliczenia gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry oraz wartości średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego, mają istotny wpływ na poprawność uzyskiwanych wyników. Znaczące błędy występują zwłaszcza przy niższych prędkościach wody ($w = 0,05 \div 0,50$ m/s), kiedy występuje ruch laminarny i przejściowy wody płynącej wężownicą, co znacząco wpływa na zmianę wartości współczynnika przejmowania ciepła od strony wody. Wartość błędu względnego przy liczeniu gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry mieści się wówczas w granicach $\delta_q = 10,3 \div 15,3\%$, zaś wartość błędu bezwzględnego przy liczeniu wartości średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego – w granicach $\delta_t = 0,84 \div 1,21$ K. Przy większych prędkościach wody ($w > 0,50$ m/s) na wartość obliczonych błędów mniejszy wpływ ma konwekcja (wynika to stąd, że współczynnik przejmowania ciepła od strony wody jest na tyle duży, iż spadek temperatury między czynnikiem grzejnym a wewnętrzną ścianką przewodu jest pomijalny), a w znacznie większym stopniu na te błędy wpływa opór przewodzenia ciepła materiału z jakiego jest wykonany przewód wężownicy. Dla zakresu prędkości wody $w = 0,5 \div 1,0$ m/s błąd względny mieści się w granicach $\delta_q = 9,9 \div 10,4\%$, zaś błąd bezwzględny - $\delta_t = 0,82 \div 0,84$ K.

8.10. Zbiorcze zestawienie wyników

Poniżej w Tab. 8.17 i Tab. 8.18 przedstawiono zbiorcze zestawienie zakresu błędu względnego między wartością gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry δ_q oraz zakresu błędu bezwzględnego między wartością średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego δ_t , które zostały obliczone dla wybranych przybliżonych metod i metody numerycznej. W tabelach uwzględniono wartości zmienne rozpatrywane w poprzednich podrozdziałach pracy, w zakresach najczęściej stosowanych w praktyce.

Tab. 8.17. Zestawienie zakresów błędu względnego między wartością gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry obliczonej wybraną przybliżoną metodą, a metodą numeryczną δ_q [%]

Wartość zmienna	Zakres wartości zmiennej	Zakresy błędu względnego między wartością gęstości strumienia ciepłego przekazywanego przez grzejnik podłogowy do góry obliczonej wybraną przybliżoną metodą, a metodą numeryczną δ_q [%]						
		δ_q [%]						
		Trapezów	Żebra	Źródeli upustów wg Faksena	Źródeli upustów wg Szorina	Missenarda	Kalousa-Kolmara	EN 1264-2
Średnia temperatura wody grzejnej	35°C	1,25	3,33	-1,83	6,64	-3,68	12,00	-0,17
	45°C	1,35	3,49	-1,76	6,74	-3,42	12,29	0,16
Temperatura powietrza w pomieszczeniu nad grzejnikiem podłogowym	15°C	0,89	2,96	-2,18	6,38	-3,79	11,88	-0,33
	25°C	1,86	4,07	-1,21	7,20	-3,10	12,63	0,61
Temperatura powietrza w pomieszczeniu pod grzejnikiem podłogowym	5°C	0,80	2,93	-2,26	6,24	-4,01	11,66	-0,27
	25°C	2,57	4,78	-0,49	7,99	-2,16	13,60	2,12
Rozstaw przewodów węzownicy	0,05 m	1,04	1,32	-1,72	-0,65	-5,28	2,59	-0,93
	0,25 m	8,24	4,37	-0,82	18,13	2,93	21,00	2,37
Grubość izolacji termicznej umieszczonej pod przewodami węzownicy	0,04 m	1,11	3,31	-1,86	6,54	-3,66	12,06	0,12
	0,10 m	2,22	3,99	-1,41	7,68	-2,79	12,83	1,70
Grubość warstwy jastrychu („nadbetonu”) nad przewodami węzownicy	0,045 m	-4,94	2,67	-1,90	5,91	-5,13	10,45	-3,42
	0,08 m	2,08	6,22	-1,50	6,88	-3,26	12,44	0,56
Opór cieplny przewodzenia warstwy wykończeniowej podłogi	0,01 m ² K/W	-22,03	-0,41	-4,83	0,27	-11,56	2,62	-10,22
	0,15 m ² K/W	1,22	3,29	-1,87	6,65	-3,57	12,11	0,32
Prędkość wody grzejnej w przewodach węzownicy	0,05 m/s	0,95	2,87	-2,15	5,98	-3,81	11,23	-0,24
	1,00 m/s	1,20	3,41	-1,86	6,76	-3,62	12,30	0,37

Tab. 8.18. Zestawienie zakresów błędu bezwzględnego między wartością średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego obliczonej wybraną przybliżoną metodą, a metodą numeryczną δ_t [K]

Wartość zmienna	Zakres wartości zmiennej	Zakresy błędu bezwzględnego między wartością średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego obliczonej wybraną przybliżoną metodą, a metodą numeryczną						
		δ_t [K]						
		Trapezów	Żebra	Źródła i upustów wg Faksena	Źródła i upustów wg Szorina	Missenarda	Kalouša-Kolmara	EN 1264-2
Średnia temperatura wody grzejnej	35°C	0,08	0,22	-0,11	0,42	-0,23	0,75	-0,01
	45°C	0,12	0,34	-0,19	0,68	-0,35	1,24	0,01
Temperatura powietrza w pomieszczeniu nad grzejnikiem podłogowym	15°C	0,09	0,30	-0,22	0,65	-0,39	1,21	-0,03
	25°C	0,11	0,25	-0,08	0,44	-0,20	0,78	0,03
Temperatura powietrza w pomieszczeniu pod grzejnikiem podłogowym	5°C	0,07	0,25	-0,18	0,52	-0,33	0,97	-0,02
	25°C	0,21	0,38	-0,04	0,64	-0,18	1,10	0,17
Rozstaw przewodów węzownicy	0,05 m	0,07	0,25	-0,18	0,52	-0,33	0,97	-0,02
	0,25 m	0,21	0,38	-0,04	0,64	-0,18	1,10	0,17
Grubość izolacji termicznej umieszczonej pod przewodami węzownicy	0,04 m	0,09	0,27	-0,15	0,54	-0,30	0,99	0,01
	0,10 m	0,18	0,33	-0,11	0,63	-0,23	1,04	0,14
Grubość warstwy jastrychu („nadbetonu”) nad przewodami węzownicy	0,045 m	-0,35	0,22	-0,16	0,43	-0,37	0,77	-0,24
	0,08 m	0,18	0,46	-0,11	0,57	-0,27	1,04	0,05
Opór cieplny przewodzenia warstwy wykończeniowej podłogi	0,01 m ² K/W	-1,15	-0,02	-0,25	0,01	-0,60	0,13	-0,53
	0,15 m ² K/W	0,11	0,27	-0,15	0,55	-0,29	1,00	0,03
Prędkość wody grzejnej w przewodach węzownicy	0,05 m/s	0,08	0,23	-0,17	0,48	-0,30	0,90	-0,02
	1,00 m/s	0,10	0,28	-0,16	0,56	-0,30	1,02	0,03

Analizując dane przedstawione w Tab. 8.17 i Tab. 8.18 można stwierdzić, że najbardziej przybliżoną metodą obliczeniową wymiarowania grzejników podłogowych do metody numerycznej, która mieściłaby się w zakresie błędów dopuszczalnych przyjętych przy projektowaniu (przyjęto dopuszczalny błąd względny przy liczeniu gęstości strumienia cieplnego do góry $\delta_q = \pm 5\%$, zaś dopuszczalny błąd bezwzględny przy liczeniu średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego $\delta_p = \pm 1$ K), dla wszystkich przypadków rozpatrywanych wielkości zmiennych, jest metoda źródeł i upustów wg Faxena.

Wyniki obliczeń gęstości strumienia ciepła oraz średniej temperatury na powierzchni grzejnika podłogowego metodą żebra, w większości przypadków

rozpatrywanych wartości zmiennych, mieszczą się w granicach błędów dopuszczalnych. Wyjątek w tej metodzie stanowi zmienna wartość grubości warstwy jastrychu nad przewodami („nadbetonu), gdzie powyżej wartości $e_{\text{nadbet}} = 0,06$ m przekroczony jest już dopuszczalny błąd względny dla gęstości strumienia ciepłego, a dla górnej najczęściej stosowanej grubości $e_{\text{nadbet}} = 0,08$ m wynosi $\delta_q = 6,22\%$. Wartości błędu bezwzględnego przy liczeniu średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego dla typowego zakresu grubości „nadbetonu” $e_{\text{nadbet}} = 0,045 \div 0,08$ m, wynoszą: $\delta_t = 0,22 \div 0,46$ K.

Analizując Tab. 8.17 i Tab. 8.18 można stwierdzić, że wyniki obliczeń gęstości strumienia ciepła oraz średniej temperatury na powierzchni grzejnika podłogowego metodą trapezów, w większości przypadków rozpatrywanych wartości zmiennych, mieszczą się w granicach błędów dopuszczalnych. Wyjątek z kolei stanowi zmienna wartość oporu przewodzenia warstwy wykończeniowej podłogi R_{wyk} . Przy zastosowaniu warstwy wykończeniowej pokrycia podłogi materiałami o większej oporności przewodzenia ciepła od $R_{\text{wyk}} = 0,03$ m² K/W (klepka, mozaika drewniana, wykładziny dywanowe) błąd względny przy liczeniu gęstości strumienia ciepłego znacznie przekracza wartości graniczne i może osiągać nawet wartość $\delta_q = -22,03\%$. Przy liczeniu gęstości strumienia ciepła metodą trapezów przekroczona jest również wartość błędu granicznego $\delta_q = 5\%$, przy większym rozstawie przewodów węzownicy niż $b = 0,20$ m. W praktyce stosuje się rozstaw rur do $0,25$ m i wówczas błąd względny δ_q nie przekracza wartości $8,24\%$.

Dużą zbieżnością wyników w stosunku do metody numerycznej, dla przyjętych typowych zakresów rozpatrywanych wartości zmiennych, charakteryzuje się metoda wg EN 1264-2. Jedynie dla zmiennej wartości oporu przewodzenia warstwy wykończeniowej podłogi, większej od $R_{\text{wyk}} = 0,06$ m² K/W, jest przekroczony dopuszczalny błąd względny przy liczeniu gęstości strumienia ciepłego, a przy wartości $R_{\text{wyk}} = 0,15$ m² K/W wynosi $\delta_q = -10,22\%$. Należy jednak zwrócić uwagę na to, że wyniki obliczeń gęstości strumienia ciepła oraz średniej temperatury na powierzchni grzejnika podłogowego nie zależą w metodzie wg EN 1264-2 od temperatury powietrza w pomieszczeniu pod grzejnikiem podłogowym oraz od grubości izolacji cieplnej pod przewodami węzownicy. Norma EN 1264-2 przewiduje bowiem, że w przypadku niższej temperatury powietrza pod grzejnikiem podłogowym projektant stosuje

grubszą warstwę izolacji termicznej układanej pod węzownicą i w ten sposób zostaną wyeliminowane większe ilości ciepła przekazywanego do dołu.

Jak wynika z przedstawionych powyżej tablic (Tab. 8.17 i Tab. 8.18), wyniki obliczeń gęstości strumienia ciepła oraz średniej temperatury na powierzchni grzejnika podłogowego metodą Missenarda, w większości przypadków rozpatrywanych wartości zmiennych, mieszczą się w granicach błędów dopuszczalnych. Nieznacznie przekroczony jest dopuszczalny błąd względny dla gęstości strumienia ciepłego do góry przy rozstawie przewodów poniżej $b = 0,10$ m ($\delta_q = -5,28\%$) oraz przy grubości warstwy jastrychu nad przewodami („nadbetonu”) powyżej wartości $e_{\text{nadbet}} = 0,075$ m (dla rozpatrywanej typowej górnej wartości $e_{\text{nadbet}} = 0,08$ m - $\delta_q = -5,13\%$). Znacząca już wartość błędu względnego przy liczeniu gęstości strumienia ciepłego do góry występuje przy wartości oporu przewodzenia ciepła warstwy wykończeniowej podłogi większej od $R_{\text{wyk}} = 0,025$ m² K/W, a dla wartości $R_{\text{wyk}} = 0,15$ m² K/W osiąga wartość $\delta_q = -11,56\%$. Tak znaczny błąd wynika z niespełnienia warunku (5.154) na słuszność wzoru (5.150) wyprowadzonego przez Missenarda.

Metodami najbardziej odbiegającymi od metody porównawczej – numerycznej są: metoda Kalousa-Kollmara (błąd względny δ_q do 21,00%, błąd bezwzględny δ_t do 1,38 K) oraz źródeł i upustów wg Szorina (błąd względny δ_q do 18,13%, błąd bezwzględny δ_t do 0,92 K).

Metoda źródeł i upustów wg Szorina ma zastosowanie przy analizie ustalonej wymiany ciepła w półmasywach (np. przy obliczeniach strat ciepła rurociągów położonych w gruncie), natomiast stosowanie tej metody przy obliczeniach masywu, jakim jest strop grzejny, stanowi duże przybliżenie.

Metoda Kalousa-Kollmara w założeniach zbliżona jest do metody żebra. Jednak jako element grzejny (tzw. żebro) brana jest do obliczeń nie cała grubość warstwy betonu w jakiej zanurzona jest węzownica, ale jedynie warstwa o grubości średnicy zewnętrznej rurek. Powoduje to, że wartość stałej stropu m liczona bez poprawki Kollmara $\sqrt{2/\pi^2}$, jest znacznie zawyżona, natomiast z uwzględnieniem poprawki – zaniżona w stosunku do metody żebra. Z kolei wyniki obliczeń gęstości strumienia ciepła są wówczas zawyżone w stosunku do innych metod.

9. Podsumowanie i wnioski

9.1. Podsumowanie

Zasadniczą częścią pracy jest zweryfikowanie istniejących metod wymiarowania ogrzewań podłogowych oraz wybór metody najdokładniejszej i jednocześnie łatwej do zastosowania przy projektowaniu. Na podstawie literatury omówiono i scharakteryzowano siedem przybliżonych metod wymiarowania grzejników płaszczyznowych typu masywnego.

Cel pracy zrealizowano poprzez porównanie wyników uzyskanych z metod wymiarowania ogrzewań podłogowych, przy zmiennych parametrach pracy, z wynikami opracowanymi na podstawie modelu numerycznego (zweryfikowanego doświadczalnie) i programu komputerowego, symulującego procesy wymiany ciepła w stropie z węzownią. Wartości błędów uzyskanych przy porównaniu pozwoliły oszacować dokładność wyników uzyskiwanych poszczególnymi metodami, przy czym przyjmowano jako kryterium dopuszczalne dla błędu względnego, przy liczeniu gęstości strumienia cieplnego: $-5\% \leq \delta_q \leq 5\%$, a dla błędu bezwzględnego, przy liczeniu średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego: $-1 \text{ K} \leq \delta_t \leq 1 \text{ K}$.

Weryfikację modelu matematycznego, zrealizowanego w postaci programu komputerowego, przeprowadzono na stanowisku badawczym wykonanym w skali półtechnicznej. Stanowisko zaprojektowano i wykonano tak, aby w jak największym stopniu odpowiadało rzeczywistym instalacjom ogrzewania podłogowego. Zakresy pomiarowe i parametry pracy stanowiska pomiarowego ustawiono tak, aby odzwierciedlały warunki pracy typowych instalacji technicznych. Wyniki obliczeń, wykonane przy użyciu programu, charakteryzowały się wysoką zgodnością z wynikami pomiarów, a uzyskane rozbieżności mieszczą się w granicach dokładności zastosowanych metod badawczych.

Poniżej przedstawiono uwagi autorki dotyczące przedstawionych w pracy przybliżonych metod wymiarowania ogrzewań podłogowych.

- **W większości omawianych w literaturze metod, we wzorach określających wydajność cieplną grzejników podłogowych, posługiwano się współczynnikiem przejmowania ciepła z powierzchni grzejnej stropu bez określenia czy jest to całkowity współczynnik przejmowania ciepła, czy też jedynie na drodze konwekcji lub promieniowania. Autorka niniejszej pracy, przy obliczeniach**

przeprowadzanych dla wszystkich metod, posługiwała się wzorem (4.27) na całkowity współczynnik przejmowania ciepła.

- We wszystkich omawianych w literaturze metodach posługiwano się pojęciem temperatury powietrza ogrzewanego pomieszczenia, bez określenia na jakiej wysokości powinna być ta wielkość zmierzona. Autorka niniejszej pracy wykonując badania mierzyła wewnętrzną temperaturę w pomieszczeniu nad grzejnikiem podłogowym na wysokości 0,8 m nad poziomem podłogi (wysokość na której nie występuje gradient temperatury - wg Rys. 4.2).
- W większości metod założono, że temperatura wody w węzownicy jest równa temperaturze na powierzchni zewnętrznej przewodu (wyjątek stanowi metoda wg EN 1264-2, w której założono, że temperatura na powierzchni wewnętrznej rury jest równa temperaturze wody). Aby miarodajnie porównać przybliżone metody obliczeniowe z modelową – numeryczną (zweryfikowaną doświadczalnie), autorka pracy iteracyjnie wyliczała temperaturę na powierzchni zewnętrznej rury, jako daną wyjściową do poszczególnych metod.

9.2. Wnioski

- Najbardziej przybliżoną metodą wymiarowania grzejników podłogowych do metody numerycznej, która mieściłaby się w zakresie błędów dopuszczalnych przyjętych przy projektowaniu (przyjęto dopuszczalny błąd względny przy liczeniu gęstości strumienia ciepłego do góry $\delta_q = \pm 5\%$, zaś dopuszczalny błąd bezwzględny przy liczeniu średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego $\delta_p = \pm 1$ K), dla wszystkich przypadków rozpatrywanych wielkości zmiennych, jest metoda źródeł i upustów wg Faxena. Metodę tą można uznać za optymalną do stosowania przy projektowaniu ogrzewań podłogowych.
- Metodą wymiarowania grzejników podłogowych dającą zbliżone wyniki do metody numerycznej, jest metoda żebra oraz metoda wg normy EN 1246-2. Wyniki obliczeń gęstości strumienia ciepła oraz średniej temperatury na powierzchni grzejnika podłogowego, w większości przypadków rozpatrywanych wartości zmiennych, mieszczą się w granicach błędów dopuszczalnych. Wyjątek stanowi dla metody żebra zmienna wartość grubości warstwy jastrychu nad przewodami (nadbetonu), gdzie powyżej wartości $e_{nadbet} = 0,06$ m przekroczony jest dopuszczalny błąd względny przy liczeniu gęstości strumienia ciepłego do góry

$\delta_q = 5\%$, zaś dla metody wg normy EN 1246-2 – zmienna wartość oporu przewodzenia ciepła warstwy wykończeniowej podłogi, gdzie powyżej wartości $R_{wyk} = 0,06 \text{ m}^2\text{K/W}$ przekroczony jest dopuszczalny błąd względny przy liczeniu gęstości strumienia cieplnego do góry $\delta_q = -5\%$. Obie metody można uznać za dopuszczalne do stosowania przy projektowaniu ogrzewań podłogowych.

- Metoda trapezów oraz Missenarda dają wyniki w większości zbliżone do metody numerycznej, jednak w niektórych rozpatrywanych przypadkach wartości zmiennych, dopuszczalny błąd względny przy liczeniu gęstości strumienia cieplnego do góry przekracza wartość $\delta_q = 10\%$ (w metodzie trapezów dla oporu przewodzenia ciepła warstwy wykończeniowej podłogi $R_{wyk} = 0,15 \text{ m}^2\text{K/W}$ - $\delta_q = -22,03\%$, zaś w metodzie Missenarda dla tej samej wartości oporu przewodzenia warstwy wykończeniowej podłogi - $\delta_q = -11,56\%$).
- Metodami najbardziej odbiegającymi od metody porównawczej – numerycznej są: metoda Kalousa-Kollmara (błąd względny dochodzi do wartości $\delta_q = 21,00\%$, błąd bezwzględny - do wartości $\delta_t = 1,38 \text{ K}$) oraz źródeł i upustów wg Szorina (błąd względny dochodzi do wartości $\delta_q = 18,13\%$, błąd bezwzględny do wartości $\delta_t = 0,92 \text{ K}$). Stosowanie tych metod do projektowania ogrzewań podłogowych jest niedopuszczalne.
- Metody obliczeniowe opisane w literaturze nie uwzględniają zmiany prędkości wody przepływającej przez węzownicę i co za tym idzie, także zmiany współczynnika przejmowania ciepła od strony wody. W większości metod założono, że temperatura wody w węzownicy jest równa temperaturze na zewnętrznej stronie przewodu (wyjątek metoda wg EN 1264-2, która zakłada, że temperatura na wewnętrznej stronie rury jest równa temperaturze wody), czyli pominięto wpływ spadku temperatury w wyniku oporu cieplnego ścianki przewodu węzownicy. Błąd względny przy liczeniu gęstości strumienia cieplnego do góry przy małych prędkościach wody w węzownicy sięga wartości $\delta_q = 15,3\%$, zaś dopuszczalny błąd bezwzględny przy liczeniu średniej temperatury powierzchni grzejnika podłogowego dochodzi do wartości $\delta_p = 1,2 \text{ K}$. Aby miarodajnie porównać przybliżone metody obliczeniowe z modelową – numeryczną, autorka pracy iteracyjnie wyliczała temperaturę na powierzchni rury, jako daną wyjściową do poszczególnych metod.

Literatura

- [1] APEK: *Materiały producenta systemu zbierającego dane AL 154 DA05*, <http://www.apek.polbox.pl>, 2003.
- [2] ASHRE 1996: *1996 ASHRE Handbook – HVAC systems and equipment*, Atlanta: American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers.
- [3] ASHRE 1997: *1996 ASHRE Handbook – Fundamentals*, Atlanta: American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers.
- [4] ASHRE 1992.: *ANSI/ASHRE Standard 55-1992. Thermal environmental conditions for human occupancy*, Atlanta: American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers.
- [5] Baehr H. D.: *Thermodynamik*, 6. Auflage, Springer-Verlag, 1998.
- [6] Bejan A.: „*Convection Heat Transfer*”, John Wiley & Sons, New York, 1984.
- [7] Billington N.S.: *The Warmth of Floors – a Physical Study*, J. Hygiene, 46/1948.
- [8] Bohdal T., Charun H., Czapp M., Dutkowski K.: *Ćwiczenia laboratoryjne z termodynamiki*, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin, 2000.
- [9] Cadiergues R.: *Metody klasyczne i nowe propozycje obliczania wydajności cieplnej płyt z zabetonowanymi rurami*, Międzynarodowy Kongres Ogrzewania i Wentylacji, Bruksela 1958.
- [10] Chojnacka M.: *Przegląd systemów ogrzewania podłogowego*, Kalejdoskop Budowlany, nr 9, wrzesień 2001.
- [11] Chrenko F. A.: *Podłogi grzejne i komfort cieplny*, Journ. Inst. Heat. Vent. Eng. T. 23 s. 38, 1956.
- [12] Cichelka J.: *Ogrzewanie przez promieniowanie*, ARKADY, Warszawa 1965.
- [13] Cichowlas M., Serafin P., Wasielewski M.: *Poradnik projektanta instalacji sanitarnych w technologii WIRSBO. Woda zimna i ciepła, c.o. grzejnikowe, c.o. podłogowe*, Organika Propex S.A., Warszawa, 2000.
- [14] Cylejewski A.: *Konstrukcje podłóg ogrzewanych*, Materiały Budowlane, Nr 7, 1996.
- [15] Domański R., Jaworski M., Rebow M., Kołtyś J.: *Wybrane zagadnienia z termodynamiki w ujęciu komputerowym*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2000.

- [16] Fanger P.O.: *Thermal Comfort Analyses and Application in Environmental Engineering*, Danish Technical Press, Copenhagen 1970.
- [17] Fanger P.O.: *Komfort cieplny*, Arkady, Warszawa 1974.
- [18] Faxén O. H.: *Beräkning av värmeavgivningen från rör, ingjutna i betongplattor*, Teknisk Tidskrift Mekanisk, 1937, Häfte 3 (Mars).
- [19] FLIR Systems AB.: *Materiały producenta kamer termowizyjnych ThermaCAM SC200*, <http://www.flirthermography.com/cameras/camera/1020>, 2003.
- [20] FLIR Systems AB.: *ThermaCAM Reporter 2000 Professional*, program komputerowy, 1996-2000.
- [21] Fodemski T. R. (red.): „*Pomiary cieplne – część I.*”, WNT, Warszawa, 2001.
- [22] Frank W.: *Die Wärmeabgabe des bekleideten und unbekleideten Fußes*, Ges. Ing. 81/1959.
- [23] Frank W.: *Fußwärmeuntersuchungen am bekleideten Fuß*, Ges. Ing. 80/1959.
- [24] Gdula J. et al.: *Przewodzenie ciepła*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1984.
- [25] Glamminig F.: *Methods for Testing hydronic Floor Heating Systems*, ASHRE Annual Meeting 1985 Honolulu, Hawaii, 1985.
- [26] Gogół W.: *Wymiana ciepła. Tablice i wykresy*, Wyd. PW, Warszawa 1991.
- [27] Górka A., Koczyk H.: *Efektywność działania ogrzewania podłogowego w warunkach dynamicznych – analiza numeryczna*, X International Conference AIR CONDITIONING PROTECTION & DISTRICT HEATING 2002, Szklarska Poręba 2002.
- [28] Gundersen P.: *Energy-Efficient Heating Plants Using Low-Temperature Water-Borne Heat*, Future Building Forum, Low Temperature Heating Systems in Buildings – Workshop, Stockholm 11 - 12 June 1998. (http://www.bim.kth.se/fbf/papers/paper6/energy_efficient.pdf)
- [29] Herrington L. Lorenci R.: *Wpływ usytuowania płyt grzejnych na temperaturę powierzchni skóry i odzieży*, ASHRE Transactions, , Vol. 56, page 223, 1950.
- [30] Hibner W., Rosiński M.: *Laboratorium techniki cieplnej*, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1981.
- [31] Hobler T.: *Ruch ciepła i wymienniki*, Wydawnictwo Naukowo – Techniczne, Warszawa 1979.
- [32] Hrabowska J. I in. *Laboratorium podstaw fizyki. Poradnik*, Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1991.

- [33] Hulbert L. E., Nottage H. B., Franks C. V.: *No. 1388 – Heat Flow Analysis in Panel Heating or Cooling sections. Case I – Uniformly Spaced Pipes Buried Within a Solid Slab*, Transactions American Society of Heating and Ventilation Engineers Vol. 56, 1950.
- [34] Incropera F. P., DeWitt D. P.: „*Introduction to Heat Transfer*”, John Wiley & Sons, New York, 2002.
- [35] Kalinowski E.: *Termodynamika*, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1994.
- [36] Kast W., Klan H., Bohle J.: *Wärmeleistung von Fußbodenheizungen*, HLH 37, Nr. 4, S. 175 - 182, 1986.
- [37] KEITLEY.: *Materiały producenta miernika Digital Multimeter*, <http://www.keithley.com/storefront>, 2003.
- [38] Kilkis B. Eltez M., Sager S.: *A simplified model for the design of radiant in slab heating panels*, ASHRE Transactions, Technical and symposium papers presented at the 1995 winter meeting in Chicago, Vol. 101, part 1, 1995.
- [39] Kilkis B.: *Panel cooling and heating of buildings using solar energy*, Solar Energy in the 1990s, SED – vol. 10, America Society of Mechanical Engineers, New York 1990.
- [40] Kissin M.: *Obliczanie płyt grzejnych przy ogrzewaniu przez promieniowanie*, Sbornik Trudow nr 1 Laboratorii Otoplenija i Wentylacjii, CNIPS, Strojizdat 1951.
- [41] Kollmar A.: *Die Berechnung der Hohlraumdeckenheizung*, Ges. Ing. (77), 1956.
- [42] Kollmar A.: *Die Wärmeabgabe der Rohrdeckenheizung*, Ges. Ing. (80), Nr. 1/1959.
- [43] Kollmar A., Liese W.: *Die Strahlungsheizung*, 4th ed. Munich: R. Oldenbourg, 1967.
- [44] Konzelmann M., Zöllner G.: *Wärmetechnische Prüfung von Fußbodenheizungen*, HLH 33, Nr. 4, S. 136 - 142, 1982.
- [45] Konzelmann M., Zöllner G.: *Auslegung und wärmetechnische Prüfung von Warmwasser-Fußbodenheizungen*, SHT 4, S. 255 - 259, 1984.
- [46] Kowalczyk A., Strzeszewski M.: *Porównanie metod obliczania gęstości strumienia cieplnego grzejników podłogowych*, materiały konferencyjne II Forum Ciepłowników Polskich, 1998 oraz COW nr 3/99 i 4/99.

- [47] Kowalczyk A., Strzeszewski M.: *Przegląd i ocena wybranych metod analitycznego określania wydajności cieplnej grzejników podłogowych*, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej. Inżynieria Środowiska z. 31, Warszawa, 1999.
- [48] Kozierski J.: *Metoda ogólna obliczania ustalonego pola cieplnego w otoczeniu zabetonowanych przewodów rurowych*, Warszawa, 1953.
- [49] Krischer O.: *Die Wärmeverluste von Rohrleitung im Erdreich*, Rheinhold & Co. Berlin 1930.
- [50] Krischer O.: *Die Berechnung der Wärmeverluste von Rohrleitung im Erdreich*, Wärme und Klimatechnik 38, 1936, Häft 6.
- [51] Krygier K., Klinke T., Sewerynik J.: *Ogrzewnictwo, wentylacja, klimatyzacja*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1991.
- [52] Kwiatkowski J., Cholewa L.: *Centralne ogrzewanie - pomoce projektanta*, Arkady, Warszawa 1980.
- [53] Leal L. V., Miller L. P.: *An anlysis of the transient temperature distribution in pavement heating installations*, ASHARE Transactions 78 (2), 1972.
- [54] MacAdams W.H.: *Heat transmission*, New York, McGraw-Hill, 1954.
- [55] Macskasy A.: *Łuczistoje otoplienije*, Moskwa 1985.
- [56] Michalski L., Eckersdorf K.: „*Pomiary temperatury*”, WNT, Warszawa, 1986.
- [57] Michalski L., Eckersdorf K., Kucharski J.: „*Termometria. Przyrządy i metody.*”, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź, 1998.
- [58] Minkowycz W.J., Sparrow E.M., Schneider G.E., Pletcher P.H.: *Handbook of Numerical Heat Transfer*, John Wiley & Sons, Inc., 1988.
- [59] Min T. C.: *Natural convection and radiation in a panel heated room*, Heating, Piping and Air Conditioning, pp. 153-160, May 1972.
- [60] Missenard F.: *Le choffage et le rafraichissement par rayonnement*, Eyrolles, Paris 1959.
- [61] Morawski R., Krupka J., Opalski L.: *Metody numeryczne. Dla studentów elektroniki i technik informacyjnych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1997.
- [62] Muncey R.W., Hutson J.M.: *The Effect of the Floor on Foot Temperature*, Austr. J. Appl. Sci. 4/1953.
- [63] Muncey R.W.: *The Temperature of the Foot and its Thermal Comfort*, Austr. J. Appl. Sci. 5/1954.

- [64] Munro A.F., Chrenko F.A.: *The Effect of Air Temperature and Velocity and of Various Flooring Materials on the Skin Temperature of the Feet*, J. Hygiene, 46/1948.
- [65] Nevins R. G., Flinner A.: *Wpływ temperatur powierzchni podłogi grzejnej na poziom komfortu*, ASHRAE Transactions, Vol. 64, s. 175, 1958.
- [66] Niemyjski O.: *Modelowanie procesów cieplno-hydraulicznych w sieciach ciepłowniczych*, rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa, 2000.
- [67] Norma C 1046 – 95: *Standard Practice for In-Situ Measurement of Heat Flux and Temperature on Building Envelope Components*, American Society for Testing and Materials, reapproved 2001.
- [68] Norma DIN 4725 – Teil 1: *Wärmwasser-Fußbodenheizungen, Begriffe, allgemeine Formelzeichen*, 1992.
- [69] Norma DIN 4725 – Teil 2: *Wärmwasser-Fußbodenheizungen, Wärmetechnische Prüfung*, 1992.
- [70] Norma DIN 4725 – Teil 3: *Wärmwasser-Fußbodenheizungen, Heizleistung und Auslegung*, 1992.
- [71] Norma DIN 4725 – Teil 4: *Wärmwasser-Fußbodenheizungen, Aufbau und Konstruktion*, 1992.
- [72] Norma EN 1264-1: *Fußboden – Heizung: Systeme und Komponenten – Teil 1: Definitionen und Symbole*, 1996.
- [73] Norma EN 1264-2: *Fußboden – Heizung: Systeme und Komponenten – Teil 2: Methoden für Bestimmung der Wärmeleistung*, 1996.
- [74] Norma EN 1264-3: *Fußboden – Heizung: Systeme und Komponenten – Teil 3: Auslegung*, 1996.
- [75] Norma EN 1264-4: *Fußboden – Heizung: Systeme und Komponenten – Teil 4: Installation*, 1992.
- [76] Norma EN 60751: *Czujniki platynowe przemysłowych termometrów rezystancyjnych*, 1995.
- [77] Norma EN ISO 7726. *Ergonomics of the thermal environment – Instruments for measuring physical quantities.* , 1998
- [78] Norma EN ISO 7730. *Moderate Thermal Environment – Determination of the PMV and PPD Indices and Specification of the Conditions for Thermal Comfort.*, 1998.

- [79] Norma PN-85/N-08013. *Ergonomia. Środowisko termiczne umiarkowane. Określenie wskaźników PMV, PPD i wymagań dotyczących komfortu termicznego.*
- [80] Nottage H. B., E., Franks C. V., Hulbert L., Schutrum L. F.: *No. 1492 – Heat Flow Analysis in Panel Heating or Cooling sections. Case II – Floor Slab on Earth with Uniformly Spaced Pipes or Tubes at the Slab-Earth Interface*, Transactions American Society of Heating and Ventilation Engineers, str. 527.
- [81] Olesen B., Michel E.: *Heat exchange coefficient between floor surface and space by floor cooling – theory or question of definition*, ASHRAE Transactions, Vol. 103, part 1, 1997.
- [82] Olesen B.: *Possibilities and limitation of radiant floor cooling*, ASHRAE Transactions, Technical and symposium papers presented at the 2000 winter meeting in Dallas, Vol. 106, part 1, 2000.
- [83] Pohl M.: *Verfahren für die Berechnung von Kupferrohr - Fußbodenheizungen*, HLH 35 Nr 3, S 113 – 123, 1984.
- [84] Piotrowska – Woroniak J., Woroniak G.: *Ogrzewanie podłogowe*, Ciepło, Nr 2 2001.
- [85] PURMO: *Ogrzewanie podłogowe – pomoce projektanta*, Firma Rettig Heating Sp. z o.o., Warszawa 2002.
- [86] Raport CEN CR 1752:1998: *Ventilation for Buildings – Design Criteria for Indoor Environment*, European Committee for Standardization, 1998.
- [87] Rabjasz R.: *Ocena wybranych systemów ogrzewania pomieszczeń w świetle wymagań technologii i komfortu cieplnego*, Wyd. PPH ELEKTRA, Warszawa 1994.
- [88] Rabjasz R.: *Systemy ogrzewania pomieszczeń w aspekcie komfortu cieplnego oraz wymagań technologicznych*, Rynek Instalacyjny, nr 2, 1995.
- [89] Rabjasz R., Dzierzgowski M.: *Ogrzewanie podłogowe - poradnik*, Centralny Ośrodek Informacji Budownictwa, Warszawa 1995.
- [90] Rabjasz R., Dzierzgowski M.: *Centralne ogrzewanie z grzejnikami podłogowymi*, Materiały Budowlane, Nr 7, 1996.
- [91] Rabjasz R., Dzierzgowski M., Turlejski St., Rymarczyk Z.: *An Effective Method of Application of Infrared Thermography for Diagnostic of Elements of Central Heating Installations*, QIRT 2000, Champian, France.

- [92] Rabjasz R., Strzeszewski M.: *Dopuszczalna temperatura powierzchni podłogi*, COW nr 2/2002.
- [93] Recknagel H., Sprenger E., Hönnmann W., Schramek E.: *Poradnik. Ogrzewanie i klimatyzacja*, EWFE, Gdańsk, 1994.
- [94] Rosiński M.: *Proces wymiany ciepła w nakładkach zamrażających przy blokowaniu przepływu wody w przewodach*, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, z. 8, Warszawa, 1990.
- [95] Rosiński M.: *Zamrażanie wody w przewodach ogrzewania za pomocą urządzenia wirowego Ranque'a*, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, z. 18, Warszawa, 1993.
- [96] Rydberg J., Huber Chr.: *Värmeavgivning från rör i betong eller mark*, Svenska Värme- och Sanitetstekniska Föreningens Handlingar IX, Förlags AB VVS, Stockholm 1955.
- [97] Rymarczyk Zb.: *Zastosowanie termografii do badania rozkładu temperatury na powierzchniach elementów instalacji centralnego ogrzewania (rozprawa doktorska)*, Politechnika Warszawska, Warszawa, 1999.
- [98] Rymarczyk Zb.: *Use of Thermography for Estimation Water Flow of the Radiators in Central Heating System*, Quantitative InfraRed Thermography 5, Qirt'2000, Proceedings of Eurotherm Seminar nr 64, Reims, France, July 18-21, 2000, p. 370–374.
- [99] Schneckenberg E.: *Naturalna konwekcja w pomieszczeniach zamkniętych przy ogrzewaniu przez promieniowanie w przypadku zastosowania całej płyty grzejnej podłogowej lub sufitowej*, Wärme-, Luftungs-, Gesundheitstechnik, T. 10 s. 164, 1958.
- [100] Sękowski K., Kaczan J., Kaczan T.: *Wewnętrzne instalacje wody ciepłej, zimnej, centralnego ogrzewania i ogrzewania podłogowego z rur PEX-c, LPE, PVC-C i PVC-U w systemie KAN-therm®*. *Poradnik projektanta*, Firma KAN, Warszawa 1998.
- [101] Sękowski K., Kaczan J., Kaczan T.: *Ogrzewanie podłogowe*, Firma KAN, Warszawa 1998.
- [102] Sękowski K., Juchnicki J.: *Nowoczesne wewnętrzne instalacje wody ciepłej i zimnej, centralnego ogrzewania i ogrzewania podłogowego. Poradnik projektanta, System KAN-therm®*, Firma KAN, Warszawa 2001.

- [103] Schlapmann D.: *Konvektion bei der Fußbodenheizungen – Entwicklung einer Prüfmetode*, BMFT – T81 – 158, FIZ Karlsruhe, 1981.
- [104] Staniszewski B.: *Wymiana ciepła*, PWN, Warszawa 1980.
- [105] Strzeszewski M.: *Floor 2D*, program komputerowy, Instytut Ogrzewnictwa i Wentylacji Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1997-2002.
- [106] Strzeszewski M.: *Model numeryczny wymiany ciepła w przegrodzie budowlanej z przewodami centralnego ogrzewania*, Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, z. 42 Inżynieria Środowiska, Warszawa 2002.
- [107] Strzeszewski M.: *Model obliczeniowy ogrzewań mikroprzewodowych*, rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa, 2002.
- [108] Strzeszewski M., Kowalczyk A.: *Wpływ właściwości inercyjnych na regulację grzejników podłogowych*, Rynek Instalacyjny, 1-2/2002.
- [109] Szargut J. i in.: *Modelowanie numeryczne pól temperatury*, WNT, Warszawa, 1992.
- [110] Szargut J.: *Termodynamika*, PWN, Warszawa 1998.
- [111] Szargut J., Mierzwiński S., Garwoliński E.: *Obliczanie wydajności betonowych płyt grzejnych*, GWTS, T. 31, s. 218, 1957.
- [112] Szorin S.N.: *Tieplotperedacia*, Moskwa 1964.
- [113] Szymański W.: *Parametry ogrzewania podłogowego*, materiały konferencyjne VIII Konferencji Ciepłowników Polski Południowo-Wschodniej „Nowoczesne systemy ogrzewania”, Solina 1996.
- [114] THERMOCOAX: *Materiały producenta termopar*, <http://www.thermocoax.com>, 2003.
- [115] TSI. Turkish Standard 11261: *Fundamentals of designe ond determination of rhe heating load for floor heating systems*, Ankara: Turkish Standards Institute, 1994.
- [116] Wasilewski W.: *Ogrzewnictwo i wentylacja – poradnik*, ARKADY, Warszawa 1966.
- [117] Wasilewski W.: *Model obliczeniowy i metodyka określania mocy cieplnej grzejników płaszczyznowych*, Instytut Ogrzewnictwa i Wentylacji PW, Warszawa 1974.
- [118] Wasilewski W.: *Wymiana ciepła. Poradnik*, Warszawa, 1995.
- [119] Wasilewski W.: *Straty ciepła rur preizolowanych zagłębionych w gruncie*, COW 5/1999.

- [120] Weber A. P.: *Centralne ogrzewania wodne*, ARKADY, Warszawa 1975.
- [121] Wiśniewski S., Wiśniewski T. S.: *Wymiana ciepła*, WNT, Warszawa, 2000.
- [122] Zang Z, Pate M.B.: *A numerical study of heat transfer in a hydronic radiant ceiling panel*, ASME HTD Vol. 62, pp. 31 – 38. New York: American Society of Mechanical Engineers, 1986.
- [123] Żukowski M.: *Analiza parametrów cieplnych grzejnika podłogowego typu B*, Zeszyty Naukowe Politechniki Białostockiej, Zeszyt nr 14 – Inżynieria Środowiska, Białystok 2002.
- [124] Żukowski M.: *Modelowanie zjawisk wymiany ciepła zachodzących w poziomej płycie grzejnej*, XI Sympozjum Wymiany Ciepła i Masy, Gliwice - Szczyrk 2001.
- [125] Żukowski M.: *Metoda obliczania mocy cieplnej grzejnika podłogowego*, X International Conference AIR CONDITIONING PROTECTION & DISTRICT HEATING 2002, Szklarska Poręba 2002.

BIBLIOTEKA GŁÓWNA
Politechniki Warszawskiej

C. 122608



400000000103659

**BG Magazyn
Podstawowy**