Zastosowanie Teoryi wymiarów.

Teoryia wymiarów nie iest bez użytku w Matematyce: zastosowanie iéy szczególniéy zdaie się znaydować miesce w rozwiianiu zrównań z danych warunków i w summowaniu szeregów. Za zasady zaś takowego stosowania służą następuiące twierdzenia:

1°) *Ze w funkcyi z ilukolwiek wyrazów złożonéy, wszystkie wyrazy są iednakowego wymiaru:* wyrazy te bowiem połączoné będą znakami + lub —, zaś nie możemy dodawać ani odciągać od siebie tylko wielkości maiącé spólną z sobą miarę porównywania.

2°) *że w zrównaniu każdém wyrazy obu iego członków są iednego wymiaru:*

3°) *że* przeto *szereg każdy będzie zawsze tego samego wymiaru co funkcyia z któréy rozwinięcia powstał.* Dwa te ostatnie twierdzenia są tylko wnioskiem pierwszego.

4°) *Ze wykładnik potęgi iest zawsze liczbą ogólną:* to wypada z samégo określenią wykładnika:

5°) *Ze różnica i różniczka wielkości iest zawsze tego samego wymiaru co wielkość sama:* odmiany bowiém wielkości jakie w matematyce wyższéy uważamy są tylko odmianami wartości.

6°) *że każdy Logarytm iest wielkością ogólną:* w zrównaniu bowiem przestępném $a^x = y$, wykładnik x jest logarytmém y, zaś powiedzieliśmy (4°) że wykładnik potęgi iest zawsze liczbą ogólną.

Można to jeszcze okazać przez rachunek dyferencyialny: mamy albowiém log. x $= \frac{dx}{x}$, zaś różnica wielkości (5) iest tégo samego wymiaru co wielkość sama, przeto wymiar $\frac{dx}{x}$ równy iest $m) - m) = 0$

7°) *że liniie Trygonometryczné są także wielkościami ogólnémi:* linie bowiém geometryczné co do wielkości swoiéy są ogólne lub mianowané, podług tego jak odniesione są do jedności pewnéy ogólnéy lub mianowanéy: rachunek zaś linii trygonometrycznych stosować zwykliśmy do promienia wyrażonégo przez iedność ogólną, przeto i liniie te same w rachunku swoim będą wielkościami ogolnemi.—

Po tych ogólnych twierdzeniach, przeyaźmy do zastosowań szczególnych i uważmy naprzod Teoryią wymiarow wzwiązku iaki mieć może z Teoryią summowania szeregów. —

Funkcya daiąca się rozwinąć na szereg nieskończony nie może bydź tylko albo ułomkową, albo pierwiaſtkową, albo logarytmiczną albo trygonometryczną; do tych czterech rodzaiów lub do ich różnych połączeń, odnoszą się wszyſtkie funkcyie których rozwinięciami mogąbydź szeregi nieskończone. —

Powiedzieliśmy (3°) że szereg ieſt zawsze tego samego wymiaru co funkcyia z którey rozwinięcia powſtał: przeydźmy więc przez różne rodzaie funkcyy mogących rodzić szeregi nieskończone i zastanówmy się iaki wymiar służyć powinien odpowiednym każdey z tych funkcyy szeregom. — a naprzod:

Funkcyia ułomkowa wtenczas tylko daie się rozwinąć na szereg nieskończony kiedy w niey wymiar licznika iest mnieyszy od wymiaru mianownika, to ieſt kiedy wymiar funkcyi samey iest odiemny: że zaś w tenczas i wymiar szeregu będzie odiemny, przeto *funkcyia ułomkowa rozwinięta na szereg nieskończony da zawsze szereg wymiaru odiemnego.*

W wyciąganiu pierwiaſtków wymiar funkcyi pod znakiem pierwiaſtkowym będącéy dzieli się przez wymiar potęgi: w tym zaś razie wymiar funkcyi albo będzie większy, albo równy albo mnieyszy od wymiaru potęgi, a w miarę tego będzie wymiar funkcyi pierwiaſtkowey albo większy, albo równy, albo mnieyszy od iedności; w żadnym zaś razie nie będzie ani równy zero ani odiemny, chybaby albo wymiar funkcyi pod znakiem pierwiaſtkowym, albo wymiar samego znaku pierwiaſtkowego był odiemny, lecz w tenczas funkcya dana należeć raczéy będzie do przypadku pierwszego, toieſt będzie właściwie funkcyią ułomkową.—

Funkcyia przeto właściwie pierwiastkowa musi bydź zawsze wymiaru większego od zero a zatem zawsze dodatnego; skąd też taż *funkcyia pierwiaſtkowa rozwinięta na szereg nieskończony da zawsze szereg wymiaru dodatnego.* —

Nakoniec pokazaliśmy (twierd: 6. i 7.) że funkcyie logarytmiczne i trygonometryczne są zawsze wymiaru zero, przeto też ieszcze i *szeregi z rozwinięcia funkcyy logarytmicznych i trygonometrycznych powſtaiące, będą zawsze wymiaru zero.* —

Stąd oczywiście wypada:

1°) że szereg wymiaru dodatnego nie może bydź tylko rozwinięciem funkcyi pierwiastkowéy —

2°) że szereg wymiaru odiemnego niemoże bydź tylko rozwinięciem funkcyi ułomkowey —

3°) że szereg wymiaru zero niemoże bydź tylko rozwinięciem funkcyi logarytmiczney lub trygonometryczney.

Tym tedy sposobem, przez samo ocenienie wymiaru szeregu danego, potrafimy osądzić iakiego rodzaiu funkcyi iest on rozwinięciem: a przez odniesienie potem szeregu danego do wzoru ogólnego szeregów z rozwinięcia takowego rodzaiu funkcyy powstaiących, potrafimy oznaczyć samą funkcyią rodzącą.—

Lecz iak ocenić w każdym razie ów wymiar danego szeregu? a naprzod iak poznać w każdym razie czyli wyrazy onego maią pewny właściwy sobie wymiar? lub żadnego niemaią?

W tym celu wypada nam odnieść się do tego cośmy na początku w twier. 3° powiedzieli, że w szeregu nieskończonym równie iak w każdey funkcyi skończonéy wszystkie ogólnie wyrazy są iednakowego wymiaru. —

Na tey zasadzie, nazwawszy ogólnie wymiary wszystkich w szczególności wielkości w skład wyrazów szeregu wchodzących, podobnie nazwawszy ogólnie wymiar panuiący szeregu, będziem mieli tyle szczególnych zrównań wymiarowych, ile będzie wyrazów szeregu, a z uwagi tych zrównań i onych wzaiemnego przerabiania przyidziemy w każdym razie do oznaczenia, czyli wyrazy danego szeregu są wymiaru zero, lub maią pewny wymiar i iaki?

Okażmy to na przykładach:

1° weźmy szeręg:

$$y = \frac{1}{a} - \frac{x}{a^2} + \frac{x^2}{a^3} - \frac{x^3}{a^4} + \text{i t.d.}$$

nazwiymy wymiar a przez m, wymiar x przez n, a wymiar panuiący szeregu to iest wymiar stateczny każdego z jego wyrazów przez p, będziem mieli:

$$o - m = p.$$
$$n - 2m = p.$$
$$2n - 3m = p.$$
i t. d.

skąd $p = -m$ i $n = m$; a wartość ta n wprowadzona we wszystkie zrównania przywodzi ie wszystkie do kształtu $p = -m$, co znaczy że wymiar panuiący szeregu iest odiemny, a zatém że, podług tego cośmy powiedzieli, szereg dany musi bydź rozwinięciem funkcyi ułomkowéy, jakoż istotnie powstaie z rozwinięcia funkcyi $\frac{1}{a+x}$.

2° Weźmy znowu szereg:

$$y = a + \frac{bx}{2a} - \frac{b^2x^2}{8a^3} + \frac{b^3x^3}{16a^5} - \text{i t. d.}$$

a nazwawszy wymiar a przez m, wymiar b przez n, wymiar x przez p, zaś wymiar panuiący przez q, będzie:

$$m = q$$
$$n + p - m = q$$
$$2n + 2p - 3m = q$$
$$\text{i t. d.}$$

skąd $m = \frac{n+p}{2}$, zatem $m < (n+p)$, przeto $n + p - m = q$ iest dodatném, zatem podług tégo cośmy wyżéy powiedzieli szereg dany musi bydź rozwinięciem funkcyi pierwiastkowéy, jakoż istotnie powstaie z rozwinięcia funkcyi $\sqrt{(a^2+bx)}$.

3° Weźmy daléy za przykład szereg:

$$y = k + \frac{h}{x} - \frac{h^2}{2x^2} + \frac{h^3}{3x_3} - \text{i t.d.}$$

nazwawszy wymiary k, h, x i panuiący przez m, n, p i q będzie:

$$m = q.$$
$$n - p = q.$$
$$2n - 2p = q.$$
$$3n - 3p = q.$$

skąd $2n - 2p = n - p$, $n - p = q = 0$; zatém wymiar szerégu jest zero, szerég więc dany musi bydź rozwinięciem funkcyi logarytmicznéy lub trygonometrycznéy: jakoż istotnie iest rozwinięciem funkcyi log $(x + h)$, a piérwszy w nim wyraz $k = \log x$.

4°) Nakoniec weźmy ieszcze pod uwagę szereg:

$$y = h - \frac{h^3}{2.3.} + \frac{h^5}{2.3.4.5} - \text{i t.d.}$$

gdzie nazwawszy wymiar h przez m, a wymiar panuiący przez p. będzie:

$$m = p.$$
$$3m = p.$$
$$5m = p.$$
i t. d.

Oczywista zaś iest, że zrównania te nie będą mogły wszystkie razem mieć miesca tylko wtenczas kiedy będzie $m = 0$; iest przeto $m = 0$ skąd i $p = 0$, co znaczy że szereg dany musi bydź równie iak poprzedzaiący rozwinięciem funkcyi logarytmiczney lub trygonometryczney; iakoż istotnie szereg powyższy iest rozwinięciem *wst.h.*

Tu iest miesce oznaczyć różnicę między sobą szeregów niemaiących żadnego wymiaru przez wzgląd na funkcyie których te są rozwinięciem; to iest, gdy iakeśmy okazali szereg wymiaru zero może bydź równie rozwinięciem funkcyi logarytmiczney lub trygonometryczney, wypada wskazać cechy po których w każdym razie rozeznaćby można, czy szereg dany wymiaru zero iest rozwinięciem funkcyi pierwszego czy drugiego rodzaiu?

W tym zaś względzie uważamy naprzód, że ponieważ wymiar ogólny każdego wyrazu szeregu iest funkcyią wymiarów wielkości szczególnych wskład tego wyrazu wchodzących, wymiar przeto ogólny wyrazu może stać się równym zero, albo przez zniesienie się iednych przez drugie wymiarów szczególnych, albo przez niedostatek takowych wymiarów: ostatni przypadek ma miesce, kiedy wyraz pod uwagę wzięty iest składem samych wielkości ogólnych, pierwszy kiedy iest składem i ogólnych i mianowanych; co zaś mówimy o wyrazach, rozumie się równie i o całkowitych szeregach. Uważaiąc jakim sposobém w dwóch ostatnich wziętych za przykład szeregach, przyszliśmy do odkrycia w nich wymiaru rownego zero, przypominamy sobie iż w piérwszym otrzymaliśmy wymiar szeregu równy zero z samego rozwiązania zrównań wymiarowych, w drugim z uwagi oczywistéy niedorzeczności takowych zrównań w każdém inném przypuszczeniu, co nas przywiodło do uznania wszystkich wielkości w skład owych zrównań wchodzących za równe zero. Dwa te więc przypadki odpowiadaią oczywiście dwom dopiero przez nas odróżnionym przypadkom w których szerég wymiaru zero znaydować się może; skąd wypadałoby: że szereg z rozwinięcia funkcyi logarytmicznéy powstaiący, lubo iest wymiaru zero, zamyka iednak w składzie swoim wielkości mianowane, kiedy przeciwnie szereg będący rozwinięciem funkcyi trygonometrycznéy niemoże zamykać tylko same wielkości ogólne. I w saméy rzeczy, ieżeli tylko zastanowimy się nad naturą wielkości wchodzących w skład takowych szeregów, dostrzegamy iawnie iż w wyrażenie logarytmu wielkości przez szereg nieskończony, wchodzi zawsze taż wielkość sama, którą w każdym razie za mianowaną uważać możemy, kiedy w wyrażenie linii trygonometrycznéy przez szereg nieskończony, nie mogą wchodzić tylko promień, łuki i inne liniie trygonometryczne, które wszystkie równie jak tę liniią samą uważać zwykliśmy za ogólne. Mamy więc prawidło na odróżnianie szeregów wymiaru zero przez wzgląd na funkcyie których te są rozwinięciem; to iest: że *kiedy szereg dany wymiaru zero, zamyka iednak wielkości mianowane* (co poznaiemy kiedy wymiar iego zero wypada z samego rozwiązania zrównań wymiarowych) *wtenczas szereg ten iest rozwinięciem funkcyi logarytmicznéy*; przeciwnie *kiedy szereg dany wymiaru zero ma w składzie swoim same tylko wielkości ogólne*: (co poznaiemy, kiedy wymiar zero wypada z saméy niedorzeczności zrównań wymiarowych) *szereg ten iest rozwinięciem funkcyi trygonometryczné y*.

Doszedłszy przez takowe sposoby, do jakiego rodzaiu szeregów nieskończonych należy szereg dany którego funkcyią rodzącą odkryć chcemy, idzie o wynalezienie téy funkcyi saméy. Na ten koniec dość jest porównać szereg dany, z wzorém ogólnym szerégów takowego rodzaiu, z którego porównania łatwo nam iuż będzie oznaczyć wyrazy szczególne funkcyi szukanéy. Postępowanie w tym względzie, lubo od teoryi wymiarów bynaymniéy iuż nie zależy, nie od rzeczy jednak będzie (dla samego wyświecenia przydatności powyższego zastosowania) okazać ie tu choć na jednym przykładzie.

Weźmy zrównanie stopnia drugiego $x^2 + bx + a = o$, gdzie x iest wymiaru pierwszégo'

b także wymiaru pierwszégo, a a wymiaru drugiego; uczyńmy:

$$x = A + Ba + Ca^2 + Da^3 + Ea^4 + \text{i t.d.}$$

a oznaczywszy za pomocą teoryi powrotu szeregów, społczynniki nieoznaczoné $A, B, C, D, E,$ i t.d. będziem mieli:

$$x = -\frac{a}{b} - \frac{a^2}{b^3} - \frac{2a^3}{b^5} - \frac{5a^4}{b^7} - \text{i t.d.}$$

to iest x wyrażone przez szereg nieskończony, którégo gdybyśmy znaleźli funkcyią rodzącą, mielibyśmy wartośc x wyrażoną w funkcyi skończonéy, a tém samém rozwiązanie zrównania.

Ponieważ x iest wymiaru piérwszego, iest więc i szereg go wyrażaiący równie wymiaru pierwszego dodatnego, a zatém, podług tego cośmy wyżéy powiedzieli, szereg ten nie może bydź tylko rozwinięciem funkcyi pierwiastkowéy. Wzór zaś ogólny na rozwinięcie funkcyi pierwiastkowéy jest:

$$\sqrt[m]{(p + qz + rz^2 + sz^3 + tz^4 + \text{i t.d.})} = p^{\frac{1}{m}}$$

$$+ \frac{qz}{mp^{\frac{m-1}{m}}} + \frac{2mpr - (m-1)q^2}{2m^2 p^{\frac{2m-1}{m}}} z^2 +$$

$$+ \frac{6m^2 p^2 s - 6.m.m.-1pqr + (2m-1)(m-1)q^3}{6.m^3 p^{\frac{3m-1}{m}}} z^3 + \text{i t.d.}$$

do którego przychodzimy przez proste rozwinienie funkcyi ogólnéy pierwiastkowéy za pomocą teoryi pytań nieoznaczonych: porównaymy więc nasz szereg otrzymany z tym wzorem ogólnym; wprzód jednak możemy go ieszcze zamienić na szczególnieyszy przez następuiącą uwagę.

Ponieważ szereg otrzymany iest wymiaru pierwszego, uważaiąc więc że i w tym wzorze ogólnym szerég iest wymiaru piérwszego, będzie p wymiaru m, a zatém wyraziwszy ie przez P^m, gdzie P będzie wymiaru piérwszégo, wzór ogólny przerobi się na następuiący:

$$\sqrt{(P^m + qz + rz^2 + sz^3 + tz^4 + \text{i t.d.})}$$
$$= P + \frac{qz}{mP^{m-1}} + \frac{2m\,P^m r - (m-1)\,q^2}{2m^2\,P^{2m-1}}\,z^2 + \text{i t.d.}$$

a zastanawiaiąc się nad tym nowym wzorém, dostrzegamy że w nim różnica wykładników w mianownikach każdych dwóch przyległych wyrazów rowna się zawsze wykładnikowi znaku pierwiastkowégo funkcyi rozwiniętéy, tak $(2m-1)-(m-1)=m$, $(3m-1)-(2m-1)=m$, i t. d. — Tym tedy sposobem, kiedy szerég dany z rozwinięcia funkcyi pierwiastkowéy powstaiący iest wymiaru piérwszego, potrafimy, przerobiwszy go tak iżby w mianownikach iégo wyrazów znaydowała się iedna tylko wielkość wymiaru pierwszego, oznaczyć zawsze wykładnika znaku pierwiastkowego funkcyi na takowy szerég rozwiniętéy, *ten bowiem wskazany wtenczas zostanie przez rożnicę wykładników w mianownikach dwóch jakichkolwiek przyległych sobie wyrazów.* Odnosząc to do naszégo szeregu, ponieważ w nim bez żadnégo nawet przerobienia wyraz każdy w mianowniku zamyka samo tylko b, które jak powiedzieliśmy iest wymiaru pierwszego, przeto różnica w nim wykładników w mianownikach dwóch jakichkolwiek wyrazów przyległych, powinna wskazać natychmiast wykładnika znaku pierwiastkowego, różnica zaś ta iest stateczna i równa się 2, co znaczy że funkcyia z rozwinięcia któréy otrzymany przez nas szerég powstał, znayduie się pod znakiem pierwiastkowym potęgi drugiéy. Wprowadzaiąc tén nowy szczégólny warunek w nasz wzór ogólny, to iest czyniąc w nim $m = 2$, przerabiamy go na nierównie szczégólnieyszy i otrzymujemy dwa szeregi:

$$\sqrt{(A + Ba + Ca^2 + Da^3 + \text{i t. d})} =$$

$$= A^{\frac{1}{2}} + \frac{Ba}{2A^{\frac{1}{2}}} + \frac{4AC - B^2}{8A^{\frac{3}{2}}} a^2 +$$

$$+\frac{8A^2D-4ABC+B^3}{16A^{\frac{5}{2}}}a^3+\text{i t.d}\quad\text{i}$$

$$\sqrt{(A+Ba+Ca^2+Da^3+\text{i t.d.})}=A^{\frac{1}{2}}$$

$$-\frac{a}{b}-\frac{a^2}{b^3}-\frac{2a^3}{b^5}-\frac{5a^4}{b^7}-\text{i t.d.}$$

gdzie A, B, C, D, i t. d. oznaczają spółczynniki ogólné które przez b wyrazić potrzeba.

Porównywaiąc zaś społczynniki wyrazów obu szeregów towarzyszące tym samym potęgom a, mamy:

$$\frac{B}{2A^{\frac{1}{2}}}=-\frac{1}{b}$$

$$\frac{4AC-B^2}{8A^{\frac{3}{2}}}=-\frac{1}{b^3},$$

$$\frac{8A^2D-4ABC+B^3}{16A^{\frac{5}{2}}}=-\frac{2}{b^5}$$

i t. d.

Wszystkie te iednak zrównania nie posłużyłyby do oznaczenia spółczynników ogólnych A, B, C, D, i t. d. ponieważ mielibyśmy zawsze jedną iłością nieznaną więcéy niż zrównań, gdyby wyrazy funkcyi pierwiastkowéy ciągnęły się bez końca; lecz ponieważ funkcyia ta iest skończoną idzie więc tylko oto czyliby niemożna z uwagi samégo powyższégo wzoru ogólnégo wyciągnąć pewnego prawidła oznaczania w każdym przypadku na ilu wyrazach skład funkcyi się kończy, a zatém jakie dalsze społczynniki za równe iuż zero uważać mamy prawo; przez takowe bowiem oznaczenie zmnieyszyłaby się liczba ilości nieznanych, a liczba zrównań pozostawszy taż sama posłużyłaby do naznaczenia wartości spółczynników pozostałych.

Przypatruiąc się zaś z tego względu naszemu wzorowi ogólnemu (A), dostrzegamy, iż gdybyśmy w funkcyi pod znakiem pierwiastkowym, wszystkie wyrazy oprócz dwóch pierwszych uczynili równe zero, każdy spółczynnik rozwiniętego szeregu byłby tylko iednowyrazowy; gdybyśmy zaś w funkcyi pod znakiem pierwiastkowym zachowali tylko trzy piérwsze wyrazy, liczba naywiększa wyrazów z iakich społczynniki szeregu składać by się mogły, byłaby dwa, podobnie byłaby trzy, gdybyśmy w funkcyi pierwiastkowéy zostawili tylko cztéry piérwsze wyrazy, i t. d. — Nie wchodząc w dalsze uwagi w tym względzie, ponieważ w szeregu któryśmy na wartość x otrzymali, spółczynnik każdy iest tylko iednowyrazowy, mamy więc prawo z tego cośmy dopiero powiedzieli wnieść odwrotnie, że funkcyia rodząca pod znakiem piérwiastkowym

wym

wym potęgi drugiey umieszczona składać się nie może tylko zdwóch pierwszych wyrazów, a zatém że wszystkie dalsze spółczynniki C, D, E, F, i t d. za równe zero uwazać mamy prawo. Powiadam: dalsze spółczynniki: ponieniewaž niemožemy w žaden sposób uważać A i B za równe zero. Uczyniwszy bowiem $A = o$, wszystkie wyrazy szeregu prócz pierwszego stałyby się nieskończenie wielkie; uczyniwszy zaś $B = o$, wyraz szeregu zamykaiący a w potędze pierwszéy zniknąłby; co gdy ani iedno, ani drugie w naszym przykładzie niema miesca, w funkcyią przeto pod znakiem piewiastkowym niemogą wchodzić tylko dwa pierwsze spółczynniki A i B, wszystkie zaś inne są równe zero, a ten nowy warunek wprowadzony w nasz wzor ostatni przerabia go dla nas jak naykorzystniéy, ponieważ otrzymuiemy dwa szeregi:

$$\sqrt{(A + Ba)} = A^{\frac{1}{2}} + \frac{Ba}{2A^{\frac{1}{2}}} + \frac{B^2 a_2}{8A^{\frac{3}{2}}} + \frac{B^3 a^3}{16A^{\frac{5}{2}}} \text{ itd}$$

$$\sqrt{(A + Ba)} = A^{\frac{1}{2}} - \frac{a}{b} - \frac{a^2}{b^3} - \frac{2a^3}{b^5} - \text{i.t.d.}$$

z których już bardzo łatwo oznaczymy A i B przez b, iakož mamy:

$$\frac{B}{2A^{\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{b}$$

$$\frac{B^2}{8A^{\frac{3}{2}}} = -\frac{1}{b^3}$$

skąd $B = -\frac{2A^{\frac{1}{2}}}{b}$; $B^2 = \frac{4A}{b^2}$;

$$\frac{1}{2A^{\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{b}; \quad A = \frac{b^2}{4}; \quad B = -1.$$

kładąc te wartości w naszą funkcyią, otrzymuiemy.

$$\sqrt{\left(\frac{b^2}{4} - a\right)} = \frac{b}{2} - \frac{a}{b} - \frac{a^3}{b^3} - \frac{2a^3}{b^5} - \text{i t. d.}$$

ponieważ zaś:

$$x = -\frac{a}{b} - \frac{a^2}{b^3} - \frac{2a^3}{b^5} \text{ i t. d.}$$

$$\text{przeto } x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b^2}{4} - a\right)}$$

wyrażenie wartości x zupełnie takie, iakie nam daie zwyczayne rozwiązanie zrównania przez dopełnienie potęgi.—

List P. Berzelius do P. Berthollet o dwóch nowych metallach.

Spieszę się udzielić WCPanu niektóre wypadki badań czynionych w Szwecyi w naszey ulubioney nauce: są one bardzo ważne: zachodzi tu odkrycie istoty metaliczney którey niedokwasem iest nowe alkali stałe, tudzież drugiey istoty metalliczney niedokwaszaiącey się i bardziey podobney do siarki niż do innego iakiego ciała. —

Alkali nowe odkryte zostało przez P. Arfredson, młodego biegłego bardzo chemika, który od roku pracuie w moiém laboratorium; znalazł on to alkali w kamieniu iuż odkrytym przez P. Andrada, w kopalni Uto, i nazwanym przez niego *petalitem*. Kamień ten składa się, zaniedbuiąc ułomki, z 0, 80 krzemionki, 0, 17 glinki, i 0,03 nowego Alkali. Dla wydobycia z niego tego ostatniego, używa się zwyczaynego sposobu skalcynowania kamienia w proszku z węglanem baryty, i oddzielenia z niego ziem wszystkich. Oto są głównieysze charaktery tego Alkali: 1° większa część kombinacyy iego z kwasami, są bardzo łatwo topiące się: siarczan iego i solan bardzo długo zostaią w stanie płynnym nim do czerwoności doprowadzone zostaną. Węglan topi się zaczynaiąc się zarzyć, a w tym stanie działa na palatynę z taką prawie siłą iak saletran innego iakiego Alkali. Siarczan krystallizuie się bardzo łatwo, a kryształy niezamykaią wody skombinowaney. Roztwor ich nieosadza się przez solan platyny ani przez kwas winny (acidi tartrique) solan rozpływa się bardzo łarwo w wodzie, i przechodzi może w tey własności solan wapna. Saletran krystallizuie się w sześciany ukośne: lecz chciwie wilgoć przyciąga. Węglan trudno rospuszcza się w wodzie; przez wyparowanie otrzymuie się skrystallizowany w pryzmata, zwyczaynie iednak bardzo małe. Alkali to ma większą sposobność nasycania kwasów niż inne Alkala stałe, i przewyższa w tem nawet magnezyią. Ta okoliczność posłużyła do iego odkrycia: bo sól z zasadą tego alkali przez rozbiór otrzymana, przewyższała o wiele w ciężarze, to co ważyćby była powinna, gdyby soda lub potaż były iey zasadą. Bardzo naturalnie było wnieść zrazu, że sól z zasadą, nie daiąca osadu z kwasem winnym, musi zamykać w sobie sodę. To też właśnie naprzód uczynił P. Arfredson, ale powtórzywszy potrzykroć rozbiór petalitu z temi samemi zupełnie wypadkami, wziął sobie za powinność przypatrzyć się zbliska każdey z iego części stanowiących; i w skutek to takowego przypatrywania się dostrzegł że istota alkaliczna miała oddzielne od innych alkalów własności. Nadaliśmy iéy nazwisko *Lithion* któreby przypominało że Alkali to stałe odkrytem zostało w Krolestwie kopalnem kiedy dwa drugie były odkryte w Krolestwie roślinnem.

Istota metalliczna niedokwaszaiąca się następuiącym sposobem odkrytą została: w fabryce kwasu siarczanego, gdzie pali się siarka wydobyta z pirytów kopalni Fahlun, osiada u spodu wielkiey izby ołowianey massa czerwonawa składaiąca się szczególniey z siarki. Zasiągnąwszy z P. Gahn z Fahlun wiadomości względem sposobu ukwaszania tam siarki który nieiest zupełnie taki iak w Anglii używany, zastanowił nas ów osad czerwonawy. Przypatrzyliśmy się onemu, a znayduiąc iż w czasie palenia się wydawał bardzo mocny zapach chrzanu, zdał się nam podobnym do prawdy ten wniosek, że osad rzeczony był mieszaniną siarczyku ziemianu z siarką, niemogliśmy przyiść atoli do wydobycia z niego ziemianu. Wziąłem małą onego ilość z sobą do Sztokolmu, gdzie bliżey go rozważałem, i znalazłem wtenczas że siarka ta zamykała istotę obcą, bardzo lotną, bardzo łatwo topiącą się, niedaiącą się bynaymniey osadzać przez Alkala, i po kilku bezkorzystnych usiłowaniach, przyszedłem na koniec do iey odosobnienia. —

Oto są własności, które w niey do tego czasu odkryłem: kolor iey uważany w massie iest szary z bardzo mocnym blaskiem metallicznym: odłom szklanny iak siarki, lub iak falerców których ma kolor, ale więcey blasku; ciężkość iey gatunkowa iest około 4, 6; twarda iest, lecz bardzo krucha, prawie tak iak siarka. Przez utarcie daie proszek czerwony w którym tu i owdzie przebiia glanc metalliczny, tak iak w proszkach innych kruchych metallów.

W temperaturze wody wrzącey odmiękcza się, a w trochę wyższey topi się. Podczas oziębiania się zachowuie pewną płynność, iak siarka lub lak, tak że ią można gnieść w palcach, a w tym stanie daie się wyciągać na cienkie nitki obdarzone żywym glancem metallicznym, lecz które między światłem a okiem postrzegacza położone, staią się zupełnie przezroczyste daiąc przeglądać bardzo ciemny czerwony kolor. W trochę ieszcze wyższey temperaturze ciało to zagotowuie się i dystylluie się w kroplach metallicznych ciemnych.

Podczas sublimacyi, bania retorty wypełniona iest gazem żółtym, którego iednak kolor mniey iest mocny iak siarki w stanie gazu. Dystylluiąc ią w retorcie z szeroką szyiką, sublimuie się w kształcie kwiatów pięknego cynobrowego koloru, które iednak nie są bynaymniey zniedokwaszonemi, ponieważ z nich przez proste przetopienie otrzymuie się taż sama massa metaliczna i szarawa. Sublimuiąc ią w powietrzu, tak iednak żeby zapalić się nie mogła, paruie w postaci dymu czerwonego nie maiącego żadnego właściwego zapachu. Przeciwnie kieruiąc na nią płomień świcy, lub dmąc rurką probierczą, nadaie płomieniowi piękny błękitnolazurowy kolor, wydaiąc zapach chrzanu tak mocny, że $\frac{1}{50}$ grana tym sposobem ulotniona wystarczyłaby do zarażenia tym zapachem powietrza w obszerney nawet izbie. Klaproth powiedział że ziemian wydaie ten sam zapach: iednak ani ziemian oczyszczony, ani iego niedokwas, ani kombinacyie iego z metallami zapachu tego niewydaią. Zamknąwszy aż dopiero kawałek ziemianu w małey kulce z szkła cienkiego, i dmąc nań rurką probierczą aż ziemian przeszedłszy do stanu pary zrobił sobie otwór w szkle odmiękczonem, przyszedłem do wydobycia rzeczonego zapachu: w tenczas zaś był taki sam zupełnie iak owey nowey istoty. Nie będę tu decydował, czyli zapach takowy wspólny iest im obom, lub czyli ziemian ma częstokroć przy sobie tę nową istotę: iednakże dla przypominania stosunków tey ostatniey z ziemianem, nazwałem ią *selenium*. —

Selenium kombinuie się z metallami sprawuiąc częstokroć żywe ognienie się. Selenik potassu formuie bryłkę metalliczną biało-szarawą, rospuszczaiącą się z prędkością i bez burzenia się w wodzie, której udziela koloru piwa tęgiego i smaku podobnego zupełnie do siarczyku potażu. Kwasy wydobywaią z niego gaz, którego zapach, kiedy się rozeydzie, podobny iest, aż do złudzenia, zapachowi gazu wodorodnego siarczystego, lecz który w małey nawet ilości, wprowadzony do nosa, sprawuie w nim bolesne czucie, po którém następuie mocne zapalenie i symptomata katarowe. Wodoselenik potażu rozpuszczony w wodzie, okrywa się naprzód czerwoną cynabrową powłoką, lecz która w miarę grubienia, staie się szarawą. Zmieszany z kwasem solnym, płyn mąci się i osadza proszek czerwony: co dowodzi że ma w rospuszczeniu część tey istoty w zbytku, tak właśnie iak to ma miesce w wodosiarczykach siarczystych. Selenium roztwarza się w Alkalach stałych, tak drogą wilgotną, iak przez stopienie. Seleniki alkaliczne są czerwono-cynabrowego koloru. Seleniki baryty i wapna są tegoż samego koloru, lecz nierozpuszczalne. Selenium rospuszcza się także w oleiach tłustych którym udziela czerwonego koloru. Roztwory te niemaią żadnégo hepatycznego zapachu tak iak podobne roztwory siarki. —

Selenium rospuszcza się w kwasie siarczanym przez ciepło. Roztwór ten wyparowany w retorcie, daie sól łatwo krystallizuiącą się i sublimuiącą w kształcie igiełek krystallicznych, częstokroć długości cala. Sublimat ten iest bardzo rospuszczalny tak w wodzie iak w alkoholu. Ma smak prawdziwie kwaśny, słonecznik mocno czerwieni, a z alkalami daie soie szczególne Jest więc kwasem z zasadą selenium: seleniany alkaliczne krystallizuią się z trudnością i przyciągaią wilgoć z powietrza. Seleniian amoniiaku wystawiony na moc ciepła rozkłada się, oddziela się nieco amoniiaku, poczem kwas seleniiowy sublimuie się; lecz naywiększa część amoniiaku rozkłada się: wydobywa się woda i gaz saletrorodny, a seleniem zostaie w ſtanie roztworu, skąd może bydź potem snblimowany. Selenian barytyczny rospuszcza się w wodzie, lecz prawie nic w wyskoku. Krystallizuie się w igły których ostateczności okrywaią się wiązką innych mnieyszych igiełek. Przestanki powoli zapełniaią się, i tym sposobem sól ta formuie kryształy kształtu kulistego, których powierszchnia nawet przez drobnowidz okazuie się gładką i równą.

Jeżeli do roztworu seleniianu dodamy trochę kwasu solnego, i wrzucimy potem kawałek zynku, selenium opada w kształcie metalicznym: Jeżeli zaś w miescu kwasu solnego dodamy kwasu siarczanego, osad trudniey następuie, nabiera szarego koloru i zamyka siarczyk selenium.

Jeżeli przez roztwor kwasu seleniowego przepuścimy gaz wodorodny siarczysty, selenium opada w kolorze pomarańczowym: osad ten staie się czerwonym przez wyschnięcie: w ogniu topi się, a przez dyſtyllacyią daie massę pomarańczową przezroczyſtą. —

Doświadczenia te są dostateczne do przekonania o prawdziwem istnieniu tego ciała szczególnego i z wielu względów interessuiącego. Jeſt zaś oczywista, że ciało to bierze swóy początek z pirytów kopalni Fahlun. P Gahn często uważał zapach seleniium spalonego rozchodzący się podczas wyrabiania kopalni miedzianey w Fahlun; lecz przypisywał go zawsze małym sladom ziemianu. Piryty Fahlunu, iakie się do wydobywania siarki używaią, są obficie zmieszane z galeną i mogłoby to bydź bardzo, iżby selenium znaydowało się w nich w postaci seleniku ołowiu. Nie omieszkamy na miescu samem czynić śledzeń w tym względzie.

W każdym razie, ilość selenium zawartego w tych minerałach iest bardzo mała: 500 funtow siarki spaloney w fabryce kwasu siarczanego, dały prawie tylko $\frac{1}{3}$ grana Selenium. Nie pozostaie go zaś nic przy kwasie siarczanym, ponieważ podkwas siarczany ma własność przywodzenia kwasu seleniiowego do stanu metallicznego. — (*Annales de chymie et de physique. Tome VII. p.* 199)

Rozprawa o Machinie Arytmetyczney połączoney z machiną do wyciągania pierwiastków z ułomkami; przez Abrahama Stern, *na posiedzeniu publicznem Towarzystwa Królewskiego Warszawskiego Przyiacioł Nauk d:* 30 *Kwietnia* 1817. *czytana.*

Trzeci iuż raz w tém poważném miescu posiedzeń Towarzystwa, wybor uczonych i światłych Mężów składaiącego, owoce mych