# ĆWICZENIA NAUKOWE

## ODDZIAŁ MATEMATYCZNO FIZYCZNY.

*TOM DRUGI.*

Rok 1818.

w WARSZAWIE

u N. GLÜCKSBERGA
Księgarza i Typografa uprzywileiowanego
Królewskiego Uniwersytetu.

i w Krzemiencu u tegoż.

w Drukarni przy Nowolipiu N^ro 646.

# ĆWICZENIA NAUKOWE.

## ODDZIAŁ MATEMATYCZNO-FIZYCZNY.

### *O Działaniach Arytmetycznych.*

Odmiany wielkości są przedmiotem działań Arytmetycznych: wypadki tych ostatnich, wskazuią rodzay i moc piérwszych. Wielkość zaś odmieniać się może, albo odmieniaiąc stosunek względem swoiéy iedności, i to się nazywa *odmianą wartości*, albo odmieniaiąc też jedność samą, i to się nazywa *odmianą natury*: w każdym zaś wypadku działania wzgląd mieć należy na obie te odmiany: bo inaczéy nie ocenilibyśmy dostatecznie wartości i natury wielkości przez takowe działanie odmienionéy.

Wszystkie działania Arytmetyczne odnoszą się właściwie do *dodawania i odciągania*: poymujemy łatwo, jak przez dodawanie lub odciąganie wartość wielkości może się odmienić, lecz nie tak łatwo jest pojąć, jak przez też działania natura wielkości, to iest *wartość bezwzględna jéy jedności*, odmienić się może. Wszakże, ieżeli od wyobrażenia natury wielkości, oddzielimy cokolwiek to ma oderwanego i niematematycznego, a zastosujemy same tylko uznane w Matematyce zasady, natrafimy, unikaiąc obłąkania w tak zawiłém badaniu, na dość pewne skazówki.

Jakoż, natura w ogólności nie może się odmienić tylko przez przydanie iéy lub ujęcie czego, lub razem przez przydanie i ujęcie: natura więc jedności matematycznéy nie może się odmienić tylko przez dodanie do niéy lub odciągnienie, że tak powiém, natury innéy jedności. Działania więc Arytmetyczne odmieniające naturę wielkości, nie są, bo i nie mogą bydź inne, tylko proste dodawanie i odciąganie: dodanie np: szerokości do długości odmienia naturę wielkości i zamienia liniią na powierzchnią: odjęcie głębokości i szerokości od bryłowatości, przemienia równie naturę wielkości, bo zamienia bryłę na liniią. Nie poymujemy, ani możemy wytłumaczyć jakim sposobém w obu tych razach dzieją się odmiany natury wielkości: lecz w Mechanice równie nie poymujemy, jaka jest istota działania siły na materyią, a jednak oznaczamy ze ścisłością wzorową prawa matematyczne takowego iéy działania. Oczywistość zasad Matematyki daie się rozciągać na fenomena tych nawet przedmiotów, w których pojęciu i wytłumaczeniu Metafizyka wikła się i gubi: a korzyść iéy i wyższość prawdziwa zawiéra się szczególniéy w téy niezawisłości iéy zasad od wszelkich marzeń omylnych i niepewnych tłumaczeń. Dość nam iest wiedzieć, że działania Arytmetyczne zdolne są odmienić naturę wielkości, abyśmy już mieli prawo i możność, niezawisłe od samego sposobu takowych odmian, prawa ich Arytmetyczne i różne stopnie oceniać, a usuwając uwagę téy natury samey i odmian jéy samych w sobie, uważać jedynie tęż naturę jako prostą wartość, przez działania Arytmetyczne odmieniaiąca się, podług praw ogólnych na też działania w Matematyce ustanowionych.

Na téy zasadzie, i z tego punktu rzeczy uważając, powiemy: że natura wielkości, ile odmieniająca się przez działania Arytmetyczne, niemoże się odmienić tylko przez dodawanie lub odciąganie: lecz jak w Matema tyce niemożemy dodawać lub odciągać od siebie tylko wielkości maiące z sobą spólną miarę porównywania, tak niepotrafimy przez działania Arytmetyczne odmienić natury wielkości, tylko dodaiąc do niéy lub odciągaiąc, że tak powiém, drugą jaką naturę mającą z nią spólną miarę porównywania. Takową to miarę porównywania nazwaćby można *jednością natury*, tak jak jedność liczebna jest *jednością wartości*: a jak ta ostatnia, podług wyobrażenia któréy do niéy przywiązuiemy, wchodzi wyłącznie w skład wszystkich wartości które się do niéy odnoszą, tak równie *jedność natury* wchodzić musi w skład wszystkich różnégo rodzaju natur którym służy za spólną miarę porównywania, tak że te nie mogą bydź tylko wielokrotném téyże jedności *w pewny sposób* powtórzeniem.

Mówię: *w pewny sposób*, bo wyrazu *powtórzenie*, używam tu raczéy przez analogiią, jak żebym miał uznawać właściwość i dostateczność iego w tém miescu. Nie tłumaczy on bynaymniéy owego oderwanego sposobu odmieniania się natury wielkości, ale okazuie przynaymniéy pewny, że tak powiém, kształt tegoż odmieniania się przez wzgląd na działania których to iest skutkiem. Nie idzie nam zaś o to, jakim sposobém natura wielkości powtarzać się może, lecz o to, że natura ta przez działania Arytmetyczne odmienić się niemoże tylko przez odmianę liczby w niéy pewnych powtórzeń natury wziętéy za iedność: nie idzie nam o to jakim sposobem przez dodanie szerokości do długości, liniia zamienia się na powiérszchnią, lecz o to, że liniia na powierszchnią zamienić się nie może, tylko przez dodanie do iéy natury jaką iest *długość*, natury drugiéy mającéy z nią spólną miarę porównywania iaką iest *szerokość*, a zatém przez powtórzenie jakby jedności zawartéy w téy pierwszéy.

Natury więc wielkości, które przez działanie Arytmetyczne mogą się zamieniać jedne na drugie, nie różnią się między sobą we względzie matematycznym, tylko liczbą pewnego rodzaiu powtórzeń spólnéy im jedności: i takową to liczbę powtórzeń nazywamy *wymiarem*. Oczywista zaś iest, że wielkości *ogólne* (abstractæ), nie mając żadnéy właściwéy sobie natury, a tém samém żadnéy jedności do któréyby się ta odnosiła, nie maią też żadnégo wymiaru: zatem *każda wielkość ogólna iest wymiaru zero.*

(Dla oznaczania wymiaru wielkości mianowanéy, możnaby używać liczby z nawiasem nad tąż wielkością położonéy, a to dla odróżnienia od używanego w Algebrze znaku *wykładnika*, z którym *wymiar* nic nie ma spólnégo: tak $a^{m)}$ oznaczać będzie wielkość $a$ wymiaru $m$, kiedy $a^{m}$ znaczy $a$ z wykładnikiem $m$).

*Wymiar* tedy, tém jest między jednościami różnéy natury, czém jest *wartość* między wielkościami natury jednakiéy: a wszystkie odmiany natury wielkości przez działania Arytmetyczne zrodzone, odnoszą sie jedynie tym sposobém do odmian wymiaru.

Wielkość więc jest albo *ogólną* albo *mianowaną*: działania Arytmetyczne ią odmieniaiące są *dodawanie* lub *odciąganie*: odmiany iéy nie mogą bydź tylko *odmianami wartości* albo *odmianami wymiaru*: wypada więc oznaczyć: *jakim działaniom z jakiemi wielkościami, jakie odpowiadają odmiany*.

Wtéy uwadze trzy następuiące zachodzą przypadki: albo odmienia się sama wartość, albo sam wymiar, albo razem i wartość i wymiar wielkości.

Co do pierwszego: wartość wielkości nie może się odmienić tylko przez przydanie jéy czego lub ujęcie: przydaiemy zaś do wartości, dodaiąc do wielkości danéy jedną lub kilka innych wielkości téy saméy natury, uymuiemy, odciągaiąc: ogólnie, odmieniamy wartość samą wielkości dodaiąc do siebie lub odciągając wielkości, ogólne lub mianowane téy saméy natury. Nadto: odmienimy jeszcze wartość wielkośći, nie odmieniaiąc iéy natury, ieżeli ją dodamy samą do siebie pewną liczbę razy lub odciągniemy od niéy drugą wielkość téy saméy natury pewną liczbą razy: dodać zaś wielkość do siebie pewną liczbę razy iest pomnożyć ią przez tę liczbę, zaś odciągnąć wielkość iedną od drugiéy pewną liczbę razy, iest to podzielić ostatnią przez tęż liczbę, przeto ogólnie: *odmiana samey wartości wielkości matematyczney, odpowiada działaniu dodawania lub odciągania wielkości jakichkolwiek, albo działaniu mnożenia lub dzielenia wielkości ogólnéy lub mianowanéy przez wielkość ogólną.*

Co do drugiego: wymiar wielkości nie może się równie odmienić, tylko przez powiększenie lub zmnieyszenie: w tym zaś razie albo wielkość z ogólnéy zamienia się na mianowaną albo z mianowanéy na ogólną, albo z mianowanéy na mianowaną innego wymiaru. Niech $m^{o}$ będzie wielkość ogólna, którą przez dodanie iéy wymiaru $p)$ zamienimy na mianowaną: będzie $m^{o)}+^{p)}=m^{p)}$: lecz z poprzedzaiącego wypadku, każdą wielkość mianowaną wyrazić można przez jedność mianowaną mnożoną przez też wielkość ogólną, będzie przeto ieszcze $m^{p)}=m^{o)}.1^{p)}$, a stąd $m^{o)}+^{p)}=m^{o)}.1^{p)}$; co znaczy, że aby wielkość ogólną zamienić na mianowaną, nie odmieniaiąc iéy stosunku do swoiéy jedności, dość jest pomnożyć ją przez wielkość mianowaną. Niech znowu $a^{p)}$ będzie wielkość mianowana, którą przez dodanie wymiaru $q)$ zamienimy na mianowaną wyższégo wymiaru: będzie $a^{p)}+^{q)}$ wielkość odmieniona; lecz mamy $a^{p)}=1^{p)}.a^{o)}$, a powiększywszy po obu stronach wymiar $a$ wymiarem $q)$, będzie $a^{p)}+^{q)}=1^{p)}.a^{o)}+^{q)}=1^{p)}.a^{q)}$; mamy zaś $1^{p)}.a^{q)}=1^{p)}.a^{o)}.1^{q)}=a^{p)}.1^{q)}$, przeto $a^{p)}+^{q)}=a^{p)}.1^{q)}$; co znaczy że aby powiększyć wymiar wielkości mianowanéy, nie odmieniaiąc iéy wartości, potrzeba ją podobnież pomnożyć tylko przez iedność mianowaną; co zaś mówimy o mnożeniu we względzie powiększania wymiaru, rozumie się odwrotnie o dzieleniu we względzie zmniéyszania onego: zatém ogólnie: *odmiana sama wymiaru wielkości bądź ogólnéy bądź miano-*

*wanéy, odpowiada działaniu mnożenia lub dzielenia wielkości ogólnéy lub mianowaney przez jedność mianowaną.*

Co do trzeciego: Odmieniamy tedy samą wartość wielkości, bądź dodając lub odciągaiąc od siebie wielkości ogólne lub mianowané téy saméy natury, bądź mnożąc lub dzieląc wielkość ogólną lub mianowaną przez wielkość ogólną; powtóre, odmieniamy sam wymiar wielkości, mnożąc lub dzieląc wielkość ogólną lub mianowaną przez jedność mianowaną pewnego wymiaru: złączmy oba te działania, a powstające stąd działanie złożone, odpowiadać będzie odmianom razem wartości i wymiaru. Jakoż, ieżeli pomnożymy naprzod wielkość daną $a^{m)}$ przez jedność pewnego wymiaru, odmienimy naprzód iéy wymiar, ieżeli ją w tym znówu stanie pomnożymy przez wielkość jaką ogólną, odmienimy, następnie iéy wartość, tak, że $a^{m)} \times 1^{n)} \times b^{o)}$ wyrażać będzie wielkość daną odmienioną i co do wymiaru i co wartości. Lecz $a^{m)} \times 1^{n)} \times b^{o)} = a^{m}.\ (1^{n}).\ b^{o)})$, zaś $1^{n)}.\ b^{o)} = b^{n)}$ przeto $a^{m)} \times 1^{n)} \times b^{o)} = a^{m)}.\ b^{n)}$; co okazuie, że w wielkościach matematycznych *odmiana wartości i wymiaru razem, odpowiada działaniu mnożenia lub dzielénia wielkości ogólnéy lub mianowanéy przez* *wielkość mianowaną*: oczywista zaś jest że w tym przypadku wymiar mnogości lub wielorazu będzie zawsze równy summie lub różnicy wymiarów mnożnéy lub dzielnéy i wielkości mnożącéy lub dzielącéy.

Taki jest związek odmian wielkości z działaniami Arytmetycznemi; w dodawaniu i odciąganiu odmienia się ogólnie sama tylko wartość, w mnożeniu i dzieleniu odmieniać się może bądź wartość sama, bądź sam wymiar, bądź wartość i wymiar razem, podług tego jak wielkość mnożąca lub dzieląca będzie albo wielkością ogólną, albo jednością mianowaną, albo wielkością mianowaną. W piérwszych dwóch działaniach dodaią się tylko lub odciągaią wartości, w dwóch drugich wartości mnożą się lub dzielą, a dodają lub odciągają wymiary. Nie wspominamy tu osobno o wynoszeniu do potęg i wyciąganiu pierwiastków: dwa te działania są tylko skróceniami mnożenia i dzielenia ostatniego rodzaju, to iest tego przez które odmienia się i wartość i wymiar wielkości: odmiany więc im odpowiadające są też same, a działania szczególné odnoszą się w nich do wynoszenia do potęg, lub wyciągania piérwiastków z *wartości*, a do mnożenia lub dzielenia *wymiarów*.

Z tego wszystkiego okazuie się, że działania Arytmetyczne nie mogą zachodzić tylko między wielkościami mającemi spólną jedność wartości a zatém i natury, lub przynaymniéy spólną jedność natury. Stąd wypadałoby odróżnić we względzie matematycznym *różność natury* od *różności wymiaru*: piérwsza wyłącza spólność jedności, druga ją owszém przypuszcza: piérwsza odeymuie wszelką możność porównywania z sobą wielkości, druga jeżeli nie co do wartości przynaymniéy co do natury pozwala porównywać je z sobą; *mila* i *centnar* są wielkości *różnéy natury*, *mila liniiowa* i *mila kwadratowa* są wielkości *różnego wymiaru*: działania Arytmetyczne zachodzić mogą między temi ostatniemi, między piérwszém niemogą: tak, że ilekroć razy w jednémże działaniu zachodzą dwie wielkości mianowane odmiennéy natury, tylekroć jedną z nich zawsze w działaniu samém uważać musimy za ogólną. Tak, kiedy mając znaną liczbę $m$ mil kwadratowych i $n$ wielkość ludności na jedną milę, chcemy wyrachować ludność całkowitą na mil $m$, niemnożymy wtenczas rzeczywiście $n$ głów ludności przez $m$ mil kwadratowych, ale tylko $n$ głów przez $m$, to iest wielkość mianowaną przez ogólną, a wypadkiem mnożénia będzie wielkość mianowana téy saméy co mnożna natury, to iest *mn* wielkość całkowita ludności. — Oczywista zaś iest, że w tym razie uważanie téy lub owéy wielkości mianowanéy za ogólną nie może bydź dowolném, ponieważ z dwóch wielkości w działaniu będących ta widocznie mianowaną pozostać powinna, którey natura ma się, że tak powiém, odrodzić w wypadku wykonanego działania.

Z tych wszystkich uwag wypada:

1°. że niemożemy z całą ogólnością i ścisłością powiedziéć, jak to wszystkie prawie traktaty Arytmetyki powtarzaią, że *działanie mnożenia jest tylko skróconém działaniém dodawania*; iest ono takiém, kiedy mnożymy wielkość ogólną lub mianowaną przez ogólną, lecz nie może uważać się za takie ilekroć razy mnożymy wielkość mianowaną przez wielkość mianowaną: w tym bowiem razie odmienia się i wartość i natura wielkości mnożonéy, zaś przez dodawanie, a zatém i przez skracaiące go działania, odmieniać się niemoże tylko sama wartość.

2°. stósownie do tego niemożemy kłaść równie za prawidło powszechne: że *liczba* *mnożąca uważać się zawsze powinna za liczbę ogólną.* Owszem dla rozjaśnienia i uporządkowania wyobrażeń, odróżniać koniecznie należy *dwa odmienne gatunki mnożenia, podług tego jak liczba mnożąca uważać się musi za ogólną lub za mianowaną.* Są bowiem rodzaie odmian wielkości, które niemogą bydź tylko skutkiem pomnożenia iéy przez wielkość mianowaną: są przykłady, że wypadki mnożenia jednychże wielkości przez siebie okazuią się prawdziwie różne przez to tylko, że wielkość mnożąca jest albo ogólną albo mianowaną: tak 3 *łokcie liniiowe*, pomnożone przez 2 *ogólne* daią 6 *łokci liniiowych*: pomnożone przez 2 łokcie liniiowe, daią 6 łokci *kwadratowych*: wypadki niepodobne i bez żadnego porównania różne między sobą.

3°. nie można też równie ogólnie i prawdziwie powtarzać tégo zwykłego u Arytmetyków sposobu mówienia, że *jedność ani mnoży ani dzieli:* jedność ogólna zapewne ani mnoży ani dzieli, lecz jedność mianowana i mnoży i dzieli: a przez to mnożenie i dzielenie nie odmienia się w prawdzie wartość, ale odmienia się natura czyli wymiar wielkości.

4°. nie należy zaś w żaden sposób mieszać tégo 'cośmy tu nazwali *wymiarém* z tém co w Algebrze *wykładnikiem* nazywamy: znaczenie i użycie tych dwóch wyrazów rachunkowych są zupełnie różne od siebie: *wymiar* służy tylko samym wielkościom mianowanym: *wykładnik* równie mianowanym jak ogólnym; ostatni towarzyszy tylko wielkości ile składającéy się z mnożników rownych: piérwszy bez względu na równość lub nierówność mnożników, idzie zawsze w ślady każdéy wielkości mianowanéy. W jednéyże wielkości, może bydź wymiar większy od iéy wykładnika, lub wykładnik większy od wymiaru: w zrównaniu stopnia drugiego $x^2 - ax + b = 0$, $b$ ma wykładnika 1, a wymiaru iest drugiego; $m^4$, ieżeli jest wielkością ogólną, ma wykładnika 4, a wymiaru iest zero: wielkość wymiaru zero iest wielkością ogólną: wielkość z wykładnikiem zero jest równa jedności; 4 wymiaru 2$^{go}$, znaczą 4 kwadratowe, 4 z wykładnikiem 2 znaczyć mogą 16 kwadratowych.

5°. Cały ten szereg wniosków zamykam tym ostatnim: że jak uwaga nayogólnieysza odmian przez działania Arytmetyczne zrodzonych, obeymować musi równie odmiany natury jak i odmiany wartości, tak *nauka o wy-*

*mia-*

*miarach* któréy rys ogólny w tych kilku kartach podadź zamierzyłém sobie, do całkowitości każdego traktatu Arytmetyki istotnie należy. Jaka zaś teyże teoryi może bydź przydatność w zastósowaniu, i jak dalece takowe rozciągać się może, to wskazać przynaymniéy na kilku przykładach, zostawiam sobie do następuiącego numeru.

*S.*



## *C Z A C K I A.*

### *Rodzay Rośliny odróżniony i opisany przez* A. Andrzejowskiego.

Pracuiąc iuż od lat kilku nad roślinami w Ogrodzie Botanicznym Krzemienieckim obok znanego iuż z pism i obszernych znaiomości w Historyi Nat: M. D. i Professora Bessera, szczególniéy przez dwa lata ostatnie przywiązałém się do uważania piękněy rośliny umieszczonéy w Katalogu naszego Ogrodu pod nanazwiskiem *Anthericum Liliastrum*, tym bardziéy, że z rodzaiu do rodzaiu przenoszona nie miała dotąd właściwego sobie miesca. *Mathioli*, *Delechamp*, *Ausius*, *Bauhinowie*, *Morisson* zwali onę *Phalangium*. *Tournefort* dla