

## ROZDZIAŁ V.

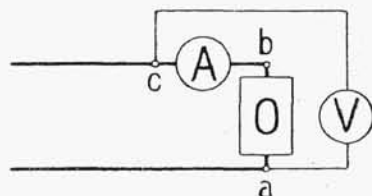
### MIERZENIE MOCY PRĄDU.

#### 40. Mierzenie mocy prądu stałego i zmiennego jednofazowego amperomierzem i woltomierzem.

Moc prądu elektrycznego stałego mierzymy zazwyczaj za pomocą amperomierzy i woltomierzy. Mnożąc przez siebie jednocześnie wskazania tych przyrządów, otrzymujemy moc prądu. Należy jednak przy tym zdawać sobie sprawę z nieuniknionych błędów i wiedzieć, jak w danym razie można je poprawić.

Rozważmy przedewszystkiem przypadek mierzenia mocy prądu, pochłanianego przez odbiornik *O* (rys. 76). Moc tego prądu obliczymy podług wzoru:

$$V_{ab} J.$$



Amperomierz włączony w obwód tak, jak wskazuje rysunek, mierzy zupełnie ściśle prąd, płynący do odbiornika, woltomierz zaś wskazuje napięcie nie na końcówkach odbiornika, lecz w punktach *ca*; napięcie to jest większe od napięcia na końcówkach *ab*.

Rys. 76. Mierzenie mocy prądu amperomierzem i woltomierzem.

Oznaczmy oporność amperomierza przez *r*; wówczas według prawa Ohma napięcie na końcówkach *cb* będzie:

$$V_{cb} = J \cdot r,$$

napięcie zaś w punktach *ca* równa się sumie napięć w punktach: *cb* i *ba*, czyli:

$$V_{ac} = V_{ab} + V_{bc},$$

a więc:

$$V_{ac} = J \cdot r + V_{ab}$$

Mnożąc to równanie przez  $J$ , otrzymamy:

$$V_{ac} J = J^2 \cdot r + V_{ab} J,$$

gdzie iloczyn  $V_{ab} \cdot J$  stanowi moc prądu, dostarczoną odbiornikowi  $O$ .

Powyższe równanie wskazuje, że iloczyn wskazań, odczytanych na woltomierzu i amperomierzu, większy jest od mocy, dostarczonej do odbiornika, o stratę mocy, zużytą na ogrzewanie amperomierza.

Jeżeli oporność amperomierza jest znana, to niedokładność tę łatwo można sprostować, odejmując moc prądu  $J^2 \cdot r$  od mocy, otrzymanej przez pomnożenie wskazań amperomierza i woltomierza.

W razie pomiaru mocy prądu, wynoszącej kilka kilowatów, poprawki tej nie uwzględnia się, gdyż jest ona mniejszą od błędów, popełnianych przy odczytywaniu przyrządów.

Przykład 1. Załóżmy, że przy mierzeniu mocy pochłanianej przez silnik, wskazanie amperomierza wynosi 15 A., a woltomierza — 110 V., oporność zaś amperomierza do 15 A. wynosi około 0,01  $\Omega$ . Moc, zamieniająca się w amperomierzu na ciepło, będzie zatem:

$$15^2 \cdot 0,01 = 2,25 \text{ W.}$$

Iloczyn wskazań na amperomierzu i woltomierzu:  $110 \times 15 = 1650 \text{ W}$   
Moc prądu, pochłonięta przez odbiornik, będzie więc  $1650 - 2,25 = 1647,75 \text{ W}$ . Poprawka, którą tu wprowadziliśmy, wynosi w zaokrągleniu zaledwie:

$$\frac{2,25 \cdot 100}{1650} = 0,14\%$$

Dokładność odczytów nawet na bardzo dobrych przyrządach, używanych w technice, nie przewyższa 0,25%; wobec tego poprawka powyższa nie ma żadnego praktycznego znaczenia, gdyż wartość jej znajduje się po za granicą błędów pomiaru.

Przykład 2. Załóżmy, że przy tym samym układzie przyrządów (rys. 76) mierzymy moc prądu, pochłanianą przez lampkę elektryczną. Woltomierz wskazuje napięcie 10 V, a amperomierz — prąd 1,5 A., oporność zaś amperomierza wynosi 1  $\Omega$ . W takim razie moc prądu według wskazań, odczytanych na przyrządach, wypadnie 15 W., a strata mocy na ciepło w amperomierzu:

$$1,5^2 \cdot 1 = 2,25 \text{ W.}$$

Rzeczywista moc prądu, pochłonięta przez lampę, będzie:

$$15 - 2,25 = 12,75 \text{ W.}$$

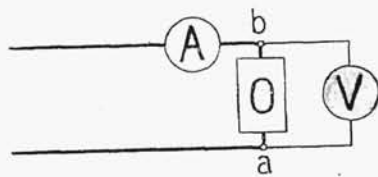
W tym przypadku poprawka wynosi:

$$\frac{2,25 \cdot 100}{15} = 15\%$$

Tak znacznej poprawki pominąć oczywiście nie można, — jest ona znacznie większa od błędów, jakie wynikają przy odczytywaniu przyrządów.

Układ połączeń woltomierza i amperomierza można wykonać jeszcze w inny sposób, wskazany na rys. 77. Wtedy napięcie, wskazywane przez woltomierz, jest rzeczywistym napięciem na końcówkach odbiornika, lecz prąd, przepływający przez amperomierz, równa się wtedy sumie prądów, płynących przez odbiornik i przez woltomierz. Oznaczmy prąd w amperomierzu przez  $J$ , w odbiorniku przez  $J_0$  i w woltomierzu przez  $i$ ; wtedy według pierwszego prawa Kirchhoffa wypadnie:

$$J = J_0 + i.$$



Rys. 77. Mierzenie mocy prądu amperomierzem i woltomierzem.

Mnożąc zaś to równanie przez  $V_{ab}$ , otrzymamy:

$$\begin{aligned} V_{ab} J &= V_{ab} J_0 + V_{ab} i \\ V_{ab} J_0 &= V_{ab} J - V_{ab} i. \end{aligned}$$

$V_{ab} i$  stanowi moc, która wytwarza ciepło w woltomierzu.

Przy układzie połączeń, podanym na rys. 77, należy więc od iloczynu wskazań amperomierza i woltomierza odjąć moc prądu, płynącego do woltomierza.

I tu zachodzić mogą dwa przypadki: błąd względny może być duży, lub mały. Z dwóch układów, wskazanych na rys. 76 i 77, należy oczywiście stosować ten, przy którym popełniamy błąd mniejszy.

Gdy napięcie jest znaczne, a prąd w odbiorniku niewielki, to odpowiedniejszy jest układ według rys. 76, natomiast przy znacznym prądzie i małym napięciu należy stosować układ, wskazany na rysunku 77.

Gdybyśmy mierzyli moc prądu, otrzymanego ze źródła, układy połączeń byłyby te same, ale obliczenia odmienne.

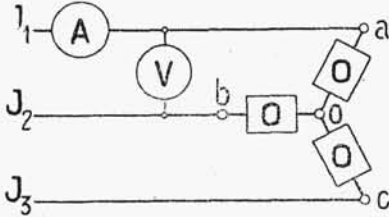
Przy połączeniu (rys. 76) wypadłoby do iloczynu wskazań amperomierza i woltomierza dodać moc, pobraną przez woltomierz, a przy połączeniu według rys. 77 dodać moc, pobraną przez amperomierz.

Taki sam układ przyrządów możemy stosować przy pomiarze mocy prądu zmiennego, jednofazowego, o ile odbiornik nie ma własności indukcyjnych, czy pojemnościowych, a więc prąd jest w fazie z napięciem.

Jeżeli odbiornik ma własności indukcyjne, czy pojemnościowe, to do mierzenia mocy posługujemy się watomierzem (patrz paragraf 42).

#### 41. Mierzenie mocy prądu trójfazowego amperomierzem i woltomierzem.

Jeżeli odbiorniki prądu są bezindukcyjne, np. lampki żarowe, to napięcie na każdym z odbiorników jest w fazie z prądem, przepływającym przez odpowiedni odbiornik. Wtedy przy równym obciążeniu we wszystkich fazach moc całkowita da się wyrazić wzorem:



Rys. 78. Pomiar mocy prądu trójfazowego woltomierzem i amperomierzem. Układ połączeń w gwiazdę.

$$3 V J,$$

gdzie  $V$  oznacza wartość skuteczną napięcia, a  $J$  — wartość skuteczną prądu każdego odbiornika.

W rozważanym przypadku (rys. 78), gdzie odbiorniki są połączone w gwiazdę:

$$V_{ao} = V_{bo} = V_{co} = V,$$

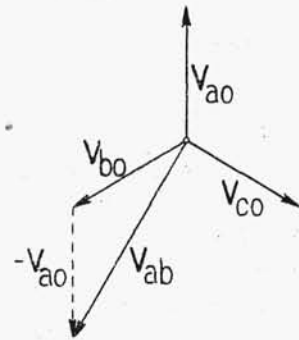
oraz:

$$J_1 = J_2 = J_3 = J.$$

Napięcie  $V$  można łatwo wyrazić przez  $V_{ab}$ , ponieważ z układu odbiorników (rys. 78) wypada, że  $V_{ab}$  równa się różnicy geometrycznej napięć  $V_{bo}$  i  $V_{ao}$ , czyli:

$$\vec{V}_{ab} = \vec{V}_{bo} - \vec{V}_{ao}.$$

Napięcia  $V_{ao}$ ,  $V_{bo}$  i  $V_{co}$  są odpowiednio przesunięte względem siebie w fazie o  $120^\circ$ , a więc w układzie wektorów przedstawiają się one tak, jak to wskazuje rys. 79, wypadkowe zaś napięcie  $V_{ab}$  będzie jednym z boków trójkąta, którego dwa inne boki będą  $V_{bo}$  i  $(-V_{ao})$ . Jest to trójkąt równoramienny, kąt rozwarty tego trójkąta wynosi  $120^\circ$ , a zatem kąty ostre mają po  $30^\circ$ , stąd wynika, że:

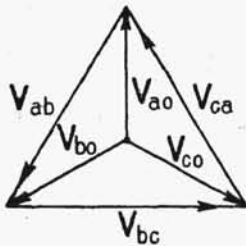


Rys. 79. Układ wektorów napięć w prądzie trójfazowym.

$$V_{ab} = V_{ao} \cdot \cos 30^\circ + V_{bo} \cdot \cos 30^\circ,$$

ponieważ zaś  $V_{ao} = V_{bo} = V$ , a  $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , przeto:

$$V_{ab} = \sqrt{3} \cdot V.$$



Rys. 80. Trójkąt wektorów napięć w prądzie trójfazowym.

Z układu wektorów na rys. 80 łatwo spostrzec, że wektory napięć wypadkowych  $V_{ab}$ ,  $V_{bc}$  i  $V_{ca}$  będą bokami trójkąta, utrzymanego przez połączenie końców wektorów  $V_{ao}$ ,  $V_{bo}$  i  $V_{co}$ .

Moc całkowita prądu trójfazowego  $P$  może być przeto wyrażona wzorem:

$$P = 3 \cdot V J = 3 \cdot \frac{V_{ab}}{\sqrt{3}} \cdot J,$$

albo:

$$P = \sqrt{3} \cdot V_{ab} J_1.$$

Napięcie międzyprzewodowe  $V_{ab}$  i prąd przewodowy  $J_1$  odczytuje się na woltomierzu i amperomierzu, włączonych tak, jak wskazuje rys. 78.

Jeżeli mamy połączenie odbiorników w trójkąt (rys. 81), to przy równym obciążeniu faz wypadnie:

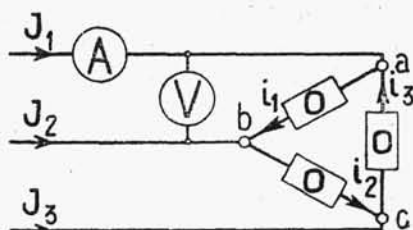
$$i_1 = i_2 = i_3 = i,$$

oraz:

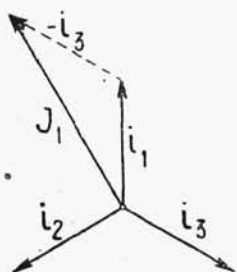
$$V_{ab} = V_{bc} = V_{ca} = V.$$

Jeżeli zaś odbiorniki są bezindukcyjne, to moc całkowita prądu trójfazowego da się wyrazić wzorem:

$$3 \cdot V i.$$



Rys. 81. Pomiar mocy prądu amperomierzem i woltomierzem. Układ połączeń w trójkąt.



Rys. 82. Układ wektorów prądu w prądzie trójfazowym.

Prądy  $i_1$ ,  $i_2$  i  $i_3$  są przesunięte odpowiednio względem siebie o trzecią część okresu; mogą być zatem wyrażone trzema wektorami tak, jak to widzimy na rysunku 82. Według prawa Kirchhoffa, dla punktu  $a$  mamy równanie wektorowe:

$$J_1 + i_3 - i_1 = 0,$$

a więc:

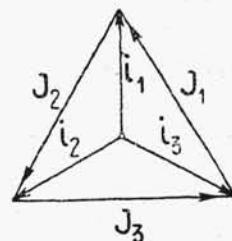
$$J_1 = i_1 - i_3.$$

Trójkąt na rys. 82 jest równoramienny; jego kąt rozwarty ma  $120^\circ$ , a więc kąty ostre mają po  $30^\circ$ , a  $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . W tych warunkach wypada:

$$J_1 = i_1 \cdot \cos 30^\circ + i_3 \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \cdot i.$$

Wektory prądów  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$  są bokami trójkąta, utworzonego przez połączenie końców wektorów  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$  (rys. 83).

Uwzględniając tę zależność pomiędzy prądami



Rys. 83. Trójkąt prądów układu trójfazowego.

$J$  i  $i$  w układzie trójfazowym, otrzymamy dla mocy całkowitej prądu trójfazowego wzór następujący:

$$P = 3 \cdot V i = 3 \cdot V \cdot \frac{J}{\sqrt{3}},$$

$$P = \sqrt{3} \cdot V_{ab} J_1.$$

A więc otrzymaliśmy ten sam wzór, jaki znaleźliśmy w przypadku połączenia odbiorników w gwiazdę.

Stąd widzimy, że przy obciążeniu bezindukcyjnym i bezpojemnościowym, równym na wszystkich trzech fazach, moc całkowitą prądu trójfazowego można obliczyć ze wzoru:

$$P = \sqrt{3} \cdot V J,$$

w którym  $V$  oznacza napięcie międzyprzewodowe, pomiędzy dowolnymi dwoma przewodami układu trójfazowego, a  $J$  — prąd w dowolnym przewodzie.

Wobec tego w tym przypadku jeden woltomierz i jeden amperomierz, włączone tak, jak wskazują rys. 78 i 81, wystarczają do pomiaru mocy prądu trójfazowego.

Jeżeli zaś mamy odbiorniki indukcyjne lub pojemnościowe, czy obciążenie faz nierówne, to posługujemy się watomierzami.

## 42. Watomierz elektrodynamiczny.

Do mierzenia mocy prądu zmiennego wskazania woltomierza i amperomierza wogóle nie wystarczają, gdyż moc takiego prądu zależy jeszcze od różnicy faz napięcia i prądu. Należałoby zatem w tym przypadku stosować jeszcze trzeci przyrząd — fazomierz.

Wtedy zamiast trzech przyrządów stosujemy jeden watomierz, który od razu wskazuje średnią moc prądu zmiennego.

Ścisłe są watomierze elektrodynamiczne, oparte na zasadzie oddziaływania na siebie dwóch cewek.

Układ cewek i włączenie w obwód do pomiaru mocy, pobranej przez odbiornik, wskazane jest na rys. 84.

Cewka nieruchoma  $K$  jest włączona w obwód główny, w niej przepływa prąd  $J$ , płynący do odbiornika. Cewka ruchoma  $k$  jest połączona przez opornik z punktami  $c$  i  $b$  obwodu, w których mamy napięcie  $V_{cb}$ , różniące się od napięcia  $V_{ab}$  na odbiorniku o spadek napięcia w cewce nieruchomej  $K$  i w przewodzie, łączącym tę cewkę z odbiornikiem.

W tych warunkach watomierz mierzy moc prądu, pobraną przez odbiornik łącznie z mocą prądu, zamieniającą się na ciepło w części obwodu  $ca$ .