ROZDZIAŁ XI.

DOKŁADNOŚĆ POMIARÓW.

70. Pojęcia i wzory zasadnicze.

Przy wszelkich pomiarach należy zdawać sobie sprawę z tego, jak wielki jest błąd, który popełniamy przy pomiarze, wykonanie bowiem pomiaru z zupełną dokładnością jest rzeczą niemożliwą.

Należy tu rozważyć pomiary dwojakie: pomiar prosty pewnej wielkości za pomocą jednego przyrządu mierniczego, a następnie pomiar złożony, przy którym wielkość niewiadomą znajduje się przez obliczenie jej z kilku innych wielkości, wyznaczonych przez pomiar prosty.

Rozważmy przedewszystkiem pomiar prosty. Oznaczmy wartość rzeczywistą pewnej wielkości przez A, a wartość otrzymaną z pomiaru, przez A' wtedy różnica

$$A - A' = x$$

stanowi błąd bezwzględny pomiaru,

Liczba zaś:

$$\frac{x}{A} = y$$

stanowi błąd względny. Znaczenie praktyczne ma oczywiście przedewszystkiem błąd względny.

Jeżeli mamy do czynienia z pomiarem złożonym, to wielkość A, stanowiąca przedmiot pomiaru, jest funkcją szeregu innych wielkości, mierzonych bezpośrednio. Oznaczmy te wielkości przez u, v, z i t. d.; wtedy:

$$A = f(u, v, z \ldots).$$

Błąd popełniony przy wyznaczeniu wielkości A wynika z całego szeregu błędów, popełnianych przy mierzeniu wielkości u, v, z...

Oznaczmy narazie błędy w pomiarze poszczególnych wielkości przez ΔA, Δu, Δv i t. d., wtedy

$$\Delta A = f[(u + \Delta u), (v + \Delta v), (z + \Delta z)\ldots.] - f(u, v, z\ldots.).$$

Ponieważ błędy dobrych pomiarów są zwykle niewielkie i wynoszą najwyżej setne części odpowiednich wielkości, wyraz ΔA możemy uważać za różniczkę i napisać:

$$dA = \frac{\partial f(u, v, z\ldots)}{\partial u} du + \frac{\partial f(u, v. z\ldots)}{\partial v} dv + \frac{\partial f(u, v, z\ldots)}{\partial z} . dz + \ldots {}^{1)}$$

Błąd względny będzie zatem: $\frac{dA}{A}$.

Załóżmy teraz, że funkcja f ma postać następującą:

$$A = u^m . v^n . z^k \ldots\ldots$$

wtedy:

$$\frac{dA}{A} =$$

$$= \frac{v^n . z^k \ldots m . u^{m-1} . du + u^m . z^k \ldots . n . v^{n-1} . dv + u^m . v^n \ldots k . z^{k-1} . dz \ldots}{u^m . v^a . z^k \ldots.}$$

albo:

$$\frac{dA}{A} = m\frac{du}{u} + n\frac{dv}{v} + k\frac{dz}{z} + \ldots.$$

Wzór ten wskazuje, że błąd względny, popełniany przy określaniu wielkości A, równa się w tym przypadku sumie błędów względnych, popełnianych przy mierzeniu wielkości u, v, $z\ldots$, pomnożonych odpowiednio przez potęgi, w których te wielkości wchodzą w skład funkcji, wyrażającej wielkość A.

Stąd wynika ważna wskazówka praktyczna. Jeżeli np. potęga m jest liczbą całkowitą, to odpowiedni wyraz we wzorze błędu ogólnego będzie m razy większy od samego błędu przy pomiarze wielkości u. Jeżeli natomiast potęga n jest ułamkowa, i równa się np. $\frac{1}{p}$, to odpowiedni wzór we wzorze błędu ogólnego będzie p razy mniejszy od błędu, popełnionego przy pomiarze wielkości v.

Wobec tego wielkości, wchodzące w skład funkcji w potęgach większych od jedności, powinny być mierzone z większą dokładnością, niż wiel-

---

*) $\frac{\partial f(u, v, z\ldots)}{\partial u}$ — oznaczna funkcję pochodną od $f(u, v, z\ldots)$, wziętą według zmiennej u przy założeniu, że inne zmienne nie ulegają zmianie.

kości, wchodzące w skład funkcji w potęgach jednostkowych, lub mniejszych od jednostki, t. j. pod pierwiastkiem.

Rozważmy jeszcze inny przykład funkcji, mianowicie:

$$A = u + v + z + \ldots.$$

Wtedy:

$$dA = du + dv + dz + \ldots.,$$

a zatem:

$$\frac{dA}{A} = \frac{du + dv + dz + \ldots..}{u + v + z + \ldots.}.$$

W tym przypadku błąd bezwzględny w oznaczeniu wielkości A znajdujemy przez dodawanie błędów bezwzględnych w pomiarach poszczególnych wielkości. Wogóle jeżeli znaki błędów są zgóry niewiadome, a więc jeśli błąd może być dodatni, lub ujemny, to do obliczenia **największego możliwego błędu**, należy przyjąć dla wszystkich błędów znaki jednakowe.

71. Warunki osiągnięcia największej dokładności.

Dla osiągnięcia jaknajwiększej dokładności przy pomiarach, należy warunki pomiarów tak wybierać, aby błąd względny był jaknajmniejszy.

Poprzednio mieliśmy wzór:

$$dA = \frac{\partial f(u, v, z \ldots)}{\partial u} \cdot du + \frac{\partial f(u, v, z \ldots)}{\partial v} \cdot dv + \frac{\partial f(u, v, z \ldots)}{\partial z} \cdot dz \ldots$$

skąd błąd względny będzie:

$$\frac{dA}{A} = \frac{\partial f(u, v, z \ldots)}{\partial u} \cdot \frac{du}{f(u, v, z \ldots)} + \frac{\partial f(u, v, z \ldots)}{\partial v} \cdot \frac{dv}{f(u, v, z \ldots)} + $$

$$+ \frac{\partial f(u, v, z \ldots)}{\partial z} \cdot \frac{dz}{f(u, x, z \ldots)} + \ldots$$

Jeśli $\frac{dA}{A}$ ma być jaknajmniejsze, to i każdy ze składników powinien być jaknajmniejszy, słowem pomiar należy przeprowadzić w warunkach, gdy funkcje:

$$\frac{1}{f(u, v, z \ldots)} \cdot \frac{\partial f(u, v, z \ldots)}{\partial u}\,; \quad \frac{1}{f(u, v, z \ldots)} \cdot \frac{\partial f(u, v, z \ldots)}{\partial v}\,;$$

$$\frac{1}{f(u, v, z \ldots)} \cdot \frac{\partial f(u, v, z \ldots)}{\partial z} \quad \text{i t. d.}$$

mają wartość **minimum**. Jeżeli funkcja nie ma wartości **minimum**, to należy obrać takie warunki pomiarów, aby wartość jej była możliwie mała.