

2. Obliczyć siłę działającą na nóż stykowy i moment otwierający nóż stykowy odłącznika, tj. moment względem punktu obrotu O_1 noża stykowego w układzie podanym na rys.1.23.

Wskazówka: korzystamy ze wzorów (1.46), (1.47) podstawiając w nich $y_1 = a + h/2$, $y_2 = a + l_1 - \frac{h}{2}$.

C. Obliczanie układów pętlowych

W nawiązaniu do dotąd omawianych układów pól pętli prostokątnej warto wspomnieć, że układy pętli prostokątnej najwygodniej jest obliczać metodą superpozycji oddziaływania elektrodynamicznego liczonego dla dwóch układów pól pętli. Wzory dla obliczania tych układów podane są dla porządku na rys.1.24.

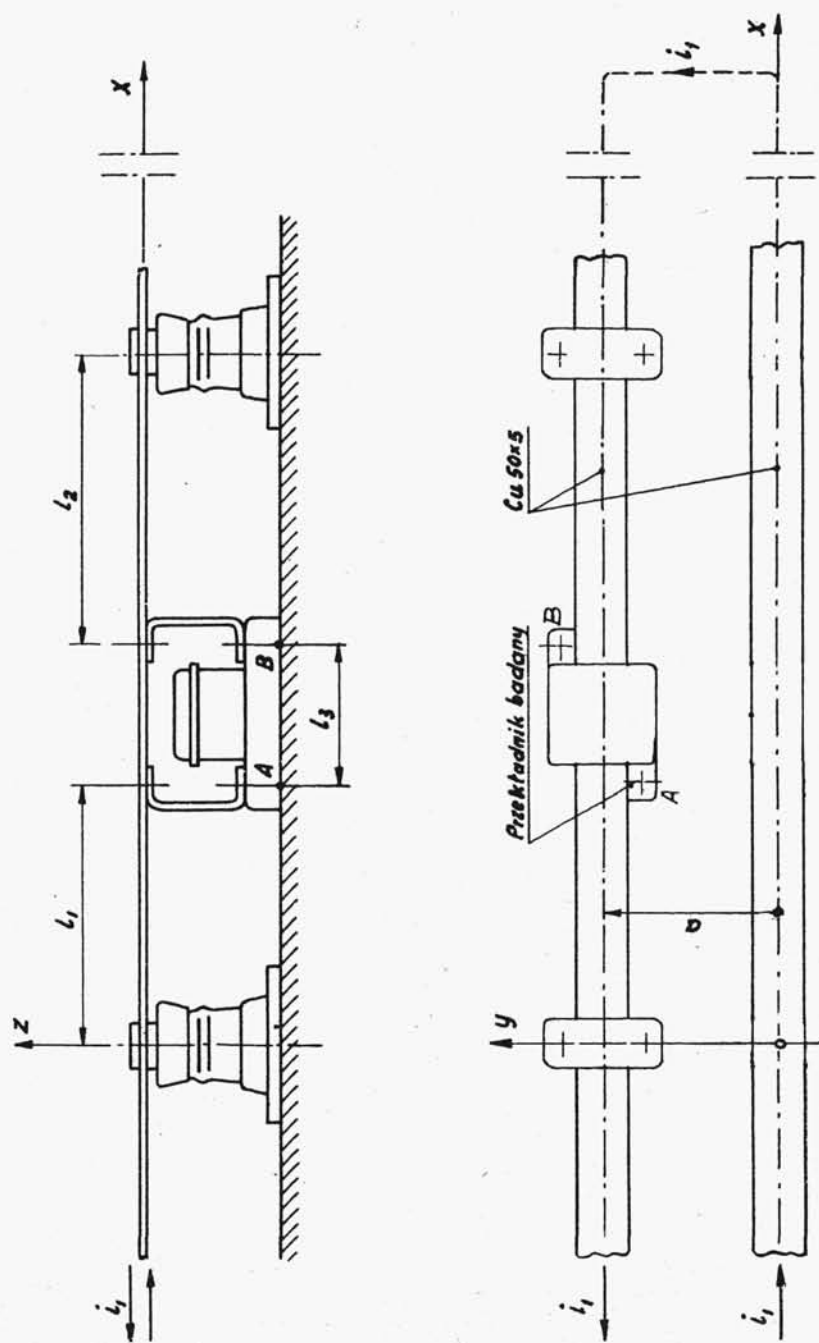
1.3.3.4. Przykład wyznaczania sił elektrodynamicznych w układzie złożonym

Wyznaczyć reakcje przenoszone przez podstawę izolacyjną przepustowego przekładnika prądowego niskiego napięcia podczas badań nad obciążalnością elektrodynamiczną tych przekładników przeprowadzanych w układzie probierczym wieloprądowym pokazanym na rys.1.25. Podstawa przekładnika naprężana jest reakcjami przenoszonymi przez śruby mocujące w zaznaczonych na rysunku punktach A i B. Omawiany rysunek podaje również zwroty dodatnie osi przyjętego prostokątnego układu współrzędnych x, y, z .

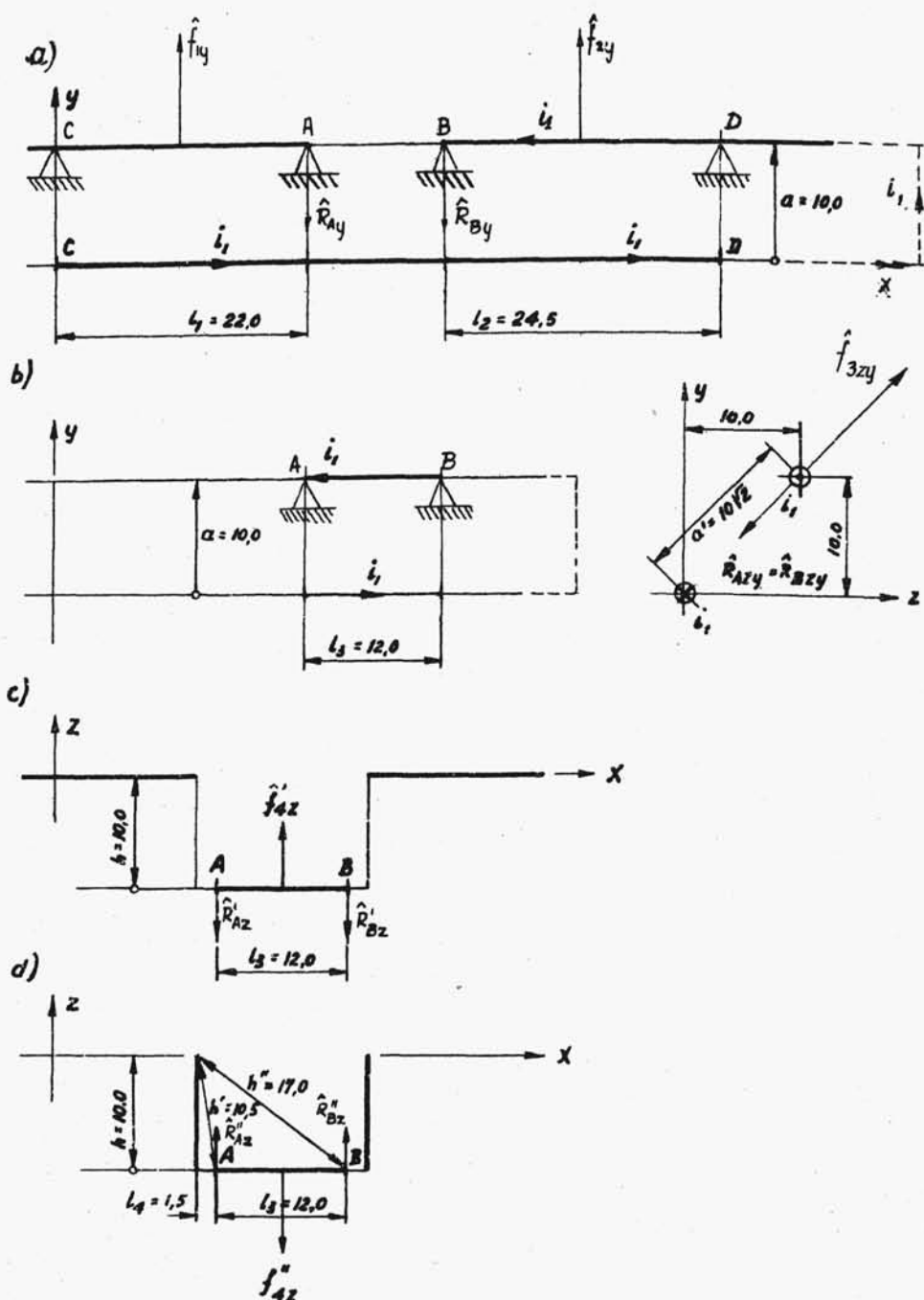
Mamy tutaj do czynienia z przestrzennym układem poszczególnych składowych sił elektrodynamicznych i związanych z nimi reakcji - i stąd zadanie to rozwiązywać będziemy drogą wyznaczania kolejno działających w poszczególnych płaszczyznach składowych^{x)}.

a. W płaszczyźnie (y, x) wzdłuż osi y na przęsła AC o długości l_1 i BD o długości l_2 działają siły spowodowane

x) W przykładzie powyższym rozpatrujemy jedynie oddziaływanie obwodu zewnętrznego przenoszone przez śruby mocujące podstawę przekładnika. Nie obliczamy w tym miejscu ew. sił powstających w części wewnętrznej przekładnika, zaś siły od obwodu zewnętrznego działające na wewnętrzną część przekładnika zastępujemy siłami działającymi na prostoliniowy odcinek przewodu o długości AB.



Rys.1.25. Szkic części wielokoprawowej obwodu probierczego do badania wytrzymałości elektrodynamicznej przekładnika prądowego n.n.



Rys.1.26. Składowe siły elektrodynamyczne i związane z nimi składowe reakcje przenoszone przez podstawę przekładnika

oddziaływaniem pola od przepływu prądu probierczego i_1 w szynie powrotnej układu (rys.1.26a)

$$\begin{aligned} f_{1y} &= - \frac{\mu_0}{2\pi} i_1^2 i_1^2 \frac{1}{a} = \\ &= - \frac{1,256 \cdot 10^{-8} \frac{\Omega s}{cm}}{2\pi} i_1^2 A^2 \frac{22cm}{10cm} \cdot 10,2 \frac{kGcm}{Ws} = \\ &= - 4,48 \cdot 10^{-8} \frac{kG}{A^2} i_1^2, \end{aligned}$$

$$f_{2y} = - \frac{\mu_0}{2\pi} i_1^2 \frac{1}{a} = - 5,00 \cdot 10^{-8} \frac{kG}{A^2} i_1^2.$$

Reakcje składowe od powyższych sił przenoszone przez podstawę przekładnika w punktach A i B wynoszą odpowiednio

$$R_{Ay} = - \frac{f_{1y}}{2} = 2,24 \cdot 10^{-8} \frac{kG}{A^2} i_1^2,$$

$$R_{By} = - \frac{f_{2y}}{2} = 2,50 \cdot 10^{-8} \frac{kG}{A^2} i_1^2.$$

b. W płaszczyznach równoległych do płaszczyzny zy (rys. 1.26b) znajdujemy

$$f_{3zy} = \frac{\mu_0}{2\pi} i_1^2 \cdot \frac{1}{a} = \frac{\mu_0}{2\pi} i_1^2 \frac{12}{10\sqrt{2}} = 1,54 \cdot 10^{-8} \frac{kG}{A^2} i_1^2,$$

$$R_{Azy} = R_{Bzy} = - \frac{1}{2} f_{3zy} = 0,77 \cdot 10^{-8} \frac{kG}{A^2} i_1^2.$$

c.1. W płaszczyźnie xz wzdłuż osi z (rys.1.26c)

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} f'_{4z} &= \frac{\mu_0}{4\pi} i_1^2 \left[\frac{1}{a} \left[l_3 + a - \sqrt{a^2 + l_3^2} \right] \right] = \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_1^2}{10} \left[12 + 10 - \sqrt{10^2 + 12^2} \right] = 0,834 \cdot 10^{-8} \frac{kG}{A^2} i_1^2, \end{aligned}$$

$$R'_{Az} = R'_{Bz} = -\frac{1}{2} f'_{4z} = -0,834 \cdot 10^{-8} \frac{\text{kg}}{\text{A}^2} i_1^2$$

c.2. W płaszczyźnie xz wzdłuż osi z (rys.1.26d)

$$\frac{1}{2} f''_{4z} = -\frac{\mu_0}{4\pi} i_1^2 k_f \ln \frac{l_3 + l_4}{l_4},$$

$$\text{gdzie } k_f = \frac{\ln \left(\frac{l_3 + l_4}{l_4} \frac{h+h'}{h+h''} \right)}{\ln \frac{l_3 + l_4}{l_4}} = \frac{\ln \left(\frac{12+1,5}{1,5} \frac{10+10,5}{10+17,0} \right)}{\ln \frac{12+1,5}{1,5}} = 0,86,$$

$$\frac{1}{2} f''_{4z} = -\frac{\mu_0}{4\pi} i_1^2 \cdot 0,86 \ln \frac{12+1,5}{1,5} = -1,92 \cdot 10^{-8} \frac{\text{kg}}{\text{A}^2} i_1^2,$$

$$R''_{Az} = R''_{Bz} = -\frac{1}{2} f''_{4z} = +1,92 \cdot 10^{-8} \frac{\text{kg}}{\text{A}^2} i_1^2.$$

Suma geometryczna tak wyznaczonych wektorów składowych reakcji przenoszonych przez podstawę badanego przekładnika w punktach A i B daje wektory reakcji wypadkowych.

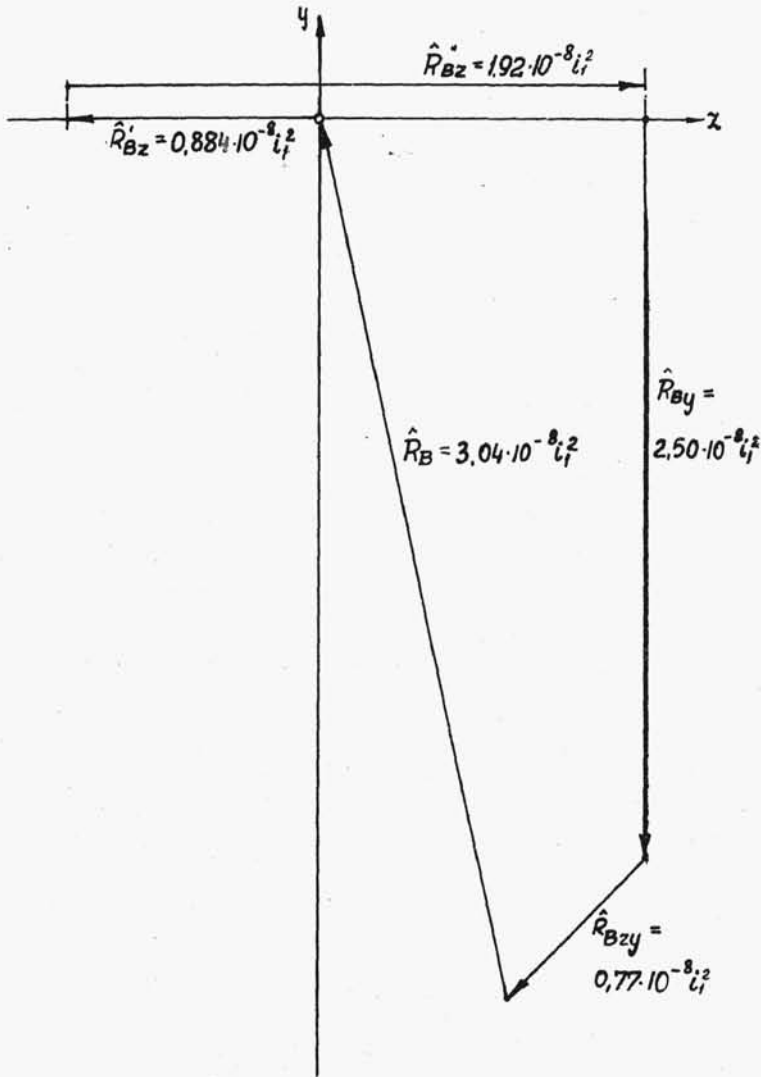
Dla reakcji o większej wartości (w punkcie B) reakcja wypadkowa została wyznaczona graficznie na rys.1.27.

Interesujące są jednakże jedynie składowe tych reakcji względem określonych kierunków - w przypadku rozpatrywanej konstrukcji wzdłuż osi y. Dla punktu B mamy np.

$$R_{By} = 2,96 \cdot 10^{-8} i_1^2.$$

Przy prądzie probierczym np. 50 kA wartość liczbowa powyższej składowej reakcji wyniesie

$$R_{By} = 2,96 \cdot 10^{-8} \cdot 25 \cdot 10^8 = 74 \text{ kG}.$$



Rys.1.27. Graficzne wyznaczenie reakcji wypadkowej przenoszonej przez punkt B podstawy przekładnika

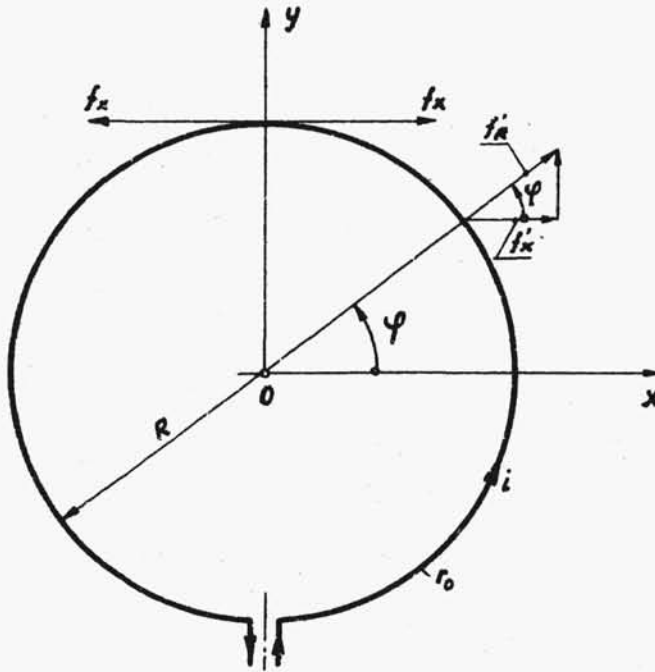
1.3.3.5. Obliczanie sił elektrodynamicznych metodą MAXWELLA na przykładzie cewki wielozwojowej

A. Siła w zamkniętym jednowymiarowym obwodzie prądowym dysponującym zasobem energii magnetycznej $W_m = \frac{1}{2} Li^2$ wynosi

$$f_x = \frac{\partial W_m}{\partial x} = \frac{1}{2} i^2 \frac{\partial L}{\partial x}, \quad (1.48)$$

gdzie L - współczynnik indukcyjności własnej obwodu kołowego

a. Z zależności tej możemy skorzystać dla wyznaczenia siły działającej na zwoj kołowy z rys.1.28.



Rys.1.28. Elektrodynamiczne siły rozrywające w zwoju

Współczynnik indukcyjności własnej obwodu kołowego jest przy $R \gg r_0$

$$L = \mu_0 R \left(\ln \frac{8R}{r_0} - 1,75 \right).$$

Siła w kierunku R całego okręgu koła wyniesie zatem wg (1.48)

$$f_R = \frac{\partial W_m}{\partial R} = \frac{i^2}{2} \frac{\partial L}{\partial R} = \mu_0 \frac{i^2}{2} \left(\ln \frac{8R}{r_0} - 1,75 + \frac{R}{R} \right) = \mu_0 \frac{i^2}{2} \left(\ln \frac{8R}{r_0} - 0,75 \right). \quad (1.49)$$

Siła j.w. na jednostkę długości okręgu koła

$$f'_R = \frac{f_R}{2\pi R} = \mu_0 \frac{i^2}{4\pi R} \left(\ln \frac{8R}{r_0} - 0,75 \right). \quad (1.50)$$

Składowa siły f'_R w kierunku x dla dowolnego kąta φ

$$f'_x = f'_R \cos \varphi = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i^2}{R} \left(\ln \frac{8R}{r_0} - 0,75 \right) \cos \varphi. \quad (1.51)$$

Siła w kierunku x działająca na odcinek elementarny okręgu $R d\varphi$ wynosi

$$df_x = f'_x R d\varphi.$$

Wreszcie siła rozrywająca w przekroju znajdującym się w osi y będzie sumą sił elementarnych działających w kierunku x wzdłuż 1/4 obwodu koła tj

$$\begin{aligned} f_x &= \int_0^{\pi/2} df_x = \frac{\mu_0}{4\pi} i^2 \left(\ln \frac{8R}{r_0} - 0,75 \right) \int_0^{\pi/2} \cos \varphi d\varphi = \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} i^2 \left(\ln \frac{8R}{r_0} - 0,75 \right). \end{aligned} \quad (1.52)$$

b. W przypadku cewki kołowej o zwojach i przepływie i_z jej energia magnetyczna wynosi wobec $L = \frac{z\phi}{i}$ (rys.1.29)

$$W_m = \frac{i^2}{2} L = \frac{iz\phi}{2}.$$

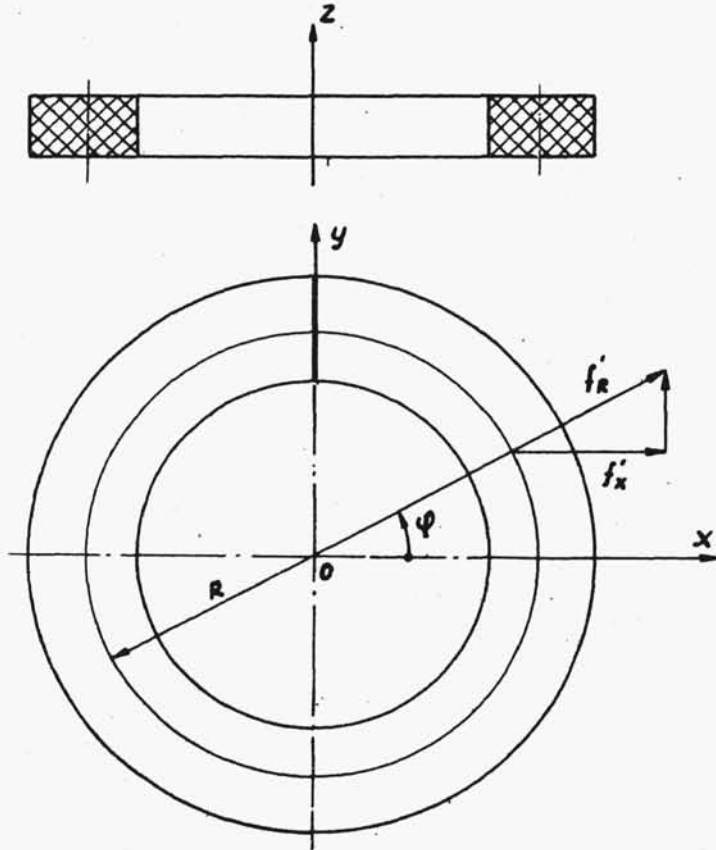
Siła działająca na cały obwód cewki w kierunku promienia R zgodnie z (1.48)

$$f_R = \frac{\partial W_m}{\partial R} = \frac{1}{2} z \frac{d\phi}{dR}.$$

Kolejno siły: działająca w kierunku R na jednostkę długości obwodu cewki f'_R i składowa tej siły f'_x w kierunku x wynoszą

$$f'_R = \frac{1}{2 \cdot 2\pi R} \frac{d\phi}{dR} = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{R} \frac{d\phi}{dR} \quad (1.53)$$

$$f'_x = f'_R \cos \varphi. \quad (1.54)$$



Rys.1.29. Siły w cewce wielozwojowej

Siła rozrywająca w przekroju znajdującym się w płaszczyźnie (y, z) jest sumą sił elementarnych f'_x wzdłuż 1/4 obwodu cewki, tj.

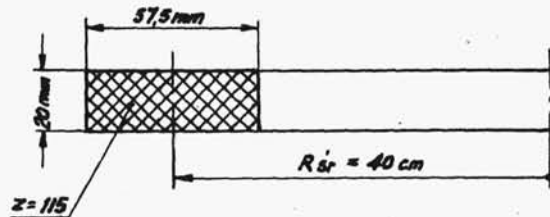
$$\begin{aligned} f_x &= \int_0^{\pi/2} f'_x R d\varphi = \int_0^{\pi/2} R f'_R \cos \varphi d\varphi = \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{\pi/2} \left(\frac{d\phi}{dR} \right)_R \cos \varphi d\varphi = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{d\phi}{dR} \right). \end{aligned} \quad (1.55)$$

Dla wyznaczenia siły rozrywającej znać musimy zatem $\left(\frac{d\phi}{dR}\right)_{R=R_n}$ ze zróżniczkowania funkcji $\phi = f(R)$ dla określonego promienia R_n .

Ilustruje to poniższy przykład.

B. Obliczyć średnią siłę rozrywającą cewkę o $z = 115$ zwojów wykonaną z taśmy miedzianej $20 \times 0,5 \text{ mm}^2$ przy przepływie prądu $i_u = 2 \text{ kA}$. Wymiary cewki podane są na rys.1.30.

Strumień magnetyczny skojarzony z cewką o zastępczym promieniu r_o przekroju poprzecznego wynosi



Rys.1.30. Wymiary cewki wielozwojowej

$$\phi = zi \frac{\mu_o}{2} D_{sr} \ln \frac{D_{sr}}{2r_o},$$

gdzie $r_o = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5,75 \text{ cm}^2}{\pi}} = 1,9 \text{ cm}$,

zaś S jest powierzchnią prostokątnego rzeczywistego przekroju cewki.

Obliczymy obecnie wartości ϕ dla dwóch wartości promienia R_{sr} różniących się o przyrost $\Delta R = 0,2 R_{sr}$ tj.

a) $D_1 = 0,9 D_{sr}$,

b) $D_2 = 1,1 D_{sr}$,

zatem

$$\begin{aligned} \phi_1 &= 115 \cdot 2000 \text{ A} \cdot \frac{1,256 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ s}}{\text{cm} \cdot 2} 0,9 \cdot 80 \text{ cm} \ln \frac{0,9 \cdot 80}{2 \cdot 1,9} = \\ &= 0,306 \text{ Vs} , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_2 &= 115 \cdot 2000 \text{ A} \cdot \frac{1,256 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ s}}{\text{cm} \cdot 2} 1,1 \cdot 80 \text{ cm} \ln \frac{1,1 \cdot 80}{2 \cdot 1,9} = \\ &= 0,428 \text{ Vs} . \end{aligned}$$

Korzystając ze stosunku przyrostów skończonych

$$\left. \frac{d\phi}{dR} \right|_{R_{sr}} \cong \frac{\Delta\phi}{\Delta R} = \frac{\phi_2 - \phi_1}{0,2 R_{sr}} = \frac{(0,428 - 0,306) \text{ Vs}}{0,2 \cdot 40 \text{ cm}} =$$

$$= \frac{0,122}{8} \frac{\text{Vs}}{\text{cm}} = 0,0152 \frac{\text{Vs}}{\text{cm}}.$$

Siła działająca na całym obwodzie cewki wyniesie

$$f_R = \frac{i_z}{2} \left. \frac{d\phi}{dR} \right|_{R_{sr}} = \frac{115 \cdot 2000 \text{ A}}{2} \cdot 0,0152 \frac{\text{Vs}}{\text{cm}} \cdot 10,2 \frac{\text{kg cm}}{\text{Ws}} =$$

$$= 17900 \text{ kg}.$$

Siła średnia działająca w przekroju cewki o promieniu R_{sr} ze wzoru (1.55)

$$f_x = \frac{i_z}{4\pi} \left. \frac{d\phi}{dR} \right|_{R_{sr}} = \frac{2000 \text{ A} \cdot 115}{4\pi} 0,0152 \frac{\text{Vs}}{\text{cm}} \cdot 10,2 \frac{\text{kg cm}}{\text{Ws}} =$$

$$= 2840 \text{ kg}.$$

Naprężenie średnie (przy $D = D_{sr}$) działające na rozerwaniu w przekroju cewki wynosi w przybliżeniu

$$\sigma_{sr} \cong \frac{f_x}{S} = \frac{2840 \text{ kg}}{20 \cdot 57,5 \text{ mm}^2} = 2,47 \text{ kg/mm}^2.$$

1.3.3.6. Obliczeniowe ujęcie niektórych czynników dodatkowych wpływających na siły elektrodynamiczne

A. Wpływ wymiarów geometrycznych przekroju przewodów.

W podawanych dotąd wzorach na siły elektrodynamiczne zakładaliśmy skupienie prądów i_1 oraz i_2 wzdłuż osi przewodów S_1 i S_2 i w związku z tym obliczanie indukcji magnetycznej było przeprowadzane wzdłuż osi toru S_1 , co odpowiada założeniu jednowymiarowości przewodów.