

Korzystając ze stosunku przyrostów skończonych

$$\left. \frac{d\phi}{dR} \right|_{R_{sr}} \approx \frac{\Delta\phi}{\Delta R} = \frac{\phi_2 - \phi_1}{0,2 R_{sr}} = \frac{(0,428 - 0,306) \text{ Vs}}{0,2 \cdot 40 \text{ cm}} =$$

$$= \frac{0,122}{8} \frac{\text{Vs}}{\text{cm}} = 0,0152 \frac{\text{Vs}}{\text{cm}}.$$

Siła działająca na całym obwodzie cewki wyniesie

$$f_R = \frac{i_z}{2} \left. \frac{d\phi}{dR} \right|_{R_{sr}} = \frac{115 \cdot 2000 \text{ A}}{2} \cdot 0,0152 \frac{\text{Vs}}{\text{cm}} \cdot 10,2 \frac{\text{kg cm}}{\text{Ws}} =$$

$$= 17900 \text{ kg}.$$

Siła średnia działająca w przekroju cewki o promieniu R_{sr} ze wzoru (1.55)

$$f_x = \frac{i_z}{4\pi} \left. \frac{d\phi}{dR} \right|_{R_{sr}} = \frac{2000 \text{ A} \cdot 115}{4\pi} 0,0152 \frac{\text{Vs}}{\text{cm}} \cdot 10,2 \frac{\text{kg cm}}{\text{Ws}} =$$

$$= 2840 \text{ kg}.$$

Napężenie średnie (przy $D = D_{sr}$) działające na rozzerwaniu w przekroju cewki wynosi w przybliżeniu

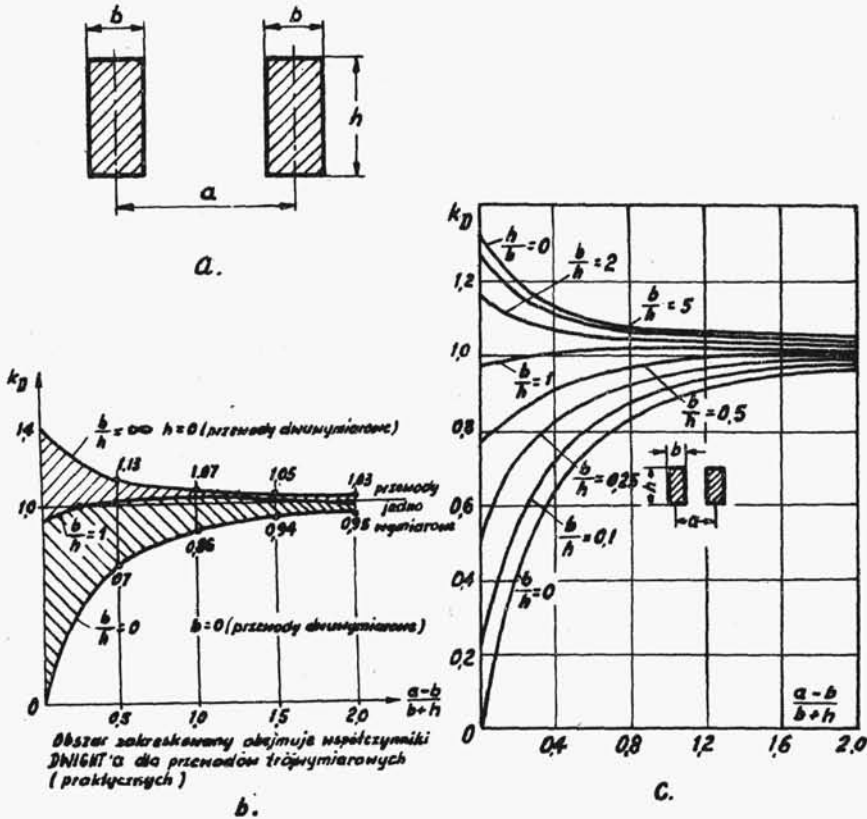
$$\sigma_{sr} \approx \frac{f_x}{S} = \frac{2840 \text{ kg}}{20 \cdot 57,5 \text{ mm}^2} = 2,47 \text{ kg/mm}^2.$$

1.3.3.6. Obliczeniowe ujęcie niektórych czynników dodatkowych wpływających na siły elektrodynamiczne

A. Wpływ wymiarów geometrycznych przekroju przewodów.

W podawanych dotąd wzorach na siły elektrodynamiczne zakładaliśmy skupienie prądów i_1 oraz i_2 wzdłuż osi przewodów S_1 i S_2 i w związku z tym obliczanie indukcji magnetycznej było przeprowadzane wzdłuż osi toru S_1 , co odpowiada założeniu jednowymiarowości przewodów.

W układach rzeczywistych założenia te nie są spełnione i mamy do czynienia z większymi lub mniejszymi wartościami sił w stosunku do obliczonych przy powyższych założeniach. Wzrost ten (lub zmniejszenie) jest znaczny przy dostatecznym zbliżeniu przewodów o przekroju prostokątnym.



Rys.1.31. Wykresy współczynnika DWIGHTA dla przewodów równoległych o przekroju prostokątnym

W zastosowaniach praktycznych wzrost ten wyznaczany jest dla przewodów równoległych o przekroju prostokątnym z wielkością współczynnika DWIGHTA k_D , który odczytuje się z wykresu (rys.1.31) jako funkcję

$$k_D = f \left(\frac{b}{h} ; \frac{a-b}{b+h} \right) .$$

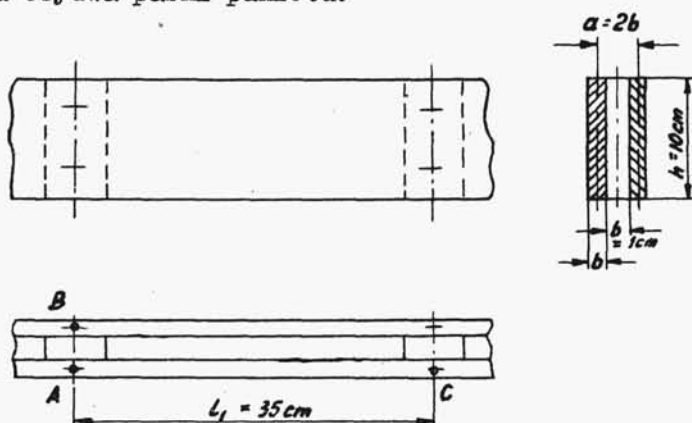
Warto tu zwrócić uwagę, że dla wartości $\frac{a-b}{b+h} > 2$ przy dowolnym $\frac{b}{h}$ oraz dla $\frac{b}{h} = 1$ (przekrój kwadratowy), $k_D \approx 1$.

Stosowanie współczynnika DWIGHTA ogranicza się zatem do obliczeń:

- wytrzymałości zwarciowej torów i przewodów i przewodów szynowych w obwodach niskonapięciowych,
- wytrzymałości zwarciowej przewodów szynowych wielopaskowych.

Przykład

Wyznaczyć siły oddziaływania elektrodynamicznego dwóch płaskowników tworzących pakiet szyn wg rys.1.32 przy przepływie prądu o wartości 50 kA w założeniu jego równomiernego rozkładu na obydwa paski pakietu.



Rys.1.32. Pakiet szyn dwupaskowy

Z wykresów na rys.1.31 dla

$$\frac{a-b}{b+h} = \frac{2b-b}{b+h} = \frac{1}{11} = 0,91$$

oraz

$$\frac{b}{h} = \frac{1}{10} = 0,1$$

odczytujemy $k_D = 0,9$.

Siła wzajemnego oddziaływania elektrodynamicznego pasków pakietu wyniesie zatem (rys.1.16c)

$$f = - \frac{\mu_0}{2\pi} K_D \left(\frac{i}{2} \right)^2 \frac{l_1}{a} =$$

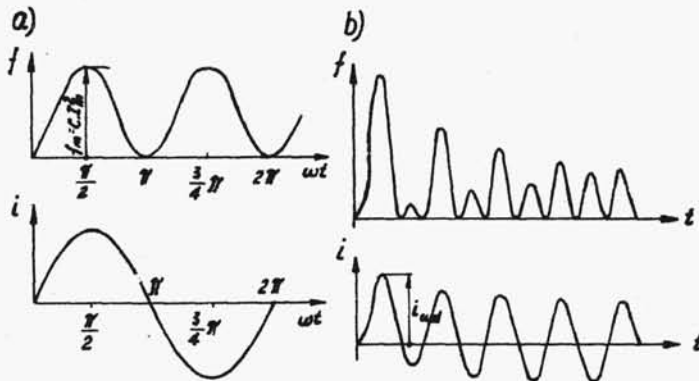
$$= \frac{1,256 \cdot 10^{-8} \frac{\Omega s}{cm}}{2\pi} \cdot 0,9 \cdot 6,25 \cdot 10^8 A^2 \frac{35cm}{2cm} \cdot 10,2 \frac{kGcm}{Ws} = 201 \text{ kG}.$$

B. Siły elektrodynamiczne przy prądzie zmiennym. Uwagi dodatkowe.

Przy prądzie zmiennym wyróżniamy w praktyce 2 przypadki charakterystyczne obliczania sił elektrodynamicznych:

- w obwodach prądu jednofazowego,
- w obwodach prądu trójfazowego.

Przy tym w obydwu tych przypadkach mamy do czynienia z siłami okresowo zmiennymi o częstotliwości zmian równej $2f$ - w przypadku zwarcowego prądu symetrycznego, lub w przybliżeniu $2f$ - w przypadku typowym prądu z zawartością składowej nieokresowej (rys.1.33).



Rys.1.33. Przebiegi czasowe siły elektrodynamicznej w obwodzie jednofazowym prądu zmiennego: a- przy symetrycznym przebiegu prądu, b- przy istnieniu składowej nieokresowej w przebiegu prądu

Dodatkowo w przypadku obwodów prądu trójfazowego (z torami S_1, S_2 i S_3 faz A,B,C) należy pamiętać o następujących czynnikach:

a. Największa chwilowa wartość siły oddziaływania toru S_2 na S_1 ^{x)} z powodu przesunięcia fazowego prądu w torze S_2 względem prądu w torze S_1 występuje przy wartości maksymalnej iloczynu obu prądów $(i_1 i_2)_m$,

b. Siły oddziaływania toru S_2 na S_1 i S_3 na S_1 są względem siebie przesunięte w fazie. Siła maksymalna oddziaływania na tor S_1 wynosi zatem

$$f_{1m} = (f_{12} + f_{13})_m \neq (f_{12})_m + (f_{13})_m.$$

Wychodząc z powyższych spostrzeżeń udowadnia się, że w przypadku szczególnym torów równoległych S_1 S_2 S_3 faz ABC w układzie płaskim symetrycznych względem przewodu fazy B największa wartość siły elektrodynamicznej występuje przy zwarciu trójfazowym wskutek oddziaływania przewodów faz A i C na (środkowy w układzie) przewód fazy B.

Maksymalny iloczyn prądów we wzorze (1.36) wynosi przy tym

$$(i_1 i_2)_m = [i_B (i_A - i_C)]_m = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} (i_u^{III})^2, \quad (1.56)$$

gdzie i_A , i_B , i_C - prądy w przewodach faz A, B, C,

i_u^{III} - prąd udarowy przy zwarciu trójfazowym.

Analogiczny wynik, odniesiony jednakże do dowolnego przewodu fazowego układu trójfazowego otrzymuje się w przypadku torów rozmieszczonych w wierzchołkach trójkąta równobocznego.

W obu tych przypadkach np. wzór (1.36) dla obwodu trójfazowego przyjmie postać

$$f_{my}^{III} = \pm \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\sqrt{3}}{2} (i_u^{III})^2 \frac{1}{a} = f_{mB}^{III}. \quad (1.36a)$$

Siły działające na tory prądowe przy zwarciach w obwodach prądu zmiennego są okresowo zmienne i zawierają w ogólnym przypadku składowe:

^{x)} podobnie pomiędzy torami S_3 i S_1

- nieokresowe, zanikającą^{x)} i niezanikającą,
- okresową o częstotliwości f zanikającą^{xx)}
- okresową o częstotliwości $2f$ niezanikającą.

Siły okresowo zmienne przyłożone do układu sprężystego (szyny zbiorczej, bieguna łącznika itd.) powodują powstawanie drgań tego układu o dwóch składowych:

- drgania tłumione o częstotliwości własnej układu sprężystego,
- drgania wymuszone o częstotliwości przyłożonej siły okresowo zmiennej, lecz opóźnione względem przebiegu tej siły.

Amplituda drgań układu wzrasta w miarę zbliżania się wartości częstotliwości własnej układu (n) do częstotliwości siły wymuszającej drgania. Maksymalne amplitudy występują przy rezonansie.

Skoro zatem składowe siły elektrodynamicznych o częstotliwości f zanikają bardzo szybko, najgroźniejszy jest przypadek rezonansu z drganiami własnymi o częstotliwości $2f$.

Stąd wniosek o konieczności odstrajania się przy prądzie zmiennym od częstotliwości własnej układu zawierającej się w granicach

$$n = (1,7 - 2,4) f_0. \quad (1.57)$$

Załączona tablica 7 podaje wzory do obliczania częstotliwości drgań własnych przewodów szynowych sztywno umocowanych na obu końcach przy odległości między punktami zamocowania l .

Niezależnie od poczynionego założenia o sztywności mocowania przewodów szynowych, wzory powyższe dają wyniki poprawne mimo nieuwzględniania sprężystości izolatorów i konstrukcji wsporczych oraz wpływu odgałęzień [4].

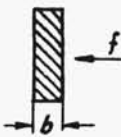
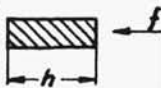


Z drganiami torów prądowych przy zwarciach w obwodach prądu zmiennego związane jest występowanie reakcji dynamicznych w punktach zamocowania przewodów i naprężeń dynamicznych w materiale przewodu.

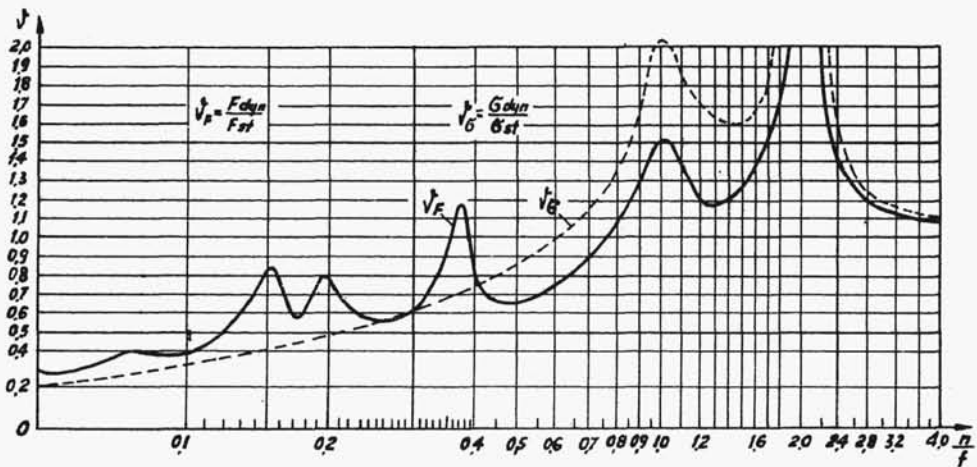
^{x)} ze stałą czasową równą $T/2$, gdzie T stała czasowa zanikania składowej nieokresowej prądu zwarciovego,

^{xx)} ze stałą czasową T , gdzie T j.w.

Tablica 7

Częstotliwości drgań własnych w Hz szyn sztywno umocowanych na obu końcach (wymiary w cm)

Przekrój szyny Ma- teriał				
Miedź	$n=3,67 \frac{b}{l^2} 10^5$	$3,67 \frac{h}{l^2} 10^5$	$3,13 \frac{d}{l^2} 10^5$	$3,13 \frac{\sqrt{D^2+d^2}}{l^2} 10^5$
Aluminium	$n=5,2 \frac{b}{l^2} 10^5$	$5,2 \frac{h}{l^2} 10^5$	$4,48 \frac{d}{l^2} 10^5$	$4,48 \frac{\sqrt{D^2+d^2}}{l^2} 10^5$
Stal	$n=5,4 \frac{b}{l^2} 10^5$	$5,4 \frac{h}{l^2} 10^5$	$4,67 \frac{d}{l^2} 10^5$	$4,67 \frac{\sqrt{D^2+d^2}}{l^2} 10^5$



Rys.1.34. Współczynniki dynamiczne naprężenia zginającego σ i siły reakcji \hat{v}_F w funkcji n/f

Czynniki te przy obliczaniu przewodów szynowych w układzie płaskim uwzględniamy drogą wprowadzenia współczynników dynamicznych \hat{v}_F i \hat{v}_G wg PUTTFARCKENA [2] (rys.1.34).

a. Przy pomocy współczynnika \hat{v}_F obliczamy dla prądu zmiennego i prądu trójfazowego moduł reakcji w punktach zamocowania przewodu

$$R = \sqrt{F} f_m \leq F_{nz} , \quad (1.58)$$

gdzie F_{nz} - siła łamiąca izolatora przyłożona w osi przewodu

W ten sposób dla płaskiego symetrycznego układu szyn zbiorczych moduł reakcji wyniesie

$$R = \sqrt{F} \frac{\mu_0}{2\pi} k_D i_u^2 \frac{l_1}{a} \leq F_{nz} .$$

b. Przy pomocy współczynnika $\sqrt{\sigma}$ obliczamy dynamiczne naprężenie średnie w materiale szyny

$$\sigma_{dyn} = \frac{\sqrt{\sigma}}{p} \sigma_{st} \leq \sigma_{dop} , \quad (1.59)$$

gdzie $\sigma_{st} = \frac{f_m l_1}{12} \frac{1}{W}$ - naprężenie statyczne wywołane siłą f_m

liczone jak dla belki obustronnie sztywno podpartej,

p - współczynnik uwzględniający rozkład naprężeń przy odkształceniu plastycznym,

- dla przekroju prostokątnego przewodu $p = 2$,

- dla przekroju kołowego przewodu $p = 2,4$,

- dla przekroju pierścieniowego przewodu $p = 1,6$,

σ_{dop} - naprężenie dopuszczalne:

- dla miedzi $\sigma_{dop} = (1400 - 1600) \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$,

- dla aluminium $\sigma_{dop} = (500-700) \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$,

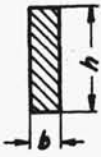



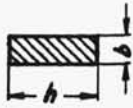

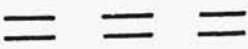
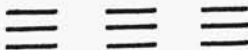


W - wskaźnik wytrzymałości przekroju przewodu względem osi prostopadłej do kierunku działania siły. Wartości w tablicy 8.

Dla obliczeń orientacyjnych możemy przyjmować

$$\sigma_{dyn} = \frac{\sqrt{\sigma}}{2} \frac{f_m l_1}{12} \frac{1}{W} \leq \sigma_{dop} .$$

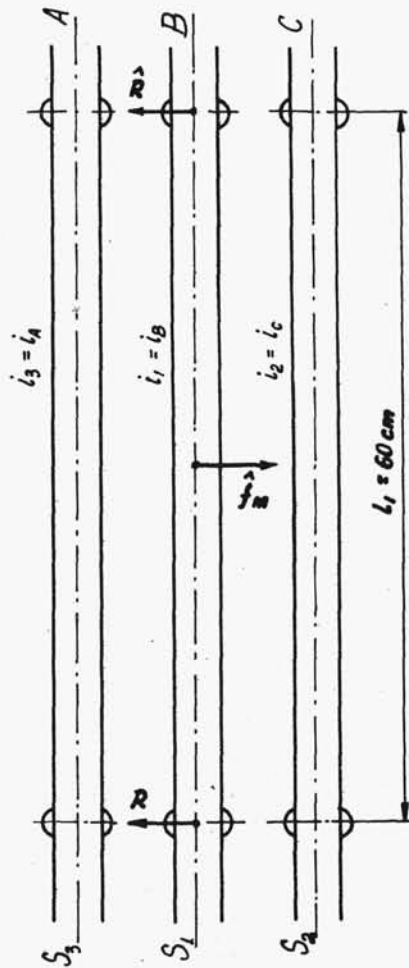
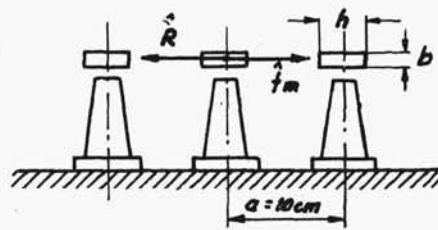
Tablica 8

Wskaźniki wytrzymałości szyn na zginanie

Lp.	Przekrój szyny	Układ szyn	Wskaźnik wytrzymał. szyn na zginanie
1			$\frac{hb^2}{6} \approx 0,167 hb^2$
2			$\frac{13}{9} hb^2 \approx 1,44 hb^2$
3			$\frac{99}{30} hb^2 = 3,3 hb^2$
4			$\frac{bh^2}{6} \approx 0,167 bh^2$
5			$\frac{bh^2}{3} = 0,333 bh^2$
6			$\frac{bh^2}{2} = 0,5 bh^2$
7		dowolny	$\frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3$
8		dowolny	$\frac{\pi}{32} \frac{D^4 - d^4}{D} \approx 0,1 \frac{D^4 - d^4}{d}$

1.3.3.7. Przykład wyznaczania obciążalności elektrodynamicznej ciągu szyn zbiorczych

Wyznaczyć wymiary prostokątnego przekroju poprzecznego przewodu szynowego dla układu trójfazowego przewodów miedzianych wg rys.1.35 z uwagi na ich wytrzymałość elektrodynamiczną przy zwarcia trójfazowym z prądem udarowym o wartości 50 kA. Dana jest wartość naprężenia dopuszczalnego na zginanie szyny miedzianej $\sigma_{dop} = 1400 \text{ kg/cm}^2$ oraz wartość $k_D = 1$.



Rys. 1.35. Trójfazowy układ przewodów szynowych

Siła elektrodynamiczna działająca na szynę środkową układu z rys.1.35 przy podanych wymiarach wyniesie

$$f_m = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\sqrt{3}}{2} k_D i_u^2 \frac{l_1}{a} =$$

$$= \frac{1,256 \cdot 10^{-8}}{2} \frac{\Omega s}{cm} \frac{\sqrt{3}}{2} 25 \cdot 10^8 A^2 \frac{60}{10} 10,2 \frac{kGcm}{Ws} = 266 \text{ kG}.$$

Na każdy z izolatorów wsporczych założonego nieograniczonego ciągu szynowego działa zatem siła statyczna przyłożona w osi przewodu

$$R = f_m = 266 \text{ kG}.$$

Założmy, że zastosowano tutaj izolatory wsporcze grupy A tj. o wartości siły łamiącej 375 kG.

Przeliczając obliczoną siłę statyczną $f_m = R$ przyłożoną w osi przewodu na siłę przyłożoną na wysokości górnej krawędzi okucia izolatora R' z równania momentów tych sił względem podstawy izolatora otrzymujemy

$$R' = 1,2 R = 1,2 \cdot 266 \text{ kG} = 320 \text{ kG}$$

$$F_{\text{łamiąca}} = 375 \text{ kG}.$$

Oznacza to, że przyjęty został izolator wsporczy właściwej grupy.

Obliczonej wartości siły f_m odpowiada wartość momentu gnącego szynę (przy podporach sztywnych)

$$M_g = \frac{f_m l_1}{12} = \frac{266 \cdot 60}{12} = 1330 \text{ kG cm}.$$

Stąd wartość naprężenia statycznego wyniesie

$$\sigma = \frac{M}{W},$$

gdzie W - wskaźnik wytrzymałości przekroju szyny.

Wobec zadanej wartości $G = G_{\text{dop}}$ znajdujemy

$$W = \frac{M_g}{G} = \frac{1330 \text{ kG cm cm}^2}{1400 \text{ kG}} = 0,95 \text{ cm}^3.$$

Ponieważ $W = \frac{b h^2}{6} = 0,95 \text{ cm}^3$, to wskaźnikiem takim dysponuje np. szyna o wymiarach przekroju $b = 4 \text{ mm}$ i $h = 40 \text{ mm}$ ułożona na izolatorach wsporczych na płask (rys.1.35).

Skontrolujemy obecnie reakcję i naprężenia dynamiczne w tak obliczonym wstępnie przewodzie szynowym.

Wyznaczamy kolejno:

a. Częstotliwość własna przewodu szynowego wg wzoru z tablicy 7 wynosi

$$n = 3,67 \frac{h}{l_1^2} 10^5 = 3,67 \frac{4}{60^2} 10^5 = 407 \text{ Hz},$$

tj. spełnia warunek odstrojenia od rezonansu przy $f = 50 \text{ Hz}$ zapisany wzorem (1.57)

$$n = 407 \text{ Hz} > 2,4 f = 120 \text{ Hz}.$$

b. Dla stosunku $n/f = \frac{407}{50} = 8,1$ otrzymujemy z wykresu (rys.1.34) $\gamma_F \approx 1,0$ i $\gamma_G \approx 1,0$, co oznacza brak jakiegokolwiek wzrostu wyznaczonych w pierwszej części zadania w sposób przybliżony reakcji i naprężeń.

W zadaniu niniejszym warto zauważyć, że w przypadku ułożenia obliczanych przewodów szynowych "na sztorc", zadana wartość wskaźnika wytrzymałości byłaby osiągnięta przy wymiarach przekroju poprzecznego szyny np. $60 \times 10 \text{ mm}^2$. Wtedy częstotliwość drgań własnych przewodu szynowego

$$n = 3,67 \frac{h}{l_1^2} 10^5 = 3,67 \frac{1}{60^2} 10^5 = 102 \text{ Hz}$$

jest właśnie częstotliwością rezonansową.

Odstroić się od niej można by najłatwiej przez zmniejszenie wymiaru l_1 tj. odległości między sąsiednimi izolatorami wsporczymi.