

Skorzystamy ze wzoru (1.27b)

$$I_{c1} = S \sqrt{\frac{F(\psi_{\max}) - F(\psi_1)}{n}},$$

gdzie $S = \frac{I_n}{j_n} = \frac{I_n}{2A/\text{mm}^2},$

$$F(\psi_{\max}) = F(250^\circ\text{C}) = 3,7 \cdot 10^4 \frac{\text{A}^2\text{s}}{\text{mm}^4},$$

(z rys.1.12 dla izolacji kl.A)

$$F(\psi_1) = F(50^\circ\text{C}) = 1,0 \cdot 10^4 \frac{\text{A}^2\text{s}}{\text{mm}^4},$$

$$n = 1 \text{ s},$$

zatem

$$I_{c1} = \frac{I_n \text{ mm}^2}{2A} \sqrt{\frac{(3,7 - 1,0) 10^4 \text{ A}^2\text{s}}{1\text{s mm}^4}} \approx 80 I_n.$$

1.3.3. Wyznaczanie obciążalności zwarciowej elektrodynamicznej torów prądowych

1.3.3.1. Metody obliczania sił elektrodynamicznych

Przepływ prądu elektrycznego (ładunku) w torach prądowych aparatów, łuku elektrycznym, przewodach znajdujących się w obcym polu magnetycznym powoduje powstawanie sił działających na przepływające ładunki a więc na tory prądowe, łuk elektryczny czy przewody, tzw. sił elektrodynamicznych. Różniamy trzy rodzaje sił elektrodynamicznych, a mianowicie:

- siły elektrodynamiczne pomiędzy przewodami prądowymi lub torami prądowymi,
- siły występujące na powierzchniach granicznych materiałów o różnej przenikalności magnetycznej,

- siły pomiędzy przewodami prądowymi i materiałami ferromagnetycznymi (w pobliżu mas ferromagnetycznych).

Istnieją dwie metody obliczania sił elektrodynamicznych: metoda BIOTA SAVARTA i metoda MAXWELLA. Przy rozwiązywaniu większości zadań posilkować się będziemy pierwszą z tych metod. Metodę MAXWELLA omówimy krótko w przykładzie 1.3.3.5.

Wg BIOTA SAVARTA wartość chwilowa siły elementarnej oddziaływującej na element ds danego toru prądowego jest zdefiniowana jako

$$d\hat{f} = i [d\hat{s} \times \hat{B}], \quad (1.28)$$

gdzie \hat{B} jest indukcją magnetyczną pola, mierzoną w miejscu elementu ds przewodu jednowymiarowego wówczas, kiedy przez przewód prąd nie przepływa, lub jest równy zeru.

Wyobraźmy sobie obecnie w przestrzeni trójwymiarowej o współrzędnych x, y, z jeden z przypadków ukształtowania torów prądowych podanych na rys.1.13a,b.

Indukcję magnetyczną wywołaną przepływem prądu o wartości chwilowej i_2 przez skierowany zgodnie z przepływem prądu element $d\hat{s}_2$ toru S_2 w odległości \hat{r} od tego elementu określić można wzorem

$$d\hat{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2}{r^3} [d\hat{s}_2 \times \hat{r}] = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2}{r^3} \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ ds_{2x} & ds_{2y} & ds_{2z} \\ r_x & r_y & r_z \end{vmatrix}. \quad (1.29)$$

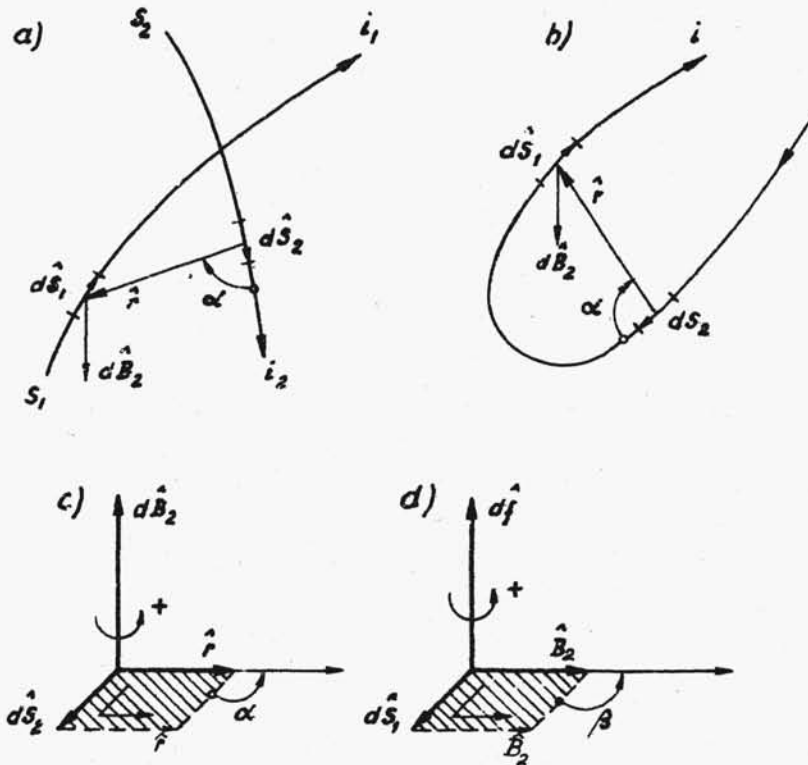
Kierunek indukcji magnetycznej wyznacza zatem iloczyn wektorowy $[d\hat{s}_2 \times \hat{r}]$, a jej moduł określa powierzchnia równoległoboku stworzonego przez te wektory (rys.1.13c), czyli

$$dB_2 = |d\hat{B}_2| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2}{r^3} r ds_2 \sin \alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2}{r^2} \sin \alpha ds_2. \quad (1.29a)$$

Całkowita indukcja od przepływu prądu przez wszystkie elementy $d\hat{s}_2$ toru S_2 w miejscu $d\hat{s}_1$ będzie wyznaczona całką

$$B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} i_2 \int_{S_2} \frac{\sin \alpha}{r^2} ds_2. \quad (1.30)$$

Możemy teraz zgodnie ze wzorem wyjściowym (1.28) zapisać wyrażenie na wartość chwilową siły elementarnej $d\hat{f}$ wywołanej indukcją w miejscu elementu ds_1 i oddziaływującej na ten element.



Rys.1.13. Kierunki indukcji magnetycznej i sił elektrodynamicznych

Zakładamy skierowanie elementu ds_1 zgodnie z kierunkiem przepływu prądu i_1 przez ten element

$$d\hat{f} = i_1 [d\hat{s}_1 \times \hat{B}_2] = i_1 \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ ds_{1x} & ds_{1y} & ds_{1z} \\ B_{2x} & B_{2y} & B_{2z} \end{vmatrix}. \quad (1.31)$$

Kierunek działania siły wyznacza iloczyn wektorowy $[\hat{ds}_1 \times \hat{B}_2]$ a jej moduł powierzchnia równoległoboku utworzonego przez te wektory (rys.1.13d).

Całkowita siła działająca na odcinek toru S_1 wyznaczona jest całką wzdłuż badanej części toru S_1 .

$$F = i_1 \int_{S_1} B_2 \sin \beta dS_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} i_1 i_2 \iint_{S_1 S_2} \frac{\sin \alpha \sin \beta}{r^2} ds_1 ds_2. \quad (1.32)$$

W szczególnym przypadku płaskiego ułożenia przewodów na płaszczyźnie (x,y) mamy:

a) $\beta = \pi/2$, tj. $\sin \beta = 1$,

b) składowe ds_2 i \hat{r} istnieją tylko w płaszczyźnie x,y, wobec czego istnieje tylko składowa indukcji $d\hat{B}_2$ tylko w osi z tj. $d\hat{B}_{2z}$,

c) składowe ds_1 istnieją tylko w płaszczyźnie x,y.

Dla tego przypadku wzory (1.29), (1.31), (1.32) przyjmą postać

$$d\hat{B}_2 = d\hat{B}_{2z} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2}{r^3} \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ ds_{2x} & ds_{2y} & 0 \\ r_x & r_y & 0 \end{vmatrix} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2}{r^3} \hat{k} \begin{vmatrix} ds_{2x} & ds_{2y} \\ r_x & r_y \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2}{r^3} \hat{k} (ds_{2x} r_y - ds_{2y} r_x), \quad (1.29b)$$

$$dF = i_1 \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ ds_{1x} & ds_{1y} & 0 \\ 0 & 0 & B_{2z} \end{vmatrix} = i_1 (\hat{i} ds_{1y} - \hat{j} ds_{1x}) B_{2z}, \quad (1.31a)$$

$$F = \pm \frac{\mu_0}{4\pi} i_1 i_2 \iint_{S_1 S_2} \frac{\sin \alpha}{r^2} ds_1 ds_2. \quad (1.32a)$$

U w a g a: znak zależy od kierunku ds_1 i ds_2 .

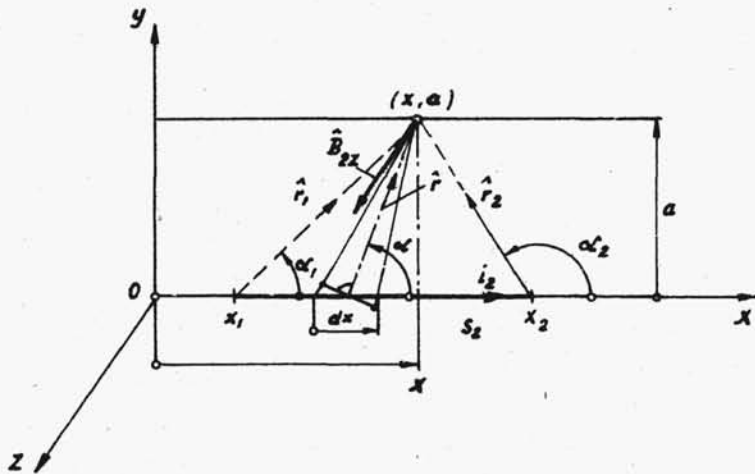
1.3.3.2. Obliczanie sił występujących pomiędzy dwoma jednowymiarowymi równoległymi torami prądowymi

A. W tym punkcie rozpatrzmy 2 najważniejsze dla praktyki przypadki wyznaczania sił oddziaływujących na przewód o długości skończonej z prądem i_1 znajdujący się w polu magnetycznym od przepływu prądu i_2 w przewodzie doń równoległym o długości nieskończonej (a) i skończonej (b).

Indukcja magnetyczna w przypadku przewodów równoległych wywołana przepływem prądu i_2 przez tor S_2 (rys.1.15) wyraża się zależnością (1.29b) przy uwzględnieniu braku w rozpatrywanym przypadku składowej $d\hat{s}_{2y}$

$$d\hat{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2}{r^3} \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ dx & 0 & 0 \\ r_x & r_y & 0 \end{vmatrix} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2}{r^3} \hat{k} dx r_y =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2}{r^2} \hat{k} \sin\alpha dx = d\hat{B}_{2z} . \quad (1.33)$$



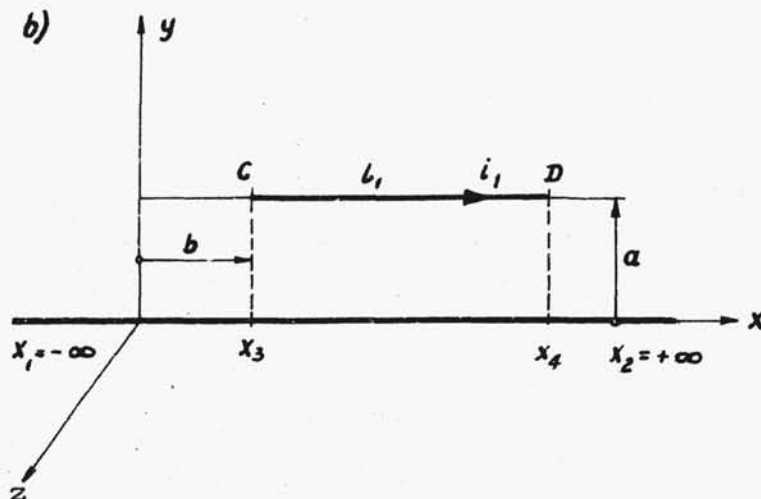
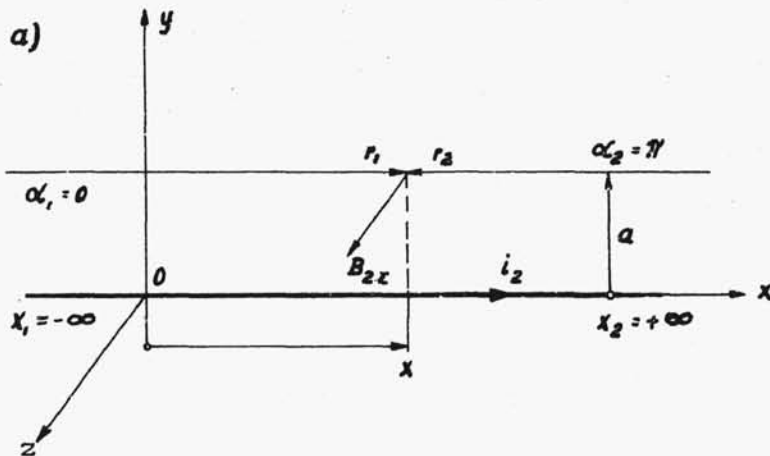
Rys.1.14. Indukcja magnetyczna odcinka toru S_2 w punkcie $(x, y = a)$

Po scałkowaniu przy uwzględnieniu związków z rys. 1.14

$$r = \frac{a}{\sin \alpha} \quad \text{oraz} \quad s_2 = x - \frac{a}{\tan \alpha} \quad \text{czyli} \quad ds_2 = \frac{a}{\sin^2 \alpha} d\alpha$$

otrzymuje się zależność

$$B_{2z} = \frac{\mu_0}{4\pi} i_2 \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\sin^3 \alpha \cdot a}{a^2 \sin^2 \alpha} d\alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2}{a} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \cdot (1.34)$$



Rys.1.15. Wyznaczanie siły działającej na przewód o długości l_1 z prądem i_1 od prądu i_2 w przewodzie nieskończenie długim

Siła elektrodynamiczna oddziaływująca na przewód z prądem i_1 znajdujący się w rozpatrywanym wyżej polu magnetycznym równoległego przewodu z prądem i_2 może być wyznaczona ze wzoru (1.31a) po uwzględnieniu istnienia składowej wektora $d\hat{s}_1$ tylko w osi x

$$d\hat{f} = i_1 \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{2z} \end{vmatrix} = -i_1 \hat{j} B_{2z} dx = d\hat{f}_y. \quad (1.35)$$

a. Dla przypadku nieskończonej długości przewodu z prądem i_2 (rys.1.15a) mamy

$$\alpha_1 = 0, \quad \text{tj.} \quad \cos \alpha_1 = 1,$$

$$\alpha_2 = \pi, \quad \text{tj.} \quad \cos \alpha_2 = -1.$$

Wzór wyjściowy na indukcję (1.34) przyjmuje teraz postać

$$B_{2z} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2}{a} (1 + 1) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_2}{a}. \quad (1.34a)$$

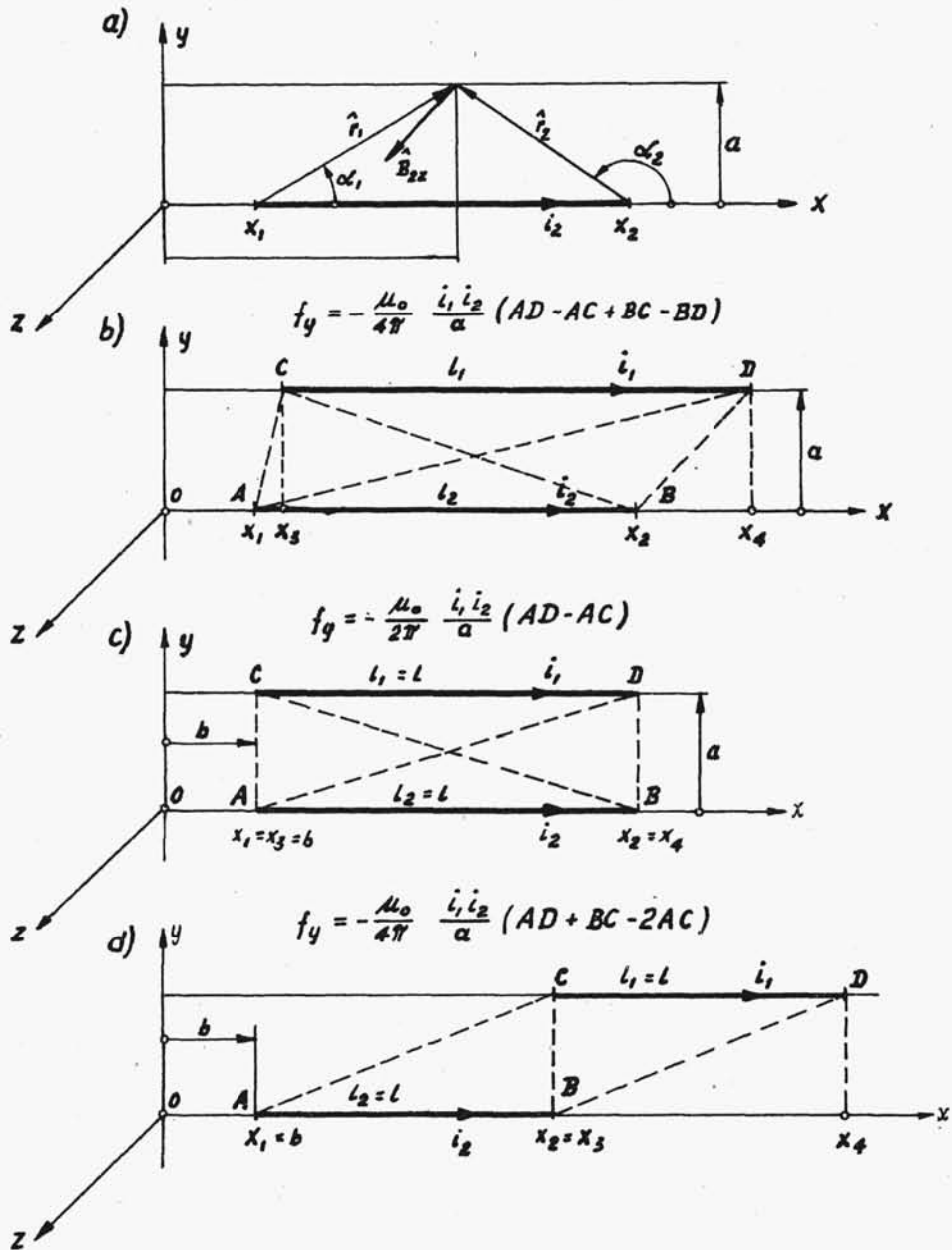
Po podstawieniu powyższego wyrażenia na indukcję do (1.35) znajdujemy siłę elementarną

$$d\hat{f}_y = -i_1 B_{2z} dx = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 i_2}{a} dx. \quad (1.35a)$$

Wobec warunków brzegowych dla przewodu z prądem i , o długości skończonej l_1 (rys.1.15b) $x_3 = b$ i $x_4 = b + l_1$ siła całkowita działająca na rozpatrywany odcinek przewodu wyniesie

$$f_y = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 i_2}{a} x \left| \begin{array}{l} x_4 = l_1 + b \\ x_3 = b \end{array} \right. = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 i_2}{a} l_1. \quad (1.36)$$

b. Dla przypadku skończonej długości przewodu z prądem i_2 mamy (rys.1.16a)



Rys.1.16. Wyznaczanie siły działającej na przewód o długości l_1 z prądem i_1 od prądu i_2 w przewodzie o długości l_2

$$\cos \alpha_1 = \frac{x - x_1}{\sqrt{a^2 + (x - x_1)^2}},$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{-(x_2 - x)}{\sqrt{a^2 + (x_2 - x)^2}}.$$

Wzór wyjściowy na indukcję (1.34) przyjmuje teraz postać

$$B_{2z} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2}{a} \left[\frac{x_2 - x}{\sqrt{a^2 + (x_2 - x)^2}} + \frac{x - x_1}{\sqrt{a^2 + (x - x_1)^2}} \right] \quad (1.34b)$$

Na rys.1.16 b,c,d podane są obecnie za podręcznikiem wzory na siłę całkowitą oddziaływującą na przewód z prądem i_1 znajdujący się w omawianym wyżej polu magnetycznym równoległego przewodu i_2 również o długości skończonej.

1.3.3.3. Obliczanie sił występujących pomiędzy dwoma jednowymiarowymi prostopadłymi torami prądowymi

A. Wzory wyjściowe do obliczeń.

W tym przypadku indukcja magnetyczna wywołana przepływem prądu i_2 przez tor S_2 (rys.1.17) wyraża się wobec braku składowej $\hat{d}B_2$ w osi y wzorem (1.33) tj.

$$d\hat{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2}{r^2} \hat{k} \sin \alpha \, dx = d\hat{B}_{2z}.$$

Zgodnie z rys.1.17 występują następujące związki geometryczne

$$r = \frac{y}{\sin \alpha}, \quad s_2 = x = -\frac{y}{\tan \alpha}, \quad \text{tj.} \quad ds_2 = dx = \frac{y}{\sin^2 \alpha} d\alpha.$$