

II. Na co się zdadzą te obiedwie progressy czyli skoki liczbowe?

Na to, ażebyśmy wszystkich terminów, ilekolwiek ich być może, szereg krótko i łatwo bez uprzykrzonego, zwłaszcza w przydłuższych rachunkach, dodawania, w jedną sumę znieść mogli.

Już nieco obszérniéj o własnościach, i pożytku obudwa tych progressy w szczególności pomówmy.

## § II.

*O skoku wolnym czyli Arytmetycznym.*

12. **K**tóre są Prawidła, na których się wszystkie reguły progressy Arytmetycznéj zasa-  
dzaia?

Te trzy następujące:

*Prawidło I.* W progressy Arytmetycznéj z wielukolwiek terminów składający się, suma terminów skrajnych, to jest zebranie w jedną kwotę pierwszego i ostatniego terminu równa się summie dwóch terminów, od tychże krańców równie odległych. Tak w sześciu następujących terminach skoku wolnego:

2. 4. 6. 8. 10. 12.

2. + 12 = 4. + 10. = 14.

2. + 12 = 6. + 8. = 14.

te terminy proporcjonalne; 1. 2. 4. 8. Wszak ie obracając stać będą tak: 2. 1. 8. 4. przemieniając tak: 1. 4. 2. 8. Składając, czyli dodając tak: 1 + 1. 2. 4. + 4. 8. Taż sama będzie proporcya mnożąc, lub dzieląc terminy proporcjonalne przez jednąż liczbę.

*Prawidło II.* W progressyi Arytmetycznéy, który terminy nie są do pary, summa krajnych terminów, albo dwóch którychkolwiek, równie od krajin odległych, dwa razy większa jest nad średni termin. Tak w następującéy progressyi:

2. 4. 6. 8. 10. 12. 14.

Summy 2. + 14; 4. + 12; 6. + 10. zawsze dwakroć są większe od 8. liczby we środku danéy progressyi zostaiącey.

*Prawidło III.* W każdéy progressyi Arytmetycznéy, termin którykolwiek wzięty, zamyka w sobie termin pierwszy, to jest, termin najmniejszy i przewyżkę, która między temi terminami zachodzi, tyle razy wziętą, ile jest terminów od pierwszego terminu aż do niego. Tak w następującym skoku:

3. 6. 9. 12. 15. 18.

Termin trzeci tego skoku 9. zamyka w sobie pierwszy termin 3 i przewyżkę 3, która tu między terminami zachodzi, dwa razy wziętą, tak:  $9 = 3 + 3 + 3 = 9$ . Podobnie 12. termin czwarty, zamyka w sobie pierwszy 3 i przewyżkę 3, trzy razy wziętą; gdyż  $12 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$ . i t. d.

13. Jaki wniosek i pożytek z tego trzeciego prawidła wypływa?

Ten niezawodny: iż jeżeli przez przewyżkę, między terminami skoku Arytmetycznego zachodzącą, rozmnóżę liczbę terminów wszystkich, prócz pierwszego, a do produktu do-

dam termin pierwszy najmniejszy, to mi w owej progressyi wypadnie termin największy. Tak w ostatnim przykładzie przez przewyżkę 3. rozmnożywszy liczbę terminów, ktorychtu jest prócz pierwszego 5, a do produktu dodawszy pierwszy najmniejszy termin 3, będę miał 18, termin największy w daney progressyi; gdyż  $3 \times 5 = 15$ , a  $3 = 18$ . O czém jeszcze będzie niżej.

14. Ile rzeczy w każdéj progressyi czyli skoku Arytmetycznym zważać potrzeba?

Te pięć następujące: I. Termin najmniejszy. II. Termin największy. III. Liczbę terminów. IV. Pospolitą przewyżkę. V. Summę terminów daney progressyi. Tyle więc wpływa reguł na wzmiankowanych liczb czyli terminów wynalezienie.

### Z A D A N I E. I.

15. Gdy będą dane najmniejszy i największy, to jest pierwszy i ostatni w progressyi Arytmetyczney terminy, i liczba wszystkich terminów, iak się znajdzie wszystkich tych terminów summa ieneralna?

*Reguła.* Do terminu największego przydaje się najmniejszy, a summę rozmnożywszy przez połowę wszystkich terminów, produkt stąd wypadający ukaże summę ieneralną całej owej progressyi.

*Przykład.* Choć wiedzieć ile czynią wszystkie uderzenia godzin Zegar u pospolitego poczynawszy od pierwszój godziny do dwunastój, w progresyi liczb Arytmetycznej porządkiem naturalnym idących: 1. 2. 3. 4. i t. d.

W tej progressyi najmniejszy termin jest 1, największy 12, wszystkich oraz progressyi terminów jest 12. Zaczem według daney reguły, najmniejszy termin 1, przydawszy do największego 12, będzie 13, którą summę rozmnożywszy przez połowę wszystkich terminów, to jest, przez 6. tak:  $13 \times 6$ . mam produkt 78, który mi ukazuje wszystkie uderzenia godzin zegaru, od pierwszój aż do dwunastój. Ten produkt 78 podwoiwszy będą miał uderzenia przez cały dzień naturalny 156.

Reguła ta zasadza się na Prawidle 1. w którym pokazaliśmy, że summa terminów kraynych równa jest którymkolwiek dwóm terminom od tychże krayn równie odległym; a zatem produkt z pierwszego i ostatniego terminu, przez połowę terminów rozmnożonego, koniecznie równy być musi summie wszystkich terminów w wolnej progressyi będących. Mnożenie bowiem jest to Addycja kilkakroć powtórzona.

Stąd wypływa, iż summę całej progressyi wolnej można jeszcze mieć: *Naprzód:* połowę summy z pierwszego i ostatniego terminu zebraney, przez liczbę wszystkich terminów

mnożąc. *Powtóre:* Sumnę pierwszego i ostatniego terminu przez całą liczbę terminów rozmnożywszy, produkt ten przez 2. dzieląc.

Kiedy zaś terminy w progressyi Arytmetyczney trafiają się nieparzyste, w ten czas podług *Prawidła II.* przez termin średni rozmnożywszy liczbę terminów nieparzystych, produkt da sumnę wszystkich terminów progressyi wolney. W tym bowiem *Prawidło II.* pokazaliśmy, iż termin średni równy jest połowie summy z pierwszego i ostatniego terminu zebraney.

## Z A D A N I E II.

16. Gdy będą dane terminy najmniejszy i największy, i liczba terminów, iak się znajdzie przewyżka między terminami owéy progressyi zachodząca?

*Reguła.* Od największego terminu odciąga się najmniejszy, a reszta dzieli się przez liczbę terminów jednym zmniejszoną. Wieloraz ukaże przewyżkę między terminami skoku zachodzącą.

*Przykład.* Jest Woysko w tryangul uszykowane, którego pierwszy, to jest, najmniejszy rząd 2 żołnierzy zabiera, ostatni rząd czyli największy termin zabiera 120. Niechay będzie 60 rzędów, pytam iaka między temi rzędami zachodzi przewyżka? to jest: wielu żołnierzami ieden rząd drugi przechodzi, czyli przewyższa?

Od największego tedy terminu 120, odciągamy najmniejszy 2, a resztę 118 podzieliwszy przez liczbę terminów iednym zmniejszoną, to jest, przez 59. Wieloraz 2 pokazuje zachodzącą przewyżkę, to jest, iż każdy następujący termin od poprzedzającego 2 jest większy.

Reguła ta gruntuje się na Praw: III. Bo 120 zamyka w sobie najmniéjczy termin 2 i nad to przewyżkę 2, tyle razy wziętą, ile jest terminów w progressyi, poczynwszy od 2 aż do 120, to jest: zamyka 59 razy tę przewyżkę 2, co uczyni 118; przydając pierwszy termin 2, będzie 120. A zatém odciągwszy termin najmniéjszy, reszta zamyka w sobie tyle razy przewyżkę, ile jest terminów progressyi zmniejszonych 2; więc resztę owę podzieliwszy przez liczbę terminów iednym zmniejszoną, wypaść powinna przewyżka między terminami zachodząca.

### Z A D A N I E III.

17. Gdy będą dane terminy najmniéjzy i największy, i przewyżka, iak się znajdzie liczba wszystkich terminów?

Od największego terminu odciągamy najmniéjszy, a resztę podzieliwszy przez przewyżkę, wieloraz iednym powiększony, ukaże wszystkich terminów liczbę.

*Przykład.* Jubiler pewny przedaie kilka pereł, pierwszą np. za 4 talery bite, drugą za

80, i tak dalej postępując przez przewyżkę 6. aż do ostatniéj, którą sprzedał za 478 talarów bitych. Pytam, ile miał wszystkich pereł?

Odciągam termin najmniéjszy 4. od największego 478, a resztę 474 podzieliwszy przez przewyżkę 6, wypada 79. do tego przydawszy 1, mam 80, liczbę terminów, czyli pereł sprzedanych.

Reguła ta gruntuje się na Praw: III.

#### ZADANIE IV.

18. Gdy będą dane termin najmniéjszy, przewyżka, i liczba terminów, iak się znać będzie termin największy?

Dana liczba terminów iednym zmniéjszona przez przewyżkę rozmnaża się, do tego produktu dodawszy termin najmniéjszy, summa stąd wynikająca będzie największym terminem.

*Przykład.* Ośmiu ubiegającym się do mety wyznaczono nagrody, tak, aby ten, który ostatni do mety dobieży, wziął 4 złote, przedostatni 7, przed-przedostatni 10. i tak dalej w progressyi przez przewyżkę 3 rosnący. Pytam, ile się temu należy, który pierwszy do mety dobiegł?

Przez przewyżkę tedy 3 mnożę liczbę terminów 8 — 1, to jest 7; wychodzi produkt 21, przydawszy do niego termin najmniéjszy 4, mam w pomienionéj progressyi termin nay-

większy 25. Tyle więc pierwszy nagrody weźmie.

Ta reguła zasadza się na Prawi: III.

Tymże samym sposobem dochodzi się iakolwiek inszy termin zamierzony, czy to piąty, czy siódmy i t. d.

### Z A D A N I E V.

19 Gdy będą dane termin największy, liczba terminów, i przewyżka, iak się termin najmniejszy wynayduie?

Dana przewyżka mnoży się przez liczbę terminów iednym zmniejszoną, a produkt odciągawszy od terminu największego wypadnie termin najmniejszy.

*Przykład.* Rzemieślnik podjął się pewnéy roboty pod tą kondycją, aby mu codziennie pięcią groszy przyczyniano nad płacę dnia pierwszego, dopokiby roboty nie skończył. Robił on dni 15 i wziął dnia ostatniego od roboty dziennéy groszy 100. Pytam, ile wziął dnia pierwszego?

W tym przykładzie przewyżkę 5 rozmnażam przez liczbę terminów iednym zmniejszoną 15 — 1, to iest przez 14, a produkt 70 odciągam od terminu największego 100, wypada najmniejszy termin 30. Tyle więc groszy wziął dnia pierwszego. Przez wszystkie zaś dni podług reguły pierwszego zadania, zarobił gr: 975. czyli zł: 32. gr: 15.

Ta reguła zasadza się na Prawi: III.