

nę wynalezioną przez siebie samę rozmnożyć, i do produktu przydać resztę od ostatniego odciągnięcia z liczby danéj pozostałą: produkt ieneralny wypadający, powinien być równy zupełnie liczbie danéj. Tak w ostatnim przykładzie ścianę 2498 w siebie wprowadziwszy, wypada: 6,240,004. Do tych przydawszy resztę pozostałą: 3761, wychodzi liczba dana: 6,243765.

Ta jest cała nauka o wyciąganiu ściany kwadratowej, mówmy teraz o kubicznój.

## § II.

### *O wyciąganiu ściany sześciogrannéj z liczby danéj.*

11. **C**o jest liczba sześciogranna, czyli kubiczna?

Jest to, iakośmy już powiedzieli, produkt liczby trzy razy w siebie wprowadzonéj, iako np. Sześciogran 8, wypada z rozmnożenia liczby  $2 \times 2 \times 2 = 8$ . albo też: Jest to produkt z rozmnożenia kwadratu przez swoje ścianę. Tak rozmnażając kwadrat 9 przez swoją ścianę 3, wypada sześciogran 27, który się inaczej nazywa stopniem trzecim.

12. Co jest wyciąganie ściany sześciogrannéj z liczby danéj?

Jest to wynalezienie takiéj liczby, która przez siebie samę trzy razy rozmnożona, czy-

ni, czyli rodzi liczbę zadaną, to jest sześciogran, czyli kostkę, wszerek, wzdłuż i w głąb równoboczną, jeżeli dana liczba jest zupełnie sześciogranna: jeżeli zaś nie, rodzi największy sześciogran w owęj liczbie zamknięty. np. Wyciągnąć ścianę sześciogranną z liczby danej 8, jest to wynaleźć liczbę 2, która trzy razy w siebie wprowadzona, daną liczbę 8 rodzi.

13. Kiedy liczba dana nie wynosi więcej nad tysiąc, iak łatwo można mieć iey ścianę sześciogranną?

W ten czas można ią łatwo znaleźć w tablicy następującej; np. Chcąc doysć, iaka jest ściana sześciogranna 27; szukam w trzeciej kolumnie tej liczby, i znajduię ią w trzecim rzę-

Ścia- ny	Czwor- grany.	Sze- ściogr:
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10	100	1000

dzie; więc 3 w tymże samym rzędzie w pierwszy kolumnie położone, są ścianą sześciogranną 27. Bo  $3 \times 3 = 9$ , też  $9 \times 3 = 27$ . Jeżeli zaś dana liczba nie jest rzetelny sześciogran, w ten czas bierze się ściana najbliższa liczbie zadanej. Tak liczby 270, jest ściana najbliższa 5 i t. d. iakośmy wyżey o wyciąganiu ściany czworograniastej powiedzieli.

14. Kiedy liczba zadana wynosi więcej nad tysiąc, iak się z nięj wyciąga ściana sześciogranna?

W ten czas trzeba zachować następujące reguły: *Naprzód*, Potrzeba daną liczbę, zaczynając od ręki prawey, tak podzielić, aby w każdéy części trzy figury znaydowały się, prócz pierwszey od ręki lewéy, która czasem dwie, a czasem iedną tylko figurę mieć może. Ile będzie takich części, tyle bydz powinno figur w ścianie z całej liczby wyciągnięny. Prócz tego trzeba, iak wyżej o wyciąganiu ściany czworogrannéy powiedzieliśmy, kłaść kropkę pod trzecią figurą od prawey ręki, i znowu dwie we środku opuściwszy pod szóstą figurą, potem pod dziewiątą, dwunastą, i tak daléy; zawsze po dwie figury we środku po każdéy kropce opuszczając.

*Powtóre*. Pierwszey części liczby daney szukam ściany sześciogrannéy na tablicy sześciogranów, którey ieżeli nie znayduię, biorę ścianę sześciogranu naybliżey do niéy przychylającego się, i piszę ją na osobném miéyscu za pierwszą część ściany ieneralnéy. Potém z téy ściany wynalezionéy robię sześciogran, i odciągam go od pierwszey części liczby danéy.

*Potrzenie*. Do reszty, ieśli się iaka po tém odciągnienu została, składam następującą drugą część z liczby danéy, lecz po znalezieniu dzielnika, iedną tylko z owéy złożonéy części liczbę, czyli figurę kropką naznaczoną brać będę do szukania wielorazu. Dzielnika zaś drugiéy części tak wynayduię: ze ściany

już wynalezionéy robię kwadrat, i potraiam go, to jest mnożę go przez 3; Produkt stąd wypadający będzie dzielnikiem drugiey części; dopiero uważam, ile razy się ten dzielnik w owey drugiey części zamyka (nietykając dwóch figur ostatnich téżże części po kropce leżących), a wieloraz piszę za drugą figurę ściany ieneralnéy.

*Poczwarte.* Przez wieloraz wynaleziony rozmnażam dzielnik, a produkt piszę pod témi liczbami, w których się tenże dzielnik zamykał; potém potraiam pierwszą część ściany znalezionéy, i rozmnażam ją przez kwadrat drugiey części téżże ściany; produkt stąd wynikający piszę pod pierwszym produktem, iedną figurą ku prawéy występując. Naostatek robię sześciogran z téżże drugiey części ściany wynalezionéy, który piszę pod drugim produktem, iedną znowu figurą ku prawéy występując. Dopiero te trzy produkta razem zbieram, i odciągąm od drugiey części, wziętéy wraz z ostatniemi dwiema figurami za kropką stojącemi.

*Popiąte.* Do reszty, ieśli się iaką została, składam dalszą część z liczby danéy, i szukam nowego dzielnika tak, iakom wyżéy w trzecim punkcie powiedział, robiąc kwadrat ze ściany wynalezionéy, i potraiając go; produkt stąd wypadający, będzie nowym dzielnikiem. Uważam potém, ile razy zamyka się w części liczby danéy, dwóch ostatnich figur nie tykając. Wieloraz piszę za trzecią część ściany

generalnėy. Dopiero robię tym sposobem, iakom w czwartym punkcie powiedział, produkta, które zebrane odciągą z trzeciéy części liczby danéy i t.d. Tym sposobem można łatwo wyciągnąć ścianę sześciogranną z liczby danéy, choćby naywiększėy.

Wiedzieć zaś potrzeba, iż ieżeli wynaleziona ściana sześciogranna będzie złożona ze trzech figur, pierwsza część ściany, do szukania, czyli robienia produktów, powinna zamykać w sobie dwie figury, a druga część ieđną, trzecią figurę. Jeżeli zaś będzie złożona ze czterech figur, pierwsza część powinna zamykać trzy figury, a druga część czwartą figurę, i tak daléy. Przykłady całą tę naukę lepiéy i dokładniéy objaśnią.

*Przykład I.* Ma kto kamieni równo ciosanych 1728, chce z nich sześciogranny postument do posągu kazać wystawić; pytam, iak wiele na każdym boku wszereż, wglęb i wzdluż kamieni kłaść będzie potrzeba?

Liczba dana	Ściana sześciogranna.
-------------	-----------------------

1728	12
------	----

1	
---	--

Dzielnik 3	7,28
------------	------

6	
---	--

12	
----	--

8	
---	--

728	
-----	--

Abym z daney liczby ścianę wyciągnął, daną liczbę podzieliwszy na dwie części, widzę, że jedności ściana jest 1, które piszę za pierwszą część ściany na boku; a że jedności sześciogran jest 1, odciągam więc zaraz 1 od 1, nic się nie zostaje. Powtóre składam następującą część z liczby daney, i zrobiwszy dzielnik 3, sposobem przepisany, widzę, iż się w 7 dwa razy zamyka, piszę ie więc za drugą część ściany ieneralnéy; potem trzy produkta, według nauki wyżej podaney, uczyniwszy, i razem zebrane od drugiey części odciągnąwszy, zostaje się nic; co jest znakiem, iż dana liczba zupełnie jest sześciogranna. Ściana zaś wynaleziona 12 pokazuje, iż na każdy bok owego postumentu kłaść potrzeba kamieni 12. Bo  $12 \times 12$  dają 144. Te  $144 \times 12$  dają 1728, ile było kamieni danych.

*Przykład II.* Chcę wyciągnąć ścianę kubiczną z następującéy liczby:

Liczba dana	Ściana sześciogran.
66,926,037	406† <sup>2621</sup> / <sub>465728</sub> .
64	
48   29,26,	
4800   29260,37. a.	
28800 .	d.
4320 .	d.
216	e.
2923416	f.
112621.	g.

W tym przykładzie, postępując sobie podług reguł wyżej podanych, ponieważ w drugiey części liczby daney, dzielnik 48 w 29 brać się nie może, zacznę za wieloraz pisać zero, a do drugiey części składam trzecią część z liczby daney, i zrobiwszy nowy dzielnik 4800, widzę, iż w 29,260 zamykaia się 6 razy. Te więc 6 piszę za trzecią figurę ściany, a potem robię produkta do odciagnienia ich z liczby podzielney; to jest wieloraz 6 rozmnażam przez dzielnika 4800, wypada produkt: 28800, który piszę przy *c*; potem potroiwszy pierwszą część ściany wynalezioną, wprowadzam ten produkt w kwadrat drugiey części ściany 6, i mam cały produkt, który piszę przy *d*; naostatek robię sześciogran z teyże drugiey części ściany 6, a produkt piszę przy *e*. Te produkta razem zebrawszy, piszę je przy *f*, i ten dopiero ieneralny produkt odciągam z liczby podzieloney *a*, zostaje się 2621 przy *g*. Co pokazuje, iż liczba dana nie jest zupełnie sześciogranna, czyli pełna. Sciana tedy sześciogranna 406 nie jest ścianą rzetelną liczby daney, lecz tylko ścianą największego sześciogranu, w owę liczbę zamykającego się. Dowód dobrze wyciągnioney ściany pełney będzie niżej ukazany.

**Przykład III.** Mam wyciągnąć ścianę pełną z następującej liczby:

Liczba dana	Sciama.
12,454,901,432	2318.

$$\begin{array}{r}
 8 \\
 \hline
 \text{Dzielnik } 12 \overline{) 4454.} \\
 \text{2gi} \text{y cz} \acute{\text{e}}\text{s} \text{ci} \overline{) \phantom{0000}} \\
 \phantom{00} 36 \phantom{00} - \\
 \phantom{00} 54 \phantom{00} - \\
 \phantom{00} 27 \phantom{00} - \\
 \hline
 4167
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{Dzielnik } 1587 \overline{) 287901,} \\
 \text{3ci} \text{y cz} \acute{\text{e}}\text{s} \text{ci} \overline{) \phantom{000000}} \\
 \phantom{000} 1587 \phantom{00} - \\
 \phantom{000} 69 \phantom{00} - \\
 \phantom{000} 1 \phantom{00} - \\
 \hline
 159391
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{Dzielnik } 160083 \overline{) 128510432.} \\
 \text{4ci} \text{y cz} \acute{\text{e}}\text{s} \text{ci} \overline{) \phantom{00000000}} \\
 \phantom{00000} 1280664 \phantom{00} - \\
 \phantom{00000} 44352 \phantom{00} - \\
 \phantom{00000} 512 \phantom{00} - \\
 \hline
 128510432.
 \end{array}$$

Sciama więc wynaleziona danéy liczby iest: 2318. Ta trzy razy, w siebie wprowadzona, uczyni daną liczbę.

15. Jak insi wyciągaia sciame pełną z liczby danéy ?

Insi

Insi wyciągnąwszy ścianę z pierwszey części liczby daney, tak iak się powiedziało, iędnę tylko figurę z drugiey części liczby daney składają, i uczyniwszy sobie dzielnika, sposobem podanym, szukają wielorazu, który znalazłszy, piszą za drugą figurę ściany. *Potwóre.* Z téy nalezionéy ściany robią sześciogran, i odciągają go od obudwóch części liczby daney, a resztę zostającą pod liniyką wypisują. *Potrzenie.* Do téy reszty przydawszy iędną z trzeciéy części liczby daney figurę, i znalazłszy nowego dzielnika tymże samym co wyżej sposobem, i wieloraz za trzecią figurę ściany napisawszy, z całéy ściany sześciogran uczyniwszy, odciągają ten produkt od wszystkich części z liczby daney już branych. I tak daléy sobie postępują, kiedy tego potrzeba. Nie rozciągam się nad objaśnieniem tego sposobu, bo mi się pierwszy dokładniwszy zdaie.

16. Jeżeli się co zostaje po wyciągnięciu ściany sześciogrannéy z liczby daney, czego to iest znakiem?

Znakiem to iest, iż takowa liczba pełna sześciogranną nie iest, i ściana wynaleziona, nie iest ścianą rzetelną liczby daney, ale tylko ścianą największego sześciogranu w owéy się liczbie zawierającego. Ponieważ tedy cała ściana liczby daney całkowitą liczbą wyrazić się nie może, przeto reszta pozostała wyrażać się ma frakcyą, któręy licznikiem bę-

dzie taż sama liczba pozostała, a mianownikiem przewyżka zmniejszona iednym, która zachodzi między sześciogranem ściany wynalezionéy, i sześciogranem większym naybliższym. Jako w drugim przykładzie widzieć można. Podobnie wyciągnąwszy ścianę sześciograną ze 20, mam ścianę 2; reszta pozostała 12 będzie licznikiem przyległéy frakcyi, mianownikiem zaś  $19 - 1 = 18$ . Cała więc wynaleziona ściana będzie:  $2\frac{1}{18}$ .

Racya tego ta iest: iż sześciogran większy, np. 27, przewyższa sześciogran naybliżéy od siebie mnieyszy 8, ścianą 2 sześciogranu mnieyszego potroioną, i rozmnożoną przez ścianę 3 sześciogranu większego, z przydatkiem do produktu 1. to iest:  $27 - 8 = 6 \times 3 + 1 = 19$ . Albo też: każdy sześciogran przewyższa od siebie naybliższy mnieyszy, trzy razy wziętym kwadratem ze ściany mnieyszego kwadratu, przydając potroioną też samą ścianę, i do niéy 1. I dla téy przyczyny w żadnym wyciągniéniu ściany sześciogrannéy, reszta, ieśli iaka zbywa, nie może bydź większa, iak trzy razy wzięty kwadrat znalezionej ściany, oraz z przydaniem produktu potroionej téjże ściany; inaczéy liczba dana miałaby ścianę iedną iednością większą, nad tę która iest wynaleziona.

17. Jaka iest proba na doświadczenie dobrze wyciągnionéy ściany sześciogrannéy?

Ta następująca: rozmnaża się trzy razy

przez siebie samą znaleziona ściana, a do produktu dodaie się reszta od ostatniego odcięcia pozostała, summa równa liczbie danej wypaść powinna; inaczey znakby był popełnioney iakiéy omyłki. Tak w przykładzie drugim, ścianę znalezioną przez siebie trzy razy rozmnożywszy, i dodawszy resztę pozostałą 2621, wypada dana liczba: 66926037. Oto wizerunek roboty:

$$\begin{array}{r}
 406 \\
 406 \\
 \hline
 2436 \\
 \dots \\
 1624. \\
 \hline
 164836 \text{ Kwadrat.} \\
 406 \\
 \hline
 989016 \\
 \dots\dots \\
 659344. \\
 \hline
 66923416 \text{ Szesciogram.} \\
 2621 \text{ Reszta.} \\
 \hline
 66926037. \text{ Liczba dana.}
 \end{array}$$

18. Jak się wyciąga ściana tak kwadratowa, iako i pełna z frakcyi danych?

Wyciąga się ściana tak z licznika, iako i mianownika, sposobem wyżey podanym o kwadratach i sześciogramach, wypadnie frakcyja za ścianę danę frakcyi, zwłaszcza kiedy i licznik i mianownik ma ścianę rzetelną.

Tak  $\frac{4}{5}$  są ścianą czworograną frakcyi  $\frac{16}{25}$ , a  $\frac{3}{5}$  są ścianą sześciograną frakcyi  $\frac{27}{125}$ . (o)

## § III.

*O wynaydowaniu liczb średnich nieprzerwanie proporcjonalnych.*

Mowiliśmy już wyżej, iż dwoiaka iest proporcya: ciągła czyli nieprzerwana, i prosta czyli porządna, i tamże podaliśmy sposób na szukanie ozwartéy liczby proporcjonalnéy porządnéy. Tu ukażemy sposób na szukanie liczb średnich proporcjonalnych.

19. Jak się danym dwóm liczbom trzecia nieprzerwanie proporcjonalna wynaydzie?

Z drugiéy liczby robi się kwadrat, to iest w siebie samę wprowadza się, a produkt z tego mnożenia wypadający, dzieli się przez liczbę pierwszą, wieloraz ukaże trzecią liczbę dwóm danym liczbom nieprzerwanie proporcjonalną.

Niech będą dane dwie liczby: 2. 6, do których trzeciéy liczby nieprzerwanie proporcjonalnéy szukać mam. Według danéy nauki  $6 \times 6$ , a produkt 36 podzieliwszy przez 2, wy-

---

(o) Jako wyciąganie ściany kwadratowéy, tak i sześciogranney przez naybliższe do prawdziwéy ściany przychylenie się z liczby niespełna sześciogranney opuszczamy, zwłaszcza, iż sześciogranne i wyższych stopniów ściany, do Algebry szczególnieyszém prawem należą, przez które reguły daleko łatwiej znaydowane bywają. Można w téy materii czytać Arytmetykę X. Skaradkiewicza, i Naukę X. Solskiego zostą, Zab: 14. który także opisuje sposób wyciągania ściany sześciogran: przez Tabliczki Nepera, w Nauce 18. Zab: 14. Jeometryi swoiéy.