

Wyciąganie ściany z liczby kwadratowéj, albo sześciogrannéj, jest to wynalezienie liczby owéj, z którój stał się kwadrat albo sześciogran.

4. Które są reguły służące do wyciągania ścian?

Inne są do wyciągania ścian kwadratowych, a inne do wyciągania ścian z liczby sześciogrannéj czyli pełnéj. O każdych z osobna mówić będziemy.

O wyciąganiu ściany czworograniastéj z liczby danéj.

5. Co jest wyciąganie ściany czworograniastéj?

Wyciąganie ściany czworograniastéj, jest to, jakośmy niedawno powiedzieli, wynalezienie liczby takiej, która w się wprowadzona, czyni czyli rodzi liczbę zadaną kwadratową, jeżeli jest pełna kwadratowa, a jeżeli nie jest pełna kwadratowa, rodzi największy kwadrat, który się w niéj zamyka, np. liczby 35. jest ściana 6, gdyż $6 \times 6 = 36$.

6. Jeżeli liczba dana nie wynosi więcej nad sto, iak iéy ścianę łatwo znaleźć można?

W ten czas danéj liczby ścianę czworograną łatwo znaleźć można w następującej tabliczce:

Ściany	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Czwor- grany	1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.	100.

zwłaszcza gdy liczba jest pełną kwadratową; np. Chcąc doysć, jaka jest ściana kwadratowa 16, szukam w drugiey kolumnie kwadratów, jeżeli tam zadana liczba 16 wyraża się, i znajduję ją w czwartym rzędzie, i 4 w tymże samym rzędzie w wyższyć kolumnie położoną. Te 4 są ścianą kwadratową 16; bo 4×4 czynią 16. Jeżeli zaś liczba zadana nie jest prawdziwy kwadrat, w ten czas brać się powinna ściana liczby najbliżey przychylaiący się do liczby zadaney. np. Chcąc wiedzieć, jaka jest ściana czworgranna 50? Szukam w drugiey kolumnie kwadratów, jeżeli tam liczba 50 mieści się; który iż nie znajduję, więc biorę liczbę najbliżey przychylaiącą się do nię, to jest 49, i mam w wyższyć kolumnie ścianę ię, czworgranna 7. Bo $7 \times 7 = 49$; Liczba przeto 50 rzetelnę ściany swoięy nie ma.

7. Jakie są reguły na wyciąganie ściany czworgrannę, z liczby daney iakiękolwiek, która więcéy nad sto wynosi?

Te następujące: *Naprzód* trzeba daną liczbę, od prawey ręki zaczynaiąc, podzielić punktami, tak żeby pierwszy punkt leżał pod ostatnią figurą, drugi pod trzecią, trzeci pod piątą, i tak daléy, zawsze iedną figurę przeszkakiąc. Tym sposobem podzielisz daną liczbę

na

na części, z których każda będzie miała dwie figury, prócz pierwszey części od lewéy ręki, w któręy często iedna tylko figura przypada. Ile zaś będzie części w liczbie tak podzielonéy, czyli ile będzie punktów położonych, tyle mieć w sobie powinna figur ściana wynaleziona.

Powtórę: To uczyniwszy, zaczynam samę robotę, biorąc pierwszą część od lewéy strony liczby danéy, i szukam iéy na tabliczce czworgranów; którą ieśli znajduię, biorę przypadającą iéy ścianę, ieżeli nie znajduię, biorę ścianę czworgranu naybliżéy się do téy liczby przychylającego, i piszę ią na miéyscu osobném, za pierwszą część ściany ieneralnéy.

Potrzącie. Z wynalezionéy ściany robłę kwadrat, i odciągam go od pierwszey części liczby danéy. Do reszty zaś, ieśli się iaka została, składam drugą następującą część z liczby danéy, dwie figury zawierającą. Potém ścianę wynalezioną podwoiwszy, piszę ią za dzielnik téy drugiéy części.

Poczwarę. Uważam, ile razy dzielnik ze ściany podwoionéy zrobiony brać się może w téy drugiéy części, nie tykając atoli ostatniéy iéy figury punktem naznaczonéy. Wieloraz wypadający piszę zaraz, i za część drugą ściany ieneralnéy, i na końcu dzielnika.

Popiętę. Przez tę drugą dopiero wynalezioną część ściany, rozmnażam całego dzielnika, nie pomijając ostatniéy tamże dopiero

przydaney liczby, a produkt odciągam od całej drugiey części wziętęy wraz z ostatnią figurą punktem naznaczoną. Do reszty pozostałej składam następującą trzecią część liczby daney, także wedwóch figurach zawartą, którą, nie tykając ostatniey figury kropką naznaczoną, przez całą ścianę podwoioną dzielę, a wieloraz tak za trzecią część ściany, iako i na końcu nowego dzielnika piszę; potem przez tę trzecią część ściany, dzielnika całego wraz z przydaną liczbą rozmnożywszy, produkt odciągam od całej trzeciey części liczby daney, sposobem wyżej podanym. Nakoniec złożywszy następującą czwartą część liczby daney do pozostałej reszty, postępuję sobie tak, iak się o drugiey i trzeciey części powiedziało, aż dojdę do ostatniey części, z której jeżeli się po ostatnim odciągnięciu nic nie zostaje, znak jest, że liczba dana prawdziwy jest czworgran; jeżeli się zaś co zostaje, znać, że ta liczba spełna kwadratową nie jest, ani może mieć rzetelnęy ściany swojey, to jest znać, że nie może mieć takiey ściany, która by się liczbą spełna całkowitą wyrazić mogła. Wynaleziona zaś w ten czas liczba, jest ścianą kwadratu, naybliżęy się do daney liczby przychylającego.

8. Co ieszcze o wyciąganiu ściany czworgranney wiedzieć potrzeba?

To osobliwię: iż jeżeli ściana podwoion w części odciętęy od liczby daney, i do reszty

przyłożony, brać się nie może, tedy równie iak w dywizyi, do ściany dodaie się zero, a następująca część z liczby daney składa się, ieżeli się znajduie i t. d. Nadto ściana przez dywizyą wynaleziona pomniéysza się iednym, gdy produkt z multiplikacyi ściany przez dzielnika, i przydaną liczbę wypadaiący, będzie większy nad liczbę, od której ma bydz odciągniony; na co dobrze pomnieć potrzeba, dla uniknienia wszelkiéy omyłki w robieniu. Pokażmy iuż w przykładach danych regułą praktykę:

Przykład I. Ma kto kamieni ciosanych płaskich kwadratowych: 1849, chce niemi w kwadrat podłogę wysłać. Pytam, ile na każdy bok kamieni kłaść przypadnie? Oto robota:

Liczba dana		Ściana.
18,49		43,
16.		
<hr/>		
Dzielnik drugiey części	8,3	249.
		<hr/> 249.

Ażebym z téy liczby ścianę wyciągnął, dzielę ją naprzód przez punkta na dwie części, sposobem wyżej podanym, a stąd wniesć można, iż w ścianie dwie figury zamykać się powinny: *Powtórę* Biorę pierwszą część liczby daney 18, któryż ze w tablicy czworogranów nie znajduię, biorę 16 naybliższe do 18, i

przy nich położoną ścianę 4, piszę za pierwszą część ściany ieneralnéy. *Potrzebie*: Z tych 4 pierwszey części ściany, robię kwadrat $4 \times 4 = 16$, a produkt 16 odciągąm od 18: Do reszty zaś 2, które się po odciągnięciu pozostały, składaam następującą drugą część liczby danéy, to iest 49, i mam: 249. *Poczwarté*: Ścianę wynalezioną 4 podwoiwszy $4 \times 2 = 8$, kładę ją za dzielnika téy drugiéy części, i uważam ile razy 8 mieści się w 24 (nie tykając o punktem naznaczonych), a wieloraz 3 kładę za drugą część ściany ieneralnéy, i oraz przydaię go na końcu dzielnika 8. *Popiąte*: Rozmnożywszy przez 3 dopiero wynalezionę, całego dzielnika wraz z przydaniami do niego 3, produkt 249, odciągąm od całej drugiéy części liczby danéy, także 249, i nic się nie zostaje; co znakiem iest, że dana liczba iest prawdziwie czworogranna. A ponieważ niemasz więcéy części liczby danéy, zakończyłem robotę.

Ściana więc, której szukałem, będzie w sobie zamykała kamieni 43. Bo 43 w siebie wprowadziwszy 43×43 , wypadnie liczba 1849, danéy liczbie 1849 we wszystkiém równa. Gdyby zaś po rozmnożeniu więcéy lub mniéy wypadło od danéy liczby, znakby to był, iż w wyciąganiu ściany błąd był popełniony, i na ten czas trzebaby robotę powtórzyć.

Przykład II. Liczy Hetman w swém woysku żołnierzy 10,404. Tych w potrzebie chce uszykowac w kwadrat; pytam, ile na każdy

bok ma ich postawić, i wiele będzie wszystkich szeregów?

Liczba dana	Ściana	
1,04,04	102	
- - -		
1		
<hr/>		
20,2	0,404	
	- -	
	404	
	<hr/>	

W tym przykładzie, że dzielnika 2 nie mogę brać w drugiej części liczby daney, które tu jest zero, dlatego za drugą część ściany piszę 0, a do téj drugiej części składam trzecią część liczby daney, i mam 404, które przez ścianę podwoioną podzieliwszy, wypada cała ściana liczby daney: 102, i pokazuje, iż w każdym szeregu stanąć powinno żołnierzy 102. Powtóre, iż tyle wszystkich szeregów będzie. Z téj ściany kwadrat zrobiwszy, wypadnie liczba dana.

Przykład III. Pewnéy Chorągwi, iż się walecznie z nieprzyacielem potkał, dał Jenerał w nagrodę odwagi i męstwa złotych 17,956, w obozie nieprzyacielskim znalezione; pod tą kondycją, aby tyle każdy wziął, ile ich było w Chorągwi owéy. Pytam, ile każdemu żołnierzowi dostanie się, i wiele było żołnierzy w owéy Chorągwi?

	Liczba dana	Sciana
	1,79,56	134
	- - -	
	I	
2,3	79	
	69	
26,4	1056	
	1056	

Sciana, wynaleziona pokazuje, iż w owęj Chosągwi było, żołnierzy 134, i każdy z nich wziął po złotych 134. Bo, z téj liczby 134 kwadrat zrobiwszy, wypadnie dana liczba: 17,956.

Przykład IV. Mam wyciągnąć ścianę czworograniastą z danęj następującej liczby:

	Liczba dana	Sciana
	6,24,37,65	2498 $\frac{3761}{4097}$
	. . .	
4		
4,4	224	
	176	
48,9	4337	
	4401	
498,8	43665	
	39904	
	3761	

W tym przykładzie przy dywizyi drugiey części, 4 w 22, mogą brać pięć razy; lecz ponieważ produkt z moltiplikacyi całego dzielnika, przez ścianę 5 wypadający, większy jest nad drugą część liczby daney 224, od której mam odciągać, przeto wieloraz zmniejszam jednym, i za drugą figurę ściany kładę tylko 4, iakośmy wyżey przed pierwszym przykładem powiedzieli.

9. Co ieszcze w wyciąganiu ściany czworgrannéy uważać i wiedzieć potrzeba?

To, co następuje: Jeżeli liczba dana nie jest spełna kwadratowa, tedy reszta od ostatniego odciągnięcia pozostała, iaka jest w tym ostatnim przykładzie: 3761, idzie na liczbę łamaną; w której resztę pozostałą kładę za licznika, a za mianownika ścianę wynalezioną podwoioną. Jeżeli zaś reszta pozostała będzie większa nad ścianę wynalezioną, w ten czas ścianę podwoionę, mającý byđz mianownikiem, przydaie iedno. Tak w ostatnim przykładzie, ponieważ reszta 3761, większa jest nad ścianę znalezioną 2498, zaczęm podwoiwszy też ścianę: 2498×2 , do produktu 4996 przydaie 1, i mam frakcyą ściany wynalezionę przyległą tę: $\frac{3761}{4997}$.

Przyczyna tego ta jest: iż każdy kwadrat większy, mniejszy po którym zaraz następuje, przewyższa ścianą tegoż mniejszego kwadratu podwoioną, przydawszy 1, tak dalece iż dodawszy 1 do podwoionę ściany iakiego-

kolwiek kwadratu, a tę summę do kwadratu najbliższego, mniejszego, wypadnie kwadrat najbliższy większy. Np. 16 od 9, to jest kwadrat większy od mniejszego najbliższego, różni się tą przewyżką: $3^2 + 3 + 1 = 7$, albo iak się powiedziało, ścianą kwadratu mniejszego podwoionego, z przydatkiem jedności. Tę więc summę 7 dodawszy do kwadratu mniejszego 9, wypadnie większy: 16; gdyż ściana kwadratu mniejszego jest 3. (n)

10. Jaki jest sposób na doświadczenie dobrze wyciągnionéj ściany kwadratowéj?

Ponieważ wyciąganie ściany kwadratowéj nic innego nie jest, tylko rodzaj iakiś dywizyi, z tą tylko różnicą, że w dywizyi pospolitéj jest liczba dana na dzielnik, tu zaś dzielnika szukać potrzeba, i to na każdą część liczby danéj innego, którego ze ściany wynalezionéj dochodziliśmy; zaczęm iak w dywizyi pospolitéj, tak i tu na próbę dosyć będzie, ścia-

(n) Z frakcyi ściany znalezionej przyległej, wyciągaia niektórzy czworgranną ścianę przez najbliższe przychylenie się do rzetelnéj ściany dodając kilka par zerów do reszty po odciągnięciu pozostałej, co w Matematyce niemały przynosi pożytek. Lecz ponieważ Arytmetyka nasza, zwłaszcza dla zaczynających pisać, wygodnie bez tego przybliżania ściany, obyć się może, umyślnie to opuszczamy, mając za cel w pisaniu krótkość.

Wyciąganie ściany kwadratowéj przez Tablice Neperowe, ma dobrze opisane X. Solski w Nauce 17, Zabawy 44, Geomefryi swoiéj, na karcie 153, kto chce, niechay się tam uda.

nę wynalezioną przez siebie samę rozmnożyć, i do produktu przydać resztę od ostatniego odciągnięcia z liczby danéj pozostałą: produkt ieneralny wypadający, powinien bydź równy zupełnie liczbie danéj. Tak w ostatnim przykładzie ścianę 2498 w siebie wprowadziwszy, wypada: 6,240,004. Do tych przydawszy resztę pozostałą: 3761, wychodzi liczba dana: 6,243765.

Ta jest cała nauka o wyciąganiu ściany kwadratowej, mówmy teraz o kubicznej.

§ II.

O wyciąganiu ściany sześciogrannéj z liczby danéj.

11. **C**o jest liczba sześciogranna, czyli kubiczna?

Jest to, iakośmy już powiedzieli, produkt liczby trzy razy w siebie wprowadzonéj, iako np. Sześciogran 8, wypada z rozmnożenia liczby $2 \times 2 \times 2 = 8$. albo też: Jest to produkt z rozmnożenia kwadratu przez swoją ścianę. Tak rozmnażając kwadrat 9 przez swoją ścianę 3, wypada sześciogran 27, który się inaczej nazywa stopniem trzecim.

12. Co jest wyciąganie ściany sześciogrannéj z liczby danéj?

Jest to wynalezienie takiéj liczby, która przez siebie samę trzy razy rozmnożona, czy-