

Kiedy zaś dana będzie frakcyja do odciążenia iéy od liczby całkowitéy, tedy wprzód całkowitą sprowadzam na frakcyą, do mianownika przyległéy frakcyi, toż dopiero czynię subtrakcyą, np. chcąc odciągnąć z  $5 - \frac{1}{3}$ , rozmnażam naprzód 5 przez danego mianownika 3, mam frakcyą z tymże mianownikiem  $\frac{15}{3}$ , od którój odciążam  $-\frac{1}{3}$ , i zostaje się:  $\frac{15}{3} - \frac{1}{3} = 4\frac{2}{3}$ .

Podobnym sposobem chcąc od 9 odciągnąć  $4\frac{3}{5}$ . Naprzód 1 z całkowitéy liczby 9 obracam na frakcyą, któraby miała tegoż mianownika, co i frakcyja dana, i będzie frakcyja  $\frac{5}{5}$ , od którój odciążam  $-\frac{3}{5}$ , zostanie się  $\frac{2}{5}$ ; potem odciążam liczby całkowite, 4 od 8 (bo 1 iedno na frakcyą sprowadził), zostaje się mi wszystkiego  $4\frac{2}{5}$ . Albo też 4 całkowite sprowadzam naprzód do mianownika 5 przyległéy frakcyi przez mnożenie, a do produktu dodaję licznika danego 3, i mam nową frakcyą:  $\frac{23}{5}$ . Potém 9 całkowite sprowadzam także do mianownika danego 5, i będę miał frakcyą:  $\frac{45}{5}$ . Teraz z tych frakcyi:  $\frac{45}{5} - \frac{23}{5}$ , odciągnąwszy mnieyszą od większój, zostanie się:  $\frac{22}{5} = 4\frac{2}{5}$ .

Na to pomnieć tu należy, iż do zbierania i odciążania liczb łamanych, potrzeba zawsze, aby iednakowego miały mianownika.

## § VI.

### *O mnożeniu i dzieleniu liczb łamanych.*

32. Jak się odprawiać mnożenie liczb łamanych?

Rozmnażają się liczniki i mianowniki między sobą, produkt z liczników, będzie licznikiem nowéy frakcyi, a produkt z mianowników, będzie mianownikiem frakcyi nowéy. Naprz:  
 $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{6}$ .

33. Które przypadki w mnożeniu liczb łamanych trafić się mogą?

Te trzy następujące: albo rozmnażać przyydzie ułomek przez ułomek; albo liczbę całkowitą przez łamaną, lub łamaną przez całkowitą, albo nakoniec mnożyć przyydzie całkowitą z liczbą łamaną przez całkowitą razem z łamaną.

24. W pierwszym przypadku co czynić trzeba?

Trzeba, iakom powiedział, liczniki i mianowniki osobno rozmnożyć, i będzie odprawione mnożenie. Np. chcąc mnożyć  $\frac{5}{7}$  przez  $\frac{3}{5}$ , rozmnożywszy liczniki  $5 \times 3$ , i mianowniki  $7 \times 5$ , wypadną produkta:  $\frac{15}{35} = \frac{3}{7}$ . Podobnie rozmnażając  $\frac{2}{3}$  przez  $\frac{3}{5}$ , wypadnie produkt,  $\frac{6}{15}$ .

35. W drugim przypadku iak sobie postąpić trzeba?

Kiedy liczbę całkowitą przez łamaną, albo łamaną przez całkowitą mnożyć przychodzi, w ten czas liczbie całkowitey podkłada się za mianownika 1, potém czyni się mnożenie sposobem ukazany. Np. chcąc 5 przez  $\frac{1}{3}$  rozmnożyć, podkłada pod 5 jedno, i będę miał niby:  $\frac{5}{1} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$ .

36. Co nakoniec w trzecim przypadku czynić potrzeba?

Kiedy liczbę całkowitą z łamaną przez całkowitą razem z łamaną mnożyć potrzeba, na ten czas liczby całkowite sprowadzają się wprzód na liczby łamane; dopiero czyni się mnożenie sposobem opisanym. Np. chcąc rozmnożyć 7 przez  $2\frac{2}{3}$ ; sprowadzam naprzód 2 całkowite do mianownika frakcyi przyległej 3, a pod 7 kładę 1, i mam ułamki nowe,  $\frac{7}{1}$  i  $\frac{8}{3}$ , które rozmnożone czynią:  $\frac{56}{3} = 18\frac{2}{3}$ . Podobnie gdy chcę rozmnożyć  $6\frac{1}{3}$  przez  $3\frac{1}{2}$ , sprowadzam liczby całkowite do frakcyi danych mianowników, rozmnożywszy liczniki i mianowniki, wypadnie produkt:  $\frac{363}{15} = 24\frac{1}{3}$ , albo  $\frac{1}{3}$ .

37. Pokażmy w przykładzie pożytek mnożenia liczb łamanych.

Niech będzie następujący przykład: Płacąc łokcie sukna po  $6\frac{2}{3}$ , to jest po złotych: 6 i groszy 20, pytani, ile zapłacić potrzeba za  $20\frac{1}{4}$ , to jest za łokci 20 i ćwierci 2?

Sprowadzam naprzód liczby całkowite do przyległych im frakcyi, to jest:  $6\frac{2}{3} = \frac{20}{3}$ , a  $20\frac{1}{4} = \frac{81}{4}$ . Rozmnożywszy między sobą te frakcyje:  $\frac{20}{3} \times \frac{81}{4}$ , wypadnie:  $\frac{1640}{12} = 136\frac{8}{12}$ , czyli  $\frac{2}{3}$ . Więc za łokci 20 i ćwierci dwie dać powinienem złotych: 136 i groszy: 20.

38. Jak łatwiej liczb łamanych mnożenia odprawić można i kiedy?

Liczb łamanych mnożenie odprawić także można przez Dywizyą, dzieląc na krzyż mianownika frakcyi iednéy przez licznika frakcyi drugiéy, i wzajemnio; lecz tylko w ten czas, gdy się bez reszty dzielić mogą. Tak chcąc rozmnożyć te frakcye:  $\frac{2}{4}$  przez  $\frac{3}{10}$ , dzielę 3 przez 4, a 10 przez 2, i mam produkt danych frakcyi:  $\frac{2}{5}$ . Jakoż mnożąc te dwie frakcye wyżéy podanym sposobem, toż samo wypadnie. Bo  $\frac{2}{4} \times \frac{3}{10} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$ .

Okazanie czyli demonstracya mnożenia liczb łamanych.

Mnożyć frakcyą A przez frakcyą B, iest to wynaleźć za produkt frakcyą C, któraby się tyle razy mieściła w frakcyi mnożnéy B, ile razy frakcyą A, za mnożyciela dana, mieści się w jednym. A że w tym razie, iako frakcyą C, dwa razy mieści się w frakcyi B, tak frakcyą A dwa razy mieści się w jednym, zatem frakcyą C, iest produkt frakcyi B, rozmnożonéy przez frakcyą A.

$$\begin{array}{ccc} A. & B. & C. \\ \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} & = & \frac{2}{6}. \end{array}$$

Stąd każdy doysć może, dlaczego z mnożenia liczb łamanych A i B, produkt C wynikający mniejszy iest od frakcyi, które między sobą mnożę. Bo ponieważ 1, tak się ma do frakcyi A. iak się ma frakcyą B, do frakcyi C. (iakośmy w mnożeniu prostém powiedzieli), a iedno iest większe nad frakcyą A; więc i frakcyą B większa bydz powinna nad frakcyą C;

a zatem produkt przez frakcyą C wyrażony, powinien byćz mnieyszy.

Teraz o dzieleniu liczb łamanych mówić będziemy.

39. Jak się odprawnie dzielenie liczb łamanych?

Ogólnie mówiąc; odprawnie się dzielnik wspak obracając, to jest licznika kładąc na mieyscu mianownika, a mianownika na mieyscu licznika, potem liczniki i mianowniki osobno między sobą rozmnożywszy, produkt wypadający będzie wielorazem frakcyi daney. Np. przez  $\frac{3}{5}$  dzieląc  $\frac{2}{3}$ , będzie:  $\frac{5}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{9} = 1 \frac{1}{9}$ .

40. Wiele przypadków w dzieleniu liczb łamanych trafić się może?

Podobnie iak w mnożeniu trzy przypadki trafić się mogą, bo albo frakcyą przez frakcyą dzielić potrzeba, albo frakcyą przez liczbę całkowitą, lub całkowitą przez łamaną, albo nakoniec liczbę całkowitą z łamaną przez całkowitą z łamaną.

41. Jak się w pierwszym przypadku frakcyą przez frakcyą dzieli?

Dzielnik obraca się wspak, iakośmy dopiero powiedzieli, potem czyni się mnożenie; np. Chcąc dzielić  $\frac{4}{5}$  przez  $\frac{1}{3}$ , obracam dzielnik  $\frac{1}{3}$  wspak, mam  $\frac{3}{1}$ ; teraz mnożąc liczniki  $4 \times 3$ , i mianowniki  $5 \times 1$ , wypadnie wieloraz  $\frac{12}{5} = 2 \frac{2}{5}$ . Podobnie dzieląc  $\frac{6}{7}$  przez  $\frac{1}{4}$ , obróci-

ciwszy wspak dzielnik, i liczby rozmnożywszy, wypadnie wieloraz  $\frac{24}{7} = 3 + \frac{3}{7}$ .

42. Co w drugim przypadku czynić potrzeba?

Ile razy przyjdzie dzielić liczbę całkowitą przez łamaną, lub łamaną przez całkowitą, potrzeba liczbie całkowitej podłożyć jedno, a dzielnik wspak obrócić, potem mnożyć liczniki i mianowniki; produkt będzie danym wielorazem: np. Chcąc dzielić 3 przez  $\frac{1}{4}$ , podkładam przed jedno, mam:  $\frac{3}{1}$  i wspak obróciwszy dzielnik  $\frac{4}{1}$ , i mnożenie uczyniwszy, będzie:  $\frac{12}{1} = 12$ . Podobnie  $\frac{2}{3}$  dzieląc przez 6, dadzą wieloraz:  $\frac{2}{18}$  albo  $\frac{1}{9}$ .

43. Jaka nakoniec w trzecim przypadku odprawuje się liczb łamanych dzielenie?

Kiedy liczbę całkowitą z łamaną przychodzi dzielić także przez całkowitą wraz z łamaną, w ten czas liczby całkowite potrzeba wprzód sprowadzić do frakcyi przyległych, a potem czynić działanie, jak się w pierwszym przypadku powiedziało. Np. Chcę dzielić  $7 + \frac{1}{3}$  przez 14, sprowadzam wprzód 7 do frakcyi przyległej, będzie  $\frac{22}{3}$ . Dzielnik wspak obracam, mam:  $\frac{4}{1}$ . Teraz  $\frac{22}{3} \times \frac{4}{1}$ , wypadnie wieloraz  $\frac{88}{3} = 29 + \frac{1}{3}$ . Podobnie chcąc dzielić  $5 + \frac{1}{4}$  przez  $4 + \frac{2}{3}$ , sprowadziwszy liczby całkowite do przyległych frakcyi, i dzielnik wspak obróciwszy, wypada wieloraz:  $\frac{63}{56} = 1 + \frac{7}{56}$ .

44. Jak łatwiej, i kiedy liczby łamane dzielić można?

1. Kiedy mianownik w obojey frakcyi jest tenże sam, tedy mianowniki zmażawszy, licznika przez licznika dzielę, i mam wieloraz prawdziwy; a jeśli się co po dywizyi zostaje, to piszę przez frakcyą z mianownikiem danym, czyli dzielnikiem. Tak np. dzieląc  $\frac{4}{6}$  przez  $\frac{2}{6}$ , zmażawszy mianowniki dane, a podzieliwszy 4 przez 2, wypadnie wieloraz: 2 całkowite. Podobnie dzieląc  $\frac{3}{4}$  przez  $\frac{2}{4}$ , mażę mianowniki, a 3 przez 2 podzieliwszy wyniknie:  $1\frac{1}{2}$ .

2. Kiedy terminy frakcyi za dzielnika danej, spełnia dzielą terminy frakcyi podzielnej, na ten czas nowy licznik i mianownik, które z téj dywizyi wynikną; będą wielorazem danej frakcyi. Tak np. chcąc dzielić frakcyą  $\frac{4}{9}$  przez  $\frac{2}{3}$  podzieliwszy 4 przez 2, a 9 przez 3, mam frakcyą nową:  $\frac{2}{3}$ , która jest prawdziwym wielorazem danych frakcyy. Podobnie dzieląc  $\frac{6}{12}$  przez  $\frac{3}{4}$ , wypadnie:  $\frac{2}{3}$ .

Okazanie, czyli demonstracya roboty w dzieleniu liczb łamanych.

Dzielić frakcyą A przez frakcyą B, jest wynaleźć wieloraz C, do którego jedno tę powinno mieć proporcycę, iaką ma dzielnik B. do liczby podzielnej A, podług reguł o dzieleniu prostém wyżej podanych. Lecz że w tym razie, jedno tak się ma do frakcyi C, iak się ma frakcyą dzielącą B do frakcyi podziel-

nej A; Jedno albowiem tak się ma do frakcyi C, iak się ma mianownik téż frakcyi 3 do swego licznika, przez prawdę isząc. Frakcyja zaś B do frakcyi A tak się ma, iak 3 do 4. Gdyż sprowadziwszy te dwie frakcye A i B do iednego mianownika, mam frakcye: M. i N. frakcyom A i B we wszystkiém równe; te zaś dla iednakowego mianownika tę mają do siebie proporcją, iak 3 do 4; a zatem iedno tak się ma do frakcyi C, iak się ma frakcyja B do A; przeto frakcyja C, iest wieloraz frakcyy A i B do podzielenia podanych.

B. A. C.

$$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

M. N. |

$$\frac{3}{6} \quad \frac{4}{6} \quad | \quad 1. \frac{4}{3} : 3. 4.$$

Z tego okazania łatwo doysć można przyozyny, dla której w dzieleniu liczb łamanych, wieloraz wypada większy nad liczbę do podzielenia daną; co się w ten czas przytrafia, kiedy frakcyja dzieląca mnieysza iest nad iedno całkowite. Bo ponieważ dzielnik tak się ma do liczby podzielnej, iak się ma iedno do wielorazu; odmieniwszy tę proporcją, dzielnik tak się będzie miał do iednego, iak liczba podzielna do wielorazu, A że dzielnik iest mnieyszy od iednego całkowitego, zaczęm i liczba podzielna od wielorazu mnieysza być powinna.

Proby dodawania, odéymowania, mnożenia i dzielenia liczb łamanych, téż same są.

które się podały wyżej w regułach liczb całkowitych; to jest: Addycya doświadcza się przez subtrakcyą, subtrakcyą przez addycyą, moltiplikacya przez dywizyą, dywizyą przez moltiplikacyą, sposobem tamże przepisany. (f).

## ROZDZIAŁ III.

### *O Regułach wyższéj Arytmetyki.*

#### § I.

#### *O proporcji w powszechności.*

#### 1. **I**le jest reguł wyższéj Arytmetyki?

Reguły wyższéj Arytmetyki pospolicie rachują się cztery, to jest: 1. Reguła proporcji. 2. Reguła Towarzystwa, albo spółki. 3. Reguła wiązania. 4. Reguła domniemania, czyli fałszywego założenia. Do tych przydaia

---

(f) Cokolwiek dotąd o Addycji, Subtrakcji, Moltiplicacji i Dywizji liczb tak całkowitych iako i łamanych powiedzieliśmy, to wszystko jest fundamentem całej głębszéj Arytmetyki; bez tych fundamentów dalsze i wyższe Arytmetyki reguły, żadną miarą rozwiązane, byź nie mogą. A stąd iasnie pokazuje się nie mały pożytek i potrzeba wiadomości liczb, nie tylko całkowitych, ale i łamanych, w następujących regułach Arytmetycznych, a naprzód w regule proporcji.