

P R A W D A III.

Jeżeli tak licznika jako i mianownika jakiego ułamka przez tę samą liczbę rozmnożę, albo podzielę, walurowi ułamka bynajmniej nie odmienię. Np. następującego ułamka $\frac{3}{6}$ rozmnażając przez 5 tak licznika 3, jako i mianownika 6: wypadnie ułamek: $\frac{15}{30}$, który też samo znaczy, co pierwszy. Podobnież danego ułamka tak licznika 3, jak mianownika 6 dzieląc przez 3, wynika ułamek $\frac{1}{2}$ teyże samy co i pierwszy ilości.

§ II.

O sprowadzaniu liczb łamanych na mniejsze wyrazy, i o dochodzeniu ich walurowi albo ilości.

9. Jlorakim sposobem można ułamki na mniejsze wyrazy sprowadzać, i dla jakiego końca?

Ułamki na mniejsze wyrazy dworakim sposobem można sprowadzać, albo przez miarę powszechną naywiększą; albo przez liczbę nadomysł wynalezioną taką, któraby licznika i mianownika spełna dzieliła. Sprowadzają się zaś na mniejsze wyrazy dlatego, ażeby je rachować, i wartości ich dochodzić łatwiej i i prędzej można było.

10. Co to jest miara powszechna dwóch liczb naywiększa, i dlaczego tak się nazywa?

Miara dwóch liczb powszechna największa, jest ta liczba, która dwie dane liczby zupełnie bez najmniejszej reszty dzieli. Np. między 6 i 9, miara powszechna największa jest 3; gdyż przez te 3 podzieliwszy 6, wychodzi pełna dwa 2, a podzieliwszy 9, wychodzi 3, także bez najmniejszej reszty. Podobnie liczb 12 i 16, miara powszechna największa jest 4.

Dlatego, zaś liczba takowa nazywa się miarą największą, że liczb danych przez nią dzielonych, żadna, inna liczba większa nad nią zarówno podzielić nie może.

11. Jak tedy danych dwóch liczb znaleźć miarę powszechną największą?

Znajduje się tym sposobem: liczbę większą przez mniejszą, a potem przez resztę dzielnik dopóty dzielę, aż póki się z liczby podzielnej (wielorazy zawsze porzucając) nie nie zostanie, ostatni dzielnik będzie miarą powszechną największą. Np. Niech będą liczby A i B. których szukam miary powszechną największą.

$$\begin{array}{r|l} B. 136 & A. 248 \\ \hline & 136 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} C. 112 & B. 136 \\ \hline & 112 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} D. 24 & C. 112 \\ \hline & 96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} E. 16 & D. 24 \\ \hline & 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} F. 8 & E. 16 \\ \hline & 16 \end{array}$$

Naprzód tedy liczbę większą A przez liczbę B dzielę, a wieloraz mimo puściwszy, przez resztę pozostałą C dzielę liczbę mniejszą B; a porzuciwszy i tu wieloraz, znowu przez zостаiającą się resztę D dzielę liczbę C, gdzie znowu wieloraz zaniechawszy, przez resztę E, dzielę liczbę D; nakoniec przez resztę F dzielę liczbę E; która liczba F że bez żadnej reszty podzieliła liczbę podzielną E, i nie się po odciągnięciu nie zostało; zaczęm 8 dwóch liczb A i B na początku danych, iest miarą powszechną naywiększą, którey szukałem; a zatem podzieliwszy przez 8 naprzód liczbę B 136, wypada mi 17, potem liczbę A 248, wypadnie mi 31, bez naymniejszey z podzielenia obudwóch danych liczb reszty, i będę miał $136=17$, a $248=31$, czyli $\frac{17}{31}$.

Przykład II. Szukam naywiększey pówsechnéy miary między następującemi dwiema liczbami, iednéy pod literą K, drugiey pod literą L.

$$\begin{array}{r|l} \text{L. } 102 & \text{K. } 438 \\ \hline & 408 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{M. } 30 & \text{L. } 102 \\ \hline & 90 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{N. } 12 & \text{M. } 30 \\ \hline & 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{O. } 6 & \text{N. } 12 \\ \hline & 12 \end{array}$$

Między temi dwiema danemi liczbami największa powszechna miara jest 6, przez które dzieląc liczbę L, wypadnie pełna 17, a dzieląc liczbę K, wypadnie także bez żadnej reszty po podzieleniu 73, albowiem $\frac{17}{73}$.

12. Jeżeli po skończonym dzieleniu danych liczb zostanie się co, czego to jest znakiem?

Jeżeli po skończonym tym sposobem między dwiema danemi liczbami dzielenia, zostało się jedno, znak to jest, że liczby dane żadnej powszechnej miary między sobą nie mają, i zowią się liczby niezmierytelne, (numeri incommensurabiles), iako się to daie widzieć w następujących liczbach, pod literami P i Q wyrażonych:

$$\begin{array}{r}
 \text{Q. } 37 \overline{) \text{P. } 85} \quad 2 \\
 \underline{74} \\
 \text{R. } 11 \quad \text{Q. } 37 \overline{) 3} \\
 \underline{33} \\
 \text{S. } -4 \quad \text{R. } 11 \overline{) 2} \\
 \underline{8} \\
 \text{T. } -3 \quad \text{S. } 4 \overline{) 1} \\
 \underline{3} \\
 1.
 \end{array}$$

Ze tedy po podzieleniu dwóch liczb P i Q zostało się 1, znak jest, że owe liczby żadnej powszechnej miary mieć nie mogą, zaczętem przez żadną liczbę podzielić ich tak nie można, aby się od obudwóch nic nie zostało.

Inni szukają także powszechnéj miary przez odejmowanie, odciągając liczbę mniejszą od większój dopóty, aż póki liczba, którą odciągamy, i reszta po odciągnięciu, nie będą sobie równe. Liczba po odciągnięciu pozostała będzie miarą powszechną największą. np. Szukając miary powszechnéj między liczbami, 32 i 80; odciągamy 32 od 80, zostaje się 48, od tych znowu odciągamy 32, zostaje się 16; te 16 odciągamy od 32, zostaje się 16, równa reszta liczbie, którą odciągnął. Zaczém ta reszta 16, jest miarą powszechną największą danych liczb 32 i 80, przez którą obiedwie liczby podzieliwszy, wypadną liczby 2 i 5.

Okazanie czyli demonstracya tego działania przez się jest jasne. Bo przez nieustanne owo liczby mniejszój od większój, czy to przez dzielenie, czy przez samo naturalne odciąganie, przyść naślatek koniecznie musimy do takiej liczby, któraby danych liczb równym była wymiarem, albo przynajmniej wskazała nam, że między danymi liczbami żadnéj miary powszechnéj znaleźć nie można.

13. Który jest drugi sposób sprowadzania liczb danych na mniejsze wyrazy?

Ten sposób jest bardzo łatwy i prędkie, i na tém zawisł, aby spojrzawszy na dane liczby, wynaleźć na domysł liczbę taką, któraby mi dane liczby bez żadnej reszty dzieliła; iaka liczba najczęściej trafia się 2, i inaze tym podobne. np. Te liczby 36 i 96 chcąc na mniejsze termi-

ny obrócić, widzę, że przez 2 spełna dzielić się mogą. Dzielę je więc naprzód przez 2, wypadną te, 18 i 48. Te znowu dzielę przez 2, wypadną liczby 9 i 24. Te znowu dzielę przez 3, wypadną mi 3 i 8; dalej przez żadną liczbę obiedwie razem dzielić się nie mogą. (b)

Fundament tego masz z prawdy 3 k. 70.

14. Jak się tedy liczba łamana na najmniejsze terminy sprowadza, nieodmieniając bynajmniej i jej wartości?

Sprowadza się tym sposobem: przez miarę powszechną największą, albo przez liczbę na domysł wynalezioną, tak licznik iako i mianownik danego ułamka dzieli się: wieloraz z licznika będzie nowym licznikiem, a wieloraz z mianownika będzie nowym mianownikiem nowego ułamka danemu we wszystkim równy, przez prawdę 3. Np. ułamek następujący: $\frac{60}{96}$ chcąc sprowadzić do najmniejszych wyrazów, szukam największej powszechniej miary między temi dwiema liczbami sposobem wyżej podanym, i znajduję 12; przez te 12 dzieląc licznika 60, wypadnie 5, a dzieląc mianownika 96, wypadnie 8. Mam tedy nowy ułamek w nay-

(b) Liczba każda siebie samę raz mierzy, zaczęć zażyta być może za największą powszechną miarę między sobą i drugą liczbą daną. Tak 7 jest największą powszechną miarą między 7 i 21. Bo 7 podzieliwszy przez 7, wypadnie 1, a 21 podzieliwszy przez 7, wypadnie 3. bez żadnej od obowga liczby reszty.

mniejszych terminach $\frac{5}{8}$, pierwszemu we wszystkich równy.

Toż samo wypadnie dzieląc licznik i mianownik przez liczbę na domysł wynalezioną, np. przez 3, a potem te wielorazy znowu dzieląc przez 4, będą miały $\frac{5}{8}$ iak wyżej.

Przykład II. Ułomek następujący $\frac{1\frac{2}{7}8}{2}$, chcę sprowadzić na mniejsze wyrazy. Przez miarę powszechną 16, dzielę tak licznika iako i mianownika danego ułamka, wynika mi nowy ułomek pierwszemu równy: $\frac{8}{17}$. Toż samo mi wyniknie, dzieląc też liczby np. przez 2, potem przez 4, potem znowu przez 2, będzie nowy ułomek $\frac{8}{17}$, pierwszemu równiający się zupełnie.

15. Jak się dochodzi, ile który ułomek wartuie albo znaczy?

Dochodzi się tym sposobem: Licznik danego ułamka rozmnaża się przez te części, z których się rzecz całkowita składa, a ten produkt dzieli się przez mianownika tegoż ułamka; wieloraz ukaże co ułomek ów znaczy: np. Chcąc wiedzieć, wiele czynią $\frac{2}{5}$ dwie z pięciu części jednego złotego? rozmnażam licznik 2 przez części złotego, z których się składa, to jest, przez groszy 30. Wypada mi produkt 60; ten dzielę przez mianownika 5, wychodzi wieloraz 12, który mi okazuje, że $\frac{2}{5}$ jednego złotego zna całą groszy 12.